

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»
Механіко-машинобудівний інститут
Кафедра динаміки і міцності машин та опор матеріалів**

До захисту допущено:
Завідувач кафедри
_____ Сергій ПИСКУНОВ
(підпис)
« ____ » _____ 2021 р.

**Дипломна робота
на здобуття ступеня бакалавра
за освітньо-професійною програмою «Динаміка і міцність машин»
спеціальності 131 «Прикладна механіка»
на тему: «Розробка конструктивного виконання елементів та вузлів установки
УМЕ-10ТМ для механічних випробувань матеріалів при статичному і циклічному
розтязі-стиску»**

Виконав (-ла): студент (-ка) IV курсу групи МП-72 Сконеchnих Єлізавета Геннадіївна _____
(підпис)

Керівник: к.т.н., доц. Тимошенко Олександр Вікторович _____
(підпис)

Консультант з деталей машин: к.т.н., доц. Лавренко Ярослав Іванович _____
(підпис)

Консультант з теорії мех. і машин: к.т.н., доц. Заховайко Олександр Панасович _____
(підпис)

Консультант з будівельної механіки: д.т.н., проф. Пискунов Сергій Олегович _____
(підпис)

Консультант з теорії пружності: д.т.н., проф. Бабенко Андрій Єлісейович _____
(підпис)

Консультант з чисельних методів: д.т.н., проф. Рудаков Костянтин Миколайович _____
(підпис)

Консультант з теорії коливань: д.т.н., проф. Боронко Олег Олександрович _____
(підпис)

Рецензент: д.т.н., проф. Данильченко Юрій Михайлович _____
(підпис)

Засвідчую, що у цій дипломній роботі немає запозичень з
праць інших авторів без відповідних посилань.
Студент (-ка) _____
(підпис)

Київ – 2021 рік

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
Механіко-машинобудівний інститут
Динаміки і міцності машин та опору матеріалів

Рівень вищої освіти – перший (бакалаврський)

Спеціальність – 131 «Прикладна механіка»

Освітньо-професійна програма «Динаміка і міцність машин»

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

_____ Сергій ПИСКУНОВ
(підпис)

«__» _____ 2021 р.

ЗАВДАННЯ

на дипломну роботу студенту

Сконечних Єлизаветі Геннадіївні

1. Тема роботи «Розробка конструктивного виконання елементів та вузлів установки УМЕ-10ТМ для механічних випробувань матеріалів при статичному і циклічному розтязі-стиску», керівник роботи Тимошенко Олександр Вікторович к.т.н., доцент, затверджені наказом по університету від 18.05.2021 р. № 1203-с.
2. Термін подання студентом роботи 08.06.2021 р.
3. Вихідні дані до роботи Установка УМЕ-10ТМ для механічних випробувань матеріалів на розтяг-стиск, максимальна осьова сила на захваті – 120 кН, швидкість робочого ходу активного захвата – 5 мм/хв.
4. Зміст роботи Вибір двигуна, розрахунок і проектування передач та валів редуктора, проектування корегованого евольвентного зачеплення, розрахунок круглої ступінчатої пластини, розв'язання осесиметричної задачі методами теорії пружності, розрахунок деформованого стану випробувального зразка, визначення власних частот та відповідних власних форм коливань вала, оригінальна частина.

5. Перелік ілюстративного матеріалу (із зазначенням презентацій тощо) 12 слайдів у презентації, записка містить 92 сторінки, 44 ілюстрації, 16 таблиць, 2 додатки та 17 джерел використаної літератури.

6. Консультанти розділів роботи

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв
Деталі машин	Лавренко Я.І., доц.		
Теорія механізмів і машин	Заховайко О.П., доц..		
Будівельна механіка	Пискунов С.О., проф.		
Теорія пружності	Бабенко. А.Є., проф.		
Чисельні методи	Рудаков К.М., проф.		
Теорія коливань	Боронко О.О., проф.		

7. Дата видачі завдання 01.10.2020 р.

Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання дипломної роботи	Термін виконання етапів роботи	Примітка
1	Огляд літератури	01.12.2020 р.	
2	Виконання 1-2 розділів	01.02.2021 р.	
3	Виконання 3-4 розділів	01.04.2021 р.	
4	Виконання 5-7 розділів	01.06.2021 р.	
5	Передзахист	09.06.2021 р.	
6	Захист дипломної роботи	16.06.2021 р.	

Студент

Єлизавета СКОНЕЧНИХ

Керівник

Олександр ТИМОШЕНКО

Анотація

Дана бакалаврська робота присвячена модифікації привода випробувальної установки УМЕ-10ТМ для механічних випробувань матеріалів на розтяг-стиск.

В даній роботі проведено модифікацію приводу і редуктора установки шляхом вибору оптимальних вузлів та умов роботи. Спроектвані усі елементи приводу, за показниками якості зачеплення з використанням програмного забезпечення K-PRO було оптимізовано зубчасту передачу для підвищення її ефективності. Плиту, на якій фіксується дана установка було розраховано на міцність і жорсткість. Методами теорії пружності проведено розрахунки напружено-деформованого стану валу зі шлицями при навантаженні моментом. За допомогою методу скінченних елементів та програмного комплексу FEMAP досліджено напружено-деформований стан тонкостінного зразка для випробувань на розтяг-стиск. Методами теорії коливань визначено власні частоти та форми коливань проміжного валу редуктора. В останньому розділі визначено вплив щільності заповнення титанового зразка на механічні характеристики. Сформульовані загальні висновки по роботі.

Записка містить 93 сторінки, 44 рисунки, 16 таблиць, додаток.

Ключові слова: *випробувальна установка, редуктор, кінематична схема, черв'ячна передача, розрахунок валів, підшипник, зразок, напружено-деформований стан, опорна плита, коливання, власні частоти, власні форми.*

Робота складається з текстової та графічної частини, містить додаток зі специфікаціями до креслень.

Abstract

This bachelor work is devoted to the modification of the drive of the testing machine UME-10TM for the mechanical testing of materials under complex stress-strain state.

In this work, the drive and gearbox were modified by selection of the most optimal details and their working conditions. All of the reduction gear units were designed. Machine base plate strength and rigidity was calculated. Stress-strain state of a hollow infinite cylinder under surface axisymmetric load was calculated by the elasticity theory methods. With the help of finite element method and FEMAP software the stress-strain state of a thin-walled specimen for tensile tests was calculated. Intermediate shaft oscillation normal modes were determined with the help of oscillation theory methods. The last section determines the influence of the filling density of the titanium sample on the mechanical characteristics. The general conclusions on work are formulated.

The note contains 93 pages, 44 figures, 16 tables, an application.

Keywords: test setup, reducer, kinematic scheme, worm gear, calculation of shafts, substrates, sample, stress-strain state, base plate, oscillations, normal modes.

The work consists of a text and graphic part, contains an application with drawings` specifications.

ЗМІСТ

1. ПРОЕКТУВАННЯ ПРИВОДА ВИПРОБУВАЛЬНОЇ УСТАНОВКИ	9
1.1. ОПИС ПРОТОТИПУ ВИПРОБУВАЛЬНОЇ УСТАНОВКИ.....	9
1.2. ОПИС КІНЕМАТИЧНОЇ СХЕМИ ПРОЕКТОВАНОГО ПРИВОДА.....	11
1.3. ВИБІР ДВИГУНА	11
1.4. КІНЕМАТИЧНИЙ І СИЛОВИЙ РОЗРАХУНОК ПРИВОДА.....	12
1.5. РОЗРАХУНОК ЧЕРВ'ЯЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ.....	13
1.5.1. ПАРАМЕТРИ НАВАНТАЖЕННЯ ЧЕРВ'ЯЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ	14
1.5.2. МАТЕРІАЛИ ДЛЯ ВИГОТОВЛЕННЯ ЧЕРВ'ЯКА ТА ЧЕРВ'ЯЧНОГО КОЛЕСА.....	14
1.5.3. ДОПУСТИМИ НАПРУЖЕННЯ ДЛЯ РОЗРАХУНКІВ ЧЕРВ'ЯЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ.....	15
1.5.4. ПРОЕКТНИЙ РОЗРАХУНОК ЧЕРВ'ЯЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ.....	15
1.5.5. ПОПЕРЕДНІ ЗНАЧЕННЯ ДЕЯКИХ ПАРАМЕТРІВ ПЕРЕДАЧІ	16
1.5.6. РОЗРАХУНОК ЗУБЦІВ ЧЕРВ'ЯЧНОГО КОЛЕСА НА КОНТАКТНУ ВИТРИВАЛІСТЬ	17
1.5.7. РОЗРАХУНОК АКТИВНИХ ПОВЕРХОНЬ ЗУБЦІВ ЧЕРВ'ЯЧНОГО КОЛЕСА НА КОНТАКТНУ МІЦНІСТЬ ПРИ ДІЇ МАКСИМАЛЬНОГО НАВАНТАЖЕННЯ.....	17
1.5.8. РОЗРАХУНОК ЗУБЦІВ ЧЕРВ'ЯЧНОГО КОЛЕСА НА ВИТРИВАЛІСТЬ ПРИ ЗГІНІ.....	17
1.5.9. ПЕРЕВІРКА МІЦНОСТІ ЗУБЦІВ ПРИ ЗГІНІ МАКСИМАЛЬНИМ НАВАНТАЖЕННЯМ.....	18
1.5.10. РОЗРАХУНОК ПАРАМЕТРІВ ЧЕРВ'ЯЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ.....	18
1.5.11. СИЛИ У ЗАЧЕПЛЕННІ ЧЕРВ'ЯЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ	19
1.5.12. ККД ЧЕРВ'ЯЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ	19
1.5.13. ПЕРЕВІРКА ЧЕРВ'ЯКА НА ЖОРСТКІСТЬ	19
1.6. РОЗРАХУНОК ЧЕРВ'ЯЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ.....	20
1.6.1. ПАРАМЕТРИ НАВАНТАЖЕННЯ ЧЕРВ'ЯЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ	21
1.6.2. МАТЕРІАЛИ ДЛЯ ВИГОТОВЛЕННЯ ЧЕРВ'ЯКА ТА ЧЕРВ'ЯЧНОГО КОЛЕСА.....	21
1.6.3. ДОПУСТИМИ НАПРУЖЕННЯ ДЛЯ РОЗРАХУНКІВ ЧЕРВ'ЯЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ.....	22
1.6.4. ПРОЕКТНИЙ РОЗРАХУНОК ЧЕРВ'ЯЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ Використовується допоміжний коефіцієнт $K_{\alpha} = 310 \text{ МПа}^{1/3}$ — для сталевого черв'яка та чавунного вінця колеса.	22
1.6.5. ПОПЕРЕДНІ ЗНАЧЕННЯ ДЕЯКИХ ПАРАМЕТРІВ ПЕРЕДАЧІ	23
1.6.6. РОЗРАХУНОК ЗУБЦІВ ЧЕРВ'ЯЧНОГО КОЛЕСА НА КОНТАКТНУ ВИТРИВАЛІСТЬ	24
1.6.7. РОЗРАХУНОК АКТИВНИХ ПОВЕРХОНЬ ЗУБЦІВ ЧЕРВ'ЯЧНОГО КОЛЕСА НА КОНТАКТНУ МІЦНІСТЬ ПРИ ДІЇ МАКСИМАЛЬНОГО НАВАНТАЖЕННЯ.....	24
1.6.8. РОЗРАХУНОК ЗУБЦІВ ЧЕРВ'ЯЧНОГО КОЛЕСА НА ВИТРИВАЛІСТЬ ПРИ ЗГІНІ.....	25
1.6.9. ПЕРЕВІРКА МІЦНОСТІ ЗУБЦІВ ПРИ ЗГІНІ МАКСИМАЛЬНИМ НАВАНТАЖЕННЯМ.....	25
1.6.10. РОЗРАХУНОК ПАРАМЕТРІВ ЧЕРВ'ЯЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ.....	25
1.6.11. СИЛИ У ЗАЧЕПЛЕННІ ЧЕРВ'ЯЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ	26
1.6.12. ККД ЧЕРВ'ЯЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ	26
1.6.13. ПЕРЕВІРКА ЧЕРВ'ЯКА НА ЖОРСТКІСТЬ	26
1.7. РОЗРАХУНОК ВХІДНОГО ВАЛУ	28
1.8. РОЗРАХУНОК ПРОМІЖНОГО ВАЛА РЕДУКТОРА	29
1.8.1. ПРОЕКТНИЙ РОЗРАХУНОК І КОНСТРУЮВАННЯ.....	29
1.8.2. РОЗРАХУНОК ВАЛУ НА СТАТИЧНУ МІЦНІСТЬ	29
1.8.3. РОЗРАХУНОК ВАЛУ НА ВТОМНУ МІЦНІСТЬ.....	31

1.8.4. РОЗРАХУНОК ВАЛА НА ЖОРСТКІСТЬ	31
1.9. РОЗРАХУНОК ВИХІДНОГО ВАЛА РЕДУКТОРА	33
1.9.1. ПРОЕКТНИЙ РОЗРАХУНОК І КОНСТРУЮВАННЯ	33
1.10. ВИБІР ПІДШИПНИКІВ РЕДУКТОРА	34
1.10.1. ВИБІР ПІДШИПНИКІВ ДЛЯ ВХІДНОГО ВАЛУ	34
1.10.2. ВИБІР ПІДШИПНИКІВ ДЛЯ ПРОМІЖНОГО ВАЛУ	34
1.10.2.1. ВИЗНАЧЕННЯ РОЗРАХУНКОВОГО ЕКВІВАЛЕНТНОГО НАВАНТАЖЕННЯ НА ПІДШИПНИК	35
1.10.2.2. РОЗРАХУНОК ДОВГОВІЧНОСТІ ПІДШИПНИКА	35
1.10.3. ВИБІР ПІДШИПНИКІВ ВИХІДНОГО ВАЛУ	35
2. ОПТИМІЗАЦІЯ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ЗУБЧАСТОЇ ПЕРЕДАЧІ ПРИВОДА УСТАНОВКИ ЗА ГЕОМЕТРИЧНИМИ ПОКАЗНИКАМИ ЯКОСТІ ЗАЧЕПЛЕННЯ	37
3. РОЗРАХУНОК КРУГЛОЇ ПЛАСТИНИ	48
4. РОЗРАХУНОК КОНСТРУКТИВНОГО ЕЛЕМЕНТА МЕТОДАМИ ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ	55
5. ЧИСЛОВІ РОЗРАХУНКИ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ВИПРОБУВАЛЬНОГО ЗРАЗКА	61
5.1. ВИБІР ВИПРОБУВАЛЬНОГО ЗРАЗКА ТА ЙОГО РОЗРАХУНКОВОЇ МОДЕЛІ	61
5.2. ПОСТАНОВКА КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ ПРУЖНОСТІ	62
5.3. МЕТОД СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ	64
5.4. СТВОРЕННЯ СКІНЧЕННО-ЕЛЕМЕНТНОЇ МОДЕЛІ ВИПРОБУВАЛЬНОГО ЗРАЗКА	67
5.5. РЕЗУЛЬТАТИ РОЗРАХУНКІВ ТА ЇХ АНАЛІЗ	68
6. РОЗРАХУНОК ВЛАСНИХ ЧАСТОТ ТА ВІДПОВІДНИХ ВЛАСНИХ ФОРМ КРУТИЛЬНИХ КОЛИВАНЬ СИСТЕМИ З ДВОМА СТУПЕНЯМИ ВІЛЬНОСТІ	69
.....	73
6.1. Визначення власних частот методом сил	73
6.2. Визначення першої власної частоти методом Релея	76
6.3. Визначення першої власної частоти методом Донкерлі	77
7. ВПЛИВ ЩІЛЬНОСТІ ЗАПОВНЕННЯ ТИТАНОВОГО ЗРАЗКА НА МЕХАНІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ	78
1. ПРОЕКТУВАННЯ ПРИВОДА ВИПРОБУВАЛЬНОЇ УСТАНОВКИ	9
1.1. ОПИС ПРОТОТИПУ ВИПРОБУВАЛЬНОЇ УСТАНОВКИ	9
1.2. ОПИС КІНЕМАТИЧНОЇ СХЕМИ ПРОЕКТОВАНОГО ПРИВОДА	11
1.3. ВИБІР ДВИГУНА	11

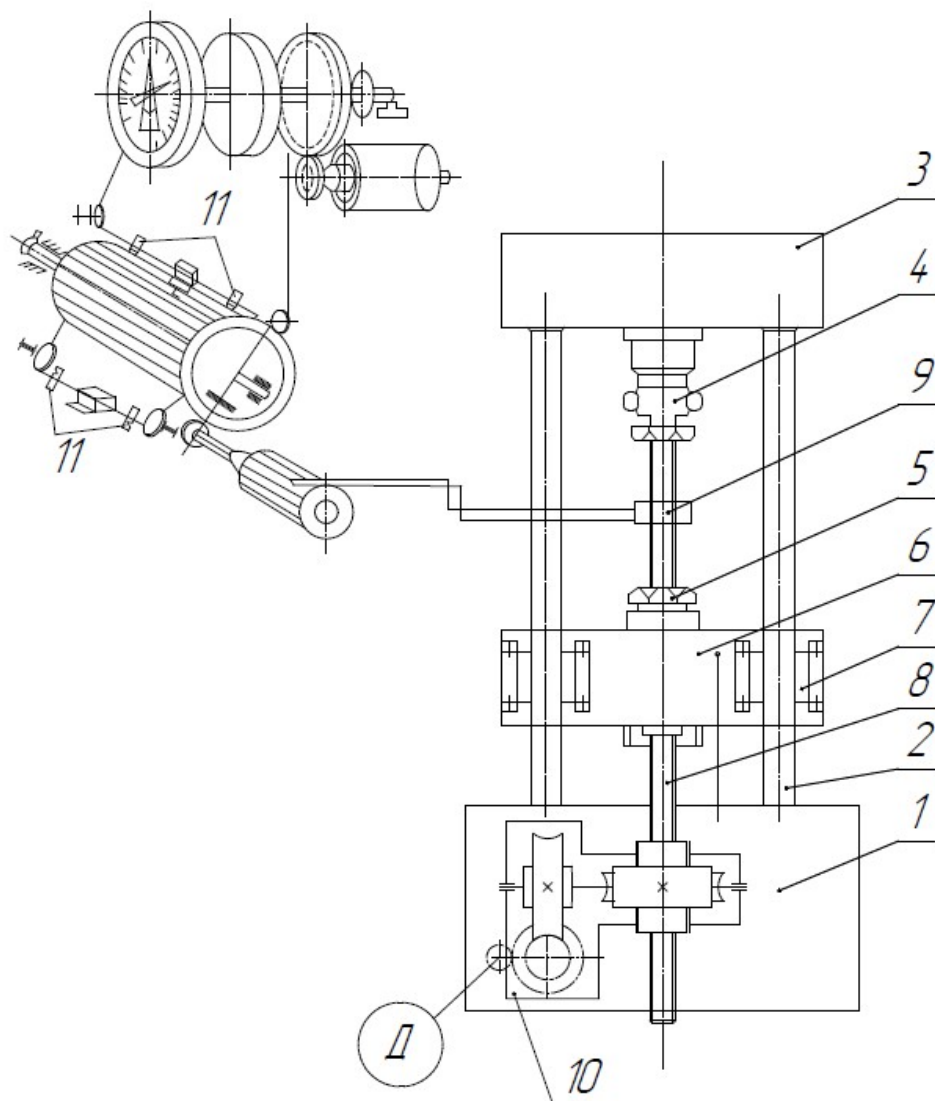
1.4. КІНЕМАТИЧНИЙ І СИЛОВИЙ РОЗРАХУНОК ПРИВОДА.....	12
1.5. РОЗРАХУНОК ЧЕРВ'ЯЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ.....	13
1.5.1. ПАРАМЕТРИ НАВАНТАЖЕННЯ ЧЕРВ'ЯЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ.....	14
1.5.2. МАТЕРІАЛИ ДЛЯ ВИГОТОВЛЕННЯ ЧЕРВ'ЯКА ТА ЧЕРВ'ЯЧНОГО КОЛЕСА.....	14
1.5.3. ДОПУСТИМИ НАПРУЖЕННЯ ДЛЯ РОЗРАХУНКІВ ЧЕРВ'ЯЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ.....	15
1.5.4. ПРОЕКТНИЙ РОЗРАХУНОК ЧЕРВ'ЯЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ.....	15
1.5.5. ПОПЕРЕДНІ ЗНАЧЕННЯ ДЕЯКИХ ПАРАМЕТРІВ ПЕРЕДАЧІ.....	16
1.5.6. РОЗРАХУНОК ЗУБЦІВ ЧЕРВ'ЯЧНОГО КОЛЕСА НА КОНТАКТНУ ВИТРИВАЛІСТЬ.....	17
1.5.7. РОЗРАХУНОК АКТИВНИХ ПОВЕРХОНЬ ЗУБЦІВ ЧЕРВ'ЯЧНОГО КОЛЕСА НА КОНТАКТНУ МІЦНІСТЬ ПРИ ДІЇ МАКСИМАЛЬНОГО НАВАНТАЖЕННЯ.....	17
1.5.8. РОЗРАХУНОК ЗУБЦІВ ЧЕРВ'ЯЧНОГО КОЛЕСА НА ВИТРИВАЛІСТЬ ПРИ ЗГІНІ.....	17
1.5.9. ПЕРЕВІРКА МІЦНОСТІ ЗУБЦІВ ПРИ ЗГІНІ МАКСИМАЛЬНИМ НАВАНТАЖЕННЯМ.....	18
1.5.10. РОЗРАХУНОК ПАРАМЕТРІВ ЧЕРВ'ЯЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ.....	18
1.5.11. СИЛИ У ЗАЧЕПЛЕННІ ЧЕРВ'ЯЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ.....	19
1.5.12. ККД ЧЕРВ'ЯЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ.....	19
1.5.13. ПЕРЕВІРКА ЧЕРВ'ЯКА НА ЖОРСТКІСТЬ.....	19
1.6. РОЗРАХУНОК ЧЕРВ'ЯЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ.....	20
1.6.1. ПАРАМЕТРИ НАВАНТАЖЕННЯ ЧЕРВ'ЯЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ.....	21
1.6.2. МАТЕРІАЛИ ДЛЯ ВИГОТОВЛЕННЯ ЧЕРВ'ЯКА ТА ЧЕРВ'ЯЧНОГО КОЛЕСА.....	21
1.6.3. ДОПУСТИМИ НАПРУЖЕННЯ ДЛЯ РОЗРАХУНКІВ ЧЕРВ'ЯЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ.....	22
1.6.4. ПРОЕКТНИЙ РОЗРАХУНОК ЧЕРВ'ЯЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ Використовується допоміжний коефіцієнт $K_{\alpha} = 310 \text{ МПа}^{1/3}$ — для сталевих черв'яків та чавунних вінців колеса.....	22
1.6.5. ПОПЕРЕДНІ ЗНАЧЕННЯ ДЕЯКИХ ПАРАМЕТРІВ ПЕРЕДАЧІ.....	23
1.6.6. РОЗРАХУНОК ЗУБЦІВ ЧЕРВ'ЯЧНОГО КОЛЕСА НА КОНТАКТНУ ВИТРИВАЛІСТЬ.....	24
1.6.7. РОЗРАХУНОК АКТИВНИХ ПОВЕРХОНЬ ЗУБЦІВ ЧЕРВ'ЯЧНОГО КОЛЕСА НА КОНТАКТНУ МІЦНІСТЬ ПРИ ДІЇ МАКСИМАЛЬНОГО НАВАНТАЖЕННЯ.....	24
1.6.8. РОЗРАХУНОК ЗУБЦІВ ЧЕРВ'ЯЧНОГО КОЛЕСА НА ВИТРИВАЛІСТЬ ПРИ ЗГІНІ.....	25
1.6.9. ПЕРЕВІРКА МІЦНОСТІ ЗУБЦІВ ПРИ ЗГІНІ МАКСИМАЛЬНИМ НАВАНТАЖЕННЯМ.....	25
1.6.10. РОЗРАХУНОК ПАРАМЕТРІВ ЧЕРВ'ЯЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ.....	25
1.6.11. СИЛИ У ЗАЧЕПЛЕННІ ЧЕРВ'ЯЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ.....	26
1.6.12. ККД ЧЕРВ'ЯЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ.....	26
1.6.13. ПЕРЕВІРКА ЧЕРВ'ЯКА НА ЖОРСТКІСТЬ.....	26
1.7. РОЗРАХУНОК ВХІДНОГО ВАЛУ.....	28
1.8. РОЗРАХУНОК ПРОМІЖНОГО ВАЛА РЕДУКТОРА.....	29
1.8.1. ПРОЕКТНИЙ РОЗРАХУНОК І КОНСТРУЮВАННЯ.....	29
1.8.2. РОЗРАХУНОК ВАЛУ НА СТАТИЧНУ МІЦНІСТЬ.....	29
1.8.3. РОЗРАХУНОК ВАЛУ НА ВТОМНУ МІЦНІСТЬ.....	31
1.8.4. РОЗРАХУНОК ВАЛУ НА ЖОРСТКІСТЬ.....	31
1.9. РОЗРАХУНОК ВИХІДНОГО ВАЛУ РЕДУКТОРА.....	33
1.9.1. ПРОЕКТНИЙ РОЗРАХУНОК І КОНСТРУЮВАННЯ.....	33
1.10. ВИБІР ПІДШИПНИКІВ РЕДУКТОРА.....	34
1.10.1. ВИБІР ПІДШИПНИКІВ ДЛЯ ВХІДНОГО ВАЛУ.....	34
1.10.2. ВИБІР ПІДШИПНИКІВ ДЛЯ ПРОМІЖНОГО ВАЛУ.....	34

1.10.2.1. ВИЗНАЧЕННЯ РОЗРАХУНКОВОГО ЕКВІВАЛЕНТНОГО НАВАНТАЖЕННЯ НА ПІДШИПНИК	35
1.10.2.2. РОЗРАХУНОК ДОВГОВІЧНОСТІ ПІДШИПНИКА	35
1.10.3. ВИБІР ПІДШИПНИКІВ ВИХІДНОГО ВАЛУ	35
2. ОПТИМІЗАЦІЯ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ЗУБЧАСТОЇ ПЕРЕДАЧІ ПРИВОДА УСТАНОВКИ ЗА ГЕОМЕТРИЧНИМИ ПОКАЗНИКАМИ ЯКОСТІ ЗАЧЕПЛЕННЯ	37
3. РОЗРАХУНОК КРУГЛОЇ ПЛАСТИНИ	48
4. РОЗРАХУНОК КОНСТРУКТИВНОГО ЕЛЕМЕНТА МЕТОДАМИ ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ	55
5. ЧИСЛОВІ РОЗРАХУНКИ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ВИПРОБУВАЛЬНОГО ЗРАЗКА	61
5.1. ВИБІР ВИПРОБУВАЛЬНОГО ЗРАЗКА ТА ЙОГО РОЗРАХУНКОВОЇ МОДЕЛІ	61
5.2. ПОСТАНОВКА КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ ПРУЖНОСТІ	62
5.3. МЕТОД СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ	64
5.4. СТВОРЕННЯ СКІНЧЕННО-ЕЛЕМЕНТНОЇ МОДЕЛІ ВИПРОБУВАЛЬНОГО ЗРАЗКА	67
5.5. РЕЗУЛЬТАТИ РОЗРАХУНКІВ ТА ЇХ АНАЛІЗ	68
6. РОЗРАХУНОК ВЛАСНИХ ЧАСТОТ ТА ВІДПОВІДНИХ ВЛАСНИХ ФОРМ КРУТИЛЬНИХ КОЛИВАНЬ СИСТЕМИ З ДВОМА СТУПЕНЯМИ ВІЛЬНОСТІ	69
1 Використовуючи метод Релея знайдемо значення власних частот використовуючи формулу	
$\omega_l^2 = \frac{\{\Phi\}_l^T [c] \{\Phi\}_l}{\{\Phi\}_l^T [a] \{\Phi\}_l}$; підставляючи відповідні значення отримаємо:	72
.....	73
6.1 Визначення власних частот методом сил	
6.2 Визначення першої власної частоти методом Релея	76
6.3 Визначення першої власної частоти методом Донкерлі	77
7. ВПЛИВ ЩІЛЬНОСТІ ЗАПОВНЕННЯ ТИТАНОВОГО ЗРАЗКА НА МЕХАНІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ	78

1. ПРОЕКТУВАННЯ ПРИВОДА ВИПРОБУВАЛЬНОЇ УСТАНОВКИ

1.1. ОПИС ПРОТОТИПУ ВИПРОБУВАЛЬНОЇ УСТАНОВКИ

Кінематична схема випробувальної установки УМЭ-10ТМ є частиною вихідних даних для проектування, метою якого є модернізація даної машини. На рис.1.1. зображена кінематична схема установки УМЭ-10ТМ.



Технічна характеристика:

1. Максимальне осьове зусилля $F=120$ кН

2. Швидкість переміщення захвату $V=5$ мм/хв

Рис.1.1. Випробувальна установка УМЭ-10ТМ

- 1 – основа;
- 2 – колони;
- 3 – верхня траверса;
- 4 – динамометр;
- 5 – нижній захват;
- 6 – стіл;
- 7 – напрямні втулки;
- 8 – ходовий гвинт;
- 9 – розрізна гайка;
- 10 – коробка передач;
- 11 – безконтактні кінцеві вимикачі.

Технічна характеристика випробувальної установки УМЭ-10ТМ:
 Максимальна осьова сила –120 кН.

$$\eta = \eta_{\text{зп}} \cdot \eta_{\text{чп2}} \cdot \eta_{\text{чп4}} \cdot \eta_{\text{гг}} \cdot \eta_0^3$$

$\eta_{\text{цв}}$ – ККД циліндрична відкрита передачі, $\eta_{\text{чп}}$ – ККД черв'ячної передачі(2), $\eta_{\text{чп4}}$ – ККД черв'ячної передачі(4), $\eta_{\text{гг}}$ – ККД передачі гвинт-гайка, η_0 – ККД одної пари підшипників.

