

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»**

**Навчально-науковий механіко-машинобудівний інститут
Кафедра динаміки і міцності машин та опору матеріалів**

До захисту допущено:

Завідувач кафедри

_____ Сергій ПИСКУНОВ
(підпис)

« ____ » _____ 2022 р.

Дипломна робота

на здобуття ступеня бакалавра

**за освітньо-професійною програмою «Динаміка і міцність машин»
спеціальності 131 «Прикладна механіка»**

**на тему: «Конструювання приводу випробувальної установки ВТУ-2В для
дослідження механічних властивостей матеріалів за статичного
навантаження»**

Виконав (-ла): студент (-ка) IV курсу групи МП-81 Гульдас Артем Анатолійович _____
(підпис)

Керівник: проф., д.т.н. Боронко Олег Олександрович _____
(підпис)

Консультант з деталей машин: к.т.н., доц. Лавренко Ярослав Іванович _____
(підпис)

Консультант з теорії мех. і машин: к.т.н., доц. Заховайко Олександр Панасович _____
(підпис)

Консультант з будівельної механіки: д.т.н., проф. Пискунов Сергій Олегович _____
(підпис)

Консультант з теорії пружності: д.т.н., проф. Бабенко Андрій Єлісейович _____
(підпис)

Консультант з чисельних методів: д.т.н., проф. Рудаков Костянтин Миколайович _____
(підпис)

Консультант з теорії коливань: д.т.н., проф. Боронко Олег Олександрович _____
(підпис)

Рецензент: д.т.н., проф. Данильченко Юрій Михайлович _____
(підпис)

Засвідчую, що у цій дипломній роботі немає запозичень
з праць інших авторів без відповідних посилань.

Студент (-ка) _____
(підпис)

Київ – 2022 рік

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
Навчально-науковий механіко-машинобудівний інститут
Кафедра динаміки і міцності машин та опору матеріалів

Рівень вищої освіти – перший (бакалаврський)

Спеціальність – 131 «Прикладна механіка»

Освітньо-професійна програма «Динаміка і міцність машин»

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

_____ Сергій ПИСКУНОВ
(підпис)

«__» _____ 2022 р.

ЗАВДАННЯ

на дипломну роботу студенту

Гульдасу Артему Анатолійовичу

1. Тема роботи «Конструювання приводу випробувальної установки ВТУ-2В для дослідження механічних властивостей матеріалів за статичного навантаження», керівник роботи Боронко Олег Олександрович, д.т.н., проф., затверджені наказом по університету від 07.06.2022 р. № 923-с.
2. Термін подання студентом роботи 10.06.2022 р.
3. Вихідні дані до роботи Установка ВТУ-2В для дослідження механічних властивостей матеріалів за статичного навантаження, максимальна осьова сила на захваті – 60 кН, швидкість робочого ходу активного захвата – 14 мм/хв.
4. Зміст роботи Вибір двигуна, розрахунок і проектування передач та валів редуктора, проектування корегованого евольвентного зачеплення, розрахунок круглої ступінчатої пластини, розв'язання осесиметричної задачі методами теорії пружності, розрахунок деформованого стану випробувального зразка, визначення власних частот та відповідних власних форм коливань вала.
5. Перелік ілюстративного матеріалу (із зазначенням презентацій тощо)
10 слайдів у презентації, записка містить 92 сторінки

6. Консультанти розділів роботи

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв
Деталі машин	Лавренко Я.І., доц.		
Теорія механізмів і машин	Заховайко О.П., доц..		
Будівельна механіка	Пискунов С.О., проф.		
Теорія пружності	Бабенко. А.Є., проф.		
Чисельні методи	Рудаков К.М., проф.		
Теорія коливань	Боронко О.О., проф.		

7. Дата видачі завдання 01.10.2021 р.

Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання дипломної роботи	Термін виконання етапів роботи	Примітка
1	Огляд літератури	01.12.2021 р.	
2	Виконання 1-2 розділів	01.02.2022 р.	
3	Виконання 3-4 розділів	01.04.2022 р.	
4	Виконання 5-7 розділів	01.06.2022 р.	
5	Передзахист	08.06.2022 р.	
6	Захист дипломної роботи	20.06.2022 р.	

Студент

Артем ГУЛЬДАС

Керівник

Олег БОРОНКО

Анотація

Дана бакалаврська робота присвячена конструюванню привода випробувальної установки ВТУ-2В для дослідження механічних властивостей матеріалів за статичного навантаження.

В даній роботі проведено конструювання приводу і редуктора установки шляхом вибору оптимальних вузлів та умов роботи. Спроектвані усі елементи приводу, за показниками якості зачеплення з використанням програмного забезпечення K-PRO було оптимізовано зубчасту передачу для підвищення її ефективності. Плиту, на якій фіксується дана установка було розраховано на міцність і жорсткість. Методами теорії пружності проведено розрахунки напружено-деформованого стану порожнистого нескінченного циліндра при його навантаженні на бічних поверхнях. За допомогою методу скінченних елементів та програмного комплексу Ansys Mechanical досліджено напружено-деформований стан тонкостінного зразка для випробувань на розтяг. Методами теорії коливань визначено власні частоти та форми коливань проміжного валу редуктора.

Записка містить 92 сторінки.

Ключові слова: *випробувальна установка, редуктора, кінематична схема, циліндрична передача, черв'ячна передача, розрахунок валів, підшипники, зразок, напружено-деформований стан, опорна плита, коливання, власні частоти, власні форми.*

Робота складається з текстової та графічної частини, містить додаток зі специфікаціями до креслень.

Annotation

This bachelor work is devoted to the modification of the drive of the testing machine VTU-2V for the mechanical testing of materials under complex stress-strain state.

In this work, the drive and gearbox were modified by selection of the most optimal details and their working conditions. All of the reduction gear units were designed and the gear train was improved via K-PRO software. Machine base plate strength and rigidity was calculated. Stress-strain state of a hollow infinite cylinder under surface axisymmetric load was calculated by the elasticity theory methods. With the help of finite element method and Ansys Mechanical software the stress-strain state of a thin-walled specimen for tensile tests was calculated. Intermediate shaft oscillation normal modes were determined with the help of oscillation theory methods.

The note contains 92 pages.

Keywords: *test setup, reducer, kinematic scheme, cylindrical transmission, worm gear, calculation of shafts, substrates, sample, stress-strain state, base plate, oscillations, normal modes.*

The work consists of a text and graphic part, contains an application with drawings` specifications.

<u>1. ПРОЕКТУВАННЯ І РОЗРАХУНОК ПРИВОДА ВИПРОБУВАЛЬНОЇ УСТАНОВКИ ВТУ-2В</u>	Ошибка! Закладка не определена.
<u>1.1. Опис прототипу та кінематична схема привода</u>	Ошибка! Закладка не определена.
<u>1.2. Вибір двигуна</u>	Ошибка! Закладка не определена.
<u>1.3. Кінематичний і силовий розрахунок привода</u>	Ошибка! Закладка не определена.
<u>1.4. Розрахунок пасової передачі</u>	Ошибка! Закладка не определена.
<u>2. РОЗРАХУНОК ПЕРЕДАЧ РЕДУКТОРА</u> ..	Ошибка! Закладка не определена.
<u>2.1. Розрахунок передачі гвинт-гайка</u>	Ошибка! Закладка не определена.
<u>2.1.1. Вибір матеріалів</u>	Ошибка! Закладка не определена.
<u>2.1.2. Проектний розрахунок передачі гвинт-гайка</u>	Ошибка! Закладка не определена.
<u>2.1.3. Перевірний розрахунок передачі на стійкість проти спрацювання витків</u>	Ошибка! Закладка не определена.
<u>2.1.4. Перевірка гвинта на міцність</u>	Ошибка! Закладка не определена.
<u>2.1.5. Перевірка гвинта на стійкість</u>	16
<u>2.1.6. Перевірка витків гайки на зріз</u>	18
<u>2.1.7. Визначення розмірів гайки</u>	18
<u>2.1.8. Визначення ККД передачі</u>	19
<u>2.2. Розрахунок циліндричної зубчатої передачі</u>	19
<u>2.2.1. Вибір матеріалу і способу термообробки</u>	19
<u>2.2.2. Параметри навантаження зубчатої передачі</u>	19
<u>2.2.3. Визначення допустимих напружень</u>	20
<u>2.2.4. Проектний розрахунок передачі</u>	Ошибка! Закладка не определена.
<u>2.2.5. Розрахунок активних поверхонь зубців на контактну витривалість</u>	Ошибка! Закладка не определена.
<u>2.2.6. Розрахунок допустимих поверхонь зубців на контактну міцність</u>	Ошибка! Закладка не определена.
<u>2.2.7. Розрахунок зубців на витривалість при згині</u>	Ошибка! Закладка не определена.
<u>2.2.8. Розрахунок зубців на міцність при згині макс. навантаженням</u> ..	Ошибка! Закладка не определена.
<u>2.2.9. Геометричний розрахунок параметрів зубчастої передачі</u>	Ошибка! Закладка не определена.

2.2.10. Розрахунок сил у зачепленні зубців передачі	Ошибка! Закладка не определена.
2.3. Розрахунок черв'ячної передачі	Ошибка! Закладка не определена.
2.3.1. Параметри навантаження черв'ячної передачі	Ошибка! Закладка не определена.
2.3.2. Матеріали для виготовлення черв'яка та черв'ячного колеса	27
2.3.3. Розрахунок допустимих напружень	27
2.3.4. Проектний розрахунок черв'ячної передачі	28
2.3.5. Розрахунок параметрів черв'ячної передачі	29
2.3.6. Сили у зачепленні черв'ячної передачі $\left[\begin{matrix} L \\ SEP \end{matrix} \right]$	Ошибка! Закладка не определена.
3. <u>РОЗРАХУНОК ВАЛІВ ТА ЇХ ОПОР</u>	Ошибка! Закладка не определена.
3.1. Розрахунок швидкохідного вала	Ошибка! Закладка не определена.
3.2. Розрахунок проміжного вала	40
3.2.1. Перевірка статичної міцності вала	40
3.2.2. Розрахунок вала на витривалість	43
3.3. Розрахунок тихохідного вала	47
3.4. Підбір та розрахунок підшипників	54
4. <u>КОРЕГУВАННЯ ЕВОЛЬВЕНТНОГО ЗАЧЕПЛЕННЯ ЗУБЧАСТИХ КОЛІС</u>	59
4.1. Мета проведення корегування	59
4.2. Вибір коефіцієнтів зміщення	59
4.3. Розрахунок параметрів не корегованої передачі	60
4.4. Розрахунок параметрів корегованої передачі	63
5. <u>Розрахунок осесиметричної пластини на міцність та жорсткість</u>	69
5.1. Постановка задачі та теоретичне підґрунтя	69
5.2. Перший розрахунок	70
5.3. Другий розрахунок	70
5.4. Розрахунок НДС пластини при заданому навантаженні	71
6. <u>ЧИСЕЛЬНІ РОЗРАХУНКИ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ВИПРОБУВАЛЬНОГО ЗРАЗКА</u>	73
6.1. Вибір типу зразка та його конструювання	73
6.2. Постановка крайової задачі пружності	75
6.3. Метод розв'язування крайової задачі лінійної пружності	76
6.4. Розрахункова схема та результати розрахунків	78

<u>7. РОЗРАХУНОК ПРОТОТИПУ КОНСТРУКТИВНОГО ЕЛЕМЕНТА МЕТОДАМИ ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ</u>	81
<u>7.1. Постановка задачі та теоретичне підґрунтя</u>	81
<u>7.2. Розв'язання задачі</u>	82
<u>8. РОЗРАХУНОК ВЛАСНИХ ЧАСТОТ ТА ФОРМ КОЛИВАНЬ ПРОМІЖНОГО ВАЛУ</u>	Ошибка! Закладка не определена.
<u>8.1. Метод сил</u>	Ошибка! Закладка не определена.
<u>8.2. Метод Релея</u>	92
<u>8.3. Метод Донкерлі</u>	Ошибка! Закладка не определена.
<u>СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ</u>	95

1. ПРОЕКТУВАННЯ І РОЗРАХУНОК ПРИВОДА ВИПРОБУВАЛЬНОЇ УСТАНОВКИ ВТУ-2В

1.1. Опис прототипу та кінематична схема привода Технічні характеристики

Максимальна осьова сила, кН.....60

Максимальна швидкість переміщення рухомого захвата, мм/хв...14

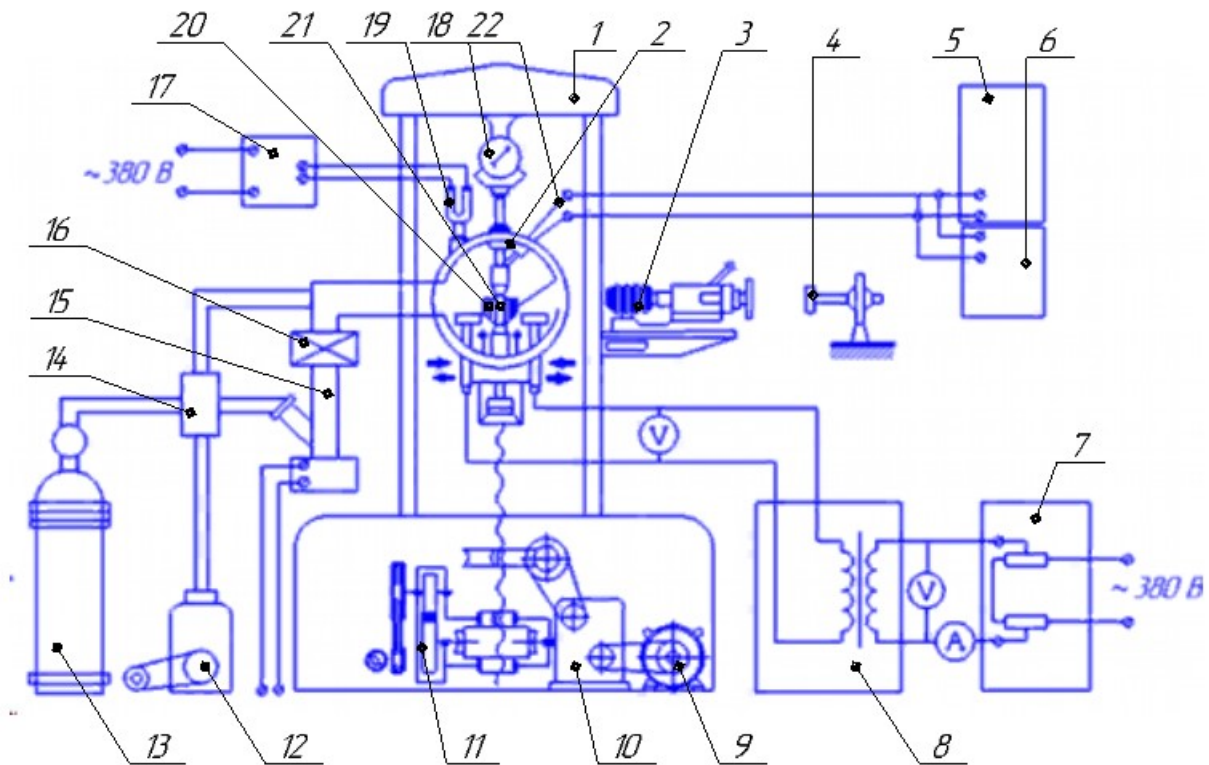


Рис.1 Установа ВТУ-2В для дослідження механічних властивостей матеріалів за статичного навантаження: 1 – навантажувальна машина; 2 – вакуумна камера; 3 – оптична фотонасадка; 4 – пірометр; 5,6 – потенціометри; 7 – варіатор напруги; 8 – трансформатор; 9 – електродвигун; 10 – варіатор швидкостей навантажувальної машини; 11 – двоступінчастий черв'ячний редуктор кручення зразка; 12 – форвакуумний насос; 13 – балон; 14 – вакуумний кран; 15 – дифузійний насос; 16 – засувка; 17 – вакууметр; 18 – динамометр; 19 – манометричні лампи; 20 – зразок; 21 – нагрівальна піч; 22 – термопарний вивід.

Привод випробувальної установки містить електродвигун (1) і три механічні передачі обертального руху: червячну передачу (2), циліндричну зубчасту передачу (3) та клинопасову передачу (4). Конічний двоступінчастий редуктор служить для передачі обертального руху між осями, що перетинаються. ККД ступені становить

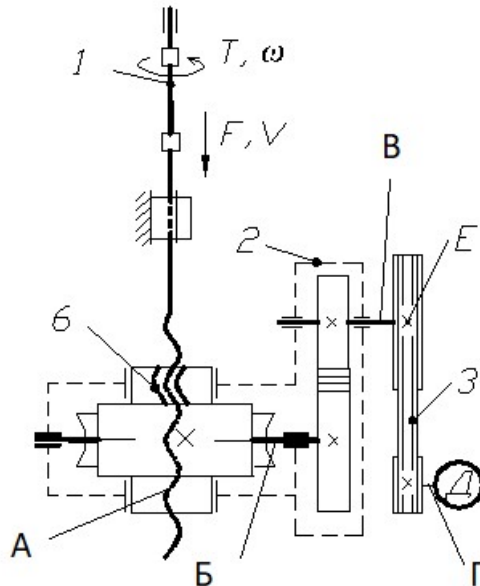


Рис.2.1. Кінематична схема приводу стрічкового транспортера:

А – вихідний (тихохідний вал);

Б – проміжний вал;

В – швидкохідний вал;

Г – вал двигуна.

1.2. Вибір двигуна

Електродвигун для привода вибирають за потрібною потужністю на вихідному валу привода А (рис.2.1). Для вибору потужності привідного електродвигуна визначаємо загальний ККД ($\eta_{\text{заг}}$).

Загальний ККД привоу транспортера визначаємо за формулою (1.3.1):

$$\eta_{\text{заг}} = \eta_{\text{ч.п.}} \times \eta_{\text{з.п.}} \times \eta_{\text{к.п.}} \times \eta_0^n \quad (1.3.1)$$

де $\eta_{\text{ч.п.}}$ – ККД червячної передачі;

$\eta_{\text{з.п.}}$ – ККД зубчастої передачі;

$\eta_{\text{к.п.}}$ – ККД клинопасової передачі;

η_0 – ККД підшипників;

n – кількість пар підшипників.

Потужність на виході:

$$P_{\text{вих}} = FV = 60000 \cdot 0,00023 = 13,8 \text{ Вт}$$

Потужність на вході:

$$P_{\text{вх}} = \frac{P_{\text{вих}}}{\eta_{\text{кл-пас}} \cdot \eta_{\text{цил}} \cdot \eta_{\text{черв}} \cdot \eta_{\text{г}}}$$

ККД виберемо $\eta_{\text{кл-пас}} = 0,96$; $\eta_{\text{цил}} = 0,975$; $\eta_{\text{черв}} = 0,725$; $\eta_{\text{г}} = 0,338$

$$P_{\text{вх}} = \frac{P_{\text{вих}}}{0,96 \cdot 0,985 \cdot 0,725 \cdot 0,338} = 0,06 \text{ кВт}$$

орієнтовне передатне відношення

$$i' = i'_1 \cdot i'_2 \cdot i'_3 = 3,5 \cdot 4 \cdot 45 = 540$$

Орієнтовна частота обертання вала двигуна: $n'_{\text{дв}} = ni'$,

$$\text{де } n = V/pz = 1,75 \text{ хв}^{-1}$$

$$n'_{\text{дв}} = 945 \text{ хв}^{-1}$$

Виберемо двигун 4А50В4У3 $P = 0,09 \text{ кВт}$; $n_{\text{дв}} = 1370 \text{ хв}^{-1}$

1.3. Кінематичний і силовий розрахунок привода.

Уточнюємо загальне передатне відношення: $i = \frac{n_{дв}}{n} = 782,8$

Розбивка між передачами $3,6 \cdot 3,6 \cdot 60 = 777,6$

Остаточно для клин-пасової $i = 3,6$; для циліндричної $i = 3,6$; для черв'ячної $i = 60$

Кутові швидкості обертання валів:

$$\omega_1 = \omega_{дв} = \frac{\pi n_{дв}}{30} = 143,4 \text{ с}^{-1}; \omega_2 = \frac{\omega_1}{i_1} = 39,8 \text{ с}^{-1}$$

$$\omega_3 = \frac{\omega_2}{i_2} = 11,05 \text{ с}^{-1}; \omega_4 = \frac{\omega_3}{i_3} = 0,184 \text{ с}^{-1}$$

Потужності і обертові моменти на валах:

$$P_2 = P_1 \eta_1 = 0,0864 \text{ кВт}; P_3 = P_2 \eta_2 = 0,0851 \text{ кВт}$$

$$P_4 = P_3 \eta_3 = 0,0617 \text{ кВт}$$

$$T_1 = \frac{P_1}{\omega_1} = 0,628 \text{ Нм}; T_2 = \frac{P_2}{\omega_2} = 2,17 \text{ Нм}$$

$$T_3 = \frac{P_3}{\omega_3} = 7,7 \text{ Нм}; T_4 = \frac{P_4}{\omega_4} = 335,3 \text{ Нм}$$

Параметр	Одиниці вимірювання	Вали			
		1	2	3	4
P	Вт	90	86,4	85,1	61,7
T	Н·м	0,628	2,17	7,7	335,3
η		0,96	0,985	0,725	
i		3,6	3,6	60	
ω	с ⁻¹	143,4	39,8	11,05	0,184

1.4. Розрахунок параметрів клинопасової передачі

Дані для розрахунку: $P_1 = P_{дв} = 0,09 \text{ кВт}$ – потужність, що передається ведучим шківом; $\omega_1 = 143,4 \text{ с}^{-1}$ – частота обертання ведучого шківів; $i_{к.п.} = 3,6$ – попереднє значення передатного числа клинопасової передачі.

Характер навантаження:

- ударне навантаження;
- робота в три зміни;

Пасова передача зображена на рис.5.1.

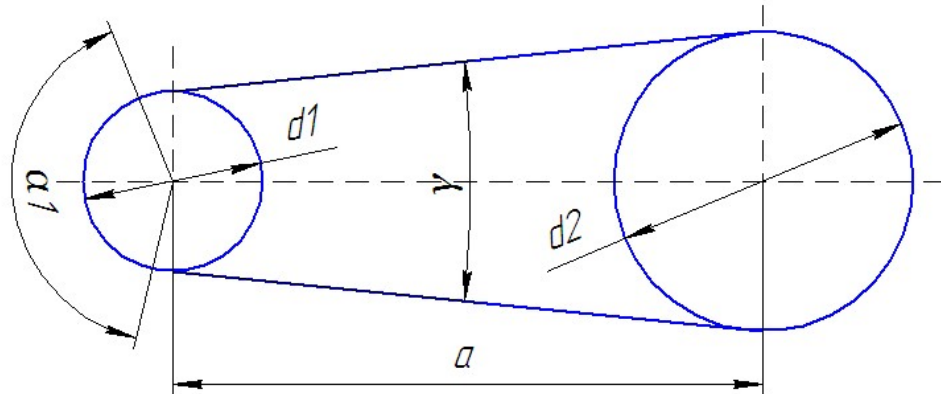


Рис 5.1 Схема клинопасової передачі

При проектуванні пасових передач треба розраховувати такі параметри, що впливають на роботоздатність передач: діаметри шківів, міжосьову відстань, кут обхату шківів, довжину пасу.

Орієнтовано при проектному розрахунку плоскопасової передачі діаметр d_1 , меншого ведучого шківів можна визначити за емпіричною залежністю (1.5.1).

$$d = (520 \dots 610) \sqrt[3]{\frac{P}{\omega}} \quad (1.5.1)$$

де P – потужність на ведучому шківів, кВт;

ω – кутова швидкість, $\frac{\text{рад}}{\text{с}}$.

Розрахункове значення діаметра шківів:

$$d_1 = (520 \dots 610) \sqrt[3]{\frac{0,85}{0,74}} = (157 \dots 184) \text{ мм}$$

Діаметр d_1 меншого шківів клинопасових передач беремо за ГОСТ 20889-88 залежно від типу перерізу пасу.

Згідні зі стандартом беремо $d_1 = 60 \text{ мм}$, що відповідає перерізу ремня типу

A. Визначаємо діаметр веденого шківів по формулі (1.5.2)

$$d_2 = i_{к.п.} \times d_1 = 3,6 \times 60 = 216 \text{ мм} \quad (1.5.2)$$

Узгодимо діаметр визначення d_2 зі стандартом (ГОСТ 20889-88).

Приймаємо $d_1 = 63 \text{ мм}$, $d_2 = 216 \text{ мм}$.

Визначаємо фактичне передатне відношення за формулою (1.5.3)

$$i_{\text{к.п.}} = \frac{d_2}{d_1} = 3,6 \quad (1.5.3)$$

Визначаємо швидкість паса

$$V = \frac{\omega_1 \times d_1}{2} = 0,392 \frac{\text{м}}{\text{с}} \quad (1.5.4)$$

Визначаємо орієнтовну міжосьову відстань

$$a' = 1,5 \times (d_1 + d_2) = 1,5 \times (60 + 216) = 408 \text{ мм} \quad (1.5.5)$$

Розраховуємо необхідну довжину паса

$$l' = 2 \times a' + \frac{\pi \times (d_1 + d_2)}{2} + \frac{(d_2 - d_1)^2}{4 \times a'} \quad (1.5.6)$$

$$l' = 2 \times 408 + \frac{3,14 \times (60 + 216)}{2} + \frac{(216 - 60)^2}{4 \times 408} = 1257,2 \text{ мм}$$

Отримане значення узгодимо зі стандартним рядом довжин клинових ремнів. За ГОСТ 1284-68 найближча розрахункова довжина для ременя типу профіля А, $l = 1400 \text{ мм}$.

