

Деякі аспекти підготовки та проведення математичних олімпіад в ІСЗЗІ

О.Г. Білий¹, В.О. Білий², Т.В. Іваненко³, Н.В. Крошко⁴

¹Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», м. Київ, Україна, ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-1377-0066>
(National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Kyiv, Ukraine)

²Київський національний університет імені Тараса Шевченка, м. Київ, Україна
ORCID ID: <https://orcid.org/0009-0001-9696-1679>
(Taras Shevchenko Kyiv National University, Kyiv, Ukraine),

³Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», м. Київ, Україна, ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-7580-8483>
(National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Kyiv, Ukraine)

⁴Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», м. Київ, Україна, ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-7628-8387>
(National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Kyiv, Ukraine)

Анотація

Розглянуто питання організації, підготовки та проведення математичних олімпіад різних рівнів в ІСЗЗІ (Інститут спеціального зв'язку та захисту інформації). Олімпіадний рух в КПП має глибоке коріння, усталені традиції, славу історію і потужну та всебічну підтримку з боку керівництва. На регулярній основі математичні олімпіади факультетського рівня в ІСЗЗІ стали проводитись з 2010 року силами викладачів МА та ТЙ (кафедра математичного аналізу та теорії ймовірностей), що тут працюють. В проведенні ж Всеукраїнської математичної відкритої олімпіади приймали участь практично всі викладачі кафедри. Підготовка студентів та курсантів до олімпіади різних рівнів виконувалась під час роботи математичних гуртків, які працювали в ІСЗЗІ та на кафедрі.

belyi.oleksandr@gmail.com

©The Author(s)2025. Licensed under the [Creative Commons Attribution 4.0 International License](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

Cite as: O.G.Bilyi, V.O.Bilyi, T.V.Ivanenko & N.V.Kroshko (2022). Some aspects of preparing and holding mathematical competitions at the Institute of SCIP. *Mathematics in Modern Technical University*, 2025(1), 61-90.
10.20535/mmtu-2025.1-061

Проводився також аналіз та розв'язання задач, за-пропонованих на олімпіаді. Методичні розробки деяких вибраних тем виконувались і впроваджувались викладачами математики в ІСЗЗІ, які забезпечували також організацію, проведення олімпіади та перевірку робіт в умовах військового статусу ІСЗЗІ. В статті наведено перелік тем методичних розробок, зразки білетів для першого і старших курсів в ІСЗЗІ та деяких інших факультетів для порівняння. Надана деяка організаційна статистика. Зауважимо, що традиційно, ІСЗЗІ за кількістю учасників олімпіади, займав високі місця в порівнянні з іншими факультетами.

Ключові слова: ІСЗЗІ (Інститут спеціального зв'язку та захисту інформації), кафедра математичного аналізу та теорії ймовірностей, математичні гуртки, математичні олімпіади.

МСК 2010 40-01

УДК 517.52

1 Вступ

Олімпіадний рух в КПІ має глибоке коріння та славу історію. З самого заснування КПІ керівництво та професорсько-викладацький склад віддавали належне високому рівню інженерно-технічної підготовки студентів, що неможливо без досконалих знань математики та інших точних наук. Працювали лабораторії, функціонували фізико-математичні товариства, технічні та математичні гуртки для студентів. Проводились вечори, вікторини, змагання та олімпіади як всередині КПІ, так і між навчальними закладами. Змагались також українські студенти з іноземними, проводились обміни студентами та стажування молодих викладачів у закордонних навчальних закладах та лабораторіях. І в наш час всім цим формам підтримання високого рівня і якості отриманих знань керівництво КПІ, а тепер НТУУ КПІ ім. Ігоря Сікорського, приділяє велику увагу й надає потужну підтримку. Для того, щоб впевнитись у цьому, достатньо зайти на сайт нашого університету і відкрити тему «Олімпіади в КПІ» (<https://kpi.ua/student-olympiad>). Перш за все дивує їх величезна кількість, різноманітність тематичних олімпіад з математики, фізики, хімії, інформатики, технічних дисциплін, стартапів, гуманітарних наук тощо, форми проведення, розмаїття рівнів: факультетські, Всеукраїнські, міжнародні. І що дуже приємно, це перш за все дві речі: по-перше, повна підтримка та всебічна допомога адміністрації, і по-друге, результати таких змагань. Студенти КПІ скрізь виборюють гідні місця або престижні премії. Також на сайті можна багато чого дізнатись про КПІ, про участь у

міжнародних проєктах, систему обміну студентами, роботу різного роду технічних і гуманітарних гуртків, про насичене різноманітними спортивними та громадськими заходами студентське життя, про рівень й місце науки та наукових досліджень в КПІ, про професіоналізм професорсько-викладацького складу тощо. Недаремно в останні роки абітурієнти в своїх мотиваційних листах обирають для навчання саме КПІ, отримавши на сайті та з інших джерел інформацію про наш університет.

Математична олімпіада – це змагання не тільки обдарованих індивідуальностей, а й всієї системи математичної підготовки як у державі, так і в конкретному ВНЗ. Самій олімпіаді передує велика комплексна робота з підготовки до неї, що має багато складових. На думку авторів, перш за все грає важливу роль наявність і професійність великої кількості викладачів – зірок, асів педагогічної майстерності, які заряджають знаннями і любов'ю до предмету та спеціальності. Таких в КПІ дуже багато. Згадуються змістовні, витончені, доведені до філігранності тематичні оглядові лекції для студентів, аспірантів та молодих викладачів професорів колишньої кафедри математичної фізики, а пізніше ВМ №1 та МА та ТЙ, А.С. Смогоржевського, Ш.Г. Горделадзе, В.А. Зморовича, Ю.Л. Далецького, Л.О. Дундученка, Ф.П. Яремчука, Н.О. Вірченко, В.В. Булдигіна, О.І. Клесова., О.В. Іванова. Глибокою повагою та шаною користувались у студентів доценти Лозовик В.Г., Кухарчук М.М., Стремський В.В., Мартиненко В.С., Федоренко Ю.Д., Ординська З.П., Барановська Г.Г., Рущицька С.О., Шкабара О.С., Ясінський В.В., Буценко Ю.П., Диховичний О.О., ст. викладачі Антонюк В.А., Костецький Є.О., Шмакова Л.М., Жук В.А. та багато інших, хто брав участь у підборі олімпіадних задач та формуванні білетів.

Після організації ФМФ факультету, одним із фундаторів якого був проф. В.В. Булдигін, завідувач кафедри МА та ТЙ, організацію та проведення математичних олімпіад було піднято на новий рівень. Залучена ціла плеяда талановитої молоді (Ізвеков І.Г., Великоіваненко О.І., Солнцев С.О., Орловський І.В., Ільєнко А.Б., Гайдей В.О., Сиротенко А.В., Павленков В.В.), впроваджено диференційований підхід щодо рівня складності задач для студентів різних факультетів та студентів

першого і старших курсів. З 2006 року всі рівні математичних олімпіад в КПІ проводила кафедра МА та ТЙ під керівництвом та безпосередньою участю проф. В.В. Булдігіна за підтримки адміністрації КПІ. Визначились три рівні. Перший – це факультетські олімпіади, що проводили в один день та час на всіх факультетах. Білети формували таким чином: чотири задачі із шести пропонували викладачі математичних дисциплін, що працювали на цьому факультеті (це задачі олімпіадної складності, але все ж таки простіші), та дві задачі підвищеної складності, які пропонувало журі, до складу якого входили Булдігін В.В., Орловський І.В., Ільєнко А.Б., Ординська З.П., Стремський В.В., Гайдей В.О., Жук В.А. та інші. У формуванні цих задач підвищеної складності також брали участь викладачі кафедри. Другий рівень – це Всеукраїнська олімпіада, на яку запрошували всіх бажаючих з КПІ та інших ВНЗ України. До її проведення залучали всю кафедру, організаційний комітет очолював Перший проректор Якименко Ю.І. Білети включали 8 – 10 задач, які складало журі за участі як викладачів кафедри, так й інших фахівців. За результатами цього туру із кращих студентів формували команди КПІ для участі в наступному – міжнародному рівні. Підготовку їх до олімпіади і супровід на самій олімпіаді проводили Булдігін В.В., Клесов О.І., Орловський І.В., Ільєнко А.Б., Павленков В.В. Виступи команди КПІ на міжнародних олімпіадах завжди були доволі успішними, переможними, вони традиційно виборювали призові місця.