Обчислимо ККД: $\eta_{\text{зп}} = 0,97$, $\eta_{\text{чп2}} = 0,75$, $\eta_{\text{чп4}} = 0,87$, $\eta_{\text{гг}} = 0,5$, $\eta_0 = 0,985$

, кількість пар підшипників – 3.[1]

$$\eta = \eta_{\text{зп}} \cdot \eta_{\text{чп2}} \cdot \eta_{\text{чп4}} \cdot \eta_{\text{гг}} \cdot \eta_0^3 = 0,97 \cdot 0,75 \cdot 0,87 \cdot 0,5 \cdot 0,985^3 = 0,302$$

Обчислимо потужність :

$$P_{\text{н}} = F \times V = (120 \cdot 10^3) \cdot \left(5 \cdot \frac{1000}{60}\right) = 10$$

Обчислимо передатне відношення :

$$i' = i'_{\text{чп2}} \cdot i'_{\text{чп4}} \cdot i'_{\text{зп}}$$

де $i'_{\text{чп2}}$ ($i1$), $i'_{\text{чп4}}$ ($i2$), $i'_{\text{цв}}$ ($i3$) – передатні відношення передач.

$$i'_{\text{чп2}} = 27, i'_{\text{чп4}} = 20, i'_{\text{зп}} = 5$$

$$i' = i'_{\text{чп2}} \cdot i'_{\text{чп4}} \cdot i'_{\text{цв}} = 27 \cdot 20 \cdot 5 = 2700$$

Орієнтовна частота обертання вала двигуна:

$$n'_{\text{дв}} = n \cdot i'$$

де n – частота обертання гайки.

$$n = \frac{V}{p \cdot z} = \frac{5}{10 \cdot 1} = 0,5$$

де V (мм/хв) – задана лінійна швидкість захвата; p (мм) – крок різьби гвинта; z – число заходів різьби.

$$n'_{\text{дв}} = 2700 \cdot 0,5 = 1350$$

За необхідною частотою і потужністю підбираємо електродвигун:

4А71В6У3: $P = 90$ Вт, $n = 1370$ хв-1.[3]

Уточнення значення передатного відношення приводу:

$$i = \frac{n_{\text{дв}}}{n} = \frac{1370}{0,5} = 2740$$

$$i'_{\text{чп2}} = 25, i'_{\text{чп4}} = 20, i'_{\text{цв}} = 5$$

1.4. КІНЕМАТИЧНИЙ І СИЛОВИЙ РОЗРАХУНОК ПРИВОДА

Обчислимо кутові швидкості усіх валів:

$$\omega_1 = \omega_{\text{дв}} = \frac{\pi \cdot n}{30} = 143,4$$

$$\omega_2 = \frac{\omega_1}{i_1} = 28,7$$

$$\omega_3 = \frac{\omega_2}{i_2} = 1,05$$

$$\omega_4 = \frac{\omega_3}{i_2} = 0,05$$

Визначимо потужності та обертові моменти:

$$P_1 = \frac{P_n}{\eta} = 33,06$$

$$P_k = P_{k-1} \cdot \eta_{k-1}$$

$$P_2 = P_1 \cdot \eta_1 = 32,07$$

$$P_3 = P_2 \cdot \eta_2 = 24,05$$

$$P_4 = P_3 \cdot \eta_3 = 20,93$$

Крутний момент:

$$T_k = \frac{P_k}{\omega_k}$$

$$T_1 = \frac{P_1}{\omega_1} = 0,23$$

$$T_2 = \frac{P_2}{\omega_2} = 1,12$$

$$T_3 = \frac{P_3}{\omega_3} = 22,98$$

$$T_4 = \frac{P_4}{\omega_4} = 399,89$$

Результати розрахунків занесемо до таблиці 1.1

Таблиця 1.1. Кінематичні та силові характеристики привода.

Параметр	Одиниці вимірювання	Вали				
		I	II	III	IV	Додаткова передача
P	кВт	0,03	0,03	0,02	0,02	
T	Н*м	0,23	1,12	22,98	399,89	
η		0,97	0,75	0,87	0,50	
i		5,00	25,00	20,00		
ω	с ⁻¹ (-1)	143,39	28,68	1,05	0,05	
N	Об/хв	1370	274,0	10,00	0,50	

1.5. РОЗРАХУНОК ЧЕРВ'ЯЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ

Схему передачі зображено на Рис. 1.7

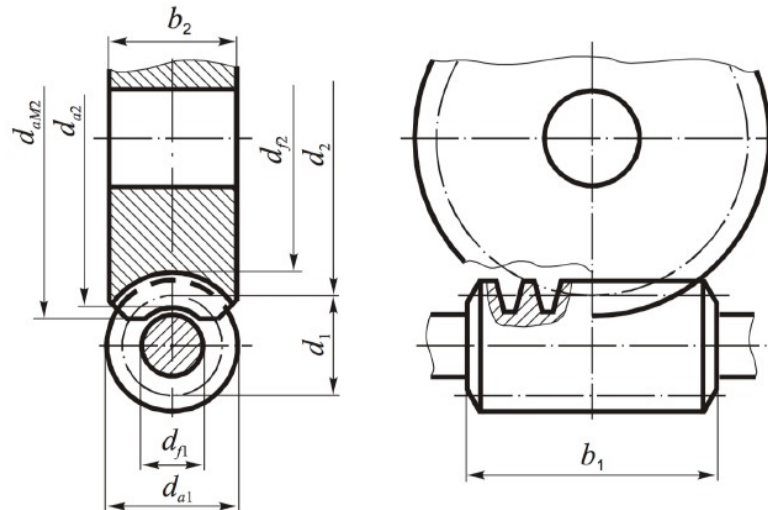


Рис. 1,7. Схема черв'ячної передачі

1.5.1. ПАРАМЕТРИ НАВАНТАЖЕННЯ ЧЕРВ'ЯЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ

Кутова швидкість веденого вала:

$$\omega_3 = 1.147 ;$$

Під час коротко часового перевантаження до 150% максимальний момент на веденому валу:

$$T_{2max} = 1,5T_2 = 1,5 \cdot 22,98 = 34,47 \text{ кНм};$$

Знайдемо орієнтовну швидкість ковзання в зачепленні:

$$V_s = \left(\frac{4\omega_2}{10^3} \right)^2 \sqrt{T_2} = \left(\frac{4 \cdot 28,678}{10^3} \right)^2 \sqrt{122,98} = 0,326 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

Визначимо за строк служби сумарне число циклів навантаження зубців колеса:

$$N_{\Sigma 2} = \frac{1800 \cdot \omega_2 \cdot h}{\pi} = \frac{1800 \cdot 1,147 \cdot 10000}{\pi} = 6,576 \cdot 10^6 \text{ ц};$$

Для м'якого режиму навантаження при коефіцієнті інтенсивності

$$K_{FE} = 0,01 \text{ еквівалентне число циклів навантаження зубців [1]:}$$

$$N_{FE2} = K_{FE} N_{\Sigma 2} = 0,01 \cdot 6,576 \cdot 10^6 = 6,58 \text{E} + 04 \text{ ц}$$

1.5.2. МАТЕРІАЛИ ДЛЯ ВИГОТОВЛЕННЯ ЧЕРВ'ЯКА ТА ЧЕРВ'ЯЧНОГО КОЛЕСА

Для виготовлення черв'яка оберемо сталь 40Х, термообробка – гартування із відпусканням, твердість $H_1 = 45..55 \text{ HRC}$, робочі поверхні витків шліфовані.

Для черв'ячного колеса із швидкістю ковзання $V_s = 0,326 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ вибираємо бронзу БрА9ЖЗЛ з такими характеристиками [2] границя міцності $\sigma_B = 500 \text{ МПа}$.

1.5.3. ДОПУСТИМІ НАПРУЖЕННЯ ДЛЯ РОЗРАХУНКІВ ЧЕРВ'ЯЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ

Допустимі контактні напруження.

Для вінця черв'ячного колеса з бронзи згідно з [2] допустиме контактне напруження:

$$[\sigma]_H = [\sigma]_{H0} = 300 - 25V_s = 300 - 25 \cdot 0,326 = 291,846 \text{ МПа.}$$

Допустиме граничне контактне напруження [2, табл. 28.4]

$$[\sigma]_{Hmax} = 2\sigma_T = 2 \cdot 230 = 460 \text{ МПа.}$$

Допустимі напруження при згині

Для бази випробувань 10^6 та нереверсивного навантаження допустиме напруження на втому при згині [2, табл. 28.4]

$$[\sigma]_{F0} = 0,08\sigma_B + 0,25\sigma = 0,08 \cdot 500 + 0,25 \cdot 230 = 97,5 \text{ МПа.}$$

Визначемо коефіцієнт довговічності:

$$K_{FL} = \sqrt[9]{\frac{10^6}{N_{FE}}} = \sqrt[9]{\frac{10^6}{6,58E+04}} = 1,35E;$$

Враховуючи обмеження $0,54 \leq K_{FL} \leq 1$, беремо $K_{FL} = 1$. Тоді для зубців черв'ячного колеса допустиме напруження на втому при згині

$$[\sigma]_F = [\sigma]_{F0} K_{FL} = 97,5 \cdot 1 = 97,5 \text{ МПа.}$$

Допустиме граничне напруження при згині [2]

$$[\sigma]_{Fmax} = 0,8\sigma = 0,8 \cdot 230 = 184 \text{ МПа}$$

1.5.4. ПРОЕКТНИЙ РОЗРАХУНОК ЧЕРВ'ЯЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ

Використовується допоміжний коефіцієнт $K_\alpha = 310 \text{ МПа}^{1/3}$ — для сталевого черв'яка та чавунного вінця колеса.

Число витків черв'яка обираємо $z_1 = 2$, тоді число зубців черв'ячного колеса $z_2 = iz_1 = 2 \cdot 25 = 50$.

Коефіцієнт діаметра черв'яка $q \geq 0,212z_2 = 0,212 \cdot 50 = 10,6$ Вибираємо за [2, табл. 28.1] $q = 12$

Визначаємо коефіцієнт, що враховує розподіл навантаження по ширині вінця черв'ячного колеса:

$$K_{H\beta} = 1 + \left(\frac{z_2}{\theta}\right)^3 (1 - x) = 1 + \left(\frac{50}{112}\right)^3 (1 - 0,31) = 1,09;$$

Де $\theta = 112$ [2], $x = 0,31$ для середнього режиму навантаження передачі.

Визначаємо мінімальну міжосьову відстань:

$$a_{wmin} = K_\alpha \left(\frac{z_2}{q} + 1\right)^3 \sqrt{\frac{T_2 \cdot K_{H\beta} \cdot q^2}{(z_2 \cdot [\sigma]_H)^2}} = 41,1225 \text{ мм;}$$

Визначаємо модуль передачі

$$m' = \frac{2a_{wmin}}{z_2 + q} = \frac{2 \cdot 41,1225}{50 + 12} = 1,33;$$

За стандартом вибираємо $m = 2$ мм, якому відповідає $q = 12$

1.5.5. ПОПЕРЕДНІ ЗНАЧЕННЯ ДЕЯКИХ ПАРАМЕТРІВ ПЕРЕДАЧІ

Розміри вінців черв'яка та черв'ячного колеса:

- Ділильні діаметри
 - $d_1 = mq = 2 \cdot 12 = 24$ мм;
 - $d_2 = mz_2 = 2 \cdot 50 = 100$ мм;
- Діаметри вершин витків черв'яка та зубців колеса:
 - $d_{a1} = d_1 + 2m = 24 + 2 \cdot 2 = 28$ мм
 - $d_{a2} = d_2 + 2m = 100 + 2 \cdot 2 = 104$ мм;
- Діаметри западин
 - $d_{f1} = d_1 - 2,4m = 24 - 2,4 \cdot 2 = 19,2$ мм;
 - $d_{f2} = d_2 - 2,4m = 100 - 2,4 \cdot 2 = 95,2$ мм;
- Найбільший діаметр черв'ячного колеса
 - $d_{am} \leq d_{a2} + 1,5m = 104 + 1,5 \cdot 2 = 107$ мм;
- Ширина вінця черв'ячного колеса
 - $b_2 \leq 0,75d_{a1} = 0,75 \cdot 28 = 21$ мм;
 - Приймаємо $b_2 = 21$ мм;
- Міжосьова відстань передачі
 - $a_w = 0,5m(z_2 + q) = 0,5 \cdot 2(50 + 12) = 62$ мм;
 - Ділильний кут підйому лінії витків черв'яка:
 - $tg\gamma = \frac{z_1}{q} = \frac{2}{12} = 0,167; \gamma = 9,46^\circ;$
- Швидкість ковзання у зачепленні:
 - $V_s = \frac{\omega_2 d_1}{2\cos\gamma} = \frac{1,147 \cdot 24 \cdot 10^{-3}}{2\cos(9,46^\circ)} = 0,349;$
- Уточнене значення допустимого контактного напруження
 - $[\sigma]_H = [\sigma]_{H0} = 300 - 25V_s = 300 - 25 \cdot 0,349 = 291,846$ МПа;
- Еквівалентне число зубців колеса
 - $z_{V2} = \frac{z_2}{\cos^3\gamma} = \frac{50}{\cos^3(9,46^\circ)} = 52,1;$
- Колова сила, що діє на зубці колеса:
 - $F_{t2} = \frac{2T_2}{d_2} = \frac{2 \cdot 22,98 \cdot 1000}{100} = 459,6$ Н;

1.5.6. РОЗРАХУНОК ЗУБЦІВ ЧЕРВ'ЯЧНОГО КОЛЕСА НА КОНТАКТНУ ВИТРИВАЛІСТЬ

Визначимо коефіцієнти:

$Z_M = 210 \text{ МПа}^{1/2}$ – коефіцієнт, що враховує механічні властивості матеріалів черв'яка і вінця колеса;

$Z_H = 1,8$ – коефіцієнт форми спряжених поверхонь витків та зубців;

$Z_\varepsilon = 0,75$ – коефіцієнт сумарної довжини контактних ліній у зачепленні;

$K_{H\beta} = 1,089$;

$K_{HV} = 1,15$ – коефіцієнт динамічного навантаження

Питома розрахункова колова сила

$$\omega_{Ht} = \frac{F_{t2}}{b_2} K_{H\beta} K_{HV} = \frac{459,6}{21} \cdot 1,089 \cdot 1,15 = 27,4 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}$$

Розрахункове контактне напруження:

$$\sigma_H = Z_M Z_H Z_\varepsilon \sqrt{\frac{\omega_{Ht}}{d_2}} = 210 \cdot 1,8 \cdot 0,75 \cdot \sqrt{\frac{27,4}{100}} = 148,43 \text{ МПа};$$

Стійкість зубців проти заїдання і втомного викришування забезпечується, оскільки

$$\sigma_H = 148,43 \text{ МПа}; [\sigma]_H = 291,278 \text{ МПа} \Rightarrow \sigma_H \leq [\sigma]_H.$$

1.5.7. РОЗРАХУНОК АКТИВНИХ ПОВЕРХОНЬ ЗУБЦІВ ЧЕРВ'ЯЧНОГО КОЛЕСА НА КОНТАКТНУ МІЦНІСТЬ ПРИ ДІЇ МАКСИМАЛЬНОГО НАВАНТАЖЕННЯ

$$\sigma_{Hmax} = \sigma_H \sqrt{\frac{T_{2max}}{T_2}} = 181,78 \text{ МПа};$$

Контактна міцність зубців забезпечується:

$$\sigma_{Hmax} = 181,78 \text{ МПа} < [\sigma]_{Hmax} = 460 \text{ МПа}.$$

1.5.8. РОЗРАХУНОК ЗУБЦІВ ЧЕРВ'ЯЧНОГО КОЛЕСА НА ВИТРИВАЛІСТЬ ПРИ ЗГІНІ

Необхідні розрахункові коефіцієнти:

$Y_F = 1,4$ – коефіцієнт, що враховує форму зубця

$Y_\varepsilon = 0,75$ – коефіцієнт, що враховує перекриття зубців;

$Y_\beta = 0,95$ – коефіцієнт, що враховує кут нахилу зубців;

$K_{FV} = K_{HV} = 1,15$ – коефіцієнт динамічного навантаження;

$K_{F\beta} = K_{H\beta} = 1,089$ – коефіцієнт, що враховує розподіл навантаження по ширині вінця колеса.

Визначаємо питому колову силу:

$$\omega_{Ft} = \frac{F_{t2}}{b_2} K_{F\beta} K_{FV} = 27,4 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}$$

Розраховуємо напруження згину:

$$\sigma_F = Y_F Y_\varepsilon Y_\beta \frac{\omega_{Ft}}{m} = 13,67 \text{ МПа.}$$

Втомна міцність зубців при згині забезпечується, бо розрахункове напруження

$$\sigma_F = 13,67 \text{ МПа; } [\sigma]_F = 97,5 \text{ МПа} \Rightarrow \sigma_F < [\sigma]_F.$$

1.5.9. ПЕРЕВІРКА МІЦНОСТІ ЗУБЦІВ ПРИ ЗГИНІ МАКСИМАЛЬНИМ НАВАНТАЖЕННЯМ

$$\sigma_{Fmax} = \sigma_F \frac{T_{2max}}{T_2} = 20,5 \text{ МПа}$$

Міцність зубів також забезпечується, бо виконується умова

$$\sigma_{Fmax} = 20,5 \text{ МПа; } [\sigma]_{Fmax} = 460 \text{ МПа} \Rightarrow \sigma_{Fmax} \leq [\sigma]_{Fmax}.$$

1.5.10. РОЗРАХУНОК ПАРАМЕТРІВ ЧЕРВ'ЯЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ

Визначаємо розміри елементів витків черв'яка та зубців черв'ячного колеса:

- Висота головки витка черв'яка та зубця колеса $h_a = m = 2$ мм;
- Висота ніжки витка та зубця $h_f = 1,2m = 1,2 \cdot 2 = 2,4$ мм;
- Висота витка та зубця $h = 2,2m = 2,2 \cdot 2 = 4,4$ мм;
- Розрахункова товщина витка $s = 0,5\pi m = 0,5 \cdot 3,14 \cdot 2 = 3,14$ мм;

Розміри вінців черв'яка та черв'ячного колеса:

- Ділильні діаметри $d_1 = 24$ мм; $d_2 = 100$ мм
- Діаметри вершин: $d_{a1} = 28$ мм; $d_{a2} = 104$ мм
- Діаметри впадин: $d_{f1} = 19,2$ мм; $d_{f2} = 95,2$ мм;
- Найбільший діаметр черв'ячного колеса $d_{am} = 106$ мм;
- Довжина нарізваної частини черв'яка, витки якого шліфують:
 $b_1 \geq (11 + 0,06z_2)m + 35 = (11 + 0,06 \cdot 50) \cdot 2 + 35 = 53$ мм
 Приймаємо $b_1 = 52$ мм;
- Ширина вінця черв'ячного колеса: $b_2 = 21$ мм;

- Міжосьова відстань черв'ячної передачі $a_w = 62$ мм.

1.5.11. СИЛИ У ЗАЧЕПЛЕННІ ЧЕРВ'ЯЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ

Компоненти сил у зачепленні:

а) Колова сила на колесі:

$$F_{t2} = F_{a1} = 459,6 \text{ Н};$$

б) Радіальна сила на колесі:

$$F_{r1} = F_{r2} = F_{t2} \operatorname{tg} \alpha = 459,6 \cdot \operatorname{tg}(20^\circ) = 167,297 \text{ Н};$$

в) Осьова сила на колесі:

$$F_{a2} = F_{t1} = F_{t2} \operatorname{tg} \gamma = 459,6 \cdot \operatorname{tg}(9,46^\circ) = 76,61 \text{ Н}.$$

1.5.12. ККД ЧЕРВ'ЯЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ

$$\eta = (0,95 \cdot 0,96) \frac{\operatorname{tg} \gamma}{\operatorname{tg}(\gamma + \varphi')} = 0,96 \frac{\operatorname{tg} 9,46^\circ}{\operatorname{tg}(9,46^\circ + 2,6^\circ)} = 0,749,$$

де зведений кут тертя взято з таблиці $\varphi' = 2,6^\circ$

1.5.13. ПЕРЕВІРКА ЧЕРВ'ЯКА НА ЖОРСТКІСТЬ

Рівнодійна колової та радіальної сил на черв'яку:

$$F = \sqrt{F_{t1}^2 + F_{r1}^2} = 184 \text{ Н}.$$

Осьовий момент інерції перерізу черв'яка:

$$J_0 = \frac{\pi d_f^4}{64} = 6667,37 \text{ мм}^4.$$

Беремо наближено відстань між опорами черв'як:

$$l \approx 0,8d_2 \approx 0,8 \cdot 100 \approx 80 \text{ мм}.$$

Визначаємо прогин черв'яка:

$$y = \frac{Fl^3}{48EJ_0} = 0,0014 \text{ мм}$$

Жорсткість черв'яка достатня, оскільки

$$[y] = 0,01 \text{ м} = 0,01 \cdot 2 = 0,02 \text{ мм}.$$

$$y \leq [y].$$

1.6. РОЗРАХУНОК ЧЕРВ'ЯЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ

Схему передачі зображено на Рис. 2.3.

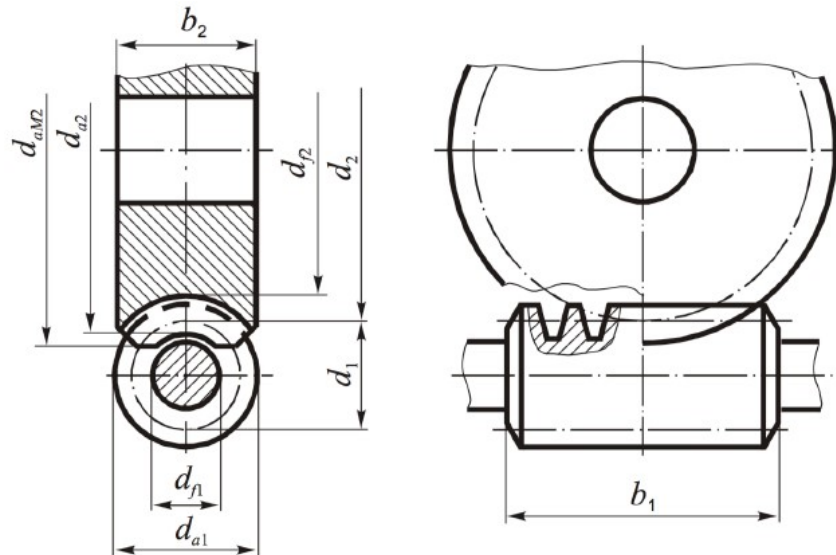


Рис. 2.3. Схема черв'ячної передачі

1.6.1. ПАРАМЕТРИ НАВАНТАЖЕННЯ ЧЕРВ'ЯЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ

Кутова швидкість веденого вала:

$$\omega_2 = 0,052;$$

Під час коротко часового перевантаження до 150% максимальний момент на веденому валу:

$$T_{2max} = 1,5T_2 = 1,5 \cdot 399,89 = 599,84 \text{ Нм};$$

Знайдемо орієнтовну швидкість ковзання в зачепленні:

$$V_s = \left(\frac{4\omega_2}{10^3} \right) \sqrt[3]{T_2} = 0,031 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

Визначимо за строк служби сумарне число циклів навантаження зубців колеса:

$$N_{\Sigma 2} = \frac{1800 \cdot \omega_2 \cdot h}{\pi} = \frac{1800 \cdot 0,052 \cdot 10000}{\pi} = 0,3 \cdot 10^6 \text{ ц};$$

Для м'якого режиму навантаження при коефіцієнті інтенсивності

$$K_{FE} = 0,01 \text{ еквівалентне число циклів навантаження зубців [1]:}$$

$$N_{FE2} = K_{FE} N_{\Sigma 2} = 0,01 \cdot 14,35 \cdot 10^6 = 3\text{E} + 03\text{ш}$$

1.6.2. МАТЕРІАЛИ ДЛЯ ВИГОТОВЛЕННЯ ЧЕРВ'ЯКА ТА ЧЕРВ'ЯЧНОГО КОЛЕСА

Для виготовлення черв'яка оберемо сталь 40Х, термообробка – гартування із відпусканням, твердість $H_1 = 45..55 \text{ HRC}$, робочі поверхні витків шліфовані.

Для черв'ячного колеса із швидкістю ковзання $V_s = 0,031 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ вибираємо бронзу БрА9Ж3Л з такими характеристиками [2] границя міцності $\sigma_B = 500 \text{ МПа}$.

1.6.3. ДОПУСТИМИ НАПРУЖЕННЯ ДЛЯ РОЗРАХУНКІВ ЧЕРВ'ЯЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ

Допустимі контактні напруження.

Для вінця черв'ячного колеса з бронзи згідно з [2] допустиме контактне напруження:

$$[\sigma]_H = [\sigma]_{H0} = 300 - 25V_s = 300 - 25 \cdot 0,031 = 299,23 \text{ МПа.}$$

Допустиме граничне контактне напруження [2, табл. 28.4]

$$[\sigma]_{Hmax} = 2\sigma_T = 2 \cdot 230 = 460 \text{ МПа.}$$

Допустимі напруження при згині

Для бази випробувань 10^6 та нереверсивного навантаження допустиме напруження на втому при згині [2, табл. 28.4]

$$[\sigma]_{F0} = 0,08\sigma_B + 0,25\sigma = 0,08 \cdot 500 + 0,25 \cdot 230 = 97,5 \text{ МПа.}$$

Визначемо коефіцієнт довговічності:

$$K_{FL} = \sqrt[9]{\frac{10^6}{N_{FE}}} = \sqrt[9]{\frac{10^6}{3E + 03}} = 1,91E;$$

Враховуючи обмеження $0,54 \leq K_{FL} \leq 1$, беремо $K_{FL} = 1$. Тоді для зубців черв'ячного колеса допустиме напруження на втому при згині

$$[\sigma]_F = [\sigma]_{F0} K_{FL} = 97,5 \cdot 1 = 97,5 \text{ МПа.}$$

Допустиме граничне напруження при згині [2]

$$[\sigma]_{Fmax} = 0,8\sigma = 0,8 \cdot 230 = 184 \text{ МПа}$$

1.6.4. ПРОЕКТНИЙ РОЗРАХУНОК ЧЕРВ'ЯЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ

Використовується допоміжний коефіцієнт $K_\alpha = 310 \text{ МПа}^{1/3}$ — для сталевого черв'яка та чавунного вінця колеса.

Число витків черв'яка обираємо $z_1 = 4$, тоді число зубців черв'ячного колеса $z_2 = iz_1 = 4 \cdot 20 = 80$.

Коефіцієнт діаметра черв'яка $q \geq 0,212z_2 = 0,212 \cdot 80 = 16,96$. Вибираємо за [2, табл. 28.1] $q = 20$.

Визначаємо коефіцієнт, що враховує розподіл навантаження по ширині вінця черв'ячного колеса:

$$K_{H\beta} = 1 + \left(\frac{z_2}{\theta}\right)^3 (1 - x) = 1 + \left(\frac{80}{1190}\right)^3 (1 - 0,31) = 1,07;$$

Де $\theta = 125$ [2], $x = 0,31$ для середнього режиму навантаження передачі.