Визначаємо дійсну міжосьову відстань

$$a = \frac{2 \times l - \pi \times (d_2 + d_1) + \sqrt{[2 \times l - \pi \times (d_2 + d_1)]^2 - 8 \times (d_2 - d_1)^2}}{8} \quad (1.5.7)$$

$$a = \frac{2 \times 1400 - 3,14 \times 276 + \sqrt{[2 \times 1400 - 3,14 \times 276]^2 - 8 \times (216 - 60)^2}}{8} = 480 \text{ мм}$$

Визначаємо число пробігів паса за формулою (1.5.8):

$$U = \frac{V}{l} \leq [U] = \frac{0,392}{2,5} = 0,16 \text{ с}^{-1} < 12 \quad (1.5.8)$$

Кут обхвату меншого шківів:

$$\alpha_1 = 180^\circ - 57^\circ \frac{d_2 - d_1}{a} = 180^\circ - 57^\circ \frac{216 - 60}{480} = 162^\circ \quad (1.5.9)$$

Силовий розрахунок клинопасової передачі полягає у визначенні сил поперечного натягу пасів та навантаження на вал.

Знаходимо силу початкового натягу одного паса за формулою (1.5.10)

$$F_0 = \frac{0,85 \times P_1 \times C_l}{V \times C_p \times C_\alpha} = \frac{0,85 \times 850 \times 1,018}{0,392 \times 0,43 \times 0,949} = 19,03 \text{ Н} \quad (1.5.10)$$

Навантаження, що діють на вал визначаємо за формулою (1.5.11)

$$R = 2F_0 \times \sin \frac{\alpha}{2} = 2 \times 19,03 \times \sin \frac{162}{2} = 37,59 \text{ Н} \quad (1.5.11)$$

2. РОЗРАХУНОК ПЕРЕДАЧ РЕДУКТОРА

2.1. Розрахунок передачі гвинт-гайка

2.1.1. Вибір матеріалу.

Для виготовлення проекрованої передачі виберемо такі матеріали: гвинт із сталі 40Х, для якої границя міцності $\sigma_B=1000$ МПа; границя текучості $\sigma_T = 800$ МПа; модуль пружності $E=2,1 \cdot 10^5$ МПа.

2.1.2. Проектний розрахунок передачі гвинт-гайка.

З умови стійкості різьби проти спрацювання середній діаметр різьби гвинта

$$d_2 \geq \sqrt{\frac{F_a}{\pi \psi_H \psi_h [p]}}$$

де F_a – осьове навантаження на передачу; $\psi_H = \frac{H}{d_2}$ - коефіцієнт висоти гайки; $\psi_h = \frac{h}{P}$ – коефіцієнт висоти робочого профілю різьби (h – висота робочого профілю різьби, P – крок); $[p]$ – допустимий тиск між робочими поверхнями різьби гвинта і гайки.

Приймаючи $\psi_H=1,8$; $\psi_h=0,5$; $[p]=12$ МПа, одержимо:

$$d_2 \geq \sqrt{\frac{F_a}{\pi \psi_H \psi_h [p]}}$$

За ГОСТ 24737-81 підбираємо трапецеїдальну різьбу з найближчими параметрами – Трап 46x10.

Для гвинта: середній діаметр $d_2=44$ мм; зовнішній діаметр $d=48$ мм; внутрішній діаметр $d_1=39$ мм; крок $P=8$ мм.

Для гайки: зовнішній діаметр $d'=49$ мм; внутрішній діаметр $d'_1=40$ мм.

Висота гайки

$$H = \psi_H d_2 = 79,2 \text{ мм}$$

Приймаємо $H=79$ мм.

Число витків у гайці

$$z_B = \frac{H}{P} = 9,875$$

Кут підйому витків різьби

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{P}{\pi d_2} = 0,0579; \psi = 3,31^\circ$$

Зведений кут тертя у різьбі при коефіцієнті тертя $f=0,1$ та куті нахилу робочої сторони профілю різьби $\delta = 15^\circ$

$$\varphi' = 5,91^\circ$$

Оскільки $\varphi > \varphi'$, умова самогальмування різьбової пари виконується.

2.1.3. Перевірний розрахунок передачі на стійкість проти спрацювання витків.

Розрахунковий тиск у контакті витків передачі з вибраними розмірами

$$p = \frac{F_a}{\pi d_2 h z_B} = 10,99 \text{ МПа}$$

Стійкість витків проти спрацювання забезпечується, оскільки $p = 10,99 < 12 \text{ МПа}$

2.1.4. Перевірка гвинта на міцність.

Гвинт працює на розтяг-стиск з крученням. Осьова сила, що діє на гвинт, $F_a = 60 \text{ кН}$; крутний момент, що виникає від дії пари сил тертя в різьбі,

$$T_p = \frac{1}{2} F_a d_2 t g(\psi + \varphi')$$

Умова міцності згідно з IV теорією міцності

$$\sigma_{\text{екв}} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} < [\sigma],$$

Де $\sigma = \frac{4F_a}{\pi d_1^2}$ - нормальне напруження в тілі гвинта від дії осьової сили;

$\tau = 16T_p / \pi d_1^3$ - максимальне дотичне напруження від дії крутного моменту.

Допустиме напруження

$$[\sigma] = \frac{\sigma_T}{s}$$

де s - коефіцієнт запасу, приймається $s = 2$.

Для сталі 40Х

$$[\sigma] = \frac{800}{2} = 400 \text{ МПа}$$

Підставляючи в умову міцності вирази для напружень, одержимо

$$\sigma = 54,4 \text{ МПа}$$

Оскільки $\sigma < [\sigma] = 400 \text{ МПа}$, статична міцність гвинта забезпечується.

2.1.5. Перевірка гвинта на стійкість.

Втрата стійкості гвинта можлива при дослідженнях зразків на стиск.

Тому необхідно забезпечити запас стійкості

$$s_{\text{ст}} = \frac{F_{\text{кр}}}{F_a} \geq [s]_{\text{ст}},$$

де $[s]_{\text{ст}}$ - допустимий коефіцієнт запасу стійкості, приймається $[s]_{\text{ст}} = 4$;

$F_{кр}$ – критична сила, що обчислюється в залежності від гнучкості гвинта λ за формулами Ейлера або Ясинського.

Гнучкість гвинта

$$\lambda = \frac{\nu l}{i_{min}},$$

де ν – коефіцієнт зведення довжини, що залежить від умов закріплення гвинта; l – розрахункова довжина гвинта; i_{min} – мінімальний радіус інерції поперечного перерізу гвинта.

Можна вважати кінець гвинта в місці спряження з гайкою жорстко зацемленим, а з'єднання з захватом, чи рухомою траверсою – шарнірним.

Тоді $\nu = 0,7$.

При заданому переміщенні гвинта – 0,5 м, прийmemo із конструктивних

міркувань $l = 0,8$ м.

Зведений момент інерції перерізу гвинта

$$I_{зв} = \frac{\pi d_1^4}{64} \left(0,4 + 0,6 \frac{d}{d_1} \right) = 129219,03 \text{ мм}^4$$

Мінімальний радіус інерції

$$i_{min} = \sqrt{\frac{4I_{зв}}{\pi d_1^2}} = 10,4 \text{ мм}$$

Гнучкість гвинта

$$\lambda = 53,83$$

Гранична гнучкість стержня із сталі 40Х

$$\lambda_{гр} = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_{пц}}} = 3,14 \sqrt{\frac{2,1 \cdot 10^5}{600}} = 59.$$

Оскільки $\lambda > \lambda_{гр}$, то критичну силу можна визначити за формулою Ейлера:

$$F_{кр} = \frac{\pi^2 EI_{зв}}{(\nu l)^2} = 853,16 \text{ кН}$$

Коефіцієнт запасу

$$s_{ст} = \frac{F_{кр}}{F_{\alpha}} = 14,22$$

2.1.6. Перевірка витків гайки на зріз.

Міцність витків гайки перевіряють за напруженнями зрізу:

$$\tau_{зр} = \frac{F_a}{\pi d k H} \leq [\tau]_{зр}.$$

Тут d – зовнішній номінальний діаметр різьби гвинта; k – коефіцієнт повноти різьби ($k = 0,65$ – для трапецеїдальної); H – висота гайки.

$$\tau_{зр} = 7,75 \text{ МПа} < [\tau]_{зр}$$

2.1.7. Визначення розмірів гайки.

Зовнішній діаметр гайки знаходять з умови міцності корпусу гайки на розтяг з урахуванням за допомогою коефіцієнта $\beta = 1,3$ впливу закручування гайки моментом пари сил тертя в різьбі.

Допустимі напруження на розтяг для бронзи

$$[\sigma] = \frac{\sigma_T}{s} = 93,3 \text{ МПа}$$

Зовнішній діаметр гайки

$$D \geq \sqrt{\frac{4\beta F_a}{\pi[\sigma]} + (d')^2} = 58,87 \text{ мм}$$

Приймаємо $D = 60$ мм.

Діаметр фланця знаходять з умови міцності на зминання його опорної поверхні.

$$D_\phi \geq \sqrt{\frac{4F_a}{\pi[\sigma]_{зм}} + D^2} = 76,05 \text{ мм.}$$

Приймаємо $D_\phi = 80$ мм.

Для більш рівномірного розподілу осьового навантаження між витками різьби висоту фланця гайки приймають $\delta = (0,25 \dots 0,3)H$.

Приймаємо $\delta = 0,25H = 19,75$ мм.

Перевіряємо фланець на зріз:

$$\tau_{зр} = \frac{F_a}{\pi D \delta} = 16,12 \text{ МПа}$$

2.1.8. Визначення ККД передачі

$$\eta = 0,95 \frac{\text{tg } \psi}{\text{tg}(\psi + \varphi')} = 0,338$$

2.2. Розрахунок циліндричної зубчатої передачі.

2.2.1. Вибір матеріалу і способу термообробки

Оскільки редуктор індивідуального виготовлення (рис.2.1), для виготовлення шестірні та колеса вибираємо дешеву леговану сталь 40ХН (поковка), із термообробкою – поліпшення. Вибираємо: для шестірні твердість поверхні зубців $H_1=289...302\text{НВ}$ (середня $H_1=280\text{НВ}$), $\sigma_{b1}=900 \text{ МПа}$, $\sigma_{T1}=750 \text{ МПа}$ при діаметрі заготовки 125 мм; для колеса $H_2=235...262\text{НВ}$ (середня $H_2=245\text{НВ}$), $\sigma_{b2}=790 \text{ МПа}$, $\sigma_{T2}=640 \text{ МПа}$ при діаметрі заготовки до 280 мм.

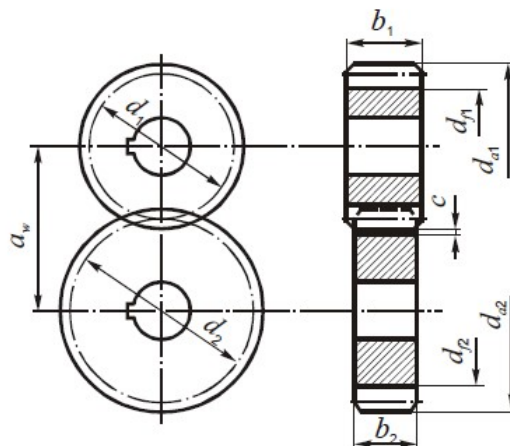


Рис 2.1 Схема циліндричної передачі

2.2.2. Параметри навантаження зубчастої передачі.

При короткочасному перевантаженні до 200% максимальний обертовий момент на ведучому валу знаходимо за формулою (2.1.1.)

$$T_{1\text{max}} = 2T_1 = 2 \times 2,17 = 4,34 \text{ Н} \times \text{м.} \quad (2.1.1.)$$

Сумарне число циклів навантаження зубців шестірні та колеса за строк служби передачі розраховуємо за формулами (2.1.2.), (2.1.3.)

$$N_{\Sigma 1} = \frac{1800 \times w_1 \times h}{\pi} = \frac{1800 \times 39,8 \times 20000}{3,14} = 16,44 \times 10^8 \text{ ц} \quad (2.1.2.)$$

$$N_{\Sigma 2} = \frac{N_{\Sigma 1}}{i} = \frac{5,35 \times 10^8}{2,6} = 45,67 \times 10^8 \text{ ц} \quad (2.1.3.)$$

Еквівалентні числа циклів навантаження для розрахунків на контактну втому N_{HE} і втому при згині N_{FE} з врахуванням коефіцієнтів інтенсивності $K_{HE}=0,18$;

$K_{FE}=0,07$ для середнього нормального режиму навантаження (СН) знаходимо за формулою (2.1.4.):

$$N_{NEi} = K_{NE} \times N_{\Sigma i} \quad (2.1.4.)$$

$$N_{NE1} = K_{NE} \times N_{\Sigma 1} = 0,18 \times 16,44 \times 10^8 = 2,96 \times 10^8 \text{ц}$$

$$N_{NE2} = K_{NE} \times N_{\Sigma 2} = 0,18 \times 45,67 \times 10^8 = 8,22 \times 10^8 \text{ц}$$

$$N_{FE1} = K_{NF} \times N_{\Sigma 1} = 0,07 \times 16,44 \times 10^8 = 1,15 \times 10^8 \text{ц}$$

$$N_{FE2} = K_{NF} \times N_{\Sigma 2} = 0,07 \times 45,67 \times 10^8 = 3,2 \times 10^8 \text{ц}$$

2.2.3. Визначення допустимих напружень

Допустимі напруження на контактну витривалість. Границі контактної витривалості зубців шестірні і колеса σ_{limb1} знаходимо залежно від виду термічної обробки зубців та їхньої твердості за формулою (2.1.5.), а базу випробувань N_{HO} – за формулою (2.1.6.)

$$\sigma_{limb1} = 2 \times H_1 + 70 = 630 \text{МПа} \quad (2.1.5.)$$

$$\sigma_{limb2} = 2 \times H_2 + 70 = 560 \text{МПа}$$

$$N_{HO} = 30 \times H_{HB}^{2,4} \quad (2.1.6.)$$

де H_{HB} – твердість в одиницях Брінелля

$$N_{H1} = 30 \times H_{H1}^{2,4} = 2,24 \times 10^7 \text{ц}$$

$$N_{H2} = 30 \times H_{H2}^{2,4} = 1,63 \times 10^7 \text{ц}$$

Оскільки $N_{HE1} > N_{HO1}$; $N_{HE2} > N_{HO2}$, то коефіцієнт довговічності для зубців шестірні та колеса $K_{HL}=1$.

Приймаємо шорсткість поверхонь зубців $Ra=1,25 \dots 0,63$. Тоді коефіцієнт $Z_R=1$. Для коліс з однорідною структурою коефіцієнт запасу $S_H=1,1$.

Допустимі контактні напруження розраховують окремо для зубців шестірні $[\sigma]_{H1}$ і колеса $[\sigma]_{H2}$ за формулою (2.1.7.), а потім знаходять розрахункове допустиме контактне напруження $[\sigma]_H$.

$$[\sigma]_{Hi} = \frac{\sigma_{limbi} \times Z_R \times K_{HL}}{S_H} \quad (2.1.7.)$$

$$[\sigma]_{H1} = \frac{\sigma_{limb1} \times Z_R \times K_{HL}}{S_H} = \frac{630 \times 1 \times 1}{1,1} = 573 \text{МПа}$$

$$[\sigma]_{H2} = \frac{\sigma_{limb2} \times Z_R \times K_{HL}}{S_H} = \frac{560 \times 1 \times 1}{1,1} = 509 \text{МПа}$$

Твердість зубців першого і другого колеса $H < 350 \text{HB}$, тому за розрахункове допустиме контактне напруження беремо $[\sigma]_H$ розраховане за формулою (2.1.8.).

$$[\sigma]_H = 0,45 \times ([\sigma]_{H1} + [\sigma]_{H2}) \quad (2.1.8.)$$

$$[\sigma]_H = 0,45 \times (664 + 509) = 487 \text{МПа}$$

Перевіряємо умову:

$$[\sigma]_H \leq 1,23[\sigma]_{H2} = 1,23 \times 509 = 626 \text{ МПа}$$

Допустиме граничне контактне напруження знаходимо за формулою (2.1.9.)

$$[\sigma]_{Hmax} = 2,8 \times \sigma_{T2} = 2,8 \times 640 = 1792 \text{ МПа} \quad (2.1.9.)$$

Допустимі напруження на витривалість при згині визначаються за формулою (2.1.10)

$$[\sigma]_{Fi} = \frac{\sigma_{Flimbi} \times K_{FC} \times K_{FL}}{s_F} \quad (2.1.10)$$

де σ_{Flimbi} – границя витривалості зубців при згині, що відповідає базі випробувань $N_{FO}=4 \cdot 10^6$ циклів, визначається за формулою (2.1.11);

s_F – коефіцієнт запасу, $s_F = 2,2$;

K_{FC} – коефіцієнт, що враховує зміну напруження навантаження, для нереверсивної передачі $K_{FC} = 1$;

K_{FL} – коефіцієнт довговічності, $K_{FL} = 1$.

$$\sigma_{Flimbi} = 1,8 \times H_i \quad (2.1.11)$$

$$\sigma_{Flimb1} = 1,8 \times H_1 = 1,8 \times 280 = 504 \text{ МПа}$$

$$\sigma_{Flimb2} = 1,8 \times H_2 = 1,8 \times 245 = 441 \text{ МПа}$$

$$[\sigma]_{F1} = \frac{\sigma_{Flimb1} \times K_{FC} \times K_{FL}}{s_F} = \frac{504 \times 1 \times 1}{2,2} = 229 \text{ МПа}$$

$$[\sigma]_{F2} = \frac{\sigma_{Flimb2} \times K_{FC} \times K_{FL}}{s_F} = \frac{441 \times 1 \times 1}{2,2} = 200 \text{ МПа}$$

Граничні допустимі напруження на згин для зубців шестірні та колеса визначаються за формулою (2.1.12.)

$$[\sigma]_{Fimax} = \frac{\sigma_{FlimM}}{s_F} \quad (2.1.12.)$$

де σ_{FlimM} – граничне напруження на згин, що не спричиняє залишкових деформацій або крихкої поломки зубців. В нашому випадку зубці мали термообробку поліпшення, тому приймаємо $\sigma_{FlimM} = 4,8 \times H_{HB}$.

$$[\sigma]_{F1max} = \frac{4,8 \times H_1}{s_F} = \frac{4,8 \times 280}{2,2} = 610 \text{ МПа}$$

$$[\sigma]_{F2max} = \frac{4,8 \times H_2}{s_F} = \frac{4,8 \times 245}{2,2} = 534 \text{ МПа}$$

2.2.4. Проектний розрахунок передачі

Мінімальна міжосьова відстань передачі визначається за формулою (2.1.13)

$$a_{wmin} = K_a \times (u + 1) \sqrt[3]{\frac{T_1 \times K_{H\beta}}{u \times \psi_{ba} \times [\sigma]_H^2}} \quad (2.1.13)$$

де T_1 – обертовий момент на шестірні;

$[\sigma]_H$ – розрахункове допустиме контактне напруження; коефіцієнт $K_a=495$ МПа^{1/3};

$\psi_{ba}=0,4$ коефіцієнт ширини зубчастого вінця колеса;

$u = 3,6$ – передатне число;

$K_{H\beta}$ – коефіцієнт що враховує нерівномірність розподілу навантаження по ширині зубчастих вінців, вибирають залежно від параметра $\psi_{bd} = 0,5 \times \psi_{ba} \times (u + 1)$ і схеми розміщення зубчастих коліс відносно опор. $\psi_{bd} = 0,92, K_{H\beta} = 1,1$.

$$a_{wmin} = 430 \times (3,6 + 1) \sqrt[3]{\frac{2,17 \times 1,1}{3,6 \times 0,4 \times 486^2}} = 37,83 \text{ мм}$$

Вибираємо фактичну міжосьову відстань $a_w = 50 \text{ мм}$. Кут нахилу лінії зубців попередньо беремо $\beta = 15^\circ$.

Число зубців шестірні $z_1 = 21$, колеса $z_2 = z_1 \times u = 21 \times 3,6 = 75,6$. Вибираємо $z_2 = 76$. Фактичне передатне число $u = \frac{z_2}{z_1} = \frac{76}{21} = 3,6$.

Модуль зубців може бути визначений за формулою (2.1.14)

$$m_n' = \frac{2 \times a_{wmin} \times \cos\beta}{z_1 + z_2} = \frac{2 \times 37,83 \times \cos 15^\circ}{21 + 76} = 0,75 \text{ мм} \quad (2.1.14)$$

Значення m_n' округлюємо до найближчого стандартного значення m_n згідно з ГОСТ 9563-60. Приймаємо $m_n = 1 \text{ мм}$.

Щоб зберегти прийнятну міжосьову відстань, обчислимо нове значення кута нахилу лінії зубців:

$$\cos\beta = \frac{m_n \times (z_1 + z_2)}{2 \times a_w} = 0,97; \quad \beta = 14^\circ 4'$$

Обчислюємо попередні значення параметрів передачі, необхідних для перевірочних розрахунків. Ділильні діаметри шестірні та колеса визначаються за формулою (2.1.15)

$$d_i = \frac{m_n \times z_i}{\cos\beta} \quad (2.1.15)$$

$$d_1 = \frac{m_n \times z_1}{\cos\beta} = \frac{1 \times 21}{0,97} = 21,65 \text{ мм}$$

$$d_2 = \frac{m_n \times z_2}{\cos\beta} = \frac{1 \times 76}{0,97} = 78,35 \text{ мм}$$

Ширина зубчастих вінців розраховується нижче:

$$b_2 = \psi_{ba} \times a_w = 0,4 \times 50 = 20 \text{ мм}$$

$$b_1 = b_2 + 2 = 22 \text{ мм}$$

Колова швидкість зубчастих коліс визначаються за формулою (2.1.16)

$$V = 0,5 \times \omega_1 \times d_1 = 0,5 \times 39,8 \times 21,65 = 0,43 \text{ м/с} \quad (2.1.16)$$

Вибираємо ступінь точності $n_{ст} = 9$ для всіх показників точності зубчастих коліс і передачі.

Еквівалентні числа зубців шестірні та колеса розраховуємо за формулою (2.1.17)

$$z_{vt} = \frac{z_i}{\cos^3 \beta} \quad (2.1.17)$$

$$z_{v1} = \frac{z_1}{\cos^3 \beta} = \frac{30}{0,97^3} = 23$$

$$z_{v2} = \frac{z_2}{\cos^3 \beta} = \frac{78}{0,97^3} = 83,37$$

Коефіцієнт торцевого перекриття визначається за формулою (2.1.18)

$$\varepsilon_\alpha = \left[1,88 - 3,22 \times \left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right) \right] \quad (2.1.18)$$

$$\varepsilon_\alpha = \left[1,88 - 3,22 \times \left(\frac{1}{21} + \frac{1}{76} \right) \right] = 1,63$$

Коефіцієнт осевого перекриття зубців:

$$\varepsilon_\beta = \frac{b_2 \times \sin \beta}{\pi \times m_n} = \frac{15,2 \times \sin(14^\circ 4')}{\pi \times 1} = 1,54 \quad (2.1.19)$$

Колова сила у зачепленні зубчастих коліс:

$$F_t = \frac{2 \times T_1}{d_1} = \frac{2 \times 2,17}{32,9} = 200,46 \text{ кН} \quad (2.1.20)$$

2.2.5. Розрахунок активних поверхонь зубців на контактну витривалість

Попередньо визначимо коефіцієнти:

- $Z_m = 275 \text{ МПа}^{1/2}$ – коефіцієнт, що враховує механічні властивості матеріалів зубчастих коліс (для сталевих коліс);
- $Z_H = 1,77 \times \cos \beta = 1,13$ – коефіцієнт форми спряжених поверхонь зубців;
- $Z_\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_\alpha}} = 0,78$ – коефіцієнт сумарної довжини контактних ліній для косозубої передачі при $\varepsilon_\beta > 0,9$;
- $K_{H\alpha} = 1$ – коефіцієнт, що враховує нерівномірність розподілу навантаження між зубцями;
- $K_{H\beta} = 1,1$ – коефіцієнт що враховує нерівномірність розподілу навантаження по ширині зубчастих вінців;
- $K_{Hv} = 1,03$ – коефіцієнт, що враховує динамічне навантаження зубців, знаходиться за в залежності від твердості зубців, ступеня точності і колової швидкості колеса.

Питома розрахункова колова сила:

$$\omega_{Ht} = \frac{F_t}{b_2} \times K_{H\alpha} \times K_{H\beta} \times K_{Hv} \quad (2.2.21)$$

$$\omega_{Ht} = \frac{200,46}{20} \times 1 \times 1,1 \times 1,03 = 11,36 \text{ Н/мм}$$

Розрахункове контактне напруження та умова міцності:

$$\sigma_H = Z_M \times Z_H \times Z_\varepsilon \sqrt{\frac{\omega_{Ht}}{d_1} + \frac{u+1}{u}} < [\sigma]_H \quad (2.2.22)$$

$$\sigma_H = 275 \times 1,13 \times 0,78 \sqrt{\frac{11,36}{21,65} + \frac{\sqrt{3,6+1}}{3,6}} = 460 \text{ МПа}$$

Стійкість зубців проти втомного викришування їхніх активних поверхонь забезпечується, оскільки $\sigma_H < [\sigma]_H = 487 \text{ МПа}$.

