

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»
НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ
МЕХАНІКО-МАШИНОБУДІВНИЙ ІНСТИТУТ
КАФЕДРА ДИНАМІКИ І МІЦНОСТІ МАШИН ТА ОПОРУ МАТЕРІАЛІВ**

«На правах рукопису»
УДК _____

«До захисту допущено»
Завідувач кафедри
_____ Сергій ПИСКУНОВ
«__» _____ 2022 р.

**Магістерська дисертація
на здобуття ступеня магістра
за освітньо-професійною програмою «Динаміка і міцність машин»
зі спеціальності 131 «Прикладна механіка»
на тему: «Розрахунок напруженого стану
центроплану літака Boeing 737»**

Виконав:
студент VI курсу, групи МП-11мп
Шишолік Марк Валерійович _____

Науковий керівник:
д.т.н., проф.
Бабенко Андрій Єлісейович _____

Рецензент:
д.т.н., проф.
Данильченко Юрій Михайлович _____

Засвідчую, що у цій магістерській дисертації
немає запозичень з праць інших авторів без
відповідних посилань.
Студент

**Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
Навчально-науковий механіко-машинобудівний інститут
Кафедра динаміки і міцності машин та опору матеріалів**

Рівень вищої освіти – другий (магістерський)

Спеціальність – 131 «Прикладна механіка»

Освітньо-професійна програма – «Динаміка і міцність машин»

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

_____ Сергій ПИСКУНОВ

«___» _____ 2022 р.

**ЗАВДАННЯ
на магістерську дисертацію студенту
Шишоліку Марку Валерійовичу**

1. Тема дисертації «Розрахунок напруженого стану центроплану літака Boeing 737», науковий керівник дисертації Бабенко Андрій Єлісейович, д.т.н., проф., затверджені наказом по університету від 04.11.2022 р. № 4055-с
2. Термін подання студентом дисертації: 06.12.2022 р.
3. Об'єкт дослідження: центроплан літака Boeing 737.
4. Предмет дослідження: методика розрахунку напруженого стану центроплану літака Boeing 737.
5. Перелік завдань, які потрібно розробити:
 - 1) Аналіз літератури.
 - 2) Огляд сучасного стану проблеми технології виробництва та методики розрахунків центроплану на прикладі літака Boeing 737.
 - 3) Проведення розрахунку напружено-деформованого стану центроплану літака Boeing 737 MAX.
 - 4) Аналіз результатів методики розрахунку напружено-деформованого стану центроплану.
 - 5) Розробка стартап-проекту.
6. Орієнтовний перелік графічного (ілюстративного) матеріалу – 6 і більше.
7. Орієнтовний перелік публікацій – 1 і більше.
8. Дата видачі завдання: 01.09.2022 р.

Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання магістерської дисертації	Термін виконання етапів магістерської дисертації	Примітка
1	Аналіз літератури	01.09.22 – 16.09.22	
2	Огляд сучасного стану проблеми технології виробництва та методики	19.09.22 – 16.10.22	

	розрахунків центроплану на прикладі літака Boeing 737		
3	Проведення розрахунку напружено-деформованого стану центроплану літака Boeing 737 MAX	10.10.22 – 28.10.22	
4	Аналіз результатів методики розрахунку напружено-деформованого стану центроплану	31.10.22 – 18.11.22	
5	Розробка стартап-проекту та висновки	21.11.22 – 06.12.22	

Студент

Марк ШИШОЛІК

Науковий керівник

Андрій БАБЕНКО

Анотація

Дана магістерська дисертація за обсягом роботи складає 67 сторінок, 29 ілюстрації, 18 таблиць та містить 13 літературних джерел.

Об'єктом дослідження є центроплан літака Boeing 737.

Метою даної дипломної роботи є методика розрахунку центроплану літака Boeing 737.

В результаті проведеної роботи було розглянуто сучасний стан проблеми технології виробництва та методики розрахунків літака на прикладі літака Boeing 737 MAX. Під час розрахунку використовувався програмне середовище "CATIA V5" і "Femap 2021" для створення 3D моделей деталей та загальної збірки центроплану і методики розрахунку напружено-деформованого стану за допомогою методу скінченних елементів.

Ключові слова: центроплан, Boeing 737, напружено-деформований стан, напруження, метод скінченних елементів.

Abstract

This master's dissertation consists of 67 pages, 29 illustrations, 18 tables and contains 13 references.

The object of study is the center section of the Boeing 737 aircraft.

The purpose of this dissertation is the method of calculation of the center section of the Boeing 737 aircraft.

As a result of the work was considered the current state of the problem of production technology and methods of calculation of the Boeing 737. During the calculation, the software environments "CATIA V5" and "Femap" were used to create 3D models of the center section parts and calculations using FEM.

Keywords: center section, Boeing 737, stress-strain state, stress, finite element method.

ЗМІСТ

Вступ.....	8
1. Теоретична частина.....	9
1.1 Напружено-деформований стан твердого тіла	9
1.1.1 Поняття про напружений стан у точці та тензор напружень	9
1.1.2 Визначення напружень на довільно орієнтованій похилій площадці ..	11
1.1.3 Поняття про головні площадки та головні напруження. Класифікація типів напруженого стану в точці. Октаедричні напруження, інтенсивність напружень.	12
1.1.4 Узагальнений закон Гука.....	15
1.1.5 Питома потенціальна енергія деформації.....	16
1.1.6 Гіпотези критичних напружених станів (гіпотези міцності).....	18
1.2 Метод скінченних елементів	22
1.2.1 Загальні міркування	22
1.2.2 Диференціальні рівняння теорії пружності ізотропного тіла.....	23
1.2.3 Граничні умови.....	26
1.2.4 Варіаційна постановка статичної крайової задачі	27
1.2.5 Скінченне-елементне формулювання крайових задач про НДС твердого деформівного тіла, малі деформації.....	27
2. Модель літака Boeing 737.....	32
2.1 Основні відомості	32
2.2 Boeing 737 Max.....	33
2.2.1 Основні відомості.....	35
3. Центроплан в конструкції літака	40
3.1 Основні відомості	40
3.2 Конструкція центроплана	41
3.3 Основні складові центроплана	42
4. Постановка задачі.....	45
4.1 Мета.....	45
4.2 Об'єкт розрахунку	45

4.3	Вихідні дані	45
4.3.1	Складальні креслення збірки	45
4.3.2	Побудова 3D моделі центроплана	46
5.	Аналіз результатів розрахунку напружено-деформованого стану центроплана 51	
5.1	Методика розрахунку	51
5.1.1	Створення скінченно-елементної моделі.....	51
5.1.2	Граничні умови.....	52
5.1.3	Методика розрахунку	53
5.2	Висновки.....	56
6.	Розроблення стартап проєкту.....	57
6.1	Опис ідеї проєкту.....	57
6.2	Технологічний аудит	57
6.3	Розроблення ринкової стратегії проєкту	65
6.4	Розроблення маркетингової програми стартап-проекту	67
	Список літератури	69

ВСТУП

Метою даної роботи є методика розрахунку центроплану літака Boeing 737. Побудова 3D моделі центроплану виконується в системі автоматизованого проектування “CATIA V5”. Дослідження напружено-деформованого стану здійснюється за допомогою автоматизованого програмного комплексу "Femap 2021", який вирішує задане користувачем завдання на основі методу скінченних елементів. Завдяки цій програмі, створеній для подібних інженерних розрахунків, імпортувавши 3D модель, можна задавати її фізичні властивості, граничні умови і за допомогою побудованої скінченно-елементної моделі знаходити необхідні напруження і деформації по всій поверхні деталі, а також в лонжеронах, нервюрах, стрінгерах і інших елементах конструкції.

У роботі представлений загальний вигляд літака, огляд центроплану і його складових, а також результати методики розрахунку в програмному пакеті Femap 2021.

Матеріал для магістерської дисертації оснований на роботах під час проходження переддипломної практики.

1. ТЕОРЕТИЧНА ЧАСТИНА

1.1 НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНІЙ СТАН ТВЕРДОГО ТІЛА

1.1.1 ПОНЯТТЯ ПРО НАПРУЖЕНИЙ СТАН У ТОЧЦІ ТА ТЕНЗОР НАПРУЖЕНЬ

Напружений стан у точці тіла - це сукупність нормальних і дотичних напружень на безлічі площинок, що проходять через цю точку тіла. Для повного аналізу напруженого стану в точці достатньо знати нормальні й дотичні напруження на трьох довільних взаємно перпендикулярних площадках. Виріжемо трьома парами взаємно перпендикулярних площинок в околицях точки тіла, яку ми розглядаємо, нескінченно малий паралелепіпед (рис. 1.1) і покажемо напруження, що діють на його гранях.

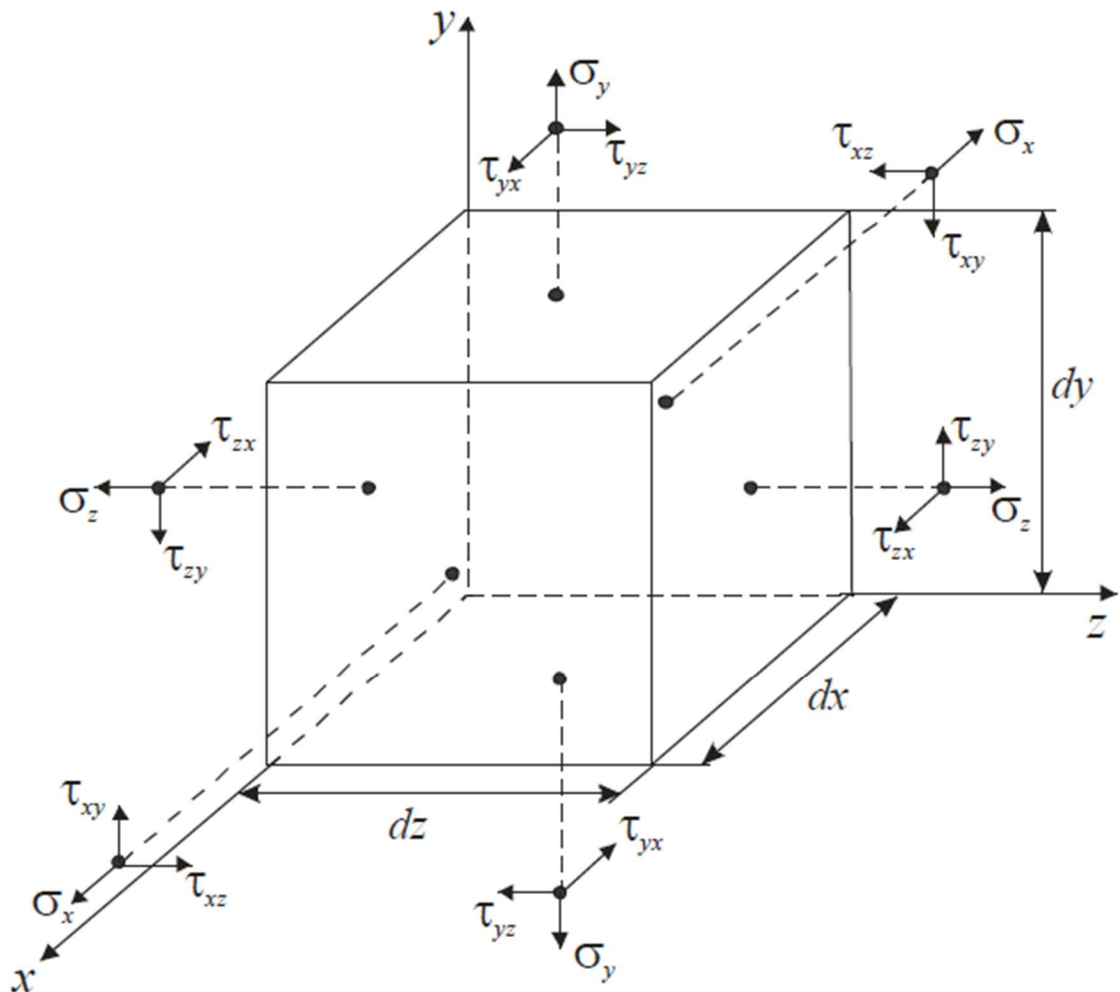


Рис. 1.1. Напруження, що діють на гранях нескінченно малого паралелепіпеда

Нормальні напруження σ мають індекс осі, що збігається з нормою до майданчика, дотичні τ - два індекси: перший - це індекс нормалі до майданчика, другий - індекс показує, паралельно до якої координатної осі діє дотичне напруження.

Нормальні напруження σ вважаються додатними, якщо вони спрямовані в бік зовнішньої нормалі до площинки, на якій діють.

Дотичні напруження τ вважаються додатними, якщо вони дають на відповідну вісь проекції такого самого знаку, як і додатні нормальні напруження, що діють на цій площадці.

Загальна кількість незалежних компонент тензора напружень, що описують напружений стан у точці на обраних площинках, - шість, оскільки виконується закону парності дотичних напружень [1]:

$$\begin{aligned}\tau_{xy} &= \tau_{yx}; \\ \tau_{yx} &= \tau_{zx}; \\ \tau_{zx} &= \tau_{xz}.\end{aligned}\tag{1.1.1}$$

Для компактного опису напруженого стану в точці вводять математичне поняття тензора напружень, що задається матрицею тензора напружень:

$$T_{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{pmatrix}.\tag{1.1.2}$$

Тензор напружень може бути розкладений на шаровий тензор T_{σ}^0 (гідростатична складова) і девіатор D_{σ} : $T_{\sigma} = T_{\sigma}^0 + D_{\sigma}$.

Шаровий тензор має вигляд

$$T_{\sigma}^0 = \begin{pmatrix} \sigma_{\text{окт}} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\text{окт}} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\text{окт}} \end{pmatrix},\tag{1.1.3}$$

де $\sigma_{\text{окт}}$ - октаедричне напруження, що обчислюється за залежністю

$$\sigma_{\text{окт}} = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3}.\tag{1.1.4}$$

Тоді девіатор напружень визначимо як

$$D_{\sigma} = T_{\sigma} - T_{\sigma}^0 = \begin{pmatrix} \sigma_x - \sigma_{\text{окт}} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y - \sigma_{\text{окт}} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z - \sigma_{\text{окт}} \end{pmatrix}.\tag{1.1.5}$$

1.1.2 ВИЗНАЧЕННЯ НАПРУЖЕНЬ НА ДОВІЛЬНО ОРІЄНТОВАНІЙ ПОХИЛІЙ ПЛОЩАДЦІ

Покажемо, що за відомими компонентами напруженого стану, що діють на трьох взаємно перпендикулярних майданчиках $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$, можна однозначно визначити компоненти вектора повного напруження на довільному похилому майданчику P_x, P_y, P_z .

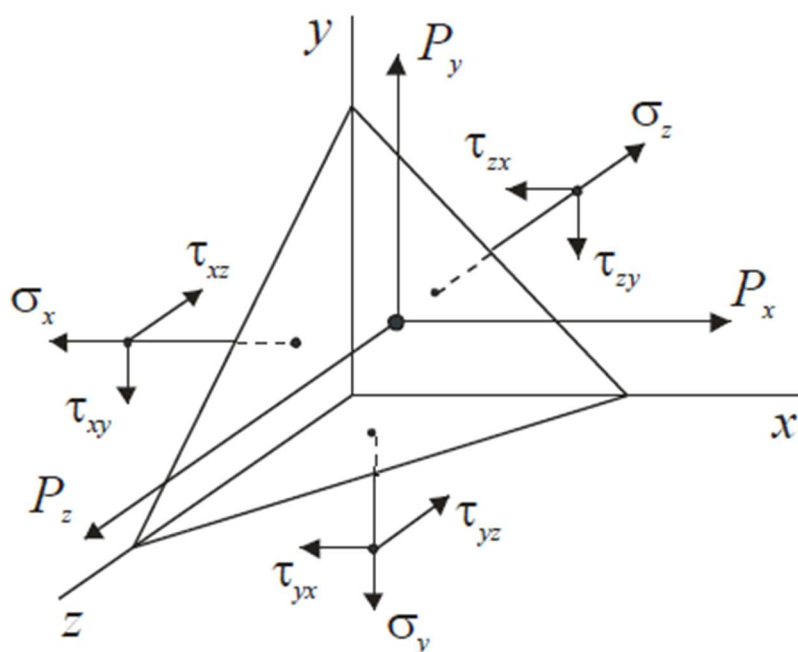


Рис. 1.2. Компоненти вектора повного напруження на довільному похилому майданчику

Орієнтація площадки задана направляючими косинусами між осями координат і вектором нормалі до площадки:

$$\begin{aligned} l &= \cos(x, v), \\ m &= \cos(y, v), \\ n &= \cos(z, v). \end{aligned} \quad (1.1.6)$$

При цьому виконується залежність: $l^2 + m^2 + n^2 = 1$. Зв'язок між площею похилої площадки A і площами координатних площадок, до яких нормаллями є осі x, y, z , задається відношеннями:

$$\begin{aligned} A_x &= l \cdot A, \\ A_y &= m \cdot A, \\ A_z &= n \cdot A. \end{aligned} \quad (1.1.7)$$

Запишемо рівняння рівноваги для елементарного тетраедра рис 1.2.

$$\sum F_x = 0; \sum F_y = 0; \sum F_z = 0. \quad (1.1.8)$$

Отримуємо зв'язок між компонентами напруженого стану на координатних майданчиках і компонентами вектора повного напруження на похилому майданчику [2]:

$$\begin{cases} P_x = \sigma_x \cdot l + \tau_{xy} \cdot m + \tau_{xz} \cdot n; \\ P_y = \tau_{yx} \cdot l + \sigma_y \cdot m + \tau_{yz} \cdot n; \\ P_z = \tau_{zx} \cdot l + \tau_{zy} \cdot m + \sigma_z \cdot n. \end{cases} \quad (1.1.9)$$

1.1.3 ПОНЯТТЯ ПРО ГОЛОВНІ ПЛОЩАДКИ ТА ГОЛОВНІ НАПРУЖЕННЯ. КЛАСИФІКАЦІЯ ТИПІВ НАПРУЖЕНОГО СТАНУ В ТОЧЦІ. ОКТАЕДРИЧНІ НАПРУЖЕННЯ, ІНТЕНСИВНІСТЬ НАПРУЖЕНЬ.

Слід зазначити, що серед всієї множини площадок можуть бути такі, на яких відсутні дотичні напруження [2]. Такі площадки називаються головними, а напруження, що діють на них - головними напруженнями.

Нумерація головних напружень (рис. 1.3) здійснюється відповідно до нерівності $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$. Осі 1, 2, 3 – головні осі.

