

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»**

**ІН Інститут прикладного системного аналізу
Кафедра математичних методів системного аналізу**

До захисту допущено:

Завідувач кафедри

_____ Оксана ТИМОЩУК

«___» _____ 2023 р.

Дипломна робота

на здобуття ступеня бакалавра

за освітньо-професійною програмою «Системний аналіз і управління»

спеціальності 124 «Системний аналіз»

на тему: «Моделі і методи рівноваги Неша в економіці»

Виконала:

студентка IV курсу, групи КА-94

Яковина Вікторія Романівна _____

Керівник:

доцент, кандидат фіз.-мат. наук,

Барановська Леся Валеріївна _____

Консультант з економічного розділу:

доцент кафедри ТПЕ

к.е.н., доцент Надія Василівна Рощина _____

Консультант з нормоконтролю:

к.ф.-м.н. Статкевич Віталій Михайлович _____

Рецензент:

кандидат технічних наук, доцент

Харченко Костянтин Васильович _____

Засвідчую, що у цій дипломній роботі
немає запозичень з праць інших авторів
без відповідних посилань.

Студентка _____

Київ – 2023 року

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
НН Інститут прикладного системного аналізу
Кафедра математичних методів системного аналізу

Рівень вищої освіти – перший (бакалаврський)

Спеціальність – 124 «Системний аналіз»

Освітня програма «Системний аналіз і управління»

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

_____ Оксана ТИМОЩУК

«__» травня 2023 р.

ЗАВДАННЯ
на дипломну роботу студентці
Яковині Вікторії Романівні

1. Тема роботи «Моделі і методи рівноваги Неша в економіці», керівник Барановська Леся Валеріївна, кандидат фіз.-мат. наук, затверджені наказом по університету від «__» травня 2023 р. № _____
2. Термін подання студентом роботи 12.06.2023.
3. Вихідні дані до роботи: приклади знаходження рівноваги Неша в економічних та маркетингових задачах.
4. Зміст роботи 1. Дослідження предметної області. 2. Рівновага Неша в економіці. Приклади використання. 3. Огляд проблеми та шляхи її вирішення. 4. Функціонально-вартісний аналіз програмного продукту.
5. Перелік ілюстративного матеріалу: презентація.

6. Консультанти розділів роботи*

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв
Економічний	Рощина Н. В., доцент, к. е. н.		

7. Дата видачі завдання _____

Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання дипломної роботи	Термін виконання етапів роботи	Примітка
1	Огляд літератури за темою роботи	01.02.2023-28.02.2023	Виконано
2	Ознайомлення з ДСТУ 3008:2015	20.02.2023-28.02.2023	Виконано
3	Формулювання задачі дипломної роботи після теоретичного ознайомлення	01.03.2023-10.03.2023	Виконано
4	Проведення попередніх експериментів	11.03.2023-28.04.2023	Виконано
5	Підготовка розділів під час переддипломної практики	28.04.2023-12.05.2023	Виконано
6	Проведення остаточних експериментів, розробка програмного продукту	13.05.2023-20.05.2023	Виконано
7	Оформлення записок та розділів в дипломній роботі відповідно до норм контролю	21.05.2023-29.05.2023	Виконано
8	Попередній захист дипломної роботи	30.05.2023-09.06.2023	Виконано
9	Захист дипломної роботи	19.06.2023-23.06.2023	Виконано

Студентка

Вікторія ЯКОВИНА

Керівник

Леся БАРАНОВСЬКА

* Якщо визначені консультанти. Консультантом не може бути зазначено керівника дипломної роботи.

РЕФЕРАТ

Дипломна робота: 76 с., 10 рис., 19 табл., 2 додатки, 12 джерел.

МОДЕЛІ І МЕТОДИ РІВНОВАГИ НЕША В ЕКОНОМІЦІ.

Об'єкт дослідження – безкоаліційна гра трьох агентів, у кожного з яких є для вибору дві стратегії.

Предмет дослідження – пошук рівноваги Неша в безкоаліційній грі трьох гравців.

Мета роботи – дослідити взаємозв'язок рівноваги Неша та економіки, та вплив теорії ігор на економіку в цілому, представити способи вирішення питань та проблем з точки зору теорії ігор. Використовуючи основну концепцію теорії ігор, як рівновага Неша, розв'язати конкретну гру у сфері економіки.

Під час виконання дипломної роботи було досліджено вплив теорії ігор та рівноваги Неша на велику кількість процесів, зокрема економічних та маркетингових. Було проаналізовано цей вплив та приведені його варіації на конкретних задачах теорії ігор, розглянуто рішення конкретної задачі.

Ця робота демонструє важливу роль теорії ігор, а зокрема рівноваги Неша, у вирішенні різних проблем, які переважно мають маркетинговий та економічний характер.

Було розроблено програмний продукт мовою програмування Python, вирішення безкоаліційної гри трьох агентів, у кожного з яких є дві стратегії.

ABSTRACT

Thesis: 76 p., 10 fig., 19 tab., 2 appendices, 12 sources.

MODELS AND METHODS OF NASH EQUILIBRIUM IN ECONOMICS.

The object of research is a non-cooperative game of three agents, assuming each of them has two strategies to choose.

The subject of research is the search for Nash equilibrium in a non-cooperative game of three players.

The aim of the work is to investigate the relationship between Nash equilibrium and economics, as well as the impact of game theory on the economy as a whole, and to present methods of addressing questions and problems from the perspective of game theory. We found a solution to a specific problem in the field of economics, using the game theory tool known as Hash equilibrium.

During the completion of the thesis, the influence of game theory and Nash equilibrium on a wide range of processes, including economic and marketing ones, was studied. This influence was analyzed, and its variations in specific game theory problems were considered, along with the solution to a specific problem.

This work demonstrates the important role of game theory, specifically Nash equilibrium, in solving various problems, predominantly of a marketing and economic nature.

A software product was developed using the Python programming language to solve a non-cooperative game with three agents, assuming each of them has two strategies.

ЗМІСТ

ВСТУП	8
1 ДОСЛІДЖЕННЯ ПРЕДМЕТНОЇ ОБЛАСТІ	9
1.1 Актуальність проблеми	9
1.2 Загальний склад гри	10
1.3 Домінування	12
1.4 Поняття рівноваги Неша	15
1.5 Класифікація моделей економічної рівноваги	21
1.6 Висновки до розділу 1	23
2 РІВНОВАГА НЕША В ЕКОНОМІЦІ. ПРИКЛАДИ ВИКОРИСТАННЯ	24
2.1 Модель Курно.....	24
2.1.1 Модель Курно та ідеї Дарвіна	27
2.2 Рівновага Неша в динамічних економічних моделях	29
2.3 Базові поняття із теорії тендерів.....	31
2.4 Монопольний зговір	34
2.5 Взаємозв'язок парадокса Бертрана та рівноваги Неша.....	36
2.6 Висновки до розділу 2	38
3 ОГЛЯД ПРОБЛЕМИ ТА ШЛЯХИ ЇЇ ВИРІШЕННЯ	40
3.1 Загальний опис проблеми	40
3.2 Чітке формулювання проблеми	41
3.3 Шляхи вирішення проблеми.....	43
3.4 Програмна реалізація.....	44
3.4.1 Загальний опис програми.....	44

3.4.2 Опис алгоритму.....	44
3.4.2 Опис роботи програми	46
3.5 Висновки до розділу 3	48
4 ФУНКЦІОНАЛЬНО-ВАРТІСНИЙ АНАЛІЗ ПРОГРАМНОГО ПРОДУКТУ	49
4.1 Постановка задачі проектування.....	49
4.2 Обґрунтування функцій програмного продукту.....	50
4.3 Обґрунтування системи параметрів програмного продукту	53
4.4 Аналіз експертного оцінювання параметрів	55
4.5 Аналіз рівня якості варіантів реалізації функцій.....	57
4.6 Економічний аналіз варіантів розробки ПП.....	58
4.7 Вибір кращого варіанту ПП техніко-економічного рівня	64
4.8 Висновки до розділу 4	65
ВИСНОВКИ.....	66
ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ	67
ДОДАТОК А ЛІСТИНГ ПРОГРАМИ	68
ДОДАТОК Б ІЛЮСТРАТИВНИЙ МАТЕРІАЛ.....	71

ВСТУП

Зазвичай, у нашому повсякденному житті ігри асоціюються із приставкою, комп'ютером, перекиданням м'яча та підкиданням кубиків. Але, насправді, під цим твердженням в математиці міститься набагато більший сенс.

Теорія ігор - це математичний розділ, який вивчає оптимальні стратегії в іграх. Цікавим є те, що ігри нас оточують щоденно, коли ми приймаємо те чи інше рішення. Купуючи морозиво в ресторані, не знаємо, чи воно буде в наявності, чи потрібно змінювати стратегію та купувати сік. Під час вибору транспорту наземного чи підземного транспорту вирішується, з якими учасниками дорожнього руху буде відбуватися взаємодія.

За допомогою цих простих прикладів можна побачити, що кожного дня ми граємо в гру малого чи великого масштабу, від якої може навіть залежати наше життя. Вибір певної стратегії, що надасть можливість отримати найбільшу користь - усе це математично підкріплено та використовується в теорії ігор.

У даній роботі я хочу показати, наскільки тісною є взаємодія теорії ігор в нашому житті та як сильно це впливає на нас. За допомогою рівноваги Неша спробую показати, як можна досягти більшої ефективності, працюючи у сфері економіки.

1 ДОСЛІДЖЕННЯ ПРЕДМЕТНОЇ ОБЛАСТІ

1.1 Актуальність проблеми

Одним із ключових понять у грошовій теорії є рівновага Неша, яка використовується для аналізу конкурентної взаємодії різних учасників на ринку. Основну актуальність вибраної теми можна окреслити в таких аспектах:

1. Вирішення проблеми неконкурентної поведінки: рівновага Неша може бути використана для вивчення поведінки учасників ринку в умовах, які не є конкурентними, і для того, щоб робити певні прогнози. Крім того, це дозволяє оцінювати стратегії гравців, враховуючи можливі дії та реакції інших гравців.

2. Застосування в економічних дослідженнях: економіка часто використовує методи та моделі рівноваги Неша для аналізу ринків, оцінки політики та регулювання, стратегій підприємств тощо. Ці інструменти дозволяють аналізувати складні економічні взаємодії та робити прогнози.

3. Варто зазначити, що в контексті сучасних економічних викликів (глобалізація, екологічні проблеми, технологічні зміни та фінансові кризи) важливо розуміти взаємодію гравців і те, як саме вони впливають на різноманітні процеси. Це і дозволяють робити моделі рівноваги Неша, за допомогою яких можна прогнозувати можливі наслідки різних процесів. Дослідження з використанням рівноваги Неша також можуть бути корисними для прийняття ефективних рішень у галузі економіки, бізнесу та політики. Розуміння стратегій гравців та їх взаємодії може сприяти покращенню управління підприємствами, розробці ефективних політик та вирішенню економічних проблем.

Вивчення рівноваги Неша дозволяє аналізувати та прогнозувати поведінку гравців на ринку, враховуючи їх стратегії та реакції на дії інших гравців. Це дає змогу краще розуміти мікроекономічні процеси, конкурентну стратегію підприємств, впливати на економічну політику та робити ефективні рішення.

Таким чином, вивчення моделей і методів рівноваги Неша є важливим кроком у розумінні складних економічних взаємодій, розробці нових стратегій і прийнятті розумних рішень у сферах економіки, бізнесу та політики.

1.2 Загальний склад гри

Перш за все, теорія ігор – це наука, яка вивчає стратегічні рішення людей, фірм та інших гравців. Стратегія – це набір ходів, які даний гравець буде виконувати, якщо виникне певна ситуація. Стратегічні рішення – це такі рішення, які приймаються із врахуванням дій інших гравців і які впливають на корисність всіх гравців. Наприклад, Василь грає із друзями в покер та приймає рішення, чи зробити йому ставку, чи скинути карти. Звісно, що він бере до уваги те, які рішення будуть приймати чи зможуть прийняти його суперники. З хорошими картами він буде частіше робити ставки, а якщо ж із поганими він буде частіше скидати. Щоб гравці не змогли передбачити його дії, Василь мусить збивати з пантелику своїх суперників, щоб мати змогу виграти.

Якщо ж іде мова про ситуації, в яких дії одних гравців мають вплив на інших, то кажуть, що між гравцями відбувається стратегічна взаємодія. Наприклад, торг між таксистом та пасажиром щодо ціни за послугу. Людина, якій терміново потрібно добратися в якесь місце, може і не погодитися із таксистом, якщо той назве велику ціну, бо навколо є багато інших

пропозиції. З іншого боку, водій намагатиметься вкласти договір із пасажиром, щоб отримати найбільший прибуток, тому братиме до уваги фактор конкуренції. Тобто, між гравцями відбувається стратегічна взаємодія.

Кожна гра складається із:

- множина гравців – учасники взаємодії $I = \{1, \dots, n\}, n \geq 2$,
- множина стратегій – для кожного $i = 1, \dots, n$ позначимо через S_i множину його можливих стратегій,
- виплата – після того, як кожен гравець вибрав стратегію, має визначитися результат гри – для цього для i -го гравця має бути задана функція виплат $u_i(s_1, \dots, s_n)$ визначена на множині всіх можливих стратегій.

Загалом існують чиста та змішана стратегії:

- змішана стратегія дозволяє гравцеві приймати рішення з певною імовірністю;
- чиста стратегія передбачає, що гравець обирає конкретну дію повною впевненістю.

Наприклад, розглянемо гру камінь-ножиці-папір. Якщо гравці використовують чисті стратегії, то кожен з них завжди вибирає одну із дій. Однак, якщо гравці будуть використовувати змішані стратегії, то кожен з них буде обирати імовірність настання певної дії.