2.2.6. Розрахунок допустимих поверхонь зубців на контактну міцність

Під час дії перевантаження максимальне контактне напруження визначається за формулою (2.1.23)

$$\sigma_{Hmax} = \sigma_H \sqrt{\frac{T_{1max}}{T_1}} = 460 \sqrt{2} = 650,54 \text{ МПа} \quad (2.1.23)$$

Контактна міцність зубців забезпечується, оскільки:

$$\sigma_{Hmax} = 650,54 \text{ МПа} < [\sigma]_{Hmax} = 1792 \text{ МПа}$$

2.2.7. Розрахунок зубців на витривалість при згині

Попередньо визначимо коефіцієнти:

- $Y_{F1} = 3,9$, $Y_{F2} = 3,6$ – коефіцієнт форми зубців, який визначають залежно від еквівалентного числа зубців Z_v шестірні та колеса з урахуванням коефіцієнтів зміщення;
- $Y_\varepsilon = 1$ – коефіцієнт перекриття зубців, як для прямозубих і косозубих коліс;
- $Y_\beta = 1 - \beta / 140^\circ = 0,9$ – коефіцієнт нахилу зубців;
- $K_{F\alpha} = [4 + (\varepsilon_\alpha - 1)(n_{СТ} - 5)] / 4 \times \varepsilon_\alpha = 0,96$ – коефіцієнт, що враховує розподіл навантаження між зубцями (для прямозубої передачі);
- $K_{F\beta} = 1,21$ – коефіцієнт що враховує нерівномірність розподілу навантаження по ширині зубчастих вінців;
- $K_{Fv} = 1,1$ – коефіцієнт, що враховує динамічне навантаження зубців, знаходиться за в залежності від твердості зубців, ступеня точності і колової швидкості колеса.

Питома розрахункова колова сила

$$\omega_{Ft} = \frac{F_t}{b_2} \times K_{F\alpha} \times K_{F\beta} \times K_{Fv} \quad (2.2.24)$$

$$\omega_{Ft} = \frac{200,46}{15,2} \times 1 \times 1,21 \times 1,1 = 10,75 \text{ Н/мм}$$

Розрахункове напруження згину у зубцях шестірні та колеса:

$$\sigma_F = Y_F \times Y_\varepsilon \times Y_\beta \times \frac{\omega_{Ft}}{m_n} \quad (2.2.25)$$

$$\sigma_{F1} = 3,9 \times 1 \times 0,9 \times \frac{10,75}{1} = 37,73 \text{ МПа}$$

$$\sigma_{F2} = 3,6 \times 1 \times 0,9 \times \frac{10,75}{1} = 34,83 \text{ МПа}$$

Стійкість зубців проти втомного руйнування при згині забезпечується, оскільки розрахункові напруження згину менші від відповідних допустимих напружень $[\sigma]_{F1} = 241 \text{ МПа}$, $[\sigma]_{F2} = 200 \text{ МПа}$.

2.2.8. Розрахунок зубців на міцність при згині максимальним навантаженням

Максимальні напруження згину при перевантаженні:

$$\sigma_{F1max} = \sigma_{F1} \frac{T_{1max}}{T_1} = 37,73 \times 2 = 75,47 \text{ МПа}$$

$$\sigma_{F2max} = \sigma_{F2} \frac{T_{1max}}{T_1} = 34,83 \times 2 = 69,66 \text{ МПа}$$

Міцність зубців забезпечується, бо максимальні розрахункові напруження менші від гранично допустимих напружень $[\sigma]_{F1max} = 610,9 \text{ МПа}$, $[\sigma]_{F2max} = 534 \text{ МПа}$.

2.2.9. Геометричний розрахунок параметрів зубчастої передачі

Розміри елементів зубців:

- висота головки зубця $h_a = m_n = 1 \text{ мм}$;
- висота ніжки $h_f = 1,25 \times m_n = 1,25 \times 1 = 1,25 \text{ мм}$;
- кут профілю зубців $\alpha_n = 20^\circ$.

Розміри вінців зубчастих коліс:

– ділильні діаметри $d_1=22 \text{ мм}$; $d_2=78 \text{ мм}$ (п.2.2.5);

– діаметри вершин зубців

$$d_{a1} = d_1 + 2 \times m_n = 22 + 2 \times 1 = 24 \text{ мм}$$

$$d_{a2} = d_2 + 2 \times m_n = 78 + 2 \times 1 = 80 \text{ мм}$$

– діаметри впадин

$$d_{f1} = d_1 - 2,5 \times m_n = 22 - 2,5 \times 1 = 19,5 \text{ мм}$$

$$d_{f2} = d_2 - 2,5 \times m_n = 78 - 2,5 \times 1 = 75,5 \text{ мм}$$

– міжосьова відстань передачі

$$a_w = \frac{m_n \times (z_1 + z_2)}{2 \times \cos\beta} = \frac{1 \times (21 + 76)}{2 \times 0,97} = 50 \text{ мм}$$

2.2.10. Розрахунок сил у зачепленні зубців передачі

Колова сила

$$F_t = 200,46 \text{ кН (обчисленна вище).}$$

Радіальна сила

$$F_r = \frac{F_t \times \operatorname{tg}20^\circ}{\cos\beta} = \frac{200,46 \times \operatorname{tg}20^\circ}{0,97} = 75,22 \text{ кН}$$

Осьова сила

$$F_a = F_t \times \operatorname{tg}\beta = 200,46 \times \operatorname{tg}(14^\circ 4') = 49,98 \text{ кН}$$

2.3. Розрахунок черв'ячної передачі.

2.3.1. Параметри навантаження черв'ячної передачі

Кутова швидкість веденого вала визначається за формулою (2.2.1):

$$\omega_2 = \frac{\omega_1}{i} = \frac{11,05}{60} = 0,184 \text{ с}^{-1} \quad (2.2.1)$$

При короткочасному перевантаженні до 150% максимальний обертовий момент на веденому валу знаходимо за формулою (2.2.2)

$$T_{2\max} = 1,5T_2 = 1,5 \times 335,3 = 502,95 \text{ Н} \times \text{м}. \quad (2.2.2)$$

Орієнтовна швидкість ковзання в зачепленні:

$$V_s = \left(4 \times \frac{\omega_1}{10^3}\right) \sqrt[3]{T_2} = \left(4 \times \frac{11,05}{10^3}\right) \sqrt[3]{335,3} = 0,3 \text{ м/с} \quad (2.2.3)$$

Сумарне число циклів навантаження зубців колеса за строк служби передачі розраховуємо за формулою (2.2.4)

$$N_{\Sigma 2} = \frac{1800 \times \omega_2 \times h}{\pi} = \frac{1800 \times 0,184 \times 20000}{3,14} = 13,7 \times 10^6 \text{ ц} \quad (2.2.4)$$

Для легкого режиму при коефіцієнті інтенсивності $K_{FE} = 0,01$ еквівалентне число циклів навантаження зубців:

$$N_{FE2} = K_{NF} \times N_{\Sigma 2} = 0,01 \times 13,7 \times 10^6 = 1,37 \times 10^5 \text{ ц} \quad (2.2.5)$$

2.3.2. Матеріали для виготовлення черв'яка та черв'ячного колеса

Для виготовлення черв'яка беремо леговану сталь 40Х, термообробка – гартування із відпусканням, твердість $H_1 = 45...55 \text{ HRC}$, робочі поверхні витків шліфовані. Для вінця черв'ячного колеса із швидкістю ковзання $V_s = 0,3 \text{ м/с}$ вибираємо чавун СЧ 18 з такими характеристиками: границя міцності $\sigma_B = 355 \text{ Мпа}$.

2.3.3. Розрахунок допустимих напружень

Допустимі контактні напруження. Для вінця черв'ячного колеса з безолов'яної бронзи допустиме контактне напруження визначається за формулою (2.2.6)

$$[\sigma]_H = [\sigma]_{H0} = 300 - 25 \times V_s = 164,25 \text{ МПа} \quad (2.2.6)$$

Допустиме граничне контактне напруження:

$$[\sigma]_{H\max} = 2 \times \sigma_T = 2 \times 230 = 585,75 \text{ МПа} \quad (2.2.7)$$

Допустимі напруження на згин. Для бази випробувань 10^6 та нереверсивного навантаження допустиме напруження на втому при згині визначаються за формулою (2.2.8)

$$[\sigma]_{F0} = 0,8 \times \sigma_B + 0,25 \times \sigma_T \quad (2.2.8)$$

$$[\sigma]_{F0} = 0,8 \times 500 + 0,25 \times 230 = 42,6 \text{ МПа}$$

Коефіцієнт довговічності розраховується за формулою (2.2.9)

$$K_{FL} = \sqrt[9]{\frac{10^6}{N_{FE2}}} = \sqrt[9]{\frac{10^6}{0,5718 \times 10^5}} = 1,25 \quad (2.2.9)$$

Враховуючи обмеження $0,54 \leq K_{FL} \leq 1$, беремо $K_{FL} = 1$. Тоді для зубців черв'ячного колеса допустиме напруження на втому при згині визначемо за формулою (2.2.10).

$$[\sigma]_F = [\sigma]_{F0} \times K_{FL} = 42,6 \text{ МПа} \quad (2.2.10)$$

Допустиме граничне напруження згину розраховується за формулою (2.2.11)

$$[\sigma]_{Fmax} = 0,8 \times \sigma_T = 0,8 \times 230 = 266,25 \text{ МПа} \quad (2.2.11)$$

2.3.4. Проектний розрахунок черв'ячної передачі

У проектному розрахунку визначаємо мінімальну міжосьову відстань передачі.

Число витків черв'яка беремо $z_1 = 1$. Тоді число зубців черв'ячного колеса $z_2 = z_1 \times i = 1 \times 60 = 60$.

Мінімальна міжосьова відстань передачі визначається за формулою (2.2.12)

$$a_{wmin} = K_a \times \left(\frac{z_2}{q} + 1\right) \times \sqrt[3]{\frac{T_2 \times K_{H\beta} \times q^2}{(z_2 \times [\sigma]_H)^2}} \quad (2.1.13)$$

де коефіцієнт $K_a = 310 \text{ МПа}^{1/3}$ – при сталевому черв'яку та бронзовому вінці колеса;

q – коефіцієнт діаметра черв'яка, $q = 12,5$;

T_2 – обертовий момент на валу черв'ячного колеса;

$[\sigma]_H$ – розрахункове допустиме контактне напруження;

$K_{H\beta}$ – коефіцієнт що враховує нерівномірність розподілу навантаження по ширині вінця черв'ячного колеса, визначають за формулою (2.1.14)

$$K_{H\beta} = 1 + \left(\frac{z_2}{\theta}\right)^3 \times (1 - k) \quad (2.1.14)$$

де θ – коефіцієнт деформації черв'яка, вибирається в залежності від z_1 і q , $\theta = 112$;

k – коефіцієнт, який враховує вплив режиму роботи передачі на припрацювання зубців, $k = 0,5$ за середнього нормального режиму навантаження.

$$K_{H\beta} = 1 + \left(\frac{60}{112}\right)^3 \times (1 - 0,5) = 1,03$$

$$a_{wmin} = 310 \times \left(\frac{60}{12,5} + 1\right) \times \sqrt[3]{\frac{335,3 \times 1,03 \times 12,5^2}{(60 \times 164,25)^2}} = 150,61 \text{ МПа}$$

Модуль черв'ячної передачі знаходиться за формулою (2.2.15)

$$m_n' = \frac{2 \times a_{wmin}}{q + z_2} = \frac{2 \times 150,61}{12,5 + 60} = 4,15 \text{ мм} \quad (2.2.15)$$

Значення модуля округлюємо до найближчого більшого із стандартного ряду: $m = 4,5$, при цьому раніше прийняте значення коефіцієнта діаметра черв'яка $q = 12,5$ відповідає отриманому модулю.

Уточнюємо міжосьову відстань за формулою (2.2.16)

$$a_w' = 0,5 \times m \times (q + z_2) = 0,5 \times 4,5 \times (12,5 + 60) = 163,125 \text{ мм} \quad (2.2.16)$$

Приймаємо $a_w = 165 \text{ мм}$, згідно з стандартним рядом лінійних розмірів.

Ділильні діаметри шестірні та колеса:

$$d_1 = m \times q = 4,5 \times 12,5 = 56,25 \text{ мм}$$

$$d_2 = m \times z_2 = 4,5 \times 60 = 270 \text{ мм}$$

Діаметр вершин витків черв'яка та зубців колеса:

$$d_{a1} = d_1 + 2 \times m = 56,25 + 2 \times 4,5 = 65,25 \text{ мм}$$

$$d_{a2} = d_2 + 2 \times m = 270 + 2 \times 4,5 = 279 \text{ мм}$$

Ширина вінця черв'ячного колеса:

$$b_2 \leq 0,75 \times d_{a1} = 0,75 \times 65,25 = 48,9375$$

Вибираємо $b_2 = 49 \text{ мм}$.

Ділильний кут підйому лінії витка черв'яка:

$$\text{tg} \gamma = \frac{z_1}{q} = \frac{1}{12,5} = 0,08; \gamma = 4,57^\circ$$

Швидкість ковзання у зачепленні визначається за формулою (2.2.18)

$$V_s = \frac{\omega_1 \times d_1}{2 \times \cos \gamma} = 0,312 \text{ м/с} \quad (2.2.18)$$

Ступінь точності передачі $n_{\text{ст}} = 9$.

Еквівалентне число зубців черв'ячного колеса:

$$z_{v2} = \frac{z_2}{\cos \gamma^3} = \frac{60}{\cos(4,57^\circ)^3} = 60,4 \quad (2.2.19)$$

Колова сила, що діє на зубці колеса:

$$F_{t2} = \frac{2 \times T_2}{d_2} = \frac{2 \times 335,3}{270 \times 10^{-3}} = 2483,704 \text{ кН} \quad (2.2.20)$$

2.3.5. Розрахунок параметрів черв'ячної передачі

Перевірка активних поверхонь зубців черв'ячного колеса на контактну витривалість

Умова міцності:

$$\sigma_H = Z_M \times Z_H \times Z_\varepsilon \sqrt{\frac{\omega_{Ht}}{d_2}} < [\sigma]_H \quad (2.2.21)$$

де Z_M – коефіцієнт, що враховує механічні властивості матеріалів черв'яка та черв'ячного колеса: для поєднання матеріалів сталь-бронза $Z_M = 215 \text{ МПа}^{1/2}$;

Z_H – коефіцієнт форми спряжених поверхонь витків черв'яка та зубців колеса:
 $Z_H = 1,8$;
 Z_ε – коефіцієнт сумарної довжини контактних ліній: $Z_\varepsilon = 0,75$;
 ω_{Ht} – питома розрахункова колова сила, що визначається за формулою:

$$\omega_{Ht} = \frac{F_t}{b_2} \times K_{H\beta} \times K_{Hv} \quad (2.2.22)$$

$K_{H\beta}$ – коефіцієнт що враховує нерівномірність розподілу навантаження по ширині зубчастих вінців $K_{H\beta} = 1,03$.

K_{Hv} – коефіцієнт, що враховує динамічне навантаження зубців, знаходиться за в залежності від твердості зубців, ступеня точності і колової швидкості колеса, $K_{Hv} = 1,15$.

Питома розрахункова колова сила:

$$\omega_{Ht} = 2483,704/49 \times 1,03 \times 1,15 = 60,54 \text{ Н/мм}$$

Розрахунковое контактне напруження:

$$\sigma_H = 215 \times 0,75 \times 1,8 \sqrt{\frac{60,54}{270}} = 137,43 \text{ МПа}$$

Стійкість зубців проти втомного викришування їхніх активних поверхонь забезпечується, оскільки $\sigma_H < [\sigma]_H = 164,25$.

Перевірка активних поверхонь зубців черв'ячного колеса на контактну міцність

Під час дії перевантаження максимальне контактне напруження визначається за формулою (2.2.23)

$$\sigma_{Hmax} = \sigma_H \sqrt{\frac{T_{2max}}{T_2}} = 137,43 \sqrt{1,5} = 168,32 \text{ МПа} \quad (2.2.23)$$

Контактна міцність зубців забезпечується, оскільки:

$$\sigma_{Hmax} = 168,32 \text{ МПа} < [\sigma]_{Hmax} = 585,75 \text{ МПа}$$

Перевірка зубців черв'ячного колеса на витривалість при згині

Умова міцності:

$$\sigma_F = Y_F \times Y_\varepsilon \times Y_\beta \times \frac{\omega_{Ft}}{m} \leq [\sigma]_F \quad (2.2.24)$$

де Y_F – коефіцієнт форми зубців, який визначають залежно від еквівалентного числа зубців Z_v . $Y_F = 1,4$;

Y_ε – коефіцієнт перекриття зубців, який для прямозубих і косозубих коліс наближено беруть $Y_\varepsilon = 0,75$;

Y_β – коефіцієнт нахилу зубців, $Y_\beta = (1 - \gamma/140^\circ)/\cos\gamma = 0,95$;

ω_{Ht} – питома розрахункова колова сила, що визначається за формулою (2.2.25):

$$\omega_{Ft} = \frac{F_t}{b_2} \times K_{F\beta} \times K_{Fv} \quad (2.2.25)$$

Коефіцієнти $K_{F\beta}$ і K_{Fv} вибирають аналогічно $K_{H\beta}$ і K_{Hv} , $K_{Fv} = 1,15$;
 $K_{F\beta} = 1,03$.

Питома розрахункова колова сила:

$$\omega_{Ft} = \frac{2483,704}{49} \times 1,03 \times 1,15 = 60,54 \text{ Н/мм}$$

Розрахункове напруження згину:

$$\sigma_F = 1,4 \times 0,75 \times 0,95 \times \frac{60,54}{4,5} = 13,42 \text{ МПа}$$

Стійкість зубців проти втомного руйнування при згині забезпечується, оскільки розрахункові напруження згину менші від відповідних допустимих напружень $[\sigma]_F = 42,6 \text{ МПа}$

Перевірка зубців на міцність при згині максимальним навантаженням

$$\sigma_{Fmax} = \sigma_F \frac{T_{2max}}{T_2} = 13,42 \times 1,5 = 20,13 \text{ МПа}$$

Міцність зубців забезпечується, бо максимальні розрахункові напруження менші від гранично допустимих напружень $[\sigma]_{Fmax} = 266,25 \text{ МПа}$.

Розрахунок геометричних параметрів черв'ячної передачі

Розміри елементів витків черв'яка та зубців черв'ячного колеса:

- висота головки витка черв'яка та зубця колеса $h_a = m = 4,5 \text{ мм}$;
- висота ніжки $h_f = 1,2 \times m = 1,2 \times 4,5 = 5,4 \text{ мм}$;
- висота витка та зубця $h = 2,2 \times m = 2,2 \times 4,5 = 9,9 \text{ мм}$;
- розрахункова товщина витка $s = 0,5 \times \pi \times m = 0,5 \times 3,14 \times 4,5 = 7,065 \text{ мм}$;

Розміри вінців черв'яка та черв'ячного колеса:

- ділильні діаметри $d_1 = 56,25 \text{ мм}$; $d_2 = 270 \text{ мм}$ (обчислені вище);
- діаметри вершин зубців $d_{a1} = 65,25 \text{ мм}$, $d_{a2} = 279 \text{ мм}$;

– діаметри впадин

$$d_{f1} = d_1 - 2,4 \times m = 56,25 - 2,4 \times 4,5 = 45,45 \text{ мм}$$

$$d_{f2} = d_2 - 2,4 \times m = 270 - 2,4 \times 4,5 = 259,2 \text{ мм}$$

– найбільший діаметр черв'ячного колеса

$$d_{aM2} \leq d_{a2} + 1,5 \times m = 279 + 1,5 \times 4,5 = 285,75 \text{ мм}$$

– довжина нарізваної частини черв'яка, витки якого шліфують

$$b_1 \geq (11 + 0,06 \times z_2) \times m = (11 + 0,06 \times 60) \times 4,5 = 90,7 \text{ мм}$$

Вибираємо $b_1 = 91 \text{ мм}$.

– ширина вінця черв'ячного колеса $b_2 = 49 \text{ мм}$;

– міжосьова відстань передачі $a_w = 165 \text{ мм}$.

2.3.6. Сили у зачепленні черв'ячної передачі

Колова сила:

$$F_{t2} = F_{a1} = 2483,704 \text{ кН (обчисленна вище).}$$

Радіальні сили на колесі і черв'яку:

$$F_{r1} = F_{r2} = F_{t2} \times \operatorname{tg}20^\circ = 2483,704 \times \operatorname{tg}20^\circ = 904 \text{ кН}$$

Осьова сила на колесі і колова сила на черв'яку:

$$F_{a2} = F_{t1} = F_{t2} \times \operatorname{tg}\gamma = 2483,704 \times \operatorname{tg}(4,57^\circ) = 198,7 \text{ кН}$$

ККД черв'ячної передачі.

$$\eta = (0,95 \dots 0,96) \frac{\operatorname{tg}\gamma}{\operatorname{tg}(\gamma + \varphi')} = (0,955) \frac{\operatorname{tg}4,57^\circ}{\operatorname{tg}(4,57^\circ + 3^\circ)} = 0,725$$

Перевірка черв'яка на жорсткість

Рівнодійна колової та радіальної сил на черв'яку:

$$F = \sqrt{F_{t1}^2 + F_{r1}^2} = \sqrt{198,7^2 + 904^2} = 925,57 \text{ кН}$$

Осьовий момент інерції перерізу черв'яка

$$J_0 = \frac{\pi \times d_{f1}^4}{64} = \frac{3,14 \times 45,45^4}{64} = 209355,9 \text{ мм}^4$$

Беремо наближено відстань між опорами черв'яка

$$l \approx 0,8 \times d_2 = 0,8 \times 270 = 216 \text{ мм}$$

За модуля пружності для сталі $E = 2,1 \times 10^5$ МПа розрахункова стрілка прогину черв'яка:

$$y = \frac{F \times l^3}{48 \times E \times J_0} = \frac{925,57 \times 10^3 \times 216^3}{48 \times 2,1 \times 10^5 \times 209355,9} = 0,00442 \text{ мм}$$

Жорсткість черв'яка достатня, оскільки $y = 0,00442 \text{ мм} < [y] = 0,045 \text{ мм}$.

3. РОЗРАХУНОК ВАЛІВ ТА ЇХ ОПОР

В завданні на проект необхідно спроектувати двоступінчастий редуктор. Вали двоступінчастих редукторів поділяються на вхідні (швидкохідні), вихідні (тихохідні) і проміжні. Більшість вхідних валів виконують як одне ціле з зубчастими вінцями (вал-шестерня) або черв'яками. Проміжні і вихідні вали містять шийки під маточини зубчастих або черв'ячних коліс. Особливістю редукторів для випробувальних машин на розтяг або стиск є те, що їх вихідні вали у більшості випадків розташовуються вертикально.

3.1. Розрахунок швидкохідного валу

Для виготовлення вала обираємо нормалізовану сталь 3, з такими характеристиками: границя міцності $\sigma_B = 400$ МПа, границя текучості $\sigma_T = 235$ МПа.

На початковому етапі розрахунку вала невідомими є довжина його ділянок і відстань між опорами. Через це неможливо обчислити згинальні моменти в перерізах вала. Тому проектний розрахунок вала полягає у визначенні його діаметра у характерних перерізах з умови міцності на чисте кручення.

Таблиця 2.3.1. Параметри швидкохідного вала

Ступінь вала та його параметри d, l	Розрахунки	
1-й вільний кінець вала	d_B	$d_B \geq \sqrt[3]{\frac{16 \times T}{\pi \times [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \times 2,17 \times 1000}{\pi \times [25]}} = 7,62 \text{ мм}$ <p>де T – крутний момент на валу.</p> $d_B = 8 \text{ мм}$
	l_1	$l_1 = 18 \text{ мм}$
2-й під ущільнення кришки з отвором і підшипник	d_n	$d_n = d_y = (1,05 \dots 1,1) \times d_B = 10 \text{ мм}$
	d_y	Розмір відповідає внутрішньому діаметру відповідного кулькового радіально однорядного підшипника за ГОСТ 835-31
3-й під колесо	l_2	$l_2 = 19$ Обираю розмір l_2 конструктивно
	d_3	$d_k = d_n + (2 \dots 2.5)$ Приймаємо $d_k = 15 \text{ мм}$
4-й підпідшипник	l_3	$l_3 = 38 \text{ мм}$
	d_4	$d_4 = 10 \text{ мм}$
	l_4	$l_4 = 9 \text{ мм}$

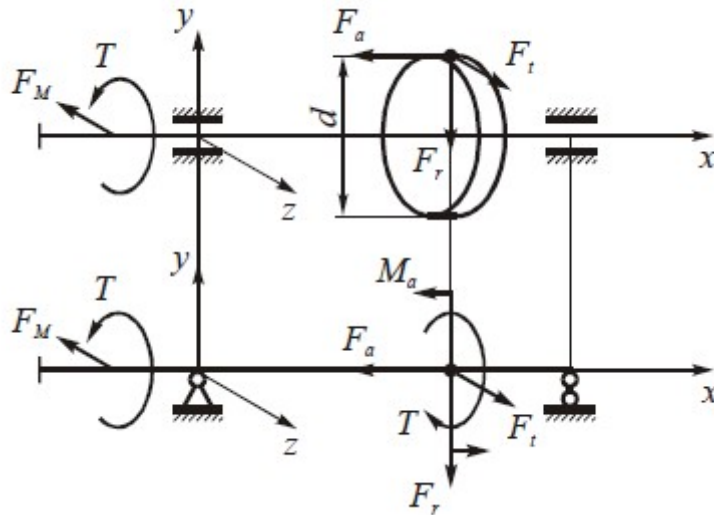


Рис. 2.3.1 Розрахункова схема вала

Перевірка статичної міцності вала

Попередньо визначимо сили, що діють у зачепленні зубчастих коліс і які передаються на вал.

