

ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВИМУШЕНОЇ КАВІТАЦІЇ ДЛЯ ДИСКОВОГО КАВІТАТОРА

С. О. Коваль^{1, а}, Н. Ф. Димитрієва²

¹ Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»,
НН Фізико-технічний інститут

² Інститут гідромеханіки Національної академії наук України

Анотація

У роботі розглядається формування вентильованої каверни за дисковим кавітатором. Математичне моделювання базується на методі Volume of Fluid (VOF). Визначальна система рівнянь для суміші вода-повітря складається з рівняння Нав'є-Стокса, неперервності, збереження енергії та дифузії. В рамках відкритого пакету OpenFOAM виконано чисельне моделювання двофазної течії двох стисливих середовищ без фазового переходу. Досліджено вплив фізичних параметрів на формування повітряної порожнини, розмір та стійкість.

Ключові слова: Вимушена кавітація, Чисельне моделювання, Volume of Fluid, Двофазне середовище, Порожнина

Вступ

В реальній рідині завжди присутні домішки газу, які рухаються з потоком. В зонах зниженого тиску $p < p_{кр}$, коли створюються умови фазового переходу, вони втрачають стійкість [1]. Формуються кавітаційні бульбашки, які збільшуються і схлопуються, вивільняючи велику кількість енергії [2]. Схлопування таких бульбашок супроводжується шумом і гідравлічними ударами, що призводить до ерозій та uszkodжень гідротехнічних пристроїв.

В якості способу керування потоком було запропоновано концепцію суперкавітації, утворення надпорожнини навколо обтічного об'єкту [3], [4]. Створюється газовий шар між твердою поверхнею і рідиною. Оскільки густина і в'язкість в такому газовому шарі істотно менше, то можна досягти значного зменшення локального опору.

Природню кавітацію важко контролювати. Тому, для створення і підтримки стабільної порожнини часто примусово вдувається повітря. При цьому за рахунок підвищеного тиску в каверні реалізуються режими течії, відповідні невеликим числам кавітації. В роботі [5] методами чисельного і фізичного моделювання вивчаються вентиляційні каверни за обтічним тілом із відносно низькою швидкістю течії. Показано, що суперкаверна утворюється на малих швидкостях течії рідини при деякому пороговому значенні витрати газу, менше якого вона має нестійку форму і являє собою бульбашкову структуру.

В науковій літературі накопичено великий досвід з вивчення суперкавітації [3]. Однак, однією з головних проблем, які потребують вирішення, залишається проблема стійкості протяжних вентильованих каверн і їх двофазного замикання.

Метою даної роботи є чисельні дослідження процесу формування і розвитку повітряної порожнини, що утворюється в рідині за дисковим кавітатором. Інтерес представляє аналіз геометричних і фізичних параметрів, що впливають на розмір, параметр кавітації та стабільність повітряної каверни.

1. Математичне моделювання

Досліджується нестационарна тривимірна задача вдуву газу (повітря) в потік рідини (води). Природньою кавітацією нехтується у зв'язку з відсутністю умов фазового переходу в даній постановці. Але на відміну від попередніх чисельних досліджень [5] і [6] в даній роботі враховується стисливість середовища та сили тяжіння.

Для вирішення поставленої задачі використовується наступна система рівнянь для суміші двох стисливих неізотермічних середовищ, яка складається з рівняння Нав'є-Стокса, нерозривності, переносу фазової частки, збереження енергії:

$$\begin{cases} \frac{\partial(\rho_{\text{eff}}\vec{U})}{\partial t} + \vec{U}\vec{\nabla}(\rho_{\text{eff}}\vec{U}) = -\vec{\nabla}p_{\text{total}} - \vec{g}\vec{h}(\vec{\nabla}\rho_{\text{eff}}) + \\ + \vec{\nabla}(\tau_{ij}) + \sigma\kappa(\vec{\nabla}\alpha), \\ \frac{\partial\rho_{\text{eff}}}{\partial t} + \vec{\nabla}(\rho_{\text{eff}}\vec{U}) = 0, \\ \frac{\partial\alpha}{\partial t} + \vec{\nabla}(\alpha\vec{U}) = 0, \\ \frac{\partial(\rho_{\text{eff}}e_{\text{total}})}{\partial t} + \vec{\nabla}(\rho_{\text{eff}}e_{\text{total}}\vec{U}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla}k_{\text{eff}}T), \end{cases} \quad (1)$$