Також розглянемо різні типи ігор:

- за кількістю гравців - розраховані на багато користувачів ігри;
- за характером гри: кооперативні ігри (гравці прагнуть створити коаліцію, які дадуть їм кращий результат, ніж гра в поодиночку, наприклад, парламентські коаліції) і некооперативного гри (кожен гравець грає тільки на свого облікового запису);
 - за часом (порядку) прийняття рішень:
 - стратегічні (нормальні - обидва гравці приймають рішення одночасно, не знаючи про рухах противника; наприклад, папір, камінь,

ножиці) і великі (розвинені) ігри; гравці змінюють рішення, знаючи ваші попередні ходи; наприклад шахи);

- відповідно до наявними знаннями: гри з повною інформацією (гравець знає всі події, які відбулися до сих пір, включаючи стартову схему; наприклад, шахи) і з неповною інформацією (гравець не знає жодного елемента; наприклад, покер - немає інформації про стартову розкладку);

- ігри з повною інформацією (гравець знає платіжні функції всіх гравців і можливі стратегії; наприклад, шахи) і неповною інформацією (гравець не знає платіжних функцій або стратегій; наприклад, аукціони - ми знаємо цінність предмета для нас, але ми не знаємо, наскільки він сам оцінює іншого учасника);

- відповідно до набором доступних дій: нескінченні гри (набір стратегій кожного гравця кінцевий; наприклад, папір, камінь, ножиці) або нескінченний (наприклад, гра з диктатором);

- за характером виплат: ігри з фіксованою сумою (особливо гри з нульовою сумою; підсумкові суми виплат для всіх гравців ідентичні для кожного результату; наприклад, хрестики-нулики) і гри зі змінною сумою (виплати гравців варіюються в залежності від оцінки дилеми ув'язненого) [3].

1.3 Домінування

Наше завдання - скласти прогноз поведінки гравців у грі. Міркування полягає в тому, що жоден гравець не стане грати стратегію, якщо якась інша стратегія завжди приносить йому більший виграш.

Розглянемо приклад гри, коли присутні два гравці:

Множина гравців: $I = \{1, 2\}$

Множина можливих стратегій: $S_1 = \{a_1, a_2\}, S_2 = \{b_1, b_2, b_3\}$

Множина можливих профілів стратегій: $(a_1, b_1), (a_1, b_2), (a_1, b_3), (a_2, b_1), (a_2, b_2), (a_2, b_3)$.

Виграші гравців: $u_1(a_1, b_1) = 3, u_1(a_1, b_2) = 4, u_1(a_1, b_3) = 6,$
 $u_1(a_2, b_1) = 2, u_1(a_2, b_2) = 3, u_1(a_2, b_3) = 4,$
 $u_2(a_1, b_1) = 6, u_2(a_1, b_2) = 7, u_2(a_1, b_3) = 2,$
 $u_2(a_2, b_1) = 8, u_2(a_2, b_2) = 8, u_2(a_2, b_3) = 1,$

Матриця гри (таблиця 1.1):

Таблиця 1.1 – Матриця гри

	b_1	b_2	b_3
a_1	3; 6	4; 7	6; 2
a_2	2; 8	3; 8	4; 1

Яку стратегію обере перший гравець, якщо другий гравець зіграє стратегію b_1 ? Найкращою відповіддю буде стратегія a_1 (таблиця 1.2), бо отримає платіж 3, а не 2.

Таблиця 1.2 – Матриця гри

	b_1	b_2	b_3
a_1	°3; 6	4; 7	6; 2
a_2	2; 8	3; 8	4; 1

Яку стратегію обере перший гравець, якщо другий гравець зіграє стратегію b_2 ? Найкращою відповіддю буде стратегія a_1 (таблиця 1.3), бо отримає платіж 4, а не 3.

Таблиця 1.3 – Матриця гри

	b_1	b_2	b_3
a_1	3; 6	°4; 7	6; 2
a_2	2; 8	3; 8	4; 1

Яку стратегію обере перший гравець, якщо другий гравець зіграє стратегію b_3 ? Найкращою відповіддю буде стратегія a_1 (таблиця 1.4), бо отримає платіж 6, а не 4.

Таблиця 1.4 – Матриця гри

	b_1	b_2	b_3
a_1	3; 6	4; 7	6; 2
a_2	2; 8	3; 8	4; 1

Яку б стратегію не обрав другий гравець, найкращою відповіддю першого гравця буде стратегія a_1 .

Нехай $G = \langle I, S, u \rangle$ – гра у нормальній формі. Тоді для гравця I стратегія $s_i \in S_i$ сильно домінує стратегію $s'_i \in S_i$, якщо для всіх $s_{-i} \in S_{-i}$

$$u_i(s_i, s_{-i}) > u_i(s'_i, s_{-i}) \quad (1.1)$$

Стратегія $s_i \in S_i$ слабо домінує стратегію $s'_i \in S_i$, якщо для всіх $s_{-i} \in S_{-i}$

$$u_i(s_i, s_{-i}) \geq u_i(s'_i, s_{-i}) \quad (1.2)$$

а хоча б для одного $s_{-i} \in S_{-i}$ має місце (1.1).

Будемо говорити, що стратегія є домінованою, якщо її домінує якась інша стратегія [1].

Домінування в теорії ігор відноситься до поняття, яке описує ситуацію, коли одна стратегія для гравця завжди приносить кращий результат, незалежно від стратегії, обраної іншими гравцями. Іншими словами, стратегія домінує над іншими, коли вона принаймні так же ефективна в усіх можливих ситуаціях та краща в якомусь випадку.

Домінування важливе при аналізі ігрових ситуацій, оскільки воно дозволяє звести гру до більш простої форми, виключивши менш ефективні стратегії з розгляду. Це спрощує прийняття рішень гравцями і полегшує визначення рівноважних станів у грі.

Можемо прийти до висновку, що, якщо гравець використовує стратегію, яка є строго домінуючою, він найбільш імовірно використає її.

1.4 Поняття рівноваги Неша

Рівновага Неша отримала назву на честь американського математика Джона Неша, який її придумав. Вважається однією з найважливіших ідей теорії ігор, яка намагається математично та логічно визначити, що повинні робити учасники гри, щоб отримати найкращі результати.

У 1951 році Джон Неш опублікував кілька статей під час свого навчання в Принстонському університеті, в яких він виклав свою теорію рівноваги Неша в іграх. Серед цих публікацій були "Точки рівноваги в N-гравцевих іграх" у Національній академії наук та "Некооперативні ігри". У цих роботах він зміг довести, що будь-яка гра з скінченною кількістю дій повинна мати принаймні одну рівновагу Неша зі змішаними стратегіями або кілька рівноваг Неша зі змішаними стратегіями. У відміну від попередніх теорем, які обмежувалися конкретними типами ігор або двоохгравцевими іграми, теорема Неша застосовувалася до більш широкого класу ігор та більшої кількості гравців [2].

Рівновага Неша часто порівнюється з домінуючою стратегією. Усі моделі теорії ігор працюють лише в тому випадку, якщо учасники гри є "раціональними агентами", тобто вони бажають конкретних результатів, діють з метою вибору найбільш оптимального результату.

Обидва терміни схожі, але трохи різні. Рівновага Наша стверджує, що ніхто не отримує вигоди, якщо будь-який з гравців змінює свою стратегію. А з іншого боку, домінуюча стратегія стверджує, що гравець обере стратегію, яка приведе до найкращого результату незалежно від стратегій, які обрали інші гравці.

Ми ознайомилися з теоретико-ігровою концепцією: як вирішувати ігри за допомогою рівноваги в домінуючих стратегіях. Ідея полягає в тому, що ми накладаємо певні умови на стратегії, які вибирають гравці і на підставі цього робимо висновок про те, які стратегії вони зіграють. Трохи інший підхід лежить в основі ще однієї концепції - рівноваги по Нешу, ми накладатимемо вимоги вже не на стратегії, а на профілі стратегій.

Розглянемо гру, яка називається «битва статей» (таблиця 1.5). Спробуємо проаналізувати цю гру: спочатку спробуємо вирішити її за допомогою рівноваги в домінуючих стратегіях.

Таблиця 1.5 – Матриця гри «битва статей»

		Дружина	
		Ф	Б
Чоловік	Ф	5;4	1;1
	Б	0;0	4;5

Зауважимо, домінуючих стратегій у чоловіка немає. На стратегію дружини піти на футбол, найкраща відповідь чоловіка теж піти на футбол. На стратегію дружини піти на балет, найкраща стратегія чоловіка піти на балет. Таким чином, у відповідь на різні стратегії дружини, чоловікові також вигідно грати різні стратегії. Те саме вірно і для дружини: якщо чоловік воліє піти на футбол, то дружина теж захоче піти разом з ним, а якщо чоловік піде на балет, вона теж на піде на балет.

Проте деякі з профілів стратегій в цій грі трохи кращі, ніж інші. Профіль (Ф, Ф) - чоловік грає в цьому профілі стратегію, яка є оптимальною

відповіддю на стратегію дружини і навпаки, дружина грає стратегію, яка є оптимальною відповіддю на стратегію чоловіка. Це означає, якщо раптом звідкись нашим гравцям стало відомо про намір в один одного, тоді ніхто з них не захоче переглянути своє рішення. Подивимося на профіль (Б, Б) - він володіє тими ж властивостями: дружина грає оптимальну стратегію у відповідь на стратегію чоловіка і чоловік грає оптимальну стратегію у відповідь на стратегію дружини.

Припустимо, що чоловікові стало відомо, що дружина збирається йти на балет, а дружині стало відомо, що чоловік збирається йти на футбол. Якщо чоловік знає, що дружина піде на балет, то чоловіку було б вигідно змінити свою стратегію і теж піти на балет і навпаки, дружині, знаючи, що чоловік збирається піти на футбол, було б вигідно замість своєї стратегії відхилитися, тоді б вона отримала більший платіж.

Саме це властивість, а саме властивості профілю, в якому всі гравці грають оптимальну стратегію у відповідь на стратегію всіх інших і називається рівновагою Неша. Профіль $(s_1^*, \dots, s_n^*)$ називається рівновагою Неша, якщо для будь-якого гравця i і будь-якої його стратегії $s_i \in S_i$ виконується нерівність

$$u_i(s_i^*, s_{-i}^*) \geq u_i(s_i, s_{-i}^*) \quad (1.3)$$

Іншими словами, рівновага Неша - це такий профіль стратегій, що жодному з гравців не вигідно відхилитися і зіграти іншу стратегію при фіксованих стратегіях всіх інших.

Отже, якщо є заданий профіль і ми хочемо перевірити, чи є цей профіль рівновагою Неша, беремо першого гравця та фіксуємо стратегії всіх інших, і перевіряємо, чи вигідно першому відхилитися, чи може він покращити свій платіж. Якщо може, то ми можемо однозначно сказати, що цей профіль не є рівновагою Неша. Якщо не може, тоді ми переходимо до другого гравця і перевіряємо ту саму властивість для нього і так далі. Коли

кожен з гравців грає оптимально у відповідь на фіксовану стратегію всіх інших, тоді цей профіль називається рівновагою Неша.

Розглянемо ще один випадок. Дилема в'язня - це концепція з галузі теорії ігор, яка ілюструє ситуацію, коли двом особам, знаходячись у в'язниці, слід вирішити, чи співпрацювати між собою, чи зрадити один одному.

У 1950 році математик і громадський діяч Альберт Такер запропонував ідею в'язня. Використовуючи її, він аналізував стратегії в іграх із нульовою сумою. В теорії ігор і соціальних наук алгоритм дилеми в'язня широко використовується. Він вважається одним із ключових ідей у цих областях. Вона може бути застосована до різних ситуацій, де дві сторони мають вибір між співпрацею і зрадою.

Поліція спіймала двох підозрюваних у скоєнні серйозного злочину, однак у них недостатньо доказів, щоб довести звинувачення одного з них. У в'язнених розводять у різні кімнати та пропонують кожному з них підставити іншого злочинця, натомість отримати менший термін покарання.

У кожного з гравців є дві стратегії: промовчати або здати напарника. Виплати гравців:

- якщо обидва гравці будуть мовчати, то поліція відправить кожного з них у в'язницю на один рік,
- якщо один ув'язнений видасть другого, а другий буде мовчати, то той, проти якого дали показання, відправиться у в'язницю на 10 років, а другий буде вільним,
- якщо обидва ув'язнені підуть на угоду зі слідством, то поліція зможе звинуватити двох у скоєнні злочину, але кожному зменшать термін на 5 років.

Розглянемо матрицю цієї гри (таблиця 1.6):

Таблиця 1.6 – Матриця гри «дилема в'язня»

	Мовчати	Зрадити
Мовчати	-1; -1	-10; 0
Зрадити	0; -10	-5; -5

Зрозуміло, що оптимальною реакцією першого гравця на стратегію другого (Мовчати), буде стратегія (Зрадити), бо тоді він отримає більший платіж (таблиця 1.7).

Таблиця 1.7 – Матриця гри «дилема в'язня»

	Мовчати	Зрадити
Мовчати	-1; -1	-10; 0
Зрадити	°0; -10	-5; -5

Якщо ж другий гравець обере стратегію (Зрадити), то найкращим рішенням для першого гравця буде відповідь (Зрадити), бо тоді він отримає більший платіж (таблиця 1.8).

Таблиця 1.8 – Матриця гри «дилема в'язня»

	Мовчати	Зрадити
Мовчати	-1; -1	-10; 0
Зрадити	0; -10	°-5; -5

Таким чином, у першого гравця є строго домінуюча стратегія (Зрадити), оскільки гра симетрична, то в другого гравця така ж стратегія (таблиця 1.9).

Таблиця 1.9 – Матриця гри «дилема в'язня»

	Мовчати	Зрадити
Мовчати	-1; -1	-10; 0 *
Зрадити	0; -10	-5; -5 *

Таким чином, строго домінуюча стратегія в грі - це рівноважне рішення для обох гравців. Також профіль (Зрадити, Зрадити) - це єдина рівновага Неша для дилеми ув'язненого. Легко помітити, що рівновага Неша не є найкращим рішенням для гравців, оскільки профіль (Мовчати, Мовчати) Парето-домінує профіль (Зрадити, Зрадити). Здавалося б, кожен із гравців обирає найкращу стратегію на будь-яку стратегію іншого, але платежі виявляються меншими, ніж якщо б вони домовилися раніше мовчати. Дилема ув'язненого - це приклад того факту, що рівновага Неша не завжди має співпадати із оптимальним за Парето профілем.

Дилема ув'язненого має багато прикладів на сьогоднішній час. Приклад можна побачити в реальному часі на багатьох підприємствах. Дві передові фірми визначають, скільки коштів потрібно витратити на рекламу. Прибуток кожного підприємства зменшується із зростанням витрат на рекламу у конкурента. Якщо обидва гравці приймають рішення збільшити витрати на рекламу, то їхні обсяги продажів залишаються незмінними, а прибуток скорочується. Фірми можуть піти на угоду про скорочення витрат на рекламу, але завжди є стимул його порушити, щоб отримати більший прибуток, ніж у конкурента.