Сили що діють на вал:

Колова сила

$$F_t = 200,47 \text{ Н (обчисленна вище).}$$

Радіальна сила

$$F_r = \frac{F_t \times \operatorname{tg} 20^\circ}{\cos \beta} = \frac{200,47 \times \operatorname{tg} 20^\circ}{0,97} = 75,22 \text{ Н}$$

Осьова сила

$$F_a = F_t \times \operatorname{tg} \beta = 200,47 \times \operatorname{tg}(14^\circ) = 49,98 \text{ Н}$$

Силу початкового натягу пасу

$$F_0 = \frac{0,85 \times P_1 \times C_l}{v \times C_p \times C_\alpha} = 37,59 \text{ Н}$$

Згинальний момент від дії осьової сили F_{a2}

$$M_a = F_a \times \frac{d_2}{2} = 37,6 \times \frac{22}{2} = 413,6 \text{ Н} \times \text{мм}$$

$$M_t = F_t \times \frac{d_2}{2} = 2205,17 \text{ Н} \times \text{мм}$$

Вал працює на згин, кручення і розтяг (стиск)

Реакція опор

$$\sum M_A = 0 \quad \sum M_B = 0$$

У вертикальній площині:

$$\sum M_A = F_r \times b - R_B^y (b + c) - M_a = 0$$

$$R_B^y = \frac{-M_a + F_r \times b}{b + c} = 28,89 \text{ Н}$$

$$\sum M_B = -F_r \times c + R_A^y(b+c) - M_{a2} = 0$$

$$R_A^y = \frac{M_{a2} + F_r \times c}{b+c} = 46,33 \text{ Н}$$

У горизонтальній площині:

$$\sum M_A = F \times a - R_B^z(b+c) + F_t \times b = 0$$

$$R_B^z = \frac{F \times a + F_t \times b}{b+c} = 126,23 \text{ Н}$$

$$\sum M_B = F \times l + R_A^z(b+c) - F_t \times c = 0$$

$$R_A^z = \frac{F_t \times c - F \times l}{b+c} = 36,63 \text{ Н}$$

Згинальні моменти:

У вертикальній площині:

– згинальний момент у перерізі I-I

$$M_y^I = R_B^y \times c = 0 \text{ Н} \times \text{м}$$

$$M_y^I = R_B^y \times c + M_{a2} = 1092,5 \text{ Н} \times \text{мм}$$

В горизонтальній площині:

– згинальний момент у перерізі I-I

$$M_z^I = F \times a = 1222 \text{ Н} \times \text{мм}$$

– згинальний момент у перерізі II-II

$$M_z^{II} = R_B^z \times c = 2966,4 \text{ Н} \times \text{мм}$$

Сумарні згинальні моменти в перерізах I-I і II-II

$$M_I = \sqrt{(M_y^I)^2 + (M_z^I)^2} = 1222 \text{ Н} \times \text{мм}$$

$$M_{II} = \sqrt{(M_y^{II})^2 + (M_z^{II})^2} = 3160 \text{ Н} \times \text{мм}$$

Згинальний момент у перерізі I-I більший, ніж у перерізі II-II, то перевірку міцності слід виконувати для перерізу I-I.

$$\sigma_{зг} = \frac{32 \times M_{II}}{\pi \times d^3} = 9,54 \text{ МПа}$$

$$\sigma_c = \frac{4 \times F_{a2}}{\pi \times d^2} = 0,28 \text{ МПа}$$

$$\tau = \frac{16 \times T}{\pi \times d^3} = 3,28 \text{ МПа}$$

$$\sigma_{екв} = \sqrt{(\sigma_{зг} + \sigma_c)^2 + 4(\tau)^2} = 11,81 \text{ МПа}$$

Максимальне еквівалентне напруження при короткочасних перевантаженнях

$$(\sigma_{екв})_{max} = \sigma_{екв} \times K_{II} = 11,81 \times 2,2 = 25,98 \text{ МПа}$$

Допустиме еквівалентне напруження:

$$[\sigma]_{екв} = \sigma_{екв} \times \sigma_T = 0,8 \times 363 = 290 \text{ МПа}$$

Умова статичної міцності вала виконується, оскільки $(\sigma_{екв})_{max} \leq [\sigma]_{екв}$

Розрахунок вала на витривалість.

Вище було визначено, що найнебезпечнішим є переріз II-II вала. Тому для перерізу II-II доцільно визначити розрахунковий коефіцієнт запасу міцності. Оскільки у перерізі II-II є нормальні та дотичні напруження, то спочатку визначимо коефіцієнти запасу s_σ і s_τ , а відтак і загальний розрахунковий коефіцієнт запасу міцності s .

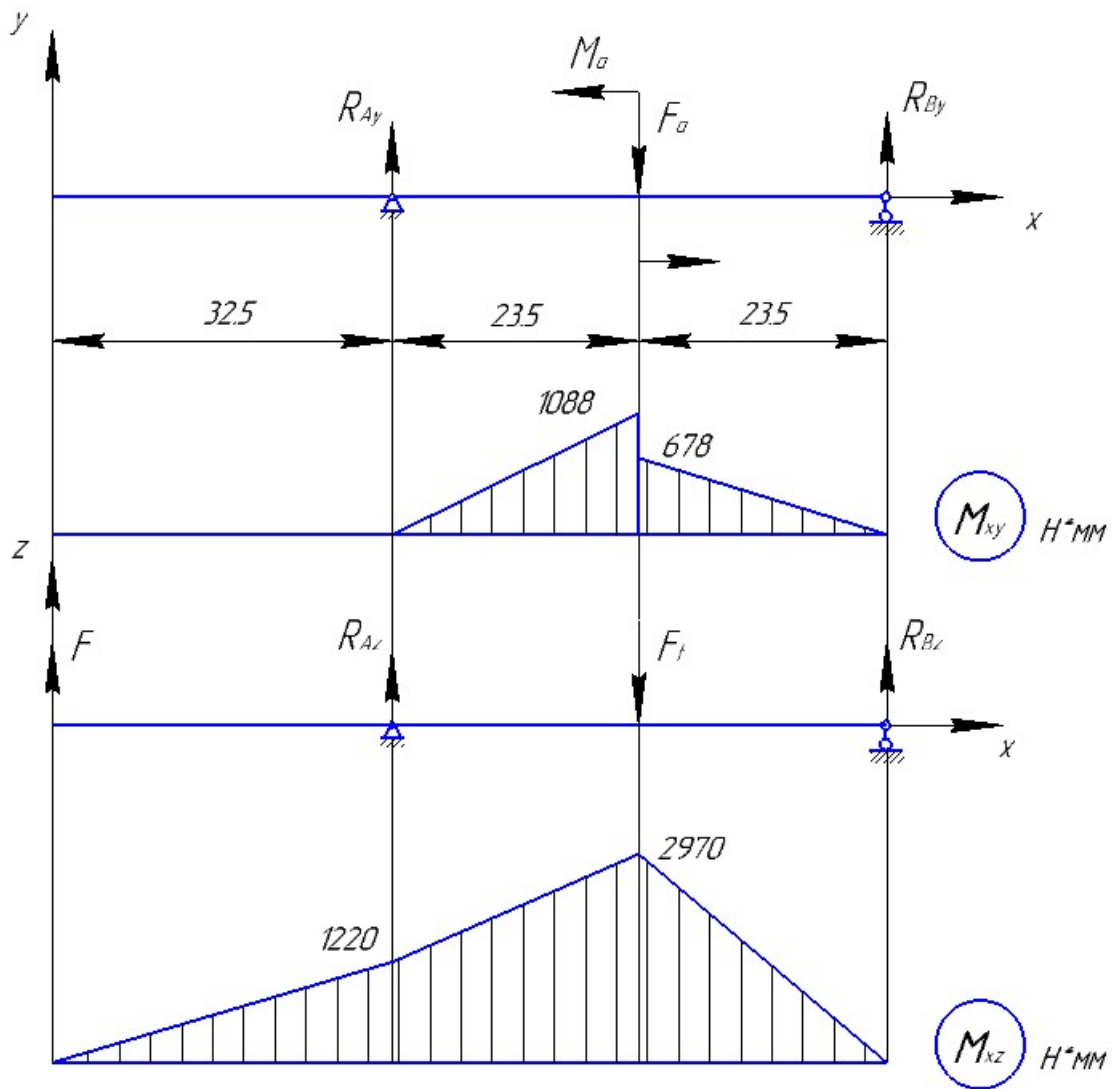


Рис. 2.3.2 Епюри

Границі втоми матеріалу вала:

$$\sigma_{-1} = 0,45 \times \sigma_B = 180 \text{ МПа}$$

$$\tau_{-1} = 0,25 \times \sigma_B = 100 \text{ МПа}$$

Амплітуда нормальних і дотичних напружень:

$$\sigma_a = \frac{M_{II}}{W_{OH}} \quad \tau_a = \frac{T}{2W_{PH}}$$

$$W_{OH} = \frac{\pi \times d^3}{32} = 331,17 \text{ мм}^3$$

$$W_{PH} = \frac{\pi \times d^3}{16} = 662,34 \text{ мм}^3$$

$$\sigma_a = \frac{M_{II}}{W_{OH}} = 9,54 \text{ МПа}$$

$$\tau_a = \frac{T}{2W_{PH}} = 1,64 \text{ МПа}$$

Середні значення нормальних напружень:

$$\sigma_m = \frac{F_a}{\frac{\pi \times d^2}{4}} = 0,28 \text{ МПа}$$

Середні значення дотичних напружень для випадку передавання

$$\tau_m = \tau_a = 1,64 \text{ МПа}$$

Коефіцієнт K_d , що враховує вплив абсолютних розмірів перерізу вала, залежить від його матеріалу та діаметра перерізу. $K_d=0,9$.

Коефіцієнти, що характеризують чутливість матеріалу вала до асиметрії циклу напружень, для сталевих валів:

$$\psi_\sigma = 0,2 + 2 \times 10^{-4} \sigma_B = 0,1$$

$$\psi_\tau = 0,5 \times \psi_\sigma = 0,05$$

Коефіцієнти запасу міцності за нормальними та дотичними напруженнями:

$$s_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{\sigma_a}{K_d} + \psi_\sigma \times \sigma_m} = 16,93$$

$$s_\tau = \frac{\tau_{-1}}{\frac{\tau_a}{K_d} + \psi_\tau \times \tau_m} = 52,57$$

Загальний коефіцієнт запасу:

$$s = \frac{s_\sigma \times s_\tau}{\sqrt{s_\tau^2 + s_\sigma^2}} = 16,11$$

Загальний розрахунковий коефіцієнт запасу міцності $s \geq [s]_{\min}=1,5$ отже втомна міцність вала у перерізі II-II забезпечується.

Перевірка вала на жорсткість

Визначимо прогин вала у перерізі II-II і кут нахилу перерізу на опорі А. Для цього прикладемо у вертикальній і горизонтальній площинах до перерізу II-II одиничну силу $\bar{x}_1 = 1$, а на опорі А – одиничний момент $\bar{x}_2 = 1$. Побудуємо епюри згинальних моментів $\overline{M}_1(x), \overline{M}_2(x)$.

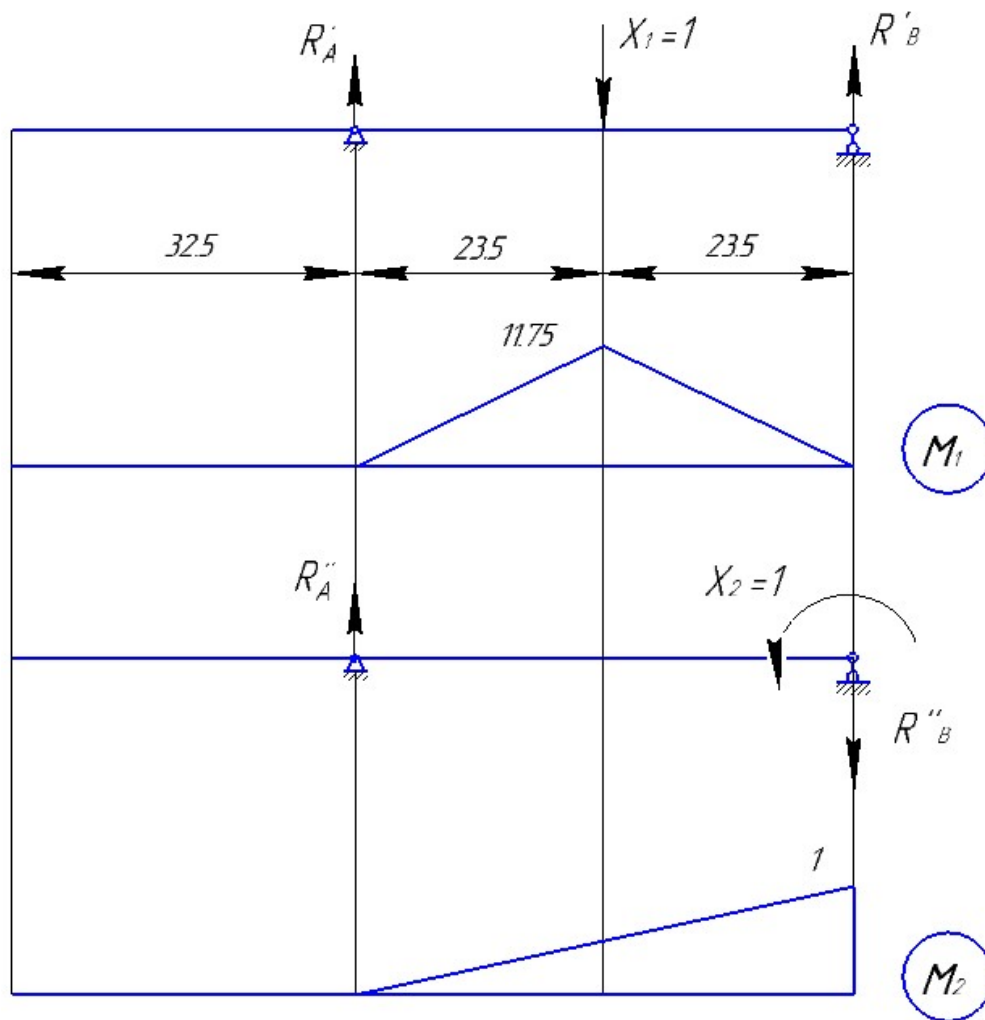


Рис. 2.3.4. Епюри зганальних моментів

Осьовий момент інерції перерізу вала

$$J_1 = \frac{\pi \times d^4}{64} = \frac{3,14 \times 15^4}{64} = 2483,789 \text{ мм}^4$$

$$J_2 = \frac{\pi \times d^4}{64} = \frac{3,14 \times 10^4}{64} = 490,625 \text{ мм}^4$$

Модуль пружності матеріалу $E = 2 \times 10^5$ МПа

Згідно зі способом Верещагіна прогин вала y_B і кут нахилу перерізу θ_B у вертикальній площині:

$$y_B = \frac{\Omega_1 \times \bar{M}'_{c1} + \Omega_2 \times \bar{M}'_{c2}}{E \times J_1}$$

$$y_B = \frac{\frac{1}{2} \times 1088 \times 23,5 \times \frac{2}{3} \times 11,75 +}{2 \times 10^5 \times 2483,789}$$

$$+ \frac{\frac{1}{2} \times 678 \times 23,5 \times \frac{2}{3} \times 11,75}{2 \times 10^5 \times 2483,789} = 0,000327 \text{ мм}$$

$$\theta_B = \frac{\Omega_1 \times \bar{M}_{c1}'' + \Omega_2 \times \bar{M}_{c2}'' + \Omega_3 \times \bar{M}_{c3}''}{E \times J_2}$$

$$\theta_B = -\frac{\frac{1}{2} \times 1088 \times 23,5 \times 0,333 + \frac{1}{2} \times 678 \times 23,5 \times 0,667}{2 \times 10^5 \times 490,625}$$

$$= 9,75 \times 10^{-5} \text{ рад}$$

Прогин вала y_r і кут нахилу перерізу θ_r у горизонтальній площині:

$$y_r = \frac{1220 \times 23,5 \times 5,875 + 0,5 \times 23,5 \times 1750 \times \frac{2}{3} \times 11,75}{2 \times 10^5 \times 2483,789} +$$

$$+ \frac{0,5 \times 23,5 \times 2970 \times \frac{2}{3} \times 11,75}{2 \times 10^5 \times 2483,789}$$

$$+ \frac{\frac{1}{2} \times 85,25 \times 263,72 \times 10^3 \times \frac{2}{3} \times 45,86}{2 \times 10^5 \times 2483,789} = 0,00121 \text{ мм}$$

$$\theta_r = \frac{1220 \times 23,5 \times 0,25 + \frac{1}{2} \times 23,5 \times 1750 \times 0,333}{2 \times 10^5 \times 490,625}$$

$$+ \frac{\frac{1}{2} \times 23,5 \times 2970 \times 0,667}{2 \times 10^5 \times 490,625} = 38 \times 10^{-5} \text{ рад}$$

Повний прогин вала у перерізі I-I:

$$y = \sqrt{y_B^2 + y_r^2}$$

$$y = \sqrt{0,000327^2 + 0,00121^2} = 0,00125 \text{ мм}$$

Допустимий прогин вала під зубчатим колесом $[y] = 0,01m = 0,05\text{мм}$.

Маємо $y < [y]$.

Повний кут нахилу перерізу на опорі А:

$$\theta = \sqrt{\theta_B^2 + \theta_r^2}$$

$$\theta = \sqrt{(9,75 \times 10^{-5})^2 + (38 \times 10^{-5})^2} = 39,23 \times 10^{-5} \text{ рад}$$

Допустимий кут нахилу перерізу під кульковими радіальними підшипниками $[\theta] = 0.01 \text{ рад}$, Маємо $[\theta] > \theta$.

Таким чином, жорсткість вала забезпечується.

3.2. Розрахунок проміжного вала

Для виготовлення вала обираємо нормалізовану сталь 3, з такими характеристиками: границя міцності $\sigma_B = 400$ МПа, границя текучості $\sigma_T = 235$ МПа.

На початковому етапі розрахунку вала відомий діаметр вала-чerv'яка, тому інше невідомі довжини і діаметри знаходимо відповідно до раніше розрахованого діаметра черв'яка.

Таблиця 2.3.2 Параметри проміжного вала

Ступінь вала та його параметри d, l		Розрахунки
1-й вала під зубчасте колесо	d_B	$d_B = 30$ мм
	l_1	$l_1 = 20$ мм
2-й під підшипник	d_n	$d_n = 40$ мм Розмір відповідає внутрішньому діаметру відповідного кулькового радіально-упорного однорядного підшипника за ГОСТ 831-75.
	l_2	$l_2 = 20$ Обираю розмір l_2 конструктивно
3-й діаметр впадин черв'яка	d_3	$d_k = 50$ мм
	l_3	$l_3 = 240$ мм
4-й підпідшипник	d_4	$d_4 = 40$ мм
	l_4	$l_4 = 20$ мм

3.2.1. Перевірка статичної міцності вала

Попередньо визначимо сили, що діють у зачепленні зубчастих коліс і які передаються на вал.

Сили що діють у зачепленні косозубого колеса:

Колова сила

$$F_{t1} = 200,47 \text{ Н (обчислення вище).}$$

Радіальна сила

$$F_{r1} = \frac{F_t \times \operatorname{tg} 20^\circ}{\cos \beta} = \frac{200,47 \times \operatorname{tg} 20^\circ}{0,97} = 75,22 \text{ Н}$$

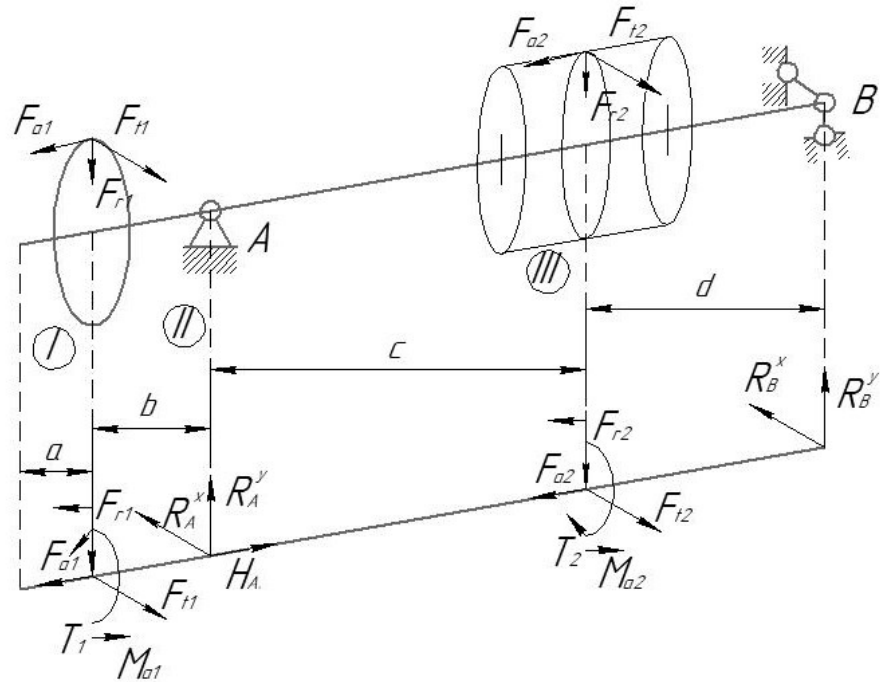


Рис. 2.3.5. Розрахункова схема вала

Осьова сила

$$F_{a1} = F_t \times \operatorname{tg}\beta = 200,47 \times \operatorname{tg}(14^\circ) = 49,98 \text{ Н}$$

Силу що діє в черв'ячному зачепленні:

Колова сила:

$$F_{a2} = F_{t2} \times \operatorname{tg}\gamma = 2483,7 \times 0,08 = 198,7 \text{ Н}$$

Радіальні сили на колесі і черв'яку:

$$F_{r2} = F_{t2} \times \operatorname{tg}20^\circ = 2483,7 \times \operatorname{tg}20^\circ = 903,99 \text{ Н}$$

Осьова сила на колесі і колова сила на черв'яку:

$$F_{t2} = 2483,7 \text{ Н (обчисленна вище).}$$

Згинальний момент від дії осьової сили F_{a2}

$$M_{a2} = F_{a2} \times \frac{d_2}{2} = 198,7 \times \frac{56}{2} = 5563,6 \text{ Н} \times \text{мм}$$

$$M_{t2} = F_{t2} \times \frac{d_2}{2} = 69543,6 \text{ Н} \times \text{мм}$$

Згинальний момент від дії осьової сили F_{a1}

$$M_{a1} = F_{a1} \times \frac{d_1}{2} = 49,98 \times \frac{78}{2} = 1949,22 \text{ Н} \times \text{мм}$$

$$M_{t1} = F_{t1} \times \frac{d_1}{2} = 7818,33 \text{ Н} \times \text{мм}$$

Вал працює на згин, кручення і розтяг (стиск)

Реакція опор

$$\sum M_A = 0 \quad \sum M_B = 0$$

У вертикальній площині:

$$\sum M_A = F_{r2} \times c - F_{r1} \times b - R_B^y(d + c) - M_{a1} - M_{a2} = 0$$

$$R_B^y = \frac{F_{r2} \times c - F_{r1} \times b - M_{a1} - M_{a2}}{d + c} = 504,6 \text{ Н}$$

$$\sum M_B = R_A^y(d + c) - F_{r1} \times (b + c + d) - F_{r2} \times d - M_{a1} - M_{a2} = 0$$

$$R_A^y = \frac{F_{r1} \times (b + c + d) + F_{r2} \times d + M_{a1} + M_{a2}}{d + c} = 474,57 \text{ Н}$$

У горизонтальній площині:

$$\sum M_A = F_{t2} \times c - F_{t1} \times b - R_B^y(d + c) = 0$$

$$R_B^z = \frac{F_{t2} \times c - F_{t1} \times b}{d + c} = 1468,65 \text{ Н}$$

$$\sum M_B = R_A^z(c + d) - F_{t2} \times d - F_{t1} \times (b + c + d) = 0$$

$$R_A^z = \frac{F_{t2} \times d + F_{t1} \times (b + c + d)}{d + c} = 1215,5 \text{ Н}$$

Згинальні моменти:

У вертикальній площині:

– згинальний момент у перерізі I-I

$$M_y^I = -M_{a1} = -1949,22 \text{ Н} \times \text{мм}$$

– згинальний момент у перерізі II-II

$$M_y^{II} = -M_{a1} - F_{r1} \times 23,5 = -3716,89 \text{ Н} \times \text{мм}$$

– згинальний момент у перерізі III-III

$$M_y^{III} = R_b^y \times 101,5 + M_{a2} = 56784,6 \text{ Н} \times \text{мм}$$

В горизонтальній площині:

