

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

О.В. Тимохін, Д.Л. Лавренова, А.О. Тимохіна

ЦИФРОВА ЕЛЕКТРОНІКА В ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИЦІ: ПРАКТИЧНІ ЗАВДАННЯ

*Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
як навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра,
які навчаються за спеціальністю 141 «Електроенергетика,
електротехніка та електромеханіка», освітньо-професійної програми
«Управління, захист та автоматизація енергосистем»*

Київ
КПІ ім. Ігоря Сікорського
2022

Цифрова електроніка в електроенергетиці: Практичні завдання [Електронний ресурс] : навч. посіб. для студ. спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка», освітньо-професійної програми «Управління, захист та автоматизація енергосистем» / О.В.Тимохін, Д. Л. Лавренова, А. О. Тимохіна; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл: 1,56 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. – 34с.

Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського (протокол № 6 від 24.06.2022 р.) за поданням Вченої ради Факультету електроенерготехніки та автоматики (протокол № 8 від 07.04.2022 р.)

Електронне мережне навчальне видання

*ТИМОХІН Олександр Вікторович, ст. викл., канд. техн. Наук
ЛАВРЕНОВА Дарина Леонідівна, ст. викл., канд. техн. наук
ТИМОХІНА Анастасія Олександрівна, ас.*

ЦИФРОВА ЕЛЕКТРОНІКА В ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИЦІ ПРАКТИЧНІ ЗАВДАННЯ

Укладачі: *Тимохін Олександр Вікторович, канд. техн. наук., ст. викл.
Лавренова Дарина Леонідівна, канд. техн. наук, ст. викл.
Тимохіна Анастасія Олександрівна, ас.*

Відповідальний
редактор *Яндульський О.С., д.т.н., проф.*

Рецензент: *Пушкар М.В., к.т.н., доц.*

Для студентів денної форми навчання учбовим планом передбачено виконання практичних занять протягом 5-го семестру. Для студентів заочної форми навчання практичні заняття розбито на 5 та 6 семестри. Метою проведення практичних занять студентами є закріплення знань лекційного матеріалу та набуття навичок роботи із реальними системами на базі мікроконтролерів.

© О.В. Тимохін, Д.Л. Лавренова, А.О. Тимохіна, 2022
© КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022

З М І С Т

1. Теоретичні відомості.	4
1.1. Основні поняття та визначення.	4
1.2. Алгебра висловлювань і формалізація словесних описів.....	6
1.3. Основні теореми алгебри Буля	7
1.4. Мінімізація булевих функцій за допомогою алгебраїчних перетворень.....	9
1.5. Мінімізація булевих функцій за допомогою карт Карно	10
1.6. Порядок роботи з картою Карно при мінімізації функції в першій стандартній формі.	11
1.7. Порядок роботи з картою Карно при мінімізації функції в другій стандартній формі	12
1.8. Перехід від структурної формули до логічної схеми й зворотний перехід	13
1.9. Використання факультативних умов при мінімізації.....	15
1.10. Особливості мінімізації АП з декількома виходами	15
1.11. Особливості проектування друкованих плат автоматичних пристроїв	17
1.11.1. Внутрішньоплатні з'єднання.....	17
1.11.2. Ємність навантаження - причина викиду.....	18
1.12. Міжплатні зв'язки.....	19
2. Задачі на практичні заняття.....	19
Рекомендована література.....	34

1. Теоретичні відомості.

1.1. Основні поняття та визначення.

Пристрій автоматики (АП) на етапі проектування можна представити у вигляді «чорного ящика», що містить *входи*, *виходи* й *внутрішню схему функціонування*. Внутрішній зміст цього «ящика» попередньо невідомий, але його функціонування ми можемо описувати за допомогою *внутрішніх станів* майбутнього пристрою (рис. 1.1), яке легко представити у вигляді *автоматної таблиці*.

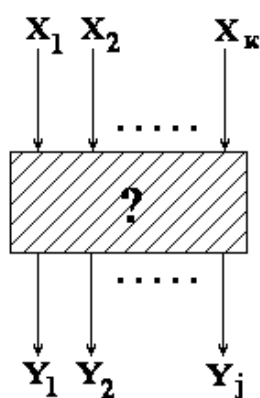


Рисунок 1.1. Подання АП на етапі проектування у вигляді «чорного ящика» із входами x_k і виходами y_i .

Автоматною таблицею називається таблиця, у якій у лівій частині перераховані всі входні набори станів АП, а в правій – відповідні їм вихідні набори стану АП. Якщо АП має n входів і j виходів, то таблиця буде містити 2^n рядків. Заповнити таблицю можна лише в тому випадку, коли входнім наборам X_n однозначно відповідає конкретний вихідний набір Y_j .

Для 7- сегментного індикатора вихідний набір Y_j є набором «0» та «1». Їх положення в автоматній таблиці залежить від того, який з сегментів використовується для індикації відповідного символу [3, 4].

Приклад:

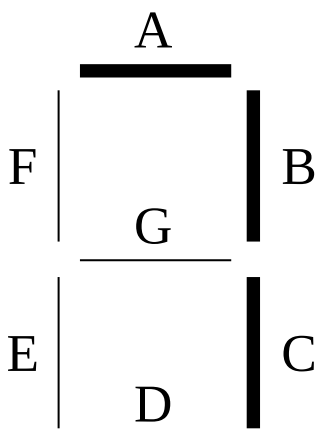


Рисунок 1.2. Приклад індикації на 7-сегментному індикаторі символу «7».

Для індикації символу «7» (рис. 1.2.) необхідно встановити вихід «1» для сегментів А, В, С, і вихід «0» для сегментів D, E, F, G.

Якщо при заповненні таблиці можна однозначно заповнити всі 2^n рядків, то це означає, що АП є комбінаційною схемою (автомат без пам'яті). Сама таблиця при цьому називається *автоматною таблицею* для автомата без пам'яті і вона містить *автоматний опис* для такого АП (таблиця 1.1) [3].