де $\vec{U}$ – швидкість, p_{total} – повний тиск, який використовує пакет OpenFOAM для стисливих середовищ замість динамічного тиску p [7]:

$$p = \underbrace{p - \rho_{\text{eff}}(\vec{g}\vec{h})}_{p_{\text{total}}} + \rho_{\text{eff}}(\vec{g}\vec{h}) = p_{\text{total}} + \rho_{\text{eff}}(\vec{g}\vec{h}), \quad (2)$$

^аkoval.sergiy-ipt@lil.kpi.ua

τ_{ij} – тензор в'язких напруг:

$$\tau_{ij} = \mu_{\text{eff}} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \mu_{\text{eff}} \frac{2}{3} \frac{\partial U_k}{\partial x_k} \delta_{ij}, \quad (3)$$

$\alpha(\vec{x}; t)$ – індикаторна функція методу VOF [8] значення якої описує об'ємну частку води в комірниці [9]:

$$\alpha = \frac{V_w}{V_w + V_a}, \quad (4)$$

$\sigma = 0.07 \frac{\text{Н}}{\text{м}} \frac{\text{М}}{\text{с}^2}$ – коефіцієнт поверхневого натягу, $\vec{g} = (0; -9.81 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}; 0)$ – вектор прискорення вільного падіння, κ – кривизна поверхні розділу фаз [10]:

$$\kappa = \vec{\nabla} \vec{n}_\alpha = \vec{\nabla} \left(\frac{\vec{\nabla} \alpha}{|\vec{\nabla} \alpha|} \right), \quad (5)$$

e_{total} – повна питома енергія [11]:

$$e_{\text{total}} = c_{v\text{eff}} T + \frac{|\vec{U}|^2}{2}. \quad (6)$$

Ефективні фізичні параметри двофазної суміші визначаються за правилом зваженого середнього [12]:

$$\begin{cases} k_{\text{eff}} = \alpha k_w + (1 - \alpha) k_a, \\ \mu_{\text{eff}} = \alpha \mu_w + (1 - \alpha) \mu_a, \\ \rho_{\text{eff}} = \alpha \rho_w + (1 - \alpha) \rho_a, \\ c_{v\text{eff}} = \frac{1}{\rho_{\text{eff}}} (\alpha \rho_w c_{vw} + (1 - \alpha) \rho_a c_{va}), \end{cases} \quad (7)$$

де ρ_{eff} – густина, k_{eff} – коефіцієнт теплопровідності, μ_{eff} – коефіцієнт динамічної в'язкості, $c_{v\text{eff}}$ – питома теплоємність.

В якості рівняння стану було обрано рівняння ідеального газу для повітря

$$\rho_a = \frac{p M_a}{R T} \quad (8)$$

та гіпотезу Бусінеска для води

$$\rho_w = \rho_{w0} [1 - \beta (T - T_0)], \quad (9)$$

де $R = 8.3144 \frac{\text{Дж}}{\text{К} \cdot \text{моль}}$ – універсальна газова стала, M_a – молярна маса повітря, $\beta = 210 \cdot 10^{-6} \text{ К}^{-1}$ – коефіцієнт об'ємного розширення води, $\rho_{w0} = 997 \frac{\text{кг}}{\text{см}^3}$ – густина води при температурі $T_0 = 288 \text{ К}$.

