МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

ОБЧИСЛЮВАЛЬНА ТЕХНІКА ТА ПРОГРАМУВАННЯ

ДОМАШНЯ КОНТРОЛЬНА РОБОТА

ЧАСТИНА 1

*Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
як навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра
за спеціальністю 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка»*

Київ
КПІ ім. Ігоря Сікорського
2020

Обчислювальна техніка та програмування: Домашня контрольна робота (Частина 1) [Електронний ресурс]: навч. посіб. для студ. спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» / КПІ ім. Ігоря Сікорського; уклад.: Д.В.Настенко, Г.О.Труніна, А.Б.Нестерко – Електронні текстові данні (1 файл: 1,514 Мбайт). – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. – 17с.

Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського (протокол № 3 від 05.11.2020р.) за поданням Вченої ради Факультету електроенерготехніки та автоматики (протокол № 2 від 28.09.2020 р.)

Електронне мережне навчальне видання

ОБЧИСЛЮВАЛЬНА ТЕХНІКА ТА ПРОГРАМУВАННЯ

ДОМАШНЯ КОНТРОЛЬНА РОБОТА ЧАСТИНА 1

Укладачі: *Настенко Дмитро Васильович*, ст.викл.,
Труніна Ганна Олексіївна, канд. техн. наук, ст.викл.,
Нестерко Артем Борисович, канд. техн. наук, ст.викл.

Відповідальний редактор *Яндульський О.С.,* д.т.н., проф.

Рецензент: *Кацадзе Т.Л., к.т.н., доц.*
КПІ ім.Ігоря Сікорського, ФЕА, кафедра електричних мереж

В посібнику наведено теоретичні відомості та приклади практичного використання різноманітних квадратурних формул для обчислення визначених інтегралів. В навчальному посібнику викладено матеріал, пов'язаний з виконанням різноманітних інженерних розрахунків при яких необхідно використовувати різні методи обчислювальної математики, а саме методу трапецій та методу Сімпсона. Посібник містить варіанти індивідуальних завдань для студентів. Метою роботи є опанування методів модульної побудови алгоритмів та їх реалізації за допомогою елементів алгоритмічної мови C#: циклів, розгалужень, масивів.

Зміст

Тема

Використання алгоритмічної мови C# для математичного моделювання складних арифметичних завдань та методів.

Мета

В спеціальних дисциплінах студенти виконують різноманітні інженерні розрахунки, зустрічаються з необхідністю використання різних методів обчислювальної математики. Дана робота пов'язана з практичним використанням різноманітних квадратурних формул для обчислення визначених інтегралів.

Метою роботи є опанування методів модульної побудови алгоритмів та їх реалізації за допомогою елементів алгоритмічної мови C# (циклів, розгалужень, масивів).

Завдання

Знайти площу фігури з заданою точністю, яка обмежена графіками функцій:

1. Розрахувати точки перетину заданих функцій.
2. Зобразити на координатній площині фігуру, площу якої потрібно обчислити.
3. Скласти блок-схему алгоритму для знаходження площі заданої фігури для кожного методу обчислення визначеного інтегралу, що вказані у варіанті завдання, та скласти її опис.
4. Написати програму на мові C# для обчислення площі заданої фігури методами відповідно до варіанту завдання.
5. Зробити висновки щодо переваг та недоліків використаних методів обчислення визначених інтегралів з обґрунтуванням.

Стислі теоретичні відомості

Для обчислення визначених інтегралів є точні й наближені методи. На практиці найчастіше доводиться використовувати наближені методи тому, що знайти аналітичні вирази для обчислення визначених інтегралів не завжди можливо. Задача наближеного обчислення визначених інтегралів базується на знаходженні ряду значень підінтегральної функції. При цьому будуються відповідні формули для знаходження значень визначених інтегралів, які звуться квадратурними й мають вигляд:

$$\int_a^b f(x)dx = \sum_i^n A_i f(x_i)$$

Ці формули будуються різноманітними методами. Наприклад, для знаходження невідомих A_i та x_i використовуються додаткові умови:

