

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

О. В. Муравйов

**ПЕРЕДАЧА ДАНИХ ТА СУЧАСНІ МЕТОДИ
ОБРОБКИ СИГНАЛІВ**

Практикум

Навчальний посібник

Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
як навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра
за освітньою програмою «Комп'ютерно-інтегровані системи та технології в приладобудуванні»
спеціальності 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології»

Електронне мережне навчальне видання

Київ
КПІ ім. Ігоря Сікорського
2022

Рецензенти: *Голінко І. М.*, канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри автоматизації теплоенергетичних процесів КПІ ім. Ігоря Сікорського
Цибульник С. О., канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри комп'ютерно-інтегрованих оптичних та навігаційних систем КПІ ім. Ігоря Сікорського

Відповідальний редактор: *Богдан Г. А.*, канд. техн. наук, старший викладач кафедри автоматизації та систем неруйнівного контролю КПІ ім. Ігоря Сікорського

Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського (протокол № 6 від 24.06.2022 р.) за поданням Вченої ради приладобудівного факультету (протокол № 6/22 від 20.06.2022 р.)

Електронне мережне навчальне видання

Муравйов Олександр Володимирович, канд. техн. наук

ПЕРЕДАЧА ДАНИХ ТА СУЧАСНІ МЕТОДИ ОБРОБКИ СИГНАЛІВ Практикум

Передача даних та сучасні методи обробки сигналів. Практикум [Електронний ресурс] : навч. посіб. для студ. спеціальності 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології» / О. В. Муравйов ; КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. - 55 с.

Посібник призначений для студентів, які навчаються за спеціальністю 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології» за освітньою програмою «Комп'ютерно-інтегровані системи та технології в приладобудуванні», які вивчають курс «Передача даних та сучасні методи обробки сигналів».

Метою навчального посібника «Передача даних та сучасні методи обробки сигналів. Практикум» є формування у студентів навичок, які необхідні бакалавру у практичній роботі зі створення та експлуатації автоматичних систем та пристроїв. Навчальний посібник розроблено для комп'ютерного практикуму, що містить десять практичних робіт. У ньому розглядаються основні практичні питання фундаментальних основ теорії сигналів та пов'язані з сучасними методами розрахунку, обробки, детектування та моделювання сигналів.

ЗМІСТ

ВСТУП	4
КОМП'ЮТЕРНИЙ ПРАКТИКУМ №1	
Основи моделювання сигналів в середовищі MathCad. Імпульсні, періодичні та випадкові сигнали.....	5
КОМП'ЮТЕРНИЙ ПРАКТИКУМ №2	
Моделювання полігармонічних, майже періодичних і тестових сигналів	10
КОМП'ЮТЕРНИЙ ПРАКТИКУМ №3	
Спектральний аналіз сигналів. Перетворення Фур'є.....	15
КОМП'ЮТЕРНИЙ ПРАКТИКУМ №4	
Основи моделювання сигналів в середовищі Matlab.....	20
КОМП'ЮТЕРНИЙ ПРАКТИКУМ №5	
Дослідження ортогональності сигналів. Розрахунок потужності, енергії та норми сигналу	24
КОМП'ЮТЕРНИЙ ПРАКТИКУМ №6	
Основи оцифрування сигналів. Операції дискретизації та квантування сигналу.....	27
КОМП'ЮТЕРНИЙ ПРАКТИКУМ №7	
Часова дискретизація детермінованих сигналів.....	31
КОМП'ЮТЕРНИЙ ПРАКТИКУМ №8	
Квантування сигналів. Екстраполяція даних.....	39
КОМП'ЮТЕРНИЙ ПРАКТИКУМ №9	
Дослідження сигналів з амплітудною модуляцією	44
КОМП'ЮТЕРНИЙ ПРАКТИКУМ №10	
Кореляційний аналіз і згортка дискретних сигналів. Оцінка стисливості сигналів.....	48
ЛІТЕРАТУРА	55

ВСТУП

Основи теорії сигналів широко застосовуються сьогодні при розробці й налагодженні різноманітних електронних приладів та систем, їх експлуатації, автоматизації та вдосконаленні. Дисципліна «Передача даних та сучасні методи обробки сигналів» продовжує професійну підготовку бакалаврів спеціальності 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології», що навчаються за освітньою програмою «Комп'ютерно-інтегровані системи та технології в приладобудуванні». Метою викладання курсу є формування у студентів теоретичних знань з класифікації, розрахунку параметрів, методів обробки та перетворення сигналів, що застосовуються в сучасній техніці.

У даному навчальному посібнику віднайшов відгук багаторічний досвід проведення комп'ютерних практикумів в навчальних аудиторіях кафедри автоматизації та систем неруйнівного контролю. Наведені практичні роботи покликані закріпити та розширити знання, що отримані при прослуховуванні лекційного курсу дисципліни, ознайомитись з особливостями моделювання, синтезу, обробки та детектування різних видів сигналів.

При виконання робіт комп'ютерного практикуму студенти отримують практичні навички щодо: спектрального аналізу сигналів; реалізації різних видів модуляції та методів детектування модульованих сигналів; алгоритмів кореляційного аналізу, згортки аналогових і дискретних сигналів; математичного моделювання та розрахунків параметрів дискретних і цифрових сигналів та методів відновленням їх аналогової форми; застосування пакетів MathCad та MATLAB для моделювання, розрахунку різних типів сигналів та їх статистичної обробки.

У процесі засвоєння курсу дисципліни студент набуває базові знання та вміння, які необхідні бакалавру при проектуванні автоматизованих засобів та систем із використанням новітніх комп'ютерних технологій.

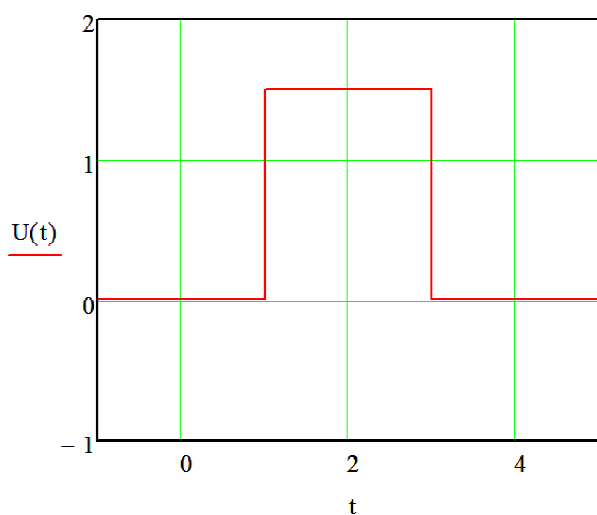
КОМП'ЮТЕРНИЙ ПРАКТИКУМ №1

Основи моделювання сигналів в середовищі MathCad. Імпульсні, періодичні та випадкові сигнали

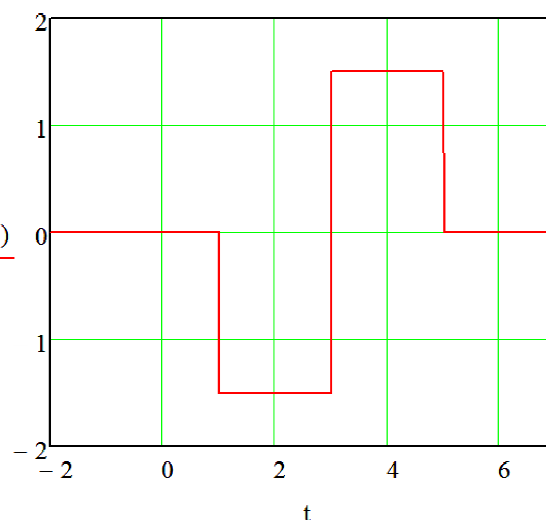
Мета роботи: навчитися моделювати в середовищі MathCad основні види сигналів із застосуванням вбудованих функцій.

Завдання

1. Використовуючи оператор if і програмний блок, змоделювати (отримати графічне зображення) імпульсний уніполярний сигнал, вид якого представлений на рис. 1.1, а, з наступними характеристиками: амплітуда $A = 1,5$ В, тривалість імпульсу $t = 2$ с.



а)



б)

Рис. 1.1. Імпульсний сигнал

2. Змоделювати біполярний імпульсний сигнал, наведений на рис. 1.1, б, з наступними характеристиками: амплітуда $A = 1,5$ В, тривалість імпульсу $t = 4$ с.

3. Використовуючи в якості основи одиночний імпульс, отриманий в завданні 2, змоделювати періодичний сигнал у вигляді послідовності прямокутних імпульсів, показаний на рис. 1.2, а, з наступними

характеристиками: амплітуда $A = 1$ В, тривалість імпульсу $t = 14$ с, період $T = 2$ с.

4. Змодельовати детермінований сигнал у вигляді дискретної функції, що змінюється за гармонічним законом $U_t = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot t \cdot \Delta t}{T} + \varphi\right)$, показаний на рис. 1.2, б. Характеристики сигналу наступні: амплітуда $A = 3$ В, початкова фаза $\varphi = \pi/4$, період сигналу $T = 200$ с, інтервал аргументу функції $\Delta t = 1$ с.

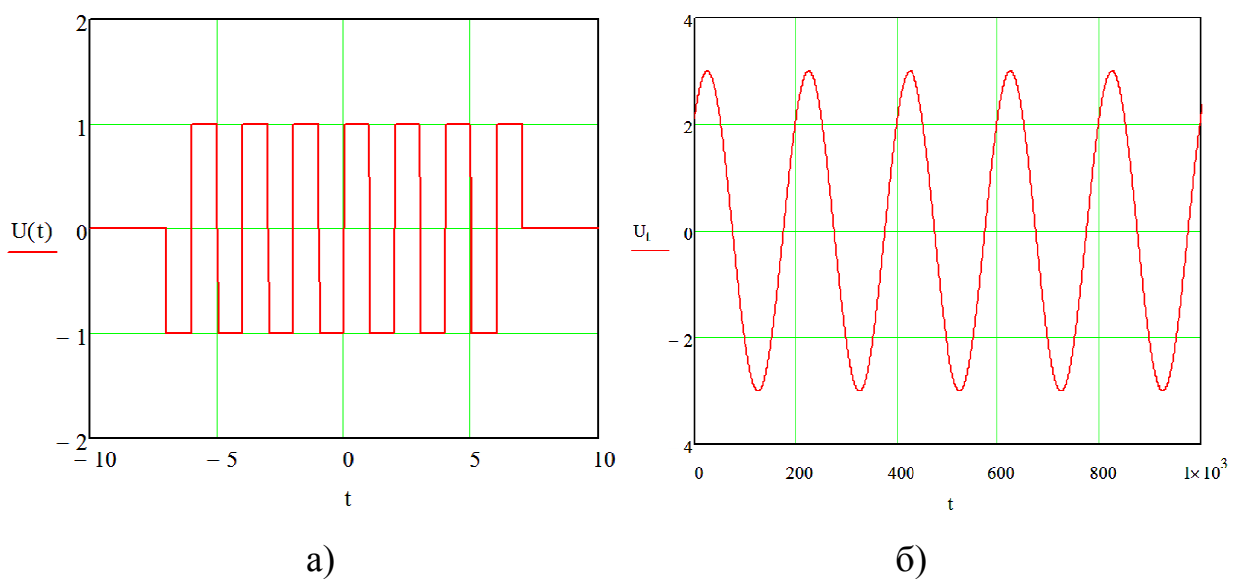


Рис. 1.2. Періодичні сигнали

5. Змодельовати випадковий сигнал з однорідним (рівномірним) розподілом ймовірностей, приклад якого наведено на рис. 1.3, а. Тривалість сигналу $t = 120$ с.

Для створення випадкових сигналів в Mathcad існують вбудовані функції, що задають використовувані в математичній статистиці закони розподілу. $r^*(K, \text{par})$ - створює вектор K незалежних випадкових чисел, кожне з яких має відповідний тип розподілу значень, де $*$ - частина імені функції, яка задає закон розподілу; par - параметри розподілу [1].

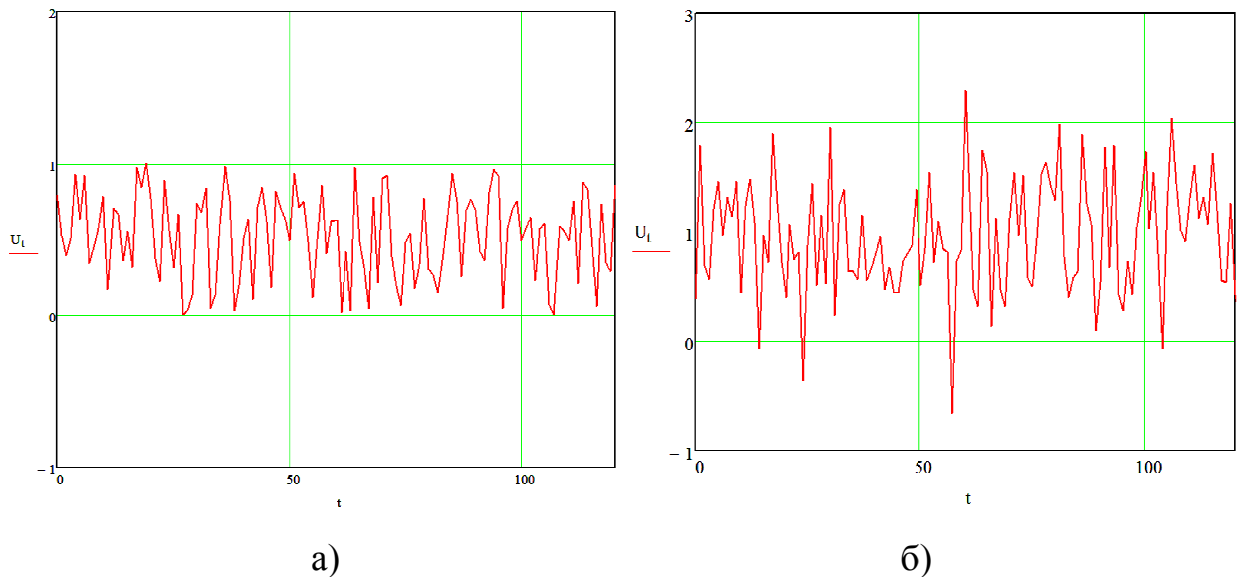


Рис. 1.3. Випадковий сигнал з однорідною (а) і нормальною (б) щільністю ймовірності

6. Змоделювати випадковий сигнал з нормальним (гаусовим) розподілом ймовірностей (рис. 1.3, б), використовуючи вбудовану функцію Mathcad. Характеристики сигналу: тривалість $t = 120$ с, математичне очікування $E = 1$, середньоквадратичне відхилення $\sigma = 0,5$.

Індивідуальні завдання

1. Змоделювати імпульсний сигнал з початковими параметрами, наведеними в таблиці 1.1, відповідно до індивідуального номеру варіанта.

2. Виконати пункти 1-3 роботи для отриманого у першому індивідуальному завданні сигналу.

Розглянемо приклад імпульсного сигналу відповідно до параметрів, наведених у таблиці 1.1. Нехай відповідно до індивідуального завданням сигнал $x(t)$ має наступні параметри:

- $V1 = 2$ – нижній рівень сигналу;
- $V2 = 7$ – верхній рівень сигналу;
- $Td = 0$ – затримка переднього фронту першого імпульсу;
- $Tr = 2$ – тривалість переднього фронту;

- $T_f = 3$ – тривалість заднього фронту;
- $P_w = 6$ – тривалість плоскої вершини імпульсу;
- $T = 13$ – період проходження імпульсів.

Такий сигнал буде мати вигляд, показаний на рис. 1.4.

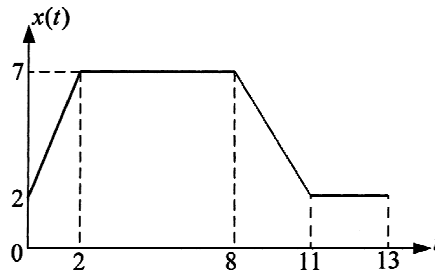


Рис. 1.4. Приклад імпульсного сигналу відповідно до індивідуального завдання

Таблиця 1.1 Параметри сигналу згідно варіанту студента

№ вар.	V1	V2	Td	Tr	Tf	Pw	T	№ вар.	V1	V2	Td	Tr	Tf	Pw	T
1	0	5	0	1,5	0,6	3	10	15	0	6	0	1,8	0,5	3	11
2	5	6	0	1,5	1	5	15	16	2	6	0	1,2	1	5	14
3	2	6	0	1	3	6	20	17	2	7	0	2	3	6	13
4	8	9	0	3	2	8	25	18	5	8	0	2	3	8	20
5	1	5	0	3	9	9	30	19	1	4	0	2	2	8	17
6	4	6	0	5	2	11	35	20	2	6	0	5	3	13	30
7	3	7	0	3	5	13	40	21	2	7	0	5	5	14	35
8	7	9	0	5	4	16	50	22	6	9	0	4	3	16	40
9	2	9	0	5	5	20	60	23	2	7	0	4	4	20	46
10	0	2	0	3	9	22	70	24	0	3	0	3	6	24	60
11	4	8	0	6	9	25	80	25	3	8	0	6	8	30	75
12	5	7	0	10	7	28	90	26	2	7	0	10	8	38	80
13	6	9	0	8	11	31	100	27	7	10	0	8	10	38	90
14	1	5	0	20	3	35	110	28	1	5	0	10	8	40	100

Контрольні запитання

1. У чому відмінність уніполярного сигналу від біполярного?
2. Дайте визначення імпульсного сигналу. Які існують види імпульсних сигналів?
3. Дайте визначення дискретного сигналу.
4. У чому відмінність періодичного сигналу від неперіодичного?
5. У чому відмінність детермінованого сигналу від випадкового?
Наведіть приклади випадкових сигналів.
6. Поясніть принципову відмінність випадкового сигналу з однорідною (рис. 1.3, а) і нормальною (рис. 1.3, б) щільністю ймовірності.