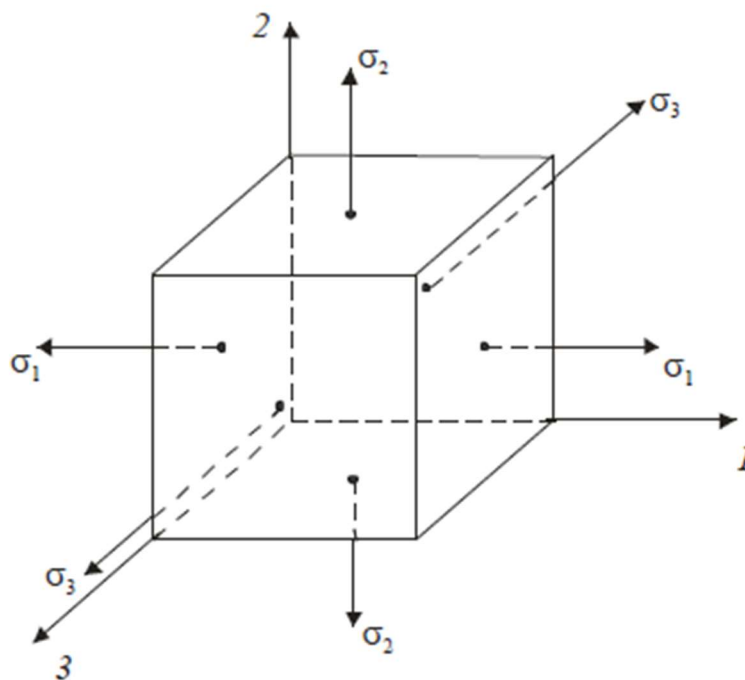


Рис. 1.3. Головні напруження

Розрізняють 3 типи напруженого стану в точці:

- Лінійний напружений стан. Одне з головних напружень відмінне від нуля:

$$\sigma_1 \neq 0, \sigma_2 = \sigma_3 = 0 \text{ або } \sigma_3 \neq 0, \sigma_1 = \sigma_2 = 0.$$

- Плоский напружений стан. Два головних напруження відмінні від нуля:

$$\sigma_1 \neq 0, \sigma_2 \neq 0, \sigma_3 = 0 \text{ або } \sigma_1 \neq 0, \sigma_2 = 0, \sigma_3 \neq 0.$$

- Об'ємний напружений стан. Усі три головні напруження відмінні від нуля:

$$\sigma_1 \neq 0, \sigma_2 \neq 0, \sigma_3 \neq 0.$$

Лінійний напружений стан називають простим напруженим станом, а плоский і об'ємний - складними напруженими станами.

Припустимо, що похилий майданчик (рис. 1.2) є головним майданчиком, тоді компоненти вектора повного напруження на цьому майданчику є головним.

$$\begin{aligned} P_x &= l \cdot P, \\ P_y &= m \cdot P, \\ P_z &= n \cdot P. \end{aligned} \tag{1.1.10}$$

являють собою головні напруження, а система рівнянь (1.1.1) дає змогу визначити направляючі косинуси l, m, n цієї головної площадки з рівняння

$$\begin{cases} (\sigma_x - P) \cdot l + \tau_{xy} \cdot m + \tau_{xz} \cdot n = 0; \\ \tau_{yx} \cdot l + (\sigma_y - P) \cdot m + \tau_{yz} \cdot n = 0; \\ \tau_{zx} \cdot l + \tau_{zy} \cdot m + (\sigma_z - P) \cdot n = 0 \end{cases} \tag{1.1.11}$$

При цьому виконується залежність $l^2 + m^2 + n^2 = 1$.

Щоб система рівнянь (1.1.2) мала нетривіальний розв'язок, відмінний від нульового, необхідно, щоб визначник системи дорівнював нулю [3]:

$$\begin{vmatrix} \sigma_x - P & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y - P & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z - P \end{vmatrix} = 0. \tag{1.1.12}$$

Розкривши визначник, перейдемо до кубічного рівняння

$$P^3 - P^2 I_1 + P I_2 - I_3 = 0, \tag{1.1.13}$$

розв'язання якого дасть змогу визначити головні напруження $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$.

Тут I_1, I_2, I_3 - інваріанти тензора напружень, тобто величини для даної точки постійні, які не залежать від орієнтації координатних площадок [2]:

$$\begin{aligned} I_1 &= \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z, \\ I_2 &= \sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z + \sigma_z \sigma_x - \tau_{xy}^2 - \tau_{yx}^2 - \tau_{zx}^2, \\ I_3 &= \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{vmatrix}. \end{aligned} \quad (1.1.14)$$

За відомими головними напруженнями можна визначити максимальні дотичні напруження:

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}. \quad (1.1.15)$$

Площадка, на якій діє τ_{max} , паралельна головному напруженню σ_y і рівно нахилена до напрямків σ_1 і σ_3 (рис. 1.4).

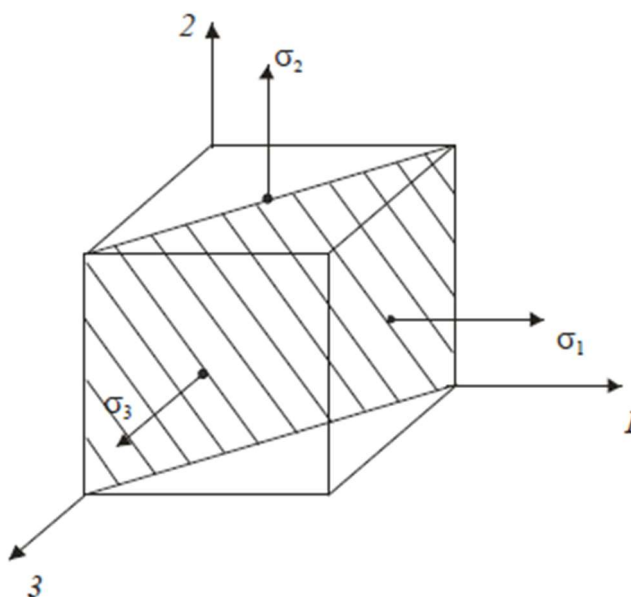


Рис. 1.4. Площадка, паралельна головному напруженню

Нормальне напруження на октаедричній площинці, рівно нахиленому до всіх головних осей 1, 2, 3 визначається залежністю:

$$\sigma_{окт} = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3), \quad (1.1.16)$$

Дотичне напруження на октаедричній площинці визначається за формулою

$$\tau_{окт} = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}. \quad (1.1.17)$$

Якщо напружений стан складний (плоский або об'ємний), тобто дві або три головні напруження відмінні від нуля, виникає питання про порівняльну міру інтегральної оцінки рівня напруженого стану у точці. Одним із таких заходів є інтенсивність напружень:

$$\sigma_j = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + \sigma(\sigma_z - \sigma_y)^2 + \sigma(\tau_{xy}^2 + \tau_{yx}^2 + \tau_{zx}^2)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + \sigma(\sigma_3 - \sigma_1)^2}. \quad (1.1.18)$$

1.1.4 УЗАГАЛЬНЕНИЙ ЗАКОН ГУКА

1.1.4.1 ФОРМУЛЮВАННЯ ЗАКОНУ ГУКА

Для лінійного напруженого стану ($\sigma_1 \neq 0, \sigma_2 = \sigma_3 = 0$), формула закону Гука має вигляд $\sigma_1 = E \varepsilon_1$. Деформації $\varepsilon_2, \varepsilon_3$ визначаються з відомими залежностями:

$$\varepsilon_2 = -\mu \varepsilon_1, \varepsilon_3 = -\mu \varepsilon_1, \quad (1.1.19)$$

де E - модуль поздовжньої пружності, μ - коефіцієнт Пуассона.

За складного напруженого стану закон Гука пов'язує компоненти напруженого і деформованого стану в точці, в якій має місце лінійно-пружне деформування. Нехай відомі головні площадки (головні напрямки) і головні напруження. Напрямки головних відносних деформацій $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ збігаються з головними напрямками для напружень $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$.

За принципом суперпозиції

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \varepsilon_1(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = \varepsilon_1(\sigma_1) + \varepsilon_1(\sigma_2) + \varepsilon_1(\sigma_3) = \\ &= \frac{\sigma_1}{E} - \mu \frac{\sigma_2}{E} - \mu \frac{\sigma_3}{E} = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)]. \end{aligned} \quad (1.1.20)$$

Аналогічні співвідношення маємо для ε_2 і ε_3 . У цьому випадку узагальнений закон Гука для ізотропного тіла для головних напрямків має вигляд

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)]; \\ \varepsilon_2 = \frac{1}{E} [\sigma_2 - \mu(\sigma_3 + \sigma_1)]; \\ \varepsilon_3 = \frac{1}{E} [\sigma_3 - \mu(\sigma_1 + \sigma_2)]. \end{cases} \quad (1.1.21)$$

Для довільно орієнтованих координатних площадок маємо:

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \mu(\sigma_y + \sigma_z)]; \\ \varepsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \mu(\sigma_z + \sigma_x)]; \\ \varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \mu(\sigma_x + \sigma_y)]. \end{cases} \quad (1.1.22)$$

Залежності закону Гука зв'язують $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ і $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$, слід додати залежності, що пов'язують $\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$ і $\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$ [2]:

$$\begin{cases} \gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}; \\ \gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G}; \\ \gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G}. \end{cases} \quad (1.1.23)$$

де G - модуль зсуву, $\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$ - кутові деформації. При цьому існує залежність між модулем пружності E і модулем зсуву G [2]:

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)}. \quad (1.1.24)$$

1.1.5 ПИТОМА ПОТЕНЦІАЛЬНА ЕНЕРГІЯ ДЕФОРМАЦІЇ

Потенціальна енергія деформації - це енергія, яка накопичується в тілі під час його пружного деформування. Наприклад, у результаті розтягування консольного стержня силою F (рис. 1.5, а) процес деформування відбувається в пружній області (заштрихована частина діаграми ми розтягування), (рис. 1.5, б).

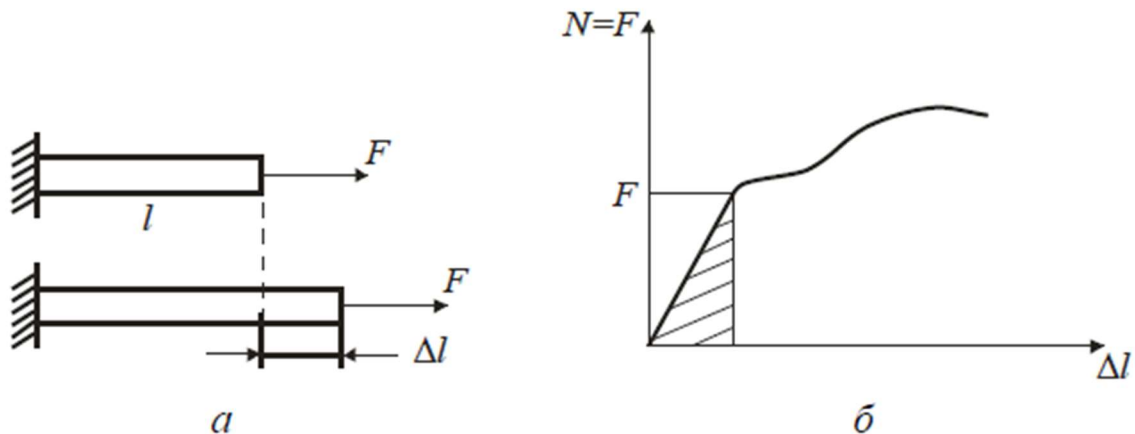


Рис. 1.5. Деформування консольного стержня

Потенціальна енергія деформації чисельно дорівнює роботі внутрішніх зусиль, витраченій у процесі пружної деформації тіла (заштрихована область діаграми).
ванна область діаграми):

$$U_{\Pi} = \frac{1}{2} N \cdot \Delta l = \frac{1}{2} F \cdot \Delta l. \quad (1.1.25)$$

Підставляючи сюди за залежність для Δl [1]

$$\Delta l = \frac{Nl}{EA} = \frac{Fl}{EA}, \quad (1.1.26)$$

остаточно отримуємо:

$$U_{\Pi} = \frac{1}{2} F \cdot \frac{Fl}{EA} = \frac{1}{2} \frac{F^2 l}{EA}. \quad (1.1.27)$$

Питома потенціальна енергія, тобто енергія, що припадає на одиницю об'єму, обчислюється так:

$$u = \frac{U_{\Pi}}{V} = \frac{1}{2} \frac{F^2 l}{EA} \cdot \frac{1}{lA} = \frac{1}{2} \cdot \frac{F}{A} \cdot \frac{F}{EA} = \frac{1}{2} \sigma \varepsilon. \quad (1.1.28)$$

У разі об'ємного напруженого стану питома потенціальна енергія може бути визначена на основі принципу суперпозиції енергія може бути визначена так таким чином:

$$\begin{aligned} u &= \frac{1}{2} \sigma_1 \varepsilon_1 + \frac{1}{2} \sigma_2 \varepsilon_2 + \frac{1}{2} \sigma_3 \varepsilon_3 = \\ &= \frac{1}{2E} [\sigma_1 (\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)) + \sigma_2 (\sigma_2 - \mu(\sigma_1 + \sigma_3)) + \sigma_3 (\sigma_3 - \mu(\sigma_1 + \sigma_2))] = \\ &= \frac{1}{2E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_1 \sigma_3)]. \end{aligned} \quad (1.1.29)$$

Під час деформування нескінченно малого елемента (рис. 1.1) змінюється не тільки його об'єм, а й форма. Тому питому потенціальну енергію деформації можна представити у вигляді суми двох складових:

$$u = u_v + u_{\Phi}, \quad (1.1.30)$$

де u_v - питома потенціальна енергія зміни об'єму:

$$u_v = \frac{1 - 2\mu}{6E} (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2)^2; \quad (1.1.31)$$

u_{Φ} - питома потенціальна енергія деформування [1]:

$$u_{\phi} = \frac{1 + \mu}{3E} (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_1\sigma_3). \quad (1.1.32)$$

1.1.6 ГІПОТЕЗИ КРИТИЧНИХ НАПРУЖЕНИХ СТАНІВ (ГІПОТЕЗИ МІЦНОСТІ)

Розрізняють три можливі варіанти стану матеріалу в точці в процесі деформування: пружний, пластичний і руйнування.

Настання пластичного стану за лінійного напруженого стану (розтягнення-стиснення) характеризується досягненням діючих напружень границі текучості σ_T , момент руйнування визначається досягненням напруженнями границі міцності σ_M (тимчасового опору σ_B). Досягнення діючим напруженням величини σ_T або σ_B за лінійного стану визначається як вичерпання відповідного ресурсу зі зростання напружень, тому напружені стани, що відповідають умовам σ_T або σ_B , відповідають умовам $\sigma = \sigma_T$ або $\sigma = \sigma_B$, є неприпустимими і об'єднуються загальною назвою граничні стани.

Найважливішим завданням інженерного розрахунку є оцінка працездатності деталі за відомим напруженим станом.

За лінійного напруженого стану експериментально встановлюють значення граничних напружень, що відповідають початку руйнування (σ_B) або виникненню недопустимих залишкових пластичних деформацій (σ_T), і безпечними є напружені стани, що підкоряються умовам: $\sigma < \sigma_T$ (за критерієм накопичення залишкових деформацій) або $\sigma < \sigma_B$ (за критерієм руйнування).

Для складного напруженого стану експериментальний шлях оцінки досягнення критичного стану в точці (текучості або руйнування) практично складно реалізувати через технічні труднощі, що виникають при проведенні таких випробувань і значного їхнього обсягу.

Інший шлях оцінки досягнення критичного стану - введення гіпотез про переважний вплив на міцність (текучість) матеріалу того чи іншого чинника, при цьому вважають, що граничний стан матеріалу при будь-якому напруженому стані наступить тільки тоді, коли він величина цього чинника досягне деякого критичної величини.

Оскільки напружений стан може мати нескінченну кількість комбінацій $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, то вводиться поняття еквівалентного напруженого стану (еквівалентних напружень). При цьому застосування гіпотези для оцінки настання критичного стану дозволяє математично формалізувати перехід від складного напруженого стану до еквівалентного лінійного напруженого стану (лінійного розтягування).

Еквівалентне напруження $\sigma_{\text{екв}}$ - це таке розтягувальне напруження, яке слід створити в матеріалі, щоб цей напружений стан був рівнонебезпечним вихідному складному напруженому стану.

Коефіцієнт запасу при складному напруженому стані - це число, що показує, у скільки разів слід одночасно збільшити всі компоненти напруженого стану, щоб він став граничним.

Нині відомо кілька гіпотез граничних напружених станів, що хронологічно з'явилися одна за одною, і які називаються гіпотезами міцності.

1.1.6.1 ПЕРША ГІПОТЕЗА МІЦНОСТІ (ГІПОТЕЗА НАЙБІЛЬШИХ НОРМАЛЬНИХ НАПРУЖЕНЬ)

Згідно з цією гіпотезою, висунутою Галілеєм (XVII ст.), переважний вплив на міцність конструкції має величина найбільшого нормального напруження σ_1 (або σ_3), а два інших головних напруження не враховуються.

Експериментальна перевірка показує, що ця гіпотеза міцності непридатна для більшості матеріалів і напружених станів і дає легко задовільні результати лише для вельми крихких матеріалів (наприклад, цегла).

1.1.6.2 ДРУГА ГІПОТЕЗА МІЦНОСТІ (ГІПОТЕЗА НАЙБІЛЬШИХ ЛІНІЙНИХ ДЕФОРМАЦІЙ)

Згідно з цією гіпотезою, запропонованою Маріоттом у 1682 р., як критерій настання граничного стану приймається найбільша за абсолютною величиною лінійна деформація.

Експериментальна перевірка цієї гіпотези також показала, що вона не застосовна для більшості матеріалів.

1.1.6.3 ТРЕТЯ ГІПОТЕЗА МІЦНОСТІ (ГІПОТЕЗА НАЙБІЛЬШИХ ДОТИЧНИХ НАПРУЖЕНЬ)

Згідно з третьою гіпотезою міцності, запропонованою Кулоном (1773 р.), за критерій граничного стану (настання текучості) приймається величина найбільшого дотичного напруження. Вважається, що настання текучості в загальному випадку напруженого стану має місце тоді, коли найбільше дотичне напруження τ_{max} досягає свого граничного значення τ_T . Останнє визначається в момент досягнення текучості при простому розтягуванні.

Умова міцності в цьому випадку має вигляд:

$$\tau_{max} \leq [\tau] = \frac{\tau_T}{n_T}. \quad (1.1.33)$$

Так як $\tau_{max} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)$, $\tau_T = \frac{1}{2}\sigma_T$, то умова міцності можна виразити головні напруження:

$$\sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma]; [\sigma] = \frac{\sigma_T}{n_T}. \quad (1.1.34)$$

Еквівалентні напруження за третьою гіпотезою:

$$\sigma_{екв}^{III} = \sigma_1 - \sigma_3, \quad (1.1.35)$$

а умова міцності:

$$\sigma_{екв}^{III} = \sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma]. \quad (1.1.36)$$

Третя гіпотеза міцності, загалом, добре підтверджується дослідями для пластичних матеріалів, які однаково працюють на розтягнення і стиснення.

Недолік третьої гіпотези полягає в тому, що вона не враховує середнього за величиною головного напруження σ_2 , яке може бути значним і чинити певний вплив на стан матеріалу.

1.1.6.4 ЧЕТВЕРТА ГІПОТЕЗА МІЦНОСТІ (ЕНЕРГЕТИЧНА ГІПОТЕЗА ДЕФОРМУВАННЯ)

Автори цієї гіпотези - Хубер, Мізес, Генкі – в якості критерію настання граничного стану (втрати міцності) запропонували використовувати величину питомої потенційної енергії деформування.

Передбачається, що граничний стан (текучість) настає тоді, коли питома потенційна енергія деформування досягає свого граничного значення. Останнє можна визначити при простому розтягуванні в момент настання текучості.