1. коефіцієнти A_i при вибраному розташуванні вузлів x_i не залежать від виду підінтегральної функції $f(x)$;
2. для многочлену $P_n(x)$ степені n отримана квадратична формула є точною, оскільки у цьому випадку $f(x) \equiv P_n(x)$, тобто вона точна для усіх многочленів виду:

$$f(x) = x^k, (k = 0,1,2,..,n)$$

Підставляючи многочлени у квадратурну формулу, та обчислюючи значення інтегралів лівої частини квадратурної формули, будемо мати систему алгебраїчних рівнянь для визначення невідомих коефіцієнтів A_i.

Звичайним методом побудови квадратурних формул є спосіб, коли підінтегральну функцію $f(x)$ на відрізку інтегрування $[a, b]$ замінюють інтерполюючою функцією $\varphi(x)$ простого типу, а потім наближено вважають:

$$\int_a^b f(x)dx \cong \int_a^b \varphi(x)dx$$

Квадратурна формула може бути побудована з використанням геометричних уявлень. Покажемо це на прикладі квадратурної формули метода трапецій.

Нехай потрібно обчислити інтеграл:

$$\int_a^b f(x)dx$$

При умові, що a, b - скінчені й підінтегральна функція $f(x)$ є неперервною функцією від x на всьому інтервалі $[a, b]$. З геометричних уявлень визначений інтеграл - це площа фігури, яка окреслена кривою $y = f(x)$. віссю X й прямими x=a та x=b (рис. 1). Обчислити цю площу можна так: розіб'ємо інтервал інтегрування $[a,b]$ на n стрічок з малим кроком $h = \frac{b-a}{n}$, на кожному інтервалі довжиною h замінюємо функцію $f(x)$ відрізком прямої (рис.2) й визначаємо площу елементарної стрічки як площу трапеції S_i. При цьому похибка кожної обчисленої елементарної площі визначається заштрихованою не врахованою площею (рис. 2)