КОМП'ЮТЕРНИЙ ПРАКТИКУМ №2

Моделювання полігармонічних, майже періодичних і тестових сигналів

Мета роботи: навчитися моделювати і аналізувати в середовищі MathCad полігармонічні, майже періодичні, тестові та інші види сигналів.

Завдання

1. Змоделювати (отримати графічне зображення) випадковий сигнал з нормальним (гаусовим) розподілом ймовірностей (рис. 2.1, а), використовуючи вбудовану функцію Mathcad. Параметри сигналу задати наступні: тривалість $t = 1000$ с, математичне очікування $E = 0$, середньоквадратичне відхилення $\sigma = 1$.

2. Побудувати гістограму щільності розподілу значень сигналу, отриманого в п.1, що містить 30 сегментів (рис. 2.1, б). На гістограмі позначити максимальне і мінімальне значення сигналу у вигляді маркерів, використовуючи вбудовані функції Mathcad для знаходження максимального і мінімального значень вектора.

При побудові гістограми область значень випадкового сигналу розбивається на деяку кількість сегментів, а потім підраховується відсоток попадання даних в кожен сегмент. Для побудови гістограм в Mathcad є декілька вбудованих функцій. Розглянемо функцію, яка дозволяє задавати сегменти побудови гістограми різного розміру:

- $\text{hist}(\text{int}, X)$ - вектор (одновимірний масив) частоти попадання даних в інтервали гістограми, де:

- int - вектор, елементи якого задають сегменти побудови гістограми в порядку зростання;

- X - вектор випадкових даних.

Вектор hist повинен мати ту ж розмірність, що і вектор int .

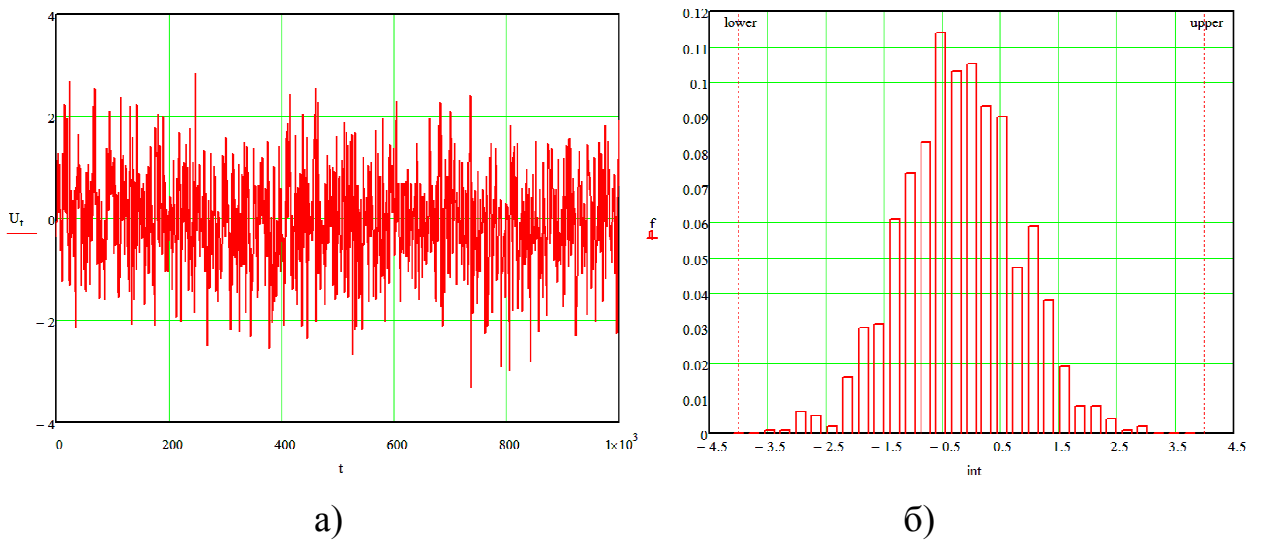


Рис. 2.1. Випадковий сигнал з нормальним розподілом ймовірностей (а) і його гістограма щільності розподілу значень (б)

3. Створити модель полігармонічного сигналу в середовищі програмного пакету Mathcad, що містить 4 гармонічних складових. Задати основні параметри гармонічних складових сигналу: амплітуда гармонік $A_k = \{9, 7, 5, 3\}$; частота в герцах $f_k = \{10, 30, 50, 70\}$; початковий фазовий кут коливань в радіанах $\varphi_k = \{0, -0.4, -0.6, -0.8\}$. Вивести графік окремих складових (рис. 2.2, а) і всього сигналу в цілому (рис. 2.2, б). Визначити фундаментальну частоту полігармонічного сигналу і його період.

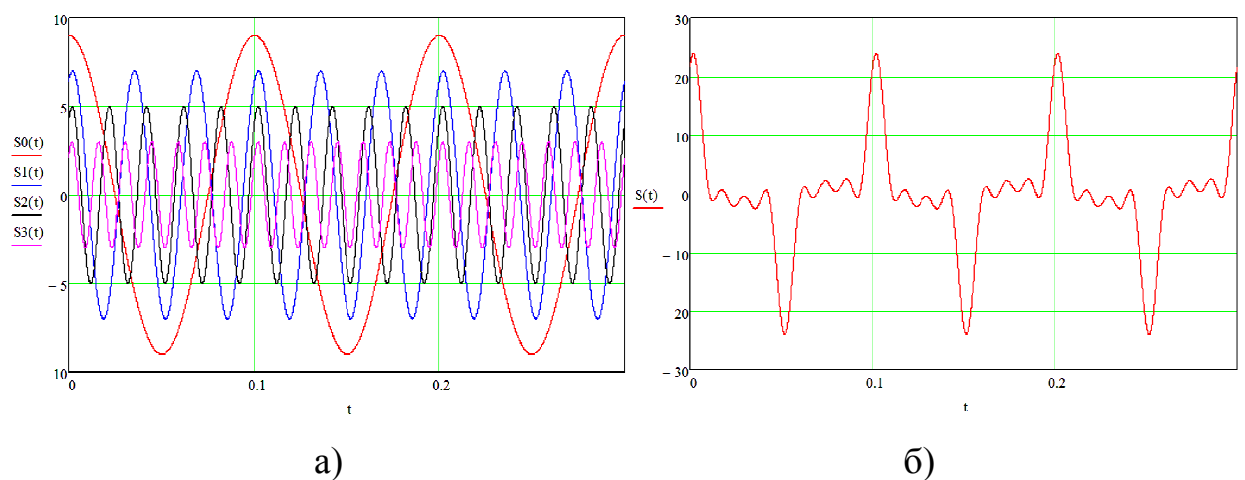


Рис. 2.2. Складові (а) і полігармонічний сигнал (б)

Полігармонічні сигнали складають найбільш широко поширену групу періодичних сигналів і описуються сумою гармонічних коливань:

$$S(t) = \sum_{n=0}^N A_n \cos(2\pi f_n t + \varphi_n)$$

або безпосередньо функцією $S(t) = y(t \pm kT_p)$, $k = 1, 2, 3, \dots$, де T_p - період одного повного коливання сигналу $y(t)$, заданого на одному періоді. Значення $f_p = 1/T_p$ називають фундаментальною частотою коливань. Полігармонічні сигнали являють собою суму певної постійної складової (f_0) і довільного (в межі - нескінченного) числа гармонічних складових з довільними значеннями амплітуд A_n і фаз φ_n , з періодами, кратними періоду фундаментальної частоти f_p . Іншими словами, на періоді фундаментальної частоти f_p , яка дорівнює або кратно менше мінімальної частоти гармонік, укладається кратно число періодів всіх гармонік, що і створює періодичність повторення сигналу [2].

4. Змінити початкові фази гармонічних складових полігармонічного сигналу і повторно виконати п.3. Порівняти графіки полігармонічних сигналів, отриманих в п.3 і п.4. Зробити висновки.

5. Створити модель майже періодичного сигналу в середовищі програмного пакету Mathcad, що містить 4 гармонічних складових. Основні параметри гармонічних складових сигналу задати відповідно до п.3, змінивши частоту останньої гармоніки. Порівняти графіки майже періодичного і полігармонічного сигналів. Зробити висновки.

Майже періодичні сигнали близькі за своєю формою до полігармонічних. Вони також представляють собою суму двох і більше гармонічних сигналів (в межах нескінченності), але не з кратними, а з довільними частотами, відношення яких (хоча б двох частот мінімум) не належать до раціональних чисел, внаслідок чого фундаментальний період сумарних коливань нескінченно великий. Так, наприклад, сума двох гармонік з частотами $2f_0$ та $3.5f_0$ дає періодичний сигнал ($2/3.5$ – раціональне число) з

фундаментальною частотою $0.5f_0$, на одному періоді якої будуть укладатися 4 періоду першої гармоніки і 7 періодів другий. Але якщо значення частоти другої гармоніки замінити близьким значенням $\sqrt{12} f_0$, то сигнал перейде в розряд неперіодичних, оскільки відношення $2/\sqrt{12}$ не відноситься до числа раціональних чисел. Як правило, майже періодичні сигнали породжуються фізичними процесами, не пов'язаними між собою. Математичне відображення сигналів тотожне полігармонічним сигналам (сума гармонік).

6. Змоделювати тестовий періодичний синусоїдальний сигнал однополуперіодного випрямлення і двохполуперіодного випрямлення, наведений на рис. 2.3 а, б.

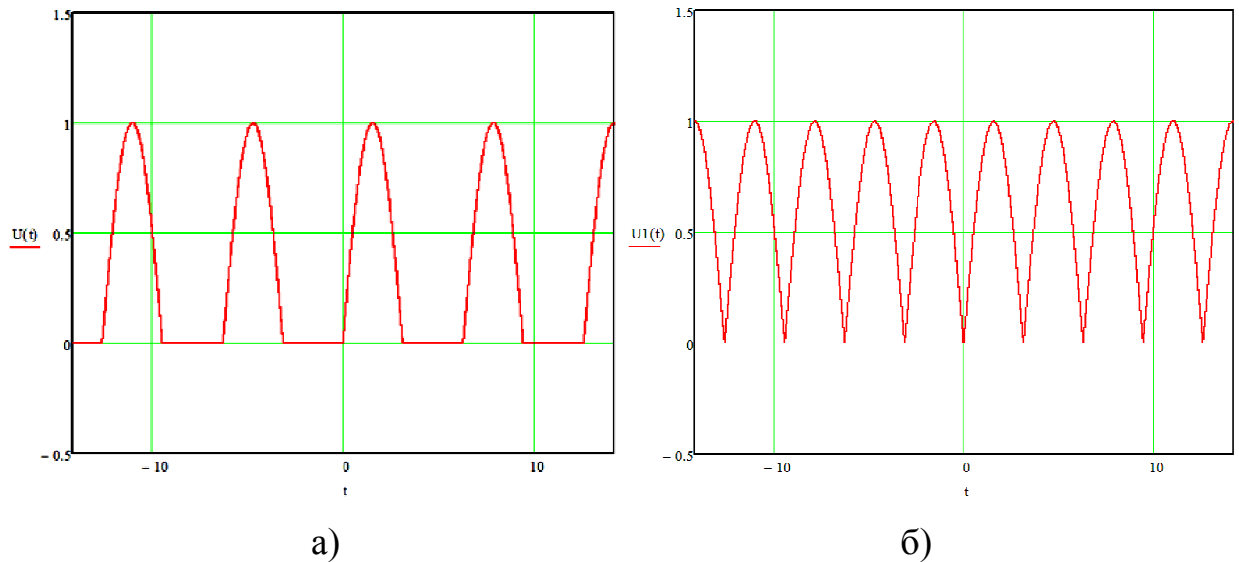


Рис. 2.3. Синусоїдальний сигнал однополуперіодного (а) і двохполуперіодного (б) випрямлення

7. Змоделювати детермінований сигнал - тестовий одиничний стрибок (функція Хевісайда) за допомогою програмного блоку.

Функція одиничного стрибка або функція Хевісайда іноді називається також функцією включення. Повний математичний вираз функції:

$$\sigma(t) = \begin{cases} 0 & \text{если } t < 0, \\ 1/2 & \text{если } t = 0, \\ 1 & \text{если } t > 0. \end{cases}$$

При моделюванні сигналів і систем значення функції стрибка в точці $t = 0$ дуже часто приймають рівним 1, якщо це не має принципового значення.

Функція одиничного стрибка використовується при створенні математичних моделей сигналів кінцевої тривалості. При множенні будь-якої довільній функції, в тому числі періодичної, на прямокутний імпульс, сформований з двох послідовних функцій одиничного стрибка

$$S(t) = \sigma(t) - \sigma(t - T),$$

з неї вирізається ділянка на інтервалі $0-T$ і обнуляються значення функції за межами цього інтервалу.

8. Змоделювати сигнал, що описується функцією:

$$H(t) = \sqrt{\cos(t)} \cos(200t) + \sqrt{|t|} - \frac{\pi}{4} (4 - t^2)^{0.01}$$

Діапазон зміни аргументу функції задати в межах: $t = -2, -1.999..2$

9. Дослідити роботу функції Хевісайда, отриманої в п.7, на функції з п.8. Зробити висновки.

Контрольні запитання

1. Що таке фундаментальна частота полігармонічного сигналу? Як вона визначається?

2. У чому відмінність між полігармонічним і майже періодичним сигналами?

3. Дайте визначення функції Хевісайда і перерахуйте основні її особливості. Яким символом позначається в Mathcad ця вбудована функція?

4. Дайте визначення функції Дірака і перерахуйте основні її особливості. У чому полягає фільтруюча властивість дельта-функції? Для чого вона застосовується? Який її взаємозв'язок з функцією Хевісайда?

5. Чи можна побудувати в Mathcad модель функції Дірака у повній відповідності з її математичними властивостями? Відповідь обґрунтуйте.

КОМП'ЮТЕРНИЙ ПРАКТИКУМ №3

Спектральний аналіз сигналів. Перетворення Фур'є

Мета роботи: навчитися виконувати спектральний аналіз сигналів і використовувати перетворення Фур'є для їх фільтрації.

Завдання

1. На основі синусоїди змодельовати (побудувати графічне зображення) імпульсний сигнал $f(t)$, наведений на рис. 3.1, а.

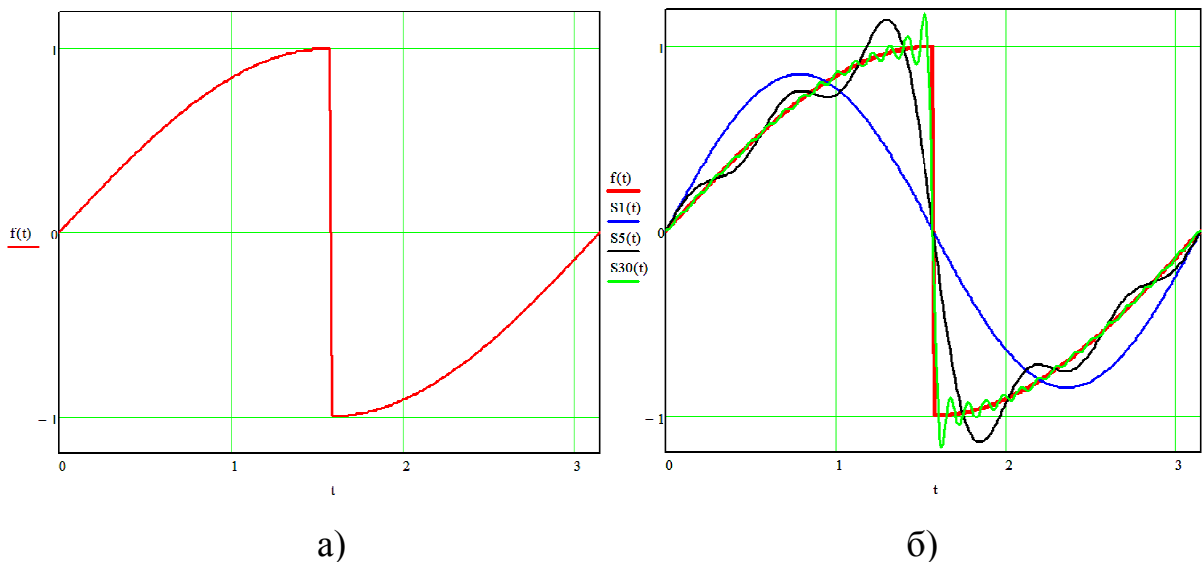


Рис. 3.1. Імпульсний сигнал (а) і його представлення у вигляді суми 1, 5 і 30 гармонік ряду Фур'є (б)

2. Розкласти функцію $f(t)$, отриману в п.1, в тригонометричний ряд Фур'є, використавши такі вирази для знаходження суми і коефіцієнтів членів ряду:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos(k\omega t) + b_k \sin(k\omega t))$$

$$a_k = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos(k\omega t) dt$$

$$b_k = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin(k\omega t) dt$$

де T – період сигналу; $\omega = 2\pi/T$ – частота першої гармоніки; k – номер гармоніки. Межі інтегрування визначаються виходячи із значення функції в області її існування.