У деяких громадських іграх може існувати багато рівноваг, які мають різні властивості та вигоди для гравців. Це називається множинною рівновагою Неша.

Одна з форм множинної рівноваги Неша - це рівновага Неша з неповною інформацією. У таких ситуаціях гравці не мають повної інформації про вибір інших гравців, тому вони формують свої стратегії на основі

ймовірностей. Це може привести до існування кількох рівноваг, де кожна рівновага відповідає різним комбінаціям ймовірностей вибору стратегій.

Інша форма множинної рівноваги Неша - це рівновага Неша з кратними стратегіями. У деяких іграх гравці можуть мати однакові стратегії, що призводить до багатьох рівноваг. Наприклад, якщо два гравці в грі "Камінь, ножиці, папір" завжди обирають однакову стратегію, то буде існувати безліч рівноваг, де обидва гравці вибирають, наприклад, "камінь".

Окрім цього, важливо зазначити, що існують випадки, коли рівновага Неша виступає не надто дієвою та ефективною. Тобто, можна говорити про те, що рівновага Неша не застосовується у всіх ситуаціях ігор.

Для прикладу, у громадських проблемах, як розподіл ресурсів у суспільстві, індивідуальні рішення гравців, які ґрунтуються на рівновазі Неша, можуть призвести до безвигідних результатів для громади. Тобто, необхідні ще різноманітні додаткові механізми та угоди для здобуття оптимального рішення.

Отже, визнано, що рівновага Неша - це важливий концепт в теорії ігор, однак не варто називати її універсальним і єдиним поняттям, яке бездоганно описує всі ймовірні ігрові ситуації.

1.5 Класифікація моделей економічної рівноваги

Розглянемо більш детально основні складові економічної системи, функціонування яких формалізується за допомогою моделей економічної рівноваги. Складність прийняття та прогнозування економічних рішень враховується через застосування спеціальних інструментів: теорії раціональних очікувань, стохастичних математичних методів, теорії ігор.

Дуже важливим інструментом для розуміння та аналізу функціонування економіки є класифікація моделей економічної рівноваги. Вона дозволяє нам систематизувати різні моделі та підходи для дослідження рівноважних станів економічних систем.

Моделі економічної рівноваги статичні або динамічні. Статичні моделі не враховують зміни в часі, описують економічну систему в певний момент часу. Динамічні моделі враховують часовий аспект і описують зміну економічної системи протягом певного періоду. Це дозволяє вивчати процеси адаптації, динаміку розвитку та стабільність системи в часі.

Моделі економічної рівноваги можна класифікувати як прості, так і складні. Багато змінних складають основу простих моделей рівноваги. Вони дозволяють зосередитися на основних економічних взаємозв'язках та виявити основні причини розбалансованості економічної системи. З іншого боку, складні моделі економічної рівноваги враховують більшу кількість різних елементів, взаємодій і впливів. Вони використовуються для детального дослідження складних економічних систем, включаючи оцінку наслідків, розрахунок впливу політичних рішень та економічних реформ, оцінку взаємозв'язку між різними секторами економіки та багато іншого.

Крім того, розглянемо ще одну важливу класифікацію моделей економічної рівноваги, яка враховує характер і механізми рівноважних процесів. Ця класифікація включає такі підходи, як рівновага на ринку товарів і послуг (аналізують взаємодію між попитом і пропозицією товарів і послуг, встановлюють ціни, обсяги виробництва та споживання), рівновага на ринку праці (досліджують взаємодію між пропозицією та попитом на робочу силу, встановлюють рівень заробітної плати), рівновага на фінансовому ринку (встановлюють процентні ставки, курси валют, обсяги інвестицій та кредитування) тощо. Кожен з цих підходів вивчає специфічний аспект економічної рівноваги в контексті конкретного ринку або сектора економіки.

1.6 Висновки до розділу 1

Вивчення моделей і методів рівноваги Неша є важливим кроком у прийнятті обґрунтованих рішень у галузі економіки, бізнесу та політики. Було розглянуто склад класичної гри: множина гравців, стратегій та платежі. Один із способів знаходження оптимально стратегії – домінуюча стратегія, коли на будь-яку стратегію другого гравця існує певна стратегія, яка принесе найбільшу корисність. Крім того, ми обговорювали ідею рівноваги Неша та те, як вона виникає.

2 РІВНОВАГА НЕША В ЕКОНОМІЦІ. ПРИКЛАДИ ВИКОРИСТАННЯ

2.1 Модель Курно

Однією з перших ігрових моделей, яка стала дуже популярною в економічних дослідженнях, була модель (дуополія) Курно (1838). Дуополія - це економічна ситуація, коли на ринку конкурентну боротьбу ведуть лише дві компанії, які не пов'язані між собою жодними угодами. Оскільки дуополія передбачає наявність всього двох конкурентів, то їхня діяльність може мати ознаки монополії, оскільки вони володіють значною частиною ринку. У такій ситуації новим гравцям майже неможливо скласти конкуренцію. Це пояснюється значною лояльністю клієнтів до відомих брендів. Наприклад, Coca-Cola і Pepsi не мають третього конкурента протягом останніх сто років.

З іншого боку, дуополісти сильно залежать один від одного, хоча вони є незалежними компаніями. Так, одне підприємство повинно негайно вжити заходів, щоб захистити свою частку ринку, якщо воно змінить ціни або методи продажу.

Модель Курно передбачає, що обидві компанії на ринку діють рівноправно. Нехай у деякому місті працює тільки дві фірми, які виготовляють сир. Кожна із фірм максимізує свій прибуток та вирішує, яку кількість товару буде випускати, це рішення відбувається одночасно та незалежно один від одного. Множина стратегій першої та другої фірм відповідно $q_1 \in [0, 1)$ та $q_2 \in [0, 1)$. Платежі складатимуться із прибутку, з якого будемо виключати витрати. Ринкова ціна p формується під впливом рішення про кількість товару, які будуть виготовляти перша та друга фірми (рисунок 2.1). Зрозуміло, що чим більше випустять товару, тим нижча буде

ціна. Таким чином, ціна на одиницю товару дорівнює $p - (q_1 + q_2)$. Собівартість одиниці товару позначимо c .

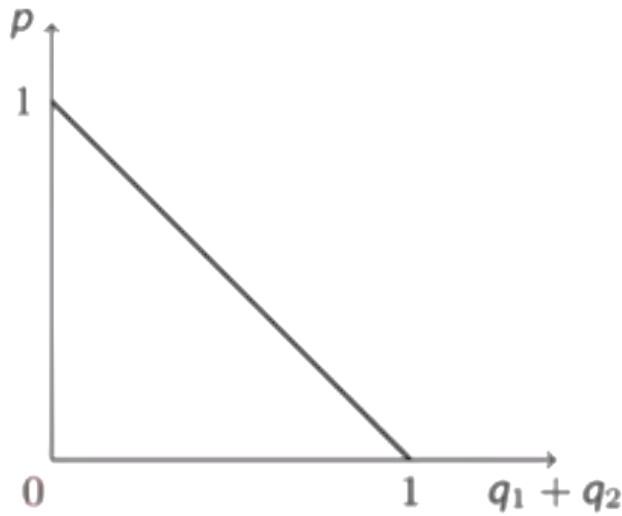


Рисунок 2.1 – Графік залежності ринкової ціни

Тепер можемо розглянути платежі гравців:

$$H_1(q_1, q_2) = (p - q_1 - q_2)q_1 - cq_1, \quad H_2(q_1, q_2) = (p - q_1 - q_2)q_2 - cq_2 \quad (2.1)$$

Щоб знайти рівновагу Неша, достатньо вирішити дві задачі $\max_{q_1} H_1(q_1, q_2^*)$ і $\max_{q_2} H_2(q_1^*, q_2)$ і показати, що максимуми досягаються для $q_1 = q_1^*, q_2 = q_2^*$. Максимуми квадратичних функцій $H_1(q_1, q_2^*)$ та $H_2(q_1^*, q_2)$ досягаються при

$$q_1 = \frac{1}{2}(p - c - q_2^*),$$

$$q_2 = \frac{1}{2}(p - c - q_1^*).$$

Звісно, важливо, щоб ці значення не були від'ємними, для цього необхідно, щоб

$$q_i^* \leq p - c, \quad i = 1, 2. \quad (2.2)$$

Вирішуючи систему рівнянь для q_1^* та q_2^* , знаходимо,

$$q_1^* = q_2^* = \frac{p - c}{3},$$

які задовольняють умови (2.2). При цьому, рівновага Неша у моделі Курно:

$$H_1^* = H_2^* = \frac{(p - c)^2}{9} [4].$$

Так, фірми в моделі Курно вибирають свій оптимальний рівень виробництва, враховуючи реакції конкурента. Метою цього рівня виробництва є виведення прибутку компанії на максимальний рівень. Коли фірми приймають рішення щодо виробництва, вони враховують взаємодію з конкурентом і намагаються забезпечити собі якомога більший ринковий пай.

Одним із ключових аспектів моделі Курно є те, що фірми приймають рішення щодо виробництва перед встановленням ціни. Саме це й відрізняє модель Курно від інших моделей, наприклад, моделі Бертрана, де фірми спершу встановлюють ціну, а тоді починають виробництво. У моделі Курно, якщо фірма передбачає, що конкурент може змінити своє виробництво, вона змінює власний рівень виробництва, щоб відповісти на цю зміну. Прикладом моделі Курно може бути ситуація на ринку електроніки, де дві компанії, Apple і Samsung, конкурують у сфері смартфонів [5].

У цьому прикладі, обидві компанії встановлюють свій рівень виробництва, тобто кількість смартфонів, яку вони виробляють. Вони знають, що збільшення свого виробництва призведе до зниження ринкової ціни смартфонів, оскільки конкурент також займає частку ринку.

Наприклад, якщо Samsung збільшує своє виробництво, це знижує ринкову ціну смартфонів, що примушує Apple виробляти більше смартфонів, щоб зберегти свою частку ринку і уникнути втрат прибутку. У свою чергу, Samsung може реагувати на зміни виробництва Apple, пристосовуючи свій

рівень виробництва, щоб забезпечити собі максимальний прибуток. В принципі, якщо проаналізувати дані продажів телефонної техніки за 2020 рік в США можна помітити, що загалом тут виконується рівновага Неша (рисунок 2.2).

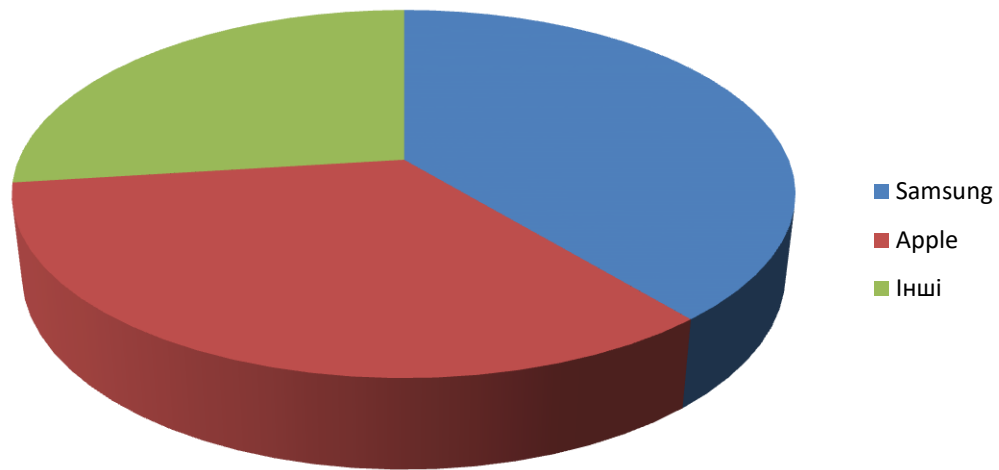


Рисунок 2.2 – Дані продажів телефонної техніки за 2020 рік в США

Цей процес триває, поки обидві компанії не досягнуть свого оптимального рівня виробництва, де вони максимізують свій прибуток в умовах конкуренції один з одним. Кожна компанія враховує вплив свого виробництва на ціну і реагує на стратегії конкурента.

2.1.1 Модель Курно та ідеї Дарвіна

Модель Курно і ідеї Дарвіна належать до різних галузей знань, але можуть бути пов'язані з економічними принципами і взаємодією в конкурентному середовищі. У 1871 році Чарльз Дарвін публікує роботу по теорії еволюції «Походження людини і відбір у зв'язку зі статтю». Ця робота

не тільки внесла значний внесок в біологію, вона може також вважатися провісницею еволюційної теорії ігор.

У ролі гравця в цій роботі виступає природа, яка використовує різноманітні стратегії еволюції. Природа старається збільшити шанси для популяції на виживання, стараючись врівноважити кількість осіб чоловічого та жіночого року.

Ключову роль в становленні еволюційної теорії ігор зіграв англійський біолог Дж. Мейнард Сміт. В його роботі розглянуто гру «Яструби та голуби», яка узагальнює ідеї, які розглянуті в роботі Дарвіна. Основна її концепція – час від часу види із одної популяції починають конкурувати за певний ресурс. Під час такої конкуренції кожен із гравців може вести себе агресивно – «яструб» або ж пасивно – «голуб».

Якщо обидві тварини грають агресивні стратегії, тоді між ними починається боротьба і вона закінчується тільки тоді, коли хтось перемагає, а інший – отримує серйозні травми. Переможець забирає весь ресурс v , в той час як переможений несе втрати в розмірі c , $c > v$. У випадку, коли істоти грають цю ж стратегію, то їх перемога рівноможлива, тому кожен із них отримує платіж $\frac{1}{2}(v - c)$. У разі, якщо дві особи гратимуть різні стратегії, то агресивна тварина забере весь ресурс v , тоді як пасивна – здається без боротьби та нічого не отримує. І нарешті, якщо кожна тварина грає пасивну стратегію, то кожен отримує ресурс v з імовірністю $\frac{1}{2}$. Розглянемо матричний запис такої гри (таблиця 2.1).