– згинальний момент у перерізі I-I

$$M_z^I = 0 \text{ Н} \times \text{мм}$$

– згинальний момент у перерізі II-II

$$M_z^{II} = -F_{t1} \times 23,5 = 4711,04 \text{ Н} \times \text{мм}$$

– згинальний момент у перерізі III-III

$$M_z^{III} = R_B^z \times 101,5 = 149068 \text{ Н} \times \text{мм}$$

Сумарні згинальні моменти в перерізах I-I, II-II, III-III.

$$M_I = \sqrt{(M_y^I)^2 + (M_z^I)^2} = 1949,22 \text{ Н} \times \text{мм}$$

$$M_{II} = \sqrt{(M_y^{II})^2 + (M_z^{II})^2} = 6000,76 \text{ Н} \times \text{мм}$$

$$M_{III} = \sqrt{(M_y^{III})^2 + (M_z^{III})^2} = 159517,3 \text{ Н} \times \text{мм}$$

Згинальний момент у перерізі III-III більший, ніж в інших, тому перевірку міцності слід виконувати для перерізу III-III.

$$\sigma_{sr} = \frac{32 \times M_{III}}{\pi \times d^3} = 13 \text{ МПа}$$

$$\sigma_c = \frac{4 \times F_{a2}}{\pi \times d^2} = 0,101 \text{ МПа}$$

$$\tau = \frac{16 \times T}{\pi \times d^3} = 0,314 \text{ МПа}$$

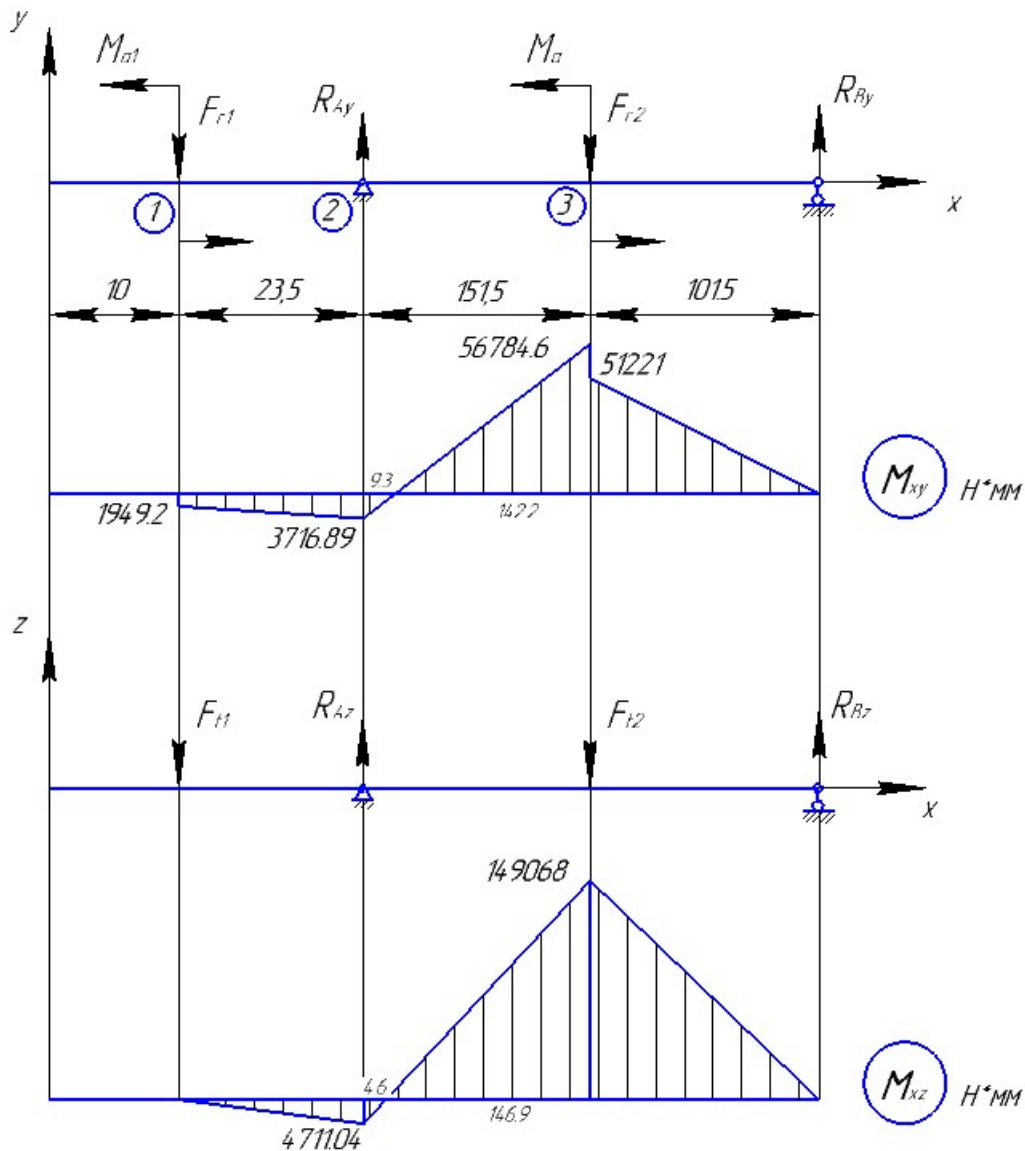


Рис. 2.3.6. Епюри

$$\sigma_{\text{екв}} = \sqrt{(\sigma_{\text{зг}} + \sigma_{\text{с}})^2 + 4(\tau)^2} = 13,12 \text{ МПа}$$

Максимальне еквівалентне напруження при короточасних перевантаженнях

$$(\sigma_{\text{екв}})_{\text{max}} = \sigma_{\text{екв}} \times K_{\text{п}} = 13,12 \times 2,2 = 28,87 \text{ МПа}$$

Допустиме еквівалентне напруження

$$[\sigma]_{\text{екв}} = \sigma_{\text{екв}} \times \sigma_{\text{T}} = 0,8 \times 235 = 188 \text{ МПа}$$

Умова статичної міцності вала виконується, оскільки $(\sigma_{\text{екв}})_{\text{max}} \leq [\sigma]_{\text{екв}}$

3.2.2. Розрахунок вала на витривалість

Вище було визначено, що найнебезпечнішим є переріз III-III вала. Тому для перерізу III-III доцільно визначити розрахунковий коефіцієнт запасу міцності. Оскільки у перерізі III-III є нормальні та дотичні напруження, то спочатку

визначимо коефіцієнти запасу s_σ і s_τ , а відтак і загальний розрахунковий коефіцієнт запасу міцності s .

Границі втоми матеріалу вала:

$$\sigma_{-1} = 0,45 \times \sigma_B = 180 \text{ МПа}$$

$$\tau_{-1} = 0,25 \times \sigma_B = 100 \text{ МПа}$$

Амплітуда нормальних і дотичних напружень:

$$\sigma_a = \frac{M_{II}}{W_{OH}} = 13 \text{ МПа}$$

$$\tau_a = \frac{T}{2W_{PH}} = 0,157 \text{ МПа}$$

Середні значення нормальних напружень:

$$\sigma_m = \frac{4F_{a2}}{\pi \times d^2} = 0,101 \text{ МПа}$$

Середні значення дотичних напружень для випадку передавання

$$\tau_m = \tau_a = 0,157 \text{ МПа}$$

Коефіцієнт K_d , що враховує вплив абсолютних розмірів перерізу вала, залежить від його матеріалу та діаметра перерізу. $K_d=0,82$

Коефіцієнти, що характеризують чутливість матеріалу вала до асиметрії циклу напружень, для сталевих валів:

$$\psi_\sigma = 0,2 + 2 \times 10^{-4} \sigma_B = 0,1$$

$$\psi_\tau = 0,5 \times \psi_\sigma = 0,05$$

Коефіцієнти запасу міцності за нормальними та дотичними напруженнями:

$$s_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{\sigma_a}{K_d} + \psi_\sigma \times \sigma_m} = 11,34$$

$$s_\tau = \frac{\tau_{-1}}{\frac{\tau_a}{K_d} + \psi_\tau \times \tau_m} = 501,9$$

Загальний коефіцієнт запасу

$$s = \frac{s_\sigma \times s_\tau}{\sqrt{s_\tau^2 + s_\sigma^2}} = 11,34$$

Загальний розрахунковий коефіцієнт запасу міцності $s \geq [s]_{min}=1,5$ отже втомна міцність вала у перерізі III-III забезпечується.

Перевірка вала на жорсткість

Визначимо прогин вала у перерізі III-III і кут нахилу перерізу на опорі А. Для цього прикладемо у вертикальній і горизонтальній площинах до перерізу III-III одиничну силу $\bar{x}_1 = 1$, а на опорі А– одиничний момент $\bar{x}_2 = 1$.

Побудуємо епюри згинальних моментів $\overline{M}_1(x), \overline{M}_2(x)$.

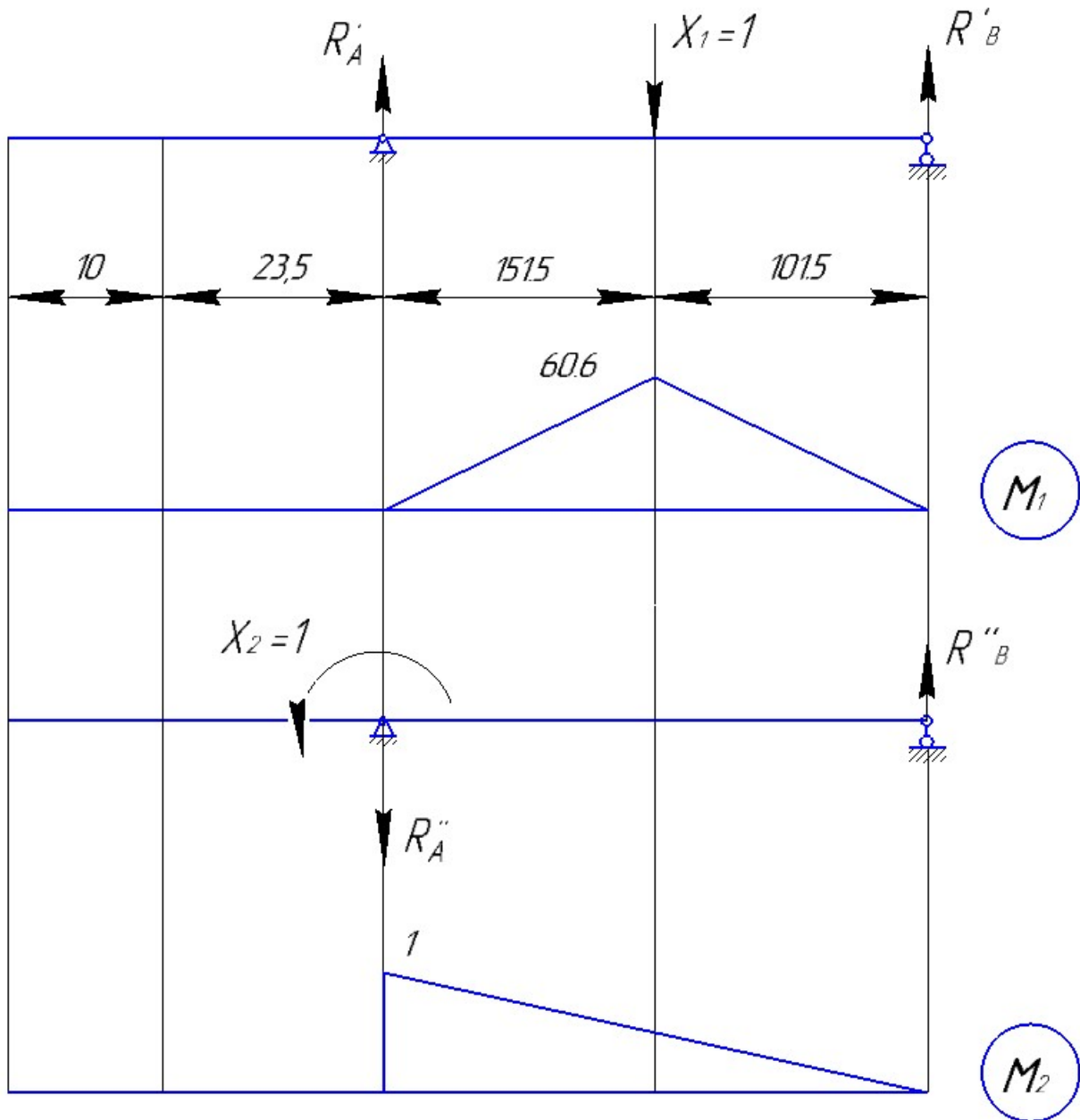


Рис. 2.3.7. Епюри зганальних моментів

Осьовий момент інерції перерізу вала

$$J = \frac{\pi \times d^4}{64} = \frac{3,14 \times 67,2^4}{64} = 1001029,76 \text{ мм}^4$$

Модуль пружності матеріалу $E = 2 \times 10^5$ МПа

Згідно зі способом Верещагіна прогин вала y_B і кут нахилу перерізу θ_B у вертикальній площині:

$$y_B = \frac{\Omega_1 \times \bar{M}'_{c1} + \Omega_2 \times \bar{M}'_{c2} + \Omega_3 \times \bar{M}'_{c3}}{E \times J}$$

$$y_B = \frac{-\frac{1}{2} \times 16,13 \times 80,13 \times 10^3 \times 2,014 + \frac{1}{2} \times 283,67 \times 1409,43 \times 10^3 \times 76,91}{2 \times 10^5 \times 1001029,76} +$$

$$+ \frac{\frac{1}{2} \times 179,4 \times 381,26 \times 10^3 \times 74,893}{2 \times 10^5 \times 1001029,76} = 0,008959 \text{ мм}$$

$$\theta_B = \frac{\Omega_1 \times \bar{M}_{c1}'' + \Omega_2 \times \bar{M}_{c2}'' + \Omega_3 \times \bar{M}_{c3}''}{E \times J}$$

$$\theta_B = \frac{\frac{1}{2} \times 16,13 \times 80,13 \times 10^3 \times 0,9888 - \frac{1}{2} \times 283,67 \times 1409,43 \times 10^3 \times 0,5717}{2 \times 10^5 \times 1001029,76} -$$

$$- \frac{\frac{1}{2} \times 179,4 \times 381,26 \times 10^3 \times 0,2496}{2 \times 10^5 \times 1001029,76} = -6,103 \times 10^{-4} \text{ рад}$$

Прогин вала y_r і кут нахилу перерізу θ_r у горизонтальній площині:

$$y_r = \frac{-\frac{1}{2} \times 290,475 \times 1127 \times 10^3 \times 36,2833}{2 \times 10^5 \times 1001029,76} +$$

$$+ \frac{\frac{1}{2} \times 9,325 \times 36,18 \times 10^3 \times 111,1794}{2 \times 10^5 \times 1001029,76} +$$

$$+ \frac{\frac{1}{2} \times 179,4 \times 36,18 \times 10^3 \times 74,893}{2 \times 10^5 \times 1001029,76} = -0,02777 \text{ мм}$$

$$\theta_r = \frac{\frac{1}{2} \times 290,475 \times 1127 \times 10^3 \times 0,79794}{2 \times 10^5 \times 1001029,76} -$$

$$- \frac{\frac{1}{2} \times 9,325 \times 36,18 \times 10^3 \times 0,38086}{2 \times 10^5 \times 1001029,76} -$$

$$- \frac{\frac{1}{2} \times 179,4 \times 36,18 \times 10^3 \times 0,2496}{2 \times 10^5 \times 1001029,76} = 6,56098 \times 10^{-4} \text{ рад}$$

Повний прогин вала у перерізі III-III:

$$y = \sqrt{y_B^2 + y_r^2}$$

$$y = \sqrt{0,008959^2 + (-0,02777)^2} = 0,02918 \text{ мм}$$

Допустимий прогин вала під зубчатим колесом $[y] = 0,01 \text{ м} = 0,05 \text{ мм}$

Маємо $y < [y]$.

Повний кут нахилу перерізу на опорі В:

$$\theta = \sqrt{\theta_B^2 + \theta_r^2}$$

$$\theta = \sqrt{(-6,103 \times 10^{-6})^2 + (6,5698 \times 10^{-4})^2} = 8,9606 \times 10^{-4} \text{ рад}$$

Допустимий кут нахилу перерізу під кульковими радіальними підшипниками $[\theta] = 0,01 \text{ рад}$, Маємо $[\theta] > \theta$.

Таким чином, жорсткість вала забезпечується.

3.3. Розрахунок тихохідного вала

Для виготовлення вала обираємо нормалізовану сталь 45, з такими характеристиками: границя міцності $\sigma_B = 598$ МПа, границя текучості $\sigma_T = 363$ МПа. На початковому етапі розрахунку вала невідомими є довжина його ділянок і відстань між опорами. Через це неможливо обчислити згинальні моменти в перерізах вала. Тому проектний розрахунок вала полягає у визначенні його діаметра у характерних перерізах з умови міцності на чисте кручення.

Таблиця 2.3.3. Параметри тихохідного вала

Ступінь вала та його параметри d, l	Розрахунки	
1-й вільний кінець вала	d_B	$d_B = 60$ мм
	l_1	$l_1 = (1,0 \dots 1,5)d_1 = 1,25 \times 60 = 75$ мм Вибираю з таблиці 5.4 [5] з 1-го ряду, виконання коротке $l_1 = 82$ мм
2-й під черв'ячне колесо, ущільнення кришки з отвором і підшипник	d_n d_y	$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \times T}{\pi \times [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \times 6171}{\pi \times [35]}} = 96,5$ мм $d = 100$ мм Розмір відповідає внутрішньому діаметру відповідного кулькового радіально однорядного підшипника за ДСТУ ГОСТ 8338:2008.
	l_2	Обираю розмір l_2 конструктивно: $l_2 = 60$
3-й кінець вала під муфту	d_3	$d_B = 80$ мм
	l_3	Приймаємо $l_3 = 150$ мм

Перевірка статичної міцності вала

Попередньо визначимо сили, що діють у зачепленні зубчастих коліс і які передаються на вал.

Колова сила:

$$F_t = 24,49 \text{ кН (обчислення вище).}$$

Радіальні сили на колесі і черв'яку:

$$F_r = F_{t2} \times \operatorname{tg} 20^\circ = 24,49 \times \operatorname{tg} 20^\circ = 8,913 \text{ кН}$$

Осьова сила на колесі і колова сила на черв'яку:

$$F_a = F_{t2} \times \operatorname{tg} \gamma = 24,89 \times \operatorname{tg} (9^\circ) = 4,081 \text{ кН}$$

Вибір муфти. Обираємо муфту з такими параметрами:

$$d = 80 \text{ мм, } L = 150 \text{ мм, } T = 6.3 \text{ кН.}$$

Колова сила, що передається елементами півмуфти:

$$F_{tM} = \frac{2 \times T}{d} = 157,5 \text{ кН}$$

Сила що діє на вал від муфти (нерухомої):

$$F_M = 0,2 \times F_{tM} = 31,5 \text{ кН}$$

Згинальний момент від дії осьової сили F_a

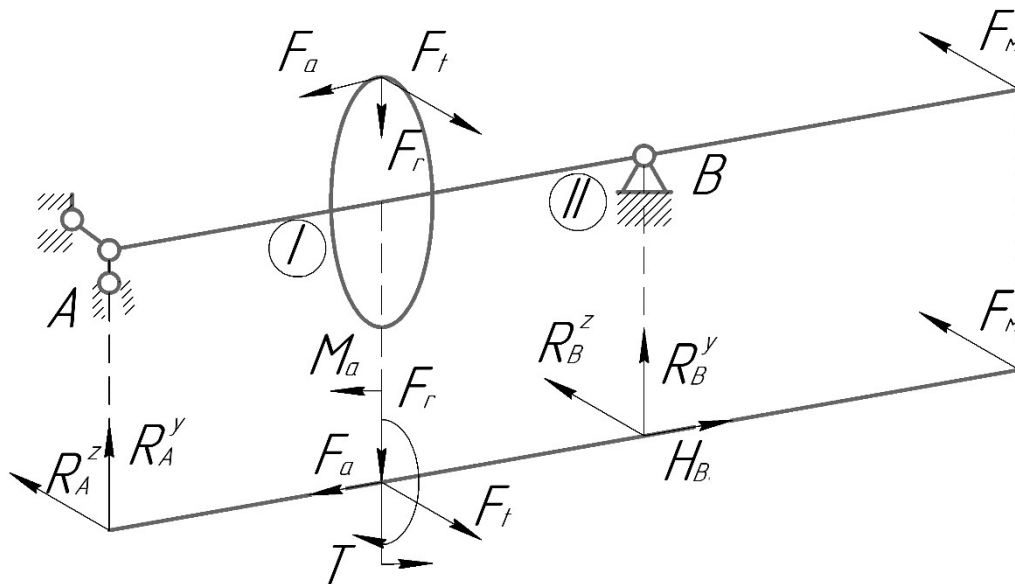


Рис. 2.3.8. Розрахункова схема вала

$$M_a = F_a \times \frac{d_2}{2} = 4081 \times \frac{0,504}{2} = 1028,56 \text{ Н} \times \text{м}$$

$$M_t = F_t \times \frac{d_2}{2} = 6171 \text{ Н} \times \text{м}$$

Вал працює на згин, кручення і розтяг (стиск)

Реакція опор

$$\sum M_A = 0 \quad \sum M_B = 0$$

У вертикальній площині:

$$\sum M_A = F_r \times a - R_B^y (b + a) - M_a = 0$$

$$R_B^y = \frac{F_r \times a - M_a}{b + a} = -349,6 \text{ Н}$$

$$\sum M_B = R_A^y (b + a) - F_r \times b - M_a = 0$$

$$R_A^y = \frac{M_a + F_r \times b}{b + a} = 9263,1 \text{ Н}$$

У горизонтальній площині:

$$\sum M_A = F_t \times a - F_M \times l - R_B^z (b + a) = 0$$

$$R_B^z = \frac{F_t \times a - F_M \times l}{b + a} = -41334,6 \text{ Н}$$

$$\sum M_B = R_A^z (b + a) - F_t \times b - F_M \times c = 0$$

$$R_A^z = \frac{F_t \times b + F_M \times c}{b + a} = 34324.3 \text{ Н}$$

Згинальні моменти:

У вертикальній площині:

– згинальний момент у перерізі I-I

$$M_y^I = R_A^y \times a = 991.15 \text{ Н} \times \text{м}$$

– згинальний момент у перерізі II-II

$$M_y^{II} = R_B^y \times b = -37.41 \text{ Н} \times \text{м}$$

В горизонтальній площині:

– згинальний момент у перерізі I-I

$$M_z^I = R_A^z \times a = 3672.7 \text{ Н} \times \text{м}$$

– згинальний момент у перерізі II-II

$$M_z^{II} = F_M \times c = 4725 \text{ Н} \times \text{м}$$

Сумарні згинальні моменти в перерізах I-I і II-II

$$M_I = \sqrt{(M_y^I)^2 + (M_z^I)^2} = 3804,09 \text{ Н} \times \text{м}$$

$$M_{II} = \sqrt{(M_y^{II})^2 + (M_z^{II})^2} = 4725 \text{ Н} \times \text{м}$$

Згинальний момент у перерізі II-II більший, ніж у перерізі I-I, то перевірку міцності слід виконувати для перерізу II-II.

$$\sigma_{зг} = \frac{32 \times M_{II}}{\pi \times d^3} = 48,13 \text{ МПа}$$

$$\sigma_c = \frac{4 \times F_{a2}}{\pi \times d^2} = 0,52 \text{ МПа}$$

$$\tau = \frac{16 \times T}{\pi \times d^3} = 31,43 \text{ МПа}$$

$$\sigma_{екв} = \sqrt{(\sigma_{зг} + \sigma_c)^2 + 4(\tau)^2} = 79,49 \text{ МПа}$$

Максимальне еквівалентне напруження при короточасних перевантаженнях

$$(\sigma_{екв})_{max} = \sigma_{екв} \times K_{II} = 79,49 \times 2,2 = 174,87 \text{ МПа}$$

Допустиме еквівалентне напруження

$$[\sigma]_{екв} = \sigma_{екв} \times \sigma_T = 0,8 \times 363 = 290 \text{ МПа}$$

Умова статичної міцності вала виконується, оскільки $(\sigma_{екв})_{max} \leq [\sigma]_{екв}$

Розрахунок вала на витривалість

Вище було визначено, що найнебезпечнішим є переріз II-II вала. У цьому перерізі концентратор напружень є галтель. Тому для перерізу II-II доцільно визначити розрахунковий коефіцієнт запасу міцності. Оскільки у перерізі II-II є нормальні та дотичні напруження, то спочатку визначимо коефіцієнти запасу s_σ і s_τ , а відтак і загальний розрахунковий коефіцієнт запасу міцності s .

Границі втоми матеріалу вала:

$$\sigma_{-1} = 0,45 \times \sigma_B = 269 \text{ МПа}$$

$$\tau_{-1} = 0,25 \times \sigma_B = 149,5 \text{ МПа}$$

Амплітуда нормальних і дотичних напружень:

$$\sigma_a = \frac{M_{II}}{W_{OH}} \approx \sigma_{зг} = 48,13 \text{ МПа}$$

$$\tau_a = \frac{T}{2W_{PH}} \approx \tau = 31,43 \text{ МПа}$$

Середні значення нормальних напружень:

$$\sigma_m = \frac{4F_{a2}}{\pi \times d^2} = \sigma_c = 0,52 \text{ МПа}$$

Середні значення дотичних напружень для випадку передавання

$$\tau_m = \tau_a = 31,43 \text{ МПа}$$

Ефективні коефіцієнти концентрації напружень K_σ і K_τ вибирають залежно від механічних характеристик матеріалу вала та форми концентратора напружень в перерізі. Концентратором напруження є галтель, тому обираємо $K_\sigma=1,81$ і $K_\tau=1,4$.