Умова настання текучості:

$$u_{\phi} = (u_{\phi})_T. \quad (1.1.37)$$

Питома потенційна енергія деформування при складному напруженому стані:

$$u_{\phi} = \frac{1 + \mu}{3E} (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_1\sigma_3). \quad (1.1.38)$$

При лінійному напруженому стані (розтягуванні) в момент настання текучості ($\sigma_1 = \sigma_T, \sigma_2 = \sigma_3 = 0$) маємо

$$u_{\phi} = \frac{1 + \mu}{3E} \sigma_T^2. \quad (1.1.39)$$

Отже, умову виникнення плинності можна записати у вигляді

$$\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_1\sigma_3} = \sigma_T. \quad (1.1.40)$$

Тоді еквівалентне напруження запишемо у вигляді

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{екв}}^{\text{IV}} &= \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_1\sigma_3} = \\ &= \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \leq [\sigma]. \end{aligned} \quad (1.1.41)$$

Умова міцності за четвертою гіпотезою міцності має вигляд

$$\sigma_{\text{екв}}^{\text{IV}} \leq [\sigma] = \frac{\sigma_T}{n_T}, \text{ або } \sigma_{\text{екв}}^{\text{IV}} = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \leq [\sigma].$$

1.1.6.5 ГІПОТЕЗА МІЦНОСТІ МОРА

Цю гіпотезу було запропоновано О.Мором на початку XX ст., і вона ґрунтується на припущенні, що міцність матеріалів у загальному випадку напруженого стану залежить, головним чином, від величини і знаку найбільшого σ_1 і найменшого σ_3 головних напружень, а середнє за величиною головне напруження σ_2 лише незначною мірою впливає на міцність. Еквівалентне напруження за гіпотезою Мора обчислюється так:

$$\sigma_{\text{екв}}^M = \sigma_1 - \frac{[\sigma_+]}{[\sigma_-]} \cdot \sigma_3 \leq [\sigma_+], \quad (1.1.42)$$

де $[\sigma_+]$ і $[\sigma_-]$ - допустимі напруження під час розтягування і стиснення відповідно. За однакового опору матеріалу розтягуванню і стисненню ($[\sigma_+] = [\sigma_-]$) розрахункова формула збігається з формулою, отриманою за третьою гіпотезою міцності. Гіпотеза придатна як для крихких, так і для пластичних матеріалів.

Для практичних розрахунків слід використовувати:

- четверту гіпотезу (або третю) - для пластичних матеріалів, що однаково чинять опір розтягуванню і стисненню;
- гіпотезу Мора - для матеріалів, що по-різному чинять опір розтягуванню і стисненню (як правило, крихких).

Перша і друга гіпотези міцності дають значні похибки і в даний час не застосовуються.

1.2 МЕТОД СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ

1.2.1 ЗАГАЛЬНІ МІРКУВАННЯ

Метод скінчених елементів (МСЕ) є потужним чисельним методом розв'язання диференційних рівнянь, який покладено в основу більшості сучасних програмних пакетів для моделювання процесів механіки, електродинаміки, гідро та газодинаміки.

МСЕ дає можливість досить повно врахувати геометричні форми і реальні умови роботи конструкцій, розподіл в просторі і зміна в часі зовнішніх навантажень, граничні умови, температурні фактори, а також фізичні властивості використовуваних в конструкціях різних матеріалів.

Основна ідея методу скінчених елементів полягає в тому, що розраховується конструкція (одномірна або багатовимірна) розділяється на ряд простих за формою частин — елементів. Розміри елементів малі в порівнянні з розмірами всієї конструкції, але мають кінцеві значення.

На сучасному етапі розвитку обчислювальної техніки проектування складних конструкцій вже неможливо без розробки твердотільних або поверхневих моделей.

Крім розробки конструкторської документації, створення керуючих програм для верстатів з ЧПК, дані моделі можуть бути використані при проведенні розрахункових досліджень. І оскільки конструктори і технологи в своїй роботі все частіше використовують тривимірне проектування, було б неправильним не використовувати вже створені тривимірні моделі на етапі розрахункових досліджень.

Вся область Ω ділиться на підобласті Ω^e (скінченні елементи, СЕ), що не перекривають одна одну та щільно заповнюють область Ω . Позначивши як E загальну кількість СЕ, а як E^* – кількість СЕ, що примикають до S та мають поверхні $S^e \subset S$, можемо записати, що

$$\Omega \approx \Omega^e = \bigcup_{e=1}^E \Omega^e; \quad \prod_{e=1}^E \Omega^e = 0; \quad S \approx S_h = \bigcup_{e=1}^{E^*} S^e; \quad \prod_{e=1}^{E^*} S^e = 0, \quad \text{де } S^e \subset S. \quad (1.2.1)$$

У МСЕ в кожному СЕ окремо визначаються базисні функції, причому вони за його межами теж визначені, але тотожно дорівнюють нулю, тобто базисні функції визначаються у кусковий спосіб. Для визначення базисних функцій кожний СЕ має декілька вузлів. Глобальні нумерації СЕ ($e = 1, \dots, E$) та вузлів ($n = 1, \dots, N$) є довільними. В кожному СЕ для визначеності вузли мають локальну нумерацію ($m = 1, \dots, M_e$). Відповідність локальних вузових номерів глобальним номерам цих вузлів встановлюється оператором відповідності (інцидентності) $(\Lambda_m^n)^e$:

$$(\Lambda_m^n)^e = \begin{cases} 1; \text{ якщо вузлу з глобальним } n \text{ відповідає} \\ \text{вузел з локальним номером } m \text{ у СЕ з номером } e; \\ 0; \text{ інакше.} \end{cases} \quad (1.2.2)$$

Цей оператор (масив) фактично описує операцію розбивки області Ω на СЕ (підобласті Ω^e). Можна ввести й обернений за смыслом масив інцидентності $(\Xi_m^n)^e$, який буде описувати операцію зв'язування скінченно- елементної моделі.

1.2.2 ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ ІЗОТРОПНОГО ТІЛА

При постановках крайових задач про напружено-деформований стан твердого деформованого тіла застосовуються відповідні комбінації рівнянь статичної рівноваги, геометричних співвідношень і рівнянь фізичних моделей матеріалу. Тут

будуть розглянуті тільки ті, що застосовуються в NX Nastran для лінійно-пружних задач. Враховано, що в NX Nastran всі завдання формулюються в переміщеннях із застосуванням Лагранжевого підходу.

Зазвичай передбачається, що в початковий момент t_0 в даному тілі переміщення $U_i(\vec{x}, t_0)$, деформації $U_i(\vec{x}, t_0)$, напруження $(\sigma_{mn})_0 = \sigma_{mn}(\vec{x}, t_0)$ мають відомі (частіше – нульові) значення, відомо початкове поле температур $\hat{T}_0 = (\vec{x}, t_0)$. Далі припускається, що навантаження змінюється кроками (n – номер кроку); що в об’ємі тіла Ω , а також на частині його поверхні $S_G \subset S_U \cup S_P$ за деякий проміжок часу $\Delta t = t^{n+1} - t^n$ відбудеться зміна навантажень, тобто на момент часу t^{n+1} були прикладені: $\hat{O}_0 = (\vec{x}, t) = \rho \cdot \hat{F}_m(\vec{x}, t)$ – об’ємні сили (ρ – густина, $\hat{F}(\vec{x}, t)$ – вектор сили маси), $\hat{F}_m(\vec{x}, t)$ – поверхневі сили на S_P ; $\hat{R}_m(\vec{x}, t)$ – сконцентровані сили; склались переміщення $U_i(\vec{x}, t)$ – на S_U , а також в Ω змінилась температура на величини $\Delta \hat{T}(\vec{x}, t) = \hat{T}(\vec{x}, t) - \hat{T}_0$. Тоді для визначення в кожній точці (її однорідній околиці) тіла величин: $U_i(\vec{x}, t)$ – переміщень, $\varepsilon_{ij}(\vec{x}, t)$ – деформацій, $\sigma_{mn}(\vec{x}, t)$ – напружень, а також інших похідних від них, формулюється крайова задача.

1.2.2.1 СИСТЕМИ КООРДИНАТ

У NX Nastran застосовуються три системи координат (всі – ортогональні): декартова, циліндрична і сферична. Але все рівняння розглядаються в декартовій системі координат (ДСК).

1.2.2.2 РІВНЯННЯ СТАТИЧНОЇ РІВНОВАГИ В ЕЛЕМЕНТАРНОМУ ОБ’ЄМІ ТІЛА

Рівняння рівноваги як окремий випадок рівняння руху буде описуватись формулою:

$$\nabla_n \sigma^{mn} + \hat{O}^m = 0, \quad (1.2.3)$$

де значок « $\wedge$ » над змінною вказує на те, що її величина задається.

1.2.2.3 ГЕОМЕТРИЧНІ СПІВВІДНОШЕННЯ В ЕЛЕМЕНТАРНОМУ ОБ’ЄМІ ТІЛА

Відповідно до підходом Лагранжа координати будь-якої точки тіла Р (або центру елементарного об’єму) після деформування можуть бути описані формулою $x_i = x_i(a_j, t)$, де $x_i(a_j, 0) = a_j$ – початкові координати точки; $i, j = 1, 2, 3$, а n – номер

часового шару (кроку навантаження). Оскільки в ДСК компоненти матричного тензора $g_{ij} = g^{ij} = \delta_{ij}$, то компоненти тензора міри деформації Коші-Гріна:

$$C_{ij} = X_k^i \cdot X_j^k, \quad (1.2.4)$$

$$\text{де } X_k^i = \delta_{ik} + \frac{\partial x^k}{\partial a_i}.$$

Тоді поточні компоненти симетричного тензора деформації Лагранжа-Гріна (щодо початкової конфігурації):

$$\epsilon_{ij} = \frac{C_{ij} - \delta_{ij}}{2}, \quad (1.2.5)$$

або через компоненти вектора переміщень:

$$\epsilon_{ij} = \frac{\nabla_j U_i + \nabla_i U_j + \nabla_i U_k \nabla_j U^k}{2}; \quad i, j, k = 1, 2, 3, \quad (1.2.6)$$

де позначено (ДСК)

$$\nabla_i U_j = \partial U_j / \partial a_i; \quad \nabla_j U^i = \partial U^i / \partial a_i.$$

Якщо деформації і повороти – малі, то величинами другого порядку малості нехтують:

$$\epsilon_{ij} \approx \varepsilon_{ij} = \frac{\nabla_i U_j + \nabla_j U_i}{2}. \quad (1.2.7)$$

Завжди вважається, що деформації – сумісні (задовольняють відомим рівнянням сумісності). Також вважають, що до рівня деформацій приблизно в 2% можна використовувати суперпозицію деформацій:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^T, \quad (1.2.8)$$

тобто повні деформації ε_{ij} є алгебраїчною сумою пружних ε_{ij}^e та температурних ε_{ij}^T деформацій (при малих деформаціях виконується точно). Пружні деформації є завжди, інші - тільки коли розглядається відповідна крайова задача.

1.2.2.4 ФІЗИЧНІ СПІВВІДНОШЕННЯ В ЕЛЕМЕНТАРНОМУ ОБ'ЄМІ ТІЛА: ЛІНІЙНО-ПРУЖНОМУ МАТЕРІАЛУ

Між напруженнями і пружними деформаціями існує однозначна функціональна залежність. Зазвичай вводять поняття функціоналу пружної енергії (або пружного потенціалу) W , за допомогою якого закон пружності виражається як

$$\sigma^{mn} = \frac{\partial W}{\partial \varepsilon_{mn}}. \quad (1.2.9)$$

Для лінійно-пружної моделі матеріалу це закон Гука:

$$\sigma^{mn} = E^{mnij} \varepsilon_{ij}^e \text{ або } \varepsilon_{ij}^e = C_{ijmn} \sigma_{mn}, \quad (1.2.10)$$

де E^{mnij} , C_{ijmn} - тензори четвертого рангу з модулів пружності, які в загальному випадку можуть залежати від координат і температури. Крім того, розрізняють матеріали ізотропні і анізотропні. У NX Nastran, окрім ізотропії, можна застосовувати такі різновиди анізотропії: ортотропія і повна анізотропія (двовимірна або тривимірна).

Для ортотропного матеріалу в тривимірному випадку в матричній записі лінійний закон Гука записується у вигляді

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{11}^e \\ \varepsilon_{22}^e \\ \varepsilon_{33}^e \\ \varepsilon_{12}^e \\ \varepsilon_{23}^e \\ \varepsilon_{31}^e \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\nu_{21} & -\nu_{31} \\ \frac{E_{11}}{E_{22}} & 1 & -\nu_{32} \\ \frac{E_{11}}{E_{33}} & -\nu_{13} & 1 \\ \frac{E_{11}}{E_{22}} & \frac{E_{22}}{E_{33}} & \frac{E_{33}}{E_{11}} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{12} \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \end{Bmatrix}, \quad (1.2.11)$$

де $\frac{\nu_{12}}{E_{11}} = \frac{\nu_{21}}{E_{22}}$, $\frac{\nu_{13}}{E_{11}} = \frac{\nu_{31}}{E_{33}}$ і $\frac{\nu_{23}}{E_{22}} = \frac{\nu_{32}}{E_{33}}$, тобто матриця симетрична, містить 9

незалежних констант: $E_{11}, E_{22}, E_{33}, G_{12}, G_{23}, G_{31}, \nu_{12}, \nu_{23}, \nu_{31}$.

У ізотропного матеріалу незалежних пружних характеристик лише дві: модуль Юнга E і коефіцієнт Пуассона ν , тобто усі $E_{ij} = E$, $\nu_{ij} = \nu$. Модуль зсуву пов'язаний з цими характеристиками формулою.

1.2.3 ГРАНИЧНІ УМОВИ

Додатково до рівнянь рівноваги, геометричним і фізичним залучаються граничні умови (ГУ) на S_u і S_p :

- ГУ 1-го роду (відомі переміщення):

$$U_i|_{S_u} = \hat{U}_i; \quad (1.2.12)$$

- ГУ 2-го роду (природні):

$$\sigma^{mn} v_n|_{S_p} = \hat{P}_m; \quad (1.2.13)$$

А також сконцентровані сили $\hat{R}_m$, прикладені в деякій кількості вузлів КЕС.

1.2.4 ВАРІАЦІЙНА ПОСТАНОВКА СТАТИЧНОЇ КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ

Для крайової задачі часто зручніше мати її варіаційну постановку.

Для отримання варіаційної постановки задачі використовуються рівняння рівноваги і геометричні, а також властивість симетрії тензора напружень і теорема Остроградського-Гаусса. У підсумку виходить наступний функціонал щодо варіацій переміщень і пов'язаних з ними деформацій

$$F = \int_{\Omega} \sigma^{mn} \partial \varepsilon_{mn} d\Omega - \int_{\Omega} \hat{\sigma}_m \partial U_m d\Omega - \int_{\Omega} \hat{P}_m \partial U_m dS - \hat{R}_m \partial U_m = 0, \quad (1.2.14)$$

який в об'єднанні з кінематичними ГУ (1.2.12) на поверхні S_U визначає незліченна безліч можливих (віртуальних) напружено-деформованих станів. Дійсне ПДВ є одним з віртуальних, але воно додатково задовольняє фізичним рівнянням зв'язків між напруженнями і деформаціями.

Додатково треба відзначити, що у термопружних задачах час не є параметром, тобто явно не входить в рівняння. У цих випадках час застосовується лише для того, щоб відрізнити початковий стан з подальшими.

1.2.5 СКІНЧЕННЕ-ЕЛЕМЕНТНЕ ФОРМУЛЮВАННЯ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ ПРО НДС ТВЕРДОГО ДЕФОРМІВНОГО ТІЛА, МАЛІ ДЕФОРМАЦІЇ

1.2.5.1 ВЕКТОРИ ПЕРЕМІЩЕНЬ, ДЕФОРМАЦІЙ, НАПРУЖЕНЬ

У NX Nastran реалізовано варіант MCE, в якому шуканим є вектор переміщень. У матричному позначенні це вектор

$$\{U\} = \{U_1; U_2; U_3\}^T. \quad (1.2.15)$$

Наближений розв'язок крайової задачі в об'ємі Ω (компоненти вектора переміщень) можна шукати у вигляді усіченого ряду:

$$U_n = U_n(\vec{x}, t) \approx \sum_{m=1}^{N^B} (q_n(t))_m \cdot \Phi_m(\vec{x}), \quad (1.1.16)$$

де $\Phi_m(\vec{x})$ - повна за енергією система лінійно незалежних базисних функцій;

N_B - їх загальна кількість; $(q_n(t))_m$ - шукані вузлові значення; а в відповідності з принципами МСЕ

$$\Phi_m(\vec{x}) = \sum_{\Omega^e \in \Lambda_m} \chi^e(\vec{x}) \cdot \varphi_m^e(\vec{x}). \quad (1.2.17)$$

Тут Λ_m - множина СЕ, що містять вузол з номером m ; $\varphi_m^e(\vec{x})$ - базисна функція СЕ номер e (зазвичай це інтерполяційний поліном), що відповідає вузлу m в межах СЕ об'єму Ω^e ; функція належності до СЕ (оператор інцидентності):

$$\chi^e(\vec{x}) = \begin{cases} 1, & \vec{x} \in \Omega^e \\ 0, & \vec{x} \notin \Omega^e \end{cases}. \quad (1.2.18)$$

Інакше кажучи, замість (1.1.16) маємо скінченно-елементну апроксимацію

$$U_n = U_n(\vec{x}, t) \approx \sum_{m=1}^{N^U} (q_n)_m(t) \cdot \sum_{\Omega^e \in \Lambda_m} \chi^e(\vec{x}) \cdot \varphi_m^e(\vec{x}), \quad (1.2.19)$$

де N^U - загальна кількість вузлів у тілі.

Оскільки для будь-якої точки в межах СЕ $\chi^e(\vec{x}) = 1$ то в межах СЕ

$$\Phi_m(\vec{x}) = \varphi_m^e(\vec{x}). \quad (1.2.20)$$

За межами СЕ $\chi^e(\vec{x}) = 0$, тому в (1.1.19) фактично йде підсумовування тільки по M вузлам того СЕ, в якому розташована розглянута точка з координатами $\vec{x}$. Тому вводиться матриця базисних функцій СЕ $[\phi]$, через яку проводиться тотожна заміна формули (1.1.19):

$$\{U\} = [\phi]\{q\}_e, \quad (1.2.21)$$

де вектор переміщень у вузлах СЕ

$$\{q\}_e = \{(q_1, q_2, q_3)_1, \dots, (q_1, q_2, q_3)_m, \dots, (q_1, q_2, q_3)_M\}^T, \quad (1.2.22)$$

в якому $(q_1, q_2, q_3)_m$ - переміщення m -ного вузла СЕ; $m = 1, 2, \dots, M$. Цей вектор є результатом вибірки значень переміщень $\{q\}_e$ в вузлах даного СЕ з глобального вектора вузлових переміщень $\{q\}$. Оскільки в тривимірному випадку вектор $\{U\}$ має розмірність 3×1 , а $\{q\}_e$ - $3M \times 1$, то розмірність матриці базисних функцій - $3 \times 3M$. Матриця $[\phi]$ - блочна:

$$[\phi] = [[\phi]_1, [\phi]_2, \dots, [\phi]_M], \quad (1.2.23)$$

в якій блок для m -ного вузла має вигляд:

$$[\phi]_M = \begin{bmatrix} \varphi_m^e & 0 & 0 \\ 0 & \varphi_m^e & 0 \\ 0 & 0 & \varphi_m^e \end{bmatrix}. \quad (1.2.24)$$

Для будь-якої точки тіла в межах СЕ вводяться вектори повних і температурних деформацій, напружень:

$$\begin{aligned} \{\varepsilon\} &= \{\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{33}, \gamma_{12}, \gamma_{23}, \gamma_{31}\}^T; \\ \{\varepsilon^T\} &= \{\alpha_T\} \Delta \hat{T} = \{(\alpha_T)_x, (\alpha_T)_y, (\alpha_T)_z, 0, 0, 0\}^T \cdot \Delta \hat{T}; \\ \{\sigma\} &= \{\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{12}, \sigma_{23}, \sigma_{31}\}^T, \end{aligned} \quad (1.2.25)$$

де $\gamma_{mn} = 2\varepsilon_{mn}$ при $m \neq n$.