Таблиця 2.1 – Матриця гри «Яструби та голуби»

	Яструб	Голуб
Яструб	$\frac{1}{2}(v - c); \frac{1}{2}(v - c)$	$v; 0$
Голуб	$0; v$	$\frac{1}{2}v; \frac{1}{2}v$

У цій грі є дві рівноваги Неша в чистих стратегіях: (Яструб, Голуб) та (Голуб, Яструб). Справді, якщо одна тварина агресивна та інша пасивна, то гра закінчується тим, що весь ресурс дістається агресивному, бо це найкращий для нього прибуток і покращити стратегію він ніяк не може. Пасивний гравець аналогічно нічого зробити з цим не зможе, бо у випадку, коли ця тварина захоче відхилитися від стратегії, то на неї чекає гірший платіж.

Обидві концепції розглядають конкуренцію і взаємодію між суб'єктами, де ті, що краще пристосовані або використовують оптимальні стратегії, можуть досягти переваги над іншими.

Таким чином, можна використовувати принципи ідеї Дарвіна, які пояснюють еволюцію виду через конкуренцію та відбір, для аналізу конкуренції і стратегій в економіці, включаючи модель Курно.

2.2 Рівновага Неша в динамічних економічних моделях

Рівновага Неша в динамічних економічних моделях відображає стабільний стан взаємодії між гравцями протягом часу. У таких моделях рівновага Неша включає не тільки поточні рішення гравців, але й їхні очікування та реакції на майбутні дії інших.

Змішана стратегія i -го гравця - це розподіл ймовірностей на множині чистих стратегій s_i , тобто m_i . σ_{ij} - ймовірність, з якої i -й гравець буде розігрувати стратегію j , припускаємо, що платежі в профілі змішаних стратегій визначається її очікуваним значенням i .

Розглянемо приклад, в якому два співробітники мають закінчити спільний проект. Кожен з них може або працювати $X_i = 1$, або шахраювати $X_i = 0$. Платіж від реалізованого проекту $4(X_1 + X_2)$ ділиться між

партнерами порівню. Вищезазначена гра має наступне матричне подання (рисунок 2.3):

$$U = \begin{pmatrix} x & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Рисунок 2.3 – Матриця гри

Бачимо, що найбільш раціональна відповідь на стратегію іншого гравця є профіль (0,0) – єдина рівновага Неша. Зрозуміло, що коли обидва працівники будуть працювати чесно, це принесе більшу користь їм та компанії, однак це не є рівновагою Неша. Щоб зрозуміти виникнення альтруїстичної поведінки в системах конкуруючих індивідуумів, недавно були запропоновані прості динамічні моделі, в яких стійкі рівноваги не є рівновагами Неша [6].

В динамічних економічних моделях рівновага Неша може бути досягнута через повторювану гру, де гравці мають можливість змінювати свої стратегії протягом часу. В такому значенні, рівновага Неша може означати, враховуючи рішення інших гравців у попередніх періодах гри і очікувані рішення в майбутньому, кожен гравець обирає оптимальну стратегію.

Приклади використання рівноваги Неша в динамічних економічних моделях можуть включати дослідження взаємодії з конкурентами протягом тривалого періоду, поведінки фірм на ринку з урахуванням їхньої стратегії розвитку. Такі моделі дозволяють глибше розуміти динаміку конкуренції і приймати обґрунтовані рішення щодо стратегій розвитку компаній.

Один з прикладів рівноваги Неша в динамічних економічних моделях - це модель поведінки фірм на ринку з олігополістичною структурою. Розглянемо приклад двох фірм, які конкурують на ринку з однаковими товарами або послугами.

У першому кроку грається одноразова гра, де кожна фірма встановлює ціну свого товару незалежно від іншої фірми. Покупці приймають рішення про покупку товару в залежності від цін і вибирають ту фірму, яка пропонує найнижчу ціну.

На другому кроці гра повторюється, але фірми можуть враховувати результати попереднього кроку. Фірми можуть адаптувати свої стратегії, спираючись на те, яку ціну встановила інша фірма в попередньому раунді. Вони можуть реагувати на зміни конкуренції, знижуючи або підвищуючи свою ціну.

Рівновага Неша в цій моделі буде досягнута, коли жодна з фірм не знаходить причини змінювати свою стратегію відповідно до стратегії іншої фірми. Це означає, що кожна фірма встановлює оптимальну ціну, враховуючи дії іншої фірми і очікувані реакції покупців. Цей приклад демонструє, як рівновага Неша в динамічних економічних моделях може сприяти стабільності і прогнозованості стратегій фірм протягом часу.

2.3 Базові поняття із теорії тендерів

У перші десятиліття XXI ст. Теорія аукціонів стала ядром економічної теорії. Прямо чи опосередковано до неї зробили внесок кілька нобелівських лауреатів з економіки. Мілтон Фрідмен, лауреат 1976, запропонував використовувати аукціони для розміщення облігацій державних позик. Рональд Коуз (премія 1991 р.) першим запропонував використовувати аукціони для створення конкурентних ринків. У 1996 р. Премію отримав Вільям Вікрі, який першим почав систематичне вивчення різних форматів аукціонів [1].

Галузь теорії ігор, яка вивчає рішення та стратегії учасників під час аукціонів, називається теорією тендерів. Теорія ставок полягає в тому, щоб аналізувати та прогнозувати результати аукціонів, щоб визначити найкращі стратегії для різних учасників. У теорії тендерів існує кілька різних типів аукціонів: аукціони першої ціни, аукціони другої ціни та аукціони англійської ціни. Кожен із цих типів аукціонів має свої особливості та правила, які впливають на рішення учасників і кінцевий результат.

Аукціоністи мають власні оцінки та вартість проданих лотів і прагнуть оптимізувати платежі або максимізувати прибуток від придбаних товарів і послуг. Різні формати аукціону впливають на те, як учасники роблять ставки та як визначаються переможці. Наприклад, британські аукціони поступово підвищують ціни, тоді як голландські аукціони поступово знижують ціни, поки один із учасників не погодиться.

Важливим аспектом теорії торгів як і раніше залишається наявність особистої інформації учасників. Кожен учасник має власні знання про вартість товарів чи послуг, які вони збираються придбати, але ця інформація не завжди відома іншим учасникам. Це створює проблему інформаційної асиметрії, коли кожен учасник має неповне уявлення про справжню цінність продукту чи послуги. У таких ситуаціях учасники використовують стратегії, щоб максимізувати свою корисність. Наприклад, учасники торгів можуть спробувати підвищити свої ставки, щоб змусити інших учасників витратити більше грошей, навіть якщо ціна перевищує їх початкові оцінки.

Аукціони першої та другої ціни є двома найважливішими типами аукціонів у теорії торгів. Ці формати аукціону відрізняються тим, як визначаються ціни продажу лотів і переможці торгів.

1. Аукціон першої ціни: На аукціоні першої ціни учасники публічно роблять ставки, і перемагає той, хто запропонує найвищу ціну. При цьому, переможець платить свою власну пропозицію за лот. Наприклад, якщо учасник А запропонував \$100, учасник Б - \$90, а учасник В - \$80, то переможцем буде учасник А, і він заплатить \$100 за лот.

Оскільки їхні пропозиції безпосередньо впливають на їхні власні платежі, аукціон першої ціни стимулює учасників подавати свої справжні оцінки. Учасники, особливо ті, хто вважає, що інші учасники можуть запропонувати вищу ціну, можуть занижувати свої пропозиції, щоб зменшити витрати.

2. Аукціон другої ціни: У аукціоні другої ціни (також відомий як аукціон з закритою ставкою) учасники також подають свої пропозиції відкрито, але переможцем стає учасник, який запропонував найвищу ціну. Проте, переможець платить не свою власну пропозицію, а другу найвищу ціну, подану іншим учасником. Тобто, якщо учасник А запропонував \$100, учасник Б - \$90, а учасник В - \$80, то переможцем буде учасник А, але він заплатить \$90, яка була запропонована учасником Б.

Аукціон другої ціни має важливу властивість, відому як "теорема про еквівалентність". Відповідно до цієї теореми оптимальна стратегія на аукціоні другої ціни буде еквівалентна оптимальній стратегії на аукціоні першої ціни, якщо учасники будуть діяти раціонально. Іншими словами, якщо учасник став раціональним, оптимальна стратегія для аукціону другої ціни буде такою ж, як оптимальна стратегія для аукціону за першою ціною.

Одна з важливих властивостей аукціону другої ціни полягає в тому, що він спонукає учасників говорити правду про свою реальну цінність. Кожен учасник знає, що він буде платити лише другу найвищу ціну, тому в нього немає стимулу занижувати свою пропозицію. Натомість, його оптимальна стратегія буде полягати в тому, щоб подати свою реальну оцінку, оскільки це дозволить йому виграти лот за найнижчу можливу ціну.

Використання аукціонів першої та другої ціни залежить від обставин і деталей торгового процесу. У кожного формату аукціону є переваги та недоліки, і рішення про використання певного формату може вплинути на результат аукціону та бажання учасників.

2.4 Монопольний зговір

Розглянемо варіант, коли дві фірми змовилися між собою та починають приймати рішення про рівень випуску товару разом, тобто мова йде про «об'єднану» фірму, яка виготовляє $q_{об} = q_1 + q_2$ одиниць товару.

Тоді прибуток цієї «фірми» становитиме:

$$\pi_{об} = (1 - q_{об})q_{об} \rightarrow \max.$$

Графіком цієї функції буде парабола вітками донизу, та її максимальне значення буде у вершині:

$$q_{об} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}.$$

Отже, щоб отримувати найбільший прибуток, фірми мали б змовитися та виготовляти половину одиниць товару. Підставивши, отримаємо, що прибуток загалом становитиме

$$\pi_{об} = \left(1 - \frac{1}{2}\right)\frac{1}{2} = \frac{1}{4}.$$

Тоді платіж кожної з фірм буде $\frac{1}{8}$.

Пригадаймо модель Курно та обчислимо прибуток кожної з фірм:

$$\pi = (1 - q_1 - q_2)q_1 = (1 - q_1 - q_2)q_2 = \left(1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9}.$$

Виходить, що в рівновазі Курно, коли кожна фірма грає оптимально на стратегію іншого гравця, прибуток, який отримує фірма менший, ніж вони

могли б отримати, якби домовилися про інший обсяг випущеного товару. Монопольний договір не є стійким, бо в кожного залишається стимул порушити домовленість, щоб отримати більший платіж.

Монопольний зговір може мати різні форми, включаючи:

- Ціновий зговір: Фірми домовляються про встановлення високих цін на свої товари або послуги з метою максимізації своїх прибутків. Це призводить до штучного підвищення цін для споживачів та обмеження вибору на ринку.
- Розділ ринку: Фірми домовляються про розділ територій або сегментів ринку, де кожна фірма має монопольну позицію і не конкурує одна з одною. Це обмежує доступ конкурентів до ринку та знижує конкуренцію.
- Обмін конфіденційною інформацією: Фірми обмінюються конфіденційною інформацією про ціни, стратегії, виробництво тощо, що дає їм перевагу над конкурентами. Це порушує принципи конкуренції та спотворює ринкові умови.

Монопольний зговір є незаконним і протиправним, оскільки обмежує конкуренцію, шкодить споживачам та порушує принципи вільного ринку.

Коли кілька виробників автозапчастин досягають консенсусу щодо єдиної ціни на свої товари, це називається монопольною змовою. Це може статися через конфіденційні зустрічі виробників, обмін конфіденційною інформацією чи інші способи спілкування.

У результаті цього зговору фірми штучно збільшують ціни на автомобільні деталі, призводячи до підвищення вартості виробництва автомобілів. Це може мати негативний вплив на споживачів, які мають платити вищу ціну за автомобілі або запчастини, і обмежує конкуренцію на ринку автозапчастин.

Виробники, які укладають монопольний зговір, отримують вигоду від встановлення високих цін, оскільки це дозволяє їм отримувати більший прибуток. В деяких галузях, таких як інформаційні технології, соціальні мережі та пошукові системи, деякі компанії можуть володіти монопольними

позиціями або домінуючими ринковими частками. Вони можуть використовувати цю позицію, щоб обмежити конкуренцію, встановлювати високі ціни або здійснювати контроль над ринком (АТ "Укрзалізниця" — єдиний залізничний перевізник в Україні; Facebook — найбільша соціальна мережа в світі; операційна система Windows).

2.5 Взаємозв'язок парадокса Бертрана та рівноваги Неша

Дуополія Бертрана - це економічна модель, яка використовується для аналізу конкуренції між двома підприємствами, що пропонують однаковий товар на ринку. Названа на честь Жозефа Бертрана, французького математика та економіста у 1883 році.

Модель дуополії Бертрана передбачає, що фірми конкурують одна з одною за встановлення цін на свої товари. У дуополії Бертрана кожна фірма встановлює власні ціни на свою продукцію з урахуванням цін конкурентів. Якщо ціна компанії нижча, ніж у конкурентів, споживачі будуть купувати продукт цієї компанії. Тому у компаній є стимул знизити ціни, щоб залучити більше споживачів.

Уявимо, що на ринку існує дві фірми I та II, які виготовляють деякий товар А та В, відповідно. Нехай фірма I оголошує ціну за одиницю свого товару c_1 , а фірма II — ціну c_2 . Після оголошення цін на ринку складається попит на кожен товар $Q_1(c_1, c_2) = q - c_1 + kc_2$, $Q_2(c_1, c_2) = q - c_2 + kc_1$, де q — початковий попит, а коефіцієнт k відображає взаємозамінність товарів А та В. Собівартість позначимо символом c .

Тоді платежі гравців:

$$H_1(c_1, c_2) = (q - c_1 + kc_2)(c_1 - c),$$

$$H_2(c_1, c_2) = (q - c_2 + kc_1)(c_2 - c).$$

Зафіксуємо стратегію c_1 першого гравця. Тоді найкраща відповідь гравця II – це стратегія c_2 , яка дає максимальний виграш $\max_{c_2} H_2(c_1, c_2)$. Оскільки це ввігнута парабола, то її вершина розташована в точці

$$c_2 = \frac{1}{2}(q + kc_1 + c) \quad (2.3)$$

Аналогічно, якщо стратегія c_2 другого гравця зафіксована, то найкраща відповідь гравця I – це стратегія c_1 , яка дає максимальний прибуток $\max_{c_1} H_1(c_1, c_2)$. Знаходимо:

$$c_1 = \frac{1}{2}(q + kc_2 + c) \quad (2.4)$$

Знайдемо єдине рішення системи рівнянь (2.3) та (2.4)

$$c_1^* = c_2^* = \frac{q + c}{2 - k}$$

Отримане рішення є рівновагою Неша, оскільки на стратегію c_1^* найкраща відповідь гравця II – це стратегія c_2^* і навпаки [4].