До системи рівнянь (1) додається модель турбулентності Смагоринського, що використовує метод великих вихорів. Основа цього метода полягає в тому, що до тензора (3) додається підсітковий тензор в'язких напруг τ_{sgs} [13]:

$$\tau_{sgs} = \rho_{\text{eff}} \frac{2}{3} k_{sgs} \delta_{ij} - 2 \rho_{\text{eff}} \nu_{sgs} D_{ij}^{dev}. \quad (10)$$

де

$$D_{ij}^{dev} = D_{ij} - \frac{D_{ii}}{3} \delta_{ij}, \quad (11)$$

$$D_{ij} = \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right), \quad (12)$$

ν_{sgs} – коефіцієнт турбулентної в'язкості:

$$\nu_{sgs} = C_k \Delta \sqrt{k_{sgs}}, \quad (13)$$

k_{sgs} – кінетична енергія турбулентності [14]:

$$k_{sgs} = \left(\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right)^2, \quad (14)$$

$$\begin{cases} a = \frac{C_\epsilon}{\Delta} \\ b = \frac{2}{3} \frac{D_{ij}}{\Delta} \\ c = 2 C_k \Delta (D_{ij}^{dev} D_{ij}) \end{cases} \quad (15)$$

$C_\epsilon = 1.048$, $C_k = 0.094$ – модельні константи [14]. Характерний розмір комірки Δ , визначається роздільною здатністю розрахункової сітки:

$$\Delta = \sqrt[3]{V_{\text{cell}}}, \quad (16)$$

де V_{cell} – об'єм комірки.

Геометрія кавітатора будувалася у відкритому графічному пакеті SALOME. Наступним кроком було вирізано обтічне тіло з розрахункової області та побудовано сітку методом поетапного згущення за допомогою утиліти snappyHexMesh [14]. На рис. 1 зображено розрахункову сітку на поверхні кавітатора.

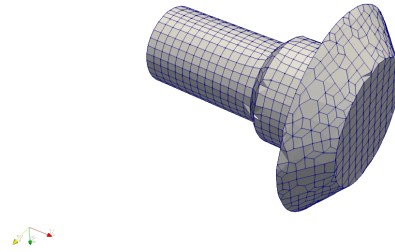


Рис. 1. Сітка на поверхні кавітатора

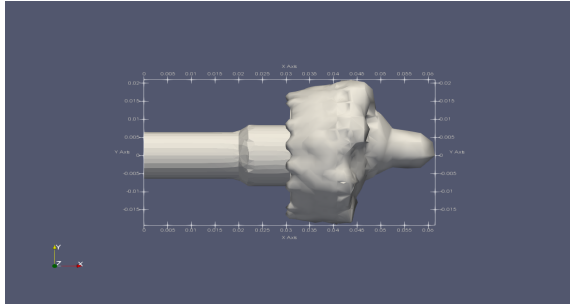
Перевагою утиліти snappyHexMesh є те, що сітка будується переважно з гексадральних елементів ($n_{\text{hex}} \approx 97\%$). Це позитивно впливає на збіжність розв'язку. Інші 3% мають призматичну або багатогранну форму. Загальна кількість комірок складає $N_{\text{cells}} = 154452$. Мінімальний об'єм комірок біля поверхні кавітатора – $V_{\text{cellmin}} \approx 1 \text{ мм}^3$.

2. Результати та обговорення

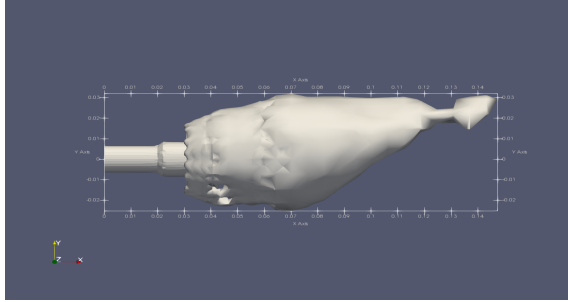
Проведено розрахунки формування повітряної порожнини за дисковим кавітатором з використаннями вище представлені математичної моделі, яку реалізовано в чисельній моделі compressibleInterFoam відкритого пакету OpenFOAM.

З початком руху повітряний струмінь розтікається по задній стінці, заповнюючи весь простір за обтічним тілом (рис. 2(a)). Це можна пояснити умовами прилипання. Повітряна порожнина досягає діаметра кавітатора і витягується вздовж напрямку основної течії (рис. 2(б)). В полі сили тяжіння втрачається стійкість, що призводить до спливання порожнини (рис. 2(в)) і формування двофазного сліду, який представляє собою пару поздовжніх вихорів (рис. 2(г)). Форма каверни і характер її формування узгоджуються з даними [5], [6].