Змоделювати сигнал $f(t)$ і суми 1, 5 і 30 гармонік (членів ряду Фур'є) сигналу на одному графіку (рис. 3.1, б).

3. Змоделювати спектр фаз і амплітуд для 20 гармонік імпульсного сигналу (рис. 3.2), отриманого в п.1, на основі коефіцієнтів ряду Фур'є, розрахованих в п.2, і наступних виразів:

$$A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}; \quad \varphi_k = -\arctg \frac{b_k}{a_k} \text{ при } a_k > 0 \text{ та } \varphi_k = \pi + \arctg \frac{b_k}{a_k} \text{ при } a_k < 0$$

Спростити математичну формулу для визначення значень початкових фаз гармонічних складових можна шляхом використання виразу:

$$\varphi_k = \arctg\left(\frac{b_k}{a_k}\right),$$

але при цьому треба пам'ятати про необхідність зміщення кожної гармонічної складової на чверть періоду при відновленні сигналу за значеннями фаз і амплітуд його гармонік.

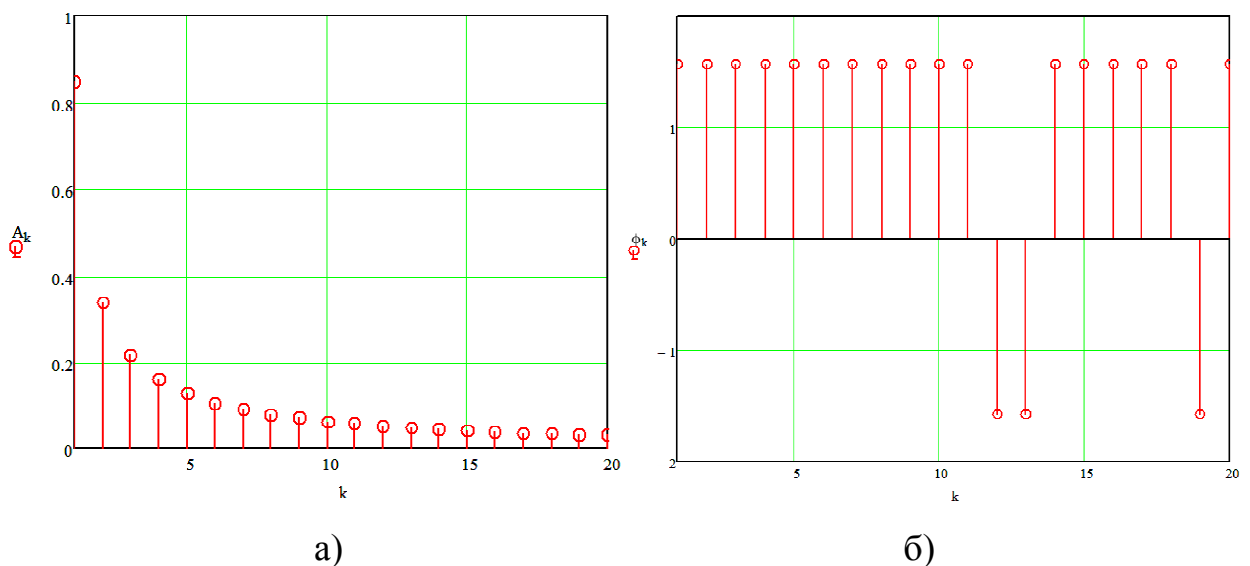


Рис. 3.2. Амплітудний (а) і фазовий (б) спектри імпульсного сигналу

4. Виконати спектральний синтез (відновлення сигналу за наявними спектрами фаз і амплітуд його гармонік) для сигналу, отриманого в п.1, за результатами, отриманими в п.3, використавши 10 гармонік сигналу і наступний математичний вираз:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos(k\omega t + \varphi_k)$$

Домогтися приблизного збігу форми відновленого і базового сигналів (рис. 3.3, а).

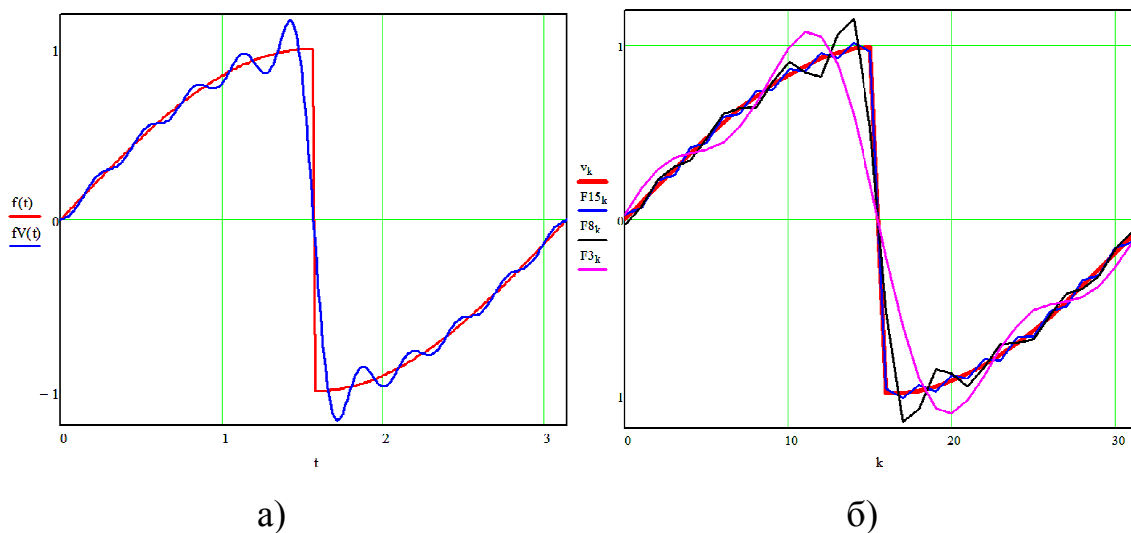


Рис. 3.3. Базовий і відновлений за допомогою спектрального синтезу сигнали
(а). Базовий і відновлений за допомогою ШПФ сигнали (б)

5. Виконати спектральний аналіз імпульсного сигналу (рис. 3.1, а) за допомогою швидкого перетворення Фур'є (ШПФ) на основі функцій, вбудованих в Mathcad. Використати функції *fft* для прямого ШПФ і *ifft* - для зворотного ШПФ. Змоделювати відновлений зворотним БПФ сигнал на основі 3, 8 і 15 гармонік (рис. 3.3, б). Для цього попередньо задати вихідну функцію $f(t)$ у 32 відліках (точках) на періоді імпульсного сигналу і зробити пряме (отримати значення для 16 точок) і зворотне (з обмеженням кількості гармонік відповідно до завдання) ШПФ [3].

6. Змоделювати фільтрацію аналогового сигналу (рис. 3.1, а) за допомогою ШПФ і функції Хевісайда. Під фільтрацією мається на увазі виділення корисного сигналу з його суміші з випадковим сигналом - шумом.

Попередньо задати значення вихідного сигналу на його періоді в 256 відліках. За допомогою вбудованої функції *rnd* додати шумову складову в базовий сигнал, компенсувавши зміщення середньої амплітуди згідно заданому аргументу функції *rnd* (рис. 3.4, а).

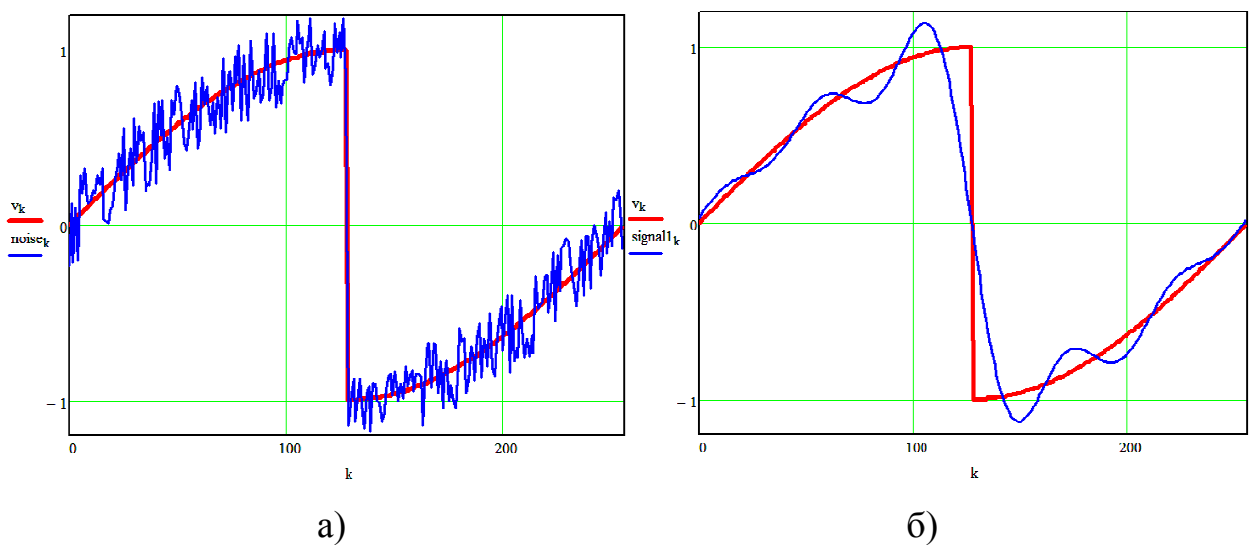


Рис. 3.4. Базовий і зашумлений сигнали (а). Базовий і відновлений за допомогою фільтрації сигнал (б)

За допомогою прямого ШПФ часове представлення зашумленого сигналу перевести в частотну область. За допомогою функції Хевісайда відсіяти необхідну кількість останніх (вищих) гармонік сигналу і повернутися до часового подання сигналу, використовуючи зворотне ШПФ, компенсувавши при цьому зміщення амплітуди відновленого сигналу відповідно до заданого аргументу функції *rnd* (рис. 3.4, б). Дослідити різні ступені фільтрації сигналу, відсіваючи різну кількість вищих гармонік зашумленого сигналу. Зробити висновки.

Контрольні запитання

1. Яким вимогам повинна задовольняти функція, щоб можна було провести її розкладання в ряд Фур'є і сума цього ряду дорівнювала значенням функції в кожній точці?
2. Що являє собою спектр фаз і амплітуд сигналу?
3. Яку кількість відліків (значень) функції можна задати для реалізації ШПФ?
4. Проаналізуйте всі використані в роботі методи для відновлення сигналу по його частотній формі подання. Який з них є найбільш зручним і результативним? Відповідь обґрунтуйте.
5. Чи можна застосувати до фільтрації цифрових сигналів метод фільтрації аналогових сигналів, використаний в роботі? Відповідь обґрунтуйте.

КОМП'ЮТЕРНИЙ ПРАКТИКУМ №4

Основи моделювання сигналів в середовищі Matlab.

Мета роботи: навчитися моделювати і аналізувати в середовищі Matlab різні види сигналів із застосуванням вбудованих функцій.

Завдання

Нижчеописані дії слід виконати в окремому *m*-файлі середовища Matlab. Усі необхідні для виконання комп'ютерного практикуму графіки сигналів повинні бути виведені одночасно після запуску цього *m*-файлу, а результати обчислень показані в командному вікні програми [4].

1. Змоделювати (отримати графічне зображення) детермінований сигнал у вигляді збуреної гармонічної функції в середовищі Matlab (рис. 4.1, а). Функція описується математичним виразом:

$$y(t) = \cos \left[2\pi \frac{(t \cdot 0.5)^n \Delta t}{T} + \varphi \right]$$

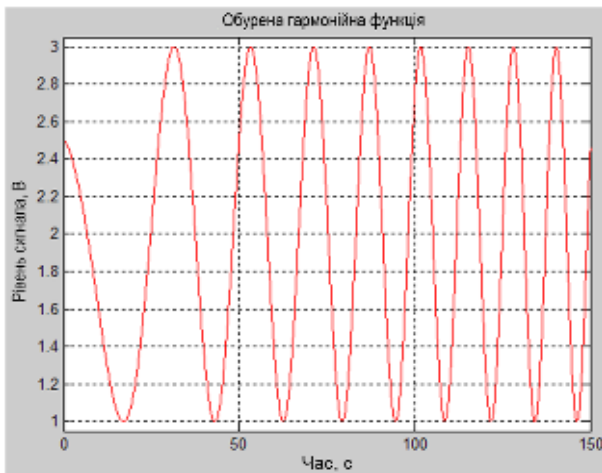
Параметри сигналу задати наступні: тривалість $t = 150$ с, інтервал часу $\Delta t = 1$ с, $n = 1.5$, початкова фаза $\varphi = \pi/3$, період сигналу $T = 75$ с, зміна амплітуди в діапазоні від 1 до 3 В.

2. Змоделювати зашумлення сигналу, отриманого в п.1, на основі використання вбудованої в Matlab функції *rand* з діапазоном випадкових чисел, що генеруються, [1,2]. Результат моделювання наведено на рис. 4.1, б.

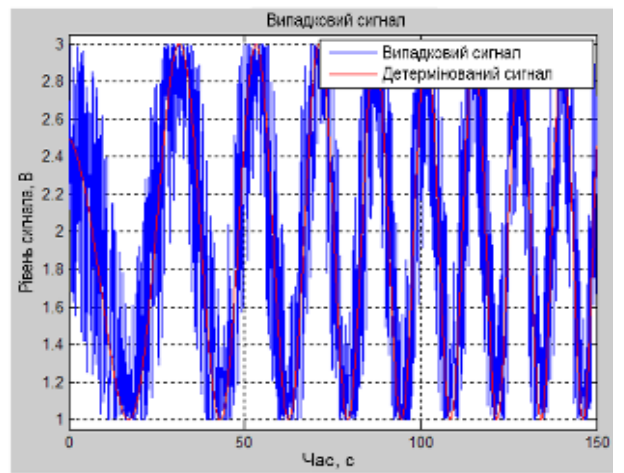
3. Змоделювати гаусів радіоімпульс (рис. 4.2, а), використовуючи наступний математичний вираз:

$$y(t) = e^{-x^2} \cdot \sin(3\pi)$$

4. Змоделювати гаусів радіоімпульс, використовуючи вбудовану в Matlab функцію *pulstran* (рис. 4.2, б).

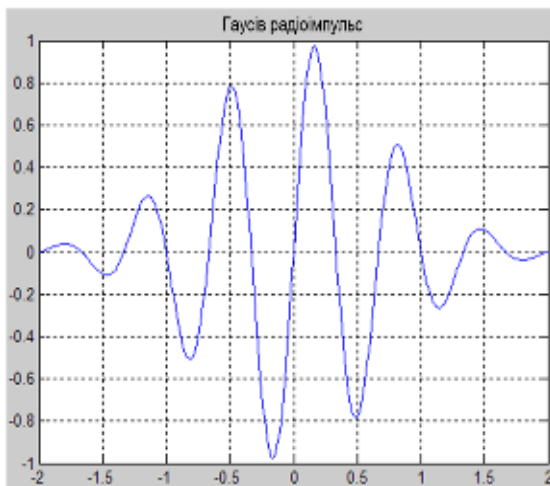


а)

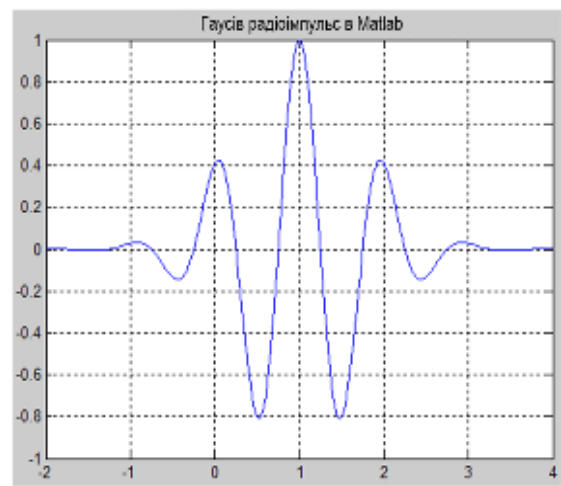


б)

Рис. 4.1. Збурена гармонічна функція (а). Зашумлений сигнал (б)



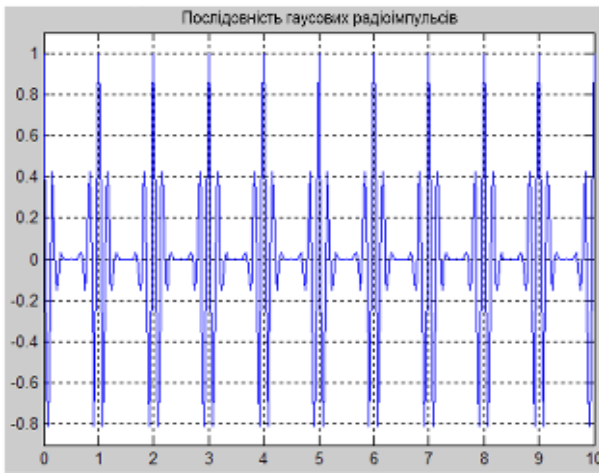
а)



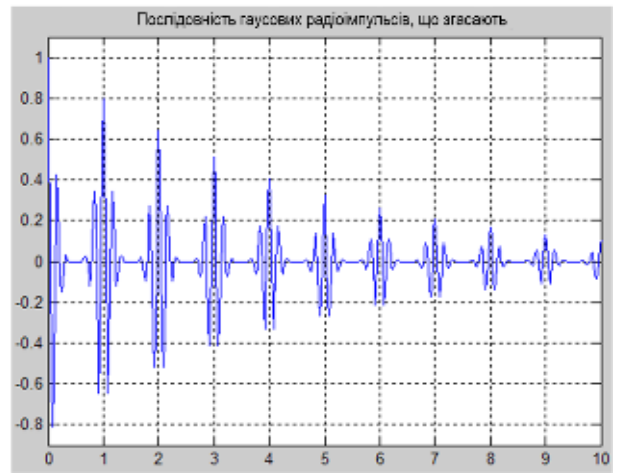
б)

Рис. 4.2. Гаусів радіоімпульс (а). Гаусів радіоімпульс на основі вбудованої в Matlab функції (б)

5. Змоделювати послідовність гаусових радіоімпульсів з частотою 1 Гц на основі вбудованої в Matlab функції *pulstran* (рис. 4.3, а).