Друга важлива складова підготовки до олімпіади – це робота математичних гуртків, яка в КПІ була традиційно добре поставлена. Наприклад, на РТФ математичний гурток вели проф. Зморевич В.А., доц. Стремський В.В., ст. викладачі Шмакова Л.М., Білий О.Г. та інші. Починаючи з 2009 року математичний гурток інститутів ВІПІ та ІСЗЗІ регулярно працював під керівництвом доцентів Рудоміно-Дусятської І.А., Сікорського Ю.Г., Крошко Н.В. та ст. викл. Білого О.Г. Робота математичного гуртка націлена не лише на підготовку слухачів до олімпіад, але й на підвищення їх загального математичного рівня, поглиблене засвоєння ними важливих програмних тем з курсу вищої математики, ознайомлення з темами, що

прямо не входять до програми курсу, допомогу при підготовці курсантами та ад'юнктами наукових робіт за спеціальностями.

Факультетські тури олімпіади в ІСЗЗІ стали регулярно проводитись з 2010 року. Основну організаційну роботу здійснювали доц. Іваненко Т.В., Крошко Н.В. та ст. викл. Білий О.Г. Вони ж формували 4 задачі білетів для першого та старших курсів, а також перевіряли роботи. Підготовку студентів та курсантів до першого та другого рівнів олімпіади проводили у різних формах – безпосередньо на лекціях та практичних заняттях, на штатних та додаткових консультаціях та у формі роботи математичних гуртків. Був гурток спочатку для ВІТІ та ІСЗЗІ, функціонував спільний гурток для РТФ та ІСЗЗІ під керівництвом ст. викл. Білого О.Г. та Шмакової Л.М. Відмітимо, що протягом багатьох останніх років при кафедрі МА та ТЙ функціонують ще два математичних гуртка, а саме: «Нестандартні та олімпіадні задачі аналізу та теорії ймовірностей» і «Додаткові розділи математичного аналізу», які також відвідували студенти ІСЗЗІ. Статус ІСЗЗІ накладав певні обмеження на студентів та курсантів, бо в них є дуже багато інших регламентованих військовою специфікою інституту обов'язків та позааудиторних занять, але керівництво інституту завжди йшло назустріч та задовольняло прохання математиків про дозвіл на участь студентів у роботі гуртків та олімпіад, треба було лише вчасно написати рапорт. Скажемо одразу, основним нашим досягненням була доволі велика кількість учасників на факультетських та Всеукраїнських рівнях олімпіад студентів та курсантів ІСЗЗІ. Як правило, переможцями Всеукраїнської олімпіади ставали студенти факультетів з більш високим рівнем математичної підготовки. Хоча і у нас були деякі скромні досягнення.

Нарешті третя складова, яка суттєво впливає на рівень математичної освіти - це система довузівської підготовки – вона в КПП традиційно дуже добре поставлена. Були роки, коли більше ніж 80% студентів 1-го курсу проходили навчання на ФДП, який був організований в КПП під керівництвом досвідченого у цій галузі доц. Ясинського В.В. Пізніше ФДП був реорганізований в ІМЯО КПП ім. Ігоря Сікорського під керівництвом Перестюк М.М. Цей центр інноваційного моніторингу

якості освіти виконує дуже багато функцій, що сприяють підвищенню якості в тому числі й математичної освіти. Виділимо організацію і проведення адаптаційних та коригувальних курсів для студентів КПП. Відмітимо також, що в свій час в КПП були добротні вступні іспити та знамениті екзаменаційні задачі з математики з параметрами, що було якісним фільтром для кращих абітурієнтів. Зауважимо також, що очолювали предметну вступну комісію з математики протягом багатьох останніх років саме викладачі нашої кафедри Горделадзе Ш.Г., Стрижак Т.Г., Булдигін В.В. та Кухарчук М.М.

Олімпіади – це іспит всієї системи математичної підготовки ВНЗ. І успіх наших студентів на міжнародному рівні показує, що цей іспит складено на відмінно. У статті наведено деякі методичні розробки щодо розв’язання нестандартних задач, задач підвищеної складності, які допомагають студенту підготуватись до олімпіади, представлено зразки білетів факультетського та Всеукраїнського рівнів різних років, а також наведено деяку статистику.

2 Основна частина

Методичні розробки деяких вибраних тем для підготовки до олімпіад різних рівнів виконувались і впроваджувались викладачами ІСЗЗІ доцентами Іваненко Т.В., Крошко Н.В. та ст. викладачем Білим О.Г. за участі к.ф.-м.н. Білого В.О., який протягом багатьох років проводив заняття з математики із групами слухачів довузівської підготовки в ІСЗЗІ та читав лекції і вів практичні заняття з вищої математики для курсантів ІСЗЗІ з Республіки Казахстан. У цих тематичних розробках розглядались теоретичні питання і задачі підвищеної складності, нестандартні і оригінальні задачі, для розв’язання яких використовувались різноманітні методи. Впроваджувались вони в різних формах. Переважно на заняттях математичних гуртків, також частково на лекціях, практичних заняттях, планових консультаціях та спеціальних консультаціях перед олімпіадами та після них для аналізу і розв’язання

запропонованих задач. Нижче наведемо тематику та безпосередньо декілька прикладів цих розробок.

Теми розробок:

1. Визначники вищих порядків. Теорема Лапласа та її застосування.
2. Деякі задачі аналітичної геометрії в R^2 та R^3 підвищеної складності.
3. Методи обчислення визначників типу Вандермонда. Класична задача відновлення многочлена n -го порядку за його значенням у різних $n+1$ точках.
4. Основна теорема алгебри (Гауса). Формули Кардано та Феррарі. Приклади.
5. Елементи математичної логіки. Вступ до теорії абстрактних множин.
6. Основні числові множини, поняття потужності числових множин, шкала, ланцюжок включень.
7. Гіперкомплексні числа. Кватерніони, дії над ними, застосування.
8. Формула Муавра та її застосування до обчислення тригонометричних сум.
9. Лінійні оператори. Оператор диференціювання та інтегрування в $\mathcal{P}_{n-1}(x(t))$ – лінійному векторному просторі многочленів степені менше або дорівнює $n - 1$.
10. Графіки елементарних та неелементарних функцій, деякі нестандартні методи їх побудови.
11. Послідовність Ейлера $\{1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n} - \ln n\}$, доведення її збіжності, зв'язок з іншими відомими послідовностями, застосування.
12. Послідовність Фібоначчі та інші зворотні послідовності.
13. Знаходження сум та добутків елементів деяких числових послідовностей, обчислення їх границь. Застосування методів елементарної математики.
14. Знаходження скінченних сум, добутків та границь деяких числових послідовностей. Відшукування сум рядів. Застосування методів вищої математики.
15. Диференціальні рівняння. Приклади розв'язання задач підвищеної складності.