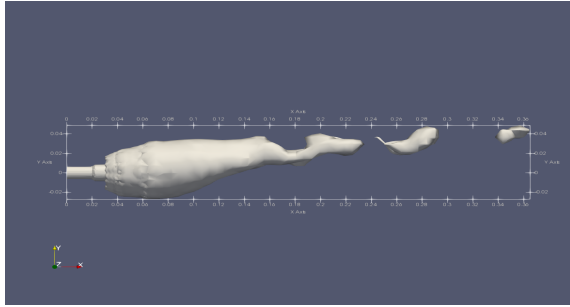
Проведено аналіз впливу динамічних параметрів на розмір каверни та число кавітації. Вхідні параметри для випадку фіксованої швидкості зовнішнього



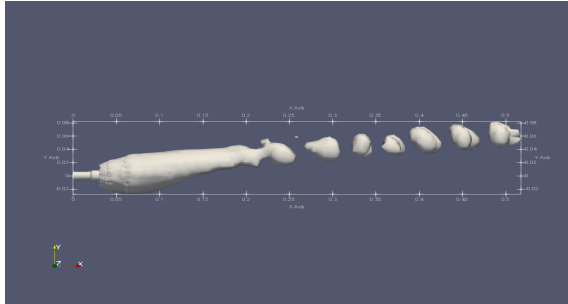
(а) $t = 0.02$ с



(б) $t = 0.14$ с



(в) $t = 0.32$ с



(г) $t = 0.63$ с

Рис. 2. Еволюція міжфазної поверхні за швидкості основного потоку $U_{0w} = 2 \frac{м}{с}$

потoku води U_{0w} при зміні швидкості вдуву повітря U_{0a} надано в табл. 1 і, навпаки, для фіксованої U_{0a} при зміні U_{0w} – в табл. 2. Об'ємна витрата повітря Q_a розраховується за формулою [15]:

$$Q_a = \frac{\pi d^2}{4} U_{0a} \quad (17)$$

де d – діаметр отвору, з якого видувається повітря.

Для всіх вхідних параметрів чисельних експериментів було розраховано число кавітації [16]:

$$K = \frac{p - p_{\text{насих}}}{\frac{1}{2} \rho_w U_{0w}^2}, \quad (18)$$

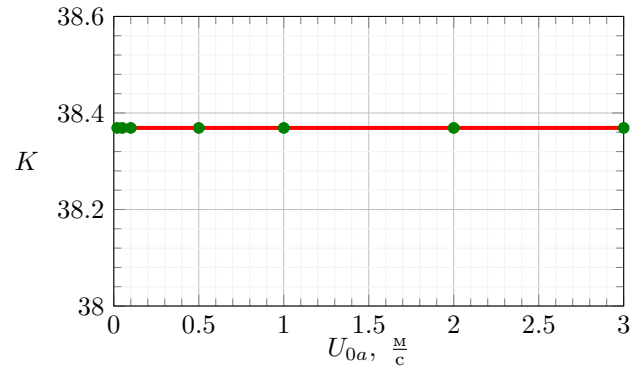
Табл. 1. Вхідні параметри при фіксованій U_{0w}

$U_{0w}, \frac{м}{с}$	$U_{0a}, \frac{м}{с}$	$Q_a, \frac{м^3}{с}$
1.6	0.02	$6.28 \cdot 10^{-6}$
1.6	0.05	$1.57 \cdot 10^{-5}$
1.6	0.10	$3.14 \cdot 10^{-5}$
1.6	0.50	$1.57 \cdot 10^{-4}$
1.6	1.00	$3.14 \cdot 10^{-4}$
1.6	2.00	$6.28 \cdot 10^{-4}$
1.6	3.00	$9.42 \cdot 10^{-4}$