Коефіцієнт K_d , що враховує вплив абсолютних розмірів перерізу вала, залежить від його матеріалу та діаметра перерізу. $K_d=0,68$

Коефіцієнти, що характеризують чутливість матеріалу вала до асиметрії циклу напружень, для сталевих валів:

$$\psi_\sigma = 0,2 + 2 \times 10^{-4} \sigma_B = 0,1396$$

$$\psi_\tau = 0,5 \times \psi_\sigma = 0,0698$$

Коефіцієнти запасу міцності за нормальними та дотичними напруженнями:

$$s_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{K_\sigma \times \sigma_a}{K_d} + \psi_\sigma \times \sigma_m} = 2,1$$

$$s_\tau = \frac{\tau_{-1}}{\frac{K_\tau \times \sigma_{\tau_{aa}}}{K_d} + \psi_\tau \times \tau_m} = 2,28$$

Загальний коефіцієнт запасу

$$s = \frac{s_\sigma \times s_\tau}{\sqrt{s_\tau^2 + s_\sigma^2}} = 1,54$$

Загальний розрахунковий коефіцієнт запасу міцності $s \geq [s]_{min}=1,5$ отже втомна міцність вала у перерізі III-III забезпечується.

Перевірка вала на жорсткість

Визначимо прогин вала у перерізі II-II і кут нахилу перерізу на опорі В. Для цього прикладемо у вертикальній і горизонтальній площинах до перерізу II-II одиничну силу $\bar{x}_1 = 1$, а на опорі В – одиничний момент $\bar{x}_2 = 1$.

Осьовий момент інерції перерізу вала

$$J = \frac{\pi \times d^4}{64} = \frac{3,14 \times 100^4}{64} = 4908738,5 \text{ мм}^4$$

Модуль пружності матеріалу $E = 2 \times 10^5 \text{ МПа}$

Згідно зі способом Верещагіна прогин вала y_B і кут нахилу перерізу θ_B у вертикальній площині:

$$y_B = \frac{\Omega_1 \times \bar{M}'_{c1} + \Omega_2 \times \bar{M}'_{c2}}{E \times J}$$

$$y_B = \frac{\frac{1}{2} \times 107 \times 991,15 \times 10^3 \times \frac{2}{3} \times 53,5 - \frac{1}{2} \times 107 \times 37,41 \times 10^3 \times \frac{1}{3} \times 53,5}{2 \times 10^5 \times 4908738,5} =$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times 107 \times 10^3 \times 53,5 \times (2 \times 991,15 - 37,41)}{2 \times 10^5 \times 4908738,5} = 0,00094 \text{ мм}$$

$$\theta_B = \frac{\Omega_1 \times \bar{M}''_{c1} + \Omega_2 \times \bar{M}''_{c2} + \Omega_3 \times \bar{M}''_{c3}}{E \times J}$$

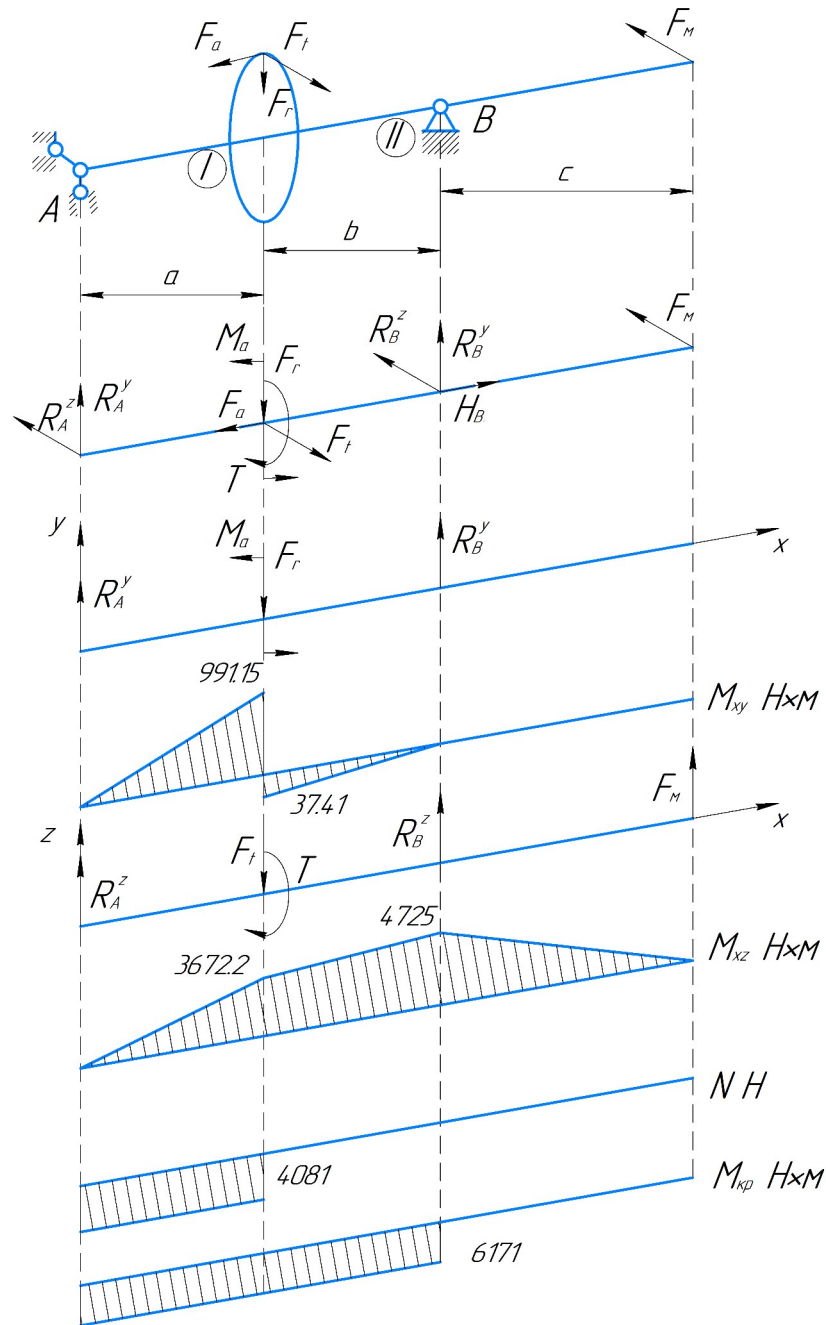


Рис. 2.3.9. Епюри

Побудуємо епюри згинальних моментів $\overline{M}_1(x), \overline{M}_2(x)$.

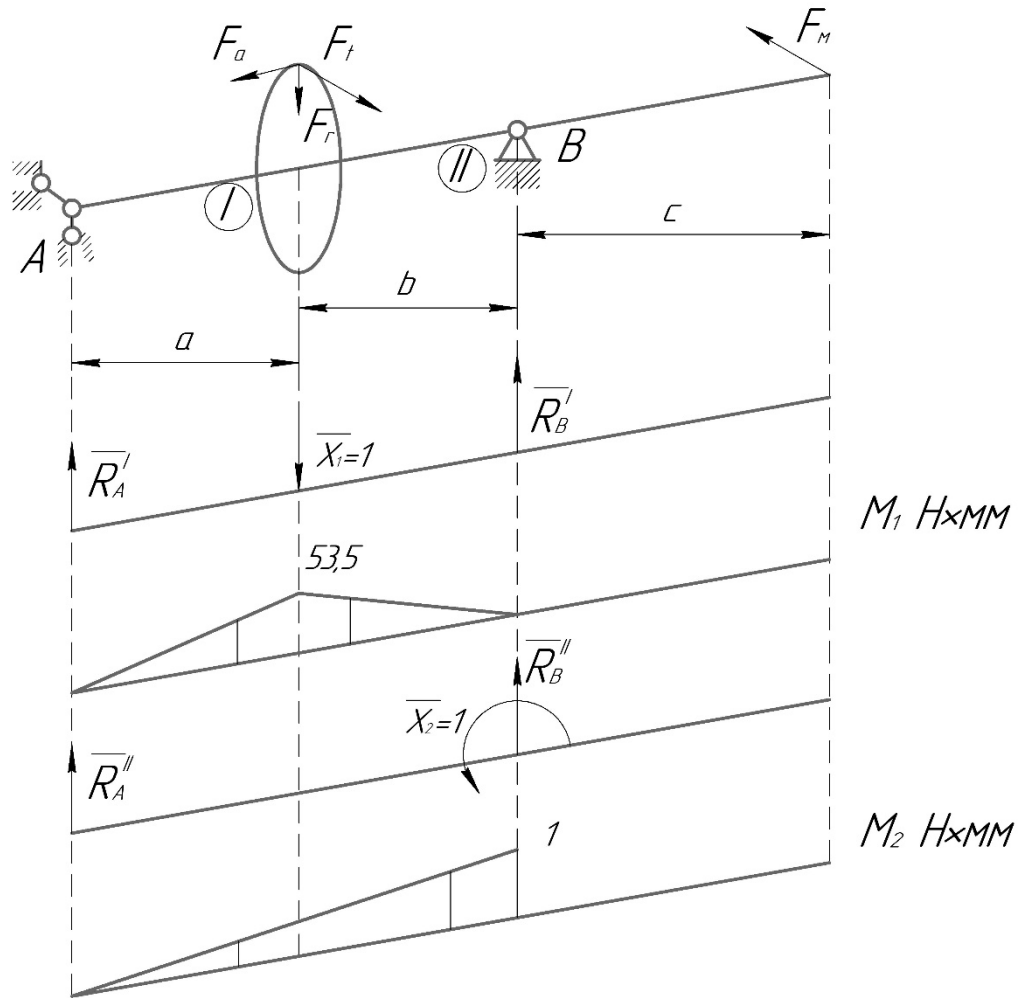


Рис. 2.3.10. Епюри згинальних моментів

$$\theta_B = \frac{\frac{1}{2} \times 107 \times 991,15 \times 10^3 \times \frac{1}{3} \times 1 - \frac{1}{2} \times 107 \times 37,41 \times 10^3 \times \frac{2}{3} \times 1}{2 \times 10^5 \times 4908738,5} =$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times 107 \times 10^3 \times (991,15 - 2 \times 37,41)}{2 \times 10^5 \times 4908738,5} = 8,3225 \times 10^{-6} \text{ рад}$$

Прогин вала y_r і кут нахилу перерізу θ_r у горизонтальній площині:

$$y_r = \frac{\frac{1}{2} \times 107 \times 3672,2 \times 10^3 \times \frac{2}{3} \times 53,5}{2 \times 10^5 \times 4908738,5} +$$

$$+ \frac{\frac{1}{2} \times 107 \times (4725 - 3672,2) \times 10^3 \times \frac{1}{3} \times 53,5 + 107 \times 3672,2 \times 10^3 \times \frac{1}{2} \times 53,5}{2 \times 10^5 \times 4908738,5}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \times 107 \times 53,5 \times 10^3 \times \left(\frac{1}{3} (2 \times 3672,2 + 1052,8) + 3672,2 \right)}{2 \times 10^5 \times 4908738,5} = 0,01886 \text{ мм}$$

$$\begin{aligned} \theta_r &= \frac{\frac{1}{2} \times 107 \times 3672,2 \times 10^3 \times \frac{1}{3}}{2 \times 10^5 \times 4908738,5} + \\ &+ \frac{\frac{1}{2} \times 107 \times (4725 - 3672,2) \times 10^3 \times \frac{5}{6} + 107 \times 3672,2 \times 10^3 \times \frac{3}{4}}{2 \times 10^5 \times 4908738,5} = \\ &= \frac{107 \times 10^3 \times (\frac{1}{6} \times 3672,2 + 1052,8 \times \frac{5}{12} + 3672,2 \times \frac{3}{4})}{2 \times 10^5 \times 4908738,5} = 4,147 \times 10^{-4} \text{ рад} \end{aligned}$$

Повний прогин вала у перерізі I-I:

$$y = \sqrt{y_B^2 + y_r^2}$$

$$y = \sqrt{0,00094^2 + 0,01886^2} = 0,01889 \text{ мм}$$

Допустимий прогин вала під черв'ячним колесом $[y] = 0,005\text{м} = 0,035\text{мм}$.

Маємо $y < [y]$.

Повний кут нахилу перерізу на опорі В:

$$\theta = \sqrt{\theta_B^2 + \theta_r^2}$$

$$\theta = \sqrt{(8,3225 \times 10^{-6})^2 + (4,147 \times 10^{-4})^2} = 4,147 \times 10^{-4} \text{ рад}$$

Допустимий кут нахилу перерізу під кульковими радіальними підшипниками $[\theta] = 0,01 \text{ рад}$, Маємо $[\theta] > \theta$.

Таким чином, жорсткість вала забезпечується.

3.4. Підбір та розрахунок підшипників

Підбір підшипників швидкохідного валу

Підберемо підшипники кочення для проміжного валу редуктора за такими даними, одержаними при розрахунку валу: радіальні навантаження на опори валу, осьове навантаження валу та діаметр цапф валу для підшипників.

Радіальну силу розраховуємо за формулою (2.4.1).

$$R_r = \sqrt{R_B^2 + R_A^2} \quad (2.4.1)$$

$$R_A = \sqrt{4077,4^2 + 2507,9^2} = 4786,9 \text{ Н}$$

$$R_B = \sqrt{533,4^2 + 9670,2^2} = 9684,9 \text{ Н}$$

Найнавантаженою опорою у цій схемі є опора В, тому що вона навантажена найбільшою радіальною силою R_B і сприймає осьову силу F_a .

Оскільки

$$\frac{F_a}{R_B} = \frac{4459,2}{9684,9} = 0,46 \geq 0,35$$

тому використовуємо кульковий радіально-упорний підшипник особливо легкої серії 46112 згідно ГОСТ 831-75, для якого маємо наступні характеристики: базова статична вантажність $C_0 = 24,5$ кН; базова динамічна вантажність $C = 37,4$ кН.

Розрахункове еквівалентне навантаження на підшипник визначається за формулою (2.4.2)

$$R = (X \times V \times R_r + Y \times R_a) \times K_B \times K_T \quad (2.4.2)$$

де X і Y – коефіцієнти радіального та осьового навантаження відповідно. Значення коефіцієнтів X і Y вибирають в залежності від співвідношення величин $\frac{R_a}{VR_r} = 0,46$, і параметра осьового навантаження e за каталогами підшипників.

$e = 0,68$. Оскільки $\frac{R_a}{VR_r} = 0,46 < e$, то $X = 1$ і $Y = 0$;

V – коефіцієнт обертання, $V = 1$ адже обертається внутрішнє кільце підшипника;

K_B – коефіцієнт безпеки, при короткочасних перевантаженнях до 150%

$$K_B = 1,5;$$

K_T – температурний коефіцієнт, при робочій температурі підшипників до 100°C

$$K_T = 1;$$

Розрахункове еквівалентне навантаження на підшипник:

$$R = (1 \times 1 \times 9684,9 + 0 \times 4459,2) \times 1,5 \times 1 = 14527,3 \text{ Н}$$

З урахуванням режиму навантаження протягом строку служби еквівалентне навантаження визначається за формулою (2.4.3)

$$R_E = K_E \times R \quad (2.4.3)$$

де K_E – коефіцієнт інтенсивності, для типового режиму навантаження Л (легкого) $K_E = 0,40$;

$$R_E = 0,4 \times 14527,3 = 5810,9 \text{ Н}$$

Розрахункова довговічність підшипника розраховується за формулами (2.4.3) та (2.4.4)

$$L = a_1 \times a_{23} \left(\frac{C_r}{R_E} \right)^p \quad (2.4.3)$$

$$L_h = 1745 \frac{L}{\omega} \quad (2.4.4)$$

де a_1 – коефіцієнт, що враховується у разі потреби мати підшипники підвищеної надійності. Для 95%-ї надійності коефіцієнт $a_1 = 0,62$;

a_{23} – коефіцієнт враховує якість матеріалу деталей підшипника та умови експлуатації. Для звичайних умов експлуатації серійних кулькових радіальних-упорних підшипників коефіцієнт $a_{23} = 0,8$;

p – показник степеня: для кулькових підшипників $p=3$.

Розрахункова довговічність

$$L = 0,62 \times 0,8 \left(\frac{37400}{5810,9} \right)^3 = 132,24 \text{ млн. об.}$$

$$L_h = 1745 \times \frac{132,24}{46,7/60} = 296573 \text{ год}$$

Попередньо вибраний підшипник №46112 для опори В вала має довговічність більшу від заданої потрібної. Для опори А вала беремо підшипник тієї ж серії, але більшого діаметру №46113.

Підбір підшипників валу–черв'яка

Радіальну силу розраховуємо за формулою (2.4.1).

$$R_A = \sqrt{11399^2 + 15743,4^2} = 19436,9 \text{ Н}$$

$$R_B = \sqrt{2125,2^2 + 201,7^2} = 2134,7 \text{ Н}$$

Найнавантаженішою опорою у цій схемі є опора А, тому що вона навантажена найбільшою радіальною силою R_A і сприймає осьову силу F_a .

Оскільки

$$\frac{F_a}{R_B} = \frac{28948,63}{19436,9} = 1,48 \geq 0,35$$

тому використовуємо кульковий радіально-упорний підшипник легкої серії 36212 згідно ГОСТ 831-75, для якого маємо наступні характеристики: базова статична вантажність $C_0 = 39,3$ кН; базова динамічна вантажність $C = 61,5$ кН.

Розрахункове еквівалентне навантаження на підшипник визначається за формулою (2.4.2)

$$R = (X \times V \times R_r + Y \times R_a) \times K_6 \times K_T \quad (2.4.2)$$

де X і Y – коефіцієнти радіального та осевого навантаження відповідно. Значення коефіцієнтів X і Y вибирають в залежності від співвідношення величин $\frac{R_a}{VR_r} = 0,737$, і параметра осевого навантаження e за каталогами підшипників.

$e = 0,54$. Оскільки $\frac{R_a}{VR_r} = 0,737 > e$, то $X = 0,45$ і $Y = 1$;

V – коефіцієнт обертання, $V = 1$ адже обертається внутрішнє кільце підшипника;

K_6 – коефіцієнт безпеки, при короткочасних перевантаженнях до 150%
 $K_6 = 1,5$;

K_T – температурний коефіцієнт, при робочій температурі підшипників до 100°C
 $K_T = 1$;

Розрахункове еквівалентне навантаження на підшипник:

$$R = (0,45 \times 1 \times 19436,9 + 1 \times 28948,63) \times 1,5 \times 1 = 44863,9 \text{ Н}$$

З урахуванням режиму навантаження протягом строку служби еквівалентне навантаження визначається за формулою (2.4.3)

$$R_E = K_E \times R \quad (2.4.3)$$

де K_E – коефіцієнт інтенсивності, для типового режиму навантаження Л (легкого) $K_E = 0,40$;

$$R_E = 0,4 \times 44863,9 = 17945,6 \text{ Н}$$

Розрахункова довговічність підшипника розраховується за формулами (2.4.3) та (2.4.4)

$$L = a_1 \times a_{23} \left(\frac{C_r}{R_E} \right)^p \quad (2.4.3)$$

$$L_h = 1745 \frac{L}{\omega} \quad (2.4.4)$$

де a_1 – коефіцієнт, що враховується у разі потреби мати підшипники підвищеної надійності. Для 90%-ї надійності коефіцієнт $a_1 = 0,62$;

a_{23} – коефіцієнт враховує якість матеріалу деталей підшипника та умови експлуатації. Для звичайних умов експлуатації серійних кулькових радіальних-упорних підшипників коефіцієнт $a_{23} = 0,8$;

p – показник степеня: для кулькових підшипників $p=3$.

Розрахункова довговічність

$$L = 0,62 \times 0,8 \left(\frac{61500}{17945,6} \right)^3 = 19,96 \text{ млн. об.}$$

$$L_h = 1745 \times \frac{19,96}{17,96/60} = 116407 \text{ год}$$

Попередньо вибраний підшипник №36212 для опори А вала має довговічність більшу від заданої потрібної. Для опори В вала беремо такий же підшипник.

Підбір підшипників тихохідного валу

Радіальну силу розраховуємо за формулою (2.4.1).

$$R_A = \sqrt{9263,1^2 + 34324,3^2} = 35552,2 \text{ Н}$$

$$R_B = \sqrt{(-349,6)^2 + (-41334,6)^2} = 41336,1 \text{ Н}$$

Найнавантаженою опорою у цій схемі є опора В, тому що вона навантажена найбільшою радіальною силою R_B і сприймає осьову силу F_a .

Використовуємо кульковий радіально-упорний підшипник легкої серії 36120К6 згідно ГОСТ 831-75, для якого маємо наступні характеристики: базова статична вантажність $C_0 = 60$ кН; базова динамічна вантажність $C = 58,5$ кН.

Розрахункове еквівалентне навантаження на підшипник визначається за формулою (2.4.2)

$$R = (X \times V \times R_r + Y \times R_a) \times K_b \times K_T \quad (2.4.2)$$

де X і Y – коефіцієнти радіального та осьового навантаження відповідно. Значення коефіцієнтів X і Y вибирають в залежності від співвідношення величин $\frac{R_a}{VR_r} = 0,099$, і параметра осьового навантаження e за каталогами підшипників.

$e = 0,41$. Оскільки $\frac{R_a}{VR_r} = 0,099 < e$, то $X = 1$ і $Y = 0$;

V – коефіцієнт обертання, $V = 1$ адже обертається внутрішнє кільце підшипника;

K_b – коефіцієнт безпеки, при короткочасних перевантаженнях до 150%
 $K_b = 1,5$;

K_T – температурний коефіцієнт, при робочій температурі підшипників до 100°C
 $K_T = 1$;

Розрахункове еквівалентне навантаження на підшипник:

$$R = (1 \times 1 \times 41336,1 + 0) \times 1,5 \times 1 = 62004 \text{ Н}$$

З урахуванням режиму навантаження протягом строку служби еквівалентне навантаження визначається за формулою (2.4.3)

$$R_E = K_E \times R \quad (2.4.3)$$

де K_E – коефіцієнт інтенсивності, для типового режиму навантаження Л (легкого) $K_E = 0,40$;

$$R_E = 0,4 \times 62004 = 24801 \text{ Н}$$

Розрахункова довговічність підшипника розраховується за формулами (2.4.3) та (2.4.4)

$$L = a_1 \times a_{23} \left(\frac{C_r}{R_E} \right)^p \quad (2.4.3)$$

$$L_h = 1745 \frac{L}{\omega} \quad (2.4.4)$$

де a_1 – коефіцієнт, що враховується у разі потреби мати підшипники підвищеної надійності. Для 90%-ї надійності коефіцієнт $a_1 = 0,62$;

a_{23} – коефіцієнт враховує якість матеріалу деталей підшипника та умови експлуатації. Для звичайних умов експлуатації серійних кулькових радіальних-упорних підшипників коефіцієнт $a_{23} = 0,8$;

p – показник степеня: для кулькових підшипників $p=3$.

Розрахункова довговічність

$$L = 0,62 \times 0,8 \left(\frac{58500}{24801} \right)^3 = 6,5 \text{ млн. об.}$$

$$L_h = 1745 \times \frac{6,5}{7/60} = 97161 \text{ год}$$

Попередньо вибраний підшипник №36120К6 для опори В вала має довговічність більшу від заданої потрібної. Для опори А вала беремо такий же підшипник.

4. ПРОЕКТУВАННЯ КОРЕГОВАНОГО ЕВОЛЬВЕНТНОГО ЗАЧЕПЛЕННЯ ЗУБЧАСТИХ КОЛІС

4.1. Мета проведення корегування

Циліндрична зубчата передача є складовою частиною привода установки КМ-50. В першому розділі були визначені геометричні розміри відповідно до заданого крутного моменту, швидкості та частоти обертання валу. Під час розрахунків враховувались режим роботи, проектний строк експлуатації і коефіцієнт перевантаження. Для виготовлення колеса та шестерні була обрана легована сталь 40Х із термообробкою поліпшення.

При нарізанні колеса та шестерні не передбачалось зміщення інструменту, адже дані зубчасті колеса не були кореговані. Окрім цього, показники якості зачеплення не досліджувались. Тому завданням даного розділу є проведення перевірки показників якості зачеплення та їх покращення шляхом вибору оптимальних коефіцієнтів зміщення.

4.2. Вибір коефіцієнтів зміщення

Передача оптимізується за такими якісними показниками: коефіцієнт торцевого перекриття ε_{α} ; коефіцієнт питомого ковзання λ ; коефіцієнт питомого тиску θ .

Окрім перерахованих показників необхідно враховувати коефіцієнт товщини зубця у вершині, адже надмірне загострення зубця може призвести до неприпустимого зменшення його міцності у вершині в початковий момент контакту.

Коефіцієнт торцевого перекриття вводиться для забезпечення неперервності зачеплення. Для циліндричної прямозубої передачі маємо наступні допустимі значення коефіцієнта торцевого перекриття $\varepsilon_{\alpha} \geq 1,15$.

Коефіцієнт питомого ковзання – це характеристика ступеня ковзання коліс під час зачеплення. При розрахунку в програмі PROF-Z необхідно обирати найближчі значення коефіцієнтів питомого ковзання для колеса та шестерні.