Визначаємо мінімальну міжосьову відстань:

$$a_{wmin} = K_{\alpha} \left(\frac{z_2}{q} + 1 \right)^3 \sqrt{\frac{T_2 \cdot K_{H\beta} \cdot q^2}{(z_2 \cdot [\sigma]_H)^2}} = 103,76 \text{ мм};$$

Визначаємо модуль передачі

$$m' = \frac{2a_{wmin}}{z_2 + q} = 2,08;$$

За стандартом вибираємо $m = 2$ мм, якому відповідає $q = 20$

1.6.5. ПОПЕРЕДНІ ЗНАЧЕННЯ ДЕЯКИХ ПАРАМЕТРІВ ПЕРЕДАЧІ

Розміри вінців черв'яка та черв'ячного колеса:

- Ділильні діаметри
 - $d_1 = mq = 2 \cdot 20 = 40$ мм;
 - $d_2 = mz_2 = 2 \cdot 80 = 160$ мм;
- Діаметри вершин витків черв'яка та зубців колеса:
 - $d_{a1} = d_1 + 2m = 40 + 2 \cdot 2 = 44$ мм
 - $d_{a2} = d_2 + 2m = 160 + 2 \cdot 2 = 164$ мм;
- Діаметри западин
 - $d_{f1} = d_1 - 2,4 \cdot m = 40 - 2,4 \cdot 2 = 35,2$ мм;
 - $d_{f2} = d_2 - 2,4 \cdot m = 160 - 2,4 \cdot 2 = 155,2$ мм;
- Найбільший діаметр черв'ячного колеса [табл 3.5.9]
 - $d_{am} \leq d_{a2} + m = 164 + 2 = 166$ мм;
- Ширина вінця черв'ячного колеса
 - $b_2 \leq 0,67 = 36$ мм;
 - Приймаємо $b_2 = 36$ мм;
- Міжосьова відстань передачі
 - $a_w = 0,5m(z_2 + q) = 0,5 \cdot 2 \cdot (80 + 20) = 100$ мм;
- Ділильний кут підйому лінії витків черв'яка:
 - $\text{tg} \gamma = \frac{z_1}{q} = \frac{4}{20} = 0,2; \gamma = 11,31^\circ;$
- Швидкість ковзання у зачепленні:
 - $V_s = \frac{\omega_2 d_1}{2 \cos \gamma} = 0,0213;$
- Уточнене значення допустимого контактного напруження
 - $[\sigma]_H = [\sigma]_{H0} = 300 - 25V_s = 300 - 25 \cdot 0,0213 = 299,47$ МПа;
- Еквівалентне число зубців колеса
 - $z_{v2} = \frac{z_2}{\cos^3 \gamma} = \frac{80}{\cos^3(11,31^\circ)} = 84,85;$

- Колова сила, що діє на зубці колеса:

$$F_{t2} = \frac{2T_2}{d_2} = 4998,6 \text{ Н};$$

1.6.6. РОЗРАХУНОК ЗУБЦІВ ЧЕРВ'ЯЧНОГО КОЛЕСА НА КОНТАКТНУ ВИТРИВАЛІСТЬ

Визначимо коефіцієнти:

$Z_M = 210 \text{ МПа}^{1/2}$ – коефіцієнт, що враховує механічні властивості матеріалів черв'яка і вінця колеса;

$Z_H = 1,8$ – коефіцієнт форми спряжених поверхонь витків та зубців;

$Z_\varepsilon = 0,75$ – коефіцієнт сумарної довжини контактних ліній у зачепленні;

$K_{H\beta} = 1,07$;

$K_{H\nu} = 1$ – коефіцієнт динамічного навантаження

Питома розрахункова колова сила

$$\omega_{Ht} = \frac{F_{t2}}{b_2} K_{H\beta} K_{H\nu} = 149,22 \frac{\text{Н}}{\text{мм}};$$

Розрахункове контактне напруження:

$$\sigma_H = Z_M Z_H Z_\varepsilon \sqrt{\frac{\omega_{Ht}}{d_2}} = 273,78 \text{ МПа};$$

Стійкість зубців проти заїдання і втомного викришування забезпечується, оскільки

$$\sigma_H = 273,78 \text{ МПа}; [\sigma]_H = 297 \text{ МПа} \Rightarrow \sigma_H \leq [\sigma]_H.$$

1.6.7. РОЗРАХУНОК АКТИВНИХ ПОВЕРХОНЬ ЗУБЦІВ ЧЕРВ'ЯЧНОГО КОЛЕСА НА КОНТАКТНУ МІЦНІСТЬ ПРИ ДІЇ МАКСИМАЛЬНОГО НАВАНТАЖЕННЯ

$$\sigma_{Hmax} = \sigma_H \sqrt{\frac{T_{2max}}{T_2}} = 335,31 \text{ МПа};$$

Контактна міцність зубців забезпечується:

$$\sigma_{Hmax} = 335,31 \text{ МПа} < [\sigma]_{Hmax} = 460 \text{ МПа}.$$

1.6.8. РОЗРАХУНОК ЗУБЦІВ ЧЕРВ'ЯЧНОГО КОЛЕСА НА ВИТРИВАЛІСТЬ ПРИ ЗГІНІ

Необхідні розрахункові коефіцієнти:

$Y_F = 1,34$ – коефіцієнт, що враховує форму зубця

$Y_\varepsilon = 0,75$ – коефіцієнт, що враховує перекриття зубців;

$Y_\beta = 0,95$ – коефіцієнт, що враховує кут нахилу зубців;

$K_{FV} = K_{HV} = 1$ – коефіцієнт динамічного навантаження;

$K_{F\beta} = K_{H\beta} = 1,07$ – коефіцієнт, що враховує розподіл навантаження по

ширині вінця колеса.

Визначаємо питому колову силу:

$$\omega_{Ft} = \frac{F_{t2}}{b_2} K_{F\beta} K_{FV} = 149,2 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}$$

Розраховуємо напруження згину:

$$\sigma_F = Y_F Y_\varepsilon Y_\beta \frac{\omega_{Ft}}{m} = 71,23 \text{ МПа.}$$

Втомна міцність зубців при згині забезпечується, бо розрахункове напруження

$$\sigma_F = 71,23 \text{ МПа}; [\sigma]_F = 97,5 \text{ МПа} \Rightarrow \sigma_F \leq [\sigma]_F.$$

1.6.9. ПЕРЕВІРКА МІЦНОСТІ ЗУБЦІВ ПРИ ЗГІНІ МАКСИМАЛЬНИМ НАВАНТАЖЕННЯМ

$$\sigma_{Fmax} = \sigma_F \frac{T_{2max}}{T_2} = 106,85 \text{ МПа}$$

Міцність зубів також забезпечується, бо виконується умова

$$\sigma_{Fmax} = 106,85 \text{ МПа}; [\sigma]_{Fmax} = 184 \text{ МПа} \Rightarrow \sigma_{Fmax} \leq [\sigma]_{Fmax}.$$

1.6.10. РОЗРАХУНОК ПАРАМЕТРІВ ЧЕРВ'ЯЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ

Визначаємо розміри елементів витків черв'яка та зубців черв'ячного колеса:

- Висота головки витка черв'яка та зубця колеса $h_a = m = 2 \text{ мм}$;
- Висота ніжки витка та зубця $h_f = 1,2m = 1,2 \cdot 2 = 2,4 \text{ мм}$;
- Висота витка та зубця $h = 2,2m = 2,2 \cdot 2 = 4,4 \text{ мм}$;
- Розрахункова товщина витка $s = 0,5\pi m = 0,5 \cdot 3,14 \cdot 2 = 3,14 \text{ мм}$;

Розміри вінців черв'яка та черв'ячного колеса:

- Ділильні діаметри $d_1 = 40 \text{ мм}$; $d_2 = 160 \text{ мм}$
- Діаметри вершин: $d_{a1} = 44 \text{ мм}$; $d_{a2} = 164 \text{ мм}$
- Діаметри впадин: $d_{f1} = 35,2 \text{ мм}$; $d_{f2} = 155,2 \text{ мм}$;

- Найбільший діаметр черв'ячного колеса $d_{ам} = 166$ мм;
- Довжина нарізаної частини черв'яка, витки якого шліфують:
 $b_1 \geq (12 + 0.09 \cdot z_2) \cdot m + 25 = 64,4$ мм
 Приймаємо $b_1 = 67$ мм;
- Ширина вінця черв'ячного колеса: $b_2 = 36$ мм;
- Міжосьова відстань черв'ячної передачі $a_{vw} = 100$ мм.

1.6.11. СИЛИ У ЗАЧЕПЛЕННІ ЧЕРВ'ЯЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ

Компоненти сил у зачепленні:

а) Колова сила на колесі:

$$F_{t2} = F_{a1} = 4998,6 \text{ Н};$$

б) Радіальна сила на колесі:

$$F_{r1} = F_{r2} = F_{t2} \operatorname{tg} \alpha = 4998,6 \cdot \operatorname{tg}(20^\circ) = 1819,35 \text{ Н};$$

в) Осьова сила на колесі:

$$F_{a2} = F_{t1} = F_{t2} \operatorname{tg} \gamma = 4998,6 \cdot \operatorname{tg}(11,31^\circ) = 999,7 \text{ Н}.$$

1.6.12. ККД ЧЕРВ'ЯЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ

$$\eta = (0,95 \cdot 0,96) \frac{\operatorname{tg} \gamma}{\operatorname{tg}(\gamma + \varphi')} = 0,96 \frac{\operatorname{tg} 11,31}{\operatorname{tg}(11,31 + 4,6^\circ)} = 0,674,$$

де зведений кут тертя взято з таблиці $\varphi' = 4,6^\circ$

1.6.13. ПЕРЕВІРКА ЧЕРВ'ЯКА НА ЖОРСТКІСТЬ

Рівнодійна колової та радіальної сил на черв'яку:

$$F = \sqrt{F_{t1}^2 + F_{r1}^2} = 2075,93 \text{ Н}.$$

Осьовий момент інерції перерізу черв'яка:

$$J_0 = \frac{\pi d_{f1}^4}{64} = \frac{3,14 \cdot 35,2^4}{64} = 75321,74 \text{ мм}^4.$$

Беремо наближено відстань між опорами черв'як:

$$l \approx 0,8d_2 \approx 0,8 \cdot 160 \approx 128 \text{ мм}.$$

Визначаємо прогин черв'яка:

$$y = \frac{Fl^3}{48EJ_0} = 0,00573 \text{ мм}$$

Жорсткість черв'яка достатня, оскільки
 $[y] = 0,01m = 0,01 \cdot 2 = 0.02\text{мм.}$
 $y \leq [y].$

1.7. РОЗРАХУНОК ВХІДНОГО ВАЛУ

ПРОЕКТНИЙ РОЗРАХУНОК І КОНСТРУЮВАННЯ ВАЛУ

Для виготовлення вала беремо Сталь 40х, для якої $\sigma_B = 598$ МПа;

$\sigma_T = 363$ МПа; $[\tau] = 25$ МПа.

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16, \cdot T}{\pi \cdot [\tau]}} = 6,1 \text{ мм};$$

Беремо $d = 14$ мм.

1.8. РОЗРАХУНОК ПРОМІЖНОГО ВАЛА РЕДУКТОРА

1.8.1. ПРОЕКТНИЙ РОЗРАХУНОК І КОНСТРУЮВАННЯ

ПРОМІЖНОГО ВАЛУ

Для виготовлення вала призначаємо сталь 40Х,

для якої $\sigma_{\tau} = 588$ МПа, а $\sigma_{\sigma} = 980$ МПа

Діаметр ділянки вала, на якій насаджується черв'ячне колесо,

попередньо визначимо з умови на кручення. Визначимо діаметр за заниженим $[\tau] = 25$ МПа і маємо:

$$d = \sqrt[3]{\frac{16T}{\pi[\tau]}} = 16,7 \text{ мм}$$

Приймаємо $d = 34$ мм

1.8.2. РОЗРАХУНОК ВАЛУ НА СТАТИЧНУ МІЦНІСТЬ

Сили у зачепленні візьемо із попередніх розрахунків передач . Таким чином :

Ft1, Н	Fr1, Н	Fa1, Н	Ma1, Н*мм
799,8	1455,5	3998,906	99972,64396
Ft2, Н	Fr2, Н	Fa2, Н	Ma2, Н*мм
459,6	167,3	76,6	3830,3695

Реакції опор:

Rby	Ray	Rbz	Raz
446	1764	184	524

Схему епюр та навантажень зобразимо на рис.1.8

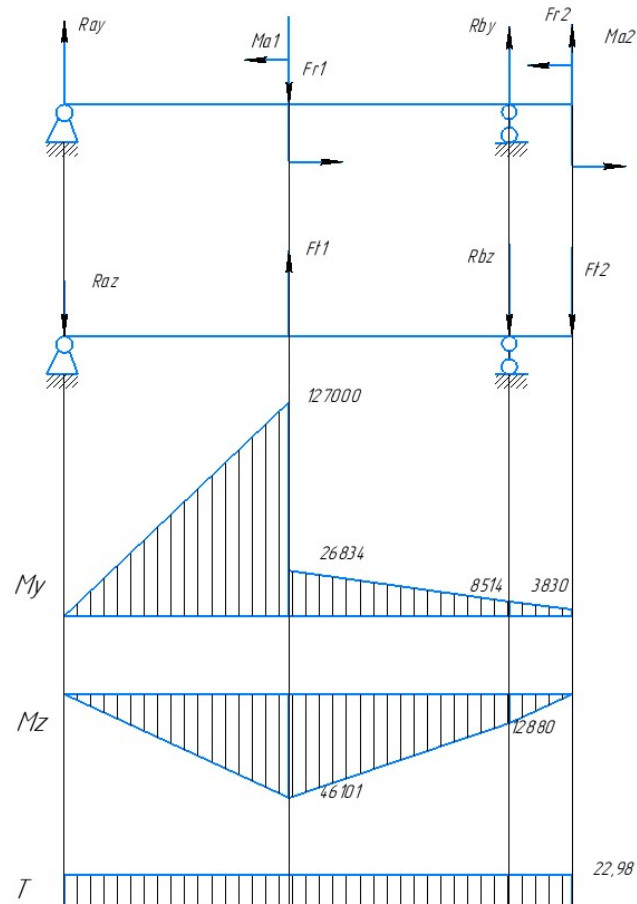


Рис. 1.8. Схема вала та епюри навантажень.

Небезпечний переріз по $\sigma_{зг}$

$$M_{зг} = \sqrt{(M_y^{\max})^2 + (M_z^{\max})^2} = 135108,5 \text{ Н} \cdot \text{мм}$$

$$\sigma_{зг} = \frac{M_{зг}}{W_0} = \frac{32M_{зг}}{\pi d_{r1}^3} = 35 \text{ МПа}$$

$$\sigma_c = \frac{4 \cdot F_{a2}}{\pi d_{r1}^2} = 1,38 \text{ МПа}$$

$$\tau_c = \frac{16 \cdot T}{\pi d_{r1}^3} = 2,9795 \text{ МПа}$$

$$\sigma_e = \sqrt{(\sigma_{зг} + \sigma_c)^2 + 4\tau_c^2} = 36,8 \text{ МПа}$$

$$\sigma_{E\max} = \sigma_e \cdot K_{\Pi} = 81 \text{ МПа}$$

Перевіримо, чи виконується умова статичної міцності:

$$\sigma_{E\max} \leq [\sigma]$$

$$\sigma_{E\max} = 81 \text{ МПа} \leq [\sigma] = 470,4 \text{ МПа}$$

Статична міцність вала забезпечена.

1.8.3. РОЗРАХУНОК ВАЛА НА ВТОМНУ МІЦНІСТЬ

Границі втоми матеріалу вала:

$$\sigma_{-1} = 0.45\sigma_B = 441 \text{ МПа}$$

$$\tau_{-1} = 0.25\sigma_B = 245 \text{ МПа}$$

Перевіримо вал на втомну міцність в перерізі С.

Амплітуди нормальних і дотичних напружень:

$$\sigma_a = 30,5 \text{ МПа}$$

$$\sigma_m = 5,9 \text{ МПа}$$

$$\tau_a = 1,48 \text{ МПа}$$

Ефективні коефіцієнти концентрації напружень: $K_\sigma = 1,77$; $K_\tau = 2,22$

Коефіцієнти, що враховують вплив асиметрії циклу напружень

$$\psi_\sigma = 0.02 + 2 \cdot 10^{-4} \sigma_B = 0,216$$

$$\psi_\tau = 0.5\psi_\sigma = 0,108$$

Коефіцієнт масштабного фактора: $K_d = 0,86$

Коефіцієнти запасу міцності за нормальними і дотичними напруженнями:

$$S_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{K_\sigma}{K_d} \sigma_a + \psi_\sigma \sigma_m} = 6,884$$

$$S_\tau = \frac{\tau_{-1}}{\frac{K_\tau}{K_d} \tau_a + \psi_\tau \tau_m} = 46,65$$

Сумарний коефіцієнт запасу:

$$S = \frac{S_\sigma S_\tau}{\sqrt{S_\sigma^2 + S_\tau^2}} = 6,811 > [S] = 1,5$$

Втомна міцність вала в небезпечному перерізі забезпечена.

1.8.4. РОЗРАХУНОК ВАЛА НА ЖОРСТКІСТЬ

Осьовий момент інерції перерізу вала

$$J = \frac{\pi \cdot d_{r1}^4}{64} = 65563,985 \text{ МПа}$$

Згідно зі способом Верещагіна прогин вала у вертикальній площині: y_1 і кут нахилу перерізу θ_1

$$y = -0,0037; \theta = 0,0043;$$

Прогин вала y_2 і кут нахилу перерізу θ_2 у горизонтальній площині:

$$y = 0,023; \theta = 0,0001;$$

Повний прогин вала:

$$y = \sqrt{y_{\text{в}}^2 + y_{\text{г}}^2} = 0,0043 \text{ мм}$$

$$[y] = 0,01 \quad y \leq [y]$$

Повний кут нахилу:

$$\theta = \sqrt{\theta_{\text{в}}^2 + \theta_{\text{г}}^2} = 0,00011 \text{ рад}$$

$$[\theta] = 0,005 \quad \theta < [\theta]$$

Таким чином, жорсткість вала забезпечується.

1.9. РОЗРАХУНОК ВИХІДНОГО ВАЛА РЕДУКТОРА

1.9.1. ПРОЕКТНИЙ РОЗРАХУНОК І КОНСТРУЮВАННЯ

ВИХІДНОГО ВАЛА

Для виготовлення вала призначаємо сталь 45,

для якої $\sigma_T = 598$ МПа, а $\sigma_B = 363$ МПа

Діаметр ділянки вала, на якій насаджується черв'ячне колесо,

попередньо визначимо з умови на кручення. Визначимо діаметр за заниженим

$[\tau] = 25$ МПа і маємо:

$$d = \sqrt[3]{\frac{16T}{\pi[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 404,450}{3,14 \cdot 25 \cdot 10^6}} = 43,52163712 \text{ мм}$$

Приймаємо $d = 60$ мм згідно ГОСТ 12080-66.

1.10. ВИБІР ПІДШИПНИКІВ РЕДУКТОРА

1.10.1. ВИБІР ПІДШИПНИКІВ ДЛЯ ВХІДНОГО ВАЛУ

Підбираємо підшипники кочення для вхідного вала редуктора за такими даними, одержаними при розрахунку вала:

$$R_A = \sqrt{R_{Ay}^2 + R_{Az}^2} = 55,5 \text{ Н}$$

$$R_B = \sqrt{R_{By}^2 + R_{Bz}^2} = 148,9 \text{ Н}$$

Осьове навантаження вала $F_a = 459,6 \text{ Н}$; кутова швидкість вала $\omega = 28,68 \text{ с}^{-1}$ потрібна довговічність підшипників $L_h = 10000 \text{ год.}$, при 90% надійності, типовий режим навантаження вала – середній нормальний (СН), короткочасне перевантаження до 150%, робоча температура підшипників до 50°C. В перерізі В (оскільки для опори є найбільшим навантаженням):

$$\frac{F_a}{R_B} = 3,087 > 0,35$$

То для опор вала доцільно застосовувати радіально-упорні кулькові підшипники 46204 для яких: $C_0 = 7540 \text{ Н}$; $C_r = 11375 \text{ Н}$.

1.10.2. ВИБІР ПІДШИПНИКІВ ДЛЯ ПРОМІЖНОГО ВАЛУ

Підбираємо підшипники кочення для проміжного вала редуктора за такими даними, одержаними при розрахунку вала:

$$R_A = \sqrt{R_{Ay}^2 + R_{Az}^2} = 1840 \text{ Н}$$

$$R_B = \sqrt{R_{By}^2 + R_{Bz}^2} = 482 \text{ Н}$$

Осьове навантаження вала $F_a = 5075 \text{ Н}$; кутова швидкість вала $\omega = 1,05 \text{ с}^{-1}$ потрібна довговічність підшипників $L_h = 10000 \text{ год.}$, при 90% надійності, типовий режим навантаження вала – середній нормальний (СН), короткочасне перевантаження до 150%, робоча температура підшипників до 50°C. В перерізі В (оскільки для опори є найбільшим навантаженням):

$$\frac{F_a}{R_B} = 3,243 < 0,35$$

То для опор вала доцільно застосовувати радіально-упорні кулькові підшипники 46208 для яких: $C_0 = 26576 \text{ Н}$; $C_r = 28341 \text{ Н}$.

1.10.2.1. ВИЗНАЧЕННЯ РОЗРАХУНКОВОГО ЕКВІВАЛЕНТНОГО НАВАНТАЖЕННЯ НА ПІДШИПНИК

Для легкого режиму навантаження коефіцієнт інтенсивності: $K_e = 0,4$. Згідно з умови роботи підшипника, беремо: $V = 1$ – обертання внутрішнього кільця підшипника $K_\sigma = 1,5$ – коефіцієнт безпеки при короткочасних перевантаженнях до 150%, $K_T = 1$ – температурний коефіцієнт до 50°C; параметр осьового навантаження $e = 0,68$

$$\frac{R_{aB}}{(VR_B)} = 3.243 > e = 0,68$$

Маємо за [2] $X = 0,41, Y = 0,87$;

Розрахункове еквівалентне навантаження на підшипники опори

$$R = (XVR_r + YR_{aB})K_\sigma K_T = 7585.7 \text{ Н}$$

$$R_e = K_e R = 3034.3 \text{ Н}$$

1.10.2.2. РОЗРАХУНОК ДОВГОВІЧНОСТІ ПІДШИПНИКА

Для 90%-ї надійності коефіцієнт $a_1 = 1$, а для звичайних умов експлуатації кулькових радіально-опорних підшипників коефіцієнт $a_{23} = 0,8$

Розрахунковий ресурс підшипників, млн. об,

$$L = a_1 a_{23} \left(\frac{C_r}{R_e}\right)^p = 651.88 \text{ млн. об}$$

Тут показник $p = 3$ для кулькових радіально-упорних підшипників

Розрахункова довговічність підшипника, год.

$$L_h = \frac{1745L}{\omega} = 1086804.9 \text{ год}$$

1.10.3. ВИБІР ПІДШИПНИКІВ ВИХІДНОГО ВАЛУ

Підбираємо підшипники кочення для вхідного вала редуктора за такими даними, одержаними при розрахунку вала:

$$R_A = \sqrt{R_{Ay}^2 + R_{Az}^2} = 6944.5 \text{ Н}$$

$$R_B = \sqrt{R_{By}^2 + R_{Bz}^2} = 6634.6 \text{ Н}$$

Осьове навантаження вала $F_a = 999.7 \text{ Н}$; кутова швидкість вала

$\omega = 0.05 \text{ с}^{-1}$ потрібна довговічність підшипників $L_h = 10000 \text{ год}$, при 90% надійності, типовий режим навантаження вала – середній нормальний (СН),

короткочасне перевантаження до 150%, робоча температура підшипників до 50°C. В перерізі А (оскільки для опори є найбільшим навантаженням):

$$\frac{F_a}{R_A} = 0.144 < 0,35$$

То для опор вала доцільно застосовувати радіально-упорні кулькові підшипники 46211 для яких: : $C_0 = 31479 \text{ Н}$; $C_r = 38638 \text{ Н}$.

2. ОПТИМІЗАЦІЯ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ЗУБЧАСТОЇ ПЕРЕДАЧІ ПРИВОДА УСТАНОВКИ ЗА ГЕОМЕТРИЧНИМИ ПОКАЗНИКАМИ ЯКОСТІ ЗАЧЕПЛЕННЯ

В даній частині розраховувалась відкрита циліндрична зубчаста передача, яка входить до складу ручного приводу переміщень рухомого захвату. Оскільки при проектуванні редуктора дана передача не розраховувалась, міжосьову відстань вибираємо з конструктивних міркувань близькою до висоти редуктора, в даному випадку приймаємо $a_w = 252$ мм.

Значення модуля зачеплення візьмемо із співвідношення $m = 0.02 \dots 0.025 a_w$, в даному випадку $m = 5.04 \dots 6.3$, приймемо $m = 6$.

Оскільки передача не є силовою, передаточне число візьмемо невеликим, приймемо $u = 2$.

Далі використовуємо формули:

$$z_1 = \frac{2a_w}{[(u + 1)m]} \quad (2.1)$$

$$z_2 = z_1 u \quad (2.2)$$

розрахуємо кількість зубців шестерні і колеса, отримаємо:

$$z_1 = 28, z_2 = 56.$$

Проводиться корегування даної передачі, тобто підбір коефіцієнтів зміщення для отримання оптимальних показників якості зачеплення для покращення роботи передачі.

Спочатку вибираємо оптимальну комбінацію коефіцієнтів зміщення x_1 та x_2 , при якій коефіцієнти ковзання λ_1 та λ_2 максимально близькі за значенням. Також контролюємо значення коефіцієнтів перекриття ε_α , питомого тиску θ , товщини при вершині зуба S_a^* . Вибираємо допустимі значення:

$$[\varepsilon_\alpha] = 1,$$

$$[S_a^*] \geq 0.4 \dots 0.5 \text{ (для загартованих коліс).}$$

Маємо вхідні параметри:

$$z_1 = 28, z_2 = 56, m = 6, \beta_0 = 0.$$

Обираємо проміжок для x_1 від 0 до 1, бачимо, що близькі значення коефіцієнтів ковзання λ_1 та λ_2 при $x_1 = 0.4 \dots 0.5$. Результати розрахунку наведені у таблиці 2.1.

№	x1	x2	xk		ea	λ_1	λ_2	θ
			1	2				
1	0	0	0,7 31	0,7 82	1,7 06	1,8 1	0,5 07	0,3 13
2	0,1	0,1	0,7 03	0,7 96	1,6 94	1,4 8	0,5 66	0,3 13
3	0,2	0,2	0,6 72	0,8 08	1,6 8	1,2 07	0,6 28	0,3 13
4	0,3	0,3	0,6 38	0,8 18	1,6 63	0,9 75	0,6 92	0,3 13
5	0,4	0,4	0,6 02	0,8 27	1,6 43	0,7 77	0,7 59	0,3 13
6	0,5	0,5	0,5 63	0,8 34	1,6 21	0,6 05	0,8 29	0,3 13
7	0,6	0,6	0,5 21	0,8 4	1,5 95	0,4 54	0,9 02	0,3 13
8	0,7	0,7	0,4 77	0,8 43	1,5 67	0,3 21	0,9 78	0,3 13
9	0,8	0,8	0,4 3	0,8 45	1,5 35	0,2 03	1,0 59	0,3 13
10	0,9	0,9	0,3 81	0,8 45	1,5 01	0,0 96	1,1 43	0,3 13
11	1	-1	0,3 29	0,8 43	1,4 63	0	1,2 32	0,3 13

Таблиця 2.1

Проводимо другий розрахунок в інтервалі 0,4...0,5, бачимо максимальне зближення коефіцієнтів ковзання λ_1 та λ_2 при $x_1=0,4$ та $x_1=0,41$. Результати розрахунку наведені у таблиці 2.2.

№	x1	x2	xk		ea	λ_1	λ_2	θ
			1	2				
1	0,4	- 0,4	0,6 02	0,8 27	1,6 43	0,7 77	0,7 59	0,3 13
2	0,4 1	- 0,41	0,5 98	0,8 28	1,6 41	0,7 59	0,7 66	0,3 13
3	0,4 2	- 0,42	0,5 94	0,8 29	1,6 39	0,7 41	0,7 73	0,3 13
4	0,4 3	- 0,43	0,5 91	0,8 3	1,6 37	0,7 23	0,7 79	0,3 13
5	0,4 4	- 0,44	0,5 87	0,8 3	1,6 34	0,7 05	0,7 86	0,3 13
6	0,4 5	- 0,45	0,5 83	0,8 31	1,6 32	0,6 88	0,7 93	0,3 13
7	0,4 6	- 0,46	0,5 79	0,8 32	1,6 3	0,6 71	0,8 0,8	0,3 13
8	0,4 7	- 0,47	0,5 75	0,8 32	1,6 28	0,6 54	0,8 07	0,3 13
9	0,4 8	- 0,48	0,5 71	0,8 33	1,6 25	0,6 37	0,8 14	0,3 13
10	0,4 9	- 0,49	0,5 67	0,8 34	1,6 23	0,6 21	0,8 22	0,3 13
11	0,5	- 0,5	0,5 63	0,8 34	1,6 21	0,6 05	0,8 29	0,3 13

Таблиця 2.2

Проводимо третій розрахунок в інтервалі 0,4 ... 0,41 і вибираємо остаточно $x_1=0,407$, $x_2=-0,407$. Результати розрахунку наведені у таблиці 2.3.