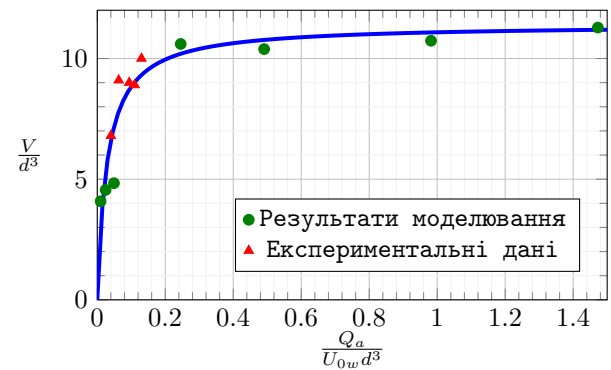
Табл. 2. Вхідні параметри при фіксованій U_{0a}

$U_{0w}, \frac{м}{с}$	$U_{0a}, \frac{м}{с}$	$Q_a, \frac{м^3}{с}$
1.6	3.0	$9.42 \cdot 10^{-4}$
2.2	3.0	$9.42 \cdot 10^{-4}$
3.0	3.0	$9.42 \cdot 10^{-4}$
4.0	3.0	$9.42 \cdot 10^{-4}$

де $p_{\text{насих}}$ – тиск насиченої пари рідини. Аналіз результатів розрахунків підтвердили, що число кавітації не залежить від параметрів вдуву повітря (рис. 3(а)), а збільшення швидкості потоку води призводить до виникнення умов природньої кавітації (рис. 3(б)).



(а) Число кавітації



(б) Об'єм каверни

Рис. 3. Параметри каверни при збільшенні U_{0a}

Проведено оцінки об'ємів повітряної порожнини. З рис. 4(а) видно, що розмір каверни при збільшенні швидкості вдуву повітря U_{0a} , а відповідно і його

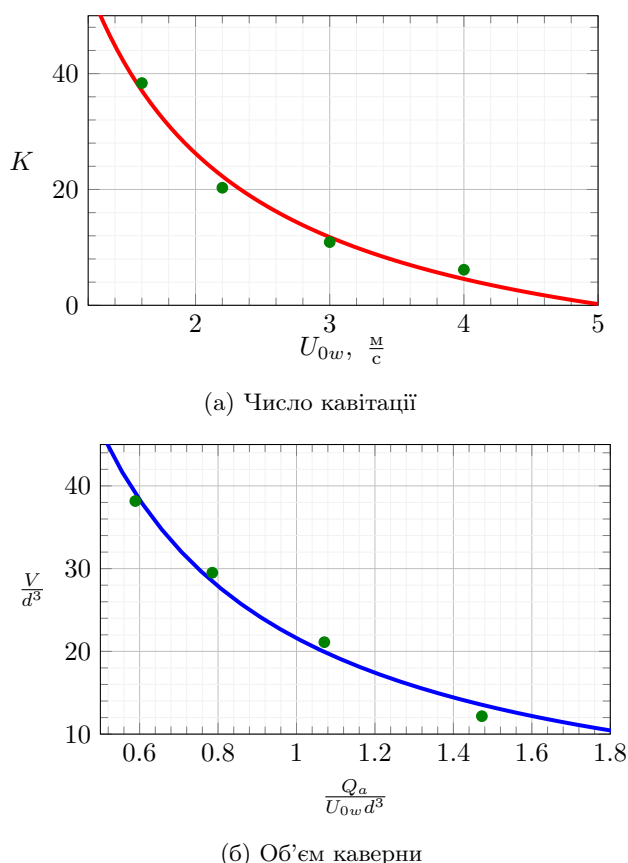


Рис. 4. Параметри каверни при збільшенні U_{0w}

витрати Q_a , досягає порогового значення, яке визначається швидкістю основного потоку U_{0w} (рис 4(б)).

Результати розрахунків співвідносяться з експериментальними даними [17], що можна бачити на рис. 4(б), і апроксимуються функцією наступного виду:

$$y = \frac{P_1 x}{P_2 + x}, \quad (19)$$

де $y = \frac{V}{d^3}$, $x = \frac{Q_a}{U_{0w} d^3}$, $P_1 = 11.41$, $P_2 = 0.03$.