16. Диференціювання інтегралу по параметру. Формула Лейбніца, застосування.
17. Інтегрування по параметру. Приклади.
18. Обчислення деяких інтегралів, що залежать від параметра. Інтеграли Пуассона, Діріхле, Френеля та Лапласа.
19. Приклад застосування формули Стокса, деякі узагальнення.
20. Застосування перетворення Лапласа до знаходження сум деяких рядів.
21. Знаходження сум тригонометричних функціональних рядів операційним методом.
22. Формула Валіса. Асимптотична поведінка функції $n!$ Формула Стірлінга. Розклад $\sin x$ та $\cos x$ в нескінченний добуток.
23. δ -функція Дірака, основні властивості та застосування.
24. Вибрані питання теорії ймовірностей.

2.1 Деякі приклади методичних розробок при підготовці до олімпіад

Визначники вищих порядків.

Теорема Лапласа та її застосування

1. **Підстановка n -го порядку** – це взаємно однозначне відображення p множини

$\{1, 2, 3, \dots, n\}$ самої в себе, тобто
$$p = \begin{pmatrix} i_1 & i_2 & \dots & i_n \\ \alpha_{i_1} & \alpha_{i_2} & \dots & \alpha_{i_n} \end{pmatrix},$$

$i_n, \alpha_{i_n}, n \in N, \alpha_{i_k} = p(i_k), k = 1, 2, \dots, n$. Тут α_{i_k} – це **образ** елемента $i_k \in \{1, 2, \dots, n\}$ при відображенні p . Якщо в верхньому рядку елементи розташовані в порядку зростання,

то підстановка $p = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n \\ \alpha_1 & \alpha_2 & \dots & \alpha_n \end{pmatrix}$ – **канонічна**. Пара елементів (i, j) для

$p = \begin{pmatrix} \dots & i & \dots & j & \dots \\ \dots & \alpha_i & \dots & \alpha_j & \dots \end{pmatrix}$ утворюють **інверсію** в підстановці p , якщо $i < j$, але

$\alpha_i > \alpha_j$. Число $S(p)$ всіх інверсних пар визначає парність або непарність підстановки p . Якщо $S(p)$ парне число, то p - парна, і навпаки.

Наприклад, розглянемо $p = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 2 & 1 & 4 \\ 4 & 2 & 3 & 1 & 5 \end{pmatrix}$. Перейдемо до канонічної форми

$p = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 3 & 4 & 5 & 2 \end{pmatrix}$, тоді інверсії це $(2, 5)$, $(3, 5)$, $(4, 5)$, $S(p) = 3$ - підстанова

непарна.

Нехай задана квадратна матриця $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$, де a_{ij} - елемент цієї

матриці, $i = 1, 2, \dots, n$; $j = 1, 2, \dots, n$. Тоді визначник цієї матриці буде

$$\det A = \Delta_A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} = \sum_p (-1)^{S(p)} a_{1p(1)} \dots a_{np(n)}. \quad (1)$$

Тут сума береться по всім підстановкам p n -го порядку. Іншими словами, визначник дорівнює сумі $n!$ доданків, кожен із яких є добутком n елементів визначника, взятих по одному із кожного стовпчика, і кожного рядка, причому зі знаком "+", якщо відповідна підстанова індексів добутку парна, та зі знаком "-", якщо вона непарна.

2. Теорема Лапласа

Розглянемо мінори матриці A двох типів. Нехай $k < n$, а індекси $i_1, i_2, \dots, i_k$ та $j_1, j_2, \dots, j_k$ такі, що задовольняють умовам $1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq n$, $1 \leq j_1 < j_2 < \dots < j_k \leq n$. Тоді **мінори першого типу** $L_{j_1, j_2, \dots, j_k}^{i_1, i_2, \dots, i_k}$ - це визначники k -го порядку, утворені з елементів матриці A таких, що розташовані на перетині k рядків із номерами $i_1, i_2, \dots, i_k$ та k стовпчиків із номерами $j_1, j_2, \dots, j_k$. **Мінори другого**

туну $M_{j_1, j_2, \dots, j_k}^{i_1, i_2, \dots, i_k}$ (доповнювальні до мінорів першого типу) – це визначники порядку $n - k$, отримані шляхом викреслювання k рядків з номерами $i_1, i_2, \dots, i_k$ та k стовпчиків з номерами $j_1, j_2, \dots, j_k$.

Тепер ми готові сформулювати **теорему Лапласа**.

При довільному номері $k < n$ та при фіксованих номерах рядків $i_1, i_2, \dots, i_k$ таких, що $1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq n$, для визначника n -го порядку справедлива формула:

$$\det A = \sum_{j_1, j_2, \dots, j_k} (-1)^{i_1 + i_2 + \dots + i_k + j_1 + j_2 + \dots + j_k} LM, \quad (2)$$

де $L = L_{j_1, j_2, \dots, j_k}^{i_1, i_2, \dots, i_k}$, $M = M_{j_1, j_2, \dots, j_k}^{i_1, i_2, \dots, i_k}$, причому підсумовування виконується по всім можливим значенням індексів $j_1, j_2, \dots, j_k$, що задовольняють умові $1 \leq j_1 < j_2 < \dots < j_k \leq n$.

Наслідок (індуктивне визначення визначника).

$$\det A = \sum_{i=1}^n a_{ij} A_{ij} = \sum_{j=1}^n a_{ij} A_{ij}, \quad (3)$$

(j – фіксоване) (i – фіксоване)

де a_{ij} - елемент матриці, $A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$ - алгебраїчне доповнення елемента a_{ij} , M_{ij} - його мінор другого типу.

Ця формула впливає з теореми Лапласа як розклад за елементами i -го рядка або j -го стовпчика.

Коментарі. Зрозуміло, що користуватися визначенням (1) для обчислення визначників вищих порядків ($n > 3$) не зовсім зручно. Формули (2) та (3) дають можливість обчислення визначників більш високих порядків звести до обчислень визначників менших порядків. Існують також певні інші методи обчислень визначників високих порядків, використовуючи їх властивості та їх конкретний вид. На прикладах покажемо як працюють всі ці методи.

Приклад 1. Обчислити визначник

$$\Delta_4 = \begin{vmatrix} 5 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 2 & 5 & 0 & 1 \\ 0 & 7 & 3 & 0 \end{vmatrix}.$$

Розв'язання. 1 спосіб (т. Лапласа).

$$\Delta_4 = \begin{vmatrix} 5 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 2 & 5 & 0 & 1 \\ 0 & 7 & 3 & 0 \end{vmatrix} \begin{matrix} \vee \\ \vee \\ \vee \\ \vee \end{matrix} = \begin{bmatrix} i_1 = 2 \\ i_2 = 4 \\ j_1 = 2 \\ j_2 = 3 \end{bmatrix} = (-1)^{2+4+2+3} \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 7 & 3 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 4 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -(-10)(-3) = -30.$$

2 спосіб (т. Лапласа, інші i та j).

$$\Delta_4 = \begin{vmatrix} 5 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 2 & 5 & 0 & 1 \\ 0 & 7 & 3 & 0 \end{vmatrix} \begin{matrix} \vee \\ \vee \\ \text{Наборів } j \\ \text{буде 4 ненульових} \end{matrix} = (-1)^6 \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 0 \end{vmatrix} +$$

$$+ (-1)^7 \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 1 \\ 7 & 0 \end{vmatrix} + (-1)^8 \begin{vmatrix} 5 & 4 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 0 \\ 7 & 3 \end{vmatrix} + (-1)^8 \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} + (-1)^9 \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} +$$

$$+ (-1)^{10} \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 0 & 7 \end{vmatrix} = (-5)(-3) - 5 \cdot (-7) + 0 + 0 - 4 \cdot 6 + (-4) \cdot 14 = -30.$$

Відповідь: -30 .