№	x1	x2	xk		ea	λ1	λ2	θ
			1	2				
1	0,4	- 0,4	0,6 02	0,8 27	1,6 43	0,7 77	0,7 59	0,3 13
2	0,4 01	- 0,401	0,6 02	0,8 27	1,6 43	0,7 75	0,7 6	0,3 13
3	0,4 02	- 0,402	0,6 01	0,8 27	1,6 43	0,7 73	0,7 6	0,3 13
4	0,4 03	- 0,403	0,6 01	0,8 27	1,6 43	0,7 71	0,7 61	0,3 13
5	0,4 04	- 0,404	0,6	0,8 28	1,6 42	0,7 69	0,7 62	0,3 13
6	0,4 05	- 0,405	0,6	0,8 28	1,6 42	0,7 68	0,7 62	0,3 13
7	0,4 06	- 0,406	0,6	0,8 28	1,6 42	0,7 66	0,7 63	0,3 13
8	0,4 07	- 0,407	0,5 99	0,8 28	1,6 42	0,7 64	0,7 64	0,3 13
9	0,4 08	- 0,408	0,5 99	0,8 28	1,6 41	0,7 62	0,7 64	0,3 13
10	0,4 09	- 0,409	0,5 99	0,8 28	1,6 41	0,7 6	0,7 65	0,3 13
11	0,4 1	- 0,41	0,5 98	0,8 28	1,6 41	0,7 59	0,7 66	0,3 13

Таблиця 2.3

Можемо побачити, що показники якості зачеплення для обраних коефіцієнтів зміщення задовольняють вимогам приведеним вище, а саме:

$$\varepsilon_{\alpha} = 1.642 < [\varepsilon_{\alpha}] = 1;$$

$$\lambda_1 = \lambda_2 = 0,764;$$

$$\theta = 0,313$$

Отримавши коефіцієнти зміщення можемо розрахувати геометричні показники передачі та отримати координати для побудови профілів зубців. Вводимо до програми вхідні параметри $z_1=28$, $z_2=56$, $m=6$, $\beta_0=0$, $x_1=0,407$, $x_2=-0,407$. Отримуємо:

Параметри з'єднання

Міжосьова відстань: $a_w = 252$ мм

Кут зачеплення: $\alpha_{tw} = 20^\circ$

Висота зуба: $h_i = 13.5$ мм

Коефіцієнт торцевого перекриття: $e_a = 1.642$

Коефіцієнт тиску в полюсі: $\theta = 0.313$

Параметри шестерні

Радіус ділительного кола: $r = 84$ мм

Радіус початковій окружності: $r_w = 84$ мм

Радіус кола вершин: $r_a = 92.442$ мм

Радіус кола западин: $r_f = 78.942$ мм

Радіус основного кола: $r_b = 78.934$ мм

Коефіцієнт товщини по окружності вершин: $s_k = 0.599$

Коефіцієнт питомого ковзання: $\lambda = 0.764$

Параметри колеса

Радіус ділительного кола: $r = 168$ мм

Радіус початковій окружності: $r_w = 168$ мм

Радіус кола вершин: $r_a = 171,558$ мм

Радіус кола западин: $r_f = 158,058$ мм

Радіус основного кола: $r_b = 157,868$ мм

Коефіцієнт товщини по окружності вершин: $s_k = 0.828$

Коефіцієнт питомого ковзання: $\lambda = 0.764$

Координати шестерні		
№	x	y
1	8,478	78,485
2	7,334	78,927
3	6,741	79,543
4	6,476	80,044
5	6,347	80,444
6	6,277	80,79
7	6,192	81,306
8	6,082	81,875
9	5,944	82,498
10	5,775	83,171
11	5,573	83,896
12	5,335	84,669
13	5,057	85,49
14	4,738	86,358
15	4,374	87,269
16	3,963	88,223
17	3,502	89,218
18	2,989	90,251
19	2,422	91,321
20	1,798	92,425

Таблиця 2.4 Координати шестерні корегованої передачі

Координати колеса		
№	x	y
1	8,5	157,829
2	7,182	158,266
3	6,421	158,995
4	6,013	159,709
5	5,765	160,409
6	5,603	161,138
7	5,509	161,658
8	5,4	162,215
9	5,275	162,807
10	5,131	163,434
11	4,969	164,096
12	4,787	164,793
13	4,584	165,523
14	4,359	166,287
15	4,111	167,084
16	3,838	167,913
17	3,54	168,773
18	3,216	169,665
19	2,864	170,588
20	2,483	171,54

Таблиця 2.5 Координати колеса корегованої передачі

Також розрахуємо параметри даної зубчастої передачі без корегування, тобто приймемо $x_1=0$, $x_2=0$. Отримаємо наступні параметри:

Параметри з'єднанняМіжосьова відстань: $a_w = 252$ ммКут зачеплення: $\alpha_{tw} = 20^\circ$ Висота зуба: $h_i = 13.5$ ммКоефіцієнт торцевого перекриття: $e_a = 1.706$ Коефіцієнт тиску в полюсі: $\theta = 0.313$ **Параметри шестерні**Радіус ділильного кола: $r = 84$ ммРадіус початковій окружності: $r_w = 84$ ммРадіус кола вершин: $r_a = 90$ мм

Радіус кола западин: $r_f = 76,5$ мм

Радіус основного кола: $r_b = 78.934$ мм

Коефіцієнт товщини по окружності вершин: $s_k = 0.731$

Коефіцієнт питомого ковзання: $\lambda = 1,81$

Параметри колеса

Радіус ділительного кола: $r = 168$ мм

Радіус початковій окружності: $r_w = 168$ мм

Радіус кола вершин: $r_a = 174$ мм

Радіус кола западин: $r_f = 160,5$ мм

Радіус основного кола: $r_b = 157,868$ мм

Коефіцієнт товщини по окружності вершин: $s_k = 0.782$

Коефіцієнт питомого ковзання: $\lambda = 0.507$

Координати шестерні		
№	x	y
1	8,216	76,057
2	6,921	76,572
3	6,209	77,352
4	5,857	78,093
5	5,672	78,802
6	5,581	79,527
7	5,551	79,884
8	5,502	80,305
9	5,432	80,79
10	5,337	81,339
11	5,212	81,949
12	5,054	82,621
13	4,86	83,351
14	4,626	84,14
15	4,349	84,984
16	4,025	85,883
17	3,65	86,833
18	3,222	87,833
19	2,737	88,881
20	2,193	89,973

Таблиця 2.6 Координати шестерні некорегованої передачі

Координати колеса		
№	x	y
1	8,631	160,268
2	7,43	160,659
3	6,769	161,274
4	6,444	161,813
5	6,263	162,281
6	6,148	162,72
7	6,014	163,324
8	5,864	163,961
9	5,695	164,63
10	5,506	165,33
11	5,298	166,063
12	5,068	166,826
13	4,815	167,619
14	4,54	168,443
15	4,24	169,296
16	3,915	170,178
17	3,564	171,089
18	3,186	172,027
19	2,781	172,992
20	2,346	173,984

Таблиця 2.7 Координати колеса некорегованої передачі

За координатами було побудовано оптимізовані і неоптимізовані профілі зубців шестерен і колес.

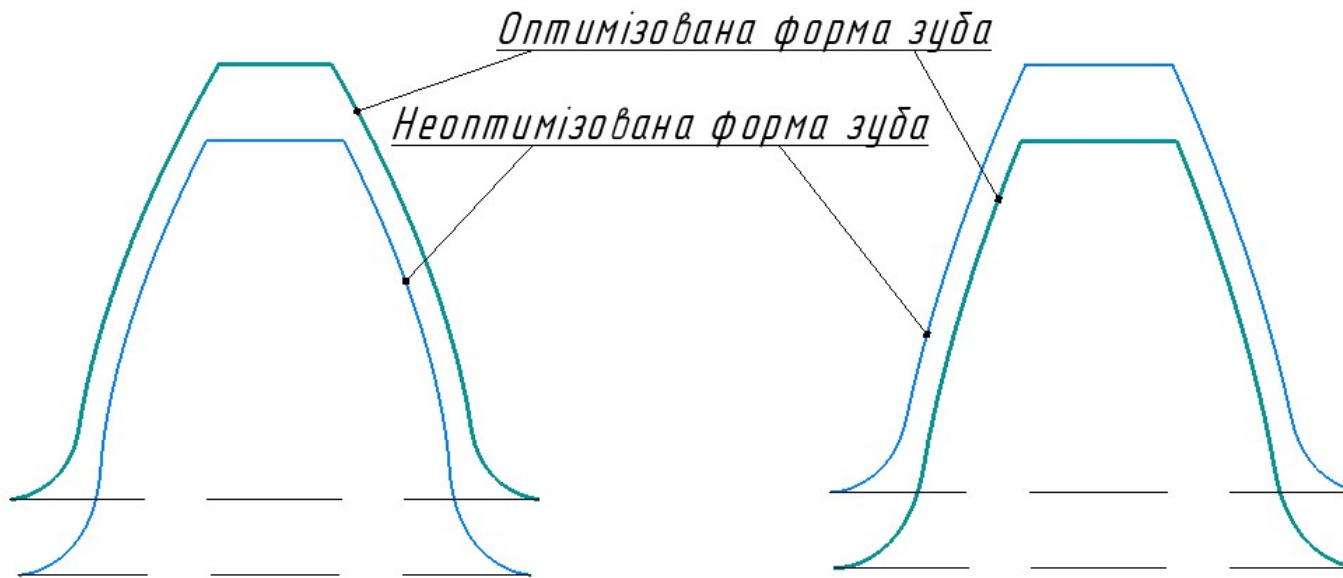


Рис. 2.1 Зубці шестерні

Рис. 2.2 Зубці колеса

Як можемо побачити на малюнках 2.1 і 2.2 при збільшенні коефіцієнтів зміщення збільшуються радіуси кола вершин і кола западин, і навпаки при зменшенні зменшуються. Зі збільшенням коефіцієнту зміщення зубці товстають при основі, але вершини звужуються, це робить зубець міцнішим на згин, також зростає радіус кривини профілю, зменшується коефіцієнт питомого тиску θ і контактні напруження за формулою Герца, що позитивно впливає на зносостійкість поверхні.

Висновки.

Таким чином можна зробити висновок, що корегування необхідне для покращення роботи передачі, оскільки при корегуванні завдяки різним комбінаціям коефіцієнтів зміщення можна змінювати показники якості зачеплення, які впливають на форму, міцність та зносостійкість зубців та підбирати параметри під вимоги до конкретної передачі.

3. РОЗРАХУНОК КРУГЛОЇ ПЛАСТИНИ

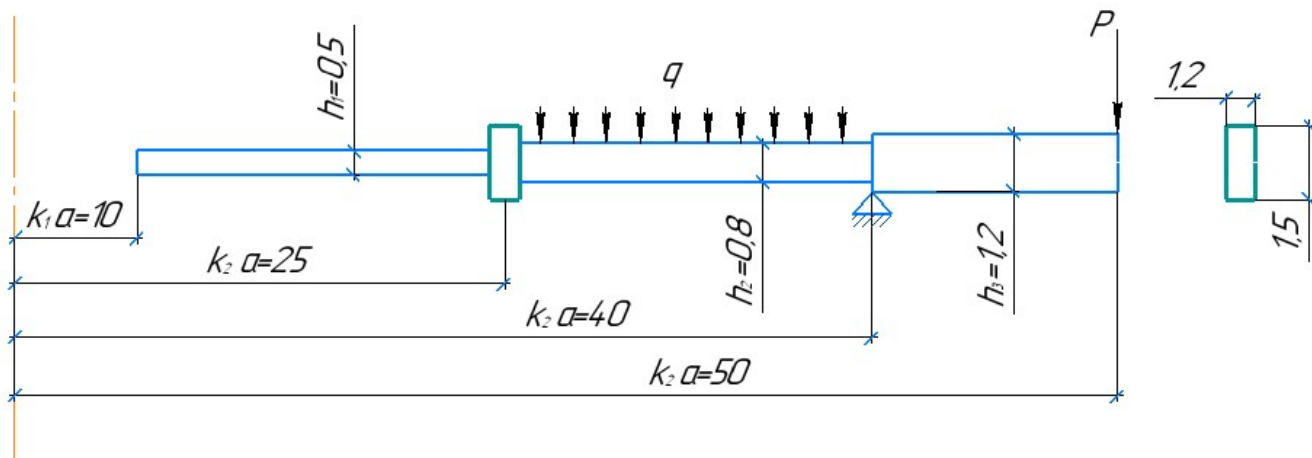


Рис. 3.1 Схема навантаження пластини

Дано:

$a = 5$ см, $k_1 = 2$, $k_2 = 5$, $k_3 = 8$, $k_4 = 10$, $h_1 = 0.5$, $h_2 = 0.8$, $h_3 = 1.2$,

$H = 3h_3$, $P = 2q$, $[\sigma] = 160$ МПа, $E = 200000$ МПа, $\mu = 0.3$.

Для круглої ступінчатої пластини необхідно розрахувати допустимі навантаження та побудувати епюри внутрішніх зусиль, прогинів і визначити допустиме навантаження використовуючи 4 теорію міцності.

Пластина складається з трьох ділянок, для яких визначаємо безрозмірну характеристику λ_i :

$$\lambda_1 = \frac{r_{11}}{r_{12}} = \frac{10}{25} = 0.4 \quad \lambda_2 = \frac{r_{21}}{r_{22}} = \frac{25}{40} = 0.625 \quad \lambda_3 = \frac{r_{31}}{r_{32}} = \frac{40}{50} = 0.8$$

Циліндрична жорсткість ділянок пластини:

$$D_1 = \frac{E \cdot h_1^3}{12(1 - \mu^2)} = 2.29 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{см}$$

$$D_2 = \frac{E \cdot h_2^3}{12(1 - \mu^2)} = 9.38 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{см}$$

$$D_3 = \frac{E \cdot h_3^3}{12(1 - \mu^2)} = 3.17 \cdot 10^4 \text{ Н} \cdot \text{см}$$

і співвідношення жорсткостей:

$$\frac{D_2}{D_1} = 4.1 \quad \frac{D_1}{D_2} = 0.24 \quad \frac{D_3}{D_1} = 1.38 \quad \frac{D_1}{D_3} = 0.72$$

Момент інерції ребра відносно осі x:

$$I_x = \frac{B \cdot H^3}{12} - \frac{B \cdot h_1^3}{24} - \frac{B \cdot h_2^3}{24} = 3.06 \cdot 10^{-9} \text{ см}^4$$

Матриця переходу через ділянки пластини і ребро:

$$L_1 = \begin{pmatrix} \psi_{\theta\theta}(\lambda_1) & \frac{D_1}{D_1} \cdot \psi_{\theta m}(\lambda_1) \\ \frac{D_1}{D_1} \cdot \psi_{r\theta}(\lambda_1) & \psi_{rm}(\lambda_1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.454 & 0.42 \\ 0.382 & 0.706 \end{pmatrix}$$

$$L_2 = \begin{pmatrix} \psi_{\theta\theta}(\lambda_2) & \frac{D_1}{D_2} \cdot \psi_{\theta m}(\lambda_2) \\ \frac{D_2}{D_1} \cdot \psi_{r\theta}(\lambda_2) & \psi_{rm}(\lambda_2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.604 & 0.074 \\ 1.136 & 0.787 \end{pmatrix}$$

$$L_3 = \begin{pmatrix} \psi_{\theta\theta}(\lambda_3) & \frac{D_1}{D_3} \cdot \psi_{\theta m}(\lambda_3) \\ \frac{D_3}{D_1} \cdot \psi_{r\theta}(\lambda_3) & \psi_{rm}(\lambda_3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.766 & 0.013 \\ 2.264 & 0.874 \end{pmatrix}$$

$$L_R = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{E \cdot I_x}{R \cdot D_1} & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1.068 & 1 \end{pmatrix}$$

Сили прикладені на границях ділянок:

$$P_{11} = 0 \quad P_{21} = 0 \quad P_{31} = P = 2q$$

Розподілене навантаження на ділянках:

$$q_1 = q_3 = 0 \quad q_2 = -q$$

Вектори навантаження для ділянок:

$$R_1 = \begin{pmatrix} \frac{P_{11}}{D_1} \cdot \psi_{\theta P}(\lambda_1) + \frac{q_1 \cdot r_{12}^2}{D_1} \cdot \psi_{\theta q}(\lambda_1) \\ \frac{P_{11}}{D_1} \cdot \psi_{rP}(\lambda_1) + \frac{q_1 \cdot r_{12}^2}{D_1} \cdot \psi_{rq}(\lambda_1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} q$$

$$R_2 = \begin{pmatrix} \frac{P_{21}}{D_2} \cdot \psi_{\theta P}(\lambda_2) + \frac{q_2 \cdot r_{22}^2}{D_2} \cdot \psi_{\theta q}(\lambda_2) \\ \frac{P_{21}}{D_1} \cdot \psi_{rP}(\lambda_2) + \frac{q_2 \cdot r_{22}^2}{D_1} \cdot \psi_{rq}(\lambda_2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3.62 \cdot 10^{-7} \\ -1.67 \cdot 10^{-5} \end{pmatrix} q$$

$$R_3 = \begin{pmatrix} \frac{P_{31}}{D_3} \cdot \psi_{\theta P}(\lambda_3) + \frac{q_3 \cdot r_{32}^2}{D_3} \cdot \psi_{\theta q}(\lambda_3) \\ \frac{P_{31}}{D_1} \cdot \psi_{rP}(\lambda_3) + \frac{q_3 \cdot r_{32}^2}{D_1} \cdot \psi_{rq}(\lambda_3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.17 \cdot 10^{-7} \\ 2.89 \cdot 10^{-5} \end{pmatrix} q$$

Перший розрахунок:

Знайдемо вектори стану пластини, які характеризують напружений і деформований стан на кожній ділянці:

$$X = \bar{X}C + \bar{X}, \text{ де } C - \text{невідомий коефіцієнт.}$$

З початку знайдемо вектор \bar{X} , не враховуючи зовнішнє навантаження.

$\bar{X}_{11} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, тому що вільний край.

Використавши матрицю переходу, отримаємо:

$$\bar{X}_{12} = L_1 \bar{X}_{11} = \begin{pmatrix} 0.454 \\ 0.382 \end{pmatrix}$$

$$\bar{X}_{21} = L_R \bar{X}_{12} = \begin{pmatrix} 0.454 \\ 0.867 \end{pmatrix} \quad \bar{X}_{22} = L_2 \bar{X}_{21} = \begin{pmatrix} 0.339 \\ 1.198 \end{pmatrix}$$

$$\bar{X}_{31} = \bar{X}_{22} = \begin{pmatrix} 0.339 \\ 1.198 \end{pmatrix} \quad \bar{X}_{32} = L_3 \bar{X}_{31} = \begin{pmatrix} 0.275 \\ 1.814 \end{pmatrix}$$

Другий розрахунок:

По внутрішньому контуру пластина не підкріплена ребром і не навантажена, тому вектор стану в початковій точці буде мати вигляд:

$$\bar{\bar{X}}_{11} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} q \quad \bar{\bar{X}}_{12} = L_1 \bar{\bar{X}}_{11} + R_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} q$$

$$\bar{\bar{X}}_{21} = L_R \bar{\bar{X}}_{12} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} q \quad \bar{\bar{X}}_{22} = L_2 \bar{\bar{X}}_{21} + R_2 = \begin{pmatrix} -3.62 \cdot 10^{-7} \\ -1.17 \cdot 10^{-5} \end{pmatrix} q$$

$$\bar{\bar{X}}_{31} = \bar{\bar{X}}_{22} = \begin{pmatrix} -3.62 \cdot 10^{-7} \\ -1.17 \cdot 10^{-5} \end{pmatrix} q \quad \bar{\bar{X}}_{32} = L_3 \bar{\bar{X}}_{31} + R_3 = \begin{pmatrix} -2.12 \cdot 10^{-7} \\ 1.79 \cdot 10^{-5} \end{pmatrix} q$$

Коефіцієнт C знаходимо задовольняючи граничні умови на зовнішньому контурі:

$$r = r_{32} \quad \frac{M_{r32}}{D} = 0$$

$$X_{32} = \bar{X}_{32} C + \bar{\bar{X}}_{32} = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{\theta} \\ r \end{pmatrix}_{32} C + \begin{pmatrix} \bar{\theta} \\ r \end{pmatrix}_{32} \\ \begin{pmatrix} \bar{M}_r \\ D \end{pmatrix}_{32} C + \begin{pmatrix} \bar{M}_r \\ D \end{pmatrix}_{32} \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

$$\begin{pmatrix} \bar{M}_r \\ D \end{pmatrix}_{32} C + \begin{pmatrix} \bar{M}_r \\ D \end{pmatrix}_{32} = 0 \quad (3.2)$$

$$C = \frac{-\left(\frac{\bar{M}_r}{D}\right)_{32}}{\left(\frac{\bar{M}_r}{D}\right)_{32}} = \frac{1.79 \cdot 10^{-5}}{1.814} = -9.88 \cdot 10^{-6}$$

Обчислимо сумарні вектори на початку і кінці кожної ділянки:

$$X_{11} = \bar{X}_{11} C + \bar{\bar{X}}_{11} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} q (-9.88 \cdot 10^{-6}) + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} q = \begin{pmatrix} -9.88 \cdot 10^{-6} \\ 0 \end{pmatrix} q$$

$$X_{12} = \bar{X}_{12} C + \bar{\bar{X}}_{12} = \begin{pmatrix} 0.454 \\ 0.382 \end{pmatrix} q (-9.88 \cdot 10^{-6}) + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} q = \begin{pmatrix} -4.49 \cdot 10^{-6} \\ -3.78 \cdot 10^{-6} \end{pmatrix} q$$

$$X_{21} = \bar{X}_{21}C + \bar{X}_{21} = \begin{pmatrix} 0.454 \\ 0.382 \end{pmatrix} q(-9.88 \cdot 10^{-6}) + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} q = \begin{pmatrix} -4.49 \cdot 10^{-6} \\ -8.57 \cdot 10^{-6} \end{pmatrix} q$$

$$X_{22} = \bar{X}_{22}C + \bar{X}_{22} = \begin{pmatrix} 0.339 \\ 1.198 \end{pmatrix} q(-9.88 \cdot 10^{-6}) + \begin{pmatrix} -3.62 \cdot 10^{-7} \\ -1.17 \cdot 10^{-5} \end{pmatrix} q \\ = \begin{pmatrix} -3.71 \cdot 10^{-6} \\ -2.35 \cdot 10^{-6} \end{pmatrix} q$$

$$X_{31} = \bar{X}_{31}C + \bar{X}_{31} = \begin{pmatrix} 0.339 \\ 1.198 \end{pmatrix} q(-9.88 \cdot 10^{-6}) + \begin{pmatrix} -3.62 \cdot 10^{-7} \\ -1.17 \cdot 10^{-5} \end{pmatrix} q \\ = \begin{pmatrix} -3.71 \cdot 10^{-6} \\ -2.35 \cdot 10^{-6} \end{pmatrix} q$$

$$X_{32} = \bar{X}_{32}C + \bar{X}_{32} = \begin{pmatrix} 0.275 \\ 1.814 \end{pmatrix} q(-9.88 \cdot 10^{-6}) + \begin{pmatrix} -2.12 \cdot 10^{-7} \\ 1.79 \cdot 10^{-5} \end{pmatrix} q \\ = \begin{pmatrix} -2.93 \cdot 10^{-6} \\ 0 \end{pmatrix} q$$

Визначення параметрів стану пластини

Знайдемо величини радіального і кругового згинальних моментів M_r та M_t .

$$M_{r11} = 0q$$

$$M_{r12} = -0.0086q$$

$$M_{r21} = -0.02q$$

$$M_{r22} = -0.054q$$

$$M_{r31} = -0.054q$$

$$M_{r32} = 0q$$

$$M_{t11} = \mu M_{r11} + \frac{\theta_{11}}{r_{11}} (1 - \mu^2) D_1 = -0,021q$$

$$M_{t12} = \mu M_{r12} + \frac{\theta_{12}}{r_{12}} (1 - \mu^2) D_1 \\ = 0.3 \cdot (-0.0087)q + (-4.49 \cdot 10^{-6})q(1 - 0.3^2)2290 = -0.012q$$

$$M_{t21} = \mu M_{r21} + \frac{\theta_{21}}{r_{21}} (1 - \mu^2) D_1 \\ = 0.3 \cdot (-0.0804)q + (-4.49 \cdot 10^{-6})q(1 - 0.3^2)2290 = -0.044q$$

$$M_{t22} = \mu M_{r22} + \frac{\theta_{22}}{r_{22}} (1 - \mu^2) D_1 \\ = 0.3 \cdot (-0.054)q + (-3.71 \cdot 10^{-6})q(1 - 0.3^2)2290 = -0.048q$$

$$M_{t31} = \mu M_{r31} + \frac{\theta_{31}}{r_{31}} (1 - \mu^2) D_1 \\ = 0.3 \cdot (-0.054)q + (-3.71 \cdot 10^{-6})q(1 - 0.3^2)2290 = -0.123q$$

$$M_{t32} = \mu M_{r32} + \frac{\theta_{32}}{r_{32}} (1 - \mu^2) D_1 = 0.3 \cdot 0q + (-2.93 \cdot 10^{-6})q(1 - 0.3^2)2290 = \\ = -0.084q$$

Знайдемо напруження σ_r та σ_t на границях ділянок:

$$\sigma_{rij} = \frac{6M_{rij}}{h_i^2} \quad (3.3)$$

$$\sigma_{tij} = \frac{6M_{tij}}{h_i^2} \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{r11} &= 0q; & \sigma_{t11} &= -4.94 \cdot 10^3 q; \\ \sigma_{r12} &= -2.075 \cdot 10^3 q; & \sigma_{t12} &= -2.865 \cdot 10^3 q; \\ \sigma_{r21} &= -1.839 \cdot 10^3 q; & \sigma_{t21} &= -4.14 \cdot 10^3 q; \\ \sigma_{r22} &= -5.042 \cdot 10^3 q; & \sigma_{t22} &= -4.479 \cdot 10^3 q; \\ \sigma_{r31} &= -2.241 \cdot 10^3 q; & \sigma_{t31} &= -5.121 \cdot 10^3 q; \\ \sigma_{r32} &= 3.898 \cdot 10^3 q; & \sigma_{t32} &= -3.512 \cdot 10^3 q. \end{aligned}$$

Тепер ми маємо можливість визначити $\sigma_{\text{екв}}^{IV}$ за 4 теорією міцності:

$$\sigma_{\text{екв}}^{IV} = \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_t^2 + \sigma_r \sigma_t} \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{екв}11}^{IV} &= 4.94 \cdot 10^3 q; & \sigma_{\text{екв}12}^{IV} &= 2.563 \cdot 10^3 q; \\ \sigma_{\text{екв}21}^{IV} &= 3.593 \cdot 10^3 q; & \sigma_{\text{екв}22}^{IV} &= 4.785 \cdot 10^3 q; \\ \sigma_{\text{екв}31}^{IV} &= 4.447 \cdot 10^3 q; & \sigma_{\text{екв}32}^{IV} &= 3.514 \cdot 10^3 q. \end{aligned}$$

Знайшовши найбільше напруження, яке діє на ділянці, ми можемо визначити з умови міцності величину q .

$$\sigma_{\text{екв} \max}^{IV} q \leq [\sigma] \quad (3.6)$$

$$q \leq \frac{[\sigma]}{\sigma_{\text{екв} \max}^{IV}} \quad (3.7)$$

$$q \leq \frac{160 \cdot 10^6}{4.94 \cdot 10^3} = 3,239 \frac{\text{Н}}{\text{см}^2}.$$

Знайдемо повний кут повороту θ :

$$\theta_{rij} = \left(\frac{\theta}{r}\right)_{ij} r_{ij} \cdot q \quad (3.8)$$

$$\begin{aligned} \theta_{11} &= 9.88 \cdot 10^{-7} & \theta_{12} &= 1.12 \cdot 10^{-6} \\ \theta_{21} &= 1.12 \cdot 10^{-6} & \theta_{22} &= 1.48 \cdot 10^{-6} \\ \theta_{31} &= 1.48 \cdot 10^{-6} & \theta_{32} &= 1.46 \cdot 10^{-6} \end{aligned}$$

Також знайдемо переміщення W_{ij} :

$$W_{i2} - W_{i1} = -r_{i2}^2 \psi_{w\theta}(\lambda_i) \left(\frac{\theta}{r}\right)_{i1} - r_{i2}^2 \psi_{wm}(\lambda_i) \left(\frac{M_r}{D_1}\right)_{11} \left(\frac{D_1}{D_i}\right) - \left(\frac{P_{i1}}{D_1}\right) \left(\frac{D_1}{D_i}\right) r_{i2}^2 \psi_{wp}(\lambda_i) - \frac{q_i r_{i2}^2}{D_1} \left(\frac{D_1}{D_i}\right) \psi_{wq}(\lambda_i).$$

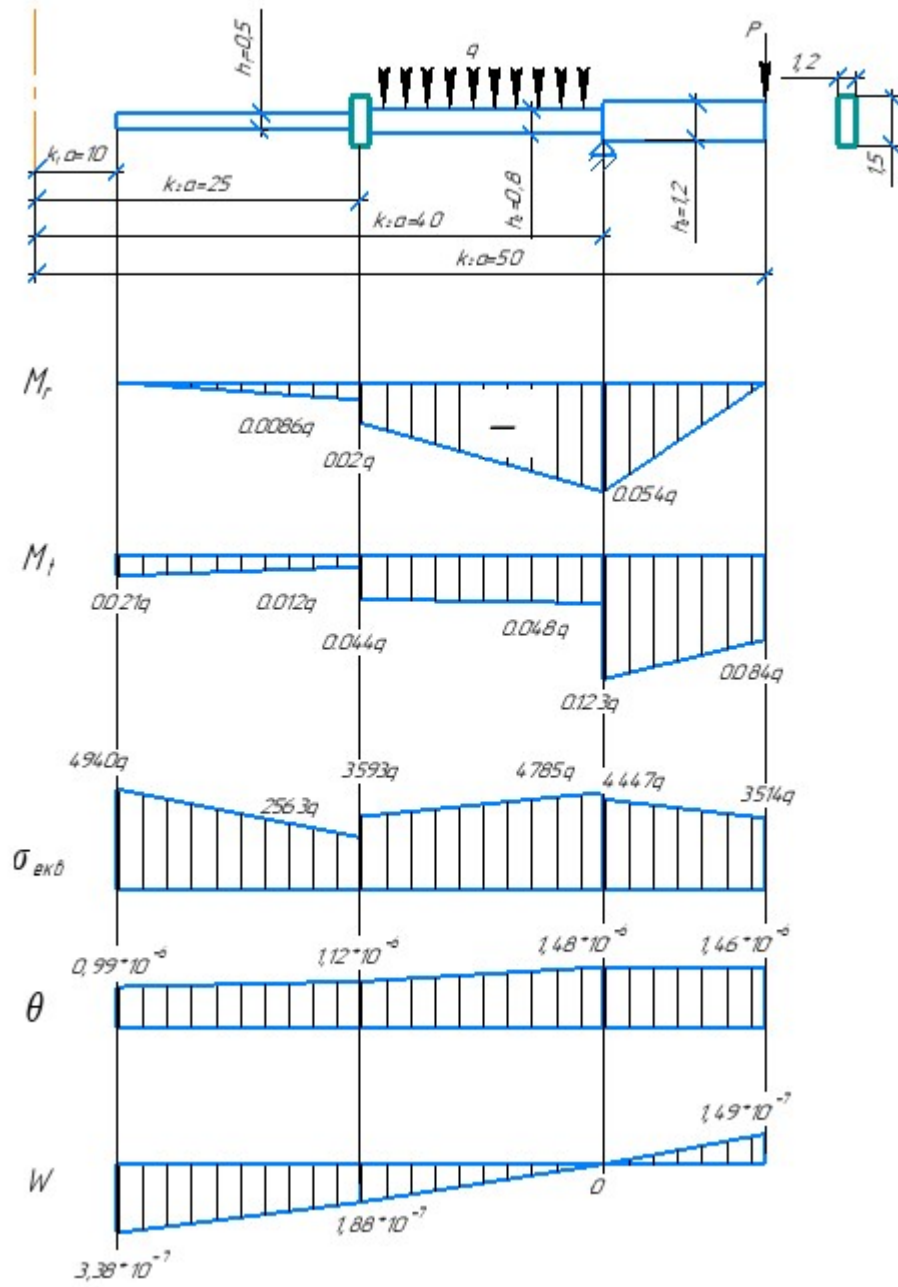
$$W_{11} = -3.38 \cdot 10^{-7} \text{ см} \quad W_{12} = -1.88 \cdot 10^{-7} \text{ см}$$

$$W_{21} = -1.88 \cdot 10^{-7} \text{ см} \quad W_{22} = 0 \text{ см}$$

$$W_{31} = 0 \text{ см}; \quad W_{32} = 1.49 \cdot 10^{-7} \text{ см}$$

Отже, максимальне переміщення дорівнює :

$$W_{\max} = 3.38 \cdot 10^{-7} \text{ см}$$



4. РОЗРАХУНОК КОНСТРУКТИВНОГО ЕЛЕМЕНТА МЕТОДАМИ ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ

У даному розділі було визначено функцію напружень для валу з шліцем під дією крутного моменту. На рисунку 4.1 наведено переріз валу та розглянуту частину.