а)

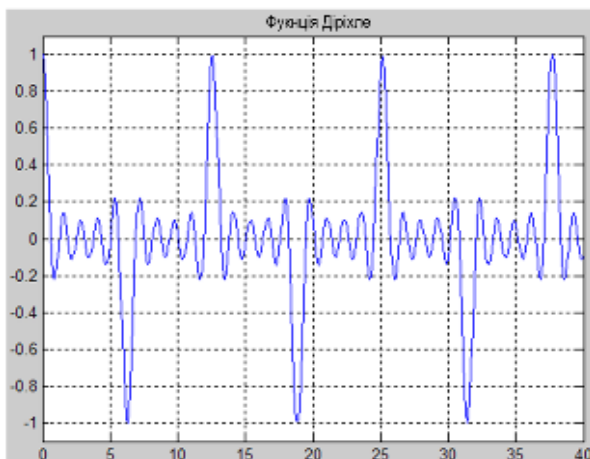


б)

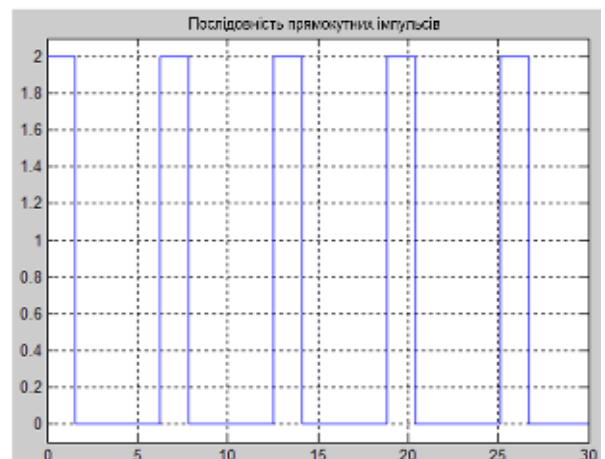
Рис. 4.3. Послідовність гаусових радіоімпульсів (а). Послідовність гаусових радіоімпульсів, що згасають (б)

6. У сигнал, отриманий в п.5, додати амплітудне загасання імпульсів з коефіцієнтом 0.8, як показано на рис. 4.3, б.

7. Змоделювати періодичний сигнал на основі функції Діріхле, вбудованої в Matlab, тривалістю 40 с і кількістю рівновіддалених на інтервалі $[0, 2\pi]$ екстремумів рівною 10 (рис. 4.4, а).



а)



б)

Рис. 4.4. Періодичний сигнал на основі функції Діріхле (а). Послідовність прямокутних відеоімпульсів (б)

8. Змодельовати відеосигнал з тривалістю 30 с у вигляді послідовності прямокутних відеоімпульсів зі скважністю 25%, використовуючи вбудовану в Matlab функцію, як показано на рис. 4.4, б. Амплітуда сигналу змінюється в діапазоні [0,2].

Контрольні запитання

1. Які види імпульсних сигналів дозволяє моделювати вбудована в Matlab функція *pulstran*? Як вона дозволяє управляти формою сигналу?
2. Дайте визначення поняттю скважності, як характеристики імпульсного сигналу.
3. Дайте визначення поняттю «відеоімпульс».
4. Назвіть вбудовані в середовище Matlab функції, які можна використовувати для моделювання випадкових сигналів. У чому полягають основні відмінності між ними?
5. Що являє собою функція Діріхле? Які її основні властивості?

КОМП'ЮТЕРНИЙ ПРАКТИКУМ №5

Дослідження ортогональності сигналів. Розрахунок потужності, енергії та норми сигналу

Мета роботи: навчитися розраховувати енергію, потужність і норму сигналів, а також дослідити ступінь схожості сигналів за допомогою їх перевірки на ортогональність із застосуванням вбудованих в середовище Matlab функцій.

Завдання

Нижчеописані дії слід виконати в окремому *m*-файлі середовища Matlab. Усі необхідні для виконання комп'ютерного практикуму графіки сигналів повинні бути виведені одночасно після запуску цього *m*-файлу, а результати обчислень показані в командному вікні програми [4].

1. Змоделювати (отримати графічне зображення) періодичний сигнал в середовищі Matlab (рис. 5.1), використовуючи вбудовану функцію *sawtooth*. Параметри сигналу задати наступні: тривалість $t = 5\pi$ с, період сигналу $T = \pi$ с, зміна амплітуди в діапазоні від -1 до 1 В.

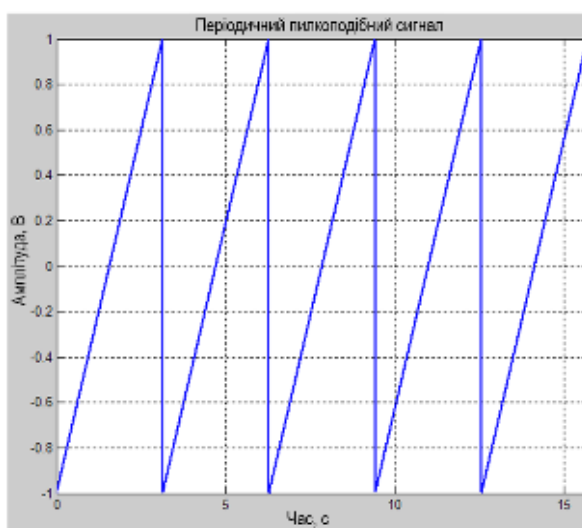


Рис. 5.1. Періодичний пилоподібний сигнал

2. Розрахувати норму сигналу, отриманого в п.1, використовуючи математичний вираз:

$$\|s(t)\| = \sqrt{\int_a^b |s(t)|^2 dt}$$

де $\|s(t)\|$ - квадратична норма; a, b – межі існування сигналу.

Розрахунок інтеграла виконати з точністю 10^{-5} методом Сімпсона з застосуванням функції, вбудованої в Matlab.

3. На основі норми, розрахованої в п.2, визначити енергію сигналу, згідно математичного виразу:

$$E = \|s(t)\|^2$$

4. Розрахувати потужність сигналу, отриманого в п.1, за допомогою наступного математичного співвідношення:

$$P = \frac{1}{T} \int_a^b |s(t)|^2 dt$$

Розрахунок інтеграла виконати з точністю 10^{-5} методом Сімпсона з застосуванням функції, вбудованої в Matlab.

5. В одному графічному вікні змоделювати два гармонічних сигнали $S_1(t)$ і $S_2(t)$ однакової тривалості із заданими параметрами: амплітудою, частотою і початковою фазою. Частоти сигналів вибрати кратними 2 і 5 щодо базової частоти $f_0 = 1/T$. Інші параметри вибрати самостійно.

6. Визначити ступінь схожості сигналів, отриманих в п.5, за формою і положенням в просторі на підставі перевірки цих функцій на ортогональність на інтервалі ортогональності, рівному періоду базової частоти T .

7. Змінити початкові фази сигналів, отриманих в п.5, і знову виконати перевірку ортогональності. Змоделювати сигнали зі зміщеними початковими фазами в одному графічному вікні. Зробити висновки про залежність ортогональності сигналів від значення їх початкових фаз.

8. Змінивши початкову фазу одного з сигналів, отриманих в п.5, належним чином, домогтися ортогональності цих сигналів. Змодельовати отримані ортогональні сигнали в одному графічному вікні.

Контрольні запитання

1. Що таке норма сигналу? Як норма сигналу пов'язана з його енергією?

2. Дайте визначення ортогональності сигналів. Як визначити ступінь схожості двох сигналів на підставі перевірки їх на ортогональність?

3. Дайте визначення енергії і потужності сигналу.

4. Чи надає вплив початкова фаза сигналів на їх ортогональність? Відповідь обґрунтуйте.

5. У чому полягає фізична суть скалярного добутку сигналів?

6. Наведіть приклади практичного застосування ортогональності сигналів.

КОМП'ЮТЕРНИЙ ПРАКТИКУМ №6

Основи оцифрування сигналів. Операції дискретизації та квантування сигналу

Мета роботи: навчитися реалізовувати в програмному середовищі MathCad операції дискретизації та квантування періодичних сигналів, а також моделювати цифрові сигнали.

Завдання

1. Змоделювати гармонічний сигнал $\cos(\omega \cdot t)$ з періодом коливань $T = 3\pi$, як показано на рис. 6.1.

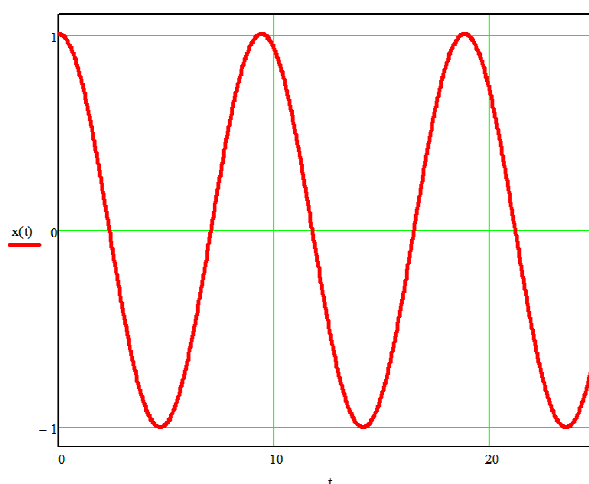


Рис. 6.1. Косинусоїдальний періодичний сигнал

2. За допомогою функції Дірака $\delta(t)$, графік якої наведено на рис. 6.2, а, змоделювати операцію дискретизації сигналу, отриманого в п.1, з частотою дискретизації $f_d = 1$ Гц, використовуючи математичний вираз:

$$D(t) = x(t) \sum_{n=0}^m \delta(t - n \cdot \Delta t),$$

де m - число дискретних точок, Δt - період дискретизації.

Результат операції відображений на рис. 6.2, б.

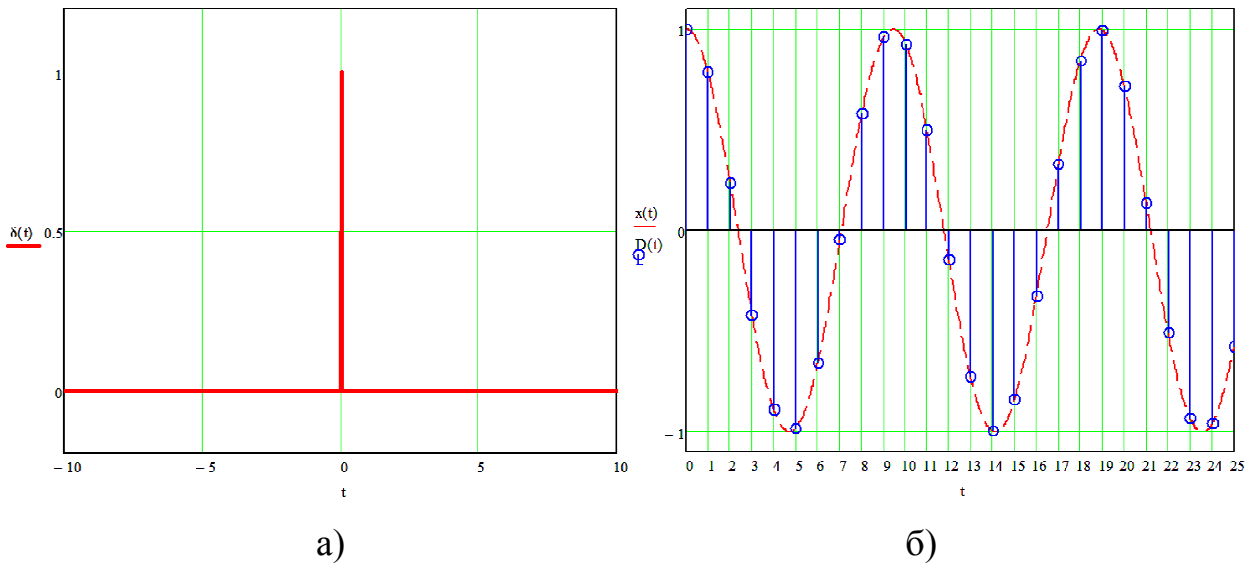


Рис. 6.2. Функція Дірака (а). Дискретний сигнал (б)

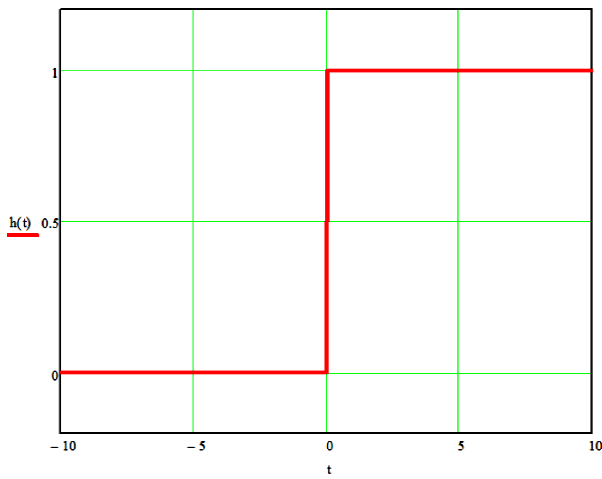
3. За допомогою функції Хевісайда $h(t)$, графік якої наведено на рис. 6.3, а, змоделювати операцію квантування сигналу, отриманого в п.1, з інтервалом квантування $\Delta k = 0,1$ В на основі математичного виразу:

$$K(t) = x \left[\Delta k \sum_{n=0}^m h(t - n \cdot \Delta k) \right],$$

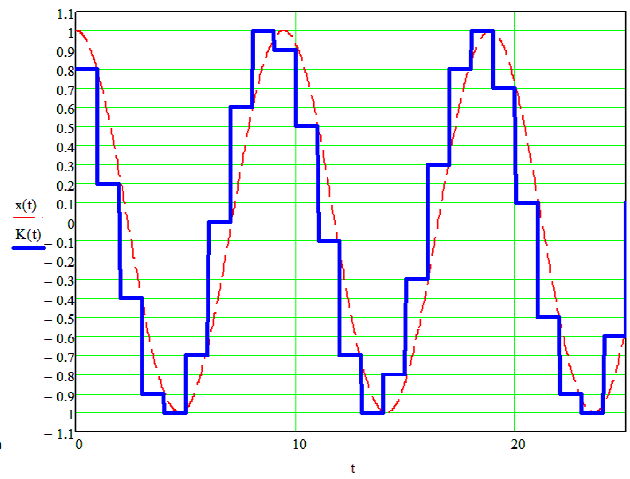
де m – число функцій Хевісайда, Δk – інтервал квантування.

Доопрацювати наведений вираз до повної відповідності операції квантування за допомогою функції $round(z,n)$ середовища Mathcad. Результат операції відображений на рис. 6.3, б.

4. Змоделювати на одному графіку опорний, дискретний і квантований сигнали, отримані в п.1-3 (рис. 6.4, а).