Висновки

Результати чисельного моделювання показали, що форма вентиляційної каверни складається зі стабільної частини та пари поздовжніх вихорів, що співпадає з експериментальними даними. Збільшення витрат газу та швидкості основного потоку рідини сприяє стабілізації та росту розміру порожнини.

Перелік використаних джерел

- Direct and indirect thermal applications of hydrodynamic and acoustic cavitation / Gevari Moein Talebian, Abbasasl Taher, Niaz Soroush, and Kosar Morteza Ghorbaniand Ali // *Applied Thermal Engineering*. — 2020. — Vol. 60, no. 1.
- Hydrodynamic cavitation: an emerging technology for the intensification of various chemical and physical processes in a chemical process industry / Carpenter Jitendra, Badve Mandar, Rajoriya Sunil, Suja George Virendra Kumar Saharan, and Pan-
- dit Aniruddha B. // *Reviews in Chemical Engineering*. — 2016. — Vol. 37, no. 1. — P. 1–37.
- Nesteruk Igor. *Supercavitation: Advances and Perspectives A collection dedicated to the 70th jubilee of Yu.N. Savchenko* / ed. by Nesteruk Igor. — 1 ed. — Vul. Zheliabova 8/4,03680 Kyiv : Springer, 2012. — 240 p.
- An experimental investigation of artificial supercavitation generated by air injection behind disk-shaped cavitators / Ahn Byoung-Kwon, So-WonJeonga, Ji-HyeKim, Jiarong SiyaoShao, Roger Hong, and E.A.Arndtb // *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering*. — 2017. — Vol. 9, no. 2. — P. 227–237.
- Воропаєв Г.О., Коробов В.І., Дмитрієва Н.Ф. Моделювання вентиляційної каверни за об'ємним тілом // *Журнал обчислювальної та прикладної математики*. — 2021. — Т. 8, № 1. — С. 73–78.
- Фаль В. О., Дмитрієва Н. Ф. Чисельне моделювання кавітації за конусоподібним тілом // Всеукраїнська науково-практична конференція студентів, аспірантів та молодих вчених. — 2020. — № 1. — С. 114–117.
- Haider Jibrán. Numerical Modelling of Evaporation and Condensation Phenomena // DLR. — 2013. — Vol. 81, no. 1. — P. 1–18.
- Katopodes Nikolaos D. *Free-Surface Flow*. — 2 ed. — Computational Methods, 2018. — 802 p.
- Savio Andrea, Cianferra Marta, Armenio Vincenzo. Analysis of Performance of Cavitation Models with Analytically Calculated Coefficients // *Energies*. — 2021. — Vol. 22, no. 1. — P. 1–22.
- Scheuflera Henning, Roenbyb Johan. TwoPhase-Flow: An OpenFOAM based framework for development of two phase flow solvers // DLR. — 2021. — Vol. 37, no. 1. — P. 1–23.
- Лойцянский Л. Г. *Механика жидкости и газа* / под ред. Волчок К. М. — 4 изд. — Ленинград : Государственное издание техник-теоритической литературы, 1950. — 679 с.
- Sunden Bengt, Fu Juan. *Heat Transfer in Aerospace Applications*. — 2 ed. — Academic Press, 2017. — 255 p.
- Волков К. Н., Емельянов В. Н. Моделирование крупных вихрей в расчетах турбулентных течений / под ред. Ярунин В. С. — 1 изд. — Москва. Профсоюзная 90 : ФИЗМАТЛИТ, 2008. — 368 с.
- OpenFOAM User Guide. — 2021. — Access mode: <https://cfd.direct/openfoam/user-guide/>.
- Fluid Volumetric Flow Rate Equation. — 2022. — Access mode: https://www.engineersedge.com/fluid_flow/volumeetric_flow_rate.htm.
- Логвинович Г. В. *Гидродинамика течений со свободными границами* / под ред. Сытник Н.К. — 1 изд. — Киев : Наукова думка, 1969. — 216 с.
- Воропаєв Г. О., ін. та. *Гідродинаміка та тепломасообмін багатофазних пристінних течій* // *УДК* 532.526.517. — 2018. — Т. 64, № 2. — С. 38–51.