Таблиця 1.1 Приклад автоматної таблиці без пам'яті

№ п/п	X_4	X_3	X_2	X_1	Y_1	Y_2
0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0
2	0	0	1	0	0	0
3	0	0	1	1	0	0
4	0	1	0	0	0	0
5	0	1	0	1	1	0
6	0	1	1	0	0	1
7	0	1	1	1	1	0
8	1	0	0	0	0	0
9	1	0	0	1	0	1
10	1	0	1	0	0	0
11	1	0	1	1	0	0
12	1	1	0	0	0	0
13	1	1	0	1	1	0
14	1	1	1	0	1	1
15	1	1	1	1	1	1

1.2. Алгебра висловлювань і формалізація словесних описів

Будемо називати висловленням деяке припущення, про яке в конкретний момент можна стверджувати, що воно є істинним або помилковим.

Позначимо висловлювання $x=1$ якщо воно істинне, $x=0$ якщо воно помилкове.

Позначимо висловлення, протилежне x , як $\bar{x}$ і назовемо його запереченням (або елементом НІ)

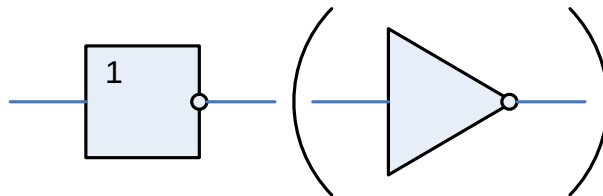


Рисунок 1.2. Графічне позначення елемента НІ

Таблиця. 1.2. Таблиця істинності для елемента НІ

x	$\bar{x}$
0	1
1	0

Розглянемо висловлення, істинність яких визначається наступною таблицею:

Таблиця. 1.2. Таблиця істинності для елементів АБО та І

x_1	x_2	$x_1 + x_2$	$x_1 x_2$
		$x_1 \cup x_2$	$x_1 \cap x_2$
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	1	1

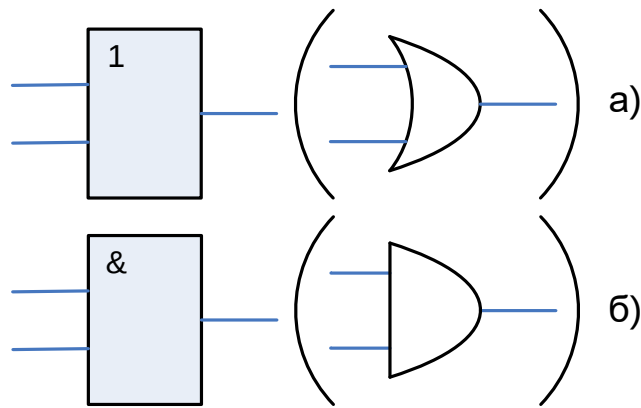


Рисунок 1.2. Графічне позначення елемента а) АБО та б) І

Висловлення $x_1 \cup x_2$ ($x_1 + x_2$) називається диз'юнкцією висловлень x_1 і x_2 , або їх сумою (АБО).

Висловлення $x_1 \cap x_2$ ($x_1 \cdot x_2$) називається кон'юнкцією висловлень x_1 і x_2 , або їх добутком (І) [4].

1.3. Основні теореми алгебри Буля

Проектування економних логічних схем здійснюється за допомогою спеціального математичного апарата, що значно полегшує рішення цього завдання. Цей апарат запропонований у середині 19-го століття англійський математик Дж. Буль для використання його у формальній логіці й називається алгеброю Буля.

Теореми для однієї змінної

$$x + 0 = x \quad (0.1)$$

$$x + 1 = 1 \quad (0.2)$$

$$x + x = x \quad (0.3)$$

$$x + \bar{x} = 1 \quad (0.4)$$

$$x \cdot 0 = 0 \quad (0.5)$$

$$x \cdot 1 = x \quad (0.6)$$

$$x \cdot x = x \quad (0.7)$$

$$x \cdot \bar{x} = 0 \quad (0.8)$$

$$\overline{\overline{x}} = x \quad (0.9)$$

Теорема для двох і більше змінних

$$\left. \begin{array}{l} a) x + y = y + x \\ б) xy = yx \end{array} \right\} \text{переміщувальний закон} \quad (0.10)$$

Теорема справедлива для будь-якої кількості змінних. У застосуванні до логічних схем це означає, що вихідний сигнал елементів АБО й І не залежить від того, які вхідні сигнали до яких входів елемента підводять.

$$\left. \begin{array}{l} a) x + y + z = (x + y) + z = (x + z) + y = x + (y + z) \\ б) xyz = x(yz) = (xy)z = (xz)y \end{array} \right\} \text{сполучувальний закон} \quad (0.11)$$

$$\left. \begin{array}{l} a) x(y + z) = xy + xz \\ б) x + yz = (x + y)(x + z) \end{array} \right\} \text{розподільний закон} \quad (0.12)$$

Теорема (0.12б) не має аналогів в звичайній алгебрі

$$\left. \begin{array}{l} a) x + xy = x \\ б) x(x + y) = x \end{array} \right\} \text{закон поглинання} \quad (0.13)$$

$$\left. \begin{array}{l} а) (x + \overline{y})y = xy \\ а) x\overline{y} + y = x + y \end{array} \right\} \quad (0.14)$$

$$\left. \begin{array}{l} a) xy + \overline{x}y = y \\ б) (x + y)(\overline{x} + y) = y \end{array} \right\} \text{закон склеювання} \quad (0.15)$$

$$\left. \begin{array}{l} a) \overline{x + y + z + \dots} = \overline{x} \cdot \overline{y} \cdot \overline{z} \cdot \dots \\ б) \overline{x \cdot y \cdot z \cdot \dots} = \overline{x} + \overline{y} + \overline{z} + \dots \end{array} \right\} \text{теорема де Моргана} \quad (0.16)$$

Рівності (0.16а) і (0.16б) означають, що заперечення будь-якого виразу алгебри Буля можна одержати заміною всіх змінних цього виразу їхніми запереченнями, а всіх символів логічного множення символами логічного додавання й навпаки [3, 4].

1.4. Мінімізація булевих функцій за допомогою алгебраїчних перетворень

Основне завдання мінімізації полягає в одержанні мінімальної форми булевої функції, тобто такої форми, який відповідає логічна схема з мінімальною кількістю елементів.