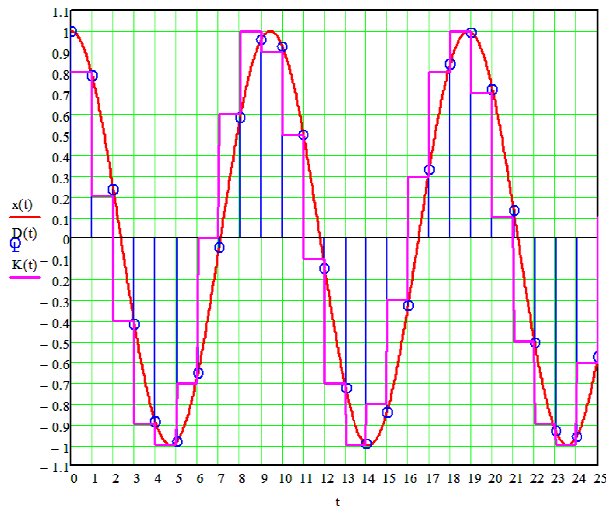


а)

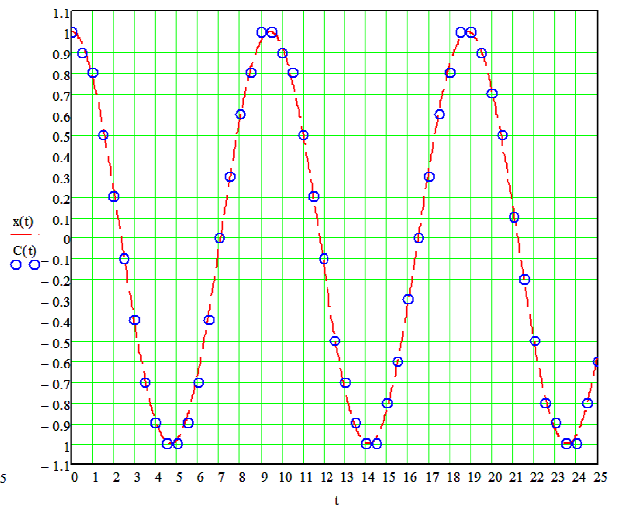


б)

Рис. 6.3. Функція Хевісайда (а). Квантований сигнал (б)



а)



б)

Рис. 6.4. Опорний, дискретний і квантований сигнали (а).

Цифровий сигнал (б)

5. Змодельовати перетворення аналогового сигналу, отриманого в п.1, в цифровий з наступними параметрами: частота дискретизації $f_d = 2$ Гц, інтервал квантування $\Delta k = 0,1$ В, як показано на рис. 6.4, б.

Індивідуальне завдання

Змоделювати перетворення аналогового сигналу, отриманого в п.1, в цифровий з наступними параметрами:

- частота дискретизації $f_D = 0,5 \times V$ (Гц);
- інтервал квантування $\Delta k = 0,1 \times V$ (В);
- максимальна амплітуда сигналу $|U_c| = 15 \times V$ (В);

де V – номер варіанта студента.

При необхідності округлити значення періоду дискретизації до найближчого числа, кратного 0,1.

Приклад отриманого цифрового сигналу з параметрами $f_D = 2$ Гц, $\Delta k = 2,5$ В, $|U_c| = 10$ В наведено на рис. 6.5.

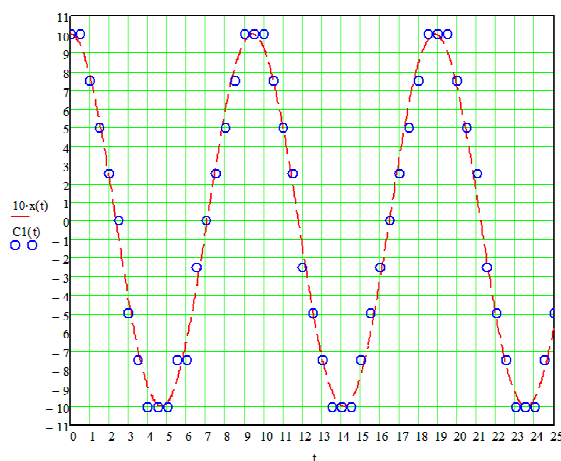


Рис. 6.5. Цифровий сигнал

Контрольні запитання

1. Дайте визначення поняттю «квантований сигнал».
2. Дайте визначення поняттю «інтервал квантування».
3. У чому перевага цифрових сигналів у порівнянні з аналоговими?
4. У чому полягає суть операції аналогово-цифрового перетворення сигналу?
5. Чи можна відновити точну форму аналогового сигналу після його оцифрування? Відповідь обґрунтуйте.

КОМП'ЮТЕРНИЙ ПРАКТИКУМ №7

Часова дискретизація детермінованих сигналів

Мета роботи: навчитися моделювати в MathCad операцію часової дискретизації аналогових детермінованих сигналів, розраховувати крок рівномірної дискретизації, а також виконувати відновлення аналогового сигналу із застосуванням вбудованих в середовище функцій.

Короткі теоретичні відомості

Процес оцифрування аналогового сигналу реалізується на основі двох математичних операцій: дискретизації за часом та квантування за амплітудою.

Дискретний (дискретизований) сигнал – це інформаційний сигнал, що являє собою набір окремих відліків на певному часовому інтервалі. Головною відмінністю такого типу сигналу від цифрового, є те, що він не обов'язково має бути квантованим за амплітудою. Якщо сигнал приймає певне кінцеве число значень, він відноситься до класу дискретних.

Найбільш важливим питанням при дискретизації аналогового сигналу є визначення необхідної кількості значень, якими він буде представлений у вигляді дискретного набору даних, з подальшою можливістю відновлення його неперервної форми з мінімальними відхиленнями. Отримати правильну відповідь на це запитання дає можливість теорема Котельникова. Один з варіантів її формулювання говорить про наступне: «Якщо спектр сигналу $s(t)$ обмежений вищою частотою f_B , то цей сигнал без втрати інформації може бути представлений дискретними відліками, кількість яких повинна бути не менше ніж $2 \times f_B$ ». Відновлення аналогової форми сигналу після дискретизації реалізується за його відліками $s(k \times dt)$, що мають часовий інтервал $dt = 1/2f_B$, за допомогою математичного виразу на основі полінома Котельникова:

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s(k \cdot dt) \frac{\sin(\pi(t - k \cdot dt) / dt)}{\pi(t - k \cdot dt) / dt}$$

У основі такого апарату відновлення сигналу за його дискретними відліками лежить функція $\text{sinc}(t) = \sin(t)/t$. Математична функція має назву кардинального синуса та головну особливість: $\text{sinc}(t) = 1$ при $x = 0$.

Часовий інтервал Δt між значеннями сигналу у дискретній формі має назву кроку (періоду) дискретизації. У випадку рівномірної часової дискретизації (РЧД) на інтервалі спостереження t_m обов'язково виконується умова: період $\Delta t = \text{const}$ [5].

Для визначення кроку РЧД існує два основних метода:

- а) за частотними характеристиками сигналу;
- б) за похідними сигналу.

Розрахунок кроку РЧД методом похідних реалізується наступним чином. Детермінований сигнал представлено математичною моделлю у вигляді безперервної на часовому інтервалі t_m функції $x(t)$, що має обмежений за кількістю набір кінцевих і безперервних похідних. Такий тип функцій можна описати апроксимуючим поліномом будь-якого типу. У більшості випадків надають перевагу двом поліномам:

- інтерполяційному поліному Лагранжа ступеня $n = 0$ (ступінчаста інтерполяція) і $n = 1$ (лінійна інтерполяція);
- екстраполяційному поліному Тейлора ступеня $n = 0$ (ступінчаста екстраполяція) і $n = 1$ (лінійна екстраполяція).

При цьому орієнтуються на рівномірний або середньоквадратичний критерій наближення. Аналіз похибки відновлення аналогової форми сигналу дає змогу отримати математичні вирази для розрахунку кроку РЧД, виходячи із залишкового члена полінома, що наведені в табл. 7.1, де M_1 та M_2 - модуль-максимум 1-ї і 2-ї похідних сигналу відповідно; σ_d і δ_d - абсолютні середньоквадратична і максимальна похибки дискретизації сигналу [6].

$$M_1 = \max|x'(t)|, \quad M_2 = \max|x''(t)|, \quad t \in t_m;$$

Табл. 7.1 Розрахунок кроку РЧД

Критерій наближення	Поліном	Ступінь n	Крок РЧД Δt
Рівномірний	Тейлора	0	δ_D / M_1
		1	$\sqrt{2\delta_D / M_2}$
	Лагранжа	0	$2\delta_D / M_1$
		1	$\sqrt{8\delta_D / M_2}$
Середньоква- дратичний	Тейлора	0	$\sqrt{3}\delta_D / M_1$
		1	$\sqrt{2\sqrt{5}\delta_D / M_2}$
	Лагранжа	0	$2\sqrt{3}\delta_D / M_1$
		1	$\sqrt{2\sqrt{30}\delta_D / M_2}$

Завдання

1. Виконати дискретизацію аналогового сигналу $s(t)$, вид якого представлений на рис. 7.1, а, з наступними параметрами: частота дискретизації $\Delta f = 0,6$ Гц, тривалість сигналу $t = 0..10$ с. Інтервал дискретизації прийняти рівним $\Delta t = 1/\Delta f$.

$$s(t) = e^{-0.08 \cdot t^2}$$

Результат операції вивести на одному графіку з аналоговим сигналом, як показано на рис. 7.1, б.

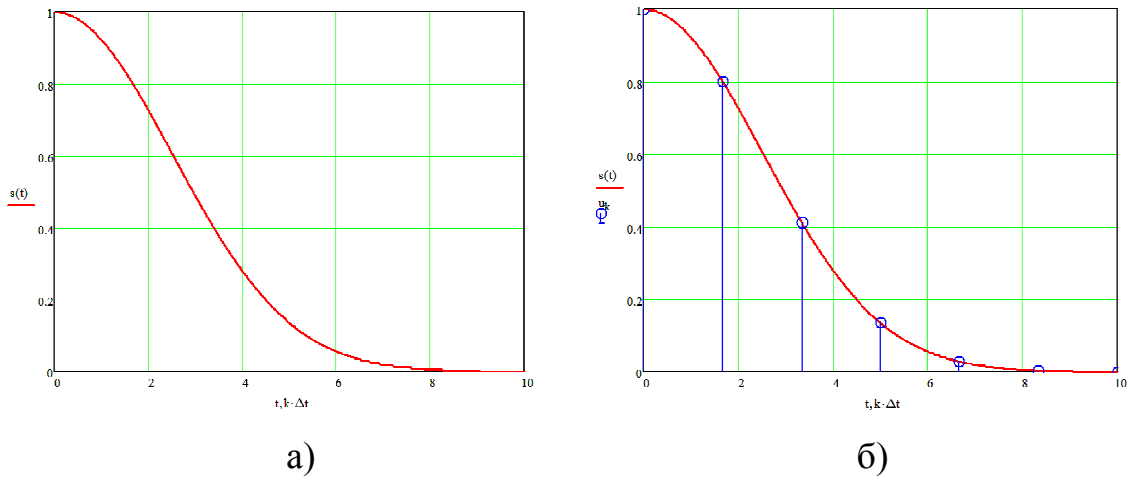


Рис. 7.1. Дискретизація аналогового сигналу

2. Побудувати спектр дискретного сигналу, отриманого в п. 1, використовуючи пряме швидке дискретне перетворення Фур'є, як вбудовану в MathCad функцію *CFFT*. Результат операції представлений на рис. 7.2, а.

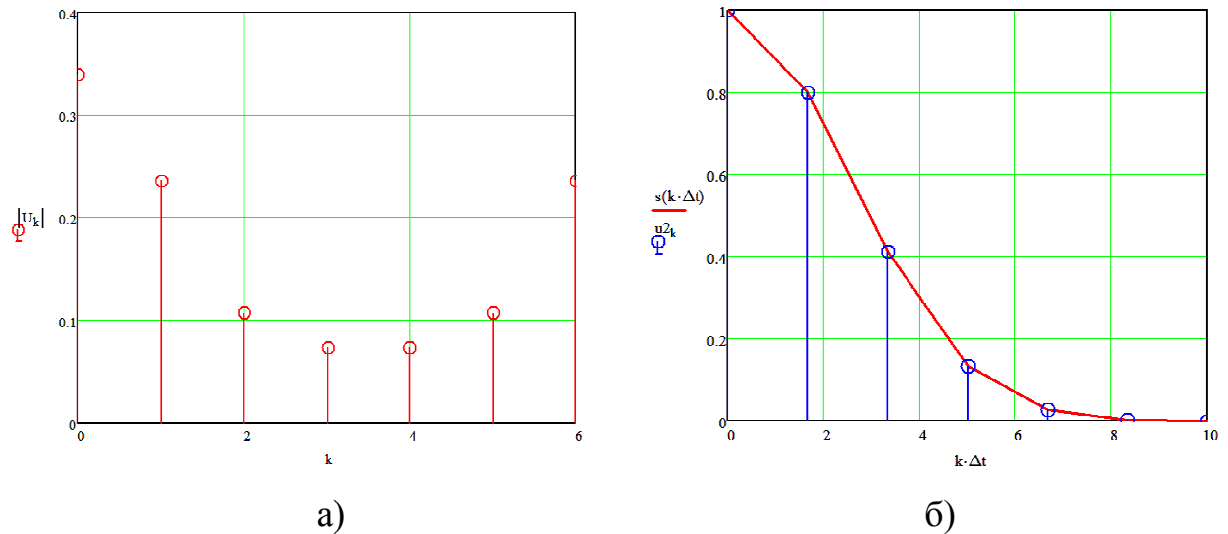


Рис. 7.2. Дискретизація і відновлення аналогового сигналу за допомогою швидкого дискретного перетворення Фур'є

3. Виконати відновлення аналогового сигналу, показаного на рис. 7.1, а, використовуючи зворотне швидке дискретне перетворення Фур'є, як вбудовану в MathCad функцію *ICFFT* (рис. 7.2, б). Порівняти отримані результати.

4. Виконати дискретизацію сигналу $f(t)$, тривалість якого $t = 0..10$ с, з інтервалом дискретизації $\Delta t = 1$ с (рис. 7.3, а).

$$f(t) = t \cdot \exp(-t) + 0.02$$

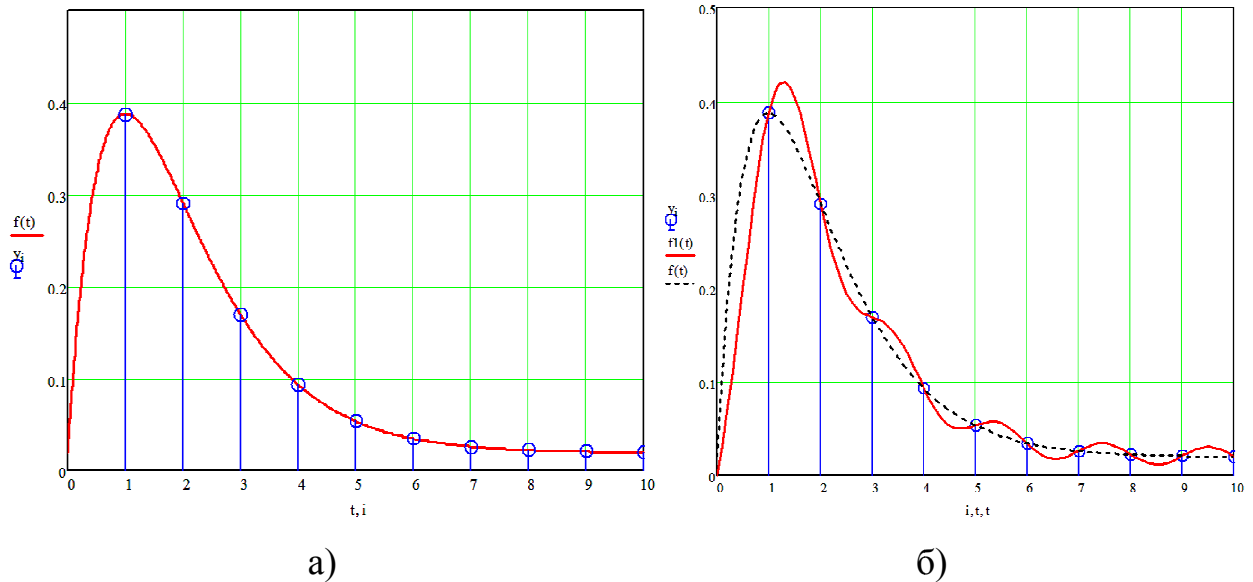


Рис. 7.3. Дискретизація і відновлення аналогового сигналу на основі поліноmu Котельникова із застосуванням функції *sinc*

5. Виконати відновлення аналогового сигналу $f(t)$, заданого в п.4, за його дискретними відліками, використовуючи функцію $sinc(t)$ на основі полінома Котельникова. Результат операції наведено на рис. 7.3, б. Зробити висновки про точність відновлення аналогової форми сигналу на основі заданої кількості вибірок.

6. Знайти крок РЧД аналогового сигналу $x(t)$, при якому похибка рівномірного наближення не перевищує допустимої величини $\delta_d = 0.1$ В при способі відтворення, орієнтованому на лінійну інтерполяцію. Сигнал має наступні параметри: $A_0 = 0,2 \text{ В} \cdot \text{с}^{-2}$; $\lambda = 0,02 \text{ с}^{-1}$. Період сигналу прийняти рівним $T = 20$ с, тривалість $t = 0, T/100..T$.

$$x(t) = A_0 \cdot t^2 \cdot \exp(-\lambda \cdot t^2), \text{ при } t > 0.$$

Розрахунок виконати згідно з прикладом 7.1.

7. Дослідити залежність значення допустимої величини похибки δ_d від кількості відліків, необхідних для відновлення форми аналогового сигналу, заданого в п.6, на всьому часовому проміжку існування.