Приклад 2. Обчислити визначник

$$\Delta_5 = \begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 3 & 1 & -1 & 4 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 7 \\ 5 & -2 & 3 & 6 & 1 \end{vmatrix}.$$

Розв'язання. 1 спосіб (т. Лапласа, $i_1 = 2, i_2 = 4$). Маємо: ненульовий набір j це $j_1 = 1, j_2 = 5$.

$$\Delta_5 = (-1)^{2+4+1+5} \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 7 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 1 & -1 & 4 \\ -2 & 3 & 6 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & 3 & 6 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-1)^5 \cdot 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} = -2.$$

2 спосіб. Зведемо до трикутного виду:

$$\begin{aligned} \Delta_5 &= \begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 3 & 1 & -1 & 4 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 7 \\ 5 & -2 & 3 & 6 & 1 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & -1 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & -1 & 4 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 7 \\ 5 & -2 & 3 & 6 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & -1 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & -1 & 4 & 1 \\ 5 & -2 & 3 & 6 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 7 \end{vmatrix} = \\ &= \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & -1 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & -1 & 4 & 1 \\ 5 & -2 & 3 & 6 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -1 & 3 & -6 \\ 0 & 1 & -1 & 4 & -14 \\ 0 & -2 & 3 & 6 & -24 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -1 & 3 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -8 \\ 0 & -2 & 3 & 6 & -24 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} = \\ &= - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -1 & 3 & -6 \\ 0 & -2 & 3 & 6 & -24 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -1 & 3 & -6 \\ 0 & 0 & 1 & 12 & -36 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} = -1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 2 = -2. \end{aligned}$$

3 спосіб (розклад за елементами 2-го рядка).

$$\begin{aligned} \Delta_5 &= \begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 3 & 1 & -1 & 4 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 7 \\ 5 & -2 & 3 & 6 & 1 \end{vmatrix} = (-1) \begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 & 4 \\ 1 & -1 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 7 \\ -2 & 3 & 6 & 1 \end{vmatrix} - 5 \begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 3 & 1 & -1 & 4 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & -2 & 3 & 6 \end{vmatrix} = \\ &= 7 \begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 1 & -1 & 4 \\ -2 & 3 & 6 \end{vmatrix} - 5 \begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 1 & -1 & 4 \\ -2 & 3 & 6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 1 & -1 & 4 \\ -2 & 3 & 6 \end{vmatrix} (7-5) = 2 \begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & 3 & 6 \end{vmatrix} = \\ &= 2(-1) \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} = -2. \end{aligned}$$

Відповідь: -2 .

Приклад 3. Обчислити визначник

$$\Delta_5 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 6 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ x_1 & x_2 & x_3 & 0 & 0 \\ x_1^2 & x_2^2 & x_3^2 & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

Розв'язання. Маємо за т. Лапласа $\begin{pmatrix} i_1=1 & i_2=2 \\ j_1=4 & j_2=5 \end{pmatrix}$ – ненульовий набір):

$$\begin{aligned} \Delta_5 &= (-1)^{1+2+4+5} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ x_1^2 & x_2^2 & x_3^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ x_1 & x_2 - x_1 & x_3 - x_1 \\ x_1^2 & x_2^2 - x_1^2 & x_3^2 - x_1^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_3 - x_1 \\ x_2^2 - x_1^2 & x_3^2 - x_1^2 \end{vmatrix} = \\ &= (x_2 - x_1)(x_3 - x_1) \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ x_2 + x_1 & x_3 + x_1 \end{vmatrix} = (x_2 - x_1)(x_3 - x_1)(x_3 - x_2). \end{aligned}$$

Відповідь: $(x_2 - x_1)(x_3 - x_1)(x_3 - x_2)$.

Приклад 4. Обчислити Δ_5 , попередньо перетворивши його до зручного для обчислення виду (за т. Лапласа)

$$\Delta_5 = \begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 & 4 & 1 \\ 4 & 1 & -1 & 4 & 6 \\ 6 & -2 & 3 & 6 & 8 \\ 2 & 1 & -1 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & 3 & 6 & 1 \end{vmatrix}.$$

Розв'язання.

$$\Delta_5 = \begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 & 4 & 1 \\ 4 & 1 & -1 & 4 & 6 \\ 6 & -2 & 3 & 6 & 8 \\ 2 & 1 & -1 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & 3 & 6 & 1 \end{vmatrix} = (\text{від 3-го рядка віднімемо 5-ий}) = \begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 & 4 & 1 \\ 4 & 1 & -1 & 4 & 6 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 7 \\ 2 & 1 & -1 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & 3 & 6 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= (\text{від 2-го рядка віднімемо 1-ий}) = \begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 & 4 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 7 \\ 2 & 1 & -1 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & 3 & 6 & 1 \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} i_1=2 & j_1=1 \\ i_2=3 & j_2=5 \end{bmatrix} =$$

$$= (-1)^{2+3+1+5} \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 7 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 1 & -1 & 3 \\ -2 & 3 & 6 \end{vmatrix} = -2 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 3 \\ -2 & 3 & 6 \end{vmatrix} = -2 \cdot 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} = -2.$$

Відповідь: -2 .

Наведемо тепер приклади на обчислення визначників вищих порядків деякими спеціальними методами.

Приклад 5. Знайти визначник, використовуючи метод рекурентних співвідношень та метод математичної індукції

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} \alpha + \beta & \alpha\beta & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 2 & \alpha + \beta & \alpha\beta & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \alpha + \beta & \alpha\beta & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \alpha + \beta & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \alpha + \beta & \alpha\beta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & \alpha + \beta \end{vmatrix}.$$

Розв'язання. Представимо визначник у вигляді суми $\Delta_n = \Delta_n^1 + \Delta_n^2$, де

$$\Delta_n^1 = \begin{vmatrix} \alpha & \alpha\beta & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & \alpha + \beta & \alpha\beta & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \alpha + \beta & \alpha\beta & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \alpha + \beta & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \alpha + \beta & \alpha\beta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & \alpha + \beta \end{vmatrix}, \quad \Delta_n^2 = \begin{vmatrix} \beta & \alpha\beta & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & \alpha + \beta & \alpha\beta & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \alpha + \beta & \alpha\beta & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \alpha + \beta & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \alpha + \beta & \alpha\beta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & \alpha + \beta \end{vmatrix}.$$

Обчислимо перший з них:

$$\Delta_n^1 = \begin{vmatrix} \alpha & \alpha\beta & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & \alpha + \beta & \alpha\beta & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \alpha + \beta & \alpha\beta & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \alpha + \beta & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \alpha + \beta & \alpha\beta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & \alpha + \beta \end{vmatrix} = \alpha \begin{vmatrix} 1 & \beta & 0 & 0 & L & 0 & 0 \\ 1 & \alpha + \beta & \alpha\beta & 0 & L & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \alpha + \beta & \alpha\beta & L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \alpha + \beta & L & 0 & 0 \\ M & M & M & M & & M & M \\ 0 & 0 & 0 & 0 & L & \alpha + \beta & \alpha\beta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & L & 1 & \alpha + \beta \end{vmatrix} =$$

$$= \alpha \begin{vmatrix} 1 & \beta & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & \alpha\beta & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \alpha + \beta & \alpha\beta & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \alpha + \beta & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \alpha + \beta & \alpha\beta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & \alpha + \beta \end{vmatrix} = \alpha \Delta_{n-1}^1 \quad \text{Далі методом математичної індукції}$$

впевнюємось, що $\Delta_n^1 = \alpha \Delta_{n-1}^1 = \alpha^2 \Delta_{n-2}^1 = \dots = \alpha^{n-1} \Delta_1^1 = \alpha^n$.