Для мінімізації застосовують теореми булевої алгебри і властивості, що випливають із них. Найбільш ефективними є закон склеювання (0.15) і закон поглинання (0.13):

Крім того, застосовується теорема де Моргана - винесення загальних членів за дужки на підставі розподільного закону (0.12)

а) перетворення шляхом склеювання:

$$\overline{AB}C + \overline{A}BC = \overline{AB}(\overline{C} + C) = \overline{AB}$$

б) Відповідно до теореми (0.3): сума будь-якого числа, однакових доданків, дорівнює цьому доданку, тобто значення функції не зміниться від додавання довільного числа що складають, що вже утримуються в ній. Ця властивість використовується для створення максимального числа - пара для склеювання [3, 4].

Приклад 1

$$\begin{aligned} & \overline{\overline{x_1 x_2}} + \overline{x_1 x_2} + \overline{x_1 x_2} + \overline{x_2 x_3} = \\ & = \overline{x_1 x_2} + \overline{x_1 x_2} + \overline{x_1 x_2} + \overline{x_1 x_2} + \overline{x_2 x_3} = & \text{(за теоремою 0.3)} \\ & = \overline{x_2}(\overline{x_1} + \overline{x_1}) + \overline{x_1}(\overline{x_2} + \overline{x_2}) + \overline{x_2 x_3} = & \text{(за теоремою 0.12a)} \\ & = \overline{x_2} \cdot 1 + \overline{x_1} \cdot 1 + \overline{x_2 x_3} = & \text{(за теоремою 0.4)} \\ & = \overline{x_2} + \overline{x_1} + \overline{x_2 x_3} = & \text{(за теоремою 0.6)} \\ & = \overline{x_1} + \overline{x_2} + \overline{x_2 x_3} & \text{(за теоремою 0.10a)} \end{aligned}$$

Приклад 2

$$\begin{aligned} & \overline{x_1 x_2 x_3 x_4 x_5} + \overline{x_1} + \overline{x_3 x_4 x_5} = \\ & = (\overline{x_1} + \overline{x_2} + \overline{x_3} + \overline{x_4} + \overline{x_5}) + \overline{x_1} + \overline{x_3 x_4 x_5} = & \text{(за теоремою 0.16)} \\ & = (\overline{x_1} + \overline{x_1}) + (\overline{x_2} + \overline{x_3} + \overline{x_4} + \overline{x_5} + \overline{x_3 x_4 x_5}) = & \text{(за теоремою 0.11a)} \end{aligned}$$

$$= 1 + (\overline{x_2} + \overline{x_3} + \overline{x_4} + \overline{x_5} + x_3x_4x_5) = \quad (\text{за теоремою 0.4})$$

$$= 1 \quad (\text{за теоремою 0.6})$$

Приклад 3

$$F_{A,B,C} = \overline{A}BC + A\overline{B}C + AB\overline{C} + ABC =$$

$$= \overline{A}BC + A\overline{B}C + AB\overline{C} + ABC + ABC + ABC = \quad (\text{за теоремою 0.3})$$

$$= BC(\overline{A} + A) + AC(\overline{B} + B) + AB(\overline{C} + C) = \quad (\text{за теоремою 0.12a})$$

$$= BC \cdot 1 + AC \cdot 1 + AB \cdot 1 = \quad (\text{за теоремою 0.4})$$

$$= BC + AC + AB \quad (\text{за теоремою 0.6})$$

1.5. Мінімізація булевих функцій за допомогою карт Карно

Математично автоматна таблиця записується через мінімізовані *булеві функції*. Для мінімізації булевих функцій зручно використовувати *карти Карно* [1, 4].

Карти Карно – це графічне подання таблиць істинності. За допомогою карт Карно значно спрощується процес мінімізації булевих функцій для трьох і більше змінних. Карта Карно має вигляд прямокутника, що розбитий на квадрати. Число квадратів дорівнює загальному числу наборів для вказаної функції n змінних, тобто воно дорівнює 2^n . Кожний квадрат відповідає певному набору. При цьому вони розташовуються так, щоб сусідні складові (тобто, ті що відрізняються однією змінною) відповідали сусіднім квадратам на карті. Функцію в першій стандартній формі наносять на карту, відзначаючи, наприклад, знаком «1» квадрати, що відповідають тим наборам, на яких функція дорівнює одиниці. Інші квадрати відзначаються знаком «0» [1, 4].

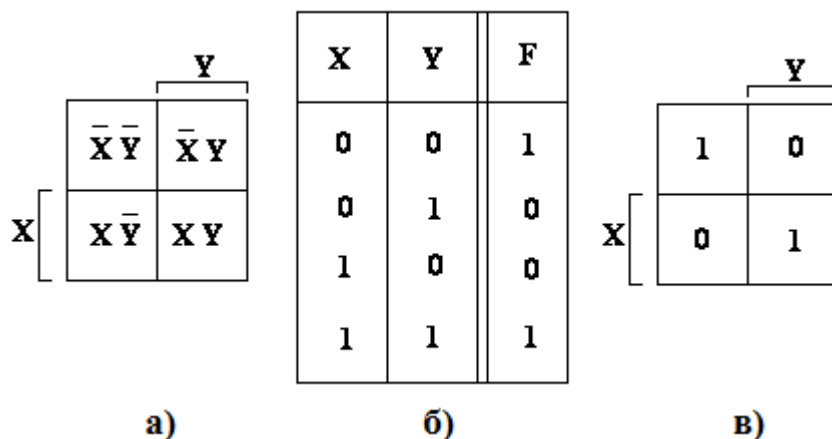


Рисунок 1.3. Карта Карно для двох змінних (а), таблиця істинності(б) і відповідна їй карта Карно (в).