Приклад 7.1. Нехай задано сигнал (рис. 7.4, а, при $T = 10$ с і $t = 0, T/100..T$) з параметрами $A_0 = 1,5$ В·с⁻² і $\lambda = 1$ с⁻¹, математична модель якого має вигляд:

$$x(t) = A_0 \cdot t^2 \cdot \exp(-\lambda \cdot t), \text{ при } t > 0.$$

Знайти крок РЧД, при якому похибка рівномірного наближення не перевищує допустимої величини $\delta_d = 0.2$ В при способі відтворення, орієнтованому на лінійну інтерполяцію.

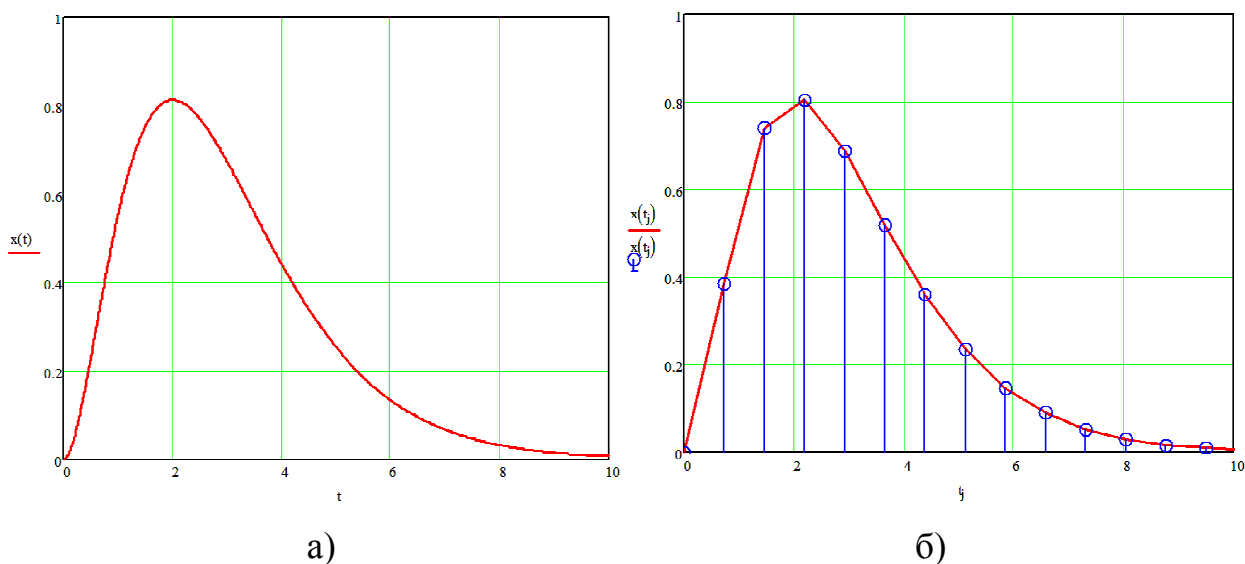


Рис. 7.4. Дискретизація аналогового сигналу з розрахунком кроку РЧД за похідними сигналу

Розв'язок. Згідно табл. 7.1, для розрахунку кроку РЧД необхідно провести аналіз похідної сигналу $x(t)$ на інтервалі визначення $t > 0$. Розрахуємо похідну в символному вигляді:

$$\frac{d}{dt}(A_0 \cdot t^2 \cdot \exp(-\lambda \cdot t))$$

Результат диференціювання з застосуванням спрощення:

$$x_2(t) := A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} (\lambda^2 \cdot t^2 - 4 \cdot \lambda \cdot t + 2)$$

Значення похідної на межах інтервалу визначення:

$$x_2(0) = 3 \text{ – ліва межа інтервалу;}$$

$$x_2(\infty) = 0 \text{ – права межа інтервалу (умовна нескінченність).}$$

Знайдемо точки екстремуму 1-ї похідної. Для цього визначимо другу похідну сигналу в символічному вигляді:

$$\frac{d^2}{dt^2} (A_0 \cdot t^2 \cdot \exp(-\lambda \cdot t))$$

Результат диференціювання з застосуванням спрощення:

$$x_3(t) := -A_0 \cdot \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot t} (\lambda^2 \cdot t^2 - 6 \cdot \lambda \cdot t + 6)$$

Необхідно розв'язати рівняння:

$$\lambda^2 \cdot t^2 - 6 \cdot \lambda \cdot t + 6 = 0$$

Коренями рівняння будуть наступні значення:

$$\begin{pmatrix} \sqrt{3} + 3 \\ 3 - \sqrt{3} \end{pmatrix}$$

Отримаємо: $t_1 = 4,732$; $t_2 = 1,268$.

Третій корінь t_3 відповідає умові $\exp(-\lambda \cdot t) = 0$, а отже $t_3 = \infty$.

Значення модуля похідної в точках екстремуму будуть:

$$|x_2(t_1)| = 0.072 \quad |x_2(t_2)| = 0.618$$

Порівняння значень модуля похідної в точках екстремуму і на межах інтервалу визначає модуль-максимум похідної M_2 :

$$M_2 := \max(|x_2(0)|)$$

Для визначення модуль-максимуму похідної M_2 береться значення похідної функції в точці, в якій остання приймає максимальне значення (в

даному випадку похідна приймає максимальне значення $3 \text{ с}^{-2} \cdot \text{В}$ на лівій межі інтервалу в точці $t = 0 \text{ с}$).

Далі визначається значення кроку РЧД для лінійної інтерполяції згідно з табл. 7.1:

$$\Delta t := \sqrt{\frac{8 \cdot \delta}{M2}}, \text{ звідки } \Delta t = 0.73$$

Відліки сигналу при РЧД у випадку лінійної інтерполяції і графік його відновлення тим же методом показані на рис. 7.4, б, при:

$$j := 0..14 \quad t_j := j \cdot \Delta t$$

Контрольні запитання

1. Дайте визначення поняття «дискретний сигнал». У чому його відмінність від цифрового сигналу? Який параметр є найбільш важливим при дискретизації сигналу?
2. У чому полягає суть теореми Котельникова?
3. Що таке рівномірна часова дискретизація? Які існують підходи для визначення її кроку?
4. У чому полягає суть одного з підходів для визначення кроку РЧД?
5. Що таке модуль-максимум похідної функції і як він визначається?
6. Що являє собою поліном Котельникова та для чого він використовується?

КОМП'ЮТЕРНИЙ ПРАКТИКУМ №8

Квантування сигналів. Екстраполяція даних

Мета роботи: навчитися моделювати в MathCad операцію квантування аналогових детермінованих сигналів, фільтрацію і відновлення квантованих сигналів, а також виконувати екстраполяцію даних із застосуванням вбудованих в середовище функцій.

Завдання

Одним з методів відновлення аналогового сигналу по його дискретним значенням є екстраполяція даних.

1. Виконати екстраполяцію сигналу $f(x)$ за допомогою вбудованої в середовище MathCad функції *predict*, як показано на рис. 8.1.

$$f(x) = \exp\left(\frac{x}{5}\right) \cos(5x)$$

Вихідна функція має 20 відомих дискретних значень на відрізку $[0, 2]$. Розрахувати і відобразити на графіку наступні 20 дискретних значень функції на інтервалі $[2, 4]$, отриманих за допомогою екстраполяції даних. Відобразити на цьому ж відрізку у вигляді пунктирної лінії базову функцію для перевірки результатів екстраполяції.

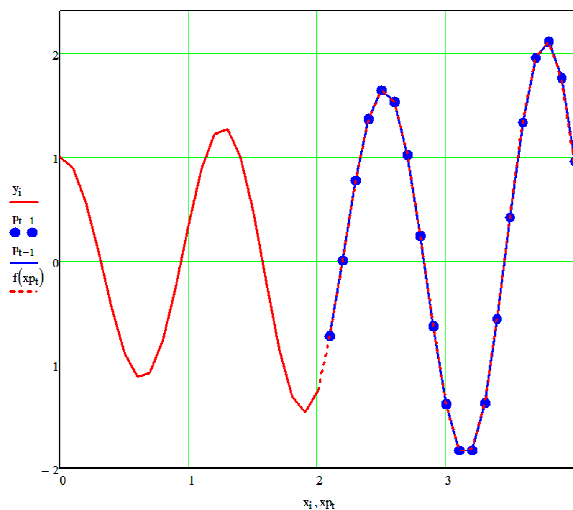


Рис. 8.1. Екстраполяція даних

Дослідити залежність точності результатів екстраполяції даних від кількості точок, взятих для аналізу поведінки функції. Зробити висновки.

2. Виконати аналогово-цифрове перетворення сигналу $y(t)$, графік якого наведено на рис. 8.2, а.

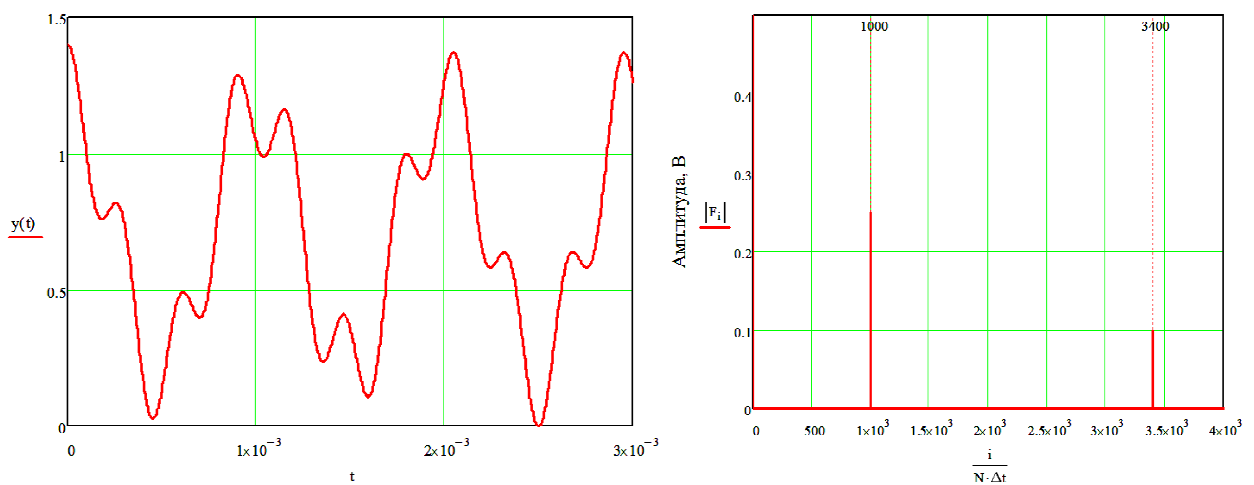
$$y(t) = 0.7 + 0.2 \cos(2\pi 3400t) + 0.5 \cos(2\pi 1000t)$$

Перетворення виконати відповідно до наступного алгоритму:

а) на основі подання сигналу в частотній області (рис. 8.2, б) визначити частоту зрізу і частоту дискретизації, керуючись теоремою Котельникова;

б) дискретний сигнал представити у вигляді прямокутних імпульсів, як показано на рис. 8.3, а;

в) виконати квантування отриманого дискретного сигналу по 8 рівням. Отриманий квантований сигнал представлений на рис. 8.3, б.



а) б)
Рис. 8.2. Аналоговий сигнал та його спектр

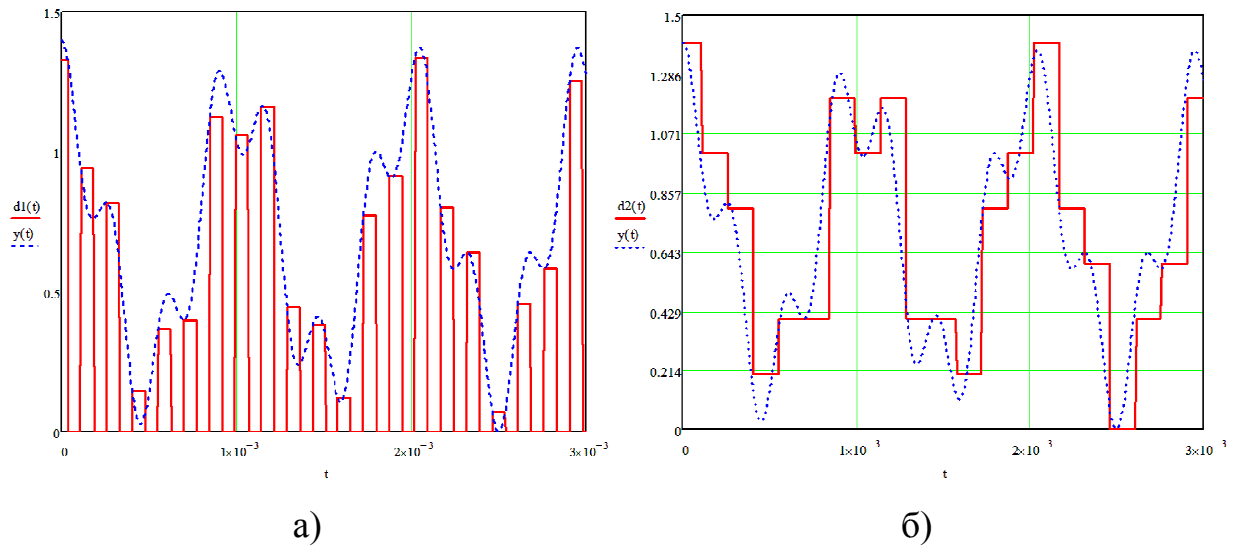


Рис. 8.3. Дискретний і квантований сигнали

3. Виконати квантування сигналу $s(t)$ по 8 рівням, використовуючи вбудовану в MathCad функцію *quantize*.

$$S(t) = 0.4 + 0.2 \cos(2\pi \cdot t) + 0.5 \cos\left(\frac{2\pi \cdot t}{50}\right)$$

Тривалість сигналу прийняти рівною 150 с, а крок аргументу функції – 1 с. Результат операції показаний на рис. 8.4, а.

4. Виконати фільтрацію і відновлення квантованого сигналу, отриманого в п. 3 роботи.

В якості фільтра необхідно використовувати фільтр нижніх частот з імпульсною характеристикою кінцевої тривалості, реалізований в MathCad у вигляді функції *lowpass* з наступними аргументами: частота відсічки 0.12; кількість коефіцієнтів вікна Хенінга 15 і вікном Тайпера рівним 4 [5].

Для відновлення квантованого сигналу слід використовувати функцію *response*, другим аргументом якої необхідно поставити функцію фільтру. Результат операції представлений на рис. 8.4, б.

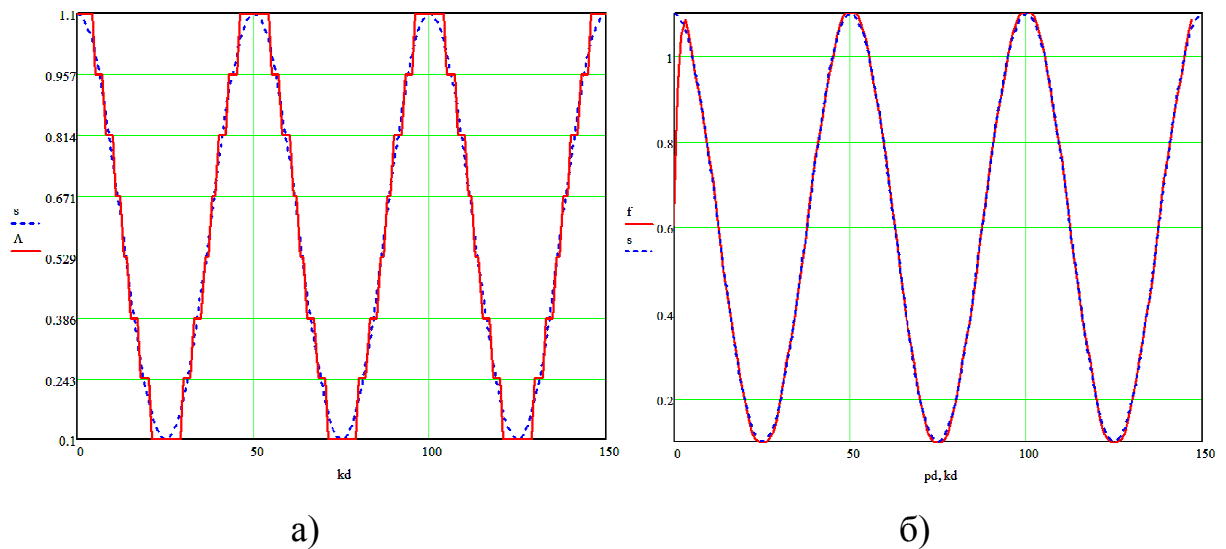


Рис. 8.4. Квантування сигналу і його відновлення за допомогою фільтра
НИЗЬКИХ ЧАСТОТ

5. Реалізувати квантування по 5 рівням двомірного масиву даних, що характеризує розподіл інтенсивності в гаусовій плямі, яке описується рівнянням

$$x_{j,k} = \exp\left[\frac{-(j-15)^2 - (k-15)^2}{100}\right]$$

Значення функції при $j = 15$ і $k = 15$ прийняти рівним 1.0001.

Для спрощення побудови графіка X слід перетворити елементи в цілі числа в діапазоні від 0 до 255 (шляхом масштабування й округлення в меншу сторону), а потім масштабувати матрицю для отримання більшого зображення. Для реалізації цих операцій необхідно використовувати вбудовані в середовище MathCad функції *scale*, *ceil* та *zoom*.