Для врахування впливу кривизни профілів зубців на контактні напруження використовується коефіцієнт питомого тиску.

При виборі коефіцієнтів зміщення мають виконуватись наступні умови: відсутність підрізання зубців та загострення вершин. Також має бути забезпечена неперервність зачеплення. При певному від'ємному значенні коефіцієнта зміщення відбувається підрізання ніжки зубця, а за певного додатного – можливе загострення головки. Такі форми зубця неприпустимі. Тому необхідно щоб вибрані коефіцієнти зміщення для шестерні та колеса повинні бути більше за $x_{\min 1}$ та $x_{\min 2}$.

Загострення зубця характеризується коефіцієнтом товщини зубця, граничні значення якого визначаються структурою матеріалу і видом термообробки. Для термообробки поліпшення маємо $S_{\alpha} \geq 0,25 \dots 0,3$.

4.3. Розрахунок параметрів не корегованої передачі

Порядок розрахунку:

1. Запуск програми PROF-Z.
2. Вводимо дані:
 - кількість зубців z_1 і z_2 ;
 - модуль зачеплення m ;
 - кут нахилу зубця β .

Підтвердивши, що введена міжосьова відстань, вводимо її значення.

Вхідні дані:

Кількість зубів шестерні: $z_1 = 21$

Число зубів колеса: $z_2 = 76$

Модуль зачеплення: $m = 1$ мм

Кут нахилу лінії зуба (град): $\beta = 14^\circ 4'$

Міжосьова відстань $a_w = 48,5$ мм.

Задаємо діапазон зміни x_1 в межах від 0 до 0.

Отримані дані записуємо в Табл. 2.1.

Табл. 2.1. Показники якості не корегованого зачеплення

№	x_1	x_2	x_{k1}	x_{k2}	e_a	λ_1	λ_2	θ
1	0	0	0,701	0,797	1,694	3,781	0,277	0,355

В результаті розрахунку були отримані значення коефіцієнту товщини зубця $S_\alpha = 0,701$ для шестерні та $S_\alpha = 0,797$ для колеса. Отже обраний раніше матеріал задовольняє умову не загострення зубців $S_\alpha \geq 0,25 \dots 0,3$. Коефіцієнт перекриття нульового зміщення має значення $\varepsilon_\alpha = 1,694 > [\varepsilon_\alpha] = 1,15$. Розрахункові коефіцієнти ковзання спроектованої зубчастої передачі без зміщення: $\lambda_1 = 3,781$, $\lambda_2 = 0,277$ – це вказує на те, що спрацювання колеса та шестерні відбуватиметься нерівномірно. Розрахуємо інші параметри передачі приймаючи коефіцієнт зміщення шестерні $x_1 = 0$.

Вибраний коефіцієнт зміщення шестерні x1=0.000

Вибраний коефіцієнт зміщення колеса x2=0.000

Параметри з'єднання

Міжосьова відстань: $a_w = 48,5$

Кут зачеплення (град): $\alpha_{tw} = 20$

Висота зуба: $h_i = 2,25$

Коефіцієнт торцевого перекриття: $e_\alpha = 1.694$

Коефіцієнт тиску в полюсі: $\theta = 0.355$

Параметри шестерні

Радіус ділильного кола: $r = 10,5$

Радіус початковій окружності: $r_w = 10,5$

Радіус кола вершин: $r_a = 11,5$

Радіус кола западин: $r_f = 9,25$

Радіус основного кола: $r_b = 9,867$

Коефіцієнт товщини по окружності вершин: $s_k = 0,701$

Коефіцієнт питомого ковзання: $\lambda = 3,781$

Параметри колеса

Радіус ділильного кола: $r = 38$

Радіус початковій окружності: $r_w = 38$

Радіус кола вершин: $r_a = 39$

Радіус кола западин: $r_f = 36,75$

Радіус основного кола: $r_b = 35,708$

Коефіцієнт товщини по окружності вершин: $sk = 0,797$

Коефіцієнт питомого ковзання: $\lambda = 0,277$

Обчислюємо за допомогою програми координати двадцяти точок профілю зубців шестерні та колеса і записуємо відповідно у Табл. 2.2. і Табл. 2.3.

Табл. 2.2. Координати точок профілю зубця шестерні

№	Т-д	x	y
1	Прхд	1,323	9,155
2	Прхд	1,097	9,256
3	Прхд	0,975	9,405
4	Прхд	0,917	9,552
5	Прхд	0,89	9,697
6	Евлв	0,885	9,85
7	Евлв	0,885	9,882
8	Евлв	0,883	9,929
9	Евлв	0,879	9,989
10	Евлв	0,871	10,064
11	Евлв	0,857	10,152
12	Евлв	0,838	10,254
13	Евлв	0,812	10,368
14	Евлв	0,778	10,496
15	Евлв	0,734	10,635
16	Евлв	0,681	10,786
17	Евлв	0,617	10,948
18	Евлв	0,541	11,121
19	Евлв	0,452	11,303

Табл. 2.3. Координати точок профілю зубця колеса

№	Т-д	x	y
1	Прхд	1,457	36,721
2	Прхд	1,261	36,781
3	Прхд	1,153	36,877
4	Прхд	1,101	36,958
5	Прхд	1,073	37,026
6	Прхд	1,055	37,087
7	Евлв	1,026	37,198
8	Евлв	0,995	37,314
9	Евлв	0,961	37,434
10	Евлв	0,925	37,557

11	ЕВЛВ	0,886	37,685
12	ЕВЛВ	0,844	37,816
13	ЕВЛВ	0,799	37,951
14	ЕВЛВ	0,752	38,09
15	ЕВЛВ	0,701	38,232
16	ЕВЛВ	0,647	38,378
17	ЕВЛВ	0,59	38,528
18	ЕВЛВ	0,53	38,681
19	ЕВЛВ	0,466	38,838
20	ЕВЛВ	0,398	38,998

4.4. Розрахунок параметрів корегованої передачі

Проведемо корегування даної передачі. Для цього межі зміни коефіцієнта зміщення шестерні задаємо від 0 до 1. Отримані дані записуємо в Табл. 2.4.

Табл. 2.4.1. Показники якості корегованого зачеплення при $0 \leq x_1 \leq 1$

№	x_1	x_2	x_{k1}	x_{k2}	ϵ_a	λ_1	λ_2	θ
1	0	0	0,701	0,797	1,694	3,781	0,277	0,355
2	0,1	-0,1	0,665	0,807	1,674	2,686	0,305	0,355
3	0,2	-0,2	0,626	0,816	1,652	1,973	0,334	0,355
4	0,3	-0,3	0,583	0,824	1,627	1,472	0,363	0,355
5	0,4	-0,4	0,537	0,831	1,6	1,099	0,393	0,355
6	0,5	-0,5	0,487	0,836	1,57	0,812	0,424	0,355
7	0,6	-0,6	0,434	0,84	1,538	0,584	0,454	0,355
8	0,7	-0,7	0,378	0,843	1,503	0,397	0,486	0,355
9	0,8	-0,8	0,319	0,844	1,466	0,243	0,518	0,355
10	0,9	-0,9	0,256	0,844	1,426	0,112	0,551	0,355
11	1	-1	0,191	0,843	1,383	0	0,585	0,355

$$x_{1\min} = -0,235 \quad x_{2\min} = -3,471$$

Згідно з даними наведеними в табл. 2.4, вирівнювання коефіцієнтів ковзання λ_1 і λ_2 має місце при $x_1 = 0,6$. При цьому коефіцієнти товщини вершин зубців для шестерні і колеса відповідно складають $S_{\alpha} = 0,434$, $S_{\alpha} = 0,84$, отже матеріал задовольняє умову не загострення зубців, а саме $S_{\alpha} \geq 0,25..0,3$. Коефіцієнт перекриття $\epsilon_{\alpha} = 1,538 > [\epsilon_{\alpha}] = 1,15$, що забезпечує неперервність зачеплення. Коефіцієнти питомого ковзання $\lambda_1 = 0,584$; $\lambda_2 = 0,454$ тому спрацювання колеса та шестерні буде відбуватися рівномірно, що збільшить сумарний ресурс передачі.

Далі розраховуємо інші параметри передачі, прийнявши коефіцієнт зміщення шестерні $x_1 = 0,6$; $x_2 = 0,7$

Табл. 2.4.2. Показники якості корегованого зачеплення при $0,6 \leq x_i \leq 0,7$

№	x1	x2	xk1	xk2	ea	λ_1	λ_2	θ
1	0,6	-0,6	0,434	0,84	1,538	0,584	0,454	0,355
2	0,61	-0,61	0,429	0,841	1,534	0,563	0,458	0,355
3	0,62	-0,62	0,424	0,841	1,531	0,543	0,461	0,355
4	0,63	-0,63	0,418	0,841	1,528	0,524	0,464	0,355
5	0,64	-0,64	0,412	0,842	1,524	0,505	0,467	0,355
6	0,65	-0,65	0,407	0,842	1,521	0,486	0,47	0,355
7	0,66	-0,66	0,401	0,842	1,517	0,468	0,473	0,355
8	0,67	-0,67	0,396	0,842	1,514	0,45	0,476	0,355
9	0,68	-0,68	0,39	0,843	1,51	0,432	0,48	0,355
10	0,69	-0,69	0,384	0,843	1,507	0,414	0,483	0,355
11	0,7	-0,7	0,378	0,843	1,503	0,397	0,486	0,355

$x_{1min} = -0,235$

$x_{2min} = -3,471$

Табл. 2.4.3. Показники якості корегованого зачеплення при $0,6 \leq x_i \leq 0,7$

№	x1	x2	xk1	xk2	ea	λ_1	λ_2	θ
1	0,65	-0,65	0,407	0,842	1,521	0,486	0,47	0,355
2	0,651	-0,651	0,406	0,842	1,52	0,484	0,47	0,355
3	0,652	-0,652	0,406	0,842	1,52	0,482	0,471	0,355
4	0,653	-0,653	0,405	0,842	1,52	0,48	0,471	0,355
5	0,654	-0,654	0,405	0,842	1,519	0,479	0,471	0,355
6	0,655	-0,655	0,404	0,842	1,519	0,477	0,472	0,355
7	0,656	-0,656	0,403	0,842	1,519	0,475	0,472	0,355
8	0,657	-0,657	0,403	0,842	1,518	0,473	0,472	0,355
9	0,658	-0,658	0,402	0,842	1,518	0,471	0,473	0,355
10	0,659	-0,659	0,402	0,842	1,518	0,469	0,473	0,355
11	0,66	-0,66	0,401	0,842	1,517	0,468	0,473	0,355

$x_{1min} = -0,235$

$x_{2min} = -3,471$

Вхідні параметри

Кількість зубів шестерні: $z_1 = 21$

Число зубів колеса: $z_2 = 76$

Модуль зачеплення: $m = 1$

Кут нахилу лінії зуба (град): $\beta_0 = 14^\circ 4'$

Коефіцієнт зміщення шестерні: $x_1 = 0.657$

Коефіцієнт зміщення колеса: $x_2 = -0.657$

Параметри з'єднання

Міжосьова відстань: $a_w = 48.5$

Кут зачеплення (град): $\alpha_{tw} = 20$

Висота зуба: $h_i = 2.25$

Коефіцієнт торцевого перекриття: $e_a = 1.518$

Коефіцієнт тиску в полюсі: $\theta = 0.355$

Параметри шестерні

Радіус ділительного кола: $r = 10.5$

Радіус початкової окружності: $r_w = 10.5$

Радіус кола вершин: $r_a = 12.157$

Радіус кола западин: $r_f = 9.907$

Радіус основного кола: $r_b = 9.867$

Коефіцієнт товщини по окружності вершин: $s_k = 0.403$

Коефіцієнт питомого ковзання: $\lambda = 0.473$

Параметри колеса

Радіус ділительного кола: $r = 38$

Радіус початкової окружності: $r_w = 38$

Радіус кола вершин: $r_a = 38.343$

Радіус кола западин: $r_f = 36.093$

Радіус основного кола: $r_b = 35.708$

Коефіцієнт товщини по окружності вершин: $s_k = 0.842$

Коефіцієнт питомого ковзання: $\lambda = 0.472$

Отже обчислимо за допомогою програми координати двадцять точок профілю зубців шестерні та колеса і занотуємо їх відповідно у Табл. 2.5. і Табл. 2.6.

Табл. 2.5. Координати точок профілю зубця шестерні

№	Т-д	x	y
1	Прхд	1,416	9,805

2	Прхд	1,236	9,881
3	Прхд	1,147	9,979
4	Прхд	1,11	10,051
5	Прхд	1,094	10,103
6	Евлв	1,086	10,143
7	Евлв	1,071	10,231
8	Евлв	1,052	10,33
9	Евлв	1,026	10,438
10	Евлв	0,994	10,555
11	Евлв	0,956	10,681
12	Евлв	0,91	10,816
13	Евлв	0,855	10,959
14	Евлв	0,792	11,11
15	Евлв	0,72	11,268
16	Евлв	0,638	11,434
17	Евлв	0,546	11,606
18	Евлв	0,442	11,784
19	Евлв	0,328	11,967
20	Евлв	0,201	12,155

Табл. 2.6. Координати точок профілю зубця колеса

№	Т-д	x	y
1	Прхд	1,43	36,065
2	Прхд	1,209	36,134
3	Прхд	1,079	36,254
4	Прхд	1,008	36,373
5	Прхд	0,963	36,491
6	Прхд	0,931	36,615
7	Евлв	0,912	36,71
8	Евлв	0,89	36,81
9	Евлв	0,866	36,914
10	Евлв	0,839	37,023
11	Евлв	0,81	37,136
12	Евлв	0,778	37,253
13	Евлв	0,744	37,374
14	Евлв	0,707	37,5
15	Евлв	0,667	37,63
16	Евлв	0,624	37,764
17	Евлв	0,578	37,902
18	Евлв	0,529	38,045

19	ЕВЛВ	0,477	38,191
20	ЕВЛВ	0,421	38,341

За розрахованими програмою координатами точок профілів зубців шестерні і колеса на рис. 2.1. зображуємо відповідно кореговані та не кореговані профілі зубців.

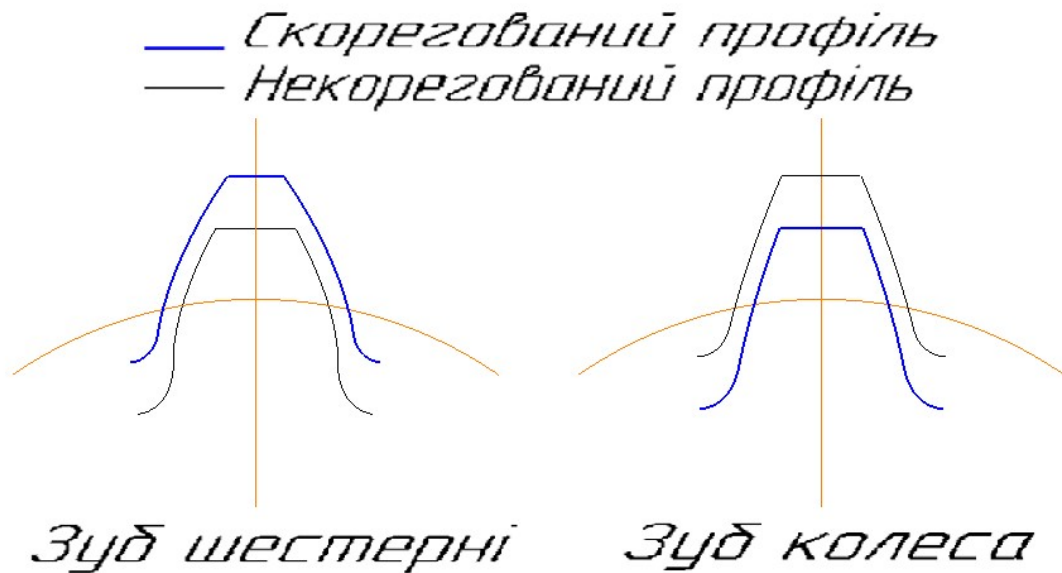


Рис. 2.1. Кореговані та не кореговані профілі зубців:

Висновки

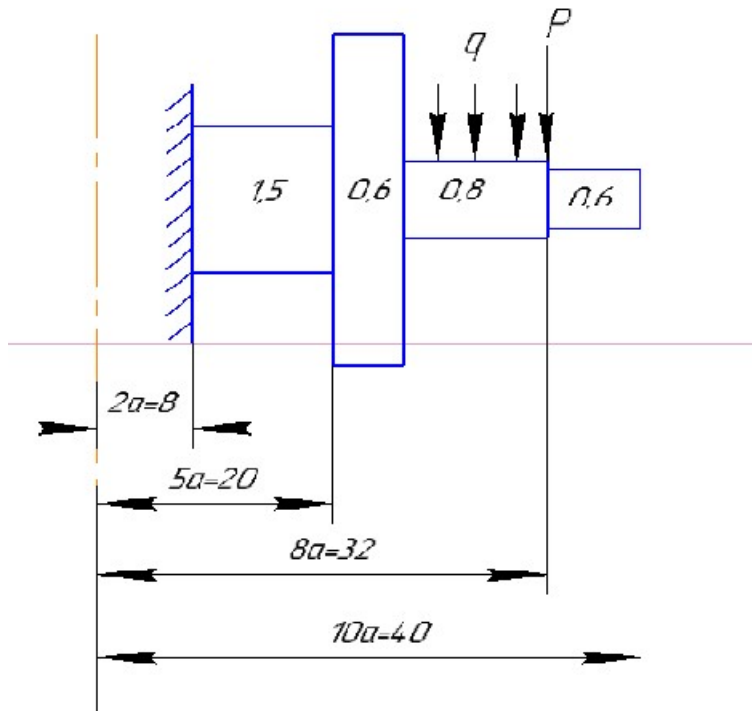
В результаті проведеного корегування були визначені коефіцієнти зміщення ($x_1 = 0,657$, $x_2 = -0,657$), при яких основні геометричні показники якості зачеплення зубчастої передачі отримали оптимальні значення.

- 1) умова рівномірного спрацювання шестерні і колеса виконується через те, що коефіцієнти ковзання майже однакові, а саме мають відмінність на 0,001 однакові $\lambda_1 = 0,473, \lambda_2 = 0,472$.
- 2) умова неперервності зачеплення виконується, оскільки $\epsilon_\alpha = 1,518 > [\epsilon_\alpha] = 1,15$.
- 3) загострення зубців відбувається в заданих межах для призначеного способу термообробки, а саме поліпшення, оскільки $sa1 = 0,403 > 0,25$; $sa2 = 0,842 > 0,25$
- 4) підрізання зубців не відбувається
 $x_1 = 0,657 > x_{1min} - 0,235$, $x_2 = -0,657 > x_{2min} - 3,471$

У випадку корегованої передачі знос шестерні та зубчастого колеса є рівномірним. Отже строк служби передачі буде більшим.

5. Розрахунок осесиметричної пластини на міцність та жорсткість

5.1. Постановка задачі



Обчислення реакції в опорі і підготовка даних про ділянки

$$R_{\text{сум}} = R \cdot 2\pi \cdot 2a = 4\pi aR$$

$$\sum F_{iz} = 0 \quad R_{\text{сум}} = 3q\pi((8a)^2 - (5a)^2) + 2\pi \cdot 8a \cdot 2q = 117q\pi a^2 + 32q\pi a$$

$$= qa(117a + 32)\pi = 2000q\pi$$

$$\lambda_i = \frac{r_{i1}}{r_{i2}}$$

Пластина має три ділянки:

$$\lambda_1 = \frac{2a}{5a} = \frac{2}{5} = 0,4, \quad \lambda_2 = \frac{5a}{8a} = \frac{5}{8} = 0,625, \quad \lambda_3 = \frac{8a}{10a} = \frac{8}{10} = 0,8$$

$$\frac{D_2}{D_1} = \left(\frac{0,8}{1,5}\right)^3 = 0,152$$

$$\frac{D_1}{D_2} = 6,58$$

$$\frac{D_3}{D_1} = \left(\frac{0,6}{1,5}\right)^3 = 0,064$$

$$\frac{D_1}{D_3} = 15,625$$

$$L_1 = \begin{bmatrix} 0,454 & 0,42 \\ 0,3822 & 0,706 \end{bmatrix}$$

$$L_2 = \begin{bmatrix} 0,6043 & 6,58 \cdot 0,3044 \\ 0,152 \cdot 0,277 & 0,787 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,6043 & 2,003 \\ 0,0421 & 0,787 \end{bmatrix}$$

$$L_3 = \begin{bmatrix} 0,766 & 15,625 \cdot 0,18 \\ 0,064 \cdot 0,1638 & 0,874 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,766 & 2,8125 \\ 0,0105 & 0,874 \end{bmatrix}$$

$$P_{11} = 2000q\pi; \quad P_{21} = 2000q\pi;$$

$$P_{31} = 0$$

$$L_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0,737 & 1 \end{bmatrix}$$

Згинальна жорсткість першої ділянки:

$$D_1 = \frac{E \cdot h_1^3}{12(1 - \mu^2)} = \frac{2 \times 10^4 \cdot 1,5^3}{12(1 - 0,3^2)} = 6118,3 \text{ кН} \times \text{см}$$

Момент інерції перерізу ребра:

$$I_x = \frac{0,6 \cdot 4,5^3}{12} = 4,556 \text{ см}^4$$

$$\frac{EI_x}{RD_1} = \frac{2 \times 10^4 \cdot 4,556}{20 \cdot 6181,3} = 0,737$$

$$R_1 = \left\{ \begin{array}{l} \frac{2000q\pi}{D_1} \cdot 0,0395 \\ \frac{2000q\pi}{D_1} \cdot 0,1182 \end{array} \right\} = \frac{q}{D_1} \left\{ \begin{array}{l} 248,06 \\ 742,296 \end{array} \right\}$$

$$R_2 = \left\{ \begin{array}{l} \frac{2000q\pi}{D_1} \cdot 0,0132 \cdot 6,58 + \frac{(-3q) \cdot 32^2}{D_1} \cdot 6,58 \cdot 7,13 \times 10^{-3} \\ \frac{2000q\pi}{D_1} \cdot 0,06575 + \frac{(-3q) \cdot 32^2}{D_1} \cdot 0,05575 \end{array} \right\} = \frac{q}{D_1} \left\{ \begin{array}{l} -143,58 \\ 241,65 \end{array} \right\}$$

$$R_3 = \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ 0 \end{array} \right\}$$

Визначення векторів стану (всі етапи розрахунку)

5.2. Перший розрахунок

Перший розрахунок: $\{\bar{X}\}_{i2} = [L]_i \{\bar{X}\}_{i1}$

$$\{\bar{X}\}_{11} = \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ 1 \end{array} \right\}$$

$$\{\bar{X}\}_{12} = [L]_1 \{\bar{X}\}_{11} = \begin{bmatrix} 0,454 & 0,42 \\ 0,3822 & 0,706 \end{bmatrix} \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ 1 \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} 0,42 \\ 0,706 \end{array} \right\}$$

$$\{\bar{X}\}_{21} = [L]_p \{\bar{X}\}_{12} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0,737 & 1 \end{bmatrix} \left\{ \begin{array}{l} 0,42 \\ 0,706 \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} 0,42 \\ 1,0155 \end{array} \right\}$$

$$\{\bar{X}\}_{22} = [L]_2 \{\bar{X}\}_{21} = \begin{bmatrix} 0,6043 & 2,003 \\ 0,0421 & 0,787 \end{bmatrix} \left\{ \begin{array}{l} 0,42 \\ 1,0155 \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} 2,2878 \\ 0,8169 \end{array} \right\} = \{\bar{X}\}_{31}$$

$$\{\bar{X}\}_{32} = [L]_3 \{\bar{X}\}_{31} = \begin{bmatrix} 0,766 & 2,8125 \\ 0,0105 & 0,874 \end{bmatrix} \left\{ \begin{array}{l} 2,2878 \\ 0,8169 \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} 4,05 \\ 0,738 \end{array} \right\}$$

5.3. Другий розрахунок

Другий розрахунок: $\{\bar{X}\}_{i2} = [L]_i \{\bar{X}\}_{i1} + \{R\}_i$

Навантаження на внутрішньому контурі відсутнє, тому $\{\bar{X}\}_{11} = \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ 0 \end{array} \right\}$

$$\{\bar{X}\}_{12} = [L]_1 \{\bar{X}\}_{11} + \{R\}_1 = \begin{bmatrix} 0,454 & 0,42 \\ 0,3822 & 0,874 \end{bmatrix} \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ 0 \end{array} \right\} + \frac{q}{D_1} \left\{ \begin{array}{l} 248,06 \\ 742,296 \end{array} \right\} = \frac{q}{D_1} \left\{ \begin{array}{l} 248,06 \\ 742,296 \end{array} \right\}$$

$$\{\bar{X}\}_{21} = [L]_p \{\bar{X}\}_{12} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0,737 & 1 \end{bmatrix} \left\{ \begin{array}{l} 248,06 \\ 742,296 \end{array} \right\} \frac{q}{D_1} = \left\{ \begin{array}{l} 248,06 \\ 925,12 \end{array} \right\} \frac{q}{D_1}$$

$$\begin{aligned}\{\bar{X}\}_{22} &= [L]_2\{\bar{X}\}_{12} + \{R\}_2 = \begin{bmatrix} 0,6043 & 2,003 \\ 0,0421 & 0,787 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 248,06 \\ 925,12 \end{Bmatrix} \frac{q}{D_1} + \frac{q}{D_1} \begin{Bmatrix} -143,58 \\ 241,65 \end{Bmatrix} \\ &= \frac{q}{D_1} \begin{Bmatrix} 1861,34 \\ 980,16 \end{Bmatrix} = \{\bar{X}\}_{31}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\{\bar{X}\}_{32} &= [L]_3\{\bar{X}\}_{31} + \{R\}_3 = \begin{bmatrix} 0,766 & 2,8125 \\ 0,0105 & 0,874 \end{bmatrix} \frac{q}{D_1} \begin{Bmatrix} 1861,34 \\ 980,16 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \\ &= \frac{q}{D_1} \begin{Bmatrix} 4182,49 \\ 876,204 \end{Bmatrix}\end{aligned}$$

Узгодження 1-го і 2-го розрахунків – урахування граничних умов на зовнішньому контурі пластини.