У моделі дуополії Бертрана можна часто спостерігати ситуацію «гонки до дна» (race to the bottom). Це відбувається тоді, коли бажання підприємства перемогти конкурента та завоювати більшу частку призводить до того, що підприємства потроху починають знижувати ціни. Цей процес може тривати доти, доки ціна не зрівняється з собівартістю продукції, що призведе до зменшення прибутків обох компаній.

Під час дуополії Бертрана конкуренція між фірмами може спричинити те, що ринкова ціна зрівняється з витратами виробництва. Отже, в умовах

дуополії Бертрана можлива ситуація, коли ціна товару стає настільки низькою, що прибутки обох фірм скорочуються до мінімуму.

Проте такий результат подій може залежати від різноманітних факторів, а саме: виробничі витрати, сила бренду, розмір ринку тощо. Наприклад, якщо виробничі витрати низькі, тоді фірми можуть конкурувати за ціною і все одно отримувати прибуток. У цьому випадку конкуренція між ними може призвести до зниження цін на користь споживачів.

Варто також зазначити, що в дуополії Бертрана результат є залежним від припущень щодо рішень фірм. Якщо вони можуть взаємодіяти та укладати угоди, тоді можливі й інші стратегії рівноваги, які можуть призвести до стабільних цін або розподілу ринку між фірмами.

Таким чином, дуополія Бертрана - це одна з економічних моделей, яка вивчає конкуренцію між двома підприємствами, що встановлюють ціни на один і той самий продукт. Вона відрізняється від інших моделей дуополії, в яких фірми визначають кількість товару.

Парадокс Бертрана та рівновага Неша — дві концепції, пов'язані з теорією ігор і прийняттям рішень. Хоча ці поняття не пов'язані безпосередньо, є певна схожість в ідеях і застосуваннях. Хоча ці дві концепції за своєю суттю різні, вони можуть мати спільну перспективу, коли мають справу з ситуаціями невизначеності та випадковості. Парадокс Бертрана показує, як невизначеність вибору впливає на стохастичні результати.

2.6 Висновки до розділу 2

Рівновага Неша є важливим концептом в економіці, що відображає стан, в якому гравці, знаючи взаємні впливи своїх рішень, приймають

оптимальні стратегії. Цей концепт базується на припущенні, що гравці розуміють раціональність і поведінку інших гравців та спроможні передбачати їхні дії. Було розглянуто модель Курно, що досліджує конкуренцію у ринковій структурі, та парадокс Бертрана, пов'язаний з визначенням оптимальної ціни в конкурентному ринковому середовищі.

Рівновага Неша широко використовується в економіці. Наприклад, рівновага Неша в олігополістичних ринкових структурах, де конкурують багато великих гравців, дозволяє прогнозувати найкращі стратегії цих гравців і приймати рішення щодо ціни, виробництва та маркетингу.

3 ОГЛЯД ПРОБЛЕМИ ТА ШЛЯХИ ЇЇ ВИРІШЕННЯ

3.1 Загальний опис проблеми

Розглянемо ситуацію в ріелторській компанії, у якій часто можна помітити таку тенденцію. Серед працівників завжди існує внутрішня конкуренція, що стосується залучення клієнтів і отримання визнання від керівництва. Ця конкуренція полягає в тому, що кожен із них намагається привернути якомога більше клієнтів і забезпечити максимальний дохід, використовуючи власні методи і підходи для досягнення цієї мети.

Часто проблема полягає в тому, що прагнучи збільшити прибуток, працівники, навіть не помічаючи цього, знижують ціни до межі рентабельності. Крім того, це ще більше ускладнюється тим, якщо один із них продав приміщення за надзвичайно низькою ціною, іншим ріелторам також доводиться знизити ціни, щоб уникнути втрати клієнтів. Ріелторський ринок може бути дуже конкурентним, з великою кількістю компаній і агентів, які працюють в цій галузі. Захоплення та збереження клієнтів можуть бути викликом.

Ця внутрішня конкуренція призводить до втрати частки прибутку компанії. Тому процес роботи з клієнтами потребує поліпшення та оптимізації. Конкретно, потрібно шукати рішення, які дозволять зберегти клієнтів і одночасно збільшити прибуток.

3.2 Чітке формулювання проблеми

Уявимо ситуацію, що в компанії працює три ріелтори: Василь, Дмитро та Андрій — кожен з яких має свої дві ключові стратегії під час роботи із клієнтами.

Василь під час своєї роботи із клієнтами орієнтується на споживача та його купівельну спроможність, намагається налагодити з ним дружні відносини. Цей працівник дотримується таких стратегій:

V1: Продаж приміщення за стандартною ціною.

V2: Максимізація дружніх стосунків зі споживачем та реалізація товару за нижчою ціною.

Дмитро працює у ріелторській компанії найдовше, тому встиг сформувати певну клієнтську базу, тому часто може йти назустріч в плані вартості. Цей працівник дотримується таких стратегій:

D1: Незначне зменшення ціни для постійних клієнтів.

D2: Сильне зниження ціни для втримання клієнта.

Андрій прекрасно орієнтується на ринку нерухомості, тому завжди в курсі поточних цін на заданий об'єкт. Ця риса дозволяє йому по-різному маніпулювати вартістю з вигодою для компанії. Цей працівник дотримується таких стратегій:

A1: Продаж приміщення за стандартною ціною.

A2: Переконавання клієнта придбати об'єкт саме за вказаною вартості, порівнюючи із іншими цінами на ринку.

Для агента з нерухомості важливо мати такий досвід з кількох причин:

Конкурентна перевага: такі навички, як глибоке знання ринку, навички спілкування дозволяють залучати більше клієнтів, укладати успішні угоди та створювати надійну репутацію.

Довіра клієнтів: клієнти шукають ріелтора, якому можна довіряти, це допомагає будувати довірчі відносини з клієнтами, що дуже важливо для успішного бізнесу.

Продуктивність: володіння знаннями ринку, комунікаційними навичками та навичками переговорів, дозволяють витратити менше часу на вирішення проблем і більше часу на залучення нових клієнтів.

Розглянемо цю ситуацію у форматі безкоаліційної гри трьох агентів, кожен із яких приносить для компанії прибуток.

Представимо виграші для компанії за допомогою таблиці 3.1:

Таблиця 3.1 – Виграші кожного гравця

		Стратегія V1	
		гравець 3	
		A1	A2
гравець 2	D1	(2,4,2)	(5,6,1)
	D2	(4,1,4)	(7,1,2)
		Стратегія V2	
		гравець 3	
		A1	A2
гравець 2	D1	(1,6,3)	(4,8,2)
	D2	(3,2,5)	(4,3,1)

Чисельний прибуток для фірми залежить від виграшу тієї чи іншої стратегії наших гравців. Бачимо, що для другого гравця стратегія D1(Незначне зменшення ціни для постійних клієнтів) завжди є вигіднішою, оскільки приносить більший прибуток для компанії. Таким самим чином працює для третього гравця: йому завжди вигідніше зіграти стратегію

A1(продаж приміщення за стандартною ціною), щоб максимізувати свій прибуток.

3.3 Шляхи вирішення проблеми

Спробуємо знайти рівновагу Неша у цій безкоаліційній грі трьох агентів, у кожного з яких дві стратегії. Оскільки кількість гравців та стратегій скінченна, доречно розглянути всі профілі гравців та знайти рівновагу Неша.

$(V1, D1, A2)$: не рівновага, оскільки $u_3(V1, D1, A2) < u_3(V1, D1, A1)$;

$(V1, D2, A1)$: не рівновага, оскільки $u_2(V1, D2, A1) < u_2(V1, D1, A1)$;

$(V1, D2, A2)$: не рівновага, оскільки $u_3(V1, D2, A2) < u_3(V1, D2, A1)$;

$(V2, D1, A1)$: не рівновага, оскільки $u_1(V2, D1, A1) < u_1(V1, D1, A1)$;

$(V2, D1, A2)$: не рівновага, оскільки $u_1(V2, D1, A2) < u_1(V1, D1, A2)$;

$(V2, D2, A1)$: не рівновага, оскільки $u_2(V2, D2, A1) < u_2(V2, D1, A1)$;

$(V2, D2, A2)$: не рівновага, оскільки $u_1(V2, D2, A2) < u_1(V1, D2, A1)$;

$(V1, D1, A1)$: є рівновагою, оскільки жодному із гравців не вигідно відхилятися від цієї стратегії, щоб отримати максимальний прибуток.

Таким чином, щоб отримати найбільший заробіток для компанії, ріелторам необхідно дотримуватися заданої стратегії: Василь продає товар за стандартною ціною, Дмитро може незначно змінювати ціну для постійних клієнтів, Андрій продає товар за стандартною ціною.

3.4 Програмна реалізація

3.4.1 Загальний опис програми

Безкоаліційна гра для трьох гравців — це гра, в якій кожен гравець діє незалежно від інших гравців, не створюючи жодних формальних коаліцій і не ділячись стратегіями з іншими гравцями. У цій грі кожен гравець намагається максимізувати власні інтереси, отримати найкращий результат для себе, незважаючи на інтереси інших гравців.

Пошук рівноваги Неша у грі з трьома агентами не є складним, але все ж займає чимало часу в деяких випадках. У некоаліційній грі з трьома гравцями може виконуватись шляхом аналізу можливих стратегій кожного гравця і визначення ситуації, коли ніякому гравцеві не буде вигідно змінювати свою стратегію, при умові, що інші гравці залишають свої стратегії незмінними. У вільному доступі такої програми не було знайдено, тому вважаю, що такий продукт може бути корисним надалі для знаходження рівноваги Неша в іграх такого типу.

3.4.2 Опис алгоритму

Розглянемо на прикладі таблицю виграшів, коли в кожного гравця по дві стратегії (таблиця 3.2).

Таблиця 3.2 – Позначення платежів гравців

		Стратегія V1	
		гравець 3	
		A1	A2
гравець 2	D1	(a1,b1,c1)	(a2,b2,c2)
	D2	(a5,b5,c5)	(a6,b6,c6)
		Стратегія V2	
		гравець 3	
		A1	A2
гравець 2	D1	(a3,b3,c3)	(a4,b4,c4)
	D2	(a7,b7,c7)	(a8,b8,c8)

Алгоритм порівнює платежі кожного гравця та позначає зірочкою найвигідніший, тобто для кожного агента шукаємо стратегію, коли йому буде не вигідно від неї відхилитися. Спочатку фіксується перша стратегія для першого гравця та порівнюються значення платежів для другого гравця b_1 і b_5 , b_2 і b_6 . Далі при цьому ж значенні порівнюються виплати третього агента c_1 і c_2 , c_5 і c_6 .

Наступним кроком фіксується друга стратегія для першого гравця та порівнюються платежі при різних стратегіях для другого та третього агента: b_3 і b_7 , b_4 і b_8 , c_3 і c_4 , c_7 і c_8 .

Після виконання цих усіх маніпуляцій для другого та третього гравців, необхідно обрати найкращі платежі для першого гравця, тобто порівнюємо a_1 і a_3 , a_2 і a_4 , a_5 і a_7 , a_6 і a_8 .

Після цих усіх дій матриця має наступний вигляд (таблиця 3.3).

Таблиця 3.3 – Вибір найкращої стратегії

Стратегія V1			
		гравець 3	
		A1	A2
гравець 2	D1	(a1,b1*,c1*)	(a2,b2*,c2)
	D2	(a5,b5,c5*)	(a6,b6,c6)
Стратегія V2			
		гравець 3	
		A1	A2
гравець 2	D1	(a3,b3*,c3*)	(a4,b4*,c4)
	D2	(a7,b7,c7*)	(a8,b8,c8)

Формально рівновага Неша визначається як набір стратегій, по одній для кожного гравця, так що жоден гравець не має стимулу змінювати свою стратегію, якщо інші гравці залишають свої стратегії незмінними.

У некоаліційній грі з трьома гравцями пошук рівноваги Неша може вимагати аналізу різних можливих стратегічних комбінацій трьох гравців і виявлення ситуацій, коли ніхто не має стимулу змінити свій вибір.

3.4.2 Опис роботи програми

Програма написана за допомогою Python 3 у середовищі PyCharm. Після запуску перед користувачем постає питання вибору вводу даних: вручну чи випадковим чином (рисунки 3.1). Оскільки розглядаємо конкретну задачу, то оберемо перший спосіб заповнення.

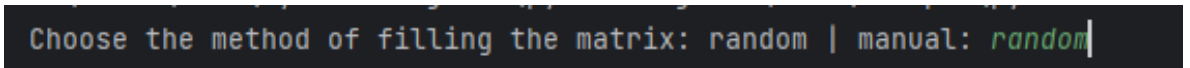


Рисунок 3.1 – Спосіб вводу даних

Далі заповнимо поля необхідними даними для розв’язання задачі (рисунок 3.2).