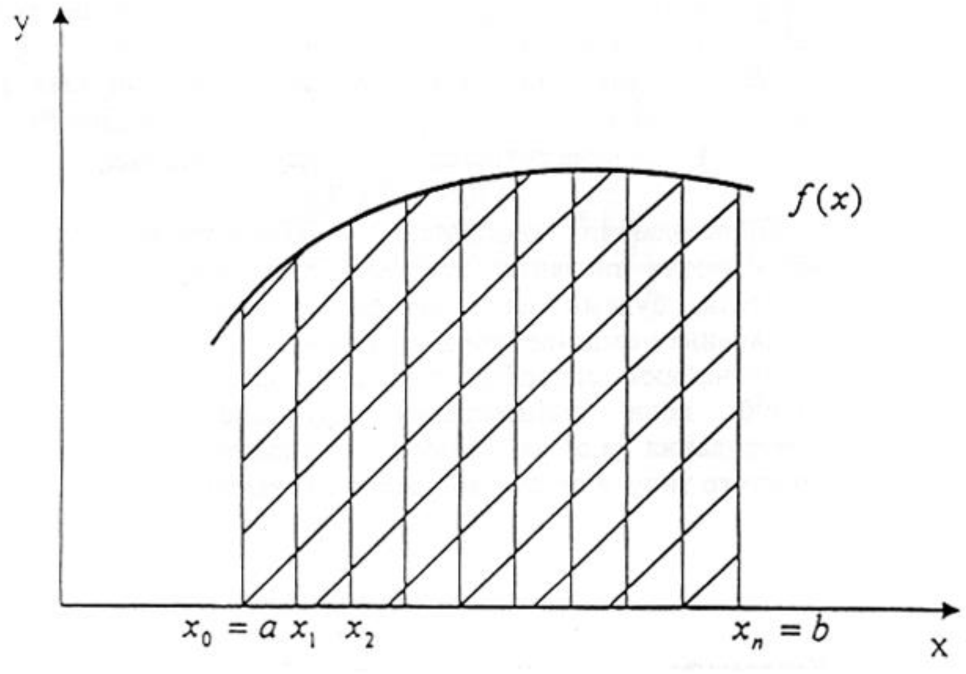

Рисунок 1 - Визначення елементарних стрічок площі підінтегральної функції

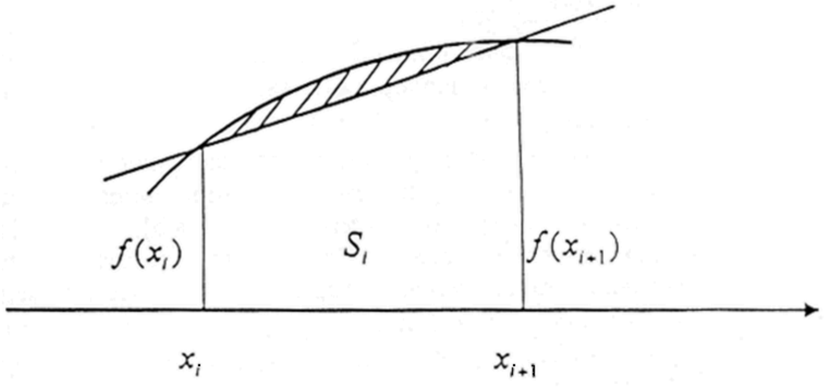

Рисунок 2 - Обчислення площі елементарної стрічки

Наближене значення інтеграла є сума усіх елементарних площ S_i, тобто:

$$I = \sum_{i=0}^{n-1} S_i = \frac{h}{2}\sum_{i=0}^{n-1}(f(x_i) + f(x_{i+1}))$$

Після нескладних перетворень маємо квадратурну формулу методу трапецій у вигляді:

$$I \cong h\left[\frac{f(a) + f(b)}{2} + \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i)\right], \text{де } h = \frac{b-a}{2}$$

Похибка цієї формули може бути визначена як $E_t \approx kh^2$. тобто величина похибки пропорційна квадрату кроку інтегрування.

Похибку обчислення інтегралу можна зменшити за рахунок ускладнення алгоритму метода. Наприклад, замінюючи підінтегральну функцію для двох сусідніх стрічок відрізком параболи, можливо побудувати більш точну квадратурну формулу, формулу Сімпсона, яка має вигляд:

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3}\left[f(a) + f(b) + 4\sum_{i=1}^{n/2} f(x_{2i-1}) + 2\sum_{i=1}^{\frac{n}{2}-1} f(x_{2i})\right]$$

де n - обов'язково парна кількість стрічок.

Похибка формули Сімпсона визначається виразом $E_t \approx kh^4$,тобто пропорційна вже четвертій степені кроку інтегрування.

Із наведених формул зрозуміло, то точність обчислення значень інтегралів буде тим вища, чим меншим буде крок розбивання інтервалу інтегрування $[a,\ b]$. Ця обставина використовується для забезпечення потрібної точності реалізації квадратурних формул, при цьому задаються абсолютною похибкою *ε*, обчислення інтегралу.

Використовуючи свободу вибору кроку інтегрування $h = \frac{b-a}{n}$, будують наступну процедуру забезпечення точності:

1. Визначають початкову кількість кроків *n*.
2. За допомогою визначеної квадратурної формули обчислюють значення інтеграла I_n.
3. Подвоюють кількість кроків $\bar{n} = 2n$.
4. Розраховують нове значення інтеграла для *n* кроків.
5. Перевіряють умову:

$$|I_n - I_{\bar{n}}| \leq \varepsilon$$

Якщо ця умова не виконується, то знову виконують п.3,4,5.

Варіанти завдань

Точність, з якою потрібно знайти площу заданої фігури задається з клавіатури.