Далі за допомогою функції *WRITEBMP* записати значення отриманого масиву даних в графічний файл з розширенням *.bmp. Результат операції представлено на рис. 8.5, а.

Використовуючи вбудовану функцію квантування *quantize* виконати квантування отриманого двомірного масиву по 5 рівням. В ході квантування необхідно також використовувати функції *scale*, *ceil* і *zoom* для масштабування, округлення значень масиву і збільшення розміру отриманого

зображення. За допомогою функції *WRITEBMP* записати значення отриманого масиву даних в графічний файл з розширенням *.bmp.

Результат квантування двовимірного масиву, що описує розподіл інтенсивності в гаусовій плямі, наведено на рис. 8.5, б).

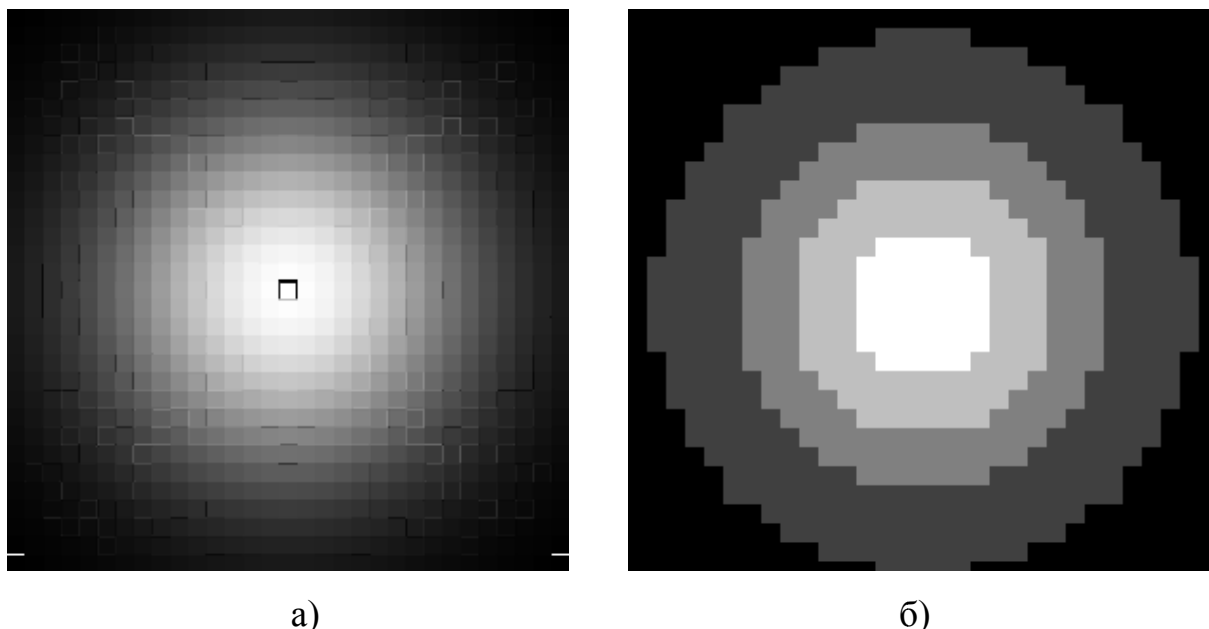


Рис. 8.5. Квантування двовимірного масиву даних

Контрольні запитання

1. Дайте визначення терміну екстраполяція? У чому недоліки цього методу обробки даних і в яких випадках вони будуть проявлятися більш суттєво?

2. У чому полягає суть операції квантування? Як визначається число рівнів квантування для реального АЦП?

3. Як визначається максимальна помилка квантування? Чим вона зумовлена? Як цю помилку зазвичай враховують при інженерних розрахунках цифрових систем?

4. У чому полягає суть ефекту поглинання частот (aliasing) при оцифрування аналогового сигналу і його відновленні?

5. Для чого в цифрових електронних пристроях на вході системи встановлюється фільтр низьких частот?

КОМП'ЮТЕРНИЙ ПРАКТИКУМ №9

Дослідження сигналів з амплітудною модуляцією

Мета роботи: навчитися моделювати в середовищі MathCad амплітудно-модульовані (АМ) сигнали і виконувати детектування таких сигналів за допомогою різних методів демодуляції.

Завдання

1. Змоделювати (отримати графічне зображення) дискретний сигнал на частоті $f_{\text{и}} = 300$ Гц, що представляє собою інформаційну огибающую - гармонічне коливання за синусоїдальним законом для подальшого його використання в якості модулюючої складової АМ сигналу. Сигнал повинен мати наступні параметри: амплітуда $A = 1$ В, початкова фаза $\varphi_0 = 0$. Кількість дискретних відліків і період дискретизації сигналу вибрати довільно виходячи з міркувань коректності відображення графічної інформації. За допомогою вбудованої в MathCad функції *FFT* побудувати його спектр з позначеним максимальним значенням амплітуди у вигляді маркера. Результат операції показано на рис. 9.1.

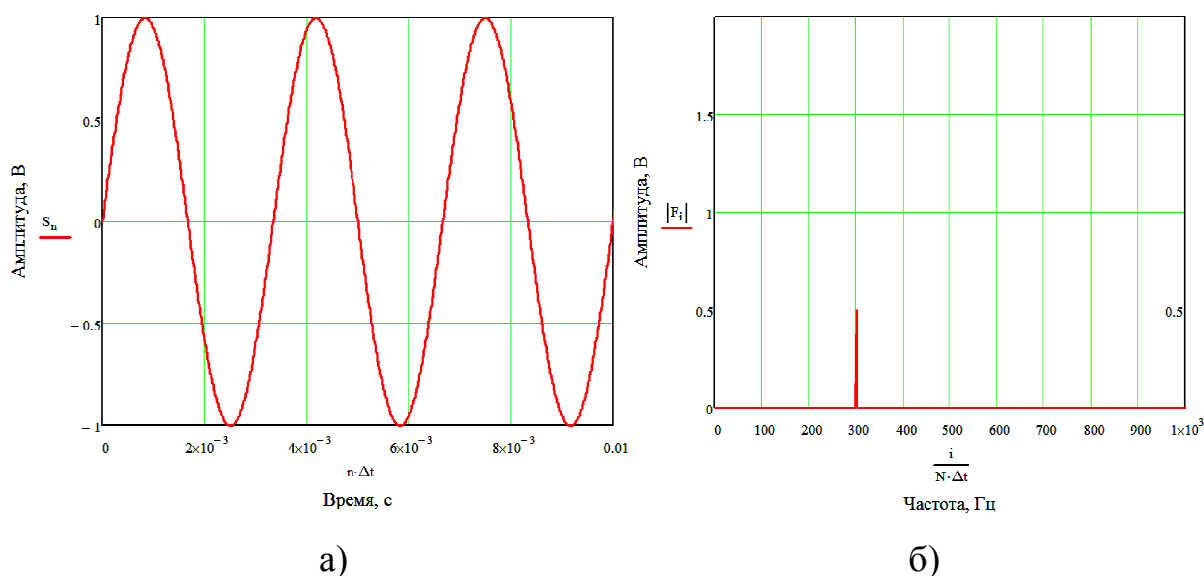


Рис. 9.1. Інформаційний сигнал (а) та його спектр (б)

2. Змодельовати АМ сигнали з однотоноюльною модуляцією і частотою несучого коливання $f_n = 3000$ Гц, використовуючи наступні математичні вирази:

$$U(t) = U_m \cdot [1 + M \cdot s(t)] \quad u(t) = U(t) \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

Задати наступні параметри сигналів: постійна амплітуда несучого коливання при відсутності модулюючого сигналу $U_m = 1$ В, початкова фаза несучого коливання $\varphi_0 = 0$, коефіцієнт модуляції $M = 0.5, 1, \text{ і } 1.5$. Побудувати спектри сигналів при різних коефіцієнтах модуляції M і порівняти їх. Амплітуди гармонік на спектрах позначити маркерами. Результат моделювання такого сигналу для $M = 1$ показано на рис. 9.2.

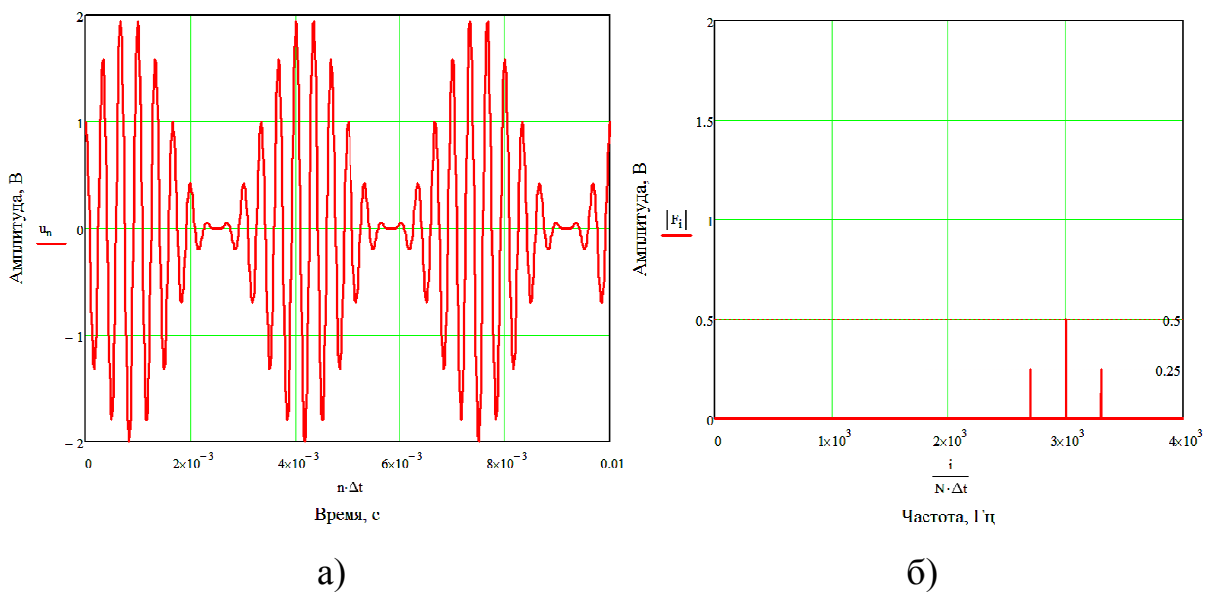


Рис. 9.2. АМ сигнал з однотоноюльною модуляцією (а) та його спектр (б) при коефіцієнті модуляції $M = 1$

3. Виконати програмне детектування АМ сигналу, отриманого в п.2, на основі методу двонапівперіодної демодуляції для $M = 1$. Результат операції показаний на рис. 9.3.

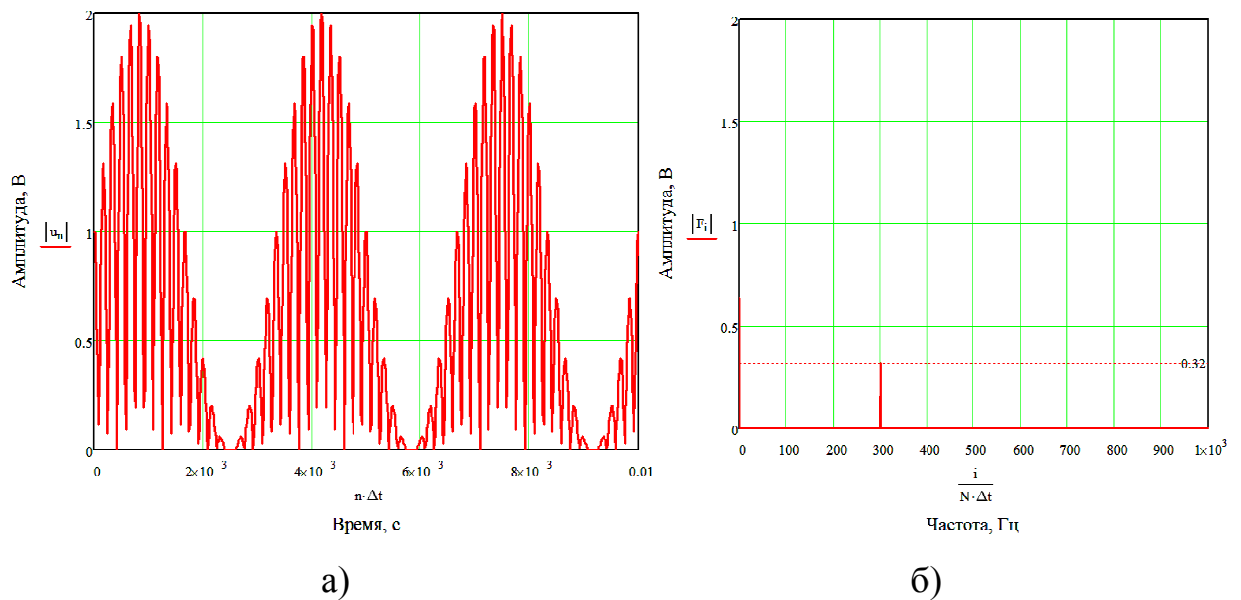


Рис. 9.3. Однотональний АМ сигнал після двонапівперіодного детектування (а) та його спектр (б) при коефіцієнті модуляції $M = 1$

4. Виконати програмне детектування АМ сигналу, отриманого в п.2, на основі методу однонапівперіодної демодуляції для $M = 1$. Результат представити по аналогії з прикладом, наведеним у п.3.

5. Виконати програмне детектування АМ сигналу, отриманого в п.2, на основі методу синхронної демодуляції для $M = 1$. Результат представити по аналогії з прикладом, наведеним у п.3. Порівняти і проаналізувати результати, отримані в п. 3-5.

6. Побудувати графіки залежностей повної, пікової потужностей і ККД від значення коефіцієнта модуляції M для АМ сигналу з однотональною модуляцією, отриманого в п. 2, позначивши на них маркером максимально можливе практичне значення. Проаналізувати, який з цих параметрів збільшується більш стрімко з ростом коефіцієнта модуляції M для АМ сигналу.

7. На основі інформаційної огибаючої, отриманої в п.1, змоделювати АМ сигнал з двотональною модуляцією і частотою несучого коливання $f = 10$ кГц. Параметри другої гармоніки (частоту і початкову фазу) для інформаційної складової вибрати самостійно. Побудувати спектр отриманого

АМ сигналу з двотональною модуляцією. При моделюванні використовувати наступний математичний вираз [7]:

$$u(t) = U_m \left[1 + \sum_{n=1}^N M_n \cos(\Omega_n t + \Phi_n) \right] \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

Контрольні запитання

1. Дайте визначення поняття «коефіцієнт амплітудної модуляції». Який коефіцієнт модуляції доцільно встановлювати для АМ сигналів в реальній техніці? Що станеться з АМ сигналом, якщо коефіцієнт модуляції задати більше 1?

2. Порівняти результати детектування амплітудно-модульованого сигналу, отримані на основі різних методів демодуляції, використаних в роботі. Який з методів дозволяє отримати найбільш якісний результат? Відповідь обґрунтуйте.

3. Який з використаних в роботі методів демодуляції сигналів найбільш просто реалізується на апаратному рівні? Відповідь обґрунтуйте. Наведіть електронну схему такого детектора і поясніть принцип його роботи.

4. Які основні недоліки використання методу синхронної демодуляції? Чому, незважаючи на їх наявність, даний метод широко застосовується в наш час на практиці?

5. Які існують види модуляції сигналів крім амплітудної? Дайте короткий опис їх принципів роботи.

КОМП'ЮТЕРНИЙ ПРАКТИКУМ №10

Кореляційний аналіз і згортка дискретних сигналів. Оцінка стисливості сигналів

Мета роботи: навчитися моделювати в MathCad операції коваріації, кореляції і згортки дискретних сигналів із застосуванням вбудованих в середовище функцій, а також оцінювати стисливість сигналів для застосування адаптивної часової дискретизації.

Завдання

Для порівняння і розпізнавання сигналів в цифрових системах нерідко застосовується операція кореляції.

1. Згенерувати попарно корельовані випадкові числа з нормальним розподілом у вигляді двох векторів x_1 і x_2 , кожен розмірністю 1000 точок, на основі наступних математичних виразів:

$$x_1 = rnorm(N, 0, \sigma); \quad x_2 = R \cdot x_1 + \sqrt{1 - R^2} \cdot rnorm(N, 0, \sigma)$$

Середньоквадратичне відхилення σ прийняти рівним 3.

Побудувати графіки отриманих чисел для коефіцієнтів кореляції $R = 0.000001, 0.5, 0.9$ і 1 відповідно, як показано на рис. 10.1. Використовуючи вбудовану в середовище MathCad функцію *corr*, розрахувати коефіцієнт кореляції отриманих векторів для кожного випадку.