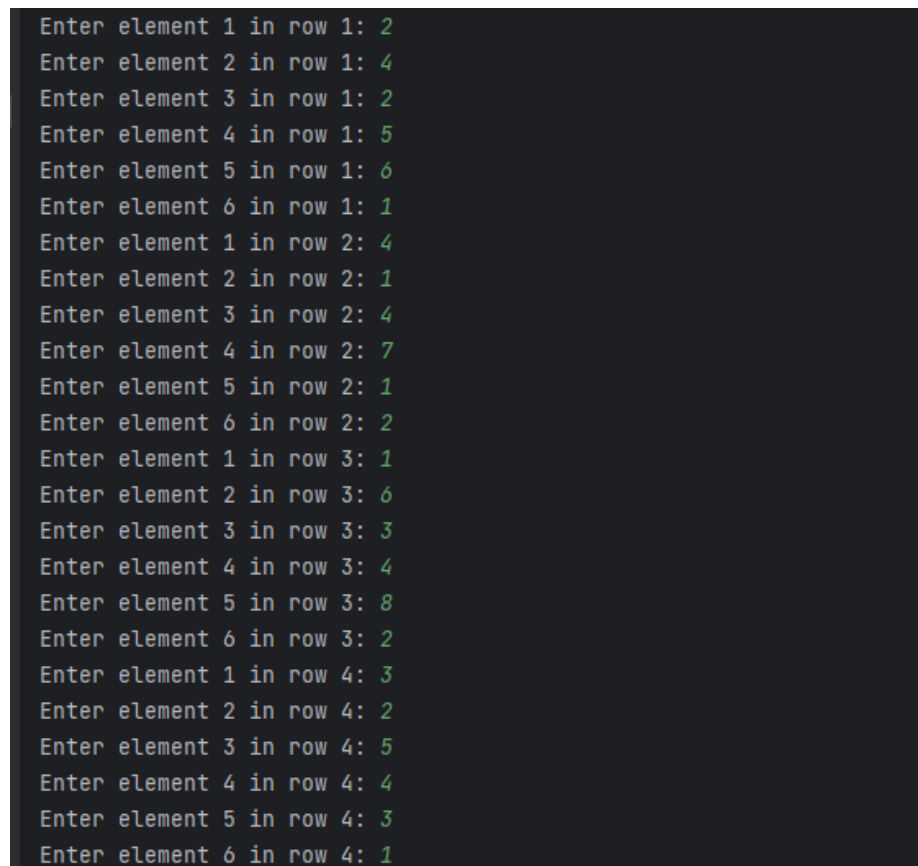


Рисунок 3.2 – Уведення необхідних даних

Після введення усіх даних програма виведе сформовані таблиці та нижче таблиці із позначками найкращих стратегій (рисунок 3.3).

```

If player 1 chooses strategy V1:
2   4   2   5   6   1
4   1   4   7   1   2
If player 2 chooses strategy V2:
1   6   3   4   8   2
3   2   5   4   3   1
-----
If player 1 chooses strategy V1:
2   4*  2*  5   6*  1
4   1   4*  7   1   2
If player 2 chooses strategy V2:
1   6*  3*  4   8*  2
3   2   5*  4   3   1
-----
2  4*  2*

```

Рисунок 3.3 – Результат роботи програми

Таким чином, що рівновагою Неша є платежі (2,4,2), тобто профіль стратегій (V1, D1, A1), що також було обчислено вручну.

3.5 Висновки до розділу 3

Під час виконання практичної частини було розглянуто проблему поведінки трьох працівників щодо поведінки із клієнтами в ріелторській компанії. За допомогою теорії ігор було запропоновано рішення: пошук рівноваги Неша в безкоаліційній задачі трьох гравців.

Знайдено оптимальний шлях для працівників, щоб максимізувати прибуток компанії без бажання змінити стратегію. Крім того, для підкріплення розрахунків було створено програмний продукт на мові Python, який знаходить рівновагу Неша.

4 ФУНКЦІОНАЛЬНО-ВАРТІСНИЙ АНАЛІЗ ПРОГРАМНОГО ПРОДУКТУ

У заданому розділі буде проведено оцінювання основних характеристик для майбутнього програмного продукту, що спеціалізується на дослідженні рівноваги Неша у безкоаліційній грі трьох агентів.

Також в даному дослідженні показано різні варіанти реалізації для забезпечення найбільш коректної та оптимальної стратегії вибору, що має вплив на економічні фактори та сумісність з майбутнім програмним продуктом. Для цього застосовувався апарат функціонально-вартісного аналізу, передбачає собою технологію, що дозволяє оцінити реальну вартість продукту або послуги незалежно від організаційної структури компанії. ФВА проводиться з метою визначення економії витрат завдяки більш ефективним виробничим можливостям і кращому співвідношенню між споживчою вартістю продукту та витратами виробництва. В аналізі використовується економічна, технічна та проектна інформація.

Алгоритм функціонального аналізу витрат включає визначення послідовності етапів розробки продукту, визначення загальної вартості (річної) і людино-годин, визначення джерел витрат і остаточний розрахунок вартості програмного продукту.

4.1 Постановка задачі проектування

У цьому дослідженні використовується методологія ФВА для виконання техніко-економічного аналізу щодо розробки систем прогнозування стабільності фінансових показників. Окремі підсистеми

повинні відповідати цим вимогам, тому що рішення щодо проектування та реалізації компонентів, впливають на систему в цілому. Тому фактичний аналіз представляє собою аналіз функцій програмного продукту, призначеного для збору, обробки та проведення аналізу даних по компанії.

Технічні вимоги до програмного продукту є наступні:

- функціонування на персональних комп'ютерах із стандартним набором компонентів;
- зручність та зрозумілість для користувача;
- мінімальні витрати на впровадження програмного продукту.

4.2 Обґрунтування функцій програмного продукту

Основні функції продукту:

F_1 – вибір мови програмування.

F_2 – алгоритм підбору даних для тестування.

F_3 – якісний аналіз даних.

Кожна з цих функцій має декілька варіантів реалізації:

Функція F_1 :

- а) C++.
- б) Python.

Функція F_2 :

- а) випадковий підбір даних для тестування;
- б) заздалегідь відома частина.

Функція F_3 :

- а) застосування вбудованих функцій;
- б) створення своїх обчислень значень.

Варіанти реалізації основних функцій наведені у морфологічній карті системи (рис. 4.1).

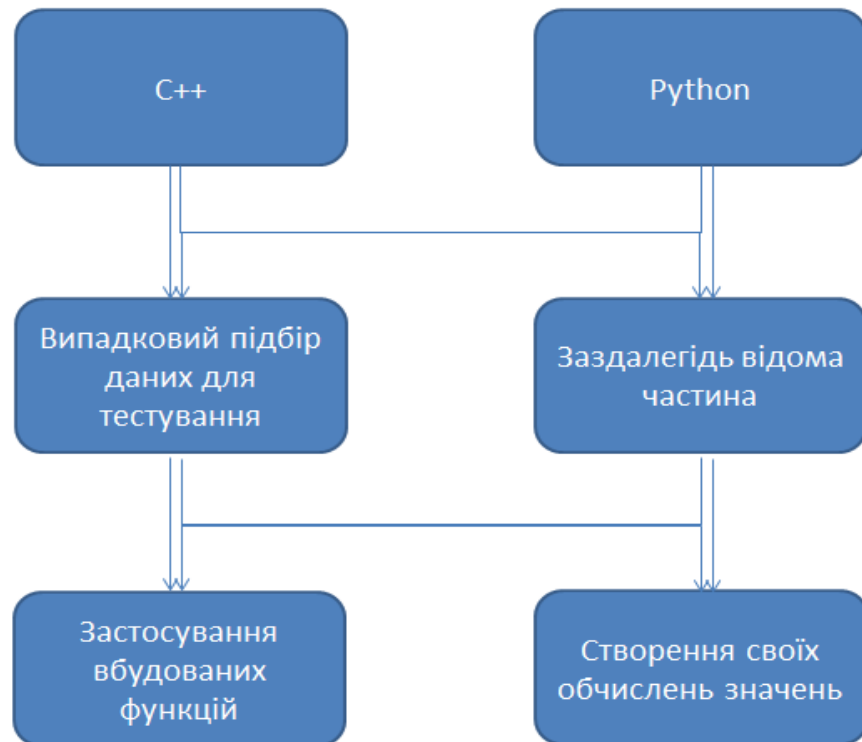


Рисунок 4.1 – Морфологічна карта

Морфологічна карта відображає множину всіх можливих варіантів основних функцій. Позитивно-негативна матриця показана в таблиці 4.1.

Таблиця 4.1 – Позитивно-негативна матриця

Функції	Варіанти реалізації	Переваги	Недоліки
F_1	<i>A</i>	Швидкодія	Час на програмування
	<i>B</i>	Функціонал	Час виконання

Продовження табл. 4.1

F_2	A	Вища якісь тестування	Відсутність впевненості у вихідних даних, більш складний алгоритм відбору даних
	B	Контроль кінцевих даних	Необхідність контролю вибору
F_3	A	Для написання необхідні базові знання	Іноді може не відповідати задачі, яку потрібно вирішити
	B	Повністю описує всі необхідні властивості	Подальше впровадження алгоритму було б досить затратним

На основі аналізу позитивної/негативної матриці ми дійшли висновку, що при розробці програмного продукту слід відкидати деякі варіанти функціональної реалізації, оскільки вони не відповідають завданням, які ставить перед собою програмний продукт.

Функція F_1 :

Ми надаємо пріоритет загальній доступності. Щоб спростити написання коду, слід відмовитися від варіанту А.

Функція F_2 :

Програма допускає обрання обох варіантів. Можливо використати варіанти А чи Б.

Функція F_3 :

Реалізація варіанту А є сприйнятливою для програми.

Таким чином, будемо розглядати такі варіанти реалізації:

$$F_1б - F_2а - F_3а$$

$$F_1б - F_2б - F_3а$$

Для оцінювання якості розглянутих функцій обрана система параметрів, описана нижче.

4.3 Обґрунтування системи параметрів програмного продукту

На основі розглянутих вище даних визначено основні параметри вибору, які будемо використовувати для обчислення коефіцієнту технологічного рівня.

Для того, щоб охарактеризувати програмний продукт (таблиця 4.2.), будемо використовувати наступні параметри:

- X_1 – швидкодія мови програмування;
- X_2 – об'єм пам'яті для обчислень та збереження даних;
- X_3 – час навчання даних;
- X_4 – потенційний об'єм програмного коду.

Таблиця 4.2 - Основні параметри програмного продукту

Назва Параметра	Умовні позначення	Одиниці виміру	Значення параметра		
			гірші	середні	кращі
Швидкодія мови програмування	X_1	оп/мс	50	70	90
Час на вирішення задачі	X_2	год	20	10	5
Час на реалізацію програми	X_3	год	50	30	10

За даними таблиці 4.3 будуються графічні характеристики параметрів (рис. 4.2 – рис. 4.5).

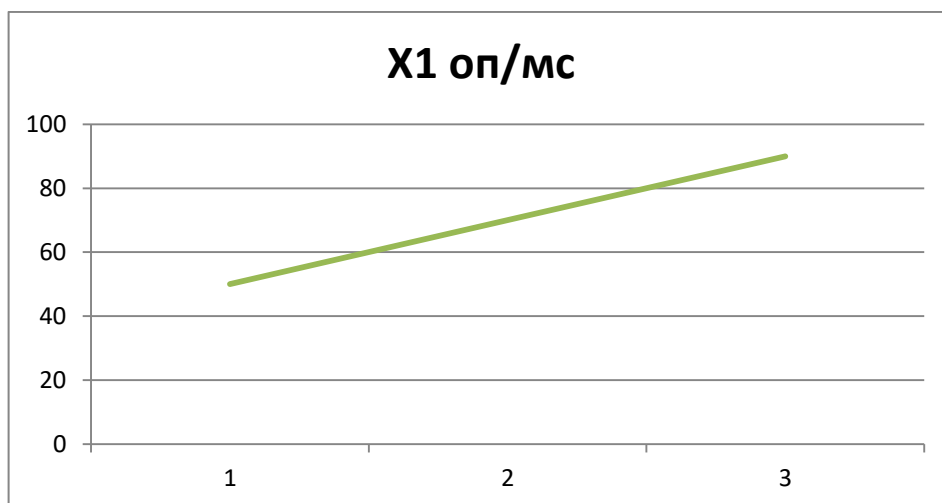


Рисунок 4.2 – X1, швидкодія мови програмування

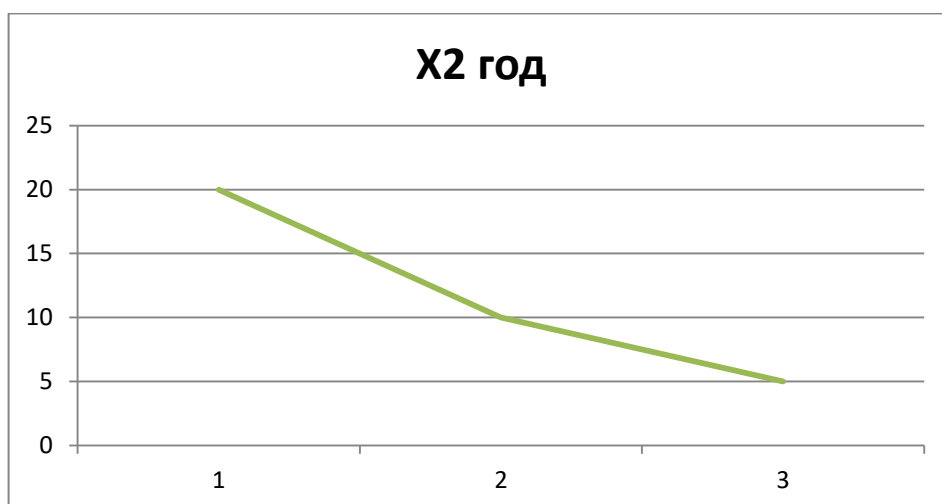


Рисунок 4.3 – X2, час на вирішення задачі

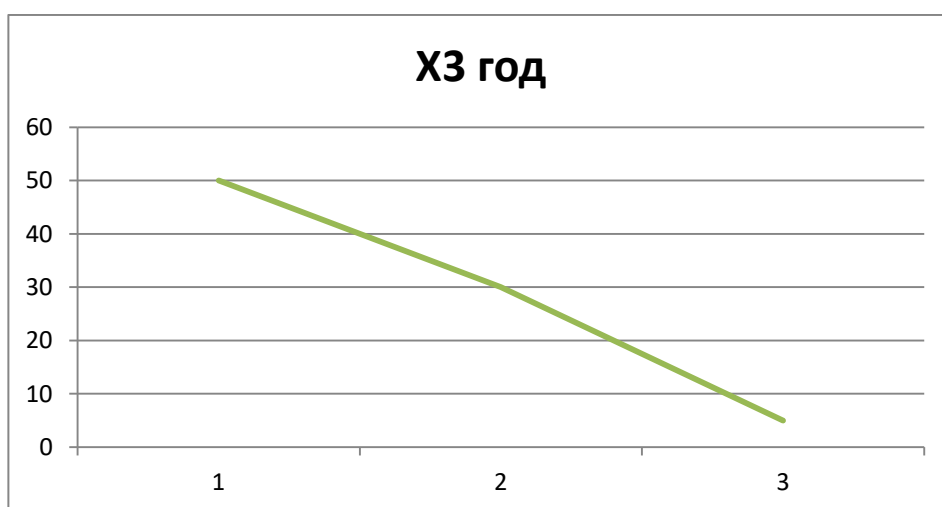


Рисунок 4.4 – X3, час на реалізацію програми

4.4 Аналіз експертного оцінювання параметрів

Після детального обговорення та аналізу кожний експерт оцінює важливість кожного параметра для конкретної мети – розробки програмного продукту.