Для усіх варіантів потрібно використати методи Трапецій та Сімпсона, необхідно порівняти результати

Варіант 1

$$y = x^2 + 2x + 1$$
$$y = -x^2 + 2x$$
$$y = 0$$
$$x \in [1; 2]$$

Варіант 2

$$y = x^2 - 2x + 1$$
$$y = -x^2 + 2x$$
$$y = 1$$
$$x \in [1; 2]$$

Варіант 3

$$y = x^2 - 2x + 1$$
$$y = -x^2 + 2x$$
$$x \in [1 - \frac{1}{\sqrt{2}}; 1 + \frac{1}{\sqrt{2}}]$$

Варіант 4

$$y = sin\, x$$
$$-\frac{2}{\pi}x + 2$$
$$x \in [\frac{\pi}{2}; \pi]$$

Варіант 5

$$\mathrm{y} = -\mathrm{x} + 1$$
$$\mathrm{y} = (\mathrm{x} - 1)^2$$
$$\mathrm{x} \in [0; 1]$$

Варіант 6

$$\mathrm{y} = -\frac{\mathrm{x}}{2} + 1$$
$$\mathrm{y} = (\mathrm{x} - 1)^2$$
$$\mathrm{x} \in [1.5; 2]$$

Варіант 7

$$\mathrm{y} = \sqrt{\mathrm{x}}$$
$$\mathrm{y} = \mathrm{x}^2$$
$$\mathrm{x} \in [1; 2]$$

Варіант 8

$$\mathrm{y} = \frac{2}{\pi}\mathrm{x}$$
$$\mathrm{y} = \sin \mathrm{x}$$
$$\mathrm{x} \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$$

Варіант 9

$$y = \sqrt{x}$$
$$y = x$$
$$x \in [0; 1]$$

Варіант 10

$$y = \sin x$$
$$y = \cos x$$
$$x \in \left[0; \frac{\pi}{4}\right]$$

Варіант 11

$$y = x - 1$$
$$y = (x - 1)^2$$
$$x \in [1; 2]$$

Варіант 12

$$y = cos\, x$$
$$y = sin\, x$$
$$x \in \left[\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right]$$

Варіант 13

$$y = x$$
$$y = x^2$$
$$x \in [1; 2]$$

Варіант 14

$$y = \frac{1}{2}x$$
$$y = (x - 1)^2$$
$$x \in [0; 0{,}5]$$

Варіант 15

$$y = x$$
$$y = \sqrt{x}$$
$$x \in [1; 2]$$

Варіант 16

$$y = x^2 - 2x + 1$$
$$y = -x^2 + 2x$$
$$x \in [0; 1 - \frac{1}{\sqrt{2}}]$$

Варіант 17

$$y = x^2 - 2x + 1$$
$$y = -x^2 + 2x$$
$$x \in \left[1 + \frac{1}{\sqrt{2}}; 2\right]$$

Варіант 18

$$y = sin\, x$$
$$y = cos\, x$$
$$y = 0$$
$$x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$$

Варіант 19

$$y = x^2$$
$$y = \sqrt{x}$$
$$x \in [0; 1]$$

Варіант 20

$$y = x^2 - 2x + 1$$
$$y = -x^2 + 2x$$
$$y = 0$$
$$x \in [0; 1]$$

Варіант 21

$$y = \frac{1}{2}x$$
$$y = (x - 1)^2$$
$$x \in [0{,}5; 2]$$

Варіант 22

$$y = x$$
$$y = x^2$$
$$x \in [0; 1]$$

Варіант 23

$$y = x^2 - 2x + 1$$
$$y = -x^2 + 2x$$
$$y = 1$$
$$x \in [0; 1]$$

Варіант 24

$$y = -\frac{x}{2} + 1$$
$$y = (x - 1)^2$$
$$x \in [0; 1{,}5]$$

Вимоги до оформлення роботи

Робота оформлюється в друкованому вигляді на папері стандартного формату А4, на одній стороні аркуша з дотриманням полів:

- зліва – 2,5 см
- зверху – 2 см
- знизу – 2 см
- справа – 1,5 см

Шрифт Times New Roman, розмір 14, міжрядковий інтервал 1,5. Всі сторінки мають бути пронумеровані починаючи зі змісту. Абзацний відступ 1,25 см. Текст в абзацах вирівнюється по ширині сторінки.