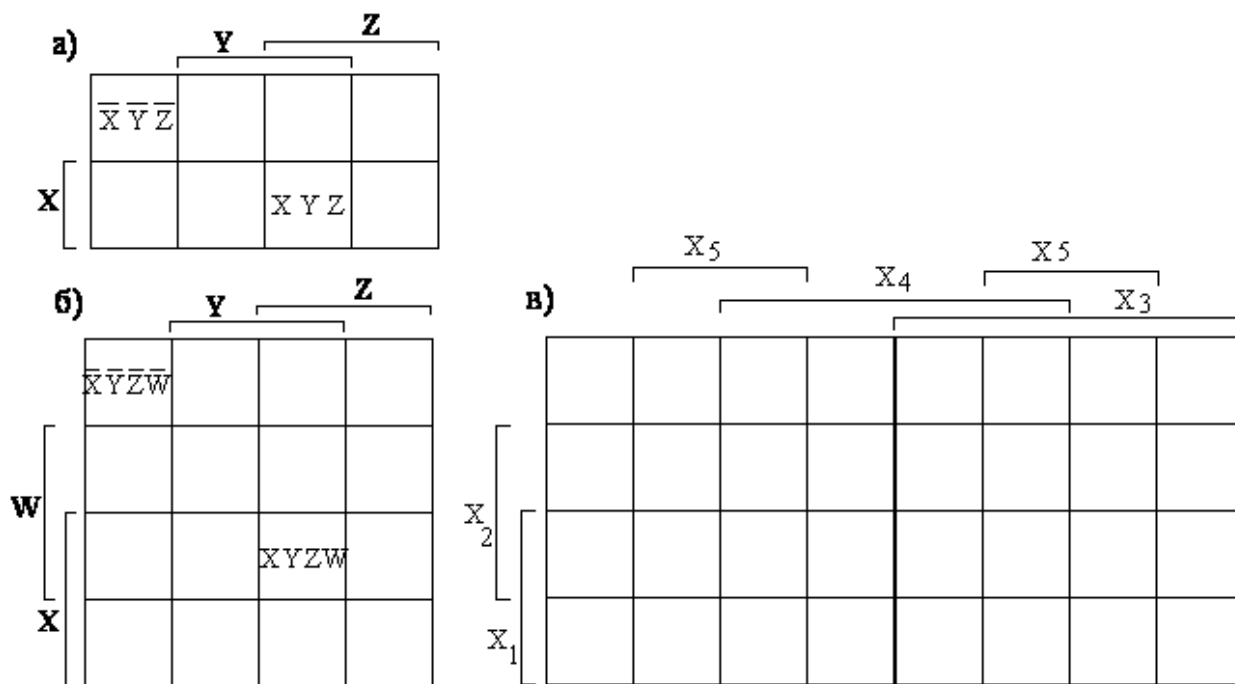


Рисунок 1.4. Карти Карно для трьох (а), чотирьох (б) і п'яти (в) змінних.

1.6. Порядок роботи з картою Карно при мінімізації функції в першій стандартній формі.

1. З таблиці станів переносяться на карту у вигляді «0» і «1» значення функції F у ті чарунки карти, що відповідають набору вхідних змінних.

2. Виконують групове об'єднання розташованих поряд «1» по всіх можливих варіантах об'єднання, при цьому карту Карно потрібно розглядати у вигляді кулі. Поєднувати можна разом тільки 2, 4, 8, 16 і т.д. «1». Разом 3, 5, 6, 7 і т.д. поєднувати не можна. При цьому потрібно прагнути в одному об'єднанні охопити якомога більшу кількість «1». Для цього деякі «1» можуть міститися в декількох групах при об'єднанні.

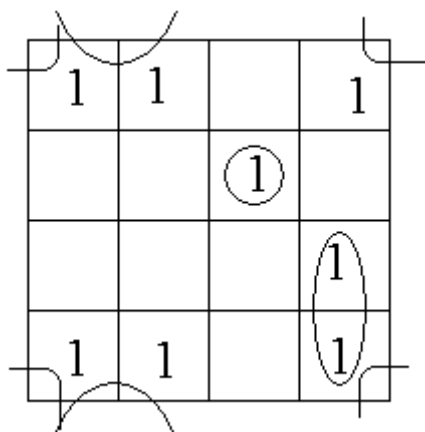


Рисунок 1.5. Приклад об'єднання одиниць на карті Карно.

3. За отриманими групами здійснюється *алгебраїчний запис добутоків* мінімізованої функції F . Запис здійснюється згідно наступного правила: для кожної об'єднаної *групи* «1» відбирають ті змінні на координатних осях карти Карно, чиї значення не змінюються в межах групи. Ці змінні й будуть входити у відповідні *алгебраїчні добутки функції* F . Якщо змінні в групі містять «0», то вони повинні входити із запереченням, якщо «1» – без заперечення [1, 4].

1.7. Порядок роботи з картою Карно при мінімізації функції в другій стандартній формі

Іноді сам процес переходу й мінімізації з першої стандартної форми в другу може привести до більш спрощених виразів.

Для мінімізації за другою стандартною формою п. 1 і 2, порядки мінімізації, аналогічні п. 1 і 2 для першої стандартної форми, з тією лише різницею, що групове об'єднання йде по «0».

Щодо п. 3, то він містить такі положення:

3. По отриманих групах «0» здійснюють *алгебраїчний запис сум мінімізованої функції F*. Запис здійснюється згідно наступного правила: для кожної *групи «0»* відібрати ті змінні на координатних осях, чиї значення не змінюються в межах групи. Ці змінні й будуть входити у відповідні *суми функції F*. Якщо змінні в групі містять «0», то вони повинні входити без заперечення, якщо «1» – із запереченням.

Приклад:

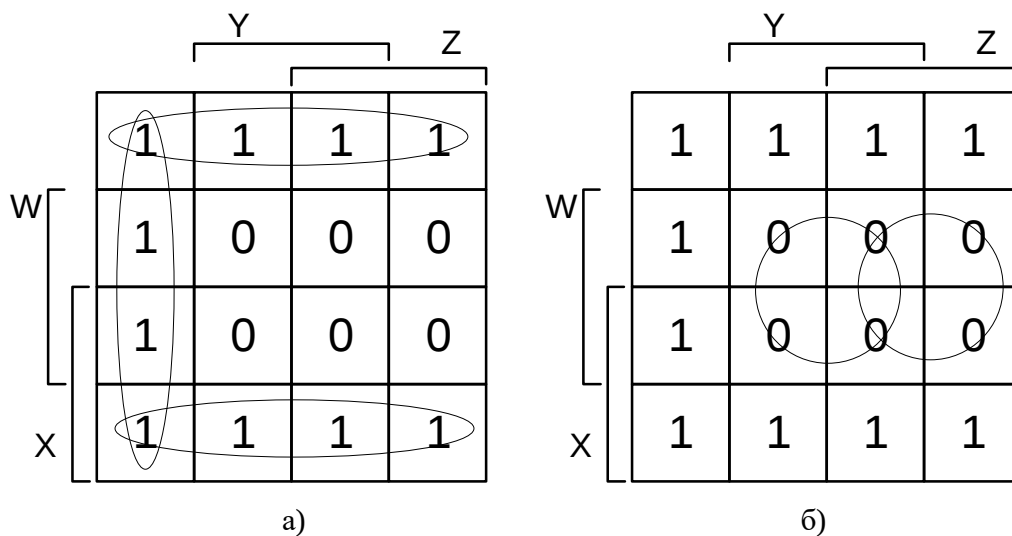


Рисунок 1.6. Приклад об'єднання нулів та одиниць на карті Карно.