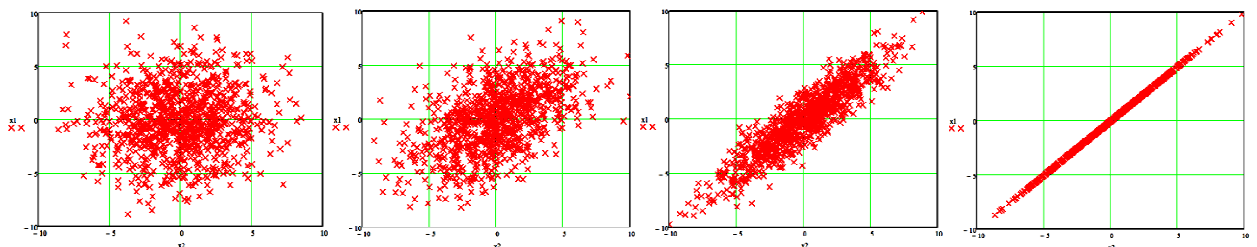


Рис. 10.1 Попарно корельовані випадкові числа з коефіцієнтами кореляції 0.000001, 0.5, 0.9 і 1 відповідно

2. Проаналізувати взаємозв'язок (схожість) двох сигналів $f(x)$ і $g(x)$ після дискретизації (показані на рис 10.2) на основі операцій коваріації і кореляції вручну і з застосуванням вбудованих в середовище функцій. Для аналізу використовувати перші 50 дискретних відліків сигналів з періодом дискретизації рівним 0.1 с.

$$f(x) = \exp\left(\frac{x}{2}\right) \cos(5x) \quad g(x) = \exp\left(\frac{x}{5}\right) \cos(5x)$$

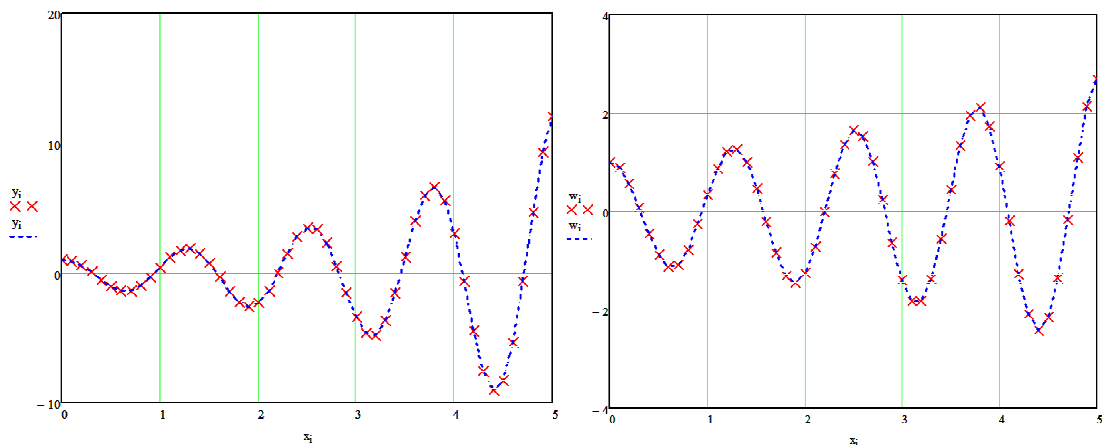


Рис. 10.2 Дискретні сигнали

Для автоматичного аналізу сигналів необхідно використовувати вбудовані в MathCad функції *svar* і *corr*, для ручного - наступні математичні вирази:

- для визначення коефіцієнта коваріації:

$$kov(f, g) = \frac{1}{N+1} \sum_{i=0}^N [(f_i - m1) \cdot (g_i - m2)]$$

- для визначення коефіцієнта кореляції:

$$cor(f, g) = \frac{kov(f, g)}{stdev(f) \cdot stdev(g)},$$

де $m1 = mean(f)$; $m2 = mean(g)$ – вибіркові середні значення сигналів;
 $stdev(f)$ і $stdev(g)$ – функції для розрахунку стандартних відхилень.

Побудувати графік функції взаємної кореляції сигналів $f(x)$ і $g(x)$ після дискретизації, як продемонстровано на рис. 10.3. Проаналізувати отриманий результат і зробити висновки.

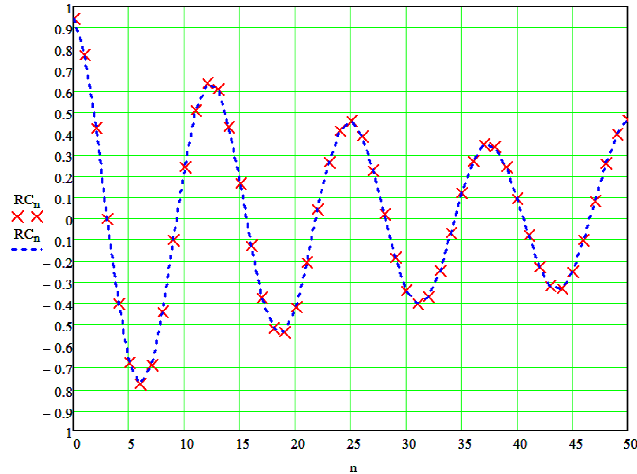


Рис. 10.3 Функція взаємної кореляції дискретних сигналів

3. Проаналізувати взаємозв'язок (схожість) двох масивів $z1$ і $z2$ з 1024 випадкових значень, згенерованих на основі різних законів розподілу ймовірностей, використовуючи операції коваріації і кореляції.

Перший вектор випадкових значень має нормальний розподіл:

$$z1 = rnorm(K, E, \sigma),$$

де $K = 1024$; $E = 0.5$; $\sigma = 0.15$.

Другий вектор випадкових значень має бета-розподіл ймовірності:

$$z2 = rbeta(K, \alpha, \beta),$$

де $K = 1024$; $\alpha = 3$; $\beta = 0.8$.

Отримані випадкові значення масивів даних відображені на рис. 10.4, а.

Побудувати графік функції взаємної кореляції векторів $z1$ і $z2$, як показано на рис. 10.4, б. Проаналізувати отриманий результат і зробити висновки.

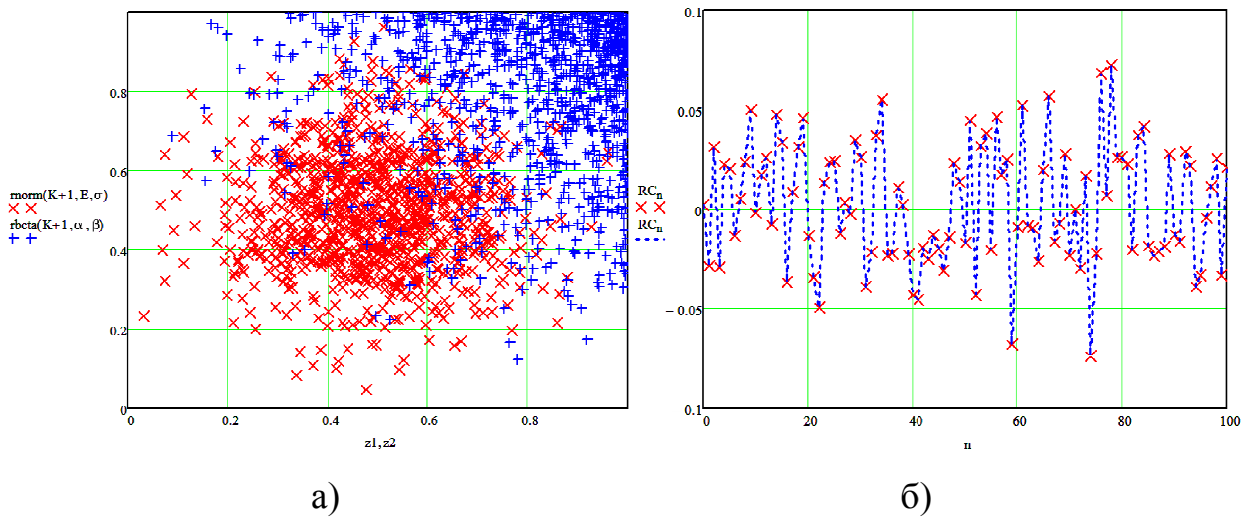


Рис. 10.4 Масиви випадкових значень, згенерованих на основі різних законів розподілу ймовірностей, і функція їх взаємної кореляції

4. Згортка – один з широко застосовуваних процесів в цифровій обробці сигналів. Для аналогових сигналів згортка визначається як:

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \cdot h[n-k] \equiv (x \cdot h)[n] = \int_R x(n-k)g(k)dk$$

Рівняння дискретної згортки двох сигналів може бути отримано безпосередньо з інтегрального рівняння згортки при заміні інтегрування підсумовуванням миттєвих значень функцій з кроком Δt . При виконанні дискретної згортки маємо справу з цифровими масивами, при цьому крок дискретизації для масивів по фізичному аргументу згортки повинен бути рівним і приймається за 1, а в якості аргументу використовується нумерація відліків в масивах.

Для обчислення дискретної згортки y_k масив однієї з функцій (x_k – вхідного сигналу) розташовується по ходу зростання номерів. Масив другої функції (h_n – коротшої, оператор згортки), будується паралельно першому масиву в зворотному порядку (по ходу зменшення номерів, в режимі зворотного часу). Для обчислення y_k значення h_0 розташовується проти s_k , всі значення s_{k-n} перемножуються з розташованими проти них значеннями h_n і підсумовуються. Результати підсумовування є вихідним значенням функції

y_k , після чого оператор h_n зсувається на один номер k вперед (або функція s_k зсувається йому назустріч) і обчислення повторюється для номера $k+1$ і т.д.

Виконати операцію дискретної згортки сигналів s_k і x_n , які описуються нижчезазначеними математичними виразами.

$$s_k = 0.2 \cdot \exp[-0.01 \cdot (k - 40)^2] \quad x_n = \exp(-0.3 \cdot n)$$

при наступних параметрах: $k = 0..80$; $n = 0..20$.

Графіки сигналів демонструє рис. 10.5, а результат операції згортки - рис. 10.6. На підставі отриманих результатів зробити висновки.

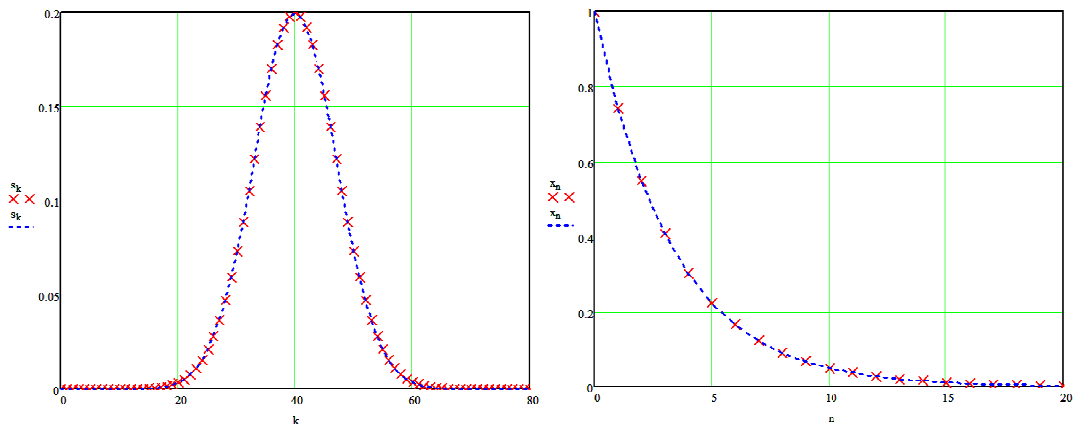


Рис. 10.5 Дискретні експоненціальні сигнали

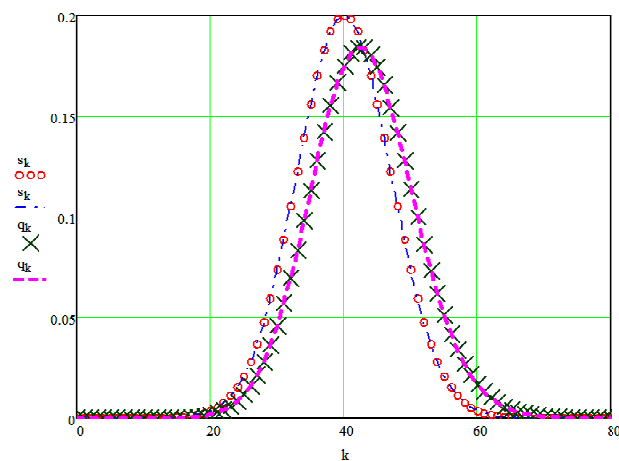


Рис. 10.6 Результат операції згортки у порівнянні з одним із вхідних сигналів

5. Стаціонарний нормальний випадковий сигнал $x(t)$ з параметрами $\sigma = 2$ і $\alpha = 0.5$ характеризується кореляційною функцією:

$$R(\tau) = \sigma^2 \cdot \exp(-\alpha \cdot \tau^2)$$

Оцінити стисливість випадкового сигналу для адаптивної часової дискретизації (АЧД) при його відновленні методом лінійної екстраполяції (ЛЕ) на основі наведеного нижче алгоритму.

Незалежно від критерію наближення для розрахунку коефіцієнта стисливості (*) необхідно провести аналіз другої похідної випадкового сигналу $x(t)$.

$$K_c = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{M_2}{|x''|_{cp}}}, \quad (*)$$

де M_2 – модуль-максимум другої похідної.

При диференціюванні нормального процесу його закон розподілу не змінюється. Тому для опису закону розподілу похідної необхідно знати тільки її середньоквадратичне відхилення (математичне очікування похідною дорівнює нулю). З цією метою на підставі (**) знайдемо кореляційну функцію другої похідної $x_2(t)$ випадкового сигналу $x(t)$.

$$R_{x^{(k)}}(\tau) = (-1)^k \frac{d^{2k} R_x(\tau)}{d\tau^{2k}}, \quad (**)$$

де $R_{x^{(k)}}(\tau)$ – автокореляційна функція k -ї похідної.

Алгоритм розрахунку коефіцієнта стисливості сигналу [7]:

а) на підставі виразу (**) визначити автокореляційну функцію другої похідної сигналу;

б) підставивши в результат диференціювання $\tau = 0$, отримати середньоквадратичне відхилення 2-ї похідної σ_{x_2} :

$$\sigma_{x_2} = \sqrt{R_{x_2}(0)}$$

в) для оцінки модуль-максимуму 2-ї похідної M_2 скористатися критерієм "трьох сигм":

$$M_2 = 3\sigma_{x_2}$$

г) для нормального закону розподілу середнє значення модуля 2-ї похідної прийняти рівним:

$$x_{2_{cp}}(\sigma_{x_2}) = 2 \cdot \int_0^{\infty} \frac{x_2}{\sigma_{x_2} \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{x_2^2}{2 \cdot \sigma_{x_2}^2}\right) dx_2$$

д) на підставі виразу (*) для випадку лінійної екстраполяції визначити коефіцієнт стисливості сигналу K_c за допомогою алгоритму АЧД, прийнявши $|x'|_{cp} = x_{2_{cp}}(\sigma_{x_2})$;

е) при $\beta = 0.1$ у випадку допустимої середньоквадратичної похибки $\sigma_D = \beta \cdot \sigma$ на підставі табл. 1.1, виконавши заміну M_2 на $x_{2_{cp}}(\sigma_{x_2})$, визначити середній такт вимірювання Δt при АЧД-ЛЕ.

Контрольні запитання

1. Дайте визначення терміну «кореляція». Які види кореляційних функцій існують і чим вони відрізняються? В якому діапазоні може приймати значення кореляційна функція?

2. У чому відмінність операцій коваріації і кореляції, операцій кореляції і згортки?

3. У чому відмінність принципів реалізації дискретної згортки і згортки аналогових сигналів? Чи існують відмінності у властивостях цієї операції для зазначених двох випадків?

4. Для чого в цифрових системах можуть використовуватися операції кореляції і згортки? Наведіть приклади реальних систем.

5. Поясніть поняття стисливості сигналів. Що таке коефіцієнт стисливості і як його використовувати при моделюванні і розрахунку цифрової системи? Для яких сигналів найбільш раціонально застосування стисливості даних?

ЛІТЕРАТУРА

1. Лазарєв Ю. Ф., Моделювання на ЕОМ. Навчальний посібник. – К.: Політехніка, 2007. – 290 с.
2. Попов А. О. Теорія сигналів [Електронний ресурс] : навчальний посібник для студентів, які навчаються за спеціальністю 153 «Мікро- та наносистемна техніка» / уклад. А. О. Попов. – К.: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. – 270 с.
3. Бабак В. П. Детерміновані сигнали і спектри: Навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів / В. П. Бабак, А. Я. Белецький. – К.: Техніка, 2003. – 455 с.
4. Лазарєв Ю. Ф. Початок програмування в середовищі MatLAB: навчальний посібник / Ю. Ф. Лазарєв. – К.: НТУУ «КПІ», 2003. – 424 с.
5. Попов А. О. Теорія сигналів. Практикум [Електронний ресурс] : навчальний посібник / уклад. А. О. Попов, А. С. Порєва, К. О. Іванько, І. П. Голубєва, Є. С. Карплюк. – К.: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. – 65 с.
6. Андруник В. А. Чисельні методи в комп'ютерних науках: навчальний посібник / В. А. Андруник, В. А. Висоцька, В. В. Пасічник, Л. Б. Чирун, Л. В. Чирун. – Львів: Новий світ, 2017. – 470 с.
7. Ямненко Ю. С. Теорія інформації та обробка сигналів-1. Конспект лекцій [Електронний ресурс] : навчальний посібник / уклад.: Ю. С. Ямненко, К. С. Клен. – К.: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. – 120 с.