Значимість кожного параметра визначається методом попарного порівняння. Оцінку проводить експертна комісія із 7 людей. Ранги варіюються від 1 до 3, тобто від найгіршого показника до найкращого.

Результати експертного ранжування наведені у таблиці 4.3.

Таблиця 4.3 - Результати ранжування параметрів

Позначення параметра	Назва параметра	Одиниці виміру	Ранг параметра за оцінкою експерта							Сума рангів R_i	Відхилення Δ_i	Δ_i^2
			1	2	3	4	5	6	7			
$X1$	Швидкодія мови програмування	Оп/мс	1	2	1	1	1	1	2	9	-5	25
$X2$	Час на вирішення задачі	год	3	3	3	3	3	3	3	21	7	49
$X3$	Час на реалізацію програми	год	2	1	2	2	2	2	1	12	-2	4
	Разом		6	6	6	6	6	6	6	42	0	78

Для перевірки степені достовірності експертних оцінок, визначимо наступні параметри:

а) сума рангів кожного з параметрів і загальна сума рангів:

$$R_i = \sum_{j=1}^7 r_{ij} R_{ij} = \frac{7 \cdot 3(3+1)}{2} = 42, \quad (4.1)$$

б) середня сума рангів:

$$T = \frac{1}{3} R_{ij} = 14 \quad (4.2)$$

в) відхилення суми рангів кожного параметра від середньої суми рангів:

$$\Delta_i = R_i - T. \quad (4.3)$$

г) загальна сума квадратів відхилення:

$$S = \sum_{i=1}^3 \Delta_i^2 = 78. \quad (4.4)$$

Порахуємо коефіцієнт узгодженості:

$$W = \frac{12S}{N^2(n^3 - n)} = \frac{12 \cdot 78}{7^2(3^3 - 3)} = 0,795 > W_k = 0,67. \quad (4.5)$$

Ранжування можна вважати достовірним, тому що знайдений коефіцієнт узгодженості перевищує нормативний, який рівний 0,67.

Скориставшись результатами ранжирування, проведемо попарне порівняння всіх параметрів і результати занесемо у таблицю 4.4.

Таблиця 4.4 - Попарне порівняння параметрів

Параметри	Експерти							Кінцева оцінка	Числове значення
	1	2	3	4	5	6	7		
X1 і X2	<	<	<	<	<	<	<	<	0,5
X1 і X3	<	>	<	<	<	<	>	<	0,5
X2 і X3	>	>	>	>	>	>	>	>	1,5

За результатами попарного порівняння обчислюємо вагомість кожного з критеріїв (табл. 4.5).

Таблиця 4.5 - Розрахунок вагомості параметрів

Параметри x_i		Параметри x_j		Перша ітер.		Друга ітер.	
	X1	X2	X3	b_i	K_{bi}	b_i^1	K_{bi}^1
X1	1	0,5	0,5	2	0,22	5,5	0,22
X2	1,5	1	1,5	4	0,44	11,5	0,46
X3	1,5	0,5	1	3	0,34	8	0,32
Всього:				9	1	25	1

Як видно з таблиці 4.5, різниця значень коефіцієнтів вагомості не перевищує 2%, тому більшої кількості ітерацій не потрібно.

4.5 Аналіз рівня якості варіантів реалізації функцій

Визначаємо рівень якості кожного варіанту виконання основних функцій окремо.

Коефіцієнт технічного рівня для кожного варіанта реалізації ПП розраховується так (таблиця 4.6):

Таблиця 4.6 - Розрахунок показників рівня якості варіантів реалізації основних функцій ПП

Основні функції	Варіант реалізації функції	Параметри	Абсолютне значення параметра	Бальна оцінка параметра	Коефіцієнт вагомості параметра	Коефіцієнт рівня якості
F1	A	X1	80	7,5	0,22	1,65
F2	A	X1	70	5	0,22	1,1
	Б	X2	15	3	0,46	1,38
F3	A	X3	30	5	0,32	1,6

Визначаємо рівень якості кожного з варіантів:

$$K_{K1} = 1,65 + 1,1 + 1,6 = 4,35;$$

$$K_{K2} = 1,65 + 1,38 + 1,6 = 4,63.$$

Як видно з розрахунків, кращим є 2 варіант, для якого коефіцієнт технічного рівня має найбільше значення.

4.6 Економічний аналіз варіантів розробки ПП

Для визначення вартості розробки ПП спочатку проведемо розрахунок трудомісткості.

Усі варіанти включають в себе два окремих завдання:

1. Розробка проекту програмного продукту;
2. Розробка програмної оболонки;

Завдання 1 за ступенем новизни відноситься до групи В, завдання 2 – до групи А. За складністю алгоритми, які використовуються в завданні 1 належать до групи 1; а в завданні 2 – до групи 1.

Проведемо розрахунок норм часу на розробку та програмування для кожного з завдань.

Загальна трудомісткість обчислюється як:

$$T_0 = T_p \cdot K_{\Pi} \cdot K_{СК} \cdot K_M \cdot K_{СТ} \cdot K_{СТ.М} \quad (4.6)$$

де T_p – трудомісткість розробки ПП;

K_{Π} – поправочний коефіцієнт;

$K_{СК}$ – коефіцієнт на складність вхідної інформації;

K_M – коефіцієнт рівня мови програмування;

$K_{СТ}$ – коефіцієнт використання стандартних модулів і прикладних програм;

$K_{СТ.М}$ – коефіцієнт стандартного математичного забезпечення

Для першого завдання, виходячи із норм часу для завдань розрахункового характеру степеню новизни В та групи складності алгоритму 1, трудомісткість дорівнює: $T_p = 43$ людино-днів. Поправочний коефіцієнт, який враховує вид нормативно-довідкової інформації для першого завдання: $K_{\Pi} = 0,81$. Тоді загальна трудомісткість програмування першого завдання дорівнює:

$$T_1 = 43 \cdot 0,81 = 34,83 \text{ людино-днів.}$$

Для другого завдання (використовується алгоритм 1 групи складності, степінь новизни А), тобто $T_p = 90$ людино-днів, $K_{\Pi} = 1,7$, $K_{СТ} = 0,7$:

$$T_2 = 90 \cdot 0,7 \cdot 1,7 = 107,1 \text{ людино-днів.}$$

Також кожен з варіантів має додаткове завдання. Для першого варіанту додаткове завдання:

- Підготовка теоретичної бази для вирішення задачі.

Для другого варіанту додаткове завдання:

- Створення власної теоретичної бази для вирішення задачі.

Для додаткового завдання 1: (алгоритм групи складності 3, ступінь новизни В) $T_p = 12$ людино-днів, $K_{\Pi} = 0,6$. Тому $T_{31} = 12 \cdot 0,6 = 7,2$ людино-днів.

Для додаткового завдання 2: (алгоритм групи складності 3, ступінь новизни А) $T_p = 27$ людино-днів, $K_{\Pi} = 1,26$. Тому:

$$T_{32} = 27 \cdot 1,26 = 34,02 \text{ людино-днів.}$$

Складаємо трудомісткість відповідних завдань для кожного з обраних варіантів реалізації програми, щоб отримати їх трудомісткість:

$$T_I = (34,83 + 107,1 + 7,2) \cdot 8 = 1193,04 \text{ людино-годин.}$$

$$T_{II} = (34,83 + 107,1 + 34,02) \cdot 8 = 1407,6 \text{ людино-годин.}$$

Найбільш високу трудомісткість має варіант II.

В розробці беруть участь два програмісти з окладом 18500 грн., один аналітик в області даних з окладом 21400. Визначимо середню зарплату за годину за формулою:

$$C_{\text{ч}} = \frac{18500 + 18500 + 21400}{3 \cdot 21 \cdot 8} = 115,87 \text{ грн.} \quad (4.7)$$

Зарплата розробників за варіантами становить:

$$I. \quad C_{\text{зп}} = 115,87 \cdot 1193,04 \cdot 1,2 = 165885,05 \text{ грн.}$$

$$II. \quad C_{\text{зп}} = 115,87 \cdot 1407,6 \cdot 1,2 = 195718,33 \text{ грн.}$$

Відрахування на єдиний соціальний внесок становить 22%:

$$I. \quad C_{\text{вд}} = C_{\text{зп}} \cdot 0,22 = 165885,05 \cdot 0,22 = 36494,71 \text{ грн.}$$

$$II. \quad C_{\text{вд}} = C_{\text{зп}} \cdot 0,22 = 195718,33 \cdot 0,22 = 43058,03 \text{ грн.}$$

Тепер визначимо витрати на оплату однієї машино-години. Так як одна ЕОМ обслуговує одного програміста з окладом 18500 грн., з коефіцієнтом зайнятості 0,2 то для однієї машини отримаємо:

$$C_{\Gamma} = 12 \cdot M \cdot K_3 = 12 \cdot 18500 \cdot 0,2 = 44400 \text{ грн.}$$

З урахуванням додаткової заробітної плати:

$$C_{3П} = C_{\Gamma} \cdot (1 + K_3) = 44400 \cdot (1 + 0.2) = 53280 \text{ грн.}$$

Відрахування на соціальний внесок:

$$C_{ВІД} = C_{3П} \cdot 0.22 = 53280 \cdot 0.22 = 11721,6 \text{ грн.}$$

Амортизаційні відрахування розраховуємо при амортизації 25% та вартості ЕОМ – 10000 грн.

$$C_A = K_{TM} \cdot K_A \cdot Ц_{ПР} = 1.4 \cdot 0.25 \cdot 10000 = 3500 \text{ грн.,}$$

де K_{TM} – коефіцієнт, який враховує витрати на транспортування та монтаж приладу у користувача;

K_A – річна норма амортизації;

$Ц_{ПР}$ – договірна ціна приладу.

Витрати на ремонт та профілактику розраховуємо як:

$$C_P = K_{TM} \cdot Ц_{ПР} \cdot K_P = 1.4 \cdot 10000 \cdot 0.05 = 700 \text{ грн.,}$$

де K_P – відсоток витрат на поточні ремонти.

Ефективний годинний фонд часу ПК за рік розраховуємо за формулою:

$$T_{\text{ЕФ}} = (D_K - D_B - D_C - D_P) \cdot t_3 \cdot K_B = (365 - 104 - 11 - 16) \cdot 8 \cdot 0.6 = 1123,2 \text{ години,}$$

де D_K – календарна кількість днів у році;

D_B, D_C – відповідно кількість вихідних та святкових днів;

D_P – кількість днів планових ремонтів устаткування;

t – кількість робочих годин в день;

K_B – коефіцієнт використання приладу у часі протягом зміни.

Витрати на оплату електроенергії розраховуємо за формулою:

$$C_{\text{ЕЛ}} = T_{\text{ЕФ}} \cdot N_C \cdot K_3 \cdot C_{\text{ЕН}} = 1123,2 \cdot 0,2 \cdot 0,3 \cdot 4,79 = 322,8 \text{ грн.,}$$

де N_C – середньо-споживча потужність приладу;

K_3 – коефіцієнтом зайнятості приладу;

$C_{\text{ЕН}}$ – тариф за 1 КВт-годин електроенергії.

Накладні витрати розраховуємо за формулою:

$$C_H = C_{\text{ГР}} \cdot 0.67 = 10000 \cdot 0,67 = 6700 \text{ грн.}$$

Тоді, річні експлуатаційні витрати будуть:

$$C_{\text{ЕКС}} = C_{\text{ЗП}} + C_{\text{ВІД}} + C_A + C_P + C_{\text{ЕЛ}} + C_H, \quad (4.8)$$

$$C_{\text{ЕКС}} = 53280 + 11721,6 + 3500 + 700 + 322,8 + 6700 = 76224,4 \text{ грн.}$$

Собівартість однієї машино-години ЕОМ дорівнюватиме:

$$C_{\text{М-Г}} = C_{\text{ЕКС}} / T_{\text{ЕФ}} = 76224,4 / 1123,2 = 67,86 \text{ грн/год.}$$

Оскільки в даному випадку всі роботи, які пов'язані з розробкою програмного продукту ведуться на ЕОМ, витрати на оплату машинного часу:

$$C_{\text{М}} = C_{\text{М-Г}} \cdot T, \quad (4.9)$$

$$\text{I. } C_{\text{М}} = 67,86 \cdot 1193,04 = 80959,7 \text{ грн.}$$

$$\text{II. } C_{\text{М}} = 67,86 \cdot 1407,6 = 95519,7 \text{ грн.}$$

Накладні витрати складають 67% від заробітної плати:

$$C_{\text{Н}} = C_{\text{ЗП}} \cdot 0,67, \quad (4.10)$$

$$\text{I. } C_{\text{Н}} = 165885,05 \cdot 0,67 = 111142,98 \text{ грн.}$$

$$\text{II. } C_{\text{Н}} = 195718,33 \cdot 0,67 = 131131,28 \text{ грн.}$$

Отже, вартість розробки ПП за варіантами становить:

$$C_{\text{ПП}} = C_{\text{ЗП}} + C_{\text{ВІД}} + C_{\text{М}} + C_{\text{Н}}, \quad (4.11)$$

$$\text{I. } C_{\text{ПП}} = 165885,05 + 36494,71 + 80959,7 + 111142,98 = 394482,44 \text{ грн.}$$

$$\text{II. } C_{\text{ПП}} = 195718,33 + 43058,03 + 95519,7 + 131131,28 = 465427,34 \text{ грн.}$$

4.7 Вибір кращого варіанту ПП техніко-економічного рівня

Розрахуємо коефіцієнт техніко-економічного рівня за формулою:

$$K_{\text{ТЕР}j} = K_{\text{К}j} / C_{\text{Ф}j}, \quad (4.12)$$

$$K_{\text{ТЕР}1} = 4,35 / 394482,44 = 1,103 \cdot 10^{-5},$$

$$K_{\text{ТЕР}2} = 4,63 / 465427,34 = 9,948 \cdot 10^{-6}.$$

Як бачимо, найбільш ефективним є перший варіант реалізації програми з коефіцієнтом техніко-економічного рівня $K_{\text{ТЕР}1} = 1,103 \cdot 10^{-5}$.

Після завершення фінансово-вартісного аналізу програмного комплексу, що розробляється, можна зробити висновок, що з двох варіантів виконання програмного комплексу, які залишилися після першого відбору, найкращим варіантом реалізації програмного продукту є перший.

Цей варіант реалізації програмного продукту має такі параметри:

- вибір мови програмування – Python;
- випадковий підбір даних для тестування;
- реалізація важливої постановки з допомогою вбудованих функцій.