Вводимо матрицю $[B]$ диференціювання за глобальними координатами, з використанням котрої лінійні рівняння (1.2.7) записуються (малі деформації) у вигляді:

$$\{\varepsilon\} = [B]\{q\}_e. \quad (1.2.26)$$

Оскільки вектор $\{\varepsilon\}$ має розмір 6×1 , а $\{q\}_e$ - $3M \times 1$, то розмір матриці $[B]$ дорівнює $6 \times 3M$. Позначимо:

$$p_{im} = \partial \varphi_m^e / \partial x_i. \quad (1.2.27)$$

Матриця диференціювання – блокова

$$[B] = [[B]_1, [B]_2, \dots, [B]_M], \quad (1.2.28)$$

блоки котрої для ДСК мають таке заповнення:

$$[B]_{m_{\text{ДСК}}} = \begin{bmatrix} p_{1m} & 0 & 0 \\ 0 & p_{2m} & 0 \\ 0 & 0 & p_{3m} \\ p_{2m} & p_{1m} & 0 \\ 0 & p_{3m} & p_{2m} \\ p_{3m} & 0 & p_{1m} \end{bmatrix}. \quad (1.2.29)$$

Лінійний закон Гука (1.2.10) запишемо у вигляді

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon^e\}, \quad (1.2.30)$$

де $[D]$ - матриця модулів пружності. Якщо матеріал пружно-ізотропний, то матриця

$$[D] = 2G(T) \cdot \begin{pmatrix} a & b & b & 0 & 0 & 0 \\ b & a & b & 0 & 0 & 0 \\ b & b & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c \end{pmatrix}, \quad (1.2.31)$$

де $2G(T) = E/(1 + \mu)$; $a = (1 - \mu)/(1 - 2\mu)$; $b = \mu/(1 - 2\mu)$; $c = 0.5$;

$E = E(T)$ – модуль Юнга; $\mu = \mu(T)$ – коефіцієнт Пуассона. Для анізотропних матеріалів матриця $[D]$ також симетрична, але має інакше заповнення.

Використовуючи введені позначення, виразимо варіаційний функціонал в матричному вигляді:

$$F = \sum_e \int_{\Omega^e} \delta\{q\}_e^T [B]^T [D] [B] \{q\}_e d\Omega - \sum_e \int_{\Omega^e} \delta\{q\}_e^T [B]^T [D] [B] \{\alpha_T\} \Delta \hat{T} d\Omega - \\ - \sum_e \int_{\Omega^e} \delta\{q\}_e^T [\phi]^T \{\hat{P}\} dS - \sum_e \int_{\Omega^e} \delta\{q\}_e^T [\phi]^T \{\hat{O}\} d\Omega - \delta\{q\}_e^T [\phi]^T \{\hat{R}\} = 0. \quad (1.2.32)$$

Оскільки вектор вузлових значень переміщень $\{q\}_e$ не залежить від параметрів інтегрування, він, а також вектор $\delta\{q\}_e^T$ можуть бути винесені за межі інтегралу. Позначимо:

$$[K]_e = \int_{\Omega^e} [B]^T [D] [B] d\Omega; \\ \{P\}_e = \int_{\Omega^e} [\phi]^T \{\hat{O}\} d\Omega + \int_{S_P^e} [\phi]^T \{\hat{P}\} dS + [\phi]^T \{\hat{R}\}; \\ \{Q\}_e = [B]^T [D] [B] \{\alpha_T\} \Delta \hat{T} d\Omega. \quad (1.2.33)$$

Оскільки варіації переміщень є довільними, то отримуємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) вигляду

$$[K]\{q\} = \{P\} + \{Q\}, \quad (1.2.34)$$

відносно глобального вектора $\{q\}$ значень вузлових переміщень. Позначено збірки за ступенями свободи

$$[K] = \sum_e [K]_e; \quad \{P\} = \sum_e \{P\}_e; \quad \{Q\} = \sum_e \{Q\}_e. \quad (1.2.35)$$

Вектор $\{P\}$ обумовлений зовнішніми силовими навантаженнями і масовими силами; вектор $\{Q\}$ – фіктивним "навантаженням" від температурних деформацій. До

цієї СЛАР ще потрібно залучити граничні умови зі відомими значеннями переміщень.

2. МОДЕЛЬ ЛІТАКА BOEING 737

2.1 ОСНОВНІ ВІДОМОСТІ



Рисунок 2.1. Boeing 737

Всесвітньо відома компанія Boeing 19 лютого 1965 року заявила світу про свій намір створити транспортний авіалайнер малої дальності Model 737, причому з 2-ма турбовентиляторними двигунами, після чого найбільша авіакомпанія Lufthansa із Західної Німеччини підписала контракт на придбання 21 літака моделі 737 - про це було оголошено одночасно з рішенням авіакомпанії Boeing про запуск виробництва.

Початкова запланована місткість авіалайнера Boeing-737 становить від 60 до 85 туристів, однак після перемовин з а/к Lufthansa було ухвалено рішення про збільшення кількості пасажирів до 100. З цих же міркувань було обрано і довжину фюзеляжу.

Перший авіалайнер моделі 737-100 побачив небо 9 квітня 1967 року, а перший літак "Люфтганзи" здійснив стартовий політ місяцем пізніше.

У результаті авіалайнер Boeing-737 став найпопулярнішим літаком, який використовують у всьому світі. Так, уже до квітня 1990 року було отримано 2773 замовлення, а 1833 лайнери на той час уже було поставлено.

Базові льотно-технічні характеристики лайнера:

- Модифікація лайнера Boeing 737-200

- Розмах крила лайнера - 28.35 метрів
- Довжина лайнера - 30.53 метрів
- Висота лайнера - 11.28 метрів
- Площа крила лайнера - 91.04 кв.метрів
- Маса порожнього спорядженого лайнера - 27'692 кг
- Маса максимальна злітна лайнера - 53'070 кг
- Тип двигуна лайнера 2 ТРДД Pratt Whitney JTD8D-15
- Тяга в кгс лайнера - 2 x 7031
- Максимальна швидкість лайнера - 943 км/год
- Крейсерська швидкість лайнера - 927 км/год
- Економічна швидкість лайнера - 798 км/год
- Практична дальність лайнера - 4'262 км
- Практична стеія лайнера - 10'200 м
- Екіпаж лайнера - 2 людини
- Корисне навантаження лайнера - 103 туриста в змішаних класах або 130 туристів в економічному класі.

2.2 BOEING 737 MAX



Рисунок 2.2. Boeing 737 MAX

Boeing 737 MAX - четверте покоління Boeing 737, вузькофюзеляжний авіалайнер, що виробляється компанією Boeing Commercial Airplanes (BCA), підрозділом американської компанії Boeing. Він прийшов на зміну Boeing 737 Next Generation (NG) і конкурує з сімейством Airbus A320neo. Нова серія була анонсована 30 серпня 2011 року. Перший політ здійснив 29 січня 2016 року, а в березні 2017 року був сертифікований Федеральним управлінням цивільної авіації США (FAA). Першою поставкою став літак MAX 8 у травні 2017 року авіакомпанії Malindo Air, з якою він розпочав експлуатацію 22 травня 2017 року.

737 MAX базується на попередніх моделях 737, з більш ефективними двигунами CFM International LEAP-1B, аеродинамічними змінами, включаючи характерні роздвоєні законцовки крила, та модифікаціями планера. Серія 737 MAX пропонується в чотирьох варіантах, що мають від 138 до 204 пасажирських місць в типовій двокласній конфігурації і дальність польоту від 3300 до 3850 морських миль (6110-7130 км). 737 MAX 7, MAX 8 (включаючи 200-місний MAX 200) і MAX 9 призначені для заміни 737-700, -800 і -900 відповідно, а також доступний подовжений 737 MAX 10. Станом на вересень 2022 року 737 MAX має 4 166 невиконаних замовлень і 926 поставок.

Літак 737 MAX зазнав повторного збою в системі поліпшення маневрених характеристик (MCAS), що призвело до двох катастроф - рейсу 610 авіакомпанії Lion Air та рейсу 302 Ефіопських авіаліній, в яких загалом загинуло 346 осіб. Згодом вона була заборонена в усьому світі з березня 2019 року по листопад 2020 року. FAA зазнало критики за захист літака і було останнім великим органом, який заборонив його експлуатацію. Розслідування звинуватило Boeing у приховуванні дефекту та прогалинах у сертифікації FAA літака для польотів. Компанія "Боїнг" виплатила 2,5 мільярда доларів США у вигляді штрафів і компенсацій, щоб врегулювати справу про шахрайську змову, порушену Міністерством юстиції США проти компанії. Подальші розслідування також показали, що FAA та Boeing вступили у змову при проведенні випробувальних польотів, намагалися приховати важливу інформацію, а також те, що FAA помстилося інформаторам.

Федеральне управління цивільної авіації США (FAA) дозволило повернення до експлуатації 18 листопада 2020 року за умови внесення необхідних змін у конструкцію та підготовку літака. Канадські та європейські органи влади дали дозвіл лише наприкінці січня 2021 року, а китайська влада - на початку грудня, оскільки понад 180 країн зі 195 скасували санкції. Понад 450 літаків МАХ очікували поставки в листопаді 2020 року; 335 залишалися до січня 2022 року. За оцінками Boeing, відставання буде в основному ліквідовано до кінця 2023 року, після того, як його портфель замовлень скоротився майже на 1000 літаків через скасування через втрату довіри до літаків.

2.2.1 ОСНОВНІ ВІДОМОСТІ



Рисунок 2.3. Airbus A320neo

В середині 2011 року однією з цілей проектування було приведення витрат палива 737 МАХ до рівня витрат палива літака Airbus A320neo, який мав перевагу в 15%. Початкове скорочення 737 МАХ становило 10-12%; пізніше воно було збільшено до 14,5%. Вентилятор був збільшений з 61 дюйма (150 см) до 69,4 дюйма (176 см) за рахунок підняття носового оперення і розміщення двигуна вище і вперед. Роздвоєне закінцівку крила додало 1-1,5% зниження витрати палива, а піднятий хвостовий конус - ще 1%. Електронне керування системою стравлювання повітря підвищило її ефективність. На мотогондолі нового двигуна з'явилися шеврони, подібні до шевронів Boeing 787, що також сприяло зниженню шуму двигуна.

2.2.1.1 АЕРОДИНАМІЧНІ ЗМІНИ

Пристрій з роздвоєним закінцівкою крила призначений для зменшення вихрового опору, підвищення паливної ефективності та максимізації підйомної сили,

залишаючись в тих же воротах аеродрому ІКАО, що і поточні Boeing 737. Він простежує свою конструкцію до двопалубної концепції McDonnell Douglas MD-12 1990-х років, запропонованої для аналогічних обмежень воріт до злиття з Boeing. Прогнозується, що літак MAX 8 з 162 пасажирами, які здійснюють політ на 3 000 морських миль (5 600 км), матиме на 1,8% краще спалювання палива, ніж літак зі змішаним крилом, і на 1% більше на 500 нмі (930 км) при швидкості 0,79 Маха. Нове крило має загальну висоту 9 футів 6 дюймів (2,90 м).



Рисунок 2.4. Пристрій з роздвоєною закінцівкою крила

Компанія Aviation Partners пропонує аналогічне закінцівку "Split-Tip Scimitar" для попередніх 737NG. Вона нагадує тристоронній гібрид змішаної закінцівки, огорожі закінцівки і загірбущої закінцівки крила.

Інші вдосконалення включають змінений контур хвостового конуса, переглянутий впуск і випуск допоміжної силової установки, видалення вихрових генераторів у хвостовій частині корпусу та інші невеликі аеродинамічні вдосконалення.

Двигуни на 737 MAX також були перекомпоновані, що призвело до зміни аеродинамічних характеристик планера. Через близьке розташування літака до землі, більші і більш економічні двигуни не мали достатнього кліренсу. В результаті двигуни були встановлені вище і далі вперед на крилах, змінюючи аеродинамічні

характеристики. Для обліку небажаних аеродинамічних змін був впроваджений закон управління польотом на основі програмного забезпечення MCAS.

2.2.1.2 КОНСТРУКТИВНІ ТА ІНШІ ЗМІНИ

Підвищена на 8 дюймів (20 см) стійка носового оперення зберігає той самий 17-дюймовий (43 см) дорожній просвіт, що і попередні мотогондоли двигунів 737. [Нові стійки і мотогондоли для більш важких двигунів додають об'єму, основне шасі і несуча конструкція були посилені, а обшивка фюзеляжу в деяких місцях стала товстішою - таким чином, маса порожнього літака MAX 8 збільшилася на 6500 фунтів (2900 кг).[24] Для збереження палива і вантажопідйомності максимальна злітна вага літака збільшена на 7000 фунтів (3200 кг).

Компанія Rockwell Collins була обрана для постачання чотирьох рідкокристалічних дисплеїв з діагоналлю 15,1 дюйма (380 мм), які використовуються на 787, для поліпшення обізнаності пілотів про ситуацію і підвищення ефективності роботи. Boeing не планує ніяких серйозних модифікацій для польотної палуби 737 MAX, так як хоче зберегти спільність з сімейством 737 Next Generation. Генеральний директор Boeing Commercial Airplanes Джим Олбо заявив у 2011 році, що додавання нових систем управління буде "дуже мінімальним". Однак, розширені спойлери 737 MAX управляються по радіоканалу. Більшість систем переноситься з 737NG, щоб забезпечити короткий курс навчання для підвищення кваліфікації льотних екіпажів.

На додаток до системи регулювання швидкості (STS), автоматична система управління стабілізатором була вдосконалена, включивши MCAS. У порівнянні з STS, MCAS має більші повноваження і не може бути відключена за допомогою перемикачів відсікання кормової та носової колонок. Перемикачі стабілізатора обшивки центральної консолі були перепідключені заново. На відміну від попередніх версій 737, функції автоматичного управління триммерами стабілізатора не можуть бути відключені, зберігаючи при цьому функціональність електричних перемикачів триммерів.

MCAS була визнана необхідною компанією Boeing для досягнення своєї внутрішньої мети - мінімізації вимог до підготовки пілотів, які вже мають

кваліфікацію на 737NG. Система MCAS повинна була автоматично пом'якшити тенденцію до набору висоти при новій геометрії польоту через те, що двигуни розташовані далі вперед і вище, ніж на попередніх моделях 737. Під час повторної оцінки літака в лютому 2020 року FAA і EASA визначили, що характеристики стійкості і зваливаєності літака були б прийнятними як з системою MCAS, так і без неї.

В якості виробничого стандарту 737 MAX оснащений інтер'єром Boeing Sky Interior з верхніми контейнерами і світлодіодним освітленням, заснованим на інтер'єрі Boeing 787.

2.2.1.3 ДВИГУНИ



Рисунок 2.5 Двигун літака Boeing 737 MAX

У 2011 році LEAP-1B спочатку був на 10-12% ефективнішим, ніж попередній 61-дюймовий (156 см) CFM56-7B для 737NG. 18-лопатевий вентилятор з тканого вуглецевого волокна забезпечує коефіцієнт перепуску 9:1 (порівняно з 5,1:1 у попереднього 24-лопатєвого титанового вентилятора), що на 40% зменшує шумовий слід. Байпас CFM56 коливається від 5,1:1 до 5,5:1. Двокотушкова конструкція має секцію низького тиску, що складається з вентилятора та трьох бустерних ступенів, які приводяться в дію п'ятьма осьовими турбінами, та секцію високого тиску з 10-ступінчастим осьовим компресором, що приводиться в дію двоступінчастою турбіною. Загальне співвідношення тиску 41:1 збільшилося з 28:1, а вдосконалені матеріали гарячої секції, що забезпечують більш високі робочі температури, дозволяють на 15% знизити питому витрату палива на тягу (TSFC), а також на 20% знизити викиди вуглецю, на 50% знизити викиди оксидів азоту, хоча кожен двигун важить на 849 фунтів (385 кг) більше при вазі 6 129 фунтів (2 780 кг).

У серпні 2011 року Boeing довелося вибрати між 66-дюймовим (168 см) або 68-дюймовим (173 см) діаметром вентилятора, що вимагало зміни шасі для підтримки дорожнього просвіту 17 дюймів (43 см) під новими двигунами; генеральний директор Boeing Commercial Airplanes Джим Олбо заявив, що "з більшим вентилятором ви отримуєте більшу ефективність завдяки коефіцієнту обтікання [але також] більшу вагу та більший опір", з більшою кількістю змін планера.

У листопаді 2011 року Boeing вибрав більший діаметр вентилятора, що вимагало довшого на 6-8 дюймів (15-20 см) носового шасі. У травні 2012 року Boeing ще більше збільшив вентилятор до 69,4 дюйма (176 см), в парі з меншим сердечником двигуна в рамках незначних змін конструкції до остаточної конфігурації в середині 2013 року.

Мотогондола має шеврони для зменшення шуму, як у 787-го. Новий цифровий регулятор випуску повітря підвищить її надійність. Нові мотогондоли, більші та більш висунуті вперед, мають аеродинамічні властивості, які сприяють подальшому збільшенню висоти польоту. Більший двигун розташований консольно попереду і трохи вище крила, а обшивка мотогондоли двигуна з ламінарним потоком являє собою цілісний алюмінієвий лист GKN Aerospace, виготовлений за зразком 787-го.

3. ЦЕНТРОПЛАН В КОНСТРУКЦІЇ ЛІТАКА

3.1 ОСНОВНІ ВІДОМОСТІ

Центроплан - центральна частина крила (або оперення) літака, що з'єднує праву і ліву площини крила (оперення). [699]

Оскільки до центроплана кріпляться окремі частини крила, а на низькопланах і середньопланах на центроплані найчастіше розташовані вузли навішення шасі, то центроплан є найважливішим елементом конструкції літака, який сприймає всі основні навантаження. [699]

Центроплан часто складає єдине ціле з фюзеляжем, може закріплюватися:

- над фюзеляжем на стійках і розчалках (як, наприклад, на біплані Ан-2),
- кріпитися до верху фюзеляжу (високоплани Ан-10, Ан-26),
- проходити через середню (середньоплан МіГ-15) або
- нижню частину фюзеляжу (низькоплан Ту-154),
- являти собою силову конструкцію усередині фюзеляжу (бак-відсік негативних перевантажень Ту-22М3), або
- просто конструктивно відсутніми в принципі — тоді центропланом за традицією називають середню частину фюзеляжу між площинами крила. [699]

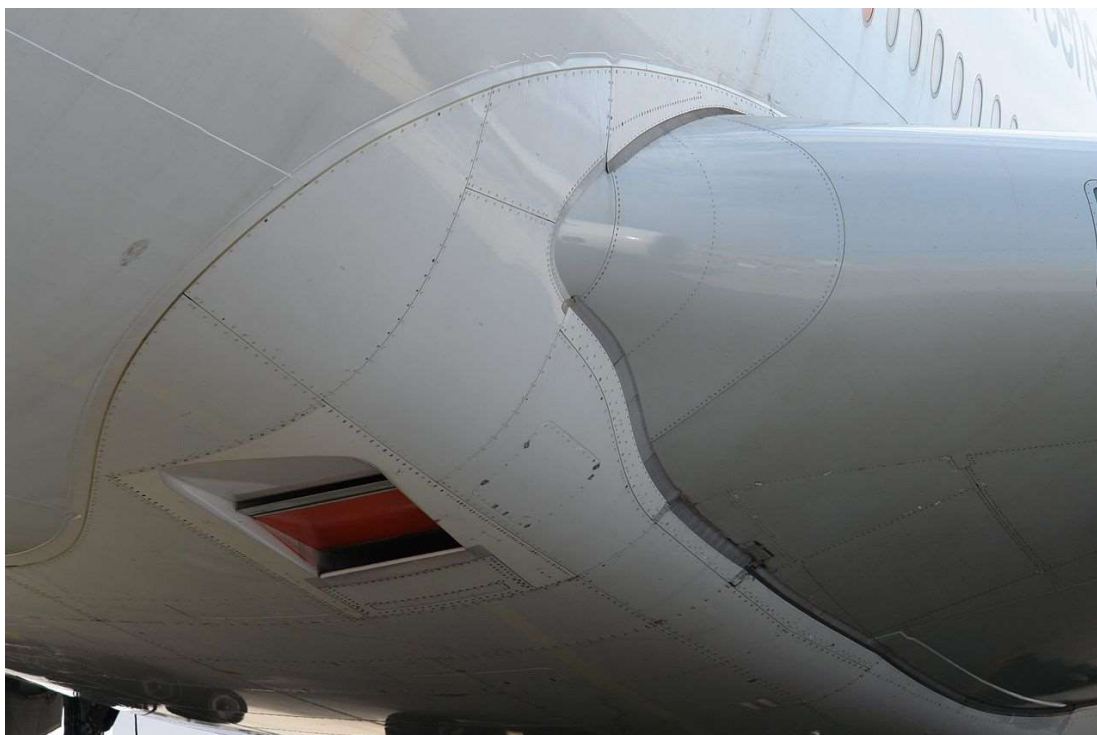


Рисунок 3.1 З'єднання крила з центропланом

3.2 КОНСТРУКЦІЯ ЦЕНТРОПЛАНА

Розглянемо конструкцію центроплана.