$F = (\bar{Y} + \bar{W})(\bar{Z} + \bar{W})$ (4 інвертори (елементи «НІ»), 2 елементи «АБО», 1 елемент «І»)

Якщо представити F за першою формою, то:

$F = \bar{Y}\bar{Z} + X\bar{W} + \bar{X}\bar{W}$ (4 інвертори (елементи «НІ»), 3 елементи «І», 1 елемент «АБО») [1, 4].

1.8. Перехід від структурної формули до логічної схеми й зворотний перехід

На підставі отриманої структурної формули можна побудувати комбінаційну схему, що складається з елементів «АБО», «І», «НІ», що буде

мати задані логічні властивості. Інакше кажучи, вона буде реалізовувати задану булеву функцію.

Логічні елементи, призначені для виконання зазначених у формулі операцій, розташовуються на схемі, починаючи від входів, у такому ж порядку, у якому виконуються логічні операції.

Для переходу від логічної схеми до структурної формули, зручної для вхідних сигналів елементів, якщо вони підводяться із виходів інших елементів, вводити проміжні позначення [1, 4].

$$F_{A,B,C} = \alpha + \beta + \gamma + \omega \quad (0.17)$$

В (0.17) підставляємо вирази

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \bar{A}BC \\ \beta &= A\bar{B}C \\ \gamma &= ABC\bar{C} \\ \omega &= ABC \end{aligned} \right\}.$$

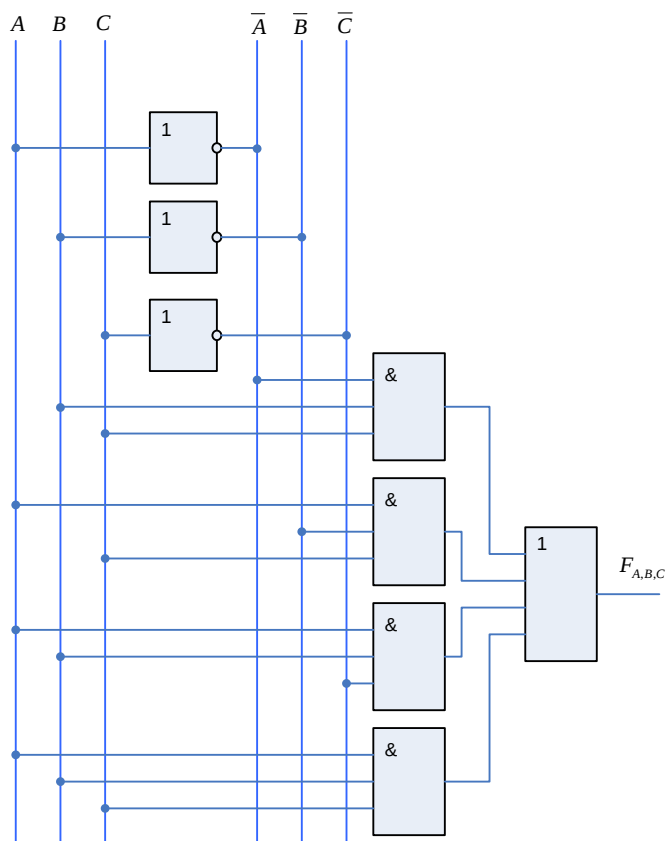


Рисунок 1.7. Приклад для виразу $F_{A,B,C} = \bar{A}BC + A\bar{B}C + AB\bar{C} + ABC$

1.9. Використання факультативних умов при мінімізації

Якщо деякі набори значень вхідних сигналів при роботі АП ніколи не зустрічаються, можна довільно «довизначити» функцію, встановивши її значення («0» або «1») на власний розсуд [1, 4].

Приклад:

		Y		Z	
		0	1	0	1
W		0	0	Φ	0
		0	0	Φ	Φ
	X	1	1	Φ	Φ

Рисунок 1.8. Приклад використання факультативних умов на карті Карно

$F = \bar{D}$ – з урахуванням факультативних умов;

$F = \bar{D}\bar{B} + \bar{A}\bar{D}\bar{C}$ – без врахування факультативних умов за умови, що $\Phi = 0$.

1.10. Особливості мінімізації АП з декількома виходами

При проектуванні багатовихідного АП кожна з n функцій повинна бути мінімізована окремо. З отриманих виразів потрібно відібрати загальні члени або групи членів так, щоб з відповідних їм вузлів пристрою здійснити розгалуження сигналу на декілька напрямків.

Приклад:

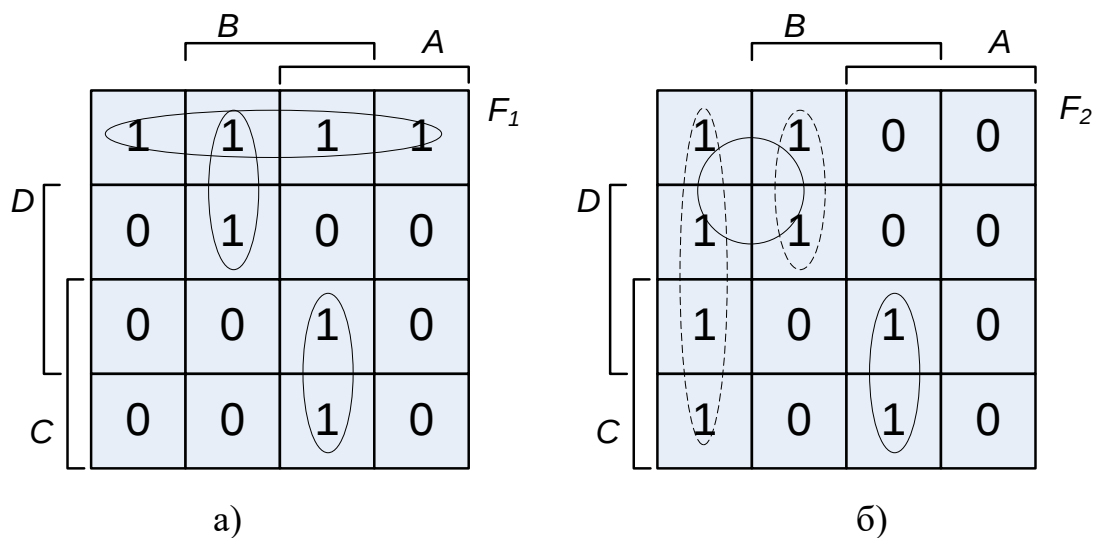


Рисунок 1.9. Приклади неоптимального групування.