Аналогічно $\Delta_n^2 = \beta^n$. Таким чином $\Delta_n = \Delta_n^1 + \Delta_n^2 = \alpha^n + \beta^n$.

Відповідь: $\alpha^n + \beta^n$.

Приклад 6. Обчислити визначник n -го порядку, використовуючи наслідок теореми Лапласа та встановивши відповідне рекурентне співвідношення

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 2 \end{vmatrix}.$$

Розв'язання. Розкладемо визначник за першим стовпцем

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 2 \end{vmatrix} = 2 \cdot \Delta_{n-1} - 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 2 \end{vmatrix}_{n-1} = 2\Delta_{n-1} - \Delta_{n-2}. \quad \text{Отримали}$$

рекурентне співвідношення $\Delta_n = 2\Delta_{n-1} - \Delta_{n-2}$.

$$\Delta_1 = 2, \Delta_2 = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 3, \Delta_3 = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 2 \cdot 3 - 2 = 4, \dots \quad \text{Припустимо, що } \Delta_{n-2} = n-1,$$

$\Delta_{n-1} = n$, маємо $\Delta_n = 2\Delta_{n-1} - \Delta_{n-2} = 2n - (n-1) = n+1$.

Відповідь: $\Delta_n = n+1$.

Приклад 7. Обчислити визначник, використовуючи властивості визначників

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 & \dots & a^{n-2} & a^{n-1} \\ a & 1 & a & \dots & a^{n-3} & a^{n-2} \\ a^2 & a & 1 & \dots & a^{n-4} & a^{n-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ a^{n-1} & a^{n-2} & a^{n-3} & \dots & a & 1 \end{vmatrix}.$$

Розв’язання. Від першого стовпчика віднімемо третій, винесемо спільний множник, маємо:

$$\Delta_n = (1 - a^2) \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 & \dots & a^{n-1} \\ 0 & 1 & a & \dots & a^{n-2} \\ -1 & a & 1 & \dots & a^{n-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ -a^{n-3} & a^{n-2} & a^{n-3} & \dots & 1 \end{vmatrix} = (1 - a^2) \Delta_{n-1},$$

$$\text{де } \Delta_{n-1} = \begin{vmatrix} 1 & a & \dots & a^{n-2} \\ a & 1 & \dots & a^{n-3} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a^{n-2} & a^{n-3} & \dots & 1 \end{vmatrix}, \text{ бо розкладаючи визначник за елементами першого}$$

стовпчика, маємо всі нулі, за винятком A_{11} , оскільки для всіх інших A_{1j} , $j \neq 1$, $j \neq 2$ два перших рядки – лінійно залежні.

Далі, використовуючи рекурентне співвідношення $\Delta_n = (1 - a^2) \Delta_{n-1}$, маємо, по індукції

$$\Delta_n = (1 - a^2) \Delta_{n-1} = (1 - a^2)^2 \Delta_{n-2} = \dots = (1 - a^2)^{n-1} \Delta_1 = (1 - a^2)^{n-1}.$$

Відповідь: $\Delta_n = (1 - a^2)^{n-1}$.

Приклад 8. Обчислити визначник, звівши його до відомого визначника Вандермонда та використавши метод його обчислення

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ 1 & 2^3 & 3^3 & \dots & n^3 \\ 1 & 2^5 & 3^5 & \dots & n^5 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & 2^{2n-1} & 3^{2n-1} & \dots & n^{2n-1} \end{vmatrix}.$$

Розв'язання. Винесемо із кожного стовпчика, починаючи з другого, відповідно 2, 3,

$$\dots, n, \text{ тоді маємо: } \Delta_n = n! \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2^2 & 3^2 & \dots & n^2 \\ 1 & 2^4 & 3^4 & \dots & n^4 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & 2^{2n-2} & 3^{2n-2} & \dots & n^{2n-2} \end{vmatrix}, \text{ але це є}$$

відомий визначник Вандермонда: $V_n(a_1, a_2, \dots, a_n) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ a_1 & a_2 & a_3 & \dots & a_n \\ a_1^2 & a_2^2 & a_3^2 & \dots & a_n^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_1^{n-1} & a_2^{n-1} & a_3^{n-1} & \dots & a_n^{n-1} \end{vmatrix}_3$

$a_1 = 1^2, a_2 = 2^2, a_3 = 3^2, \dots, a_n = n^2$, тобто

$$\begin{aligned} D_n &= n! V_n(1^2, 2^2, \dots, n^2) = n! \prod_{1 \leq j < i \leq n} (a_i - a_j) = n! \prod_{1 \leq m < k \leq n} (k^2 - m^2) = n! \prod_{1 \leq m < k \leq n} (k - m)(k + m) = \\ &= n! (2 - 1)(2 + 1)(3 - 1)(3 + 1) \dots ((n - 1) - (n - 2))((n - 1) + (n - 2)) \cdot \\ &\cdot (n - (n - 2))(n + (n - 2))(n - (n - 1))(n + (n - 1)) = 1! 3! 5! \dots (2n - 1)!. \end{aligned}$$

Відповідь: $\Delta_n = n! \prod_{1 \leq m < k \leq n} (k^2 - m^2) = 1! 3! 5! \dots (2n - 1)!$.

Приклад 9. Обчислити визначник використовуючи метод Гаусса, елементарними перетвореннями зводячи його до трикутного виду

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 3 & \dots & 3 & 3 \\ 3 & 2 & 3 & \dots & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 2 & \dots & 3 & 3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 3 & 3 & 3 & \dots & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 3 & \dots & 3 & 2 \end{vmatrix}.$$

Розв'язання. До першого рядка додамо всі наступні:

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} 2+3(n-1) & 2+3(n-1) & 2+3(n-1) & \dots & 2+3(n-1) & 2+3(n-1) \\ 3 & 2 & 3 & \dots & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 2 & \dots & 3 & 3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 3 & 3 & 3 & \dots & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 3 & \dots & 3 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= (3n-1) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 3 & \dots & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 2 & \dots & 3 & 3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 3 & 3 & 3 & \dots & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 3 & \dots & 3 & 2 \end{vmatrix} = (3n-1) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -1 \end{vmatrix} =$$

$$= (3n-1)(-1)^{n-1}.$$

Відповідь: $(-1)^{n-1}(3n-1)$.

Формула Валіса.

Асимптотична поведінка функції $n!$ Формула Стірлінга

Формула Валіса:

$$\frac{\pi}{2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{(2n)!!}{(2n-1)!!} \right)^2 \frac{1}{2n+1} = \prod_{n=1}^{\infty} \frac{4n^2}{4n^2-1} = \prod_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{2n-1} \cdot \frac{2n}{2n+1}$$

Формула Стірлінга:

$$n! = \sqrt{2\pi n} \left(\frac{n}{e} \right)^n e^{\frac{\theta}{12n}} : \sqrt{2\pi n} \left(\frac{n}{e} \right)^n \text{ при } n \rightarrow \infty.$$

Формулу Валіса, а також цілу низку інших цікавих застосувань можна отримати із розкладу функції $y = \sin x$ в нескінченний добуток:

$$\sin x = x \prod_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{x^2}{n^2 \pi^2} \right) = x \left(1 - \frac{x^2}{\pi^2} \right) \left(1 - \frac{x^2}{4\pi^2} \right) \cdots \left(1 - \frac{x^2}{n^2 \pi^2} \right) \cdots$$

Звідси, при $x = \frac{\pi}{2}$, отримаємо $\frac{2}{\pi} = \prod_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{4n^2} \right) = \prod_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{2n} \cdot \frac{2n+1}{2n} \right)$ - формула Валіса.