Крило літака (див. **Ошибка! Источник ссылки не найден.**) вільнонесуче, низько розташоване, суцільнометалевої кесонної конструкції. Складається з центроплана, двох середніх і двох окремих частин. Середні і відокремлені частини крила розташовані, симетрично щодо фюзеляжу і стикуються з центропланом і між собою фланцевими з'єднаннями по нервюрам № 1 і №15. [10]

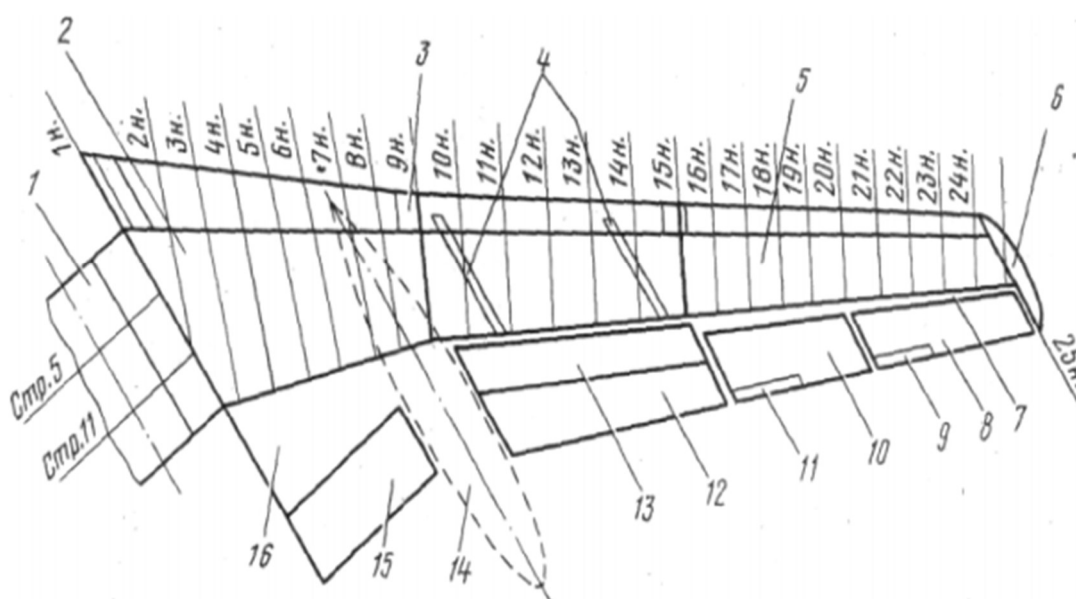


Рисунок 3.2 Схема крила: 1 - центроплан; 2 - середня частина крила; 3 - знімний носок; 4 - аеродинамічні ребра; 5 - від'ємна частина крила (ОЧК); 6 - кінцевий обтікач; 7 - хвостова частина крила; 8- зовнішній елерон; 9 - флетнер елерона; 10 - внутрішній елерон; 11 - тріммер-флетнера; 12 - зовнішній закрилок; 13 - інтерцептори; 14 - гондола шасі; 15 - внутрішній закрилок; 16 - хвостова частина крила.

Центроплан являє собою дволонжеронний кесон з працюючою обшивкою, підкріплений стрингерами. Нервюри ділять центроплан на чотири відсіки. У двох крайніх відсіках проходять тяги управління літаком, магістралі гідроустаткування і гермокани, призначені для проводок електро- і радіопристроїв. На ділянці, що перебуває усередині фюзеляжу, верхня панель і лонжерони центроплана виконані герметичними. [10]

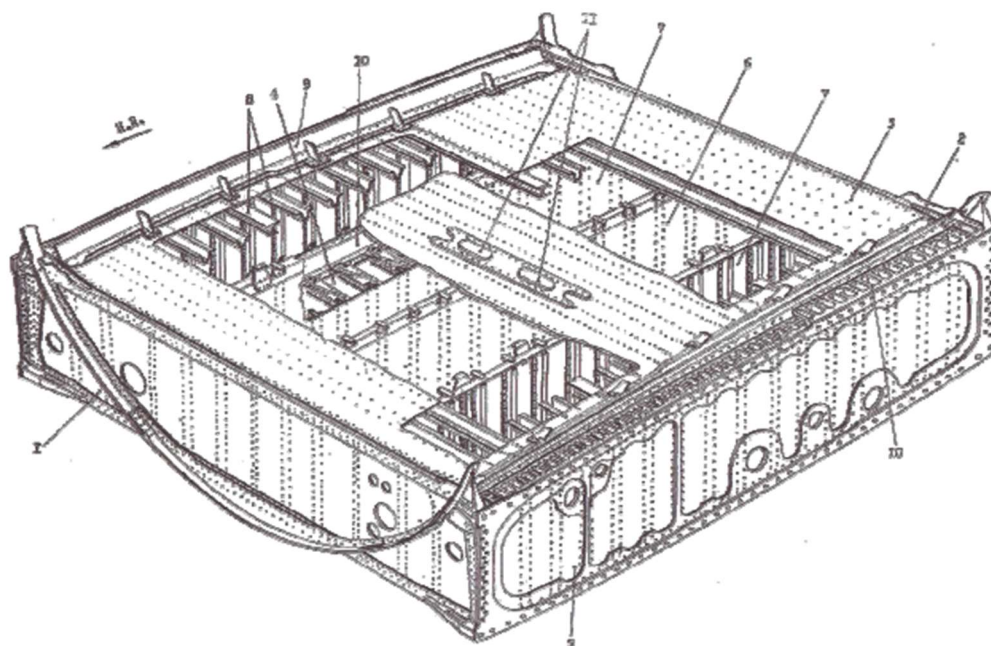


Рисунок 3.3 Будова центроплана: 1-передній лонжерон; 2-задній лонжерон; 3 верхня панель; 4-нижня панель; 5-роз'ємна нервюра; 6 осьова нервюра; 7-проміжна нервюра; 8-стрингери; 9- кутовий профіль; 10 профіль роз'єму; 11-люк

3.3 ОСНОВНІ СКЛАДОВІ ЦЕНТРОПЛАНА

Лонжерон - це поздовжній основний елемент силового набору літака. Він виконує функцію передачі розтягують, згинальних, стискають і інших типів навантажень. Існує кілька видів лонжеронів - балкові, ферменно-балкові, ферменні, коробчаті. Крім того, лонжерони беруть участь в сприйнятті перерізують сили. Коробчатого і круглого перетину лонжерони здатні сприймати крутний момент. [11]



Рисунок 3.4 Лонжерони в перерізі крила

Нервюра - елемент поперечного силового набору каркаса крила, оперення і інших частин літального апарату, призначений для надання їм форми профілю. Нервюри закріплюються на поздовжньому силовому наборі (лонжерони, кромки, стрингери), є основою для закріплення обшивки. [12]



Рисунок 3.5 Крило без обшивки з нервюрами і проходящим через них лонжероном

Стрингер - поздовжній елемент силового набору літального апарату, пов'язаний з обшивкою і нервюрами крила або шпангоутами фюзеляжу. Призначений для сприйняття осьових зусиль розтягування і стиснення. Він сприймає також і місцеві аеродинамічні навантаження, підкріплює обшивку, підвищуючи її жорсткість. Залежно від призначення і розташування стрингери бувають місцевого посилення (в місцях дії зосереджених навантажень або по краях вирізів в обшивці), типові (забезпечують жорсткість конструкції), стикові (по стиках обшивки), лобові і кінцеві. У конструкціях сучасних літаків встановлюються стрингери з пресованих і гнутих профілів з кроком 150 ... 400 мм. Для підвищення живучості конструкції в місцях можливої появи тріщини в обшивці ставляться стрингери з високоміцних матеріалів, які виконують роль обмежувачів поширення тріщини («стопери»). [13]



Рисунок 3.6 Стрингерний фюзеляж літака Boeing 747

4. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

4.1 МЕТА

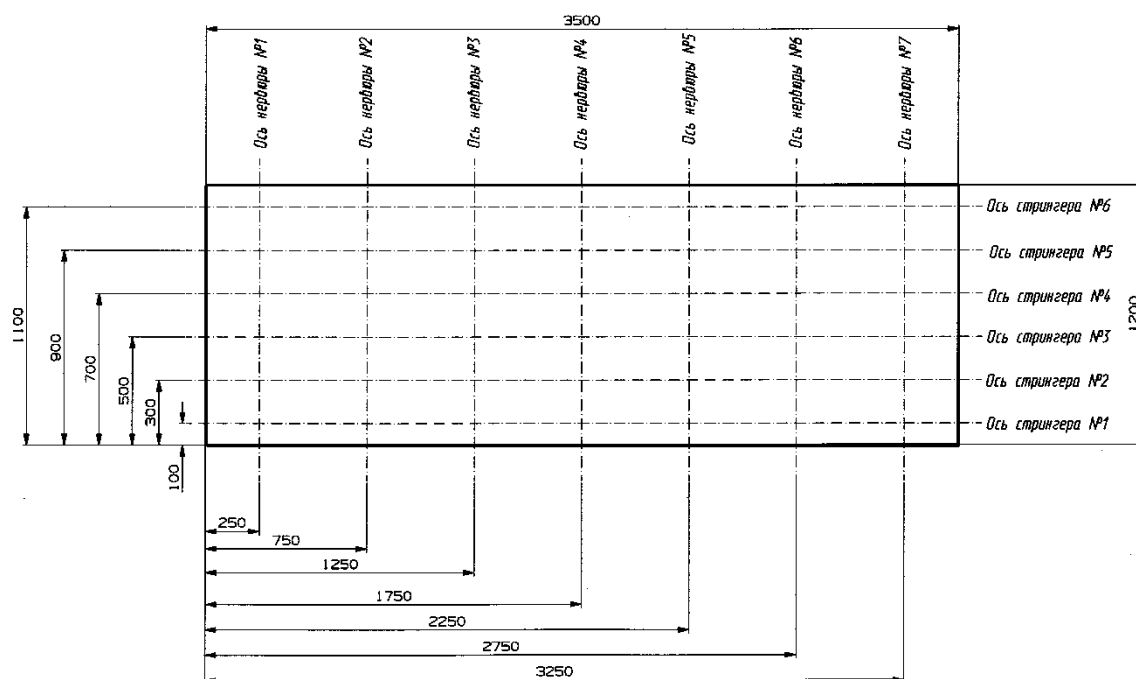
У цій магістерській дисертації було поставлено основне завдання - створення методики розрахунку і аналіз напружено-деформованого стану центроплану літака на прикладі моделі Boeing 737 MAX.

4.2 ОБ'ЄКТ РОЗРАХУНКУ

Об'єктом розрахунку та аналізу НДС є центроплан літака Boeing 737 MAX.

4.3 ВИХІДНІ ДАНІ

4.3.1 СКЛАДАЛЬНІ КРЕСЛЕННЯ ЗБІРКИ



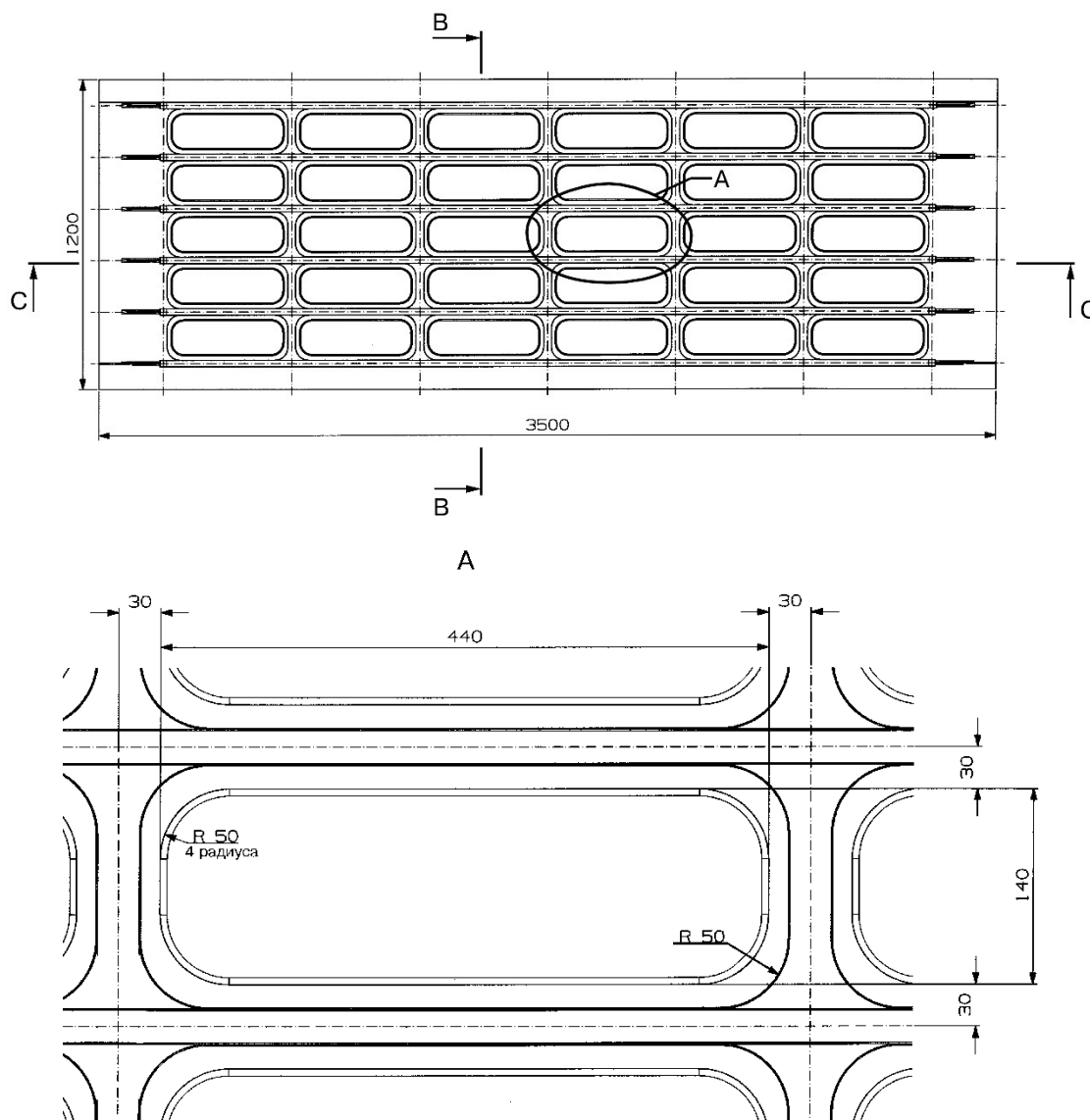


Рис. 4.1 Креслення панелі центроплану

4.3.2 ПОБУДОВА 3D МОДЕЛІ ЦЕНТРОПЛАНА

Згідно з кресленням (рис.4.1) завданням побудуємо панель центроплану крила в системі автоматизованого проектування CATIA V5. Модель має дві осі симетрії, тому побудуємо спочатку $\frac{1}{4}$ панелі центроплану.

Спочатку скористаємось функцією Sketch для побудови перерізу С-С. Після завершення побудови креслення скористаємось функцією Pad для видавлювання перерізу на довжину 600 мм. Отримали наступний результат (див. Рис. 4.2.).

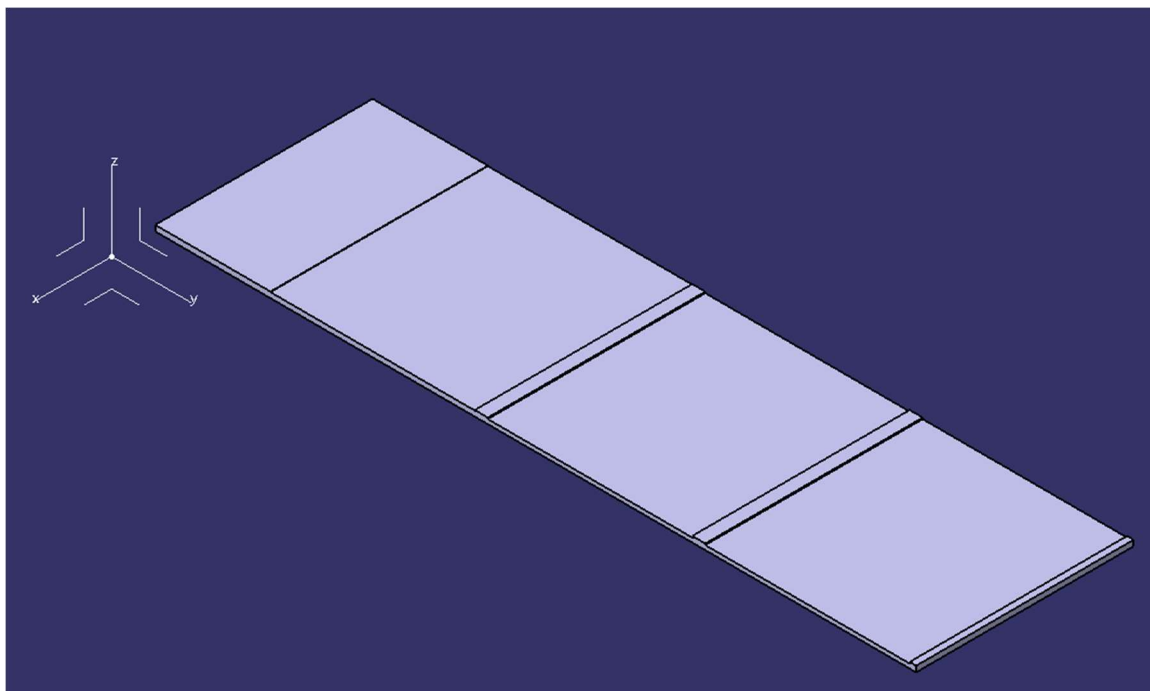


Рисунок 4.2. Модель після побудови перерізу C-C та функції Pad

Далі будуємо переріз В-В за допомогою функції Sketch. Після завершення операції за допомогою функції Pad видавлюємо переріз на довжину 1750 мм. Результат зображено на Рисунок .