Після мінімізації двовихідного АП отримуємо вирази для вихідних функцій:

$$F_1 = \bar{C}\bar{D} + \bar{A}B\bar{C} + ABC,$$

$$F_2 = \bar{A}\bar{B} + \bar{A}\bar{C} + ABC,$$

де третій доданок ABC є загальним і при апаратній реалізації АП може бути загальним для F_1 і F_2 .

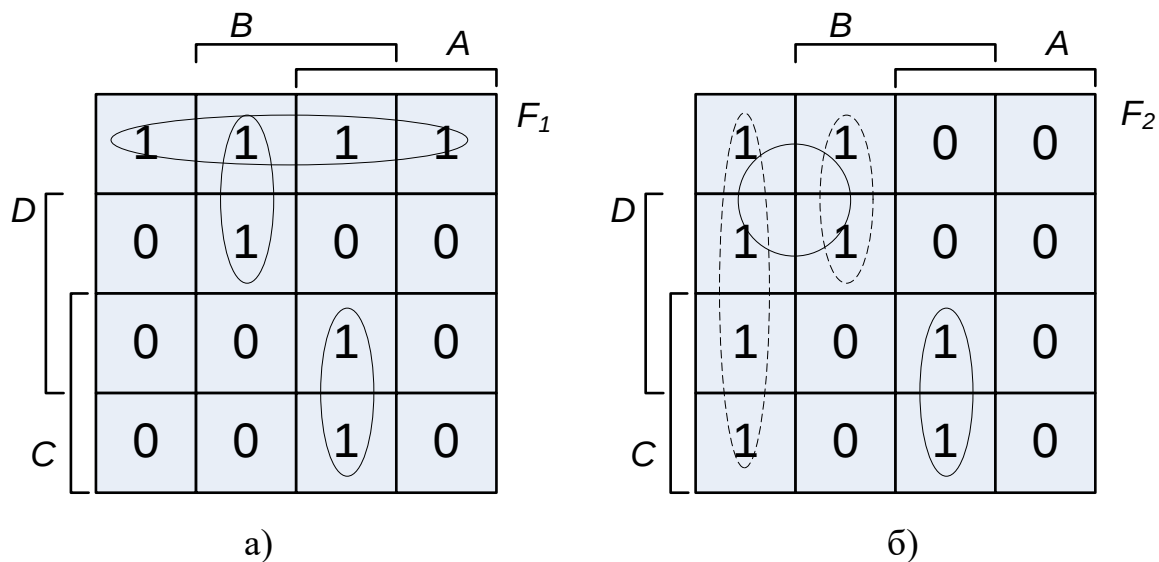


Рисунок 1.10. Приклад неоптимального групування.

Для збільшення загального числа груп доцільно іноді застосовувати в картах Карно не оптимальне групування. Так на рис. 2.9-б пунктиром відзначений для F_2 другий варіант групування. Тоді $F_2 = \bar{A}\bar{B} + \bar{A}B\bar{C} + ABC$, що еквівалентно зменшенню апаратної реалізації F_2 вже на два члени [1, 4].

1.11. Особливості проектування друкованих плат автоматичних пристроїв

1.11.1. Внутрішньоплатні з'єднання

Двотактна вихідна схема ТТЛ і КМОП складається із двох послідовно з'єднаних транзисторів, ввімкнених між шинами « $+U_{жив}$ » і «земля». Коли стан вихідного каскаду змінюється, обидва транзистори короткочасно опиняються у відкритому стані. У цей час від шини « $+U$ » на «землю» протікає імпульс струму, що створює короткі (5-20 нс) від'ємні викиди на шині « $+U_{жив}$ » і додатні викиди на шині «земля» [2, 4, 5].

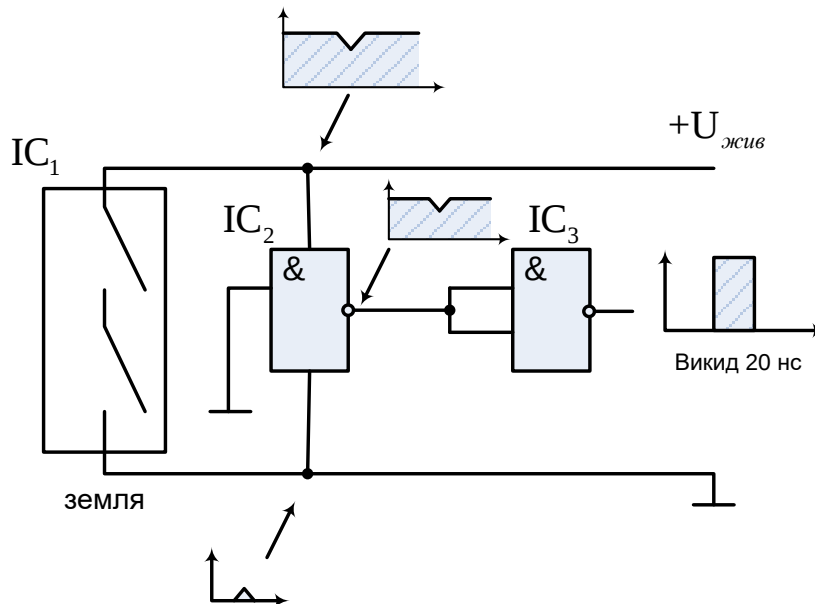


Рисунок 1.11. Струм перехідного процесу вихідного каскаду

Припустимо, що IC_1 перемикається, і поруч із нею знаходиться IC_2 , що є «пасивним свідком» того що відбувається. Нехай на виході IC_2 діє сигнал

«1», що керує далі $IC3$. Тоді додатній викид, що діє на шині «земля» $IC2$ з'явиться також на виході останньої, і при його значущій величині сприйметься $IC3$ як нетривалий повноцінний сигнал «0». Такий імпульс, підсилений $DD3$, легко може перемкнути тригер.