Заголовки структурних розділів оформлюються великими прописними літерами, вирівнюються по центру сторінки. Кожен структурний розділ повинен починатись з нової сторінки.

Заголовки глав виділяються міжрядковим інтервалом. Може використовуватись курсив або напівжирне форматування, розмір шрифту такий самий, як і загальний текст.

Скорочення слів не допускається, крім загальноприйнятих, при першому вживанні вони супроводжуються розшифровуванням.

Структура роботи:

- Титульна сторінка

  Приклад оформлення титульної сторінки наведено в додатку 1.
- Зміст
- Завдання
- Теоретичний опис використаних методів обчислення визначених інтегралів
- Математичні розрахунки

- Блок-схема алгоритму розв’язку задачі та їх опис.

  Кожний блок повинен бути пронумерований. Усі блоки повинні бути стандартного розміру. Для зв’язку між блоками використовувати стрілочки.
- Текст програми.

  Міжрядковий інтервал для тексту програму одинарний, розмір шрифту 12, вирівнювання тексту з лівого краю.
- Результати роботи програми
- Висновки
- Список використаної літератури

Критерії оцінювання роботи

В переліку критеріїв оцінювання роботи наводиться частка (у відсотках) від максимального балу, який можна отримати за дану роботу. Максимальний бал залежить від конкретної рейтингової системи з навчальної дисципліни, в якій використовується дана робота.

Критерій	**Частка (%)**
Оформлення роботи	15
Теоретичні знання використаних математичних методів	15
Теоретичні знання з програмування	10
Правильність теоретичних розрахунків	15
Знання написаної програми	15
Правильність роботи програми	30

Порядок захисту роботи

- Перевіряється правильність роботи програми. За наявності значних помилок робота не приймається і повертається на доопрацювання.
- Перевіряється оформлення роботи. У випадку, коли оформлення роботи має значну кількість недоліків, то така робота не приймається і повертається студенту на доопрацювання.
- Перевіряється відповідність теоретичних обрахунків та практичних результатів.
- Перевіряються теоретичні знання студента.

ЛІТЕРАТУРА

1. Д.В. Настенко, А. Б. Нестерко. Об’єктно-орієнтоване програмування. Частина 1. Основи об’єктно-орієнтованого програмування на мові C#.: Навчальний посібник /– К.: НТУУ «КПІ», 2016. - 76с.
2. Обчислювальна техніка та програмування: Конспект лекцій (Частина 1) [Електронний ресурс] : навч. посіб. для студ. спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: Г.О.Труніна, Д.В.Настенко, А.Б.Нестерко. – Електронні текстові данні (1 файл: 1,52 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. – 117 с.
3. Обчислювальна техніка та програмування: Лабораторні роботи (Частина 1) [Електронний ресурс]: навч. посіб. для студ. спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» / КПІ ім. Ігоря Сікорського; уклад.: А.Б.Нестерко, Д.В.Настенко, Г.О.Труніна – Електронні текстові данні (1 файл: 244 Кбайт). – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. – 83с.
4. Бахвалов Н.С. Численые методы. – М.: Наука, 1975 – 631 с.
5. Калиткин Н.А. Численые методы. – М.: Наука, 1978 – 512 с.
6. Демидович Б. П. Марон И.А. Основы вычислительно математики. – М.: Наука, 1966 – 664 с.
7. Волков Е.А. Численые методы. – М.: Наука, 1982 – 254 с.

Додаток 1

Приклад титульного аркушу роботи

Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет України
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»
Факультет електроенерготехніки та автоматики
Кафедра автоматизації енергосистем

Домашня контрольна робота

з дисципліни

«ОБЧИСЛЮВАЛЬНА ТЕХНІКА ТА ПРОГРАМУВАННЯ»

Перевірив:
Нестерко А.Б.

Виконав:
Студент гр. ЕК-71
Іваненко І.І.

Київ – 2020