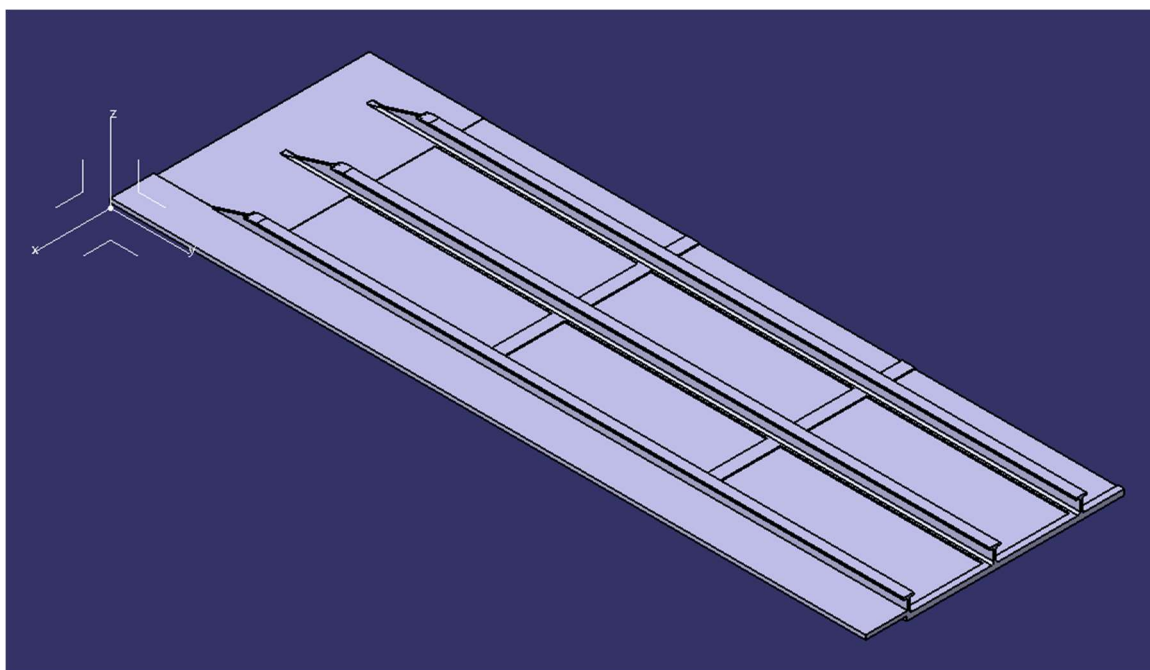


Рисунок 4.3. Модель разом з перерізом В-В та перерізом C-C

Скористаємось функцією Mirror для відзеркалювання нашої моделі відносно двох осей симетрії. Отримали наступний результат (див. Рис. 4.4).

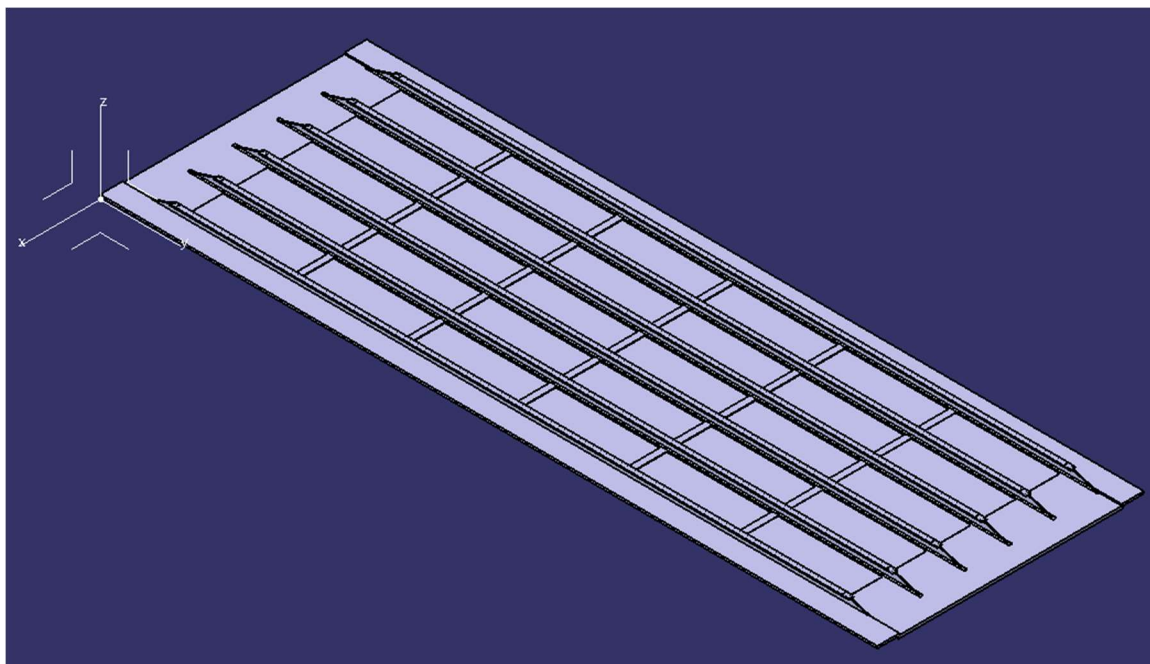


Рисунок 4.4. Вигляд моделі після функції Mirror

Для побудови вигляду А скористаємось функцією Pocket. Після завершення операції розмножимо вигляд А на 30 штук за допомогою функції RectPattern. Для завершення побудови моделі потрібно заокруглити необхідні кути, для цього використаємо функцію EdgeFillet. Остаточний результат матиме вигляд (див. 4.5.).

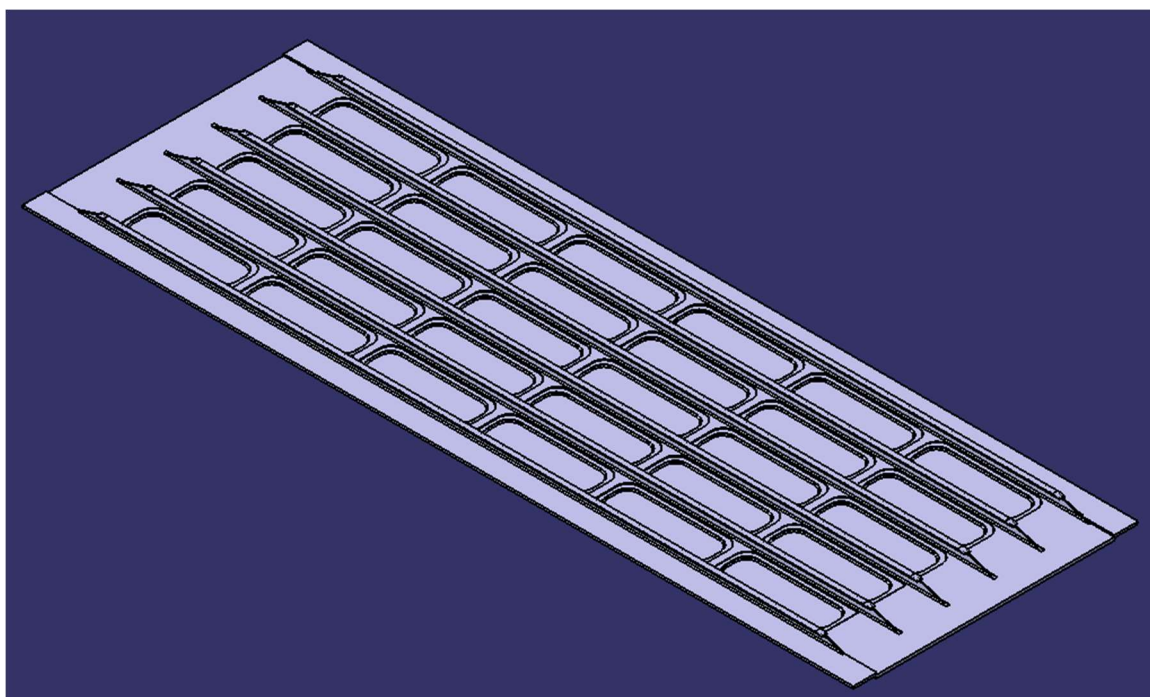


Рисунок 4.5. Побудована модель центроплана

3D моделювання центроплана виконаємо в системі автоматизованого проектування CATIA V5. Модель складається з таких деталей: верхня та нижня панель з стрингерами; 7 нервюр; 2 лонжерона.

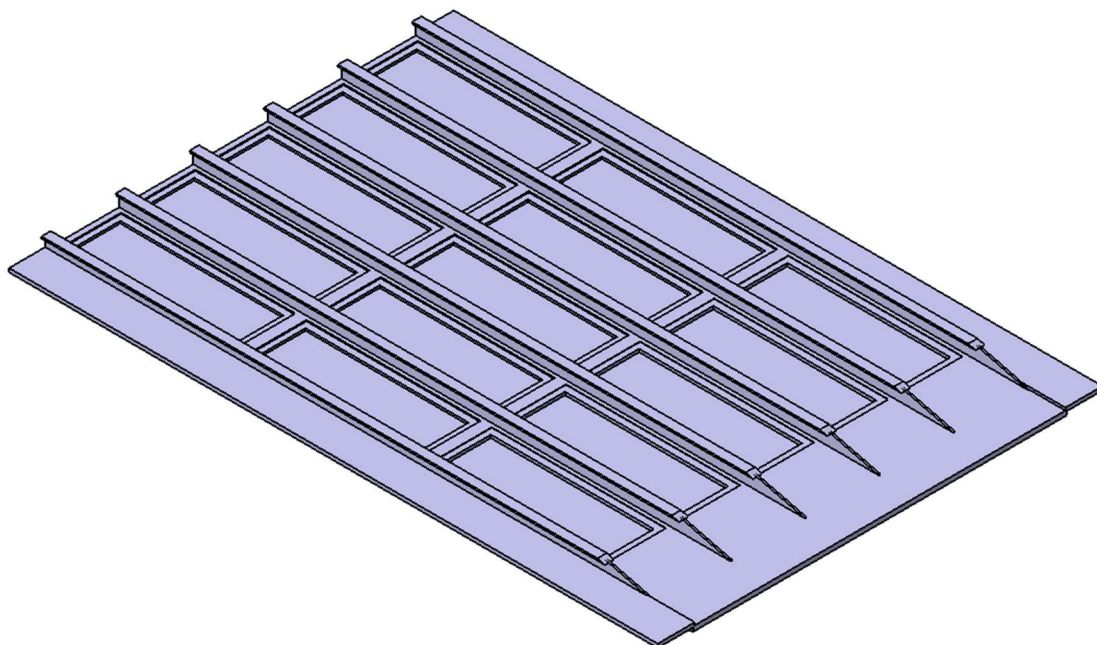


Рисунок 4.6. Панель центроплана

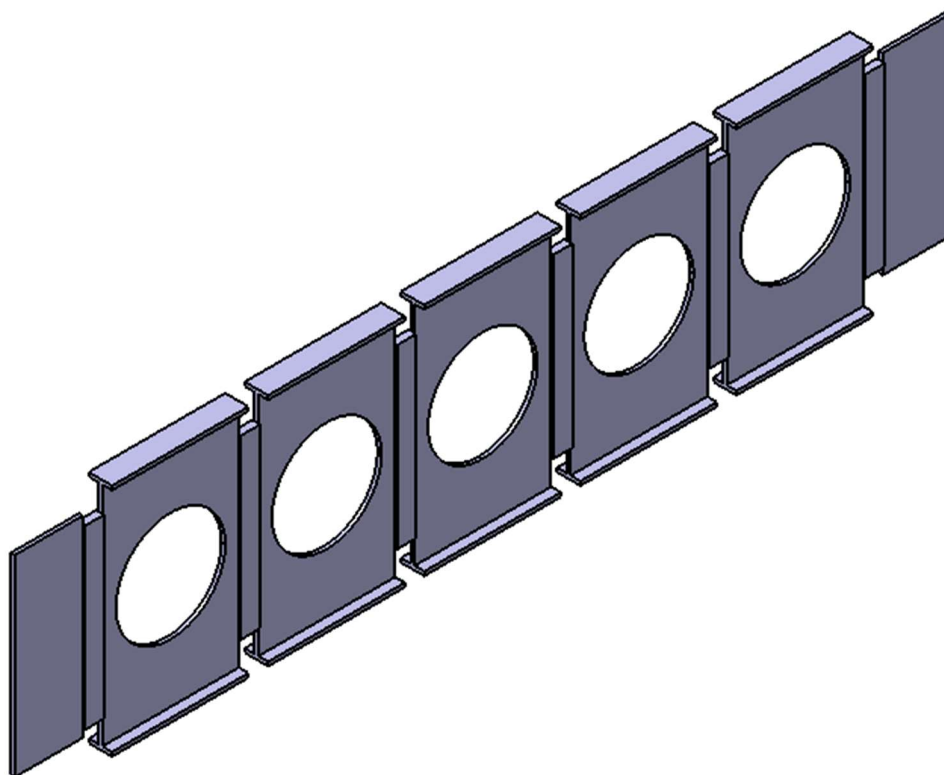


Рисунок 4.7. Нервюра

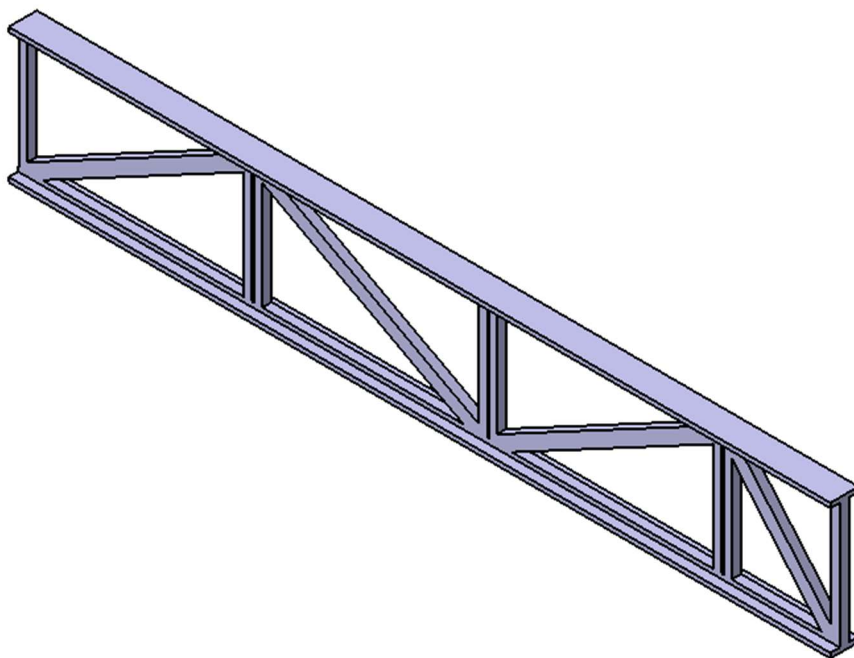


Рисунок 4.8 Лонжерон

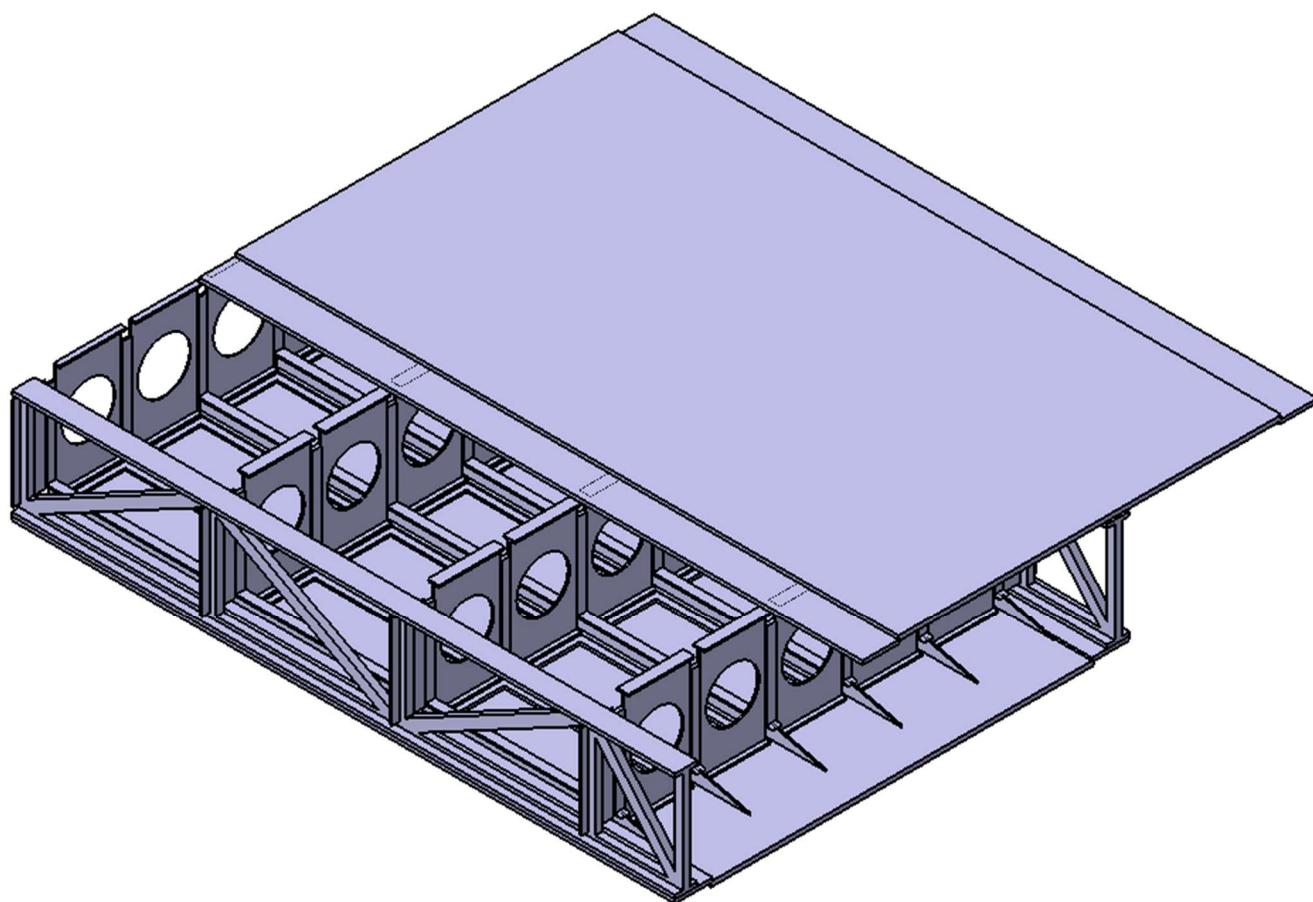


Рисунок 4.9 3D модель центроплана з відкинутою верхньою панеллю

5. АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ РОЗРАХУНКУ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ЦЕНТРОПЛАНА

5.1 МЕТОДИКА РОЗРАХУНКУ

5.1.1 СТВОРЕННЯ СКІНЧЕННО-ЕЛЕМЕНТНОЇ МОДЕЛІ

Створимо скінченно-елементну модель центроплана в програмі інженерного аналізу FEMAP. Для цього спочатку імпортуємо геометричну модель в FEMAP (див. Рис. 5.1.)