5.4. Розрахунок НДС пластинки при заданому навантаженні

Повний вектор стану $\{X\} = \{\bar{X}\} \cdot C + \{\bar{X}\}$.

В цій схемі на зовнішньому контурі – вільний край, дорівнює нулю радіальний момент – друга компонента повного вектора стану на зовнішньому контурі

$$\left(\frac{M_r}{D_1}\right)_{32} = \left(\frac{\bar{M}_r}{D_1}\right)_{32} \cdot c + \left(\frac{\bar{M}_r}{D_1}\right)_{32}$$

$$0,738C + \frac{q}{D_1} \cdot 876,204 = 0$$

$$C = -\frac{876,204}{0,738} \cdot \frac{q}{D_1}$$

$$C = -1187,27 \cdot \frac{q}{D_1}$$

Визначення повних векторів стану для ділянок (з урахуванням константи C)

$$\{X\}_{11} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \cdot (-1187,27) \cdot \frac{q}{D_1} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -1187,27 \end{Bmatrix} \frac{q}{D_1}$$

$$\{X\}_{12} = \begin{Bmatrix} 0,42 \\ 0,706 \end{Bmatrix} \cdot (-1187,27) \cdot \frac{q}{D_1} + \frac{q}{D_1} \begin{Bmatrix} 248,06 \\ 742,296 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -250,59 \\ -95,916 \end{Bmatrix} \frac{q}{D_1}$$

$$\{X\}_{21} = \begin{Bmatrix} 0,42 \\ 1,0155 \end{Bmatrix} \cdot (-1187,27) \cdot \frac{q}{D_1} + \begin{Bmatrix} 248,06 \\ 925,12 \end{Bmatrix} \frac{q}{D_1} = \begin{Bmatrix} -250,593 \\ -280,55 \end{Bmatrix} \frac{q}{D_1}$$

$$\{X\}_{22} = \begin{Bmatrix} 2,2878 \\ 0,8169 \end{Bmatrix} \cdot (-1187,27) \cdot \frac{q}{D_1} + \frac{q}{D_1} \begin{Bmatrix} 1861,34 \\ 980,16 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -854,89 \\ 10,28 \end{Bmatrix} \frac{q}{D_1} = \{X\}_{31}$$

$$\{X\}_{32} = \begin{Bmatrix} 4,05 \\ 0,738 \end{Bmatrix} \cdot (-1187,27) \cdot \frac{q}{D_1} + \frac{q}{D_1} \begin{Bmatrix} 4182,49 \\ 876,204 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -625,95 \\ -0,001 \end{Bmatrix} \frac{q}{D_1}$$

Визначення колових згинальних моментів

$$M_t = \mu M_r + D_i(1 - \mu^2) \frac{\vartheta}{r} \rightarrow \frac{M_t}{D_1} = \mu \frac{M_r}{D_1} + \frac{D_i}{D_1} (1 - \mu^2) \frac{\vartheta}{r}$$

$$\left(\frac{M_t}{D_1}\right)_{11} = 0,3 \cdot (-1187,27) \frac{q}{D_1} + 1 \cdot (1 - 0,3^2) \cdot 0 = -355,271 \frac{q}{D_1}$$

$$\left(\frac{M_t}{D_{11}}\right)_{12} = (0,3 \cdot (-95,916) + 1 \cdot (1 - 0,3^2) \cdot (-250,59)) \frac{q}{D_1} = -256,814 \frac{q}{D_1}$$

$$\left(\frac{M_t}{D_{11}}\right)_{21} = (0,3 \cdot (-280,55) + 0,152 \cdot (1 - 0,3^2) \cdot (-250,593)) \frac{q}{D_1} = -118,827 \frac{q}{D_1}$$

$$\left(\frac{M_t}{D_{11}}\right)_{22} = (0,3 \cdot 10,28 + 0,152 \cdot (1 - 0,3^2) \cdot (-854,89)) \frac{q}{D_1} = -115,164 \frac{q}{D_1}$$

$$\left(\frac{M_t}{D_{11}}\right)_{31} = (0,3 \cdot 10,28 + 0,064 \cdot (1 - 0,3^2) \cdot (-854,89)) \frac{q}{D_1} = -46,705 \frac{q}{D_1}$$

$$\left(\frac{M_t}{D_{11}}\right)_{32} = (0,3 \cdot (-0,001) + 0,064 \cdot (1 - 0,3^2) \cdot (-625,95)) \frac{q}{D_1} = -36,456 \frac{q}{D_1}$$

Визначення допустимого навантаження

$\sigma_{IV_{\text{екв}}} = \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_t^2 - \sigma_r \sigma_t} = \frac{6}{h^2} \sqrt{M_r^2 + M_t^2 - M_r M_t} \leq [\sigma]$, при підстановці всіх розмірів у прив'язці до «см» (в тому числі у векторах R) далі маємо використовувати $[\sigma] = 160 \text{ МПа} = 16 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}$

На кожній ділянці обираємо переріз з максимальними згинаючих моментів:

$$\begin{aligned} (\sigma_{IV_{\text{екв}}})_{11} &= \frac{6q}{h_1^2} \sqrt{(-1187,27)^2 + (-355,271)^2 - (-1187,27)(-355,271)} \\ &= \frac{6 \cdot q}{1,5^2} \cdot 1055,47 = 2814,59q \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\sigma_{IV_{\text{екв}}})_{21} &= \frac{6q}{h_2^2} \sqrt{(-280,55)^2 + (-118,827)^2 - (-280,55)(-118,827)} \\ &= \frac{6 \cdot q}{0,8^2} \cdot 243,91 = 4065,17q \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\sigma_{IV_{\text{екв}}})_{32} &= \frac{6q}{h_3^2} \sqrt{(-0,001)^2 + (-36,456)^2 - (-0,001)(-36,456)} = \frac{6 \cdot q}{0,6^2} \cdot 36,455 \\ &= 607,58q \end{aligned}$$

Для визначення допустимих навантажень розглядаємо

$$(\sigma_{IV_{\text{екв}}})_{21} = 4065,17q \leq [\sigma] = 16 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} \rightarrow q \leq \frac{16}{4065,17} = 0,0039 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}$$

Обчислення прогинів

$$w_{12} = w_{11} - (5a)^2 \cdot 0,2423 \cdot (-1187,27) \frac{q}{D_1}$$

$$\begin{aligned} w_{22} &= w_{21} - (8a)^2 \cdot 0,22555 \cdot (-250,59) \frac{q}{D_1} - (8a)^2 \cdot 0,05775 \cdot (-280,55) \frac{q}{D_1} \cdot 6,58 \\ &\quad - \frac{(-3q) \cdot (8a)^4}{D_1} \cdot 6,58 \cdot 7,02 \times 10^{-4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w_{32} &= w_{31} - (10a)^2 \cdot 0,1559 \cdot (-854,89) \frac{q}{D_1} - (10a)^2 \cdot 0,0185 \cdot 10,28 \frac{q}{D_1} - 2000 \frac{q\pi}{D_1} \\ &\quad \cdot 15,625 \cdot (10a)^2 \cdot 237 \times 10^{-6} \end{aligned}$$

$$w_{11} = 0$$

$$w_{12} = w_{11} - 25a^2 \cdot 0,2423 \cdot (-1187,27) \frac{q}{D_1} = 7191,89 \frac{qa^2}{D_1} = 0,073 \text{ cm}$$

$$(w_{12} = w_{21})$$

$$w_{22} = w_{21} + \frac{qa^2}{D_1} (64 \cdot 0,22555 \cdot (-250,59 + 64 \cdot 0,05775 \cdot (-280,55)) \cdot 6,58 + (-3) \cdot 4096 \cdot 16 \cdot 6,58 \cdot 7,02 \times 10^{-4}) = 0,073 + 11348,37 \frac{qa^2}{D_1} = 0,189 \text{ cm} \quad (w_{22} = w_{31})$$

$$w_{32} = w_{31} - \frac{qa^2}{D_1} (100 \cdot 0,1559 \cdot (-854,89) + 100 \cdot 0,0185 \cdot 10,28 + 2000 \cdot 3,14 \cdot 15,625 \cdot 100 \cdot 237 \times 10^{-6}) = 0,189 + 10981,98 \frac{qa^2}{D_1} = 0,189 + 0,112 = 0,301 \text{ cm}$$

6. ЧИСЕЛЬНІ РОЗРАХУНКИ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ВИПРОБУВАЛЬНОГО ЗРАЗКА

6.1 Вибір типу зразка та його конструювання

Першим кроком є вибір типу зразка згідно з типом установки. Оскільки ми розглядаємо установку ВТУ-2В, яка призначена для дослідження матеріалів на розтяг за статичного та циклічного навантаження, то обираємо трубчастий зразок для розтягу. Для визначення геометричних характеристик скористаємось формулами опору матеріалів.

Маємо такі вхідні дані:

- Модуль Юнга матеріалу $E = 1.7 \cdot 10^5$ МПа.
- Коефіцієнт Пуассона матеріалу $\mu = 0.24$.
- Границя міцності матеріалу $\sigma_B = 1350$ МПа.
- Максимально допустимий коефіцієнт концентрації напружень у перехідній зоні зразка $\alpha = 1.05$.
- Максимальна осьова сила устаткування $N_{\max} = 60$ кН.
- Гарантований запас потужності устаткування $k = 2.0$.

Опираючись на умову міцності, обираємо необхідну площу поперечного перерізу трубчастого зразка.

Максимальна сила, що може бути прикладена до зразка:

$$N = \frac{N_{\max}}{k} = \frac{60000}{2} = 30000 \text{ Н}$$

Максимальне напруження, яке може бути досягнуте в трубчастій частині зразка, без врахування концентрації напружень:

$$\sigma_{\max} = \frac{\sigma_B}{\alpha} = \frac{1350}{1.05} = 1285.7 \text{ МПа}$$

Площа поперечного перерізу зразка:

$$A = \frac{N}{\sigma_{\max}} = \frac{30000}{1285.7} = 23.3 \text{ мм}^2$$

Оскільки зразок має трубчастий переріз, необхідно визначити два незалежних розміри: внутрішній d_B та наріжний d_H діаметри (або середній діаметр D та товщина стінки трубки δ), оскільки площа перерізу трубки визначається як

$$A = \pi(d_H^2 - d_B^2) / 4 = \pi \frac{(d_H + d_B)(d_H - d_B)}{2} = \pi D \delta,$$

де введено наступні позначення:

$$D = (d_H + d_B) / 2;$$

$$\delta = (d_H - d_B) / 2.$$

Для трубчатого зразка при його розтягу $D / \delta = 12$, тоді $A = 12\pi\delta^2$ і отримуємо, що $\delta = \sqrt{A/12\pi}$. Отже:

$$\delta = \sqrt{A/(12\pi)} = \sqrt{\frac{23.3}{12 \cdot 3.14}} \approx 0,786 \text{ мм}$$

Приймаємо $\delta = 1.0$ мм, тоді $D = 12\delta = 12$ мм; $d_B = 11$ мм. Однак такого стандартного розміру отвору немає. Приймаємо тоді найближче стандартне значення внутрішнього діаметра $d_B = 12$ мм (це робимо для економії часу та грошей при виготовленні зразка). Отже, отримали $d_H = d_B + 2\delta = 14$ мм. Призначимо інші розміри робочої частини зразка на розтяг/стиск

- Діаметр голівки: $D_{\text{гол}} = 20$ мм.
- Довжина голівки: $L_{\text{гол}} = 20$ мм.
- Робоча довжина зразка (циліндра): $L_{\text{цил}} = 5 d_H = 70$ мм.
- Загальна довжина зразка: $L = 140$ мм.
- Кут нахилу перехідної частини зразка: $\theta = 6^\circ$.
- Радіуси заокруглень перехідної частини зразка: $r_1 = 40$ мм, $r_2 = 1$ мм.

Пояснення: для отримання задовільного значення коефіцієнта концентрації напружень $\alpha \leq 1.05$ рекомендують призначати $r_1 > d_H$.

6.2 Постановка крайової задачі пружності

В даній роботі потрібно отримати значення коефіцієнта концентрації напружень α , який буде реалізовуватися в зразку, щоб порівняти його з допустимим. Для цього потрібно розв'язати крайову задачу лінійної пружності, тобто розрахувати напружено-деформований стан зразка. Результати – поля переміщень, деформацій, напружень.

Сформулюємо постановку задачі та метод її розв'язування.

Прийmemo, що розглядається тіло об'ємом Ω , обмежене поверхнею S ; фізичні величини: напруження, деформації, зусилля, переміщення; застосовуються Лагранжеві координати; матеріал вважається ізотропним, а деформації – малими.

Припустимо, що в початковий момент t_0 в актуальному тілі переміщення $U_i(\vec{x}, t_0)$, деформації $\varepsilon_{ij}(\vec{x}, t_0)$, напруження $\sigma_{mn}(\vec{x}, t_0)$ мають нульові значення. Нехай після цього в об'ємі тіла Ω , а також на частині його поверхні $S_G = S_U \cup S_P$ за деякий проміжок часу відбудеться зміна навантажень, тобто на час t прикладемо: $\bar{P}_m(\vec{x}, t)$ – поверхневі сили на S_P ; відбулися переміщення $\bar{U}_i(\vec{x}, t)$ на S_U . Тоді для визначення в кожній точці тіла величин: $U_i(\vec{x}, t)$ – переміщень, $\varepsilon_{ij}(\vec{x}, t)$ – деформацій, $\sigma_{mn}(\vec{x}, t)$ – напружень маємо наступну крайову задачу:

- рівняння рівноваги як окремий випадок рівняння руху:

$$\nabla_n \sigma_{mn} = 0; \quad (5.2.1)$$

- геометричні (для малих деформацій):

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(\nabla_i U_j + \nabla_j U_i), \quad (5.2.2)$$

а також присутні тільки пружні деформації:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e; \quad (5.2.3)$$

- фізичні рівняння:

$$\varepsilon_{ij}^e = C_{ijmn} \sigma_{mn}; \quad (5.2.4)$$

де C_{ijmn} – тензор модулів піддатливості.

Додатково залучаються ГУ на S_U та S_P :

$$U_i|_{S_U} = \bar{U}_i; \quad (5.2.5)$$

$$\sigma_{mn} \nu_n|_{S_P} = \bar{P}_m. \quad (5.2.6)$$

Для отримання розв'язку крайової задачі зазвичай застосовують принцип можливих переміщень.

Для отримання рівняння принципу можливих переміщень використовують співвідношення (5.2.1), (5.2.2), (5.2.6), властивості симетрії тензора напружень $\sigma_{mn} = \sigma_{nm}$ і теорема Гауса-Остроградського. В підсумку отримують наступний функціонал відносно варіацій переміщень і зв'язаних із ними деформацій

$$F = \int_{\Omega} \sigma_{mn} \delta \varepsilon_{mn} d\Omega - \int_{S_P} \bar{P}_m \delta U_m dS = 0, \quad (5.2.7)$$

що в поєднанні з кінематичними ГУ (5.2.5) на поверхні S_U визначає незліченну множину можливих (віртуальних) напружено-деформованих станів. Дійсний НДС є одним з віртуальних, але він додатково задовольняє фізичним рівнянням зв'язків $\sigma_{mn} \propto \varepsilon_{mn}$, тобто (5.2.4).

6.3 Метод розв'язування крайової задачі лінійної пружності

Застосуємо метод скінченних елементів. Спочатку перейдемо до матричних позначень.

Закон Гука (5.2.4) запишемо у вигляді

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon^e\}, \quad (5.3.1)$$

де $[D]$ – матриця модулів пружності.

У випадку пружної ізотропії матеріалу матриця

$$[D] = 2G \cdot \begin{pmatrix} a & b & b & 0 & 0 & 0 \\ b & a & b & 0 & 0 & 0 \\ b & b & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c \end{pmatrix} \quad (5.3.2)$$

де $2G = E/(1 + \mu)$; $a = (1 - \mu)/(1 - 2\mu)$; $b = \mu/(1 - 2\mu)$; $c = 0,5$; E – модуль Юнга; μ – коефіцієнт Пуассона.

Всі деформації – пружні:

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon^e\} . \quad (5.3.3)$$

Враховуючи (5.3.3), запишемо вираз (5.3.1) у вигляді:

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} . \quad (5.3.4)$$

Геометричні рівняння (5.2.2) отримують вигляд:

$$\{\varepsilon\} = [B]\{q\}_e , \quad (5.3.5)$$

де $\{q\}_e = \{(q^1, q^2, q^3)_1, \dots, (q^1, q^2, q^3)_M\}^T = \{q_1, q_2, \dots, q_{3M}\}^T$ – вектор переміщень в вузлах СЕ; $[B]$ – матриця диференціювання за глобальними координатами, пов'язана лише з типом СЕ і системою глобальних координат.

Функціонал (5.2.7) з урахуванням можливості суперпозиції робіт по СЕ, зумовленої тим, що СЕ взаємодіють один з одним у вузлах і не перетинаються, записується так:

$$F = \sum_e \int_{\Omega^e} \{\delta q\}_e^T [B]^T [D] [B] \{q\}_e d\Omega - \sum_e \int_{S_p^e} \{\delta q\}_e^T [\phi]^T \{p\} dS = 0 \quad (5.3.6)$$

де позначено вектори навантажень $\{p\} = \{\bar{p}_1, \bar{p}_2, \bar{p}_3\}^T$; S_p^e – сторона СЕ, що виходить на S_p тіла; знак \sum_e означає додавання по всіх СЕ, що містять актуальний ступінь свободи вузла.

Оскільки в підінтегральних виразах є вектори $\{\delta q\}_e^T$ і $\{q\}_e$, що не залежать від параметрів інтегрування, їх можна винести за межі інтегралів. З (5.3.6), згрупувавши інтеграли, отримаємо:

$$F = \sum_e \{ \delta q \}_e^T \int_{\Omega^e} [B]^T [D] [B] d\Omega \cdot \{q\}_e + \sum_e \{ \delta q \}_e^T \int_{S_p^e} [\phi]^T \{p\} dS = 0 \quad (5.3.7)$$

Позначимо:

$$[K]_e = \int_{\Omega^e} [B]^T [D] [B] d\Omega , \quad (5.3.8)$$

$$\{P\}_e = \int_{S_p^e} [\phi]^T \{p\} dS . \quad (5.3.9)$$

Тоді

$$F = \sum_e \{\delta q\}_e^T ([K]_e \{q\}_e - \{P\}_e) = 0 \quad (5.3.10)$$

Оскільки варіації переміщень – довільні, то отримали СЛАР вигляду

$$[K] \{q\} = \{P\} \quad (5.3.11)$$

відносно глобального вектора приростів дійсних переміщень $\{q\}_e$ у вузлах СЕ сітки. В (5.3.10) позначено додавання за ступенями свободи вузлів: $[K] = \sum_e [K]_e$; $\{P\} = \sum_e \{P\}_e$. Вектор $\{P\}$ зумовлюється зовнішніми силовими навантаженнями. У СЛАР ще необхідно врахувати кінематичні ГУ (5.2.5).

6.4 Розрахункова схема та результати розрахунків

Розглядаємо розтяг зразка, який має робочу частину у вигляді тонкостінної трубки. Використовуючи симетрію зразка, будемо розглядати тільки половину довжини зразка. Силу, яка розтягує зразок, задаємо у вигляді розподіленого навантаження, що діє на поверхню голівки. Характер закріплення приймаємо такий, щоб були відсутні поворот та переміщення перпендикулярно до площини розсічення, в циліндричній системі координат.

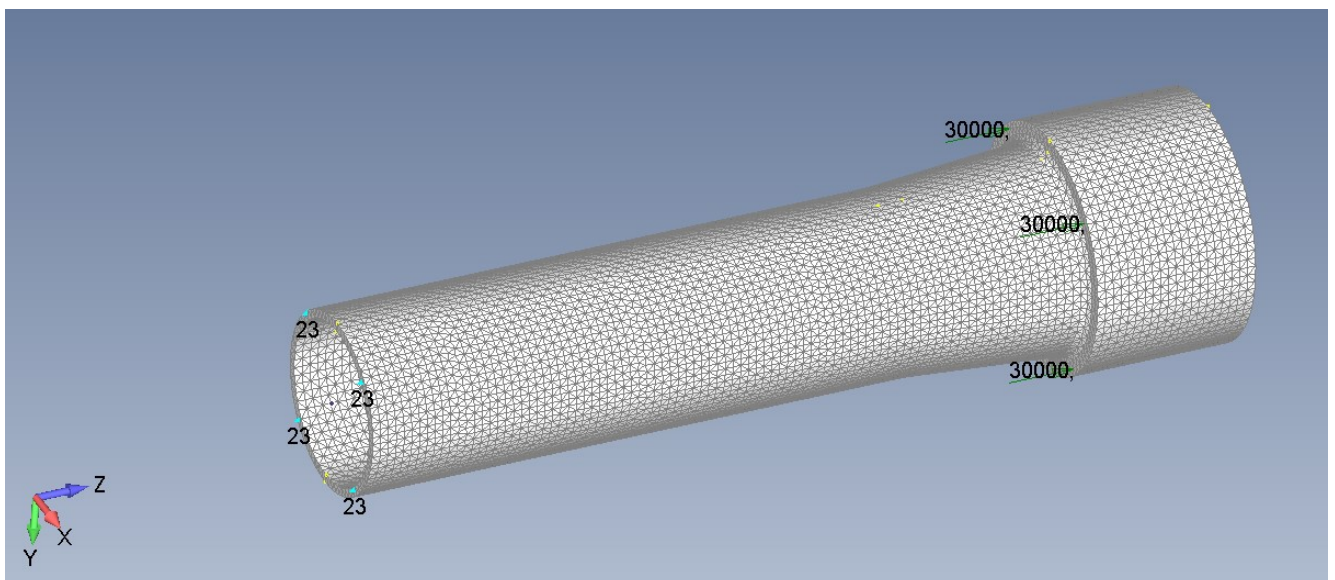
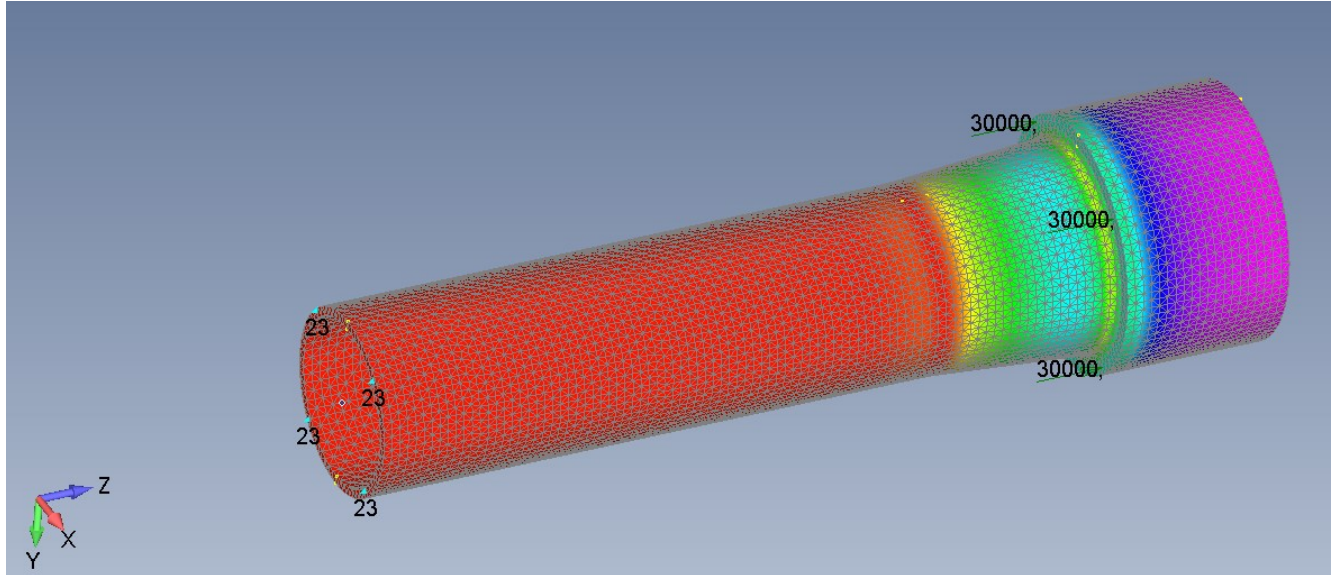


Рис. 6.1. Розрахункова схема зразка

Скінченно-елементна сітка зроблена в автоматичному режимі на основі геометрії за таку умову, щоб по товщині трубки зразка було не менше двох скінченних елементів.

За допомогою програмного забезпечення FEMAP отримали напружено-деформований стан зразка в пружній області.



Для цього побудували графіки рис.6.2 розподілу цих напружень у вузлах, вздовж двох ліній.