Аналогічно можна отримати розклад функції косинус:

$$\cos x = \prod_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{4x^2}{(2n-1)^2 \pi^2} \right).$$

Приклади застосування всіх цих формул:

Приклад 1. Обчислити $P = \prod_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{(2n+1)^2} \right)$.

Розв'язання. Запишемо розклад для $\cos x$ у вигляді: $\frac{\cos x}{1 - \frac{4x^2}{\pi^2}} = \prod_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{4x^2}{(2n+1)^2 \pi^2} \right)$. Тоді

$$P = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{1 - \frac{4x^2}{\pi^2}} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\frac{8x}{\pi^2}} = \frac{\pi}{4}.$$

Відповідь: $\frac{\pi}{4}$

Приклад 2. Обчислити $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\sqrt[n]{(2n-1)!!}} = A$.

Розв'язання. $(2n-1)!! = \frac{(2n)!}{(2n)!!} = \frac{(2n)!}{2^n n!}$: {за формулою Стірлінга}

$$: \frac{1}{2^n} \frac{\left(\frac{2n}{e} \right)^{2n} \sqrt{4\pi n}}{\left(\frac{n}{e} \right)^n \sqrt{2\pi n}} = \frac{\sqrt{2} \cdot 2^n n^n}{e^n}. \quad A = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\sqrt[n]{\frac{\sqrt{2} \cdot 2^n n^n}{e^n}}} = \frac{n \cdot e}{\left(\frac{\sqrt{2}}{142} \right)^{1/n} 2n} = \frac{e}{2}.$$

Відповідь: $\frac{e}{2}$

Приклад 3. Дослідити ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)!!}{(2n)!!}$ на збіжність.

Розв'язання. $a_n = \frac{(2n-1)!!}{(2n)!!}$. Порівняємо наш ряд з рядом $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$, де $b_n = \frac{1}{\sqrt{n\pi}}$. Маємо

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n-1)!! \sqrt{n\pi}}{(2n)!!} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n)! \sqrt{n\pi}}{4^n (n!)^2} = \{ \text{за формулою Стірлінга} \}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4n\pi} \left(\frac{2n}{e}\right)^{2n} \sqrt{n\pi}}{4^n \left(\frac{n}{e}\right)^{2n} 2n\pi} = 1. \text{ Але ряд } \sum_{n=1}^{\infty} b_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n\pi}} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \text{ розбіжний, тому за}$$

граничною теоремою порівняння досліджуваний ряд теж розбіжний.

Відповідь: ряд розбіжний.

Приклад 4. Знайти $S = \sum_{n=1}^{\infty} \left(n \ln \frac{2n+1}{2n-1} - 1 \right)$.

Розв'язання. Знайдемо $S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n$, якщо ця границя існує. Маємо $a_n = n \ln \frac{2n+1}{2n-1} - 1$,

тоді

$$S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = \ln \left(3 \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{7}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{9}{7}\right)^4 \cdot \dots \cdot \left(\frac{2n-1}{2n-3}\right)^{n-1} \cdot \left(\frac{2n+1}{2n-1}\right)^n \right) - n =$$

$$= \ln \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{7} \cdot \dots \cdot \frac{1}{2n-3} \cdot \frac{1}{2n-1} \cdot (2n+1)^n \right) - n = \ln \left(\frac{(2n+1)^n}{(2n-1)!!} \right) - n =$$

$$= \ln \left(\frac{(2n+1)^n 2^n n!}{(2n)!} \right) - n = \{ \text{за формулою Стірлінга} \} = \ln \frac{(2n+1)^n e^n}{\sqrt{2} \cdot 2^n n^n} - n =$$

$$= n \ln \left(\frac{n + \frac{1}{2}}{n} \right) + n - n - \frac{1}{2} \ln 2 = n \ln \left(1 + \frac{1}{2n} \right) - \frac{1}{2} \ln 2. \text{ Тоді}$$

$$S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(n \ln \left(1 + \frac{1}{2n} \right) - \frac{1}{2} \ln 2 \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(n \cdot \frac{1}{2n} - \frac{1}{2} \ln 2 \right) = \frac{1}{2} (1 - \ln 2) = \frac{1}{2} \ln \frac{e}{2}. \text{ Отже,}$$

ряд збіжний, його сума $S = \frac{1}{2} \ln \frac{e}{2}$.

Відповідь: $S = \frac{1}{2} \ln \frac{e}{2}$

2.2 Зразки білетів різних років та різних факультетів.

І ТУР ОЛІМПІАДИ З МАТЕМАТИКИ КПІ ІМ. ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО ІСЗІ, 2017 р., перший курс

1. Скласти рівняння сторін трикутника ABC , знаючи, що $A(4; -1)$ - одна з його вершин, а $x = 1$ та $x - y = 1$ - рівняння бісектрис.

2. Знайти границю добутку

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \prod_{k=1}^n 2^{\frac{1}{k(k+1)}}, \text{ де } \prod_{k=1}^n 2^{\frac{1}{k(k+1)}} = 2^{\frac{1}{1 \cdot 2}} 2^{\frac{1}{2 \cdot 3}} 2^{\frac{1}{3 \cdot 4}} \dots 2^{\frac{1}{(n-1)n}} 2^{\frac{1}{n(n+1)}}.$$

3. Знайти похідну $y^{(2017)}$, де $y = (x^2 + 1) \cos 2x$.

4. Побудувати графік функції $y = x^{\frac{1}{x-1}}$.

5. Функцію $f: [0; 1] \rightarrow R$ задано формулою

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{при } x = 0; \\ x, & \text{при } x \in (0; 1); \\ 0, & \text{при } x = 1. \end{cases}$$

Чи існує така функція $g: [0; 1] \rightarrow [0; 1]$, що $g(g(x)) = f(x)$ для всіх x ? Якщо так, наведіть приклад такої функції, якщо ні – доведіть це.

6. Назвемо набір з нулів та одиниць *правильним*, якщо в ньому кожна група з послідовних нулів має парну довжину, а кожна група з послідовних одиниць – непарну. Наприклад, набори 001000011100 та 111110010000 є правильними, а набір 111001111101 – неправильним. Скільки існує правильних наборів довжини 17?

**І ТУР XXVIII ОЛІМПІАДИ З МАТЕМАТИКИ ІСЗЗІ ,
2013/2014 н.р., старші курси**

1. Обчислити визначник: $\Delta_n = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ 1 & 2^3 & 3^3 & \dots & n^3 \\ 1 & 2^5 & 3^5 & \dots & n^5 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & 2^{2n-1} & 3^{2n-1} & \dots & n^{2n-1} \end{vmatrix}.$

2. Обчислити $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[(1+x)(1+x^2)(1+x^4) \cdot L \cdot (1+x^{2n}) \right]$ при $|x| < 1$.

3. Знайти $\int_0^{\infty} \frac{e^{-x^2} dx}{\left(x^2 + \frac{1}{2}\right)^2}$, попередньо обчисливши інтеграл Пуассона $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx$.

4. Використовуючи ознаки збіжності ряду, довести збіжність такого числового ряду:

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sqrt{2} + \sqrt{2 - \sqrt{2}} + \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2}}} + \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}}} + \dots$$

5. Скількома способами можна розфарбувати вершини правильного 13-кутника в білий та чорний кольори так, щоб жодні дві сусідні вершини не були білими?