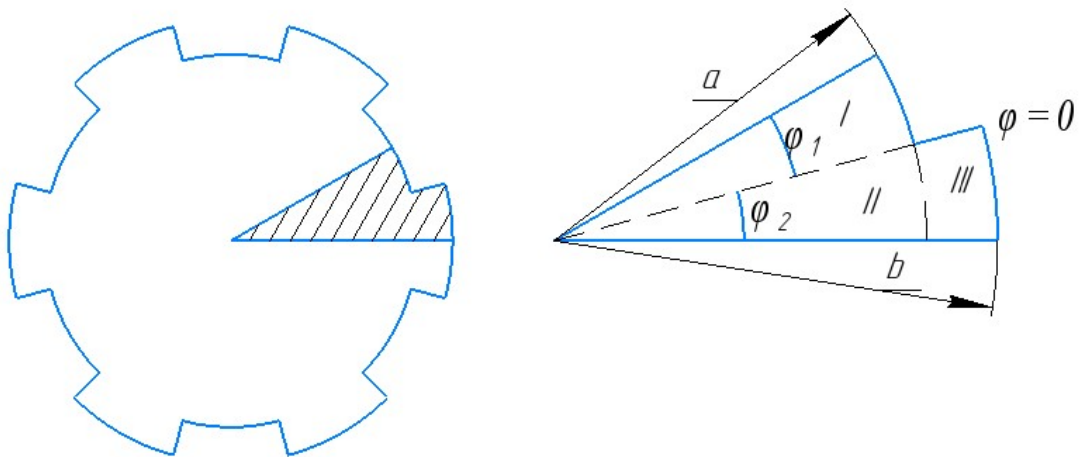


Рис. 4.1 Переріз валу

Для визначення функції напруження $U(r, \varphi)$ скористуємося симетрією області поперечного перерізу стержня. Розглянемо $\frac{1}{2n}$ -ю частину поперечного перерізу, n - число зубків, в даній задачі $n = 6$.

Розглянемо $\frac{1}{2n}$ -ю частину на прості секторіальні області I, II, III. Вважаємо, що в цих областях функція $U(r, \varphi)$ приймає відповідні значення $U_1(r, \varphi), U_2(r, \varphi), U_3(r, \varphi)$. Переходячи до змінної: $t = \ln \frac{r}{a}, r = ae^t$ та представляючи функції $U_i(r, \varphi)$ ($i = 1, 2, 3$) у вигляді $U_i[r(t), \varphi] = \frac{a^2 e^{2t}}{2} + \Phi_i(t, \varphi)$ отримуємо для визначення функцій $\Phi_i(t, \varphi)$ диференціальні рівняння та умови:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{\partial \Phi_1}{\partial \varphi} \right)_{\varphi=\varphi_1} = \Phi_1(0, \varphi) - \frac{a^2}{2} = \left(\frac{\partial \Phi_2}{\partial \varphi} \right)_{\varphi=0} = 0 \\ \left(\frac{\partial \Phi_3}{\partial \varphi} \right)_{\varphi=\varphi_2} = \Phi_3(t, 0) - \frac{a^2 e^{2t}}{2} = \Phi_3(t_1, \varphi) - \frac{b^2}{2} = 0 \\ \Phi_1(t, 0) = \Phi_2(t, 0) \quad \left(\frac{\partial \Phi_1}{\partial \varphi} \right)_{\varphi=0} = \left(\frac{\partial \Phi_2}{\partial \varphi} \right)_{\varphi=0} \\ \Phi_2(0, \varphi) = \Phi_3(0, \varphi) \quad \left(\frac{\partial \Phi_2}{\partial t} \right)_{t=0} = \left(\frac{\partial \Phi_3}{\partial t} \right)_{t=0} \end{array} \right. \quad (4.1)$$

де $\varphi_1 = \frac{\pi}{2n}$, $\varphi_2 = \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{1}{2}\right)$

α – сталє число, що характеризує ширину зубця або западини.

Шукаємо функції $\Phi_i(t, \varphi)$ у вигляді наступних рядів та інтегралів Фур'є:

$$\Phi_1(t, \varphi) = \sum_{k=1}^{\infty} A_k^{(1)} e^{\alpha k t} \sin \alpha_n \varphi + \int_0^{\infty} [C^{(1)}(z) \operatorname{sh} z \varphi + D^{(1)}(z) \operatorname{ch} z \varphi] \times \sin z t dz \quad (4.2)$$

$(0 \leq \varphi \leq \varphi_1); \quad -\infty < t \leq 0)$

$$\Phi_2(t, \varphi) = \sum_{k=1}^{\infty} A_k^{(2)} e^{\alpha k t} \sin \alpha_n \varphi + \int_0^{\infty} [C^{(2)}(z) \operatorname{sh} z \varphi + D^{(2)}(z) \operatorname{ch} z \varphi] \times \sin z t dz \quad (4.3)$$

$-\varphi_2 \leq \varphi \leq 0; \quad -\infty < t \leq 0$

$$\begin{aligned} \Phi_3(t, \varphi) = & \sum_{k=1}^{\infty} [A_k^{(3)} e^{h \lambda_k t} + B_k^{(3)} \operatorname{ch} \lambda_k t] \sin \lambda_k \varphi + \\ & + \sum_{k=1}^{\infty} [C_k^{(3)} \operatorname{sh} \beta_k \varphi + D_k^{(1)} \operatorname{ch} \beta_k \varphi] \sin \beta_k t \end{aligned} \quad (4.4)$$

$(-\varphi_2 < \varphi \leq 0; \quad 0 \leq t \leq t_1)$

де $\alpha_k = \frac{(2k-1)\pi}{2\varphi_1}$; $\lambda_k = \frac{(2k-1)\pi}{2\varphi_2}$; $\beta_k = \frac{k\pi}{t}$; $t_1 = \ln \frac{b}{a}$

Невідомі коефіцієнти $A_k^{(i)}$, $B_k^{(i)}$, $C_k^{(3)}$, $D_k^{(3)}$, $C^{(i)}(z)$, $D^{(i)}(z)$ визначимо із умов (4.1).

Використовуючи вирази (2)-(4) та задовільнивши умови (1) отримаємо для визначення коефіцієнтів інтегрування наступні співвідношення:

$$\left\{ \begin{array}{l} C^{(i)}(z)chz\varphi_1 + \{D^{(i)}(z)chz\varphi_1 = 0, A_k^{(i)} = \frac{a^2}{\alpha_1\varphi_1} \\ C^{(1)}(z)chz\varphi_1 + \{D^{(1)}(z)chz\varphi_1 = 0, A_k^{(i)} = \frac{a^2}{\alpha_1\varphi_1} \\ C_k^{(2)}(z)chz\varphi_1 - \{D^{(2)}(z)chz\varphi_2 = 0, \\ D_k^{(3)} = \frac{\alpha^2\beta_k}{t_1(\varphi_1\beta_k^2)} [(-1)^{k+1}e^{2t_1} + 1] \\ A_k^{(3)} sh\lambda_k t_1 + B_k^{(3)} ch\lambda_k t_1 = \frac{b^2}{\lambda_k\varphi_2}, D_k^{(1)}(z) = D^2(z) \\ C^{(2)}(z) - C^{(1)}(z) = \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\alpha_k A_k^{(1)}}{\alpha_k^2 + z^2} + \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda_k A_k^{(2)}}{\lambda_k^2 + z^2} \\ B_k^{(3)} = A_k^{(2)} \\ A_k^{(2)} + A_k^{(3)} = \frac{2}{\varphi_2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\beta_p D_p^{(3)}}{\beta_p^2 + \gamma_k^2} + \frac{2}{\varphi_2} \int_0^{\infty} \frac{z D^{(2)}(z)}{z^2 + \lambda_k^2} dz \end{array} \right. \quad (4.5)$$

При їх виведенні була використана формула синус-перетворення Фур'є:

$$\left\{ \begin{array}{l} f(t) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\infty} B(z) \sin zt dz \quad (-\infty < t < 0) \\ B(z) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\infty} f(t) \sin zt dt = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\infty} f(-t) \sin zt dt \end{array} \right.$$

Із співвідношень (5) коефіцієнти $A_k^{(1)}, D_k^{(3)}, C_k^{(3)}$ визначаються безпосередньо, коефіцієнти

$B_k^{(3)}, A_k^{(3)}$ виражаються через $A_k^{(2)}$, а $D^{(1)}(z), C_z^{(1)}$ та $C^{(2)}(z)$ – через $D^{(2)}(z)$.

Для визначення $A_k^{(2)}$ та $D^{(2)}$ маємо систему рівнянь:

$$\left\{ \begin{array}{l} D^{(2)}(z) = \frac{2}{\pi(thz\varphi_2 + thz\varphi_1)} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda_k A_k^{(2)}}{\lambda_k^2 + z^2} - \frac{\alpha^2 th\varphi_1 z}{\pi z(th\varphi_1 z + th\varphi_2 z)} \quad (0 < z < \infty) \\ A_k^{(2)} = \frac{2}{\varphi_2(1 + cth\lambda_k t_1)} \int_0^{\infty} \frac{z D^{(2)}(z)}{z^2 + \lambda_k^2} dz - \frac{b^2}{\lambda_k \varphi_2 (sh\lambda_k t_1 + ch\lambda_k t_1)} - \\ - \frac{b^2}{\varphi_2(\lambda_k^2 - 4)(1 + cth\lambda_k t_1)} \times \left[e^{2t_1} \left(\frac{2}{sh2t_1} - \frac{\lambda_k}{sh\lambda_k t_1} \right) + \lambda_k cth\lambda_k t_1 - 2cth2t_1 \right] \\ (k = 1, 2, \dots) \end{array} \right. \quad (4.6)$$

При виведенні цієї системи використовувалися значення наступних сум:

$$\begin{cases} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{(-1)^{p+1}}{\beta_p^2 + a^2} = \frac{1}{2a^2} \left(1 - \frac{at_1}{\text{sh}at_1}\right) \\ \sum_{p=1}^{\infty} \frac{1}{\beta_p^2 + a^2} = \frac{t_1}{2a} \left(\text{cthat}_1 - \frac{1}{at_1}\right) \end{cases}$$

Введемо нові невідомі:

$$\begin{cases} \pi z D^{(2)}(z) = X(z) - a^2 \\ \lambda_k \varphi_2 A_k^{(2)} = \chi Y_k - a^2 \end{cases} \quad (4.7)$$

Де χ – число, яке визначимо пізніше.

Тоді систему (6) можна записати так:

$$\begin{cases} X(z) = \sum_{p=1}^{\infty} a_p(z) Y_p \quad (0 < z < \infty) \\ Y_p = \int_0^{\infty} b_p(z) X(z) dz + Q_p \quad (p = 1, 2, \dots) \end{cases} \quad (4.8)$$

Де

$$\begin{cases} a_p(z) = \frac{2\chi z}{\varphi_2(\text{th}z\varphi_1 + \text{th}z\varphi_2)(\lambda_p^2 + z^2)} \\ b_p(z) = \frac{2\lambda_p}{\chi\pi(1 + \text{cth}\lambda_p t_1)(z^2 + \lambda_p)} \end{cases} \quad (4.9)$$

$$Q_p = \frac{2\lambda_p r_2^2}{\chi(\lambda_p^2 - 4)(1 - \text{cth}\lambda_p t_1)} \left[1 + \frac{2}{\lambda_p} \left(\text{cth}\lambda_p t_1 - \frac{e^{2t_1}}{\text{sh}\lambda_p t_1} \right) \right] \quad (4.10)$$

Для визначення $X(z)$ та Y_k із (8) методом послідовного наближення, необхідно, щоб суми модулів коефіцієнтів першої системи та інтеграл від модулів коефіцієнтів другої системи були менші за одиницю. Ця умова виконується при відповідному виборі значення χ . Для суми модулів коефіцієнтів системи (8) маємо:

$$\sum_{p=1}^{\infty} |a_p(z)| = \frac{2\chi z}{\varphi_2(\text{th}z\varphi_1 + \text{th}z\varphi_2)} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_p^2 + z^2} = \frac{\chi \text{th}\varphi_1 z}{\text{th}z\varphi_1 + \text{th}z\varphi_2} \leq \chi \quad (4.11)$$

$$\int_0^{\infty} |b_p(z)| dz = \frac{2\lambda_p}{\chi\pi(1 + \text{cth}\lambda_p t_1)} \int_0^{\infty} \frac{dz}{\lambda_p^2 + z^2} = \frac{1}{\chi(1 + \text{cth}\lambda_p t_1)} \leq \frac{2}{2\chi} \quad (4.12)$$

$$\begin{cases} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_p^2 + z^2} = \frac{\varphi_2}{2z} \operatorname{th} \varphi_2 z \\ \int_0^{\infty} \frac{dz}{z^2 + \lambda_p^2} = \frac{\pi}{2\lambda_p} \end{cases} \quad (4.13)$$

З (13) маємо $\chi = \frac{\sqrt{2}}{2}$

З (10) виходить що, вільні члени системи (8) обмежені зверху і при $p \rightarrow \infty$ наближаються до нуля.

Визначення функції напружень

Підставимо коефіцієнти інтегрування у відношення (2)-(4), отримаємо:

$$\Phi_1(t, \varphi) = -\frac{a^2}{\pi} \operatorname{arctg} \left(\frac{\sin \frac{\pi \varphi}{2\varphi_1}}{\operatorname{sh} \frac{\pi t}{2\varphi_1}} \right) + \int_0^{\infty} D^{(2)}(z) \frac{\operatorname{ch} z(\varphi_1 - \varphi)}{\operatorname{ch} z \varphi_1} \sin z t dt \quad (4.14)$$

$(0 \leq \varphi \leq \varphi_1, \quad -\infty < t \leq 0)$

$$\Phi_2(t, \varphi) = \sum_{k=1}^{\infty} A_k^{(2)} e^{\lambda_k t} \sin \lambda_k \varphi + \int_0^{\infty} D^{(2)}(z) \frac{\operatorname{ch} z(\varphi_2 + \varphi)}{\operatorname{ch} z \varphi_2} \sin z t dt \quad (4.15)$$

$(-\varphi_2 \leq \varphi \leq 0, \quad -\infty < t \leq 0)$

$$\begin{aligned} \Phi_3(t, \varphi) = & -\frac{b^2}{\varphi_2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\operatorname{sh} \lambda_k t}{\lambda_k \operatorname{sh} \lambda_k t_1} \sin \lambda_k \varphi + \sum_{k=1}^{\infty} A_k^{(2)} \frac{\operatorname{sh} \lambda_k (t_1 - t)}{\operatorname{sh} \lambda_k t_1} \sin \lambda_k \varphi + \\ & + \frac{a^2}{t_1} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\beta_k \operatorname{ch} \beta_k (\varphi_2 + \varphi)}{(4 + \beta_k^2) \operatorname{ch} \beta_k \varphi_2} [1 + (-1)^{k+1} e^{2t_1}] \sin \beta_k t \end{aligned} \quad (4.16)$$

$(-\varphi_2 \leq \varphi \leq 0, \quad 0 < t \leq t_1)$

Замінивши в цих виразах, згідно з (7) коефіцієнти $A_k^{(2)}$ і $D^{(2)}(z)$ через Y_k та $X(z)$ визначаємо остаточні вирази для функцій $\Phi_i(t, \varphi)$ ($i = 1, 2, 3$):

$$\Phi_1(t, \varphi) = \frac{a^2}{2} + \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{x(z) \operatorname{ch} z(\varphi_1 - \varphi)}{z \operatorname{ch} z \varphi_1} \sin z t dt \quad (4.17)$$

$(0 \leq \varphi \leq \varphi_1, \quad -\infty < t \leq 0)$

$$\Phi_2(t, \varphi) = \frac{a^2}{2} + \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{x(z) \operatorname{ch} z(\varphi_2 - \varphi)}{z \operatorname{ch} z \varphi_2} \sin z t dt + \frac{\chi}{\varphi_2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{Y_k e^{\lambda_k t}}{\lambda_k} \sin \lambda_k \varphi \quad (4.18)$$

$(-\varphi_2 \leq \varphi \leq 0, \quad -\infty < t \leq 0)$

$$\Phi_3(t, \varphi) = \frac{a^2}{2} + \frac{b^2 - a^2}{2t_1} t + \frac{\chi}{\varphi_2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{Y_k \operatorname{sh} \lambda_k (t_1 - t)}{\lambda_k \operatorname{sh} \lambda_k t_1} \sin \lambda_k \varphi - \frac{4a^2}{t_1} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1 + (-1)^{k+1} e^{2t_1}}{(4 + \beta_k^2) \beta_k} \frac{\operatorname{ch} \beta_k (\varphi_2 + \varphi)}{\operatorname{ch} \beta_k \varphi_2} \sin \beta_k t \quad (4.19)$$

$$(-\varphi_2 \leq \varphi \leq 0, \quad 0 < t \leq t_1)$$

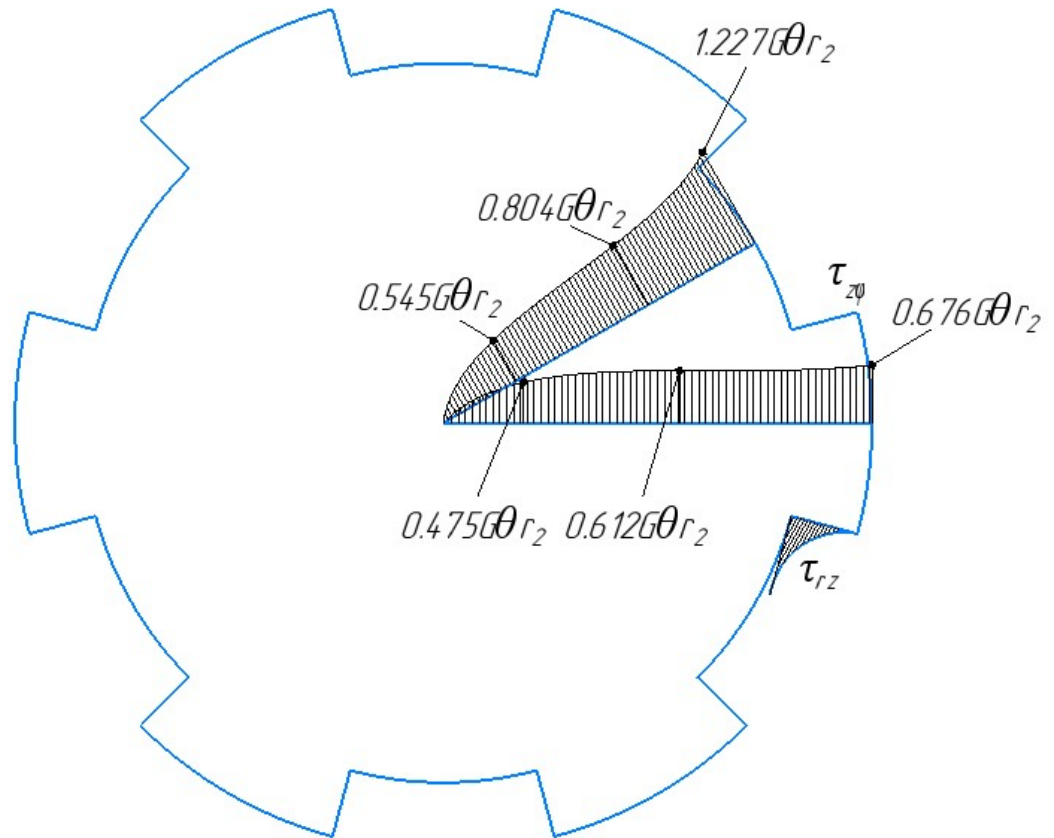


Рис. 4.2 Епюри напряжень

5. ЧИСЛОВІ РОЗРАХУНКИ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ВИПРОБУВАЛЬНОГО ЗРАЗКА

5.1. ВИБІР ВИПРОБУВАЛЬНОГО ЗРАЗКА ТА ЙОГО РОЗРАХУНКОВОЇ МОДЕЛІ

В цьому розділі розділі проводились розрахунки напружено-деформованого стану випробувального зразка у середовищі FEMAP. Спочатку потрібно вибрати тип випробувального зразка для установки УМЕ-10ТМ, оскільки установка використовується для випробувань на розтяг-стиск, обираємо трубчастий зразок представлений під номером 1 на схемі.

Маємо вхідні дані:

$$\sigma_{\text{в}} = 400 \text{ МПа};$$

$$E = 2.1 \cdot 10^5 \text{ МПа};$$

$$\mu = 0.3;$$

$$N_{\text{max}} = 120 \cdot 10^3 \text{ Н};$$

$$k = 2.$$

Спочатку необхідно оцінити максимально можливу геометричну характеристику робочого перерізу зразка за формулою:

$$A \leq N / \sigma_{\text{max}}, \quad (5.1.1)$$

де N – руйнівне зусилля;

σ_{max} – максимальне напруження перерізу.

Руйнівне зусилля повинне гарантувати запас потужності машини, тобто

$$N = N_{\text{max}} / k, \quad (5.1.2)$$

де N_{max} – максимальне зусилля, яке забезпечує устаткування.

σ_{max} обчислюємо за формулою:

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{\sigma_{\text{в}}}{\alpha}, \quad (5.1.3)$$

де α – ККН, який приймаємо для трубчастого зразка рівним 1.05. Розрахуємо максимально можливу площу перерізу зразка:

$$A \leq N / \sigma_{\text{max}} = \frac{N_{\text{max}} / k}{\sigma_{\text{в}} / \alpha} = \frac{120000 / 2}{400 / 1.05} = 157.5.$$

Для трубчастого зразка потрібно визначити незалежні розміри, а саме $d_{\text{в}}$ і $d_{\text{н}}$ – внутрішній і наріжний діаметри. Тому:

$$A = \frac{\pi(d_{\text{н}}^2 - d_{\text{в}}^2)}{4} = \pi \frac{(d_{\text{н}} + d_{\text{в}})(d_{\text{н}} - d_{\text{в}})}{2} = \pi D \delta \quad (5.1.4)$$

де введені нові характеристики:

$$D = (d_{\text{н}} + d_{\text{в}}) / 2 \text{ – середній діаметр трубки;} \quad (5.1.5)$$

$$\delta = (d_{\text{н}} - d_{\text{в}}) / 2 \text{ – товщина стінки трубки.} \quad (5.1.6)$$

Незалежні характеристики – дві: D та δ , а значення A – одне. Тому задаються співвідношенням D/δ .

Прийmemo $D/\delta = 20$, тоді $A = 20\pi\delta^2$, звідки отримаємо:

$$\delta = \sqrt{\frac{A}{20\pi}} = \sqrt{\frac{157.5}{20\pi}} = 1.58 \text{ мм}$$

Тоді $D = 20\delta = 31.67 \text{ мм}$.

З формул (Ошибка! Источник ссылки не найден.) та (Ошибка! Источник ссылки не найден.):

$$d_H = D + \delta = 19.55 + 0.98 = 33.26 \text{ мм};$$

$$d_B = D - \delta = 19.55 - 0.98 = 30.1 \text{ мм}.$$

Приймаємо:

$$\delta = 1.5 \text{ мм};$$

$$d_H = 34 \text{ мм};$$

$$d_B = 31 \text{ мм};$$

$$D = 32.5 \text{ мм}.$$

$$k = \frac{N_{max}/A}{\sigma_B/\alpha} = 2$$

Стандартна довжина робочої частини зразка

$$L_{цил} = 5d_H = 5 \cdot 34 = 170 \text{ мм}.$$

5.2. ПОСТАНОВКА КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ ПРУЖНОСТІ

Припускаємо, що в початковий момент t_0 в розглядуваному тілі переміщення $U_i(\vec{x}, t_0)$, деформації $\varepsilon_{ij}(\vec{x}, t_0)$, напруження $(\sigma_{mn})_0 = \sigma_{mn}(\vec{x}, t_0)$ мають нульові значення. Далі припускаємо, що навантаження змінюється кроками (n – номер кроку); що в об'ємі тіла Ω , а також на частині його поверхні $S_G = S_U \cup S_P$ за деякий проміжок часу $\Delta t = t^{n+1} - t^n$ відбудеться зміна навантажень, тобто на момент часу t^{n+1} були прикладені: $\hat{O}_m(\vec{x}, t) = \bar{\rho} \cdot \hat{F}_m(\vec{x}, t)$ – об'ємні сили ($\hat{F}(\vec{x}, t)$ – вектор масової сили), $\hat{P}_m(\vec{x}, t)$ – поверхневі сили на S_P ; $\hat{P}_m(\vec{x}, t)$ – зосереджені сили в деяких точках; відбулися переміщення $\hat{U}_i(\vec{x}, t)$ – на S_U . Тоді для визначення в кожній точці (її однорідного околу) тіла величин: $U_i(\vec{x}, t)$ – переміщень, $\varepsilon_{ij}(\vec{x}, t)$ – деформацій, $\sigma_{mn}(\vec{x}, t)$ – напружень, а також інших, похідних від них, маємо наступну крайову задачу:

- рівняння рівноваги як окремий випадок рівняння руху в узагальненому вигляді:

$$\nabla_n \sigma_{mn} + \hat{O}_m = 0; \quad (5.2.1)$$

- геометричні (для малих деформацій), в узагальненому вигляді:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (\nabla_i U_j + \nabla_j U_i); \quad (5.2.2)$$

- розглядаються тільки пружні деформації:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e; \quad (5.2.3)$$

- фізичні рівняння:

$$\sigma_{mn} = E_{mnlj} \varepsilon_{ij}^e \quad \text{або} \quad \varepsilon_{ij}^e = C_{ijmn} \sigma_{mn} \quad (5.2.4)$$

де E_{mnlj} та C_{ijmn} – матеріальні тензори модулів пружності та жорсткості відповідно.

Крім статичних, геометричних і фізичних рівнянь додатково залучаються ГУ на S_U (1-го роду) і S_P (природні):

$$U_i|_{S_U} = \bar{U}_i; \quad (\text{Ошибка! Текст указанного стиля в документе отсутствует.. 1})$$

$$\sigma_{mn} v_n|_{S_P} = \hat{P}_m; \quad (5.2.6)$$

Для розв'язування крайової задачі чисельними методами зручніше мати її варіаційну постановку. Для цього використовуються співвідношення (**Ошибка! Источник ссылки не найден.**), (**Ошибка! Источник ссылки не найден.**) і (**Ошибка! Источник ссылки не найден.**), властивості симетрії тензора напружень $\sigma_{mn} = \sigma_{nm}$ і теорема Остроградського-Гауса. В підсумку можна отримати наступний функціонал відносно варіацій переміщень і зв'язаних із ними деформацій

$$F = \int_{\Omega} \sigma_{mn} \delta \varepsilon_{mn} d\Omega - \int_{\Omega} \hat{O}_m \delta U_m d\Omega - \int_{S_P} \hat{P}_m \delta U_m dS - \sum_{i=1}^{N_P} (\hat{P}_m \delta U_m)_i = 0, \quad (5.2.7)$$

який в поєднанні з кінематичними ГУ (**Ошибка! Источник ссылки не найден.**) на поверхні S_U визначає незліченну множину можливих (віртуальних) напружено-деформованих станів. Дійсний НДС є одним з віртуальних, але він додатково задовольняє фізичним рівнянням зв'язків σ_{mn} та ε_{ij} , а також геометричним рівнянням зв'язків ε_{ij} з U_m . Цей функціонал не містить фізичних та геометричних рівнянь, тому він є придатним для будь-яких моделей матеріалів: лінійних та нелінійних.

5.3. МЕТОД СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ

Для компонентів вектора переміщень $U_i = U_i(\vec{x}, t)$, $j = 1, 2, 3$ при $\vec{x} \in \Omega^e$ вводяться вектори (матриці-стовпці)

$$\{U\} = \{U_1, U_2, U_3\}^T. \quad (5.3.1)$$

Наближення будь-якої величини f у скінченному елементі представляється апроксимаційною формулою

$$f = \sum_{m=1}^{M_e} \varphi_m^e f_m, \quad (5.3.2)$$

де φ_m^e – базисні функції СЕ;

f_m – відомі вузлові значення величини f ;

M_e – кількість вузлів у СЕ.