Для усунення таких завад необхідно:

1. Використовувати по всій платі потужні шини «земля» аж до виділення однієї сторони плати під поверхню заземлення;

2. Шунтувати шини живлення по всій платі за допомогою конденсаторів;

3. У пристроях на ТТЛ найкраще біля кожних 1-3 шт. IC встановлювати конденсатор ємністю $(0,05-0,1)\mu\text{F}$, а в межах всієї плати встановити кілька танталових конденсаторів великої ємності $(10\mu\text{F}\times 10\text{V})$. Ці конденсатори забезпечують низький імпеданс шин джерел напруги на високих частотах, що перешкоджає виникненню зв'язків між елементами через джерело [2, 4, 5].

1.11.2. Ємність навантаження - причина викиду

Для виходу цифрового елемента частиною загального навантаження є ємність монтажу і вхідна ємність елемента, яким керує цей вихід $(5-10)\text{пФ}$. При різкому перемиканні виходу з одного стану в інший через таке навантаження протікає великий струм [2, 4, 5].

$$I=C\left(\frac{dU}{dt}\right)$$

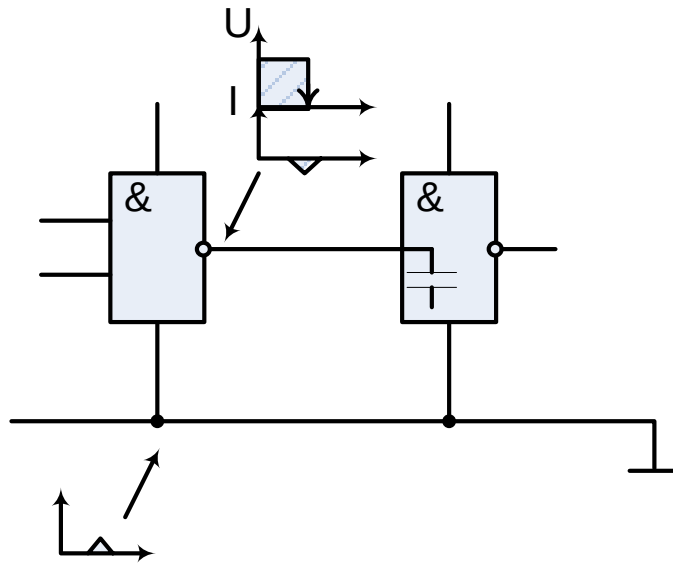


Рисунок 1.12. Струм перехідного процесу вихідного каскаду.

Приклад:

При перемиканні одного ТТЛ вентиля, що керує трьома входами ТТЛ, з'єднаними короткими провідниками, струм у момент перемикання становить 25мА (в усталеному режимі (7-8)мА), що протягом 2нс на довжині провідника 2,5см викликає викид 150мВ. Способи усунення аналогічні п.1.7.

1.12. Міжплатні зв'язки

При міжплатних зв'язках зростає ємність провідників, подовжується ланцюг землі, оскільки тепер він повинен проходити по кабелях, рознімачах, подовжувачах тощо. Тому викиди по шині «земля», які виникають через струми перемикання, більші за величиною. Необхідно, за можливістю, уникати розгалуження тактових сигналів між платами, а проводи заземлення окремих плат робити потужними. Якщо тактові сигнали надходять із плати на плату, на вході кожної плати потрібно встановити проміжний вентиль. Крім того, всі критичні схеми завжди бажано поєднувати на одній платі [2, 4, 5].

2. Задачі на практичні заняття

Задачі на мінімізацію булевих функцій шляхом використання теорем

Булевої алгебри:

1. $(x_1 + \bar{x}_2 + x_3)(x_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3)(\bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_3) + (x_1 + x_2 + x_3)(\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3)(\bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_3)$
2. $(x_1 + \bar{x}_2 + x_3)(x_1 + x_2 + \bar{x}_3)(\bar{x}_1 + x_2 + x_3) + (x_1 + x_2 + x_3)(\bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_3)(\bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_3)$
3. $(x_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3)(x_1 + x_2 + \bar{x}_3)(\bar{x}_1 + x_2 + x_3) + (x_1 + x_2 + x_3)(\bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_3)(\bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_3)$
4. $(x_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3)(x_1 + x_2 + \bar{x}_3) + (\bar{x}_1 + x_2 + x_3)(x_1 + x_2 + x_3) + (\bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_3)(\bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_3)$
5. $(x_1 + \bar{x}_2 + x_3)(x_1 + x_2 + \bar{x}_3) + (\bar{x}_1 + x_2 + x_3)(x_1 + x_2 + x_3) + (\bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_3)(\bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_3)$
6. $(x_1 + \bar{x}_2 + x_3)(x_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3) + (\bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_3)(x_1 + x_2 + x_3) + (\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3)(\bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_3)$
7. $(x_1 + \bar{x}_2 + x_3)(x_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3)\bar{x}_1x_2\bar{x}_3 + (\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3)(\bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_3)x_1x_2x_3$
8. $(x_1 + \bar{x}_2 + x_3)(x_1 + x_2 + \bar{x}_3)\bar{x}_1x_2x_3 + (\bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_3)(\bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_3)x_1x_2x_3$
9. $(x_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3)(x_1 + x_2 + \bar{x}_3)\bar{x}_1x_2x_3 + (\bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_3)(\bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_3)x_1x_2x_3$
10. $\overline{(x_1 + x_2 + \bar{x}_3)}\overline{(x_1 + x_2 + \bar{x}_3)} + \overline{(\bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_3)}\overline{(\bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_3)}$
11. $\overline{(x_1 + x_2 + \bar{x}_3)}\overline{(x_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3)} + \overline{(\bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_3)}\overline{(\bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_3)}$
12. $\overline{(x_1 + x_2 + \bar{x}_3)}\overline{(x_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3)} + \overline{(\bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_3)}\overline{(\bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_3)}$
13. $\overline{(x_1 + x_2 + \bar{x}_3)}\overline{(x_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3)} + \overline{(\bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_3)}\overline{(\bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_3)}$
14. $\overline{(x_1 + x_2 + \bar{x}_3)} + \overline{(x_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3)} + \overline{(\bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_3)} + \overline{(\bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_3)}$
15. $\overline{(x_1 + x_2 + \bar{x}_3)} + \overline{(x_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3)} + \overline{(\bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_3)} + \overline{(\bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_3)}$
16. $\overline{(x_1 + x_2 + \bar{x}_3)} + \overline{(x_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3)} + \overline{(\bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_3)} + \overline{(\bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_3)}$
17. $\overline{(x_1 + \bar{x}_3)} + \overline{(x_1 + \bar{x}_2)}\overline{(x_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3)} + \overline{(x_1 + x_2 + \bar{x}_3)} + \overline{(x_1 + x_2)}\overline{(x_1 + x_2 + \bar{x}_3)}$
18. $\overline{(x_1 + \bar{x}_3)} + \overline{(x_1 + x_2)}\overline{(x_1 + x_2 + \bar{x}_3)} + \overline{(x_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3)} + \overline{(x_1 + x_2)}\overline{(x_1 + x_2 + \bar{x}_3)}$
19. $\overline{(\bar{x}_1 + \bar{x}_3)} + \overline{(x_1 + x_2)}\overline{(x_1 + x_2 + \bar{x}_3)} + \overline{(\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3)} + \overline{(x_1 + x_2)}\overline{(x_1 + x_2 + \bar{x}_3)}$