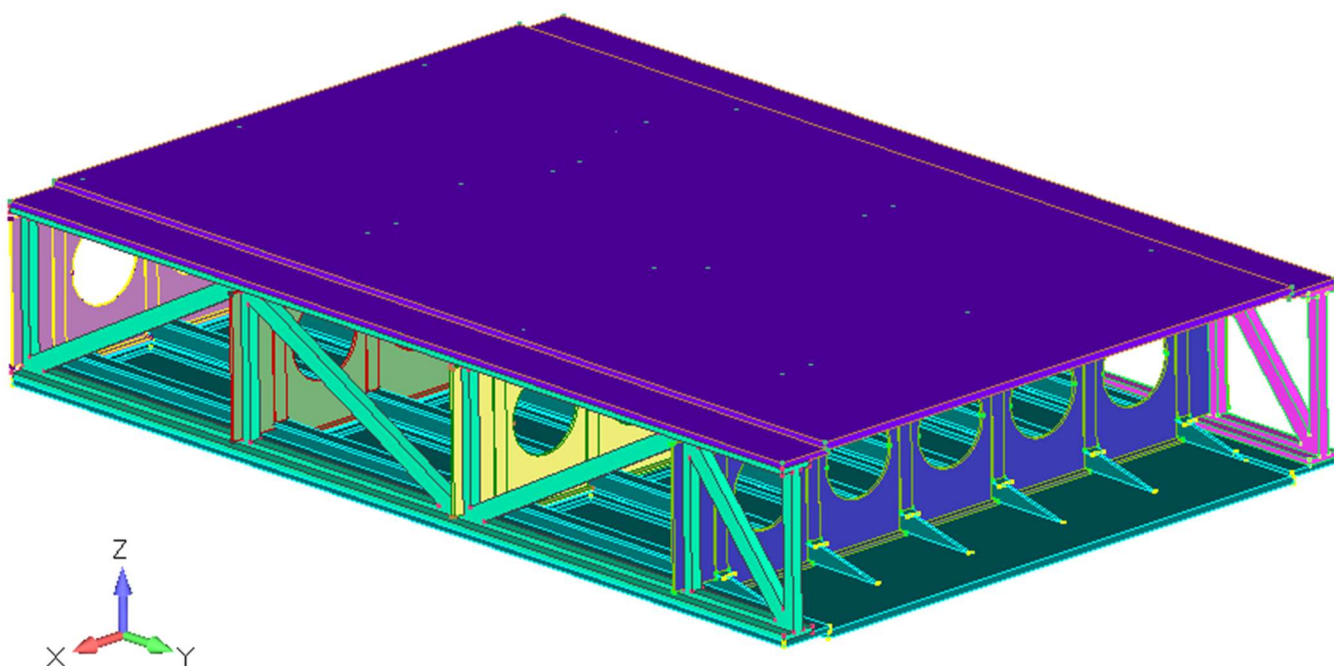


Рисунок 5.1 Вигляд геометричної моделі в програмному середовищі “Femap”

Далі потрібно задати необхідні матеріали. Для панелей та нервюр був вибраний матеріал алюміній В95 ($E = 0.72 \cdot 10^5$ МПа; $\mu = 0.32$), а для лонжеронів взяли алюміній Д16 ($E = 0.71 \cdot 10^5$ МПа; $\mu = 0.3$). Після задання матеріалу, створимо необхідні властивості скінченних елементів. Виберемо тип Solid та необхідний матеріал. Для побудови сітки на панелях виберемо мінімальний розмір елемента 20 мм, для нервюр 10 мм, а для лонжеронів 20 мм. Для того, щоб з’єднати елементи сітки, виконаємо команду Tools → Check → Coincident Nodes. Побудована сітка скінченних елементів матиме наступний вигляд (див. Рис. 5.2.).

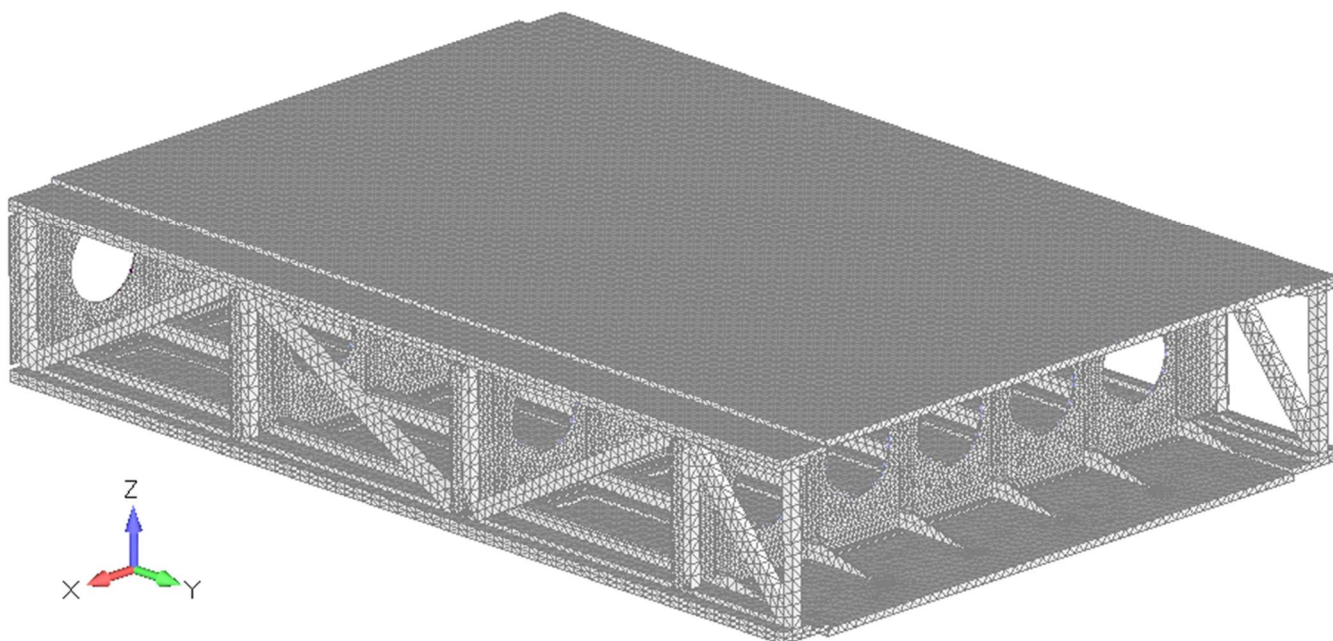


Рисунок 5.2. Скінченно-елементна модель центроплана

5.1.2 ГРАНИЧНІ УМОВИ

Далі закріпимо необхідні грані і прикладемо одиничну силу до бокової поверхні верхньої та нижньої панелі. (див. Рис. 5.3.)

V: 1
L: 1
C: 1

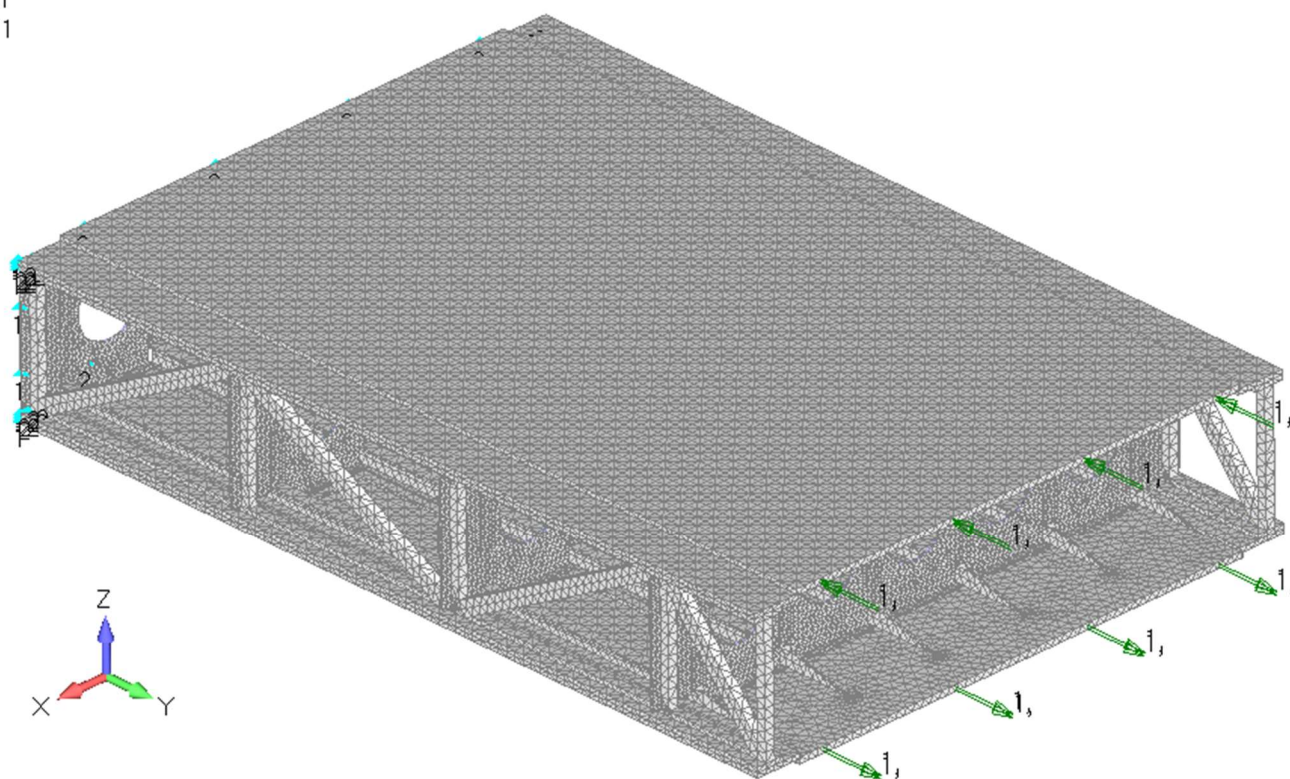


Рисунок 5.3. Розрахункова модель центроплана

5.1.3 МЕТОДИКА РОЗРАХУНКУ

Проведемо розрахунок моделі, тип задачі – Static. Зобразимо результати розрахунків, а саме еквівалентні за Мізесом напруження, МПа (див. Рис. 5.4.).

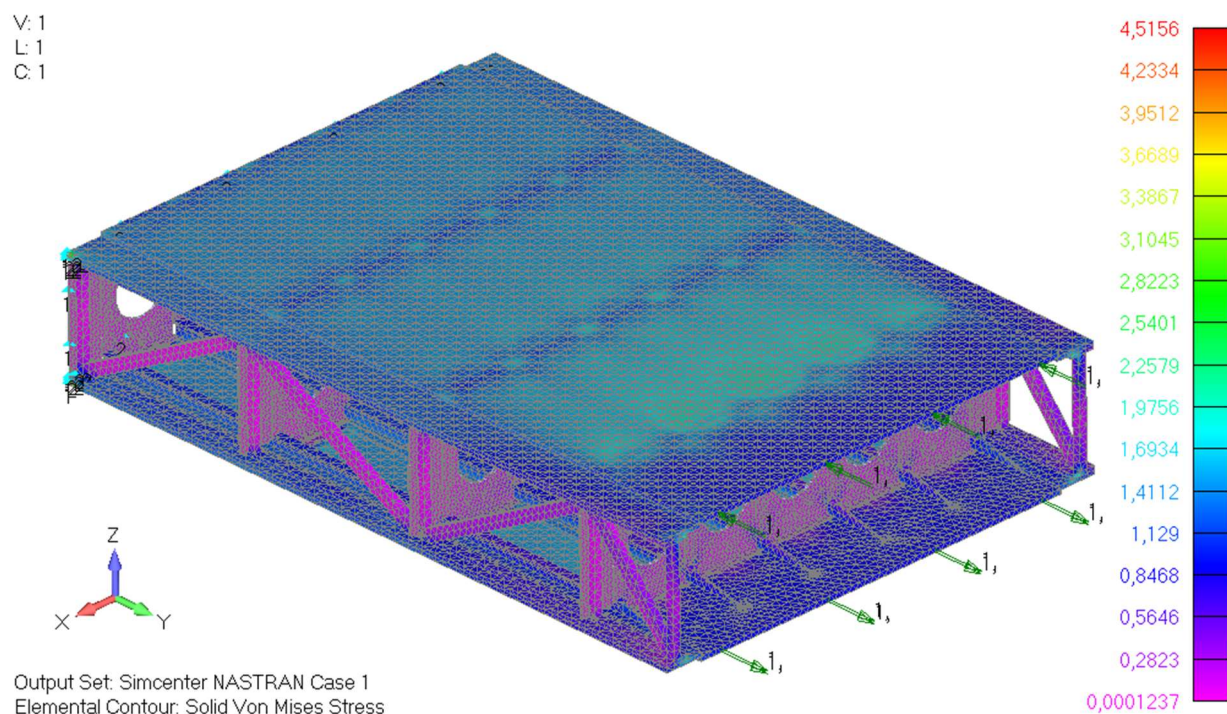


Рисунок 5.4. Результат розрахунку скінченно-елементної моделі

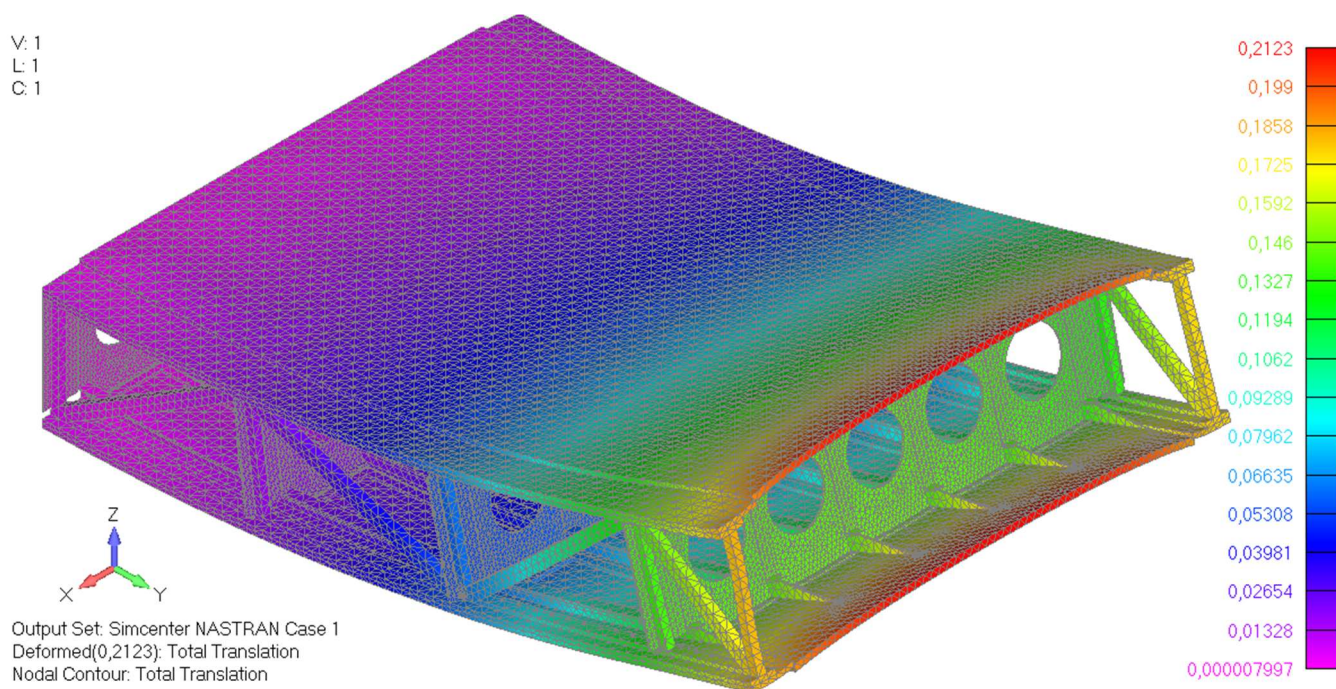


Рисунок 5.5. Деформований стан моделі

Для більш наглядних результатів побудуємо графіки розподілу напружень вздовж y посередині на верхній та нижній панелях, а також, графік вздовж x на верхній панелі між двома нервюрами.