6. Нехай $A(a_1, a_2, \dots, a_n)$ та $H(a_1, a_2, \dots, a_n)$ означають відповідно середнє арифметичне та середнє геометричне чисел $a_1, a_2, \dots, a_n$. Яких значень може набувати

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{A(a_1, a_2, \dots, a_n)}{H(a_1, a_2, \dots, a_n)}$, якщо числова послідовність $(a_n, n \in \mathbb{N})$ є арифметичною прогресією?

**ФІОТ НТУУ „КПІ” СТУДЕНТСЬКА ОЛІМПІАДА З МАТЕМАТИКИ 2011 р.,
перший курс**

1. Розв'язати матричне рівняння $X + AX + XA = B$, якщо $A^2 = 0$.

2. Побудувати графік функції $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} n^2 (\sqrt[n]{x} - \sqrt[n+1]{x})$, $x > 0$.

3. Знайти найкоротшу відстань від прямої $l: 2x + y = 5$ до еліпса

$$L: \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{4} = 1.$$

4. Знайти найменший член послідовності $\{x_n, n \geq 1\}$, де $x_n = n + \frac{2011}{n^2}$.

5. Числова послідовність $\{x_n, n \geq 0\}$ задана рекурентним співвідношенням $x_{n+1} = x_n(1 - x_n)$ і початковою умовою $x_0 = a \in R$.

а) в залежності від a знайти $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$; б) в залежності від a знайти $\lim_{n \rightarrow \infty} nx_n$.

6. Для будь-якої скінченної числової множини A позначимо через $S(A)$ суму її елементів, а через $P(A)$ - добуток її елементів. Крім того, покладімо $S(\otimes) = 0$,

$P(\otimes) = 1$. а) знайти $\sum_{A \subset \{1, 2, \dots, n\}} S(A)$; б) знайти $\sum_{A \subset \{1, 2, \dots, n\}} P(A)$.

В обох пунктах підсумовування ведеться по всіх підмножинах множини $\{1, 2, \dots, n\}$

І ТУР ОЛІМПІАДИ З МАТЕМАТИКИ КП, РТФ

2016 р., перший курс

1. Знайти $\begin{pmatrix} i & 1 \\ 0 & i \end{pmatrix}^{2016}$. Тут i - уявна одиниця.

2. Числова послідовність $\{x_n, n \geq 1\}$ задана рекурентним співвідношенням:

$x_1 = 2, x_{n+1} = 4 - \frac{3}{x_n}, n \geq 1$. Показати, що існує границя послідовності $\{x_n, n \geq 1\}$ та знайти її.

3. Дано чотири вектори $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$, кожні три з яких некомпланарні. Знайти їх суму, якщо відомо, що вектор $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ колінеарний вектору $\vec{d}$, а вектор $\vec{b} + \vec{c} + \vec{d}$ колінеарний вектору $\vec{a}$.

6. Нехай $d \in \mathbb{N}$, $a_1, \dots, a_d, r$ - додатні числа такі, що $\prod_{i=1}^d a_i = r^d$. Довести, що для всіх $s \geq 0$ виконується нерівність $\prod_{i=1}^d (a_i + s) \geq (r + s)^d$.

**ФМФ НТУУ «КПІ» СТУДЕНТСЬКА ОЛІМПІАДА З МАТЕМАТИКИ, 2014 р.,
старші курси**

1. Нехай $f : [0; 1] \rightarrow [0; 1]$ - інтегрована функція. Довести, що рівняння

$$\int_0^x f(t) dt = 2x - 1 \text{ має рівно один розв'язок на } [0; 1].$$

2. Знайти найбільше значення функції $F(x) = \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} (1 - t^2) dt, x \geq 0$.

3. Позначимо через $\theta(n)$ кількість цифр в десятковому записі числа n . Визначити область збіжності та знайти суму ряду $\sum_{n=1}^{\infty} x^{\theta(n)}$.

4. Розв'язати диференціальне рівняння $xy' - y \ln y = x^2 y \sin x$.

5. Функціональну послідовність $(f_n(x), n \geq 1)$ задано співвідношенням

$$\begin{cases} f_1(x) = x, \\ f_{n+1}(x) = \frac{\sqrt{f_n(x)} + 1}{2}. \end{cases} \text{ Довести, що } \lim_{n \rightarrow \infty} 4^n \left(1 - \int_0^1 f_n(x) dx \right) = \frac{\pi^2 - 4}{2}.$$

Двічі диференційована функція $(f(x), x \in [0, 1])$ для всіх $x \in [0, 1]$ задовольняє умови $f(0) = f(1) = 0$ та нерівність $f''(x) + 2f'(x) + f(x) \geq 0$.

Які значення може набувати $\max_{x \in [0, 1]} f(x)$?

ВІДКРИТА СТУДЕНТСЬКА ОЛІМПІАДА НТУУ „КПІ”

З МАТЕМАТИКИ, 2013 р., перший курс

1. Які значення може приймати вираз $ab + cd$ за умови, що $a^2 + b^2 = c^2 + d^2$ і $ac + bd = 0$?

2. Знайти геометричне місце точок на площині, координати (x, y) яких задовольняють рівняння

$$\begin{vmatrix} 1 & \cos x & \cos(x+y) \\ \cos x & 1 & \cos y \\ \cos(x+y) & \cos y & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

3. Знайти кількість розв’язків в цілих числах рівняння $x^3 + y^3 + z^3 = 2012^{2014}$.

4. Нехай $\operatorname{th} x = \frac{\operatorname{sh} x}{\operatorname{ch} x}$ - гіперболічний тангенс x . Знайти область визначення та побудувати графік функції $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} (\operatorname{th} nx)^{2^n + n}$.

5. Числову послідовність $(a_n, n \geq 0)$ задано рівностями $\begin{cases} a_0 = 1 \\ a_n = a_{n-1}^3 + 3a_{n-1}, n \geq 1 \end{cases}$.

Довести, що для деякого дійсного числа φ число a_n може бути знайдено за формулою $a_n = [\varphi^{3^n}]$, де $[.]$ позначає цілу частину. Знайти число φ .

6. Функцію $y(x), x \geq 0$ задано неявно рівністю $x + x^p = y + y^q$, де $0 < p < q < 1$ - фіксовані параметри. Знайти $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{y^q - x^q}{x^{2q-1}}$.

7. Знайти всі неперервні функції $f(x), x > 0$, які задовольняють функціональне рівняння $f(xf(y)) = yf(x)$.

8. Нехай $\mathfrak{Z}$ - множина всіх інтегровних функцій $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, які для будь-яких $x, y \in [0, 1]$ задовольняють нерівність $xf(y) + yf(x) \leq 1$. Довести, що

$$\max_{f \in \mathfrak{Z}} \int_0^1 f(x) dx = \frac{\pi}{4}.$$

ВІДКРИТА СТУДЕНТСЬКА ОЛІМПІАДА НТУУ „КПІ”

З МАТЕМАТИКИ, 2015 р., старші курси

1. Чи існує неспадна функція $f : [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$, що задовольняє такі умови:

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$; б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(e^n)}{f(n)} = 1$? Якщо існує, навести приклад такої функції, якщо ні – довести це.

2. Визначити всі неперервно диференційовні функції на відрізку $[0, 1]$, які

задовольняють умови: а) $f(0) = 0$; б) $2 \int_0^1 f^2(x) dx = \int_0^1 (1 - x^2)(f'(x))^2 dx$.