$$20. \overline{\overline{\overline{x_1 + x_3}} + \overline{\overline{x_1 + x_2}} \overline{\overline{x_1 + x_2 + x_3}}} \cdot \overline{\overline{\overline{x_1 + x_2 + x_3}} + \overline{\overline{x_1 + x_2}} \overline{\overline{x_1 + x_2 + x_3}}}$$

$$21. \overline{\overline{\overline{x_1 + x_3}} + \overline{\overline{x_1 + x_2}} \overline{\overline{x_1 + x_2 + x_3}}} \cdot \overline{\overline{\overline{x_1 + x_2 + x_3}} + \overline{\overline{x_1 + x_2}} \overline{\overline{x_1 + x_2 + x_3}}}$$

$$22. \overline{\overline{\overline{x_1 + x_3}} + \overline{\overline{x_1 + x_2}} \overline{\overline{x_1 + x_2 + x_3}}} \cdot \overline{\overline{\overline{x_1 + x_2 + x_3}} + \overline{\overline{x_1 + x_2}} \overline{\overline{x_1 + x_2 + x_3}}}$$

$$23. \overline{\overline{\overline{x_1 + x_3}} + \overline{\overline{x_1 + x_2}} + \overline{\overline{x_1 + x_2 + x_3}}} \cdot \overline{\overline{\overline{x_1 + x_2 + x_3}} + \overline{\overline{x_1 + x_2}} + \overline{\overline{x_1 + x_2 + x_3}}}$$

$$24. \overline{\overline{\overline{x_1 + x_3}} + \overline{\overline{x_1 + x_2}} + \overline{\overline{x_1 + x_2 + x_3}}} \cdot \overline{\overline{\overline{x_1 + x_2 + x_3}} + \overline{\overline{x_1 + x_2}} + \overline{\overline{x_1 + x_2 + x_3}}}$$

$$25. \overline{\overline{\overline{x_1 + x_3}} + \overline{\overline{x_1 + x_2}} + \overline{\overline{x_1 + x_2 + x_3}}} \cdot \overline{\overline{\overline{x_1 + x_2 + x_3}} + \overline{\overline{x_1 + x_2}} + \overline{\overline{x_1 + x_2 + x_3}}}$$

Задачі на мінімізацію булевих функцій шляхом використання карт Карно:

1. Автоматна таблиця

X4	X3	X2	X1	F
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

2. Автоматна таблиця

X4	X3	X2	X1	F
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1

0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

3. Автоматна таблица

X4	X3	X2	X1	F
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

4. Автоматна таблица

X4	X3	X2	X1	F
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

5. Автоматна таблица

X4	X3	X2	X1	F
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

6. Автоматна таблица

X4	X3	X2	X1	F
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

7. Автоматна таблица

X4	X3	X2	X1	F
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

8. Автоматна таблица

X4	X3	X2	X1	F
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

9. Автоматна таблица

X4	X3	X2	X1	F
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

10. Автоматна таблица

X4	X3	X2	X1	F
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

11. Автоматна таблица

X4	X3	X2	X1	F
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

12.Автоматна таблица

X4	X3	X2	X1	F
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

13.Автоматна таблица

X4	X3	X2	X1	F
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

14.Автоматна таблица

X4	X3	X2	X1	F
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

15.Автоматна таблица

X4	X3	X2	X1	F
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

16.Автоматна таблица

X4	X3	X2	X1	F
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

17.Автоматна таблица

X4	X3	X2	X1	F
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

18. Автоматна таблица

X4	X3	X2	X1	F
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

19. Автоматна таблица

X4	X3	X2	X1	F
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

20.Автоматна таблица

X4	X3	X2	X1	F
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

21.Автоматна таблица

X4	X3	X2	X1	F
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

22.Автоматна таблица

X4	X3	X2	X1	F
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

23.Автоматна таблица

X4	X3	X2	X1	F
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

24.Автоматна таблица

X4	X3	X2	X1	F
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

25.Автоматна таблица

X4	X3	X2	X1	F
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

Рекомендована література

1. Digital Circuits/Karnaugh Maps, [Електронний ресурс]. – 16.12.2013. – Режим доступу:
https://en.wikibooks.org/wiki/Digital_Circuits/Karnaugh_Maps.
2. FUNDAMENTALS OF INDUSTRIAL ELECTRONICS – [Place of publication not identified]: CRC Press, 2017. – 1 online resource.
3. Givone D. D. Digital principles and design – New York, NY: McGraw-Hill, 2003.
4. Holdsworth B., Woods R. C. Digital logic design. – 4th ed. – Oxford: Newnes, 2002.
5. Johnson H. W., Graham M. High speed signal propagation: Advanced black magic / Howard Johnson, Martin Graham, Prentice Hall modern semiconductor design series – Upper Saddle River, N.J., London: Prentice Hall PTR, 2003.