Тому формула для обчислення вектора переміщень $\{U\}$ в будь-якій точці СЕ через відомий вектор $\{q\}_e$ переміщень вузлів СЕ має вигляд

$$\{U\} = [\phi]\{q\}_e, \quad (5.3.3)$$

де вектор переміщень вузлів СЕ

$$\{q\}_e = \{(q^1, q^2, q^3)_{1, \dots, (q^1, q^2, q^3)_{M_e}}\}^T = \{q_1, q_2, \dots, q_{3M_e}\}^T, \quad (\text{Ошибка! Текст})$$

в якому q_m , $m = 1, 2, \dots, 3M_e$ – ті самі вузлові переміщення, але тепер вони мають наскрізну нумерацію. Цей вектор є результатом вибирання необхідних значень з глобального вектора переміщень у вузлах всього тіла $\{q\}$. Матриця $[\phi]$ зветься матрицею базисних функцій.

Із співвідношення **(Ошибка! Источник ссылки не найден.)** між переміщеннями та деформаціями записуються у вигляді

$$\{\varepsilon\} = [B]\{q\}_e. \quad (\text{Ошибка! Текст указанного стиля в документе отсутствует..})$$

Тут вектори повних деформацій

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{33}, \gamma_{12}, \gamma_{23}, \gamma_{31}\}^T, \quad (5.3.6)$$

мають компоненти $\gamma_{ij} = 2\varepsilon_{ij}$ або $\Delta\gamma_{ij} = 2\Delta\varepsilon_{ij}$ при $i \neq j$, $[B]$ – матриця матрицею диференціювання компонентів переміщень або їхніх приростів по глобальним координатам.

Конкретизація матриць $[ϕ]$ і $[B]$ пов'язана лише з типом СЕ і системою глобальних координат, тут несуттєва.

Лінійний закон Гука записується у вигляді

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon^e\}, \quad (5.3.7)$$

де $\{\varepsilon^e\}$ – вектор пружних деформацій, заповнений аналогічно (Ошибка! Источник ссылки не найден.);

$\{\sigma\}$ – вектор напружень

$$\{\sigma\} = \{\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \tau_{12}, \tau_{23}, \tau_{31}\}^T. \quad (5.3.8)$$

У відповідності до структури заповнення векторів $\{\sigma\}$ та $\{\varepsilon^e\}$ матриця модулів пружності $[D]$ у випадку ізотропного матеріалу буде мати вигляд

$$[D] = 2G \cdot \begin{pmatrix} a & b & c & 0 & 0 & 0 \\ b & a & b & 0 & 0 & 0 \\ b & b & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c \end{pmatrix}, \quad (5.3.9)$$

де $2G = E/(1 + \mu)$; $a = (1 - \mu)/(1 - 2\mu)$; $b = \mu/(1 - 2\mu)$; $c = 0.5$;

E – модуль Юнга; μ – коефіцієнт Пуасона.

З виразу (Ошибка! Источник ссылки не найден.)

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon^e\}. \quad (5.3.10)$$

З використанням геометричних рівнянь (Ошибка! Источник ссылки не найден.)

$$\{\varepsilon^e\} = [B]\{q\}_e. \quad (5.3.11)$$

Після застосування закону Гука (Ошибка! Источник ссылки не найден.)

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon^e\} = [D][B]\{q\}_e. \quad (5.3.12)$$

Після розв'язання СЛАР, яку породжує МСЕ, вектор $\{q\}_e$ у (Ошибка! Источник ссылки не найден.) стає відомим, тому застосування рівняння (Ошибка! Источник ссылки не найден.Ошибка! Источник ссылки не найден.) дозволяє відразу отримати значення компонентів вектора напружень $\{\sigma\}$ в будь-якій точці СЕ.

Введемо вектори: $\{\hat{\sigma}\} = \{\hat{\sigma}_1, \hat{\sigma}_2, \hat{\sigma}_3\}^T$ – об'ємних; $\{\hat{p}\} = \{\hat{p}_1, \hat{p}_2, \hat{p}_3\}^T$ – поверхневих навантажень.

Функціонал (Ошибка! Источник ссылки не найден.) з урахуванням матричних позначень буде мати вигляд:

$$F = \int_{\Omega} \{\delta\varepsilon\}^T \{\sigma\} d\Omega - \int_{\Omega} \{\delta U\}^T \{\hat{\sigma}\} d\Omega - \int_{S_p} \{\delta U\}^T \{\hat{p}\} ds - \sum_i \left(\{\delta q\}_e^T \{\hat{P}\} \right)_i = 0. \quad (5.3.13)$$

Врахуємо, що $\{\delta\varepsilon\} = \delta([B]\{q\}_e) = [B]\{\delta q\}_e$, $\{\delta U\} = \delta([ϕ]\{q\}_e) = [ϕ]\{\delta q\}_e$; $\{\delta\varepsilon\}^T = ([B]\{\delta q\}_e)^T = \{\delta q\}_e^T [B]^T$ та $\{\delta U\}^T = ([ϕ]\{\delta q\}_e)^T = \{\delta q\}_e^T [ϕ]^T$, а також те,

що у вузлах $\{\delta q\}_e^T [\phi]^T = \{\delta q\}_e^T$. Функціонал (Ошибка! Источник ссылки не найден.) з урахуванням цих формул, формули (Ошибка! Источник ссылки не найден.) та можливості суперпозиції по СЕ робіт зовнішніх і внутрішніх сил, зумовленої тим, що СЕ не перетинаються, записується як

$$F = \sum_e \int_{\Omega} \{\delta q\}_e^T [B]^T [B] \{q\}_e d\Omega - \sum_e \int_{\Omega} \{\delta q\}_e^T [\phi]^T \{\hat{O}\} d\Omega - \sum_e \int_{S_p} \{\delta q\}_e^T [\phi]^T \{p\} dS - \sum_i \left(\{\delta q\}_e^T \{\hat{P}\} \right)_i = 0, \quad (5.3.14)$$

Позначимо:

$$[K]_e = \int_{\Omega^e} [B]^T [D] [B] d\Omega; \quad (5.3.15)$$

$$\{P\}_e = \int_{\Omega^e} [\phi]^T \{\hat{O}\} d\Omega + \int_{S_p} [\phi]^T \{p\} dS; \quad (5.3.16)$$

Тоді

$$F = \sum_e \{\delta q\}_e^T ([K]_e \{q\}_e - \{P\}_e) - \sum_i \left(\{\delta q\}_e^T \{\hat{P}\} \right)_i = 0. \quad (5.3.17)$$

Оскільки $\{\delta q\}_e^T$ є будь-якими, то отримуємо САР вигляду

$$[K] \{q\} = \{P\} + \{\bar{P}\}, \quad (5.3.18)$$

яка після введення до неї кінематичних ГУ (Ошибка! Источник ссылки не найден.) розв'язується відносно глобального вектора дійсних переміщень $\{q\}$ у вузлах СЕ сітки. В (Ошибка! Источник ссылки не найден.) позначено додавання за ступенями свободи вузлів:

$$[K] = \sum_e [K]_e; \quad \{P\} = \sum_e \{P\}_e; \quad \{\bar{P}\} = \sum_i \left(\{\hat{P}\} \right)_i, \quad (5.3.19)$$

тобто збірка зосереджених сил, прикладених у вузлах скінченно-елементної сітки тіла.

Матриця $[K]_e$ зветься матрицею жорсткості СЕ, а матриця $[K]$ – матрицею жорсткості тіла. Вектор $\{P\} + \{\bar{P}\}$ зумовлюється зовнішніми силовими навантаженнями і масовими силами.

5.4. СТВОРЕННЯ СКІНЧЕННО-ЕЛЕМЕНТНОЇ МОДЕЛІ ВИПРОБУВАЛЬНОГО ЗРАЗКА

Моделюємо половину довжини зразка, так як зразок має одну площину симетрії. Наріжний діаметр дорівнює 20, тому приймаємо радіус скруглення $r_1 = 40$ мм. На поверхні розсічення зразка задаємо відсутність переміщень TT та TZ .

Визначаємо, яке силове навантаження потрібно прикласти до зразка. Визначаємо силу \tilde{F} , яка руйнує зразок:

$$\tilde{F} = \frac{\sigma_B}{\alpha} \cdot A, \quad (5.4.1)$$

$$\tilde{F} = \frac{400}{1,05} \cdot 153,1 = 60000 \text{ Н.}$$

Розрахункова схема трубчатого зразка матиме вигляд:

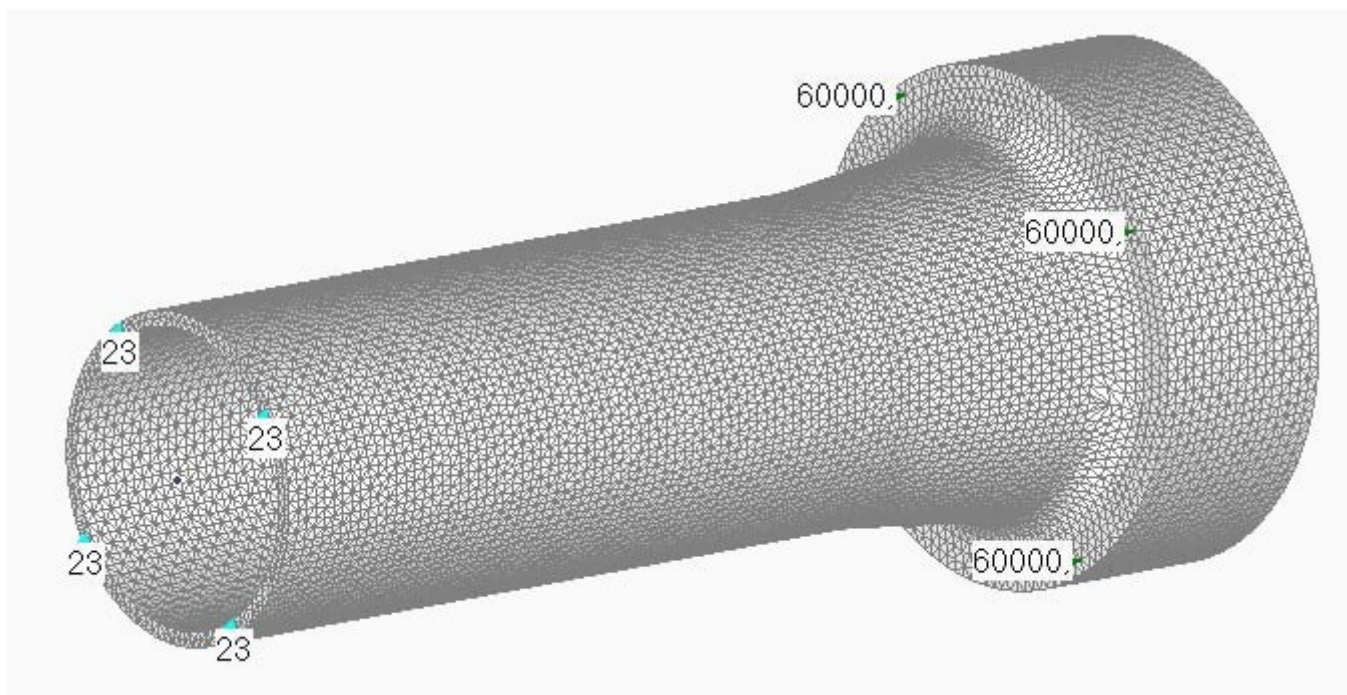


Рис. 0.1 Розрахункова схема трубчастого зразка

5.5. РЕЗУЛЬТАТИ РОЗРАХУНКІВ ТА ЇХ АНАЛІЗ

Проводимо розрахунок моделі трубчастого зразку в середовищі FEMAP, тип задачі - Static.

Зобразимо отримані результати, а саме еквівалентні напруження за Мізесом, МПа

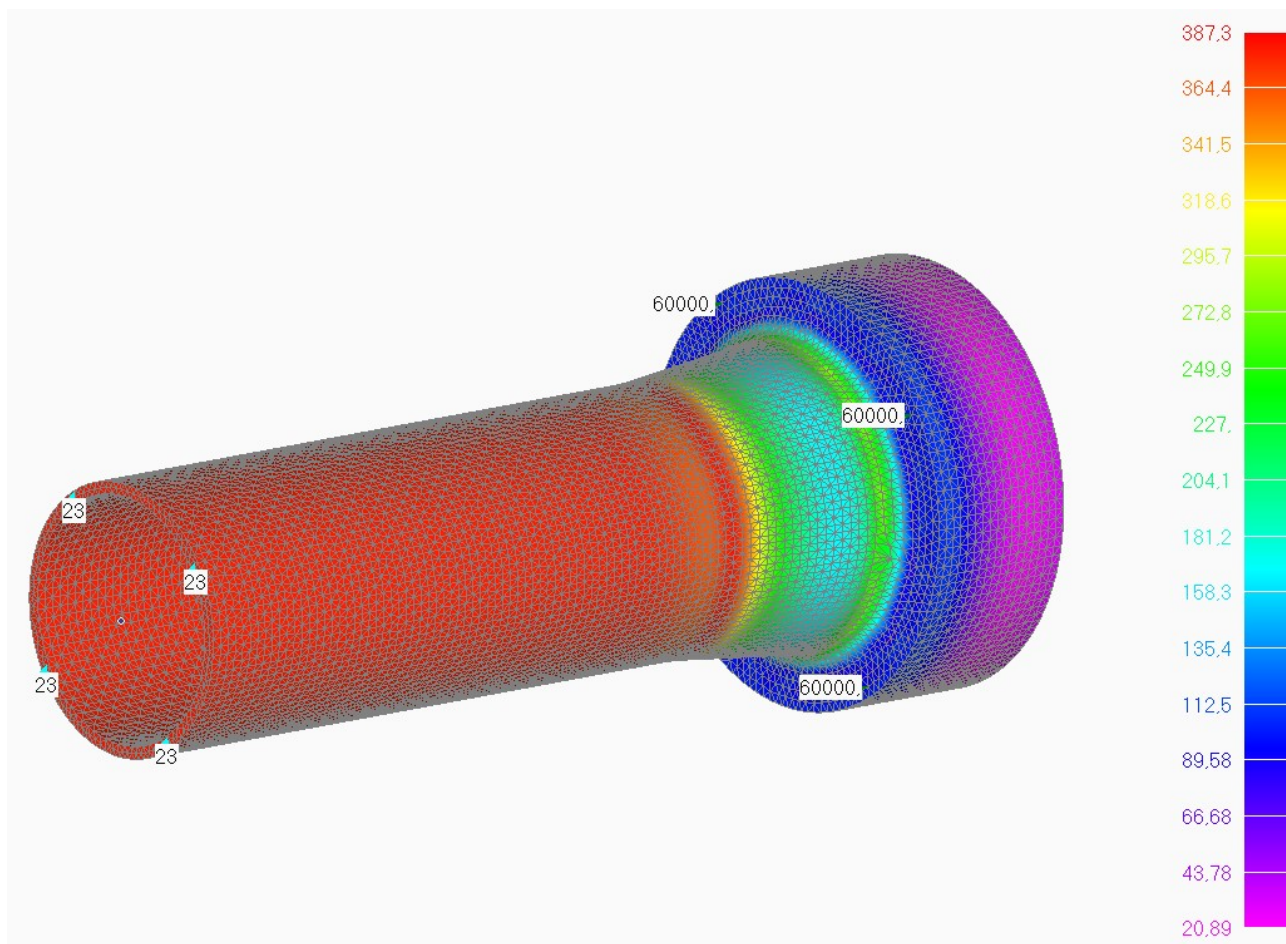


Рис. 0.2 Розподіл еквівалентних напружень за Мізесом, МПа

Обчислимо коефіцієнт концентрації напружень за Мізесом:

$$\alpha = \frac{387.3}{380.95} = 1.017 < 1.05.$$

Отже спроектований випробувальний трубчастий зразок задовольняє умові, що ККН повинен не перевищувати 1.05.

6. РОЗРАХУНОК ВЛАСНИХ ЧАСТОТ ТА ВІДПОВІДНИХ ВЛАСНИХ ФОРМ КРУТИЛЬНИХ КОЛИВАНЬ СИСТЕМИ З ДВОМА СТУПЕНЯМИ ВІЛЬНОСТІ

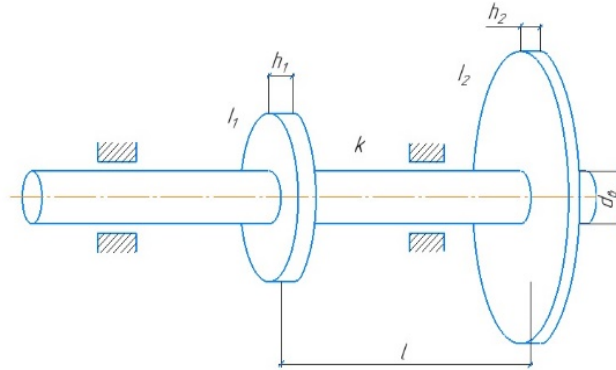


Рис 6.1 Розрахункова схема

φ_1, φ_2 – кути повороту відповідно черв'яка та черв'ячного колеса, які являють собою узагальнені координати;

Матеріал черв'яка – сталь 40Х;

матеріал черв'ячного колеса – сталь 40Х;

значення густини матеріалів:

$$\text{для сталі } \rho = 7,85 \times 10^3 \frac{\text{Н} \cdot \text{с}^2}{\text{м}^4},$$

$$G = 8 \cdot 10^4 \text{ МПа}$$

жорсткість стержня визначається по формулі $k = \frac{G \cdot I_p}{l}$,

де I_p - полярний момент інерції, який знаходиться по формулою:

$$I_p = \frac{\pi \cdot d_B^4}{32} = \frac{\pi \cdot (34 \times 10^{-3})^4}{32} = 1,31 \times 10^{-7} \text{ м}^4$$

де d_B - діаметр вала.

$$k = \frac{G \cdot I_p}{l} = \frac{8 \times 10^{10} \cdot 1,31 \times 10^{-7}}{204 \times 10^{-2}} = 0,05 \times 10^6 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

Значення I_1, I_2 – осьових моментів інерції для черв'яка та черв'ячного колеса знайдемо за формулою:

$$I_1 = \frac{\pi \rho_1 h_1 D_1^4}{32} = \frac{3,14 \cdot 7,85 \times 10^3 \cdot 21 \times 10^{-3} (100 \times 10^{-3})^4}{32} = 1,6 \times 10^{-3} \text{ Н} \cdot \text{с}^2 \cdot \text{м};$$

$$I_2 = \frac{\pi \rho_2 h_2 D_2^4}{32} = \frac{3,14 \cdot 7,85 \times 10^3 \cdot 60 \times 10^{-3} (50 \times 10^{-3})^4}{32} = 2,3 \times 10^{-9} \text{ Н} \cdot \text{с}^2 \cdot \text{м}.$$

де D_1, D_2 – відповідно значення діаметрів черв'яка та черв'ячного колеса,

h_1, h_2 – відповідно їх ширина.

Запишемо вирази для кінетичної та потенційної енергії:

$$T = \frac{1}{2} \cdot I_1 \cdot \dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2} \cdot I_2 \cdot \dot{\varphi}_2^2;$$

$$\Pi = \frac{1}{2} k (\varphi_2 - \varphi_1)^2.$$

Підставляючи значення кінетичної і потенціальної енергій до рівняння Лагранжа другого роду $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_j} = 0$ для двох узагальнених координат і відповідно, отримаємо систему рівнянь у вигляді:

$$\begin{cases} I_1 \ddot{\varphi}_1 + k \varphi_1 - k \varphi_2 = 0 \\ I_2 \ddot{\varphi}_2 - k \varphi_1 + k \varphi_2 = 0 \end{cases}$$

Складемо матриці інерції та жорсткості:

$$[a] = \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \quad [c] = \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix}$$

Запишемо рівняння вільних коливань у матричному вигляді:

$$\begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{\varphi}_1 \\ \ddot{\varphi}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Рішення шукаємо у вигляді: $\{ \varphi \} = \{ \Phi \} \cos(\omega t - \beta)$

$$-\omega^2 \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} k - \omega^2 I_1 & -k \\ -k & k - \omega^2 I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Прирівнявши детермінант до нуля отримаємо:

$$\det \begin{bmatrix} k - \omega^2 I_1 & -k \\ -k & k - \omega^2 I_2 \end{bmatrix} = 0;$$

$$(k - \omega^2 I_1)(k - \omega^2 I_2) - k^2 = 0;$$

$$k^2 - \omega^2 k I_1 - \omega^2 k I_2 + \omega^4 I_1 I_2 - k^2 = 0.$$

Знайдемо корені цього рівняння $\omega^4 I_1 I_2 - \omega^2 k (I_1 + I_2) = 0;$

$$\omega^2 [\omega^2 I_1 I_2 - k (I_1 + I_2)] = 0;$$

$$\omega^2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} \end{bmatrix} \quad \left[\omega_2^2 = \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} = \frac{0,05 \times 10^6 (1,6 + 2,3) \times 10^{-9}}{1,6 \cdot 2,3 \times 10^{-18}} = 52,9 \times 10^{12} \text{ c}^{-2} \right];$$

Підставляючи значення частот матимемо:

- у першому випадку $\omega_1^2 = 0$

$$\begin{bmatrix} k - \omega^2 I_1 & -k \\ -k & k - \omega^2 I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_{11} = 1 \\ \Phi_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$k - k \Phi_{12} = 0 \quad \Rightarrow \quad \Phi_{12} = 1$$

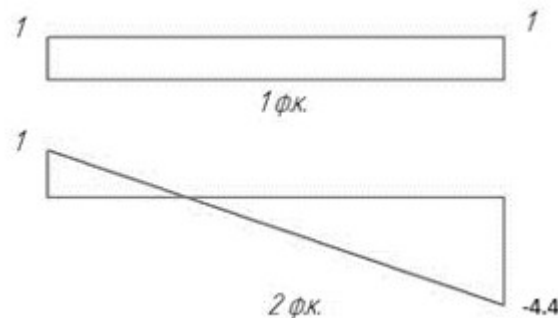
$$\begin{Bmatrix} \Phi_{11} \\ \Phi_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

- у другому випадку $\omega_2^2 = \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2}$

$$\begin{bmatrix} k - \left(\frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2}\right) I_1 & -k \\ -k & k - \left(\frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2}\right) I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_{21} \\ \Phi_{22} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$k - \frac{k(I_1 + I_2)}{I_2} - k\Phi_{22} = 0 \quad \Rightarrow \quad \Phi_{22} = -\frac{I_1}{I_2} = -\frac{1,6}{2,3} = -4,4$$

Зобразимо знайдені значення форм коливань в графічному вигляді:



Оскільки однією з властивостей власних форм коливань є їх ортогональність, а саме:

$$\{\Phi\}_i^T [c] \{\Phi\}_s = 0$$

$$\{\Phi\}_i^T [a] \{\Phi\}_s = 0$$

-У першому випадку перевірка:

$$\{1 \ 1\} \cdot \begin{bmatrix} 1,6 & 0 \\ 0 & 0,36 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{1,6}{0,036} \end{Bmatrix} = 0;$$

-У другому випадку перевірка:

$$\{1 \ 1\} \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix} = \{1 \ 1\} \begin{Bmatrix} k + k \frac{I_1}{I_2} \\ -k - k \frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix} = 3,19 \times 10^5 \left(1 + \frac{1,6}{0,36}\right) - 3,19 \times 10^5 \left(1 + \frac{1,6}{0,36}\right) = 0$$

1 Використовуючи метод Релея знайдемо значення власних частот

використовуючи формулу $\omega_i^2 = \frac{\{\Phi\}_i^T [c] \{\Phi\}_i}{\{\Phi\}_i^T [a] \{\Phi\}_i}$; підставляючи відповідні

значення отримаємо:

$$\omega_1^2 = \frac{\begin{Bmatrix} 1 & 1 \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}}{\begin{Bmatrix} 1 & 1 \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}} = \frac{\begin{Bmatrix} 1 & 1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}}{\begin{Bmatrix} 1 & 1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{Bmatrix}} = 0;$$

$$\omega_2^2 = \frac{\begin{Bmatrix} 1 & -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix}}{\begin{Bmatrix} 1 & -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix}} = \frac{\begin{Bmatrix} 1 & -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} k + k \frac{I_1}{I_2} \\ k - k \frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix}}{\begin{Bmatrix} 1 & -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} I_1 \\ -I_1 \end{Bmatrix}} = \frac{k \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right) + \frac{I_1}{I_2} k \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)}{I_1 \cdot \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)}$$

$$= \frac{k \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right) \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)}{I_1 \cdot \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)} = \frac{k \cdot \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)}{I_1} = k \left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2}\right) = \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 \cdot I_2} =$$

$$= \frac{0.05 \times 10^6 \cdot (1.6 + 2.3) \times 10^{-9}}{1.6 \cdot 2.3 \times 10^{-18}} = 52.9 \times 10^{12} \text{ с}^{-2};$$

Отже, $\begin{cases} \omega_1 = 0 \\ \omega_2 = \sqrt{0.306 \times 10^9} = 7273238.6 \text{ с}^{-1} \end{cases}$

6.1 Визначення власних частот методом сил

$$m = \rho V$$

$$m_1 = 0.92 \text{ кг}$$

$$m_2 = 1.29 \text{ кг}$$

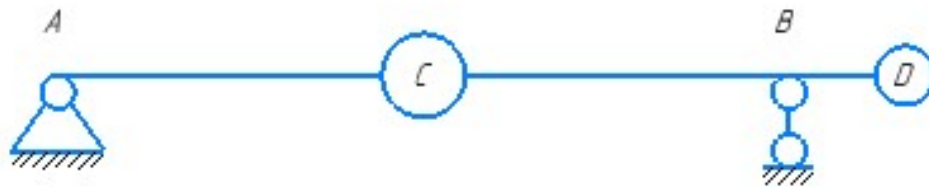


Рис. 6.3 Система з двома ступенями свободи

$$EI = 2.1 \cdot 10^{11} \cdot 6.56 \times 10^{-8} = 13776 \text{ Н} \cdot \text{м}^2$$

Момент інерції:

$$I = \frac{\pi \cdot d_B^4}{64} = \frac{\pi \cdot (34 \times 10^{-3})^4}{64} = 6.56 \times 10^{-8} \text{ м}^4$$

Знайдемо переміщення $\delta_{11}, \delta_{12}, \delta_{21}, \delta_{22}$. Побудуємо епюри (Рис. 6.4) від дії одиничних сил $\bar{X}_1 = 1, \bar{X}_2 = 1$ відповідно.