4.8 Висновки до розділу 4

У цьому розділі було проведено комплексний функціонально-вартісний аналіз програми. Крім того, було виявлено результати оцінки основних функцій програмного продукту.

Завдяки проведенню функціонально-вартісного аналізу програмного комплексу, що розробляється, були визначені та оцінені основні функції продукту, а також визначені параметри, які його характеризують.

На основі цього аналізу було прийнято рішення щодо варіанту реалізації програмного продукту.

ВИСНОВКИ

У ході виконання дипломної роботи було досліджено взаємозв'язок теорії ігор та економіки за допомогою рівноваги Неша – одного із ключових питань. Було також наведено алгоритми пошуку рівноваги Неша та подальше вирішення задач такого типу з детальним поясненням.

Також, розглянуто та проаналізовано модель Курно та парадокс Бертрана, які допомагають розуміти різні аспекти конкурентної боротьби на ринку і розвивати стратегії, що сприяють ефективному використанню ресурсів та досягненню стійкої конкурентної переваги.

Узагальнюючи, рівновага Неша є важливим інструментом в економіці, який допомагає вивчати взаємодію між гравцями на ринку, прогнозувати їхні дії і розвивати ефективні стратегії конкуренції. Розуміння рівноваги Неша дозволяє гравцям досягати оптимальних результатів в умовах конкурентного середовища і сприяє стійкому розвитку ринкових відносин.

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Барановська Л. Б. Теорія ігор: курс лекцій : курс лекцій. Київ : Електрон. мережне навч. вид., 2022. 245 с.
2. Nash Equilibrium: Definition and Examples of Nash Equilibrium. URL: <https://www.masterclass.com/articles/nash-equilibrium-explained#2UefWeGOHhyF7unZNDjDg6>
3. Лабскер Л.Г., Яценко Н.А. Теория игр в экономике, финансах и бизнесе. Москва: КноРус, 2017. 708 с.
4. Мазалов В. В. Математическая теория игр и приложения. 3-те вид. Санкт-Петербург : Учебники для вузов. Специальная литература, 2017. 448 с.
5. Чому конкуруючі Samsung і Apple не можуть обійтися один без одного. URL: <https://ishop.if.ua/novyny/chomu-konkuruyuchi-samsung-i-apple-ne-mozhut-obiytysya-odyn-bez-odnogo>
6. Skyrms B. The Stag Hunt and Evolution of Social Structure. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.
7. Заводских А.А., Захаркина А.В. Теория игр в маркетинговых стратегиях // Международный студенческий научный вестник. – 2016. – № 6.
8. Luce R.D., Raiffa H. Games and Decisions: An Introduction and Critical Survey, Wiley & Sons. 1957.
9. Prisner, Erich. Game Theory Through Examples. 1st ed., Mathematical Association of America, 2014. JSTOR, www.jstor.org/stable/10.4169/j.ctt6wpwgj. Accessed 21 May 2021.
10. Крушевский А.В. Теория игр. Киев: Вища школа, 1977. — 216 с.
11. Писарук Н.Н. Введение в теорию игр. – Минск: БГУ, 2015. – 256 с.
12. Nash, John F. Non-Cooperative Games: PhD thesis / Princeton University, 1950. – 28 с.

ДОДАТОК А ЛІСТИНГ ПРОГРАМИ

```

import random

while True:
    arr = []
    method = input("Choose the method of filling the matrix:
random | manual: ")
    if method == 'random' or method == 'manual':
        break
    else:
        print(f"Method can't be {method}. Method must be random
or manual!")

for i in range(4):
    s = []
    for j in range(6):
        if method == 'manual':
            k = int(input("Enter element {} in row {}:
".format(j + 1, i + 1)))
            s.append(str(k))
        else:
            s.append(str(random.randint(1, 8)))
    arr.append(s)

print("If player 1 chooses strategy V1:")
for i in range(len(arr)):
    if i == len(arr) / 2:
        print("If player 2 chooses strategy V2:")
        for j in range(len(arr[i])):
            print(arr[i][j], end="\t")
        print()

print("-----")

if arr[0][1] > arr[1][1]:
    arr[0][1] += "*"
elif arr[0][1] < arr[1][1]:
    arr[1][1] += "*"
else:
    arr[0][1] += "*"
    arr[1][1] += "*"

```

```

if arr[0][4] > arr[1][4]:
    arr[0][4] += "*"
elif arr[0][4] < arr[1][4]:
    arr[1][4] += "*"
else:
    arr[0][4] += "*"
    arr[1][4] += "*"

if arr[0][2] > arr[0][5]:
    arr[0][2] += "*"
elif arr[0][2] < arr[0][5]:
    arr[0][5] += "*"
else:
    arr[0][2] += "*"
    arr[0][5] += "*"

if arr[1][2] > arr[1][5]:
    arr[1][2] += "*"
elif arr[1][2] < arr[1][5]:
    arr[1][5] += "*"
else:
    arr[1][2] += "*"
    arr[1][5] += "*"

if arr[2][1] > arr[3][1]:
    arr[2][1] += "*"
elif arr[2][1] < arr[3][1]:
    arr[3][1] += "*"
else:
    arr[2][1] += "*"
    arr[3][1] += "*"

if arr[2][4] > arr[3][4]:
    arr[2][4] += "*"
elif arr[2][4] < arr[3][4]:
    arr[3][4] += "*"
else:
    arr[2][4] += "*"
    arr[3][4] += "*"

if arr[2][2] > arr[2][5]:
    arr[2][2] += "*"
elif arr[2][2] < arr[2][5]:
    arr[2][5] += "*"
else:
    arr[2][2] += "*"

```

```

    arr[2][5] += "*"

if arr[3][2] > arr[3][5]:
    arr[3][2] += "*"
elif arr[3][2] < arr[3][5]:
    arr[3][5] += "*"
else:
    arr[3][2] += "*"
    arr[3][5] += "*"

print("If player 1 chooses strategy V1:")
for i in range(len(arr)):
    if i == len(arr) / 2:
        print("If player 2 chooses strategy V2:")
        for j in range(len(arr[i])):
            print(arr[i][j], end="\t")
        print()

an = []
for i in range(2):
    for j in range(2):
        if (len(arr[i * 2][j * 3 + 1]) == 2 and len(arr[i * 2][j
* 3 + 2]) == 2 and
            len(arr[i + 2][j * 3 + 1]) == 2 and len(arr[i + 2][j
* 3 + 2]) == 2):
            if arr[i * 2][j * 3] > arr[i + 2][j * 3]:
                an.append([arr[i * 2][j * 3], arr[i * 2][j * 3 +
1], arr[i * 2][j * 3 + 2]])
            else:
                an.append([arr[i + 2][j * 3], arr[i + 2][j * 3 +
1], arr[i + 2][j * 3 + 2]])

print("-----")
for i in range(len(an)):
    for j in range(len(an[i])):
        print(an[i][j], end=" ")
    print()

```

ДОДАТОК Б ІЛЮСТРАТИВНИЙ МАТЕРІАЛ

Дипломна робота на здобуття
ступеня бакалавра на тему:

«Моделі і методи рівноваги Неша в економіці»

Виконала: Яковина В.Р., КА-94, НН ІПСА
Дипломний керівник: доцент, кандидат фіз.-мат. наук
Барановська Леся Валеріївна

АКТУАЛЬНІСТЬ РОБОТИ

Одним із ключових понять у грошовій теорії є рівновага Неша, яка використовується для аналізу конкурентної взаємодії різних учасників на ринку.

За допомогою рівноваги Неша можна вивчати поведінку учасників ринку в умовах неконкурентного середовища та відповідно до цього робити певні прогнози. Крім того, вона дозволяє аналізувати стратегії, які приймають гравці, враховуючи можливі дії та реакції інших.

ОБ'ЄКТ ТА ПРЕДМЕТ ДОСЛІДЖЕННЯ, МЕТА РОБОТИ

Об'єкт дослідження: безкоаліційна гра трьох гравців, в кожного з яких є дві стратегії.

Предмет дослідження: пошук рівноваги Неша (пошук стратегії, яка є виграшною для всіх гравців) в безкоаліційній грі трьох гравців.

Дослідити взаємозв'язок рівноваги Неша та вплив теорії ігор на економіку вцілому. Запропонувати варіант вирішення конкретної задачі у цій сфері за допомогою інструментів теорії ігор.



ПОНЯТТЯ РІВНОВАГИ НЕША

Рівновага Неша є ключовим поняттям в теорії ігор, яке використовується для моделювання і аналізу стратегічних ситуацій. Введене математиком Джоном Ф. Нешом, це поняття вказує на ситуацію, коли кожен гравець вибирає свою оптимальну стратегію, враховуючи стратегії інших гравців, і ніхто не має стимулу односторонньо змінити свою стратегію.

Формально, рівновага Неша визначається як набір стратегій, одна для кожного гравця, при якому жоден гравець не має можливості отримати більший виграш, змінивши свою стратегію, за умови, що інші гравці залишають свої стратегії незмінними.

«ДИЛЕМА В'ЯЗНЯ» ЯК ПРИКЛАД РІВНОВАГИ НЕША

Дилему в'язня вперше сформулював математик та громадський діяч Альберт Такер у 1950 році. Поліція спіймала двох підозрюваних у скоєнні серйозного злочину.

У кожного з гравців є дві стратегії: промовчати або здати напарника.

Виплати гравців:

- якщо обидва гравці будуть мовчати, то поліція відправить кожного з них у в'язницю на один рік,
- якщо один ув'язнений видасть другого, а другий буде мовчати, то той, проти якого дали показання, відправиться у в'язницю на 10 років, а другий буде вільним,
- якщо обидва ув'язнені підуть на угоду зі слідством, то поліція зможе звинуватити двох у скоєнні злочину, але кожному зменшать термін на 5 років.

«ДИЛЕМА В'ЯЗНЯ» ЯК ПРИКЛАД РІВНОВАГИ НЕША

Розглянемо матрицю цієї гри

	Мовчати	Зрадити
Мовчати	-1; -1	-10; 0
Зрадити	0; -10	-5; -5

У першого гравця є строго домінуюча стратегія (Зрадити), оскільки гра симетрична, то в другого гравця така ж стратегія.

Профіль (Зрадити, Зрадити) - це єдина рівновага Неша для дилеми ув'язненого.

АЛГОРИТМ ДЛЯ ОБЧИСЛЕННЯ РІВНОВАГИ НЕША У ГРІ ІЗ ТРЬОМА АГЕНТАМИ

Уявімо ситуацію в ріелторській компанії, де три працівники мають різні стратегії відносно спілкування з клієнтами та подальшого ціноутворення. Кожний із підходів приносить різний прибуток для компанії.

Василь:

V1: Продаж приміщення за стандартною ціною.

V2: Максимізація дружніх стосунків зі споживачем та реалізація товару за нижчою ціною.

Дмитро:

D1: Незначне зменшення ціни для постійних клієнтів.

D2: Сильне зниження ціни для втримання клієнта.

Андрій:

A1: Продаж приміщення за стандартною ціною.

A2: Переконавання клієнта придбати об'єкт саме за вказаною вартості, порівнюючи із іншими цінами на ринку.

РОЗРОБКА ПРОГРАМИ ДЛЯ ОБЧИСЛЕННЯ РІВНОВАГИ НЕША

Розглянемо цю ситуацію у форматі безкоаліційної гри трьох агентів, кожен із яких приносить для компанії прибуток.

Стратегія V1			
		гравець 3	
		A1	A2
гравець 2	D1	(2,4,2)	(5,6,1)
	D2	(4,1,4)	(7,1,2)
Стратегія V2			
		гравець 3	
		A1	A2
гравець 2	D1	(1,6,3)	(4,8,2)
	D2	(3,2,5)	(4,3,1)

ОГЛЯД ПРОГРАМНОГО ПРОДУКТУ

Програма написана за допомогою Python 3 у середовищі PyCharm. Після запуску перед користувачем постає питання вибору вводу даних: вручну чи випадковим чином.

```
Choose the method of filling the matrix: random | manual: random
```

Далі заповнимо поля необхідними даними для розв'язання задачі.

```
Enter element 1 in row 1: 2
Enter element 2 in row 1: 4
Enter element 3 in row 1: 2
Enter element 4 in row 1: 5
Enter element 5 in row 1: 6
Enter element 6 in row 1: 1
Enter element 1 in row 2: 4
Enter element 2 in row 2: 1
Enter element 3 in row 2: 4
Enter element 4 in row 2: 7
Enter element 5 in row 2: 1
Enter element 6 in row 2: 2
Enter element 1 in row 3: 1
Enter element 2 in row 3: 6
Enter element 3 in row 3: 3
Enter element 4 in row 3: 4
Enter element 5 in row 3: 8
Enter element 6 in row 3: 2
Enter element 1 in row 4: 3
Enter element 2 in row 4: 2
Enter element 3 in row 4: 5
Enter element 4 in row 4: 4
Enter element 5 in row 4: 3
Enter element 6 in row 4: 1
```

ОГЛЯД ПРОГРАМНОГО ПРОДУКТУ

Після введення усіх даних програма виведе сформовані таблиці та нижче таблиці із позначками найкращих стратегій.

```
If player 1 chooses strategy V1:
2  4  2  5  6  1
4  1  4  7  1  2
If player 2 chooses strategy V2:
1  6  3  4  8  2
3  2  5  4  3  1
-----
If player 1 chooses strategy V1:
2  4* 2* 5  6* 1
4  1  4* 7  1  2
If player 2 chooses strategy V2:
1  6* 3* 4  8* 2
3  2  5* 4  3  1
-----
2 4* 2*
```

Таким чином, що рівновагою Неша є платежі (2,4,2), тобто профіль стратегій (V1, D1, A1).

ВИСНОВКИ

Узагальнюючи, рівновага Неша є важливим інструментом в економіці, який допомагає вивчати взаємодію між гравцями на ринку, прогнозувати їхні дії і розвивати ефективні стратегії конкуренції.

Під час виконання даної роботи було:

- ✓ досліджено взаємозв'язок теорії ігор та економіки;
- ✓ наведено алгоритми для пошуку рівноваги Неша в задачах такого типу;
- ✓ розроблено програмний продукт, який вирішує конкретну прикладну задачу шляхом знаходження рівноваги Неша – оптимального рішення проблеми.



ДЯКУЮ ЗА УВАГУ!