3. Знайти суму ряду $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^4 + n^2 + 1}$.

4. Обчислити інтеграл $\int_0^1 \dots \int_0^1 \frac{dx_1 \dots dx_n}{\max\{x_1, \dots, x_n\} - \min\{x_1, \dots, x_n\}}$.

5. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння

$$y'' + \frac{2x}{1+x^2} y' + \frac{y}{(1+x^2)^2} = 0.$$

6. Тричі диференційовна функція $f(x)$, $x \in [0, 1]$ задовольняє наступні властивості: а) $f(0) = f'(0) = f''(0) = 0$; б) $f'''(x) \leq 1$ для будь-якого $x \in [0, 1]$.

Довести, що $\sum_{n=0}^{\infty} f\left(\frac{1}{2^n}\right) < \frac{1}{5}$.

7. Диференційовна функція f визначена на відрізку $[0, 1]$ та задовольняє умову $f(0) = f(1)$. Довести, що для будь-якого набору невід'ємних чисел $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$, таких що $\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n = 1$, знайдеться набір різних точок $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n \in (0, 1)$, для яких $\alpha_1 f'(\xi_1) + \alpha_2 f'(\xi_2) + \dots + \alpha_n f'(\xi_n) = 0$.

8. Відпочивальниця Тамара приїжджає на курорт з n сукнями. Кожного ранку вона випадково обирає одну сукню, носить її протягом дня, а ввечері повертає до шафи. В той день, коли Тамара обирає сукню, яку вже носила, вона в засмучених почуттях від'їжджає додому. Нехай M_n - математичне сподівання кількості днів, які вона провела на курорті. Довести, що

$$M_n \sim \sqrt{\frac{\pi n}{2}} \text{ при } n \rightarrow \infty.$$

2.3 Статистика кількості учасників та переможців у деякі роки.

За результатами факультетського туру олімпіади у 2013/14 н.р., у якому взяли участь 28 студентів 1-го курсу ІСЗЗІ та 6 старшокурсників, переможцями стали Хороводніков В. (11 балів, 1 курс) та Полякова А. (9 балів, 2 курс). Максимальна кількість балів – 30.

У 2015/16 н.р. в ІСЗЗІ взяло участь 69 першокурсників та 6 студентів старших курсів. Серед першокурсників перше місце посів Демченко І., який набрав 18 балів, переможцем серед старшокурсників став Сбоев Р. (8 балів).

У 2016/17 н.р. в олімпіаді взяли участь 13 студентів 1-го курсу і 5 – старших курсів. Найбільше балів (14) отримали одразу три студенти 1-го курсу: Біловицька І., Томляк В. та Жумабек Мірас (Республіка Казахстан). Серед старшокурсників найкращий результат (13 балів) показали два студенти: Чорненький В. та Мостюк Д. Минулого року Мостюк Д. як студент першого курсу, посів друге місце із результатом 11 балів.

У 2020/21 переможцями 1-го туру Відкритої олімпіади з математики (категорія С, 1-й курс) стали такі студенти ІСЗЗІ : перше місце студентка Поліщук В. (гр. С - 04), друге - студент Аксамитний О. (С - 01), третє - студент Кулик І. (С - 05).

3 Висновки

Олімпіади з вищої математики показали себе як дієвий захід, що покликаний зацікавити студентів вивчати математику понад обов'язкову програму, відчувати красу нестандартних, евристичних розв'язків, розвинути логічне та абстрактне мислення та

виявити найбільш здатних та талановитих студентів, які в подальшому зможуть займатись науковою та дослідницькою діяльністю.

На завершення автори висловлюють подяку професору Василюк О.І. за увагу та поради відносно формату даної роботи.

References:

1. Булдигін В.В., Кушніревич В.А., Шкабара О.С., Ясінський В.В. Студентські математичні олімпіади. Збірник задач.-К.:НТУУ«КПІ».-2002. 175с.
2. Математичні олімпіади-2007:Методичні вказівки до розв'язання задач для студентів усіх форм навчання та школярів /Уклад.: В.В. Булдигін, В.О. Гайдей, В.А. Жук, І.В. Орловський.-К.:НТУУ«КПІ».-2007.-28с.
3. Математичні олімпіади-2008: Методичні вказівки до розв'язання задач для студентів усіх форм навчання та школярів /Уклад.: В.В.Булдигін, А.Б. Ільєнко, І.В. Орловський.-К.:НТУУ«КПІ».-2008.-40с.
4. Математичні олімпіади-2009: Методичні вказівки до розв'язання задач для студентів усіх форм навчання та школярів /Уклад.: В.В. Булдигін, А.Б. Ільєнко, І.В. Орловський.-К.:НТУУ«КПІ».-2010.-45с.
5. Математичні олімпіади-2010: Методичні вказівки до розв'язання задач для студентів усіх форм навчання та школярів /Уклад.: В.В. Булдигін, А.Б. Ільєнко, І.В. Орловський.-К.:НТУУ«КПІ».-2011.-36с.
6. Математичні олімпіади-2011: Методичні вказівки до розв'язання задач для студентів усіх форм навчання /Уклад.: В.В. Булдигін, А.Б. Ільєнко, І.В. Орловський.-К.:НТУУ«КПІ».-2012.-36с.
7. Математичні олімпіади-2012: Методичні вказівки до розв'язання задач для студентів усіх форм навчання /Уклад.: В.В. Булдигін, А.Б. Ільєнко, І.В. Орловський.-К.:НТУУ«КПІ».-2013.-44с.
8. Математичні олімпіади-2014: Методичні вказівки до розв'язання задач для студентів усіх форм навчання /Уклад.: А.Б. Ільєнко, І.В. Орловський.-К.:НТУУ«КПІ».-2015.-60 с.

O.G.Bilyi, V.O.Bilyi, T.V.Ivanenko & N.V.Kroshko (2025). Some aspects of preparing and holding mathematical competitions at the Institute of SCIP. *Mathematics in Modern Technical University*, 2025(1), 61-90.
[10.20535/mmtu-2022.1-061](https://doi.org/10.20535/mmtu-2022.1-061)

Submitted: 2023-10-12

Accepted: 2023-11-15

Abstract. The issue of organization, preparation and holding of mathematical competitions of various levels in ISCIP (Institute of Special Communications and Information Protection) was considered. The olympic movement in KPI (National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”) has deep roots, established traditions, a glorious history and powerful and comprehensive support from the leadership. Since 2010, faculty-level mathematical competitions have been held regularly at ISCIP by MA and PT (department of Mathematical Analysis and Probability Theory) teachers working here. Almost all teachers of the department took part in the All-Ukrainian Mathematical Open Olympiad. The preparation of students and cadets for the Olympiad of various levels was carried out during the work of mathematical circles that worked in ISCIP and at the department, partly at lectures and practical classes, at planning consultations and at special consultations on preparation for the Olympiad. The analysis and solution of the tasks proposed at the Olympiad were also carried out. Methodical development of individual selected topics was carried out and implemented by teachers of mathematics of ISCIP, who also ensured the organization, conduct of the Olympiad and verification of works in the conditions of the military status of ISCIP. The article lists the topics of methodical development, samples of tickets for the first and senior years at ISCIP and some other faculties for comparison. Some organizational statistics are provided. It should be noted that, traditionally, in terms of the number of Olympiad participants, ISCIP ranks high among other faculties.

Key words: ISZZI, ISCIP (Institute of Special Communications and Information Protection), MA and PT (Department of Mathematical Analysis and Probability Theory), Olympiad, mathematical circles, tickets for math Olympiads, methodological developments, conducting mathematical Olympiads.