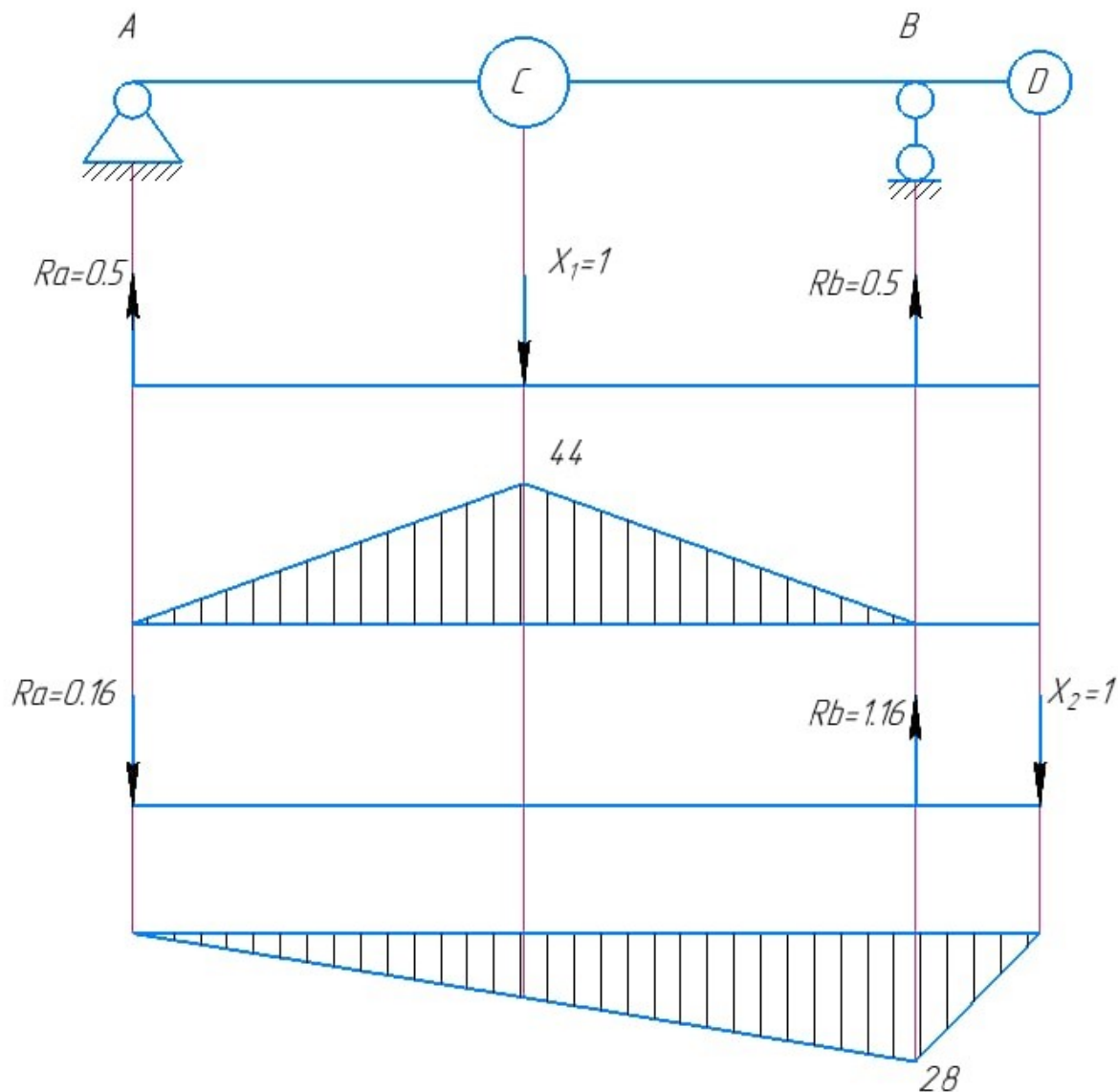


Рис. 6.4 Епюри моментів від одиничних сил

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \left[88 \cdot 44 \frac{2}{3} \cdot 44 \right] = 8.24 \cdot 10^{-9}$$

$$\delta_{12} = 5.25 \cdot 10^{-9}$$

$$\delta_{22} = 3.34 \cdot 10^{-9}$$

Запишемо диференційні рівняння в переміщеннях:

$$\begin{cases} w_1 = -\ddot{w}_1 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - \ddot{w}_2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ w_2 = -\ddot{w}_1 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 - \ddot{w}_2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 \end{cases} \quad (6.56)$$

Шукаємо переміщення у вигляді

$$w_i = W_i \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad (6.57)$$

Підставимо (6.57) в (6.56) отримаємо:

$$\begin{cases} (\omega^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) \cdot W_1 + \omega^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \cdot W_2 = 0 \\ \omega^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 \cdot W_1 + (\omega^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \cdot W_2 = 0 \end{cases} \quad (6.58)$$

Оскільки маємо отримати не тривіальний розв'язок маємо, що детермінант останньої матриці(6.58) має бути рівний нулю:

$$\det \begin{bmatrix} (\omega^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} = 0 \quad (6.59)$$

Розкриваючи визначник, отримуємо характеристичне рівняння відносно ω^2 , з якого знаходимо ω_1^2, ω_2^2 :

$$(\omega^2 m_1 \delta_{11} - 1)(\omega^2 m_2 \delta_{22} - 1) - \omega^4 m_1 m_2 \delta_{12} \delta_{21} = 0;$$

$$\omega^4 m_1 m_2 \delta_{11} \delta_{22} - \omega^2 m_1 \delta_{11} - \omega^2 m_2 \delta_{22} + 1 - \omega^4 m_1 m_2 \delta_{12} \delta_{21} = 0;$$

$$\omega^4 (m_1 \delta_{11} \delta_{22} - \delta_{12} \delta_{21}) m_1 m_2 - \omega^2 (m_2 \delta_{22} + m_1 \delta_{11}) + 1 = 0;$$

Визначили власні частоти: $\omega_1^2 = 84033889 \text{ c}^{-2}$, $\omega_2^2 = 2384615380 \text{ c}^{-2}$
 $\omega_1 = 9167 \text{ c}^{-1}$, $\omega_2 = 48832 \text{ c}^{-1}$

Знаходимо власні форми коливань та перевіряємо умови ортогональності. Оскільки кожній частоті відповідає своя форма коливань, то розглянемо два можливих випадки, підставляючи до відповідної матриці значення знайдених двох частот та знайдемо W_{1i}, W_{2i} .

$$\begin{bmatrix} (\omega_i^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega_i^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega_i^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega_i^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_{1i} \\ W_{2i} \end{Bmatrix} = 0 \quad (6.61)$$

При $\omega_1^2 = 84033889 \text{ c}^{-2}$ і нормованій $W_{11} = 1$ отримаємо з розв'язку рівняння таку першу власну форму:

$$\begin{bmatrix} (\omega_1^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega_1^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega_1^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega_1^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_{11} \\ W_{21} \end{Bmatrix} = 0 \quad (6.61)$$

$$W_{21} = -1.21$$

Аналогічно при $\omega_2^2 = 2384615380 \text{ c}^{-2}$ і нормованій $W_{22} = 1$

$$\begin{bmatrix} (\omega_2^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega_2^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega_2^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega_2^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_{12} \\ W_{22} \end{Bmatrix} = 0 \quad (6.63)$$

$$W_2 = 0.71$$

Оскільки однією з властивостей власних форм коливань є їх ортогональність, то перевірмо виконання цієї умови:

$$\{W\}_2^T [a] \{W\}_1 = 0; \quad (6.65)$$

$$\{W\}_1 = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0.71 \end{Bmatrix}, \quad \{W\}_2 = \begin{Bmatrix} 1 \\ -1.21 \end{Bmatrix}$$

$$\cdot \{1 \quad 0.71\} \begin{bmatrix} 2,36 & 0 \\ 0 & 1,1 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ -1.21 \end{Bmatrix} = -0.08399 \approx 0$$

6.2 Визначення першої власної частоти методом Релея

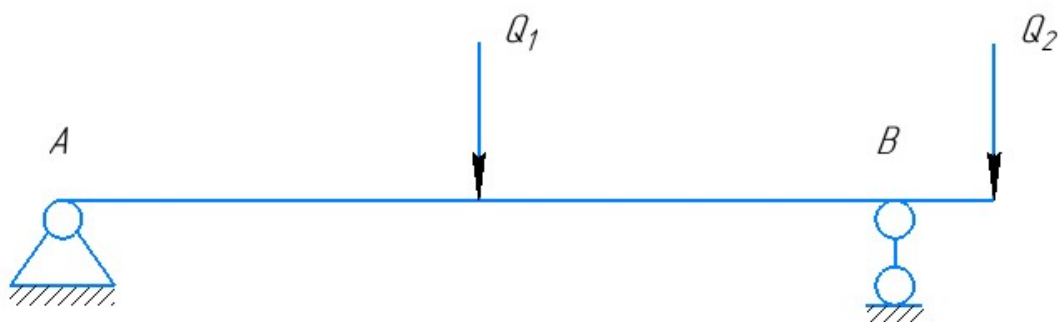


Рис. 6.6 Система з двома ступенями свободи

$$\omega_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^2 Q_i W_i}{\sum_{i=1}^2 m_i W_i^2}; \quad Q_i = m_i g;$$

$$Q_1 = m_1 g = 0.92 \cdot 10 = 9.2H \quad Q_2 = m_2 g = 1.29 \cdot 10 = 12.9H$$

$$R_A = 2.55H \quad R_B = 19.6H$$

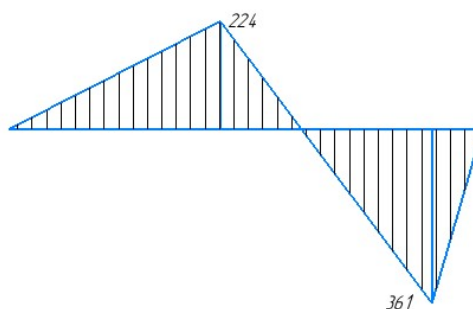


Рис. 6.7 Епюра моментів зовнішніх сил

Значення W_i [м] знаходимо за допомогою методу Верещагіна.

$$W_1 = 6.2 \cdot 10^{-9} \text{ м}$$

$$W_2 = 1.3 \cdot 10^{-8} \text{ м}$$

$$\omega_1^2 = \frac{9.2 \cdot 6.2 \cdot 10^{-9} + 12.9 \cdot 1.3 \cdot 10^{-8}}{9.2 \cdot (6.2 \cdot 10^{-9})^2 + 12.9 \cdot (1.3 \cdot 10^{-8})^2} = 8,87 \cdot 10^7 \text{ с}^{-2}$$

$$\omega_1 = 9418 \text{ с}^{-1}$$

6.3 Визначення першої власної частоти методом Донкерлі

$$\frac{1}{\omega_1^2} = \frac{1}{(\omega'_1)^2} + \frac{1}{(\omega'_2)^2};$$

$$\frac{1}{(\omega'_1)^2} = m_1 \delta_{11} = 7.6 \cdot 10^{-9}$$

$$\frac{1}{(\omega'_2)^2} = m_2 \delta_{22} = 4.3 \cdot 10^{-9}$$

$$\frac{1}{\omega_1^2} = 11.9 \cdot 10^{-9}$$

$$\omega_1 = 8770 \text{ с}^{-1}$$

Для порівняння, значення першої власної частоти згинних коливань:

- методом сил : $\omega_1 = 9167 \text{ с}^{-1}$
- методом Релея: $\omega_1 = 9418 \text{ с}^{-1}$
- методом Донкерлі: $\omega_1 = 8770 \text{ с}^{-1}$

7. ВПЛИВ ЩІЛЬНОСТІ ЗАПОВНЕННЯ ТИТАНОВОГО ЗРАЗКА НА МЕХАНІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ

В цьому розділі було досліджено впливу щільності заповнення титанового зразка на механічні характеристики. Титановий сплав Ti6Al4V широко використовується у медицині для виготовлення протезів зубів, суглобів, ребер та компонентів хребта тощо, так як добре сприймається організмом людини, не викликає алергій та є немагнітним матеріалом. Титан один з найкращих матеріалів для використання у 3Д друці, тому можна моделювати протези враховуючи анатомічні особливості людини завдяки чому буде досягнуто хороше поєднання протезу з місцем посадки.

Оскільки були відсутні дані про властивості матеріалу після 3Д друку, постала задача визначити механічні характеристики для подальшого використання у розрахунках та під час моделювання імплантів.

Для дослідження було підготовлено по 3 типи зразків різної щільності заповнення виготовлених методом 3Д друку для випробувань на стиск, згин та розтяг. Випробування проводились на випробувальній установці TIRAtest 2300.

Випробування на стиск

На стиск було підготовлено 3 типи зразків щільністю заповнення 15%, 50% та 80%.

Фото зразків наведені на рисунках 7.1–7.3:

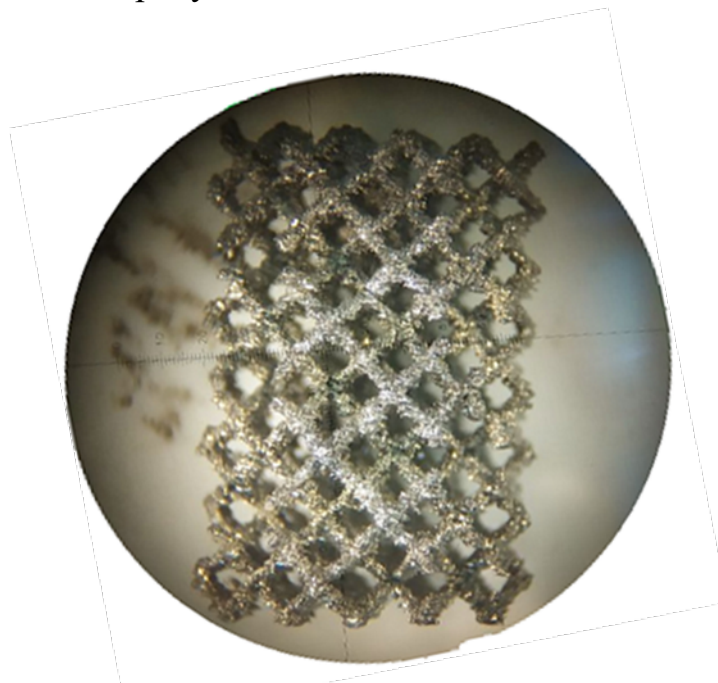


Рис. 7.1 Заповненість 15%

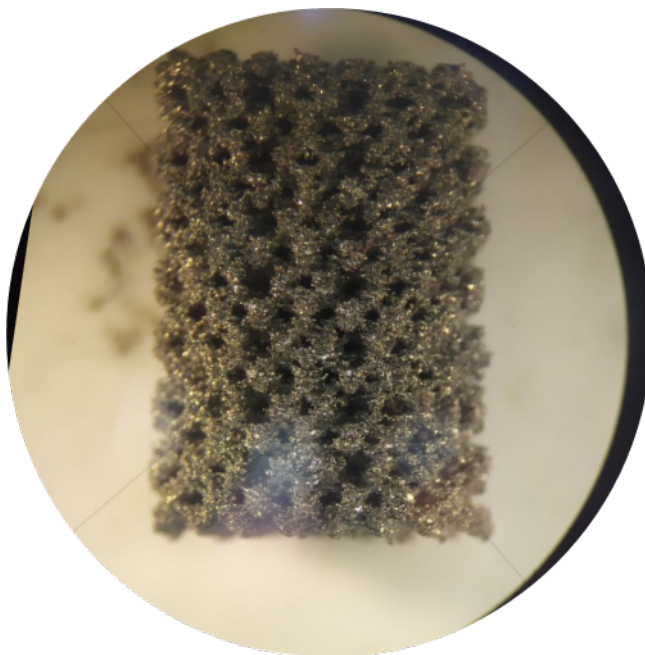


Рис 7.2. Заповненість 50%

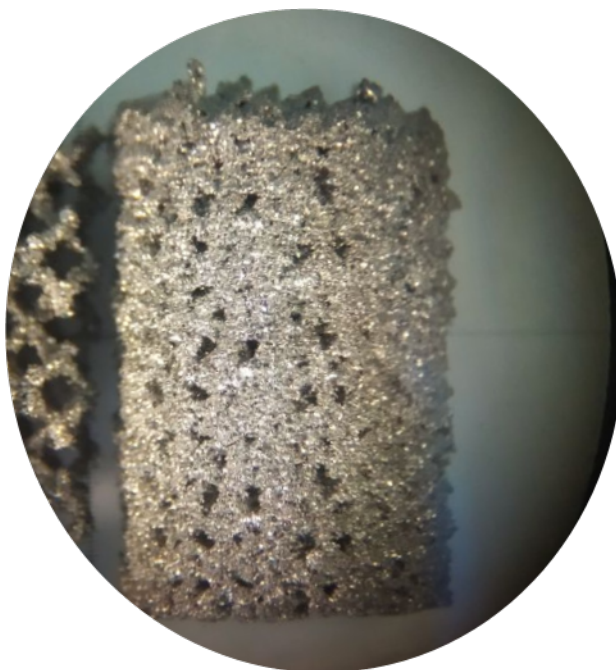


Рис. 7.3 Заповненість 80%

Значення ваги та щільності наведені у таблиці 7.1:

Заповненість, %	Вага, г	Щільність, г/см ³
15	0,8	0,60
50	2,7	2,08
80	4,8	3,21

Табл. 7.1 Вага та щільність зразків на стиск.

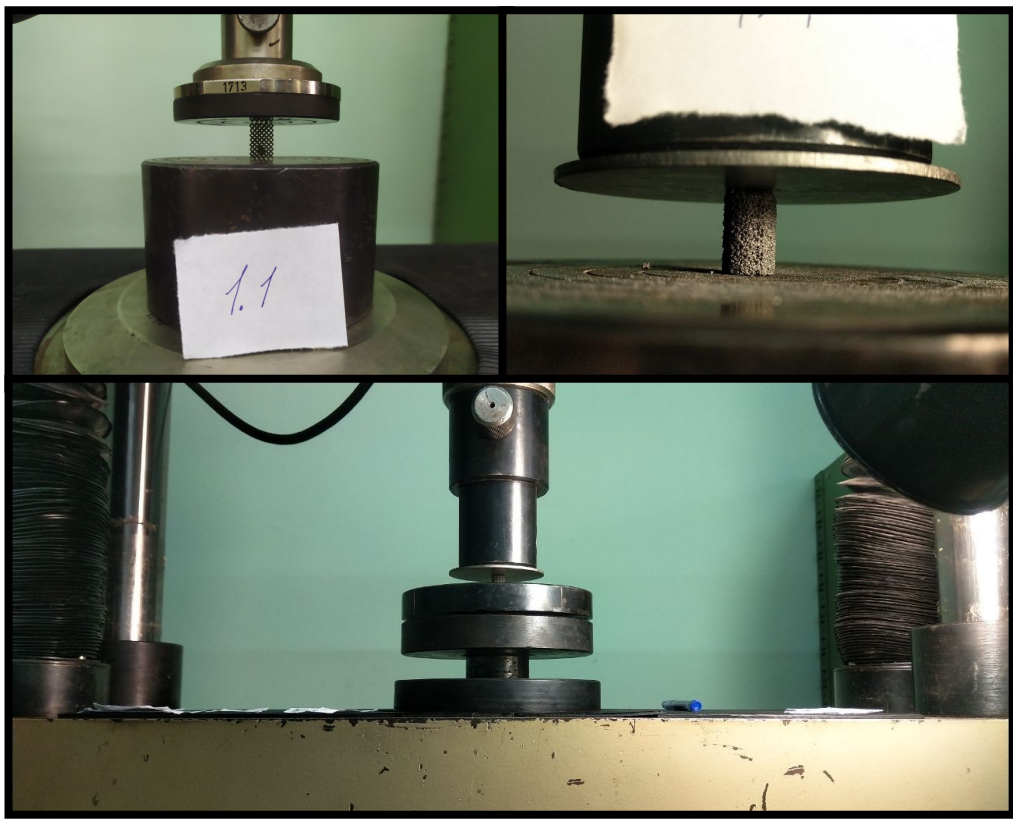
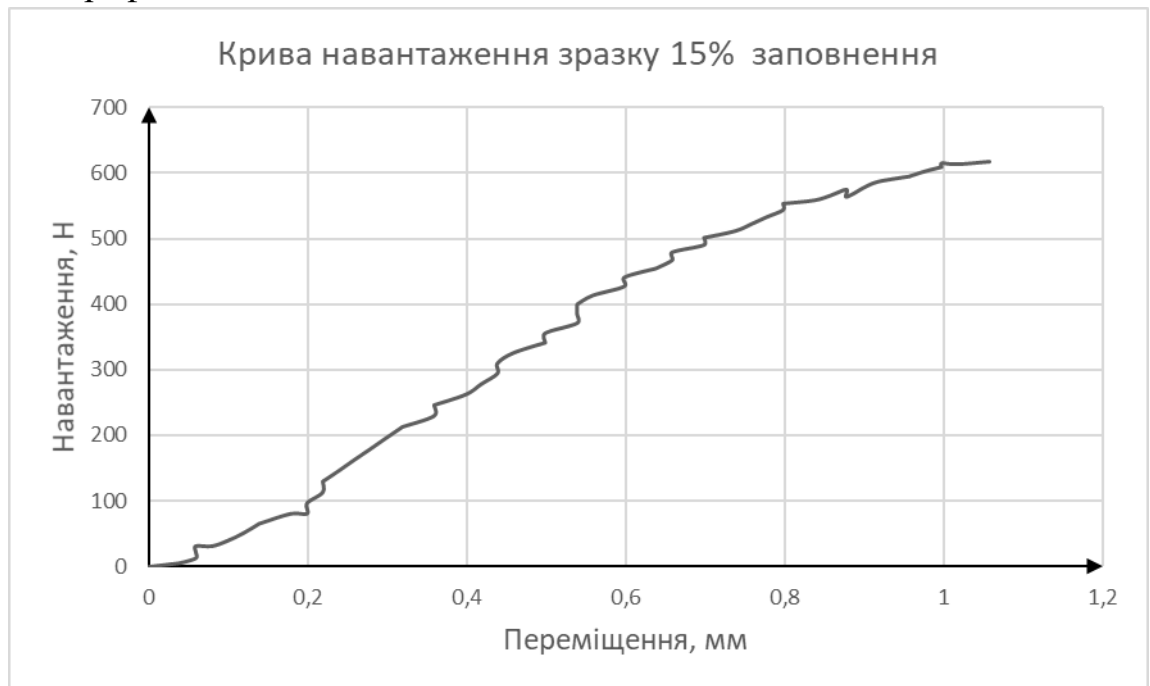


Рис. 7.4 Зразки у випробувальній установці.

Для кожного типу зразків було отримано криві навантаження за даними отриманими з випробувальної установки. Криві навантаження наведені на наступних графіках:



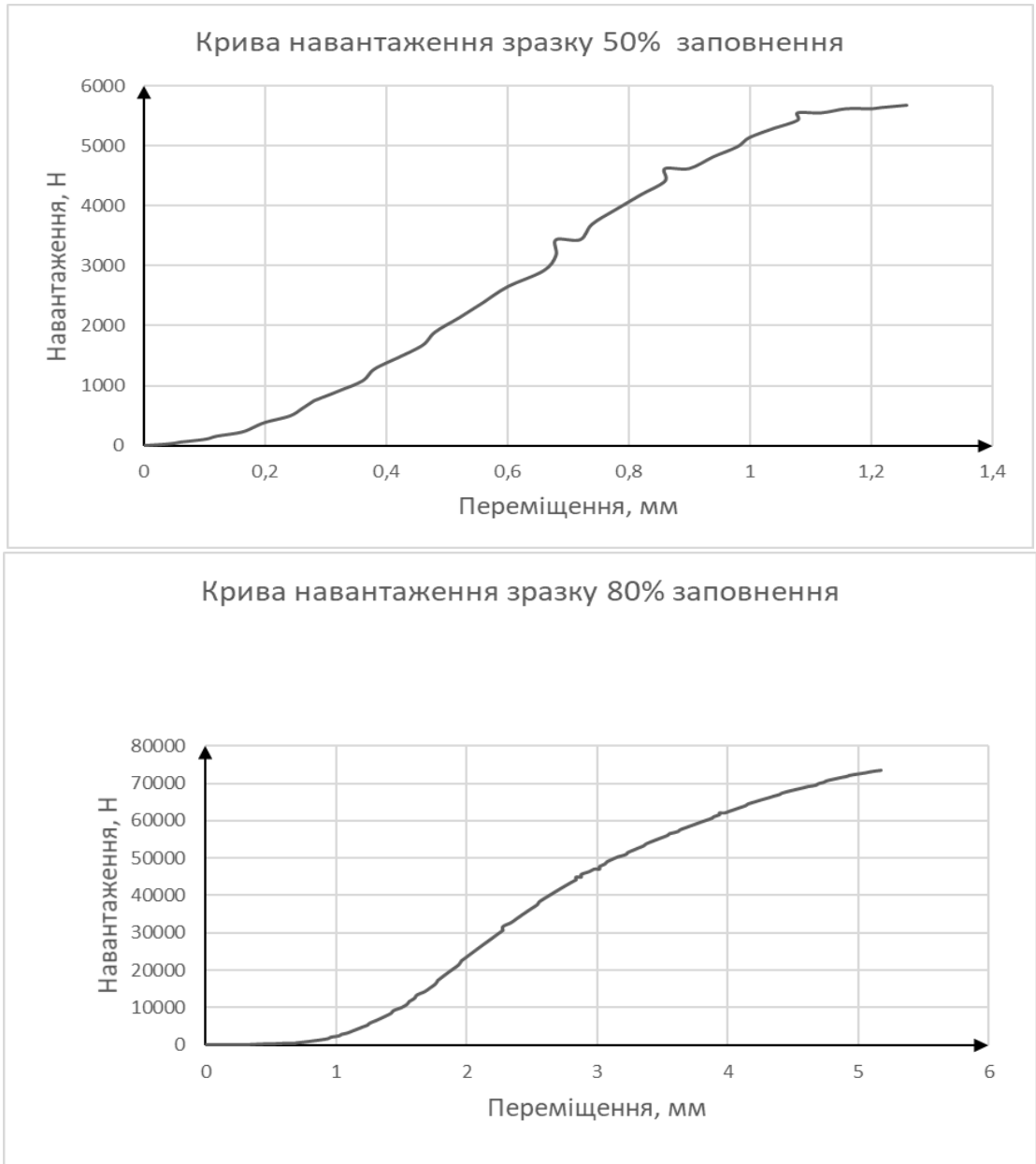


Фото зразків після руйнування наведені на рисунку 7.5:

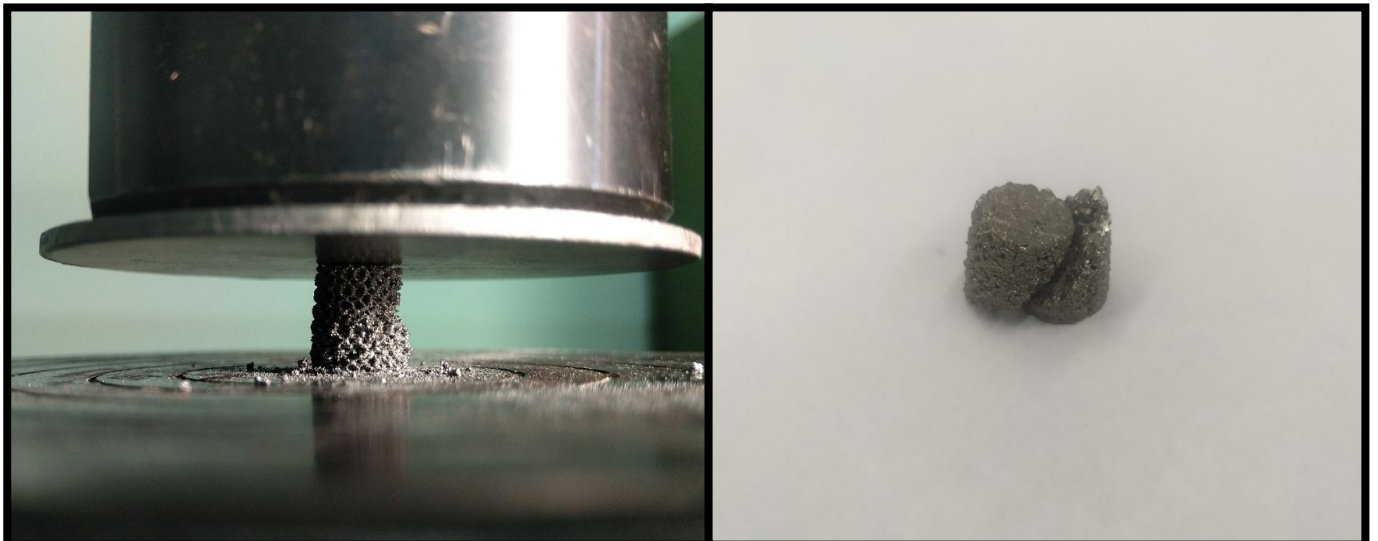


Рис. 7.5 Зразки після руйнування

За даними з кривих навантаження отримано значення границі міцності:

Заповненість, %	Границя міцності, МПа
15	7,2
50	66,3
80	825,9

Табл. 7.2 Значення границі міцності
З отриманими даними було побудовано графік залежності межі міцності при стиску від величини заповнення зразку (рис. 7.6)

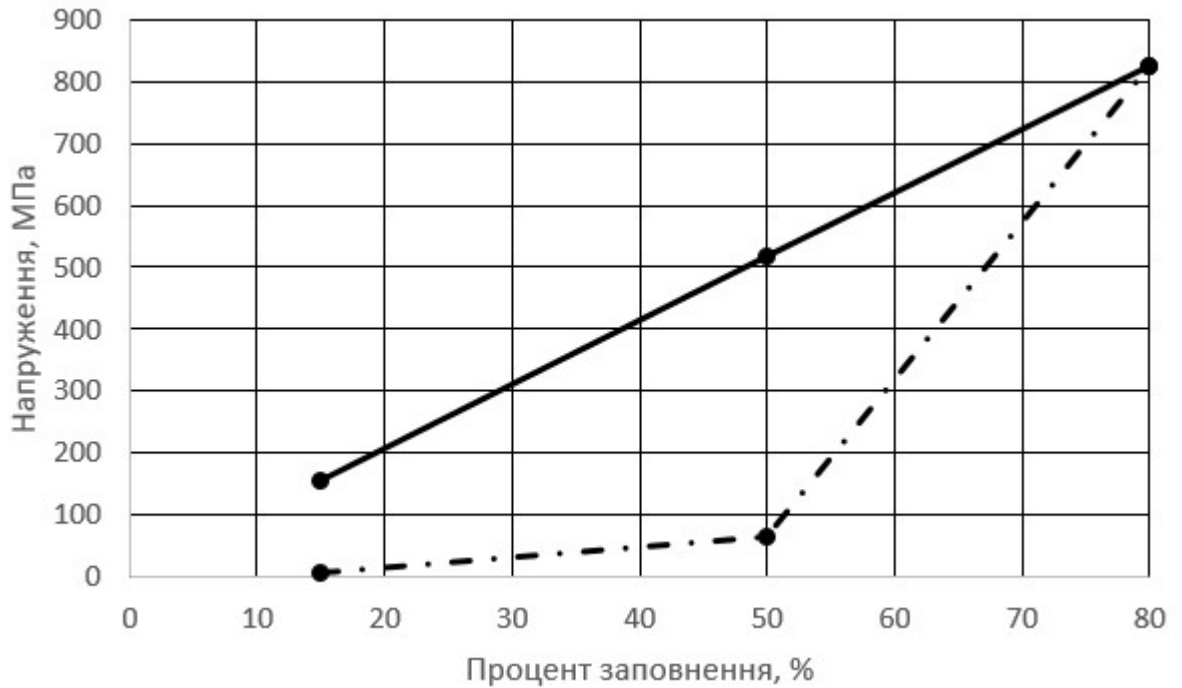


Рис. 7.6 Графік залежності межі міцності при розтягу від величини заповнення зразку:

- теоретична залежність;
- - - - експериментальна залежність.

Випробування на згин

На згин було підготовлено 3 типи зразків щільністю заповнення 50%, 80% та 100%.