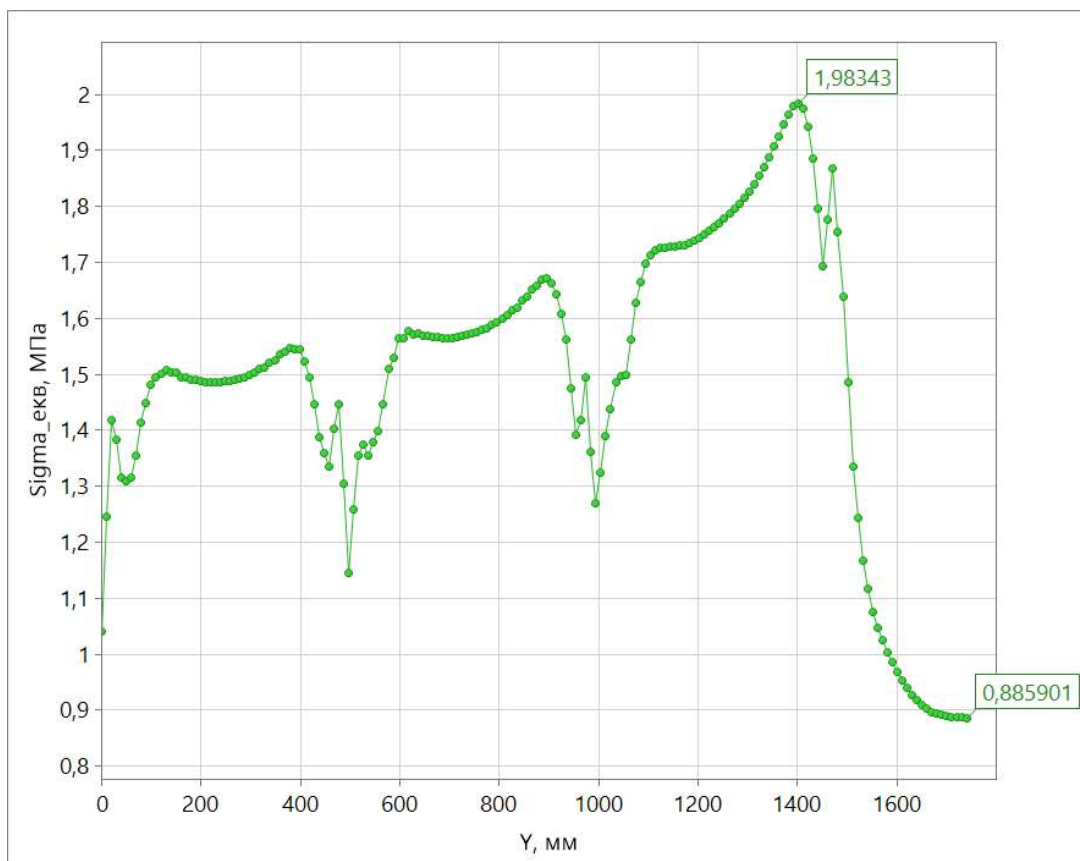


Рисунок 5.6. Графік розподілу напружень вздовж у на верхній панелі

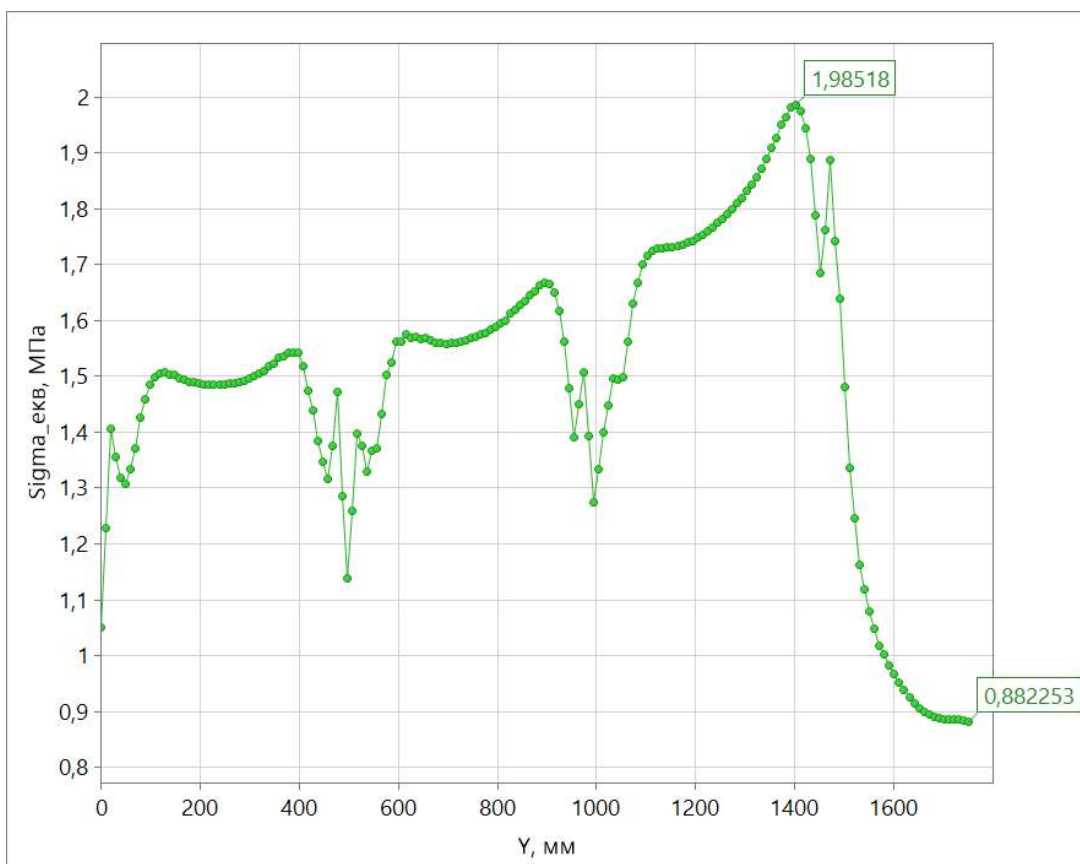


Рисунок 5.7. Графік розподілу напружень вздовж у на нижній панелі

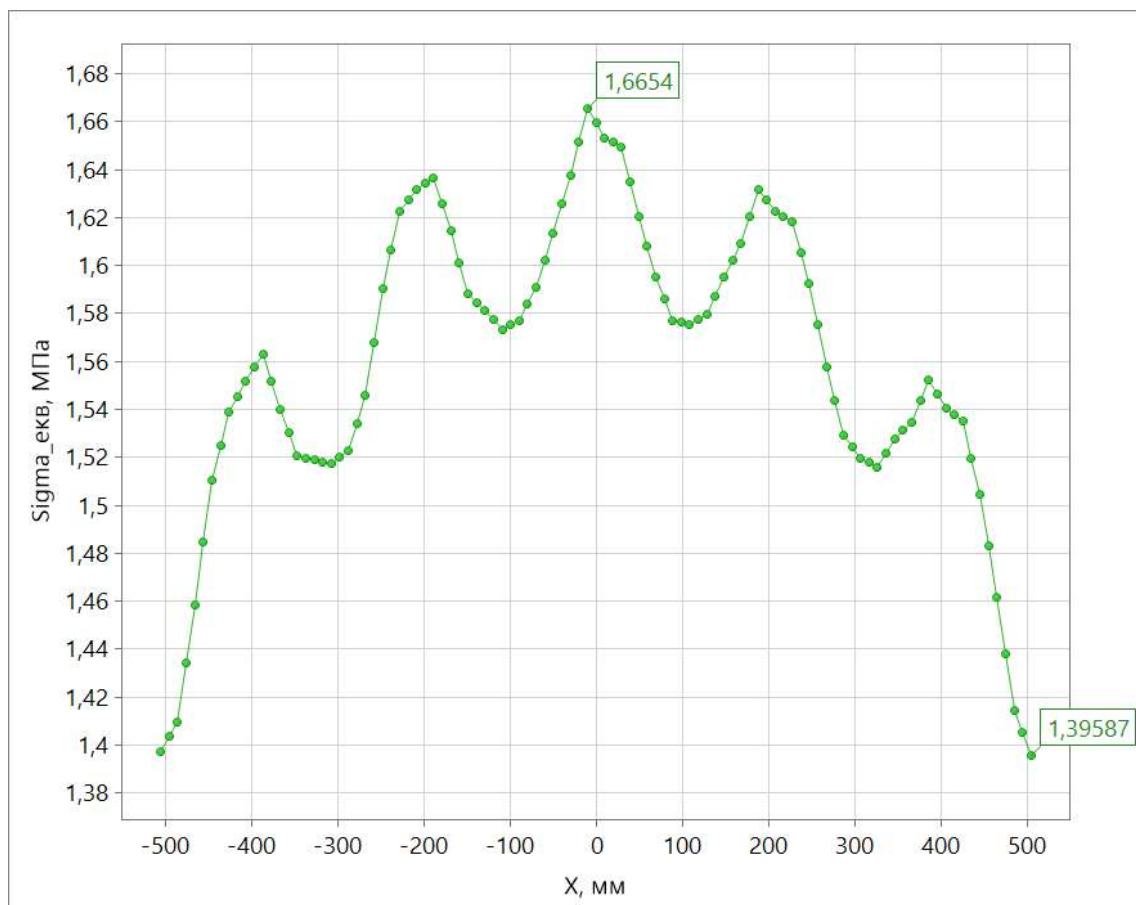


Рисунок 5.8. Графік розподілу напружень вздовж x на нижній панелі

5.2 ВИСНОВКИ

В цій магістерській дисертації було розроблено методику розрахунку напружено-деформованого стану літака Boeing 737 модифікації MAX. Також, проведений огляд актуальності проблеми конструювання та розрахунку центроплана в авіабудуванні, та його основні складові. В системі автоматизованого проектування CATIA V5 було побудовано деталі центроплана, а також виконана збірка загальної 3D моделі. В програмі інженерного аналізу FEMAP я побудував скінченно-елементну сітку моделі, а також, провів розрахунок напружено-деформованого стану. За результатами розрахунків робимо висновок, що в цілому напруження в моделі розподіляються рівномірно, але є концентрації напружень в місцях з'єднання деталей між собою. Тому, представлена методика розрахунку напружено-деформованого стану літака Boeing 737 модифікації MAX є доцільною та актуальною.

6. РОЗРОБЛЕННЯ СТАРТАП ПРОЄКТУ

6.1 ОПИС ІДЕЇ ПРОЄКТУ

В розділі проведено маркетинговий аналіз стартап проекту, визначені можливості та доцільність його впровадження на ринок.

Таблиця 6.1 Опис стартап-проекту

Зміст проекту	Напрямки застосування	Вигоди для користувача
Метод розрахунку центроплану літака Boeing 737	Авіабудівна галузь	1)Точна оцінка напружено-деформованого стану
		2) Врахування особливостей конструкції
		3) Створення 3D та СЕ моделі центроплану

Запропонована автором отримана залежність дозволяє розробити метод розрахунку напружено деформованого стану центроплану літака Boeing 737 з врахуванням особливостей його конструкцій. Також створена 3D та СЕ модель центроплану.

Конкурентами в нашій роботі є: розробники компанії Boeing.

6.2 ТЕХНОЛОГІЧНИЙ АУДИТ

Ідею проекту можна реалізувати за допомогою проектних розрахунків.

В табл. 6.2 проведений аналіз потенційних техніко-економічних переваг даної ідеї у порівнянні з конкурентом №1

Таблиця 6.2 Визначення сильних, слабких та нейтральних характеристик ідеї проекту

№ п/п	Техніко-економічні характеристики ідеї	W	N	S
1.	Грошові витрати		—	Мій проект та конкурент
2	Складність розрахунку	—	—	—
3	Точна оцінка НДС центроплану	Конкурент	—	Мій проект
	3D та CE моделі центроплану	—	Конкурент	Мій проект

Визначення технологічної здійсненності ідеї проекту наведено в табл. 6.3

Таблиця 6.3 технологічна здійсненність ідеї проекту

№ п/п	Ідея проекту	Технологія її реалізації	Наявність технології	Доступність технології
1.	Використання методу, який дозволяє визначити напружено-деформований стан центроплану літака Boeing 737.	Теоретичний розрахунок	є	є
		Практичне використання		
Обрана технологія може бути реалізована				

По показникам характеристики стану ринку можна зробити висновок, що даний проект є рентабельним.

Визначення потенційних груп клієнтів.

Потенційні групи клієнтів можна умовно поділити на первинних та вторинних споживачів продукту. Первинною групою є авіабудівна галузь. Надалі визначимо потенційні групи клієнтів (табл. 6.4)

Таблиця 6.4 Характеристика потенційних клієнтів стартап-проекту

№ п/п	Потреба, що формує ринок	Цільова аудиторія	Відмінності у поведінці різних потенційних цільових груп клієнтів	Вимоги споживачів до товару
1.	Метод розрахунку НДС центроплану	Авіабудівна галузь	фінанси	Точність та розширення можливостей методики

Після визначення потенційних груп клієнтів проводимо аналіз ринкового середовища, складаємо таблицю факторів, що допоможуть виходу проекту на ринок , та врахування факторів, що цьому можуть перешкодити (табл. 6.5)

Таблиця 6.5 Фактори загроз

№ п/п	Фактор	Зміст загрози	Можлива реакція компанії
1.	Збільшення собівартості	Зменшення попиту використання	Вдосконалення вже існуючих методик
2.	Розробка покращеної методики		

Таблиця 6.6 Фактори можливостей

№ п/п	Фактор	Зміст можливості	Можлива реакція компанії
1.	Не потребує великих затрат на використання	Економність	Достойна оплата праці
2.	Можливість повторного використання	Використання моделі для різних розразунків	Вдосконалення конструкції

Надалі проведемо аналіз пропозиції, визначивши загальні риси конкуренції на ринку (табл.6.7).

Таблиця 6.7. Ступеневий аналіз конкуренції на ринку

Особливості конкурентного середовища	В чому проявляється дана характеристика	Вплив на діяльність підприємства
Тип конкуренції олігополія	Невелика кількість підприємств, які ведуть між собою здебільшого нецінову конкуренцію.	Не відрізняється помітним впливом
Національний рівень конкурентної боротьби	Даний ринок достатньо відкритий	Помітний вплив на модернізації галузі
Внутрішньогалузева ознака	Боротьба ведеться між методиками розрахунків	Заощадження коштів в наслідок введення методики
Товаро-родова конкуренція за видом методики	Здатність задовольнити потреби галузі	Не велика кількість конкурентів
Нецінова конкуренція	Підвищення якості методики в порівнянні з іншими	Робота над постійним покращенням методики

Марочна інтенсивність	Розглядаємо в якості конкурентів схожі методики	Незалежність від ринку
-----------------------	---	------------------------

Після аналізу конкуренції проводимо більш детальний аналіз умов конкуренції в галузі (табл.6.8).

Таблиця 6.8. Аналіз конкуренції в галузі за М. Портером

Складові аналізу	Прямі конкуренти в галузі	Потенційні конкуренти	Клієнти	Товари-замінники
	Немає	КБ Прогрестех	Boeing	Загрози з боку замінників є
Висновки:	Низька інтенсивність	Є можливість входження в галузь	Диктують умови роботи на ринку. Такі, як час на розрахунок і забезпечення потрібним програмним забезпеченням	Відсутність обмежень від замінників

З огляду на конкурентну ситуацію існує можливість виходу на ринок даної галузі. Щоб бути конкурентоспроможним на ринку даному проекту необхідно розробити програмне забезпечення для швидкісного розрахунку методики.

На основі аналізу конкуренції, проведеного в табл.6.8, а також із урахуванням характеристик ідеї проекту табл.6.2, вимог споживачів до товару табл.6.4 та факторів маркетингового середовища табл.6.5-6.6 визначаємо та обґрунтовуємо перелік факторів конкурентоспроможності. Аналіз оформлюється в табл.6.9.

Таблиця 6.9. Обґрунтування факторів конкурентоспроможності

№ п/п	Фактор конкурентоспро- можності	Обґрунтування (наведення чинників, що роблять фактор для порівняння конкурентних проектів значущим)
1	Менша потреба у витратах	Для методики розрахунку мала необхідність в затратах
2	Точність розрахунків	Удосконалення отримання результатів
3	Використання отриманих даних	Максимальне вичерпання ресурсу

За визначеними факторами конкурентоспроможності (табл.6.9) проведемо аналіз сильних та слабких сторін мого стартап-проекту (табл.6.10).

Таблиця 6.10. Порівняльний аналіз сильних та слабких сторін «Використання схеми закріплення СтАЗФ вогнепального перелому під кутом 60»

№ п/п	Фактор конкурентоспро- можності	Бали 1-20	Рейтинг методики у порівнянні з проектом конкурента						
			-3	-2	-1	0	1	2	3
1	Менша потреба у витратах	20				●			
2	Точність розрахунків	20			●				
3	Використання отриманих даних	20					●		

4	Точність розрахунку в проекті	15					●		
---	-------------------------------------	----	--	--	--	--	---	--	--

Фінальним етапом ринкового аналізу можливостей впровадження проекту є складання SWOT-аналізу (матриці аналізу сильних (Strength) та слабких (Weak) сторін, загроз (Troubles) та можливостей (Opportunities) (табл.6.11) на основі виділених ринкових загроз та можливостей, та сильних і слабких сторін (табл.6.10).

Перелік ринкових загроз та ринкових можливостей складається на основі аналізу факторів загроз та факторів можливостей маркетингового середовища. Ринкові загрози та ринкові можливості є наслідками впливу факторів, і, на відміну від них, ще не є реалізованими на ринку та мають певну ймовірність здійснення.

Таблиця 6.11. SWOT- аналіз стартап-проекту

Сильні сторони: вичерпання ресурсу елементів	Безпечне	Слабкі сторони: відсутність програмної підтримки методики
Можливості: завоювання всієї галузі	всієї	Загрози: розробка точнішої методики

На основі SWOT-аналізу розробляються альтернативи ринкової поведінки для виведення стартап-проекту на ринок та орієнтовний оптимальний час їх ринкової реалізації з огляду на потенційні проекти конкурентів, що можуть бути виведені на ринок.

Визначені альтернативи аналізуються з точки зору строків та ймовірності отримання ресурсів (табл.6.12).

Таблиця 6.12. Альтернативи ринкового впровадження стартап-проекту

№ п/п	Альтернатива ринкової поведінки	Ймовірність отримання ресурсів	Строки реалізації
1	Публічне ознайомлення, перевірка з існуючими методиками (аналогами), державне затвердження	Висока	1 місяці
2	Публічне ознайомлення, перевірка на справжньому експерименті, державне затвердження	Висока	2 роки

Із зазначених альтернатив виберемо першу, бо отримання ресурсів є більш простим та ймовірним а строки реалізації – більш стислими.

6.3 РОЗРОБЛЕННЯ РИНКОВОЇ СТРАТЕГІЇ ПРОЄКТУ

Розроблення ринкової стратегії першим кроком передбачає визначення стратегії охоплення ринку: опис цільових груп потенційних споживачів (табл.6.13).

Таблиця 6.13. Вибір цільових груп потенційних споживачів

№ п/п	Опис профілю цільової групи потенційних клієнтів	Готовність споживачів сприйняти продукт	Орієнтовний попит в межах цільової групи	Інтенсивність конкуренції в сегменті	Простота входу у сегмент
1	Boeing	Повністю готові	Високий	Середня	Просто

Для роботи в обраному сегменті ринку необхідно сформувати базову стратегію розвитку (табл.6.14).

Таблиця 6.14. Визначення базової стратегії розвитку

Обрана альтернатива розвитку проекту	Стратегія охоплення ринку	Ключові конкурентоспроможні позиції відповідно до обраної альтернативи	Базова стратегія розвитку
Альтернативна	Охоплення на 80-90 %	Конк.№1 та Конк.№2	Спеціалізація

Далі виберемо стратегію конкурентної поведінки (табл.6.15).

Таблиця 6.15. Визначення базової стратегії конкурентної поведінки

Чи є проект «першопроходцем» на ринку?	Чи буде компанія шукати нових споживачів, або забирати існуючих у конкурентів?	Чи буде компанія копіювати основні характеристики то- вару конкурента, і які?	Стратегія конкурентної поведінки
Ні	Так	Копіювати лише загально використані ідеї	Стратегія заняття галузі

Результатом даного підрозділу є узгоджена система рішень щодо ринкової поведінки стартап-компанії, яка визначатиме напрями роботи стартап-компанії на ринку:

- використання в проекті сучасних технологій;
- напрям роботи лише у заданій ніші ринку.

6.4 РОЗРОБЛЕННЯ МАРКЕТИНГОВОЇ ПРОГРАМИ СТАРТАП-ПРОЕКТУ

Першим кроком є формування маркетингової концепції товару, який отримає споживач. Для цього у табл.6.16 підсумуємо результати попереднього аналізу конкурентоспроможності товару.

Таблиця 6.16. Визначення ключових переваг концепції потенційного товару

№ п/п	Потреба	Вигода, яку пропонує товар	Ключові переваги перед конкурентами
1	Не потребує великих затрат на розрхунки	Зменшення собівартості	Достойна оплата праці
2	Підвищений попит у галузі авіабудування	Полегшення методики розрахунку	Збільшення кількості працівників

Далі визначаємо оптимальну систему збуту, в межах якого приймається рішення (табл.6.17).

Таблиця 6.17. Формування системи збуту

Специфіка закупівельної поведінки цільових клієнтів	Функції збуту, які має виконувати постачальник товару	Глибина каналу збуту	Оптимальна система збуту
Одноразова покупка	Інформування	Глибока	Державне затвердження методики

Останньою складовою маркетингової програми є розроблення концепції маркетингових комунікацій, що спирається на попередньо обрану основу для позиціонування, визначену специфіку поведінки клієнтів (табл.6.18).

Таблиця 6.18. Концепція маркетингових комунікацій

Специфіка поведінки цільових клієнтів	Канали комунікацій, якими користуються цільові клієнти	Ключові позиції, обрані для позиціонування	Завдання рекламного повідомлення	Концепція рекламного звернення
Комунікабельні	Мережа інтернет, наукові праці	Реклама методик на конференціях	Розширення цільових клієнтів	Показати, що наша методика краща та доцільніша

Результати маркетингового дослідження:

- даний стартап-проект є актуальним, тому що може вивести машинобудівну галузь на наступну сходинку
- мала кількість конкурентів
- унікальність ідеї
- впровадження в ринок є абсолютно доцільним, прибутковим.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Писаренко Г.С. Опір матеріалів / Г.С. Писаренко, О.Л. Квітка, Е.С. Уманський. – Київ : Вища школа, 2004. – 655 с.
2. Самуль В.И. Основы теории упругости и пластичности / В.И. Самуль. – М. : Высшая школа, 1982. – 264 с.
3. Корн Г. Справочник по математике / Г. Корн, Т. Корн. – М. : Наука, 1978. – 832 с.
4. Устиненко В.Л. Основы проектирования деталей машин / В.Л. Устиненко, Н.Ф. Киркач, Р.А. Баласанян. – Харьков : Вища школа, изд-во при Харьк. ун-те, 1983. – 184 с.
5. Рудаков К.М. Чисельні методи аналізу в динаміці та міцності конструкцій: Навч. посібник. – К.: НТУУ "КПІ", 2007. – 379 с.
6. Рудаков К.Н. FEMAP 10.2.0. Геометрическое и конечно-элементное моделирование конструкций. К., 2011. – 317 с. Режим доступа : <http://www.cad.dp.ua/stats/FEMAP-102.php>.
7. https://en.wikipedia.org/wiki/Boeing_737
8. https://en.wikipedia.org/wiki/Boeing_737_MAX
9. <https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A6%D0%B5%D0%BD%D1%82%D1%80%D0%BE%D0%BF%D0%BB%D0%B0%D0%BD>
10. Самолет Ту-134А. Особенности технической эксплуатации / Н.А.Семенов [и др]. – М.: Транспорт, 1985. – 269 с.
11. <https://avia.pro/blog/lonzheron>
12. [https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%9D%D0%B5%D1%80%D0%B2%D1%8E%D1%80%D0%B0_\(%D1%82%D0%B5%D1%85%D0%BD%D1%96%D0%BA%D0%B0\)](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%9D%D0%B5%D1%80%D0%B2%D1%8E%D1%80%D0%B0_(%D1%82%D0%B5%D1%85%D0%BD%D1%96%D0%BA%D0%B0))
13. [https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D1%82%D1%80%D0%B8%D0%BD%D0%B3%D0%B5%D1%80_\(%D0%B0%D0%B2%D1%96%D0%B0%D1%86%D1%96%D1%8F\)](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D1%82%D1%80%D0%B8%D0%BD%D0%B3%D0%B5%D1%80_(%D0%B0%D0%B2%D1%96%D0%B0%D1%86%D1%96%D1%8F))