Фото зразків наведені на рисунках 7.6–7.8:



Рис.7.7 Заповненість 50%



Рис.7.8 Заповненість 80%



Рис. 7.9 Заповненість 100 %

Значення ваги та щільності наведені у таблиці 7.3:

Заповненість, %	Вага, г	Щільність, г/см ³
50	15,87	1,97
80	26,67	3,18
100	28,22	3,89

Табл. 7.3 Вага та щільність зразків на згин

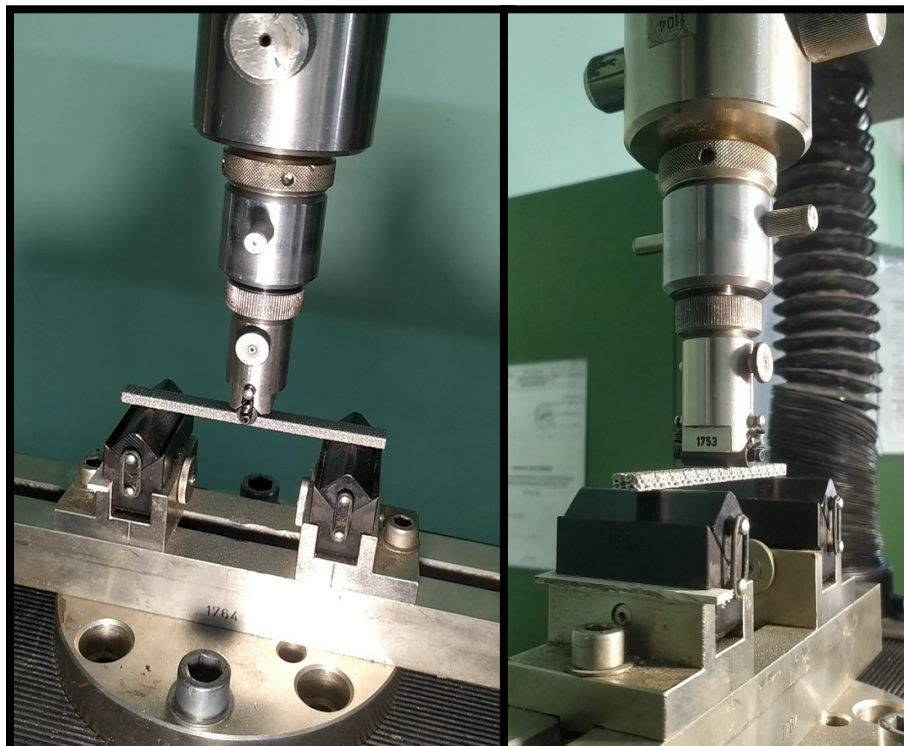
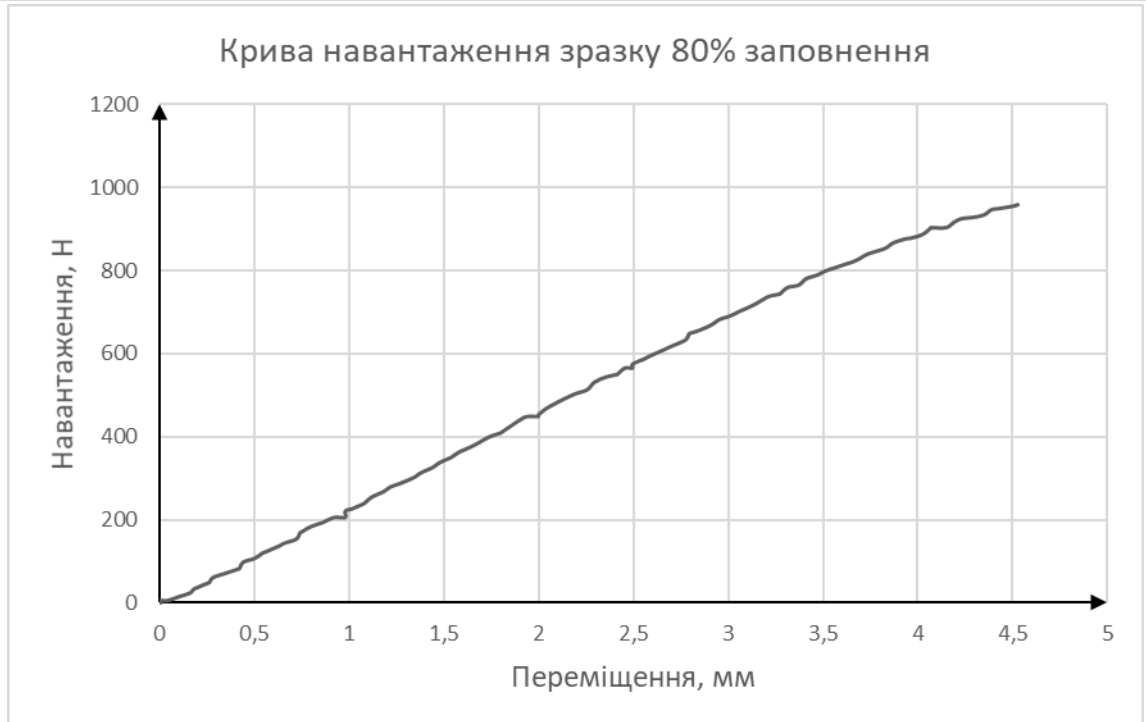
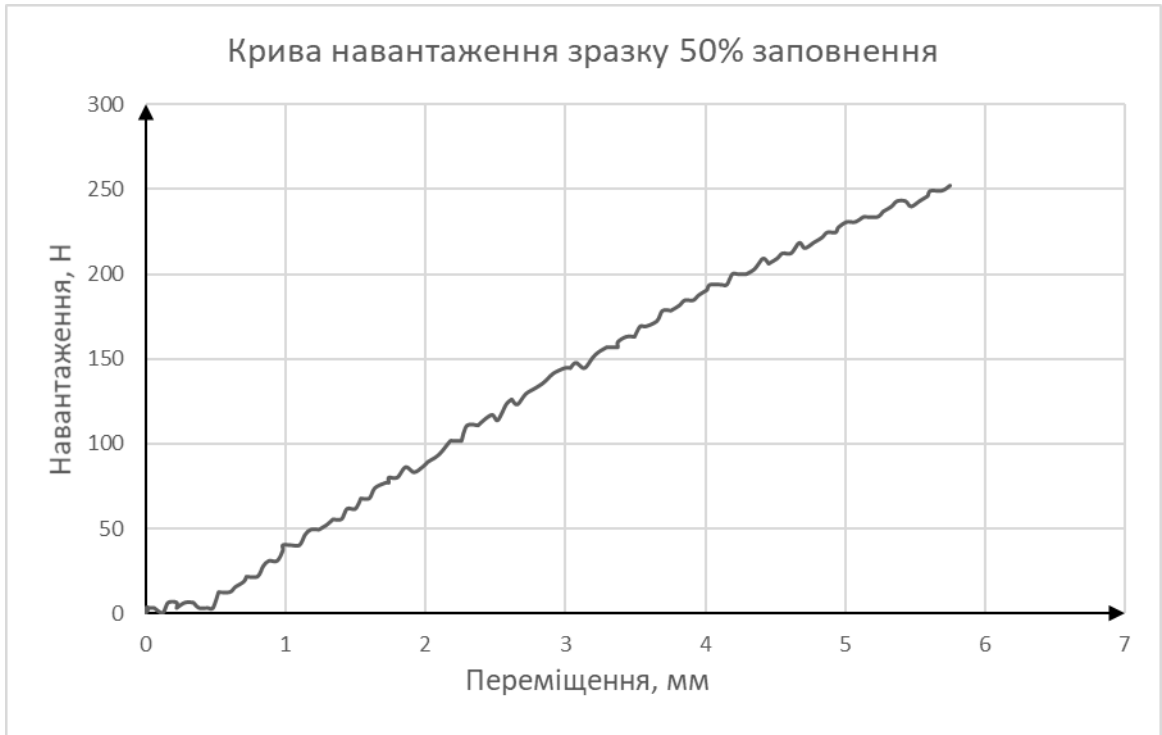
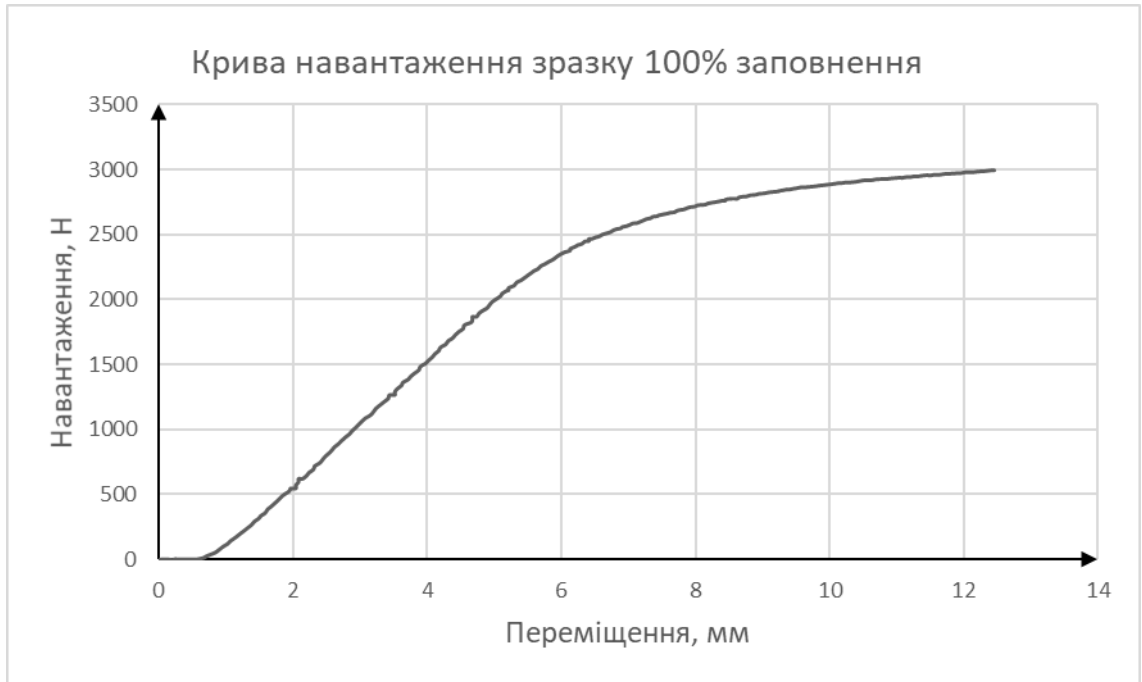


Рис.7.10 Зразки у

Для кожного типу зразків було отримано криві навантаження за даними отриманими з випробувальної установки. Криві навантаження наведені на наступних графіках:





За даними з кривих навантаження отримано значення границі міцності та модуля пружності для суцільного зразка:

Заповненість, %	Границя міцності, МПа	Модуль пружності, МПа
50	101,4	-
80	536,6	-
100	1544,5	74175

Табл. 7.4 Значення границі міцності та модуля пружності

За отриманими даними було побудовано графік залежності межі міцності при згині від величини заповнення зразку (рис. 7.11)

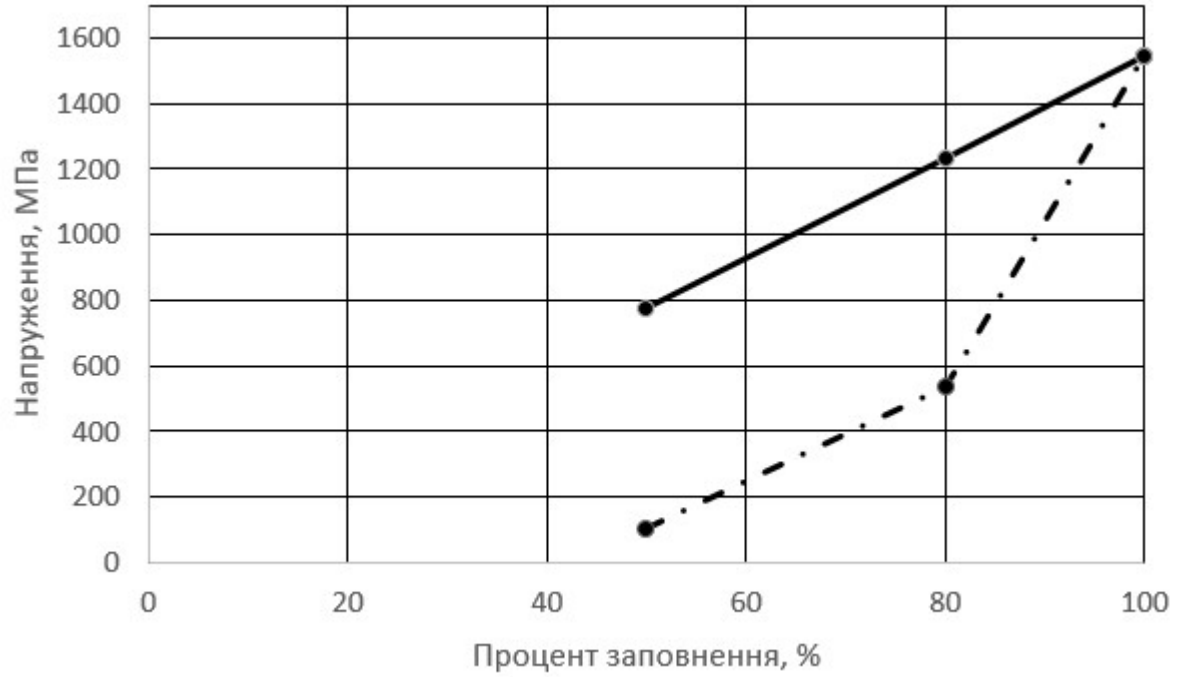


Рис.7.11 Графік залежності межі міцності при розтягу від величини заповнення зразку:

- теоретична залежність;
- - - - експериментальна залежність.

Випробування на розтяг

На розтяг було підготовлено 3 типи зразків щільністю заповнення 15%, 50% та 100%.

Фото зразків наведені на рисунках 7.10–7.12:



Рис. 7.12 Заповненість 15%

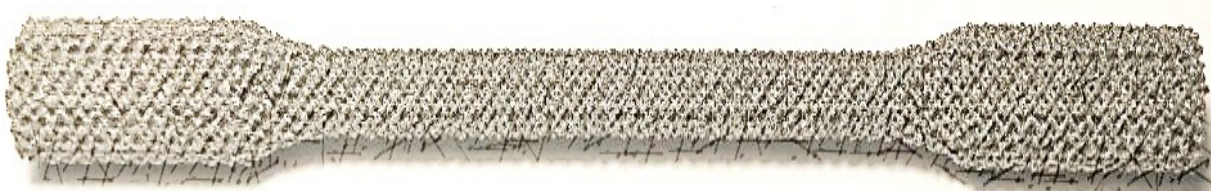


Рис. 7.13 Заповненість 50%



Рис. 7.14 Заповненість 100%

Значення ваги та щільності наведені у таблиці 7.5:

Заповненість, %	Вага, г	Щільність, г/см ³
15	4,49	0,58
50	14,90	1,88
100	27,74	3,80

Табл. 7.5 Вага та щільність зразків на розтяг

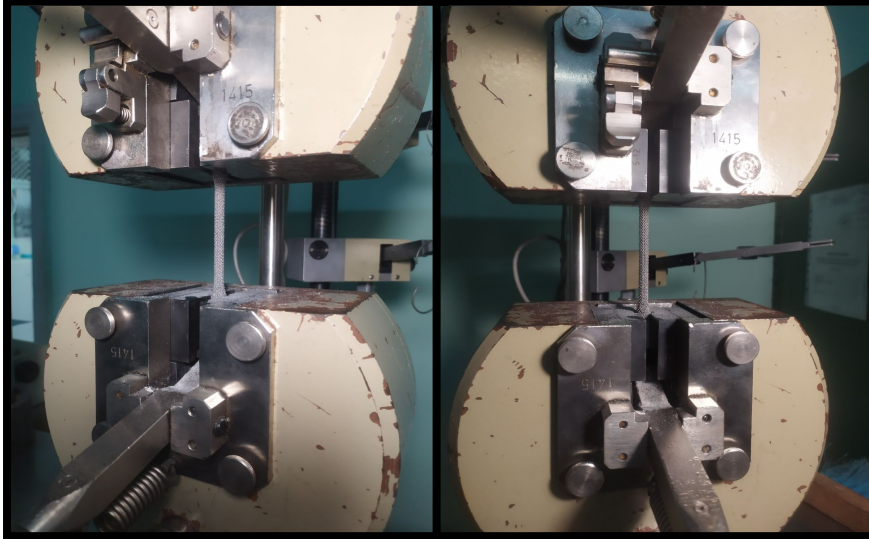
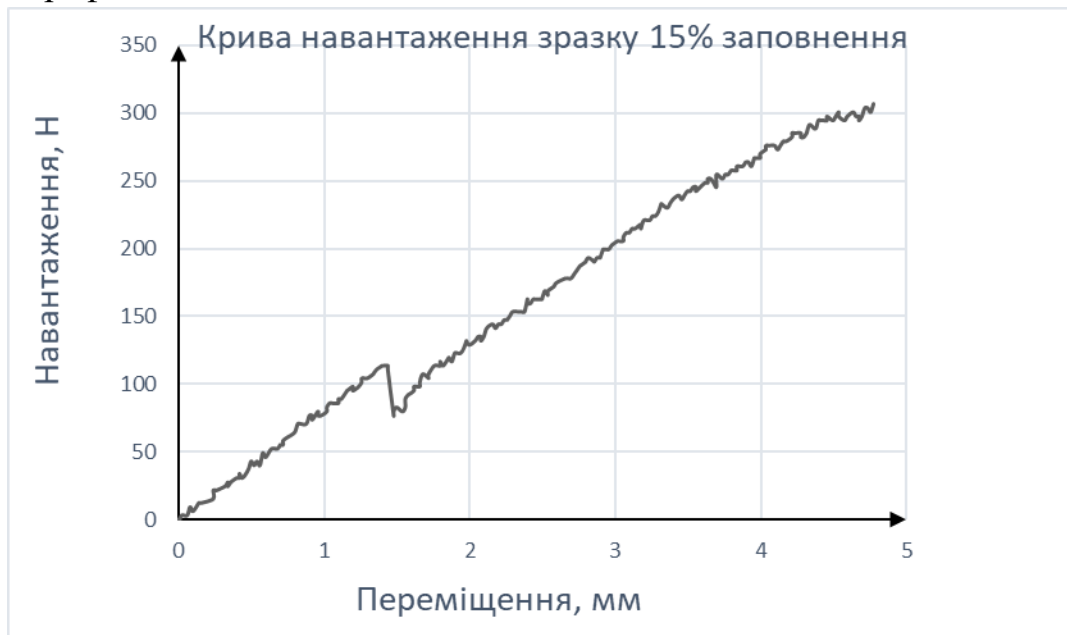


Рис. 7.15 Зразки у випробувальній установці

Для кожного типу зразків було отримано криві навантаження за даними отриманими з випробувальної установки. Криві навантаження наведені на наступних графіках:



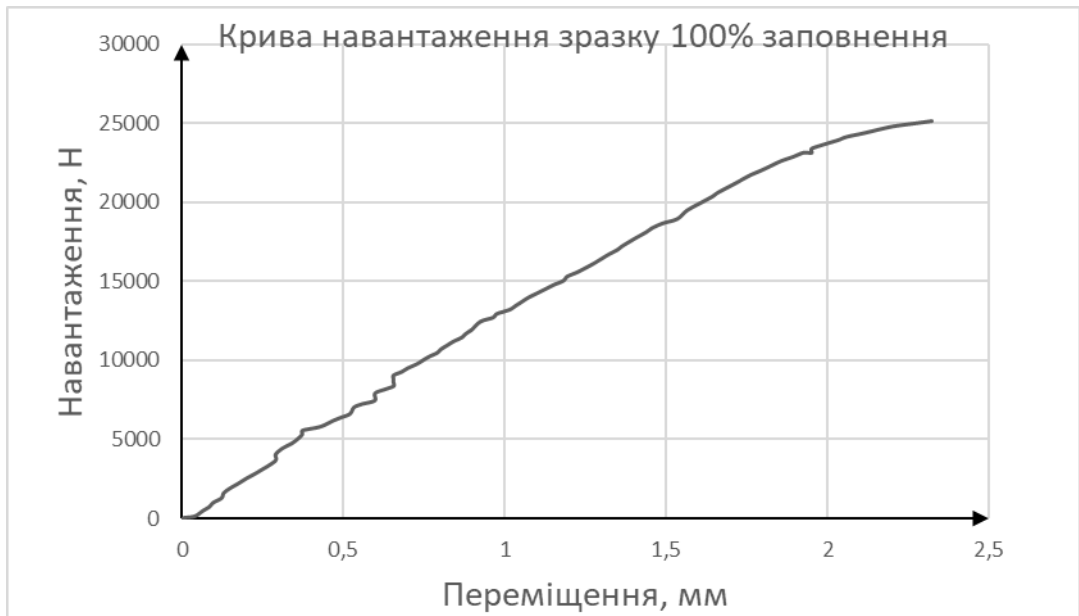
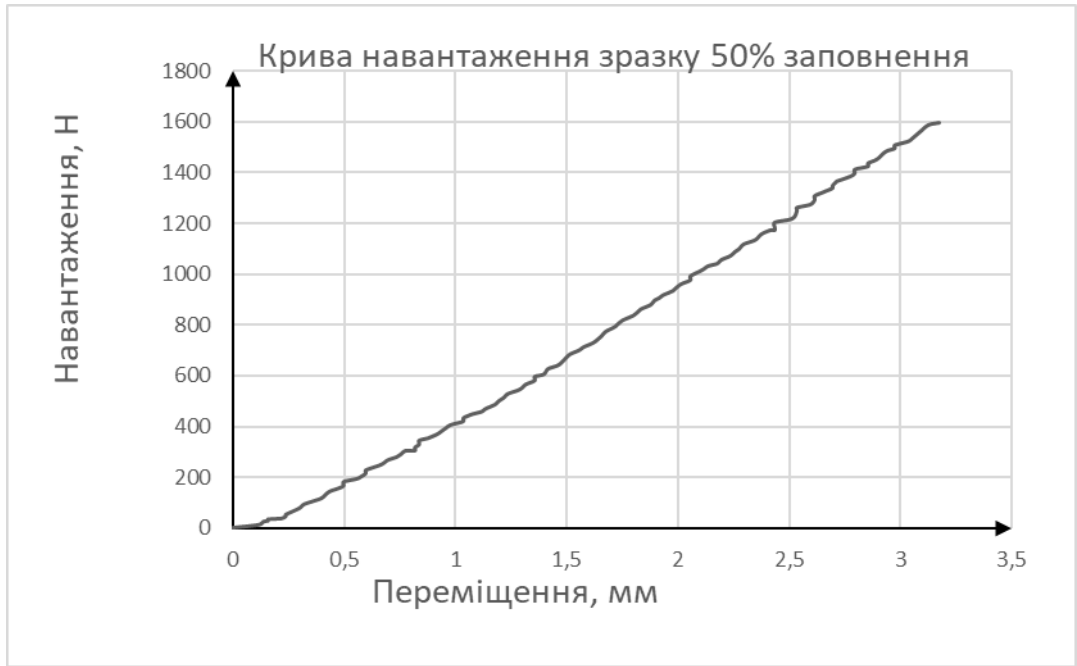


Фото зразків після руйнування наведені на рисунку 7.14:



Рис. 7.16 Зразки після руйнування

За даними з кривих навантаження отримано значення границі міцності та модуля пружності для суцільного зразка:

Заповненість, %	Границя міцності, МПа	Модуль пружності, Мпа
15	9,4	-
50	46,4	-
100	834,0	78131

Табл. 7.6 Значення границі міцності та модуля пружності

З отриманими даними було побудовано графік залежності межі міцності при розтягу від величини заповнення зразку (рис. 7.17)

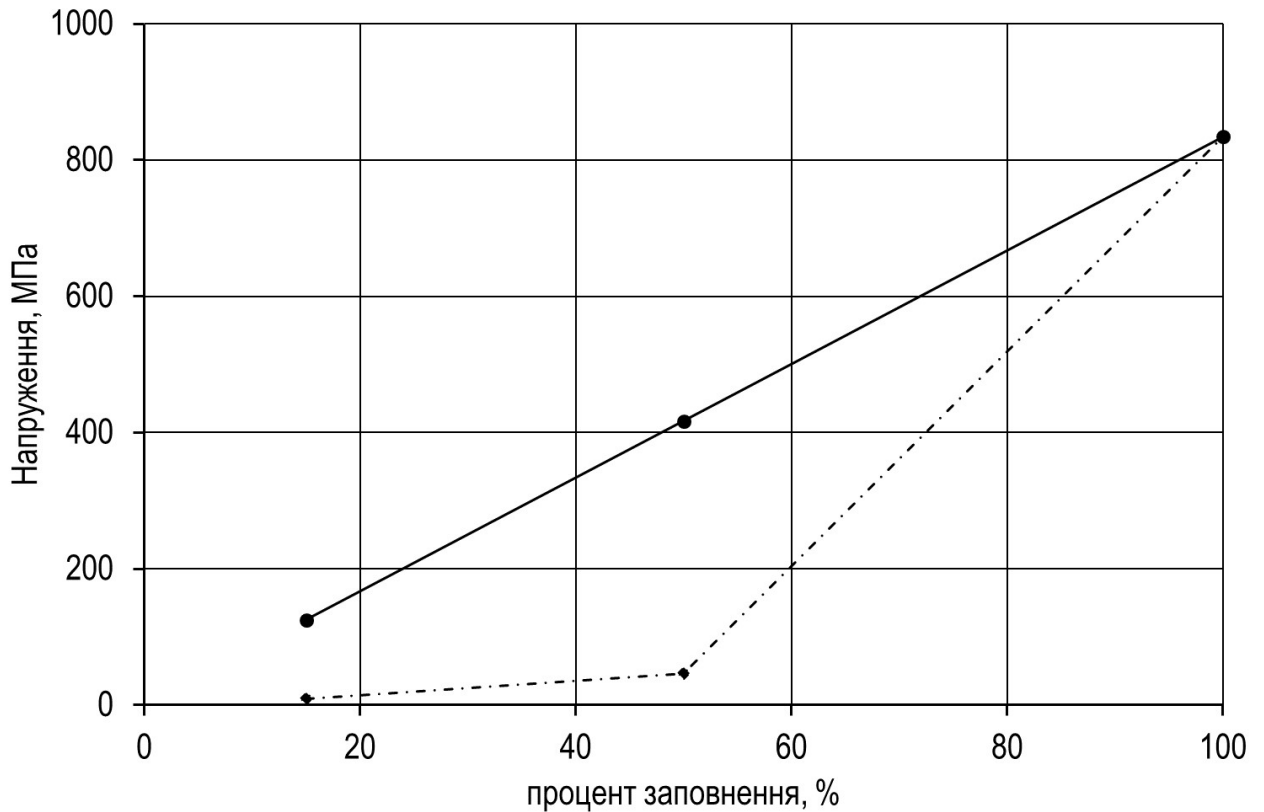


Рис. 7.17 Графік залежності межі міцності при розтягу від величини заповнення зразку:

----- теоретична залежність;
 - - - - експериментальна залежність.

Висновки:

Виконано роботу по дослідженню впливу щільності заповнення титанового зразка на механічні характеристики, отримано значення границь міцності для різних типів заповнення, а також модуля пружності для суцільних зразків. Отримані графіки залежності межі міцності від величини заповнення зразку показують, що міцність та пов'язана з нею щільність заповнення не мають лінійної залежності, як прийнято рахувати при проектуванні зразків титанового сплаву після 3Д друку.

Література:

1. Проектування привода випробувальної машини. Методичні вказівки до курсового проектування з деталей машин / Укл. Ковальчук Б.І., Заховайко А.А. – К.: НТУУ "КПІ", 2004.
2. Анурьев В.И. Справочник конструктора-машиностроителя. Изд. 7-е. В 3-х т. – М.:Машиностроение 1992.
3. Розрахунок та конструювання черв'ячних передач. Методи вказівки до виконання розрахунково-графічних робіт з курсу „Деталі машин” /Уклад. В.А. Стадник, - К.: ІВЦ „Політехніка”, 2004.
4. Павлице В.Т. Основи конструювання та розрахунок деталей машин: Підручник для вузів. – К.: Вища шк., 1993.
5. Проектирование механических передач: Учебно-справ. пособие / Под реж С.А. Чернавского. Изд. 6-е. – М.: Машиностроение, 1984.
6. Профілювання циліндричного евольвентного зачеплення з використанням персона-льної ЕОМ. Методичні вказівки до курсового проекту з дисципліни "Теорія механізмів і машин" для студентів спеціальності "Динаміка і міцність машин" / Укл.: О.П.Заховайко, О.Б.Овсієнко, О.М.Протащук та ін.- К.: НТУУ "КПІ", 2000. – 40 с.
7. Бояршинов С.В. Основы строительной механики машин – Москва «Машиностроение» 1973. – 231с.
8. Тимошенко С.П. Пластинки и оболочки – М.: Наука, 1966. – 636с.
9. Лурье А.И. Теория упругости. – М.: Наука, 1970.
10. Арутюнян, Абрамян Кручение упругих тел. – М.: Физматлит, 1963. – 686с.
11. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975. - 539 с.
12. Рудаков К.М. Конспект лекцій з дисципліни "Числові методи в динаміці та міцності машин". Частина I. К.: НТУУ "КПІ", НВЦ "Надійність", 2000. – 105 с.
13. Рудаков К.М. Конспект лекцій з дисципліни "Числові методи в динаміці та міцності машин". Частина II. К.: НТУУ "КПІ", НВЦ "Надійність", 2000. – 105 с.
14. Рудаков К.М. FEMAP. Геометричне та скінченно-елементне моделювання констру-кцій для розрахунків у MSC.Nastran: Посібник. – К.: НТУУ „КПІ”, 2005. – 210 с. (ел. версія)
15. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле – М.: Физматлит, 1959 – 439с.
16. Василенко Н.В. Теория колебаний. – Киев: Вища школа, 1992. – 423с.
17. Василенко М.В., Алексейчук О.М. Теорія коливань і стійкості руху: Підручник. – Київ: Вища шк., 2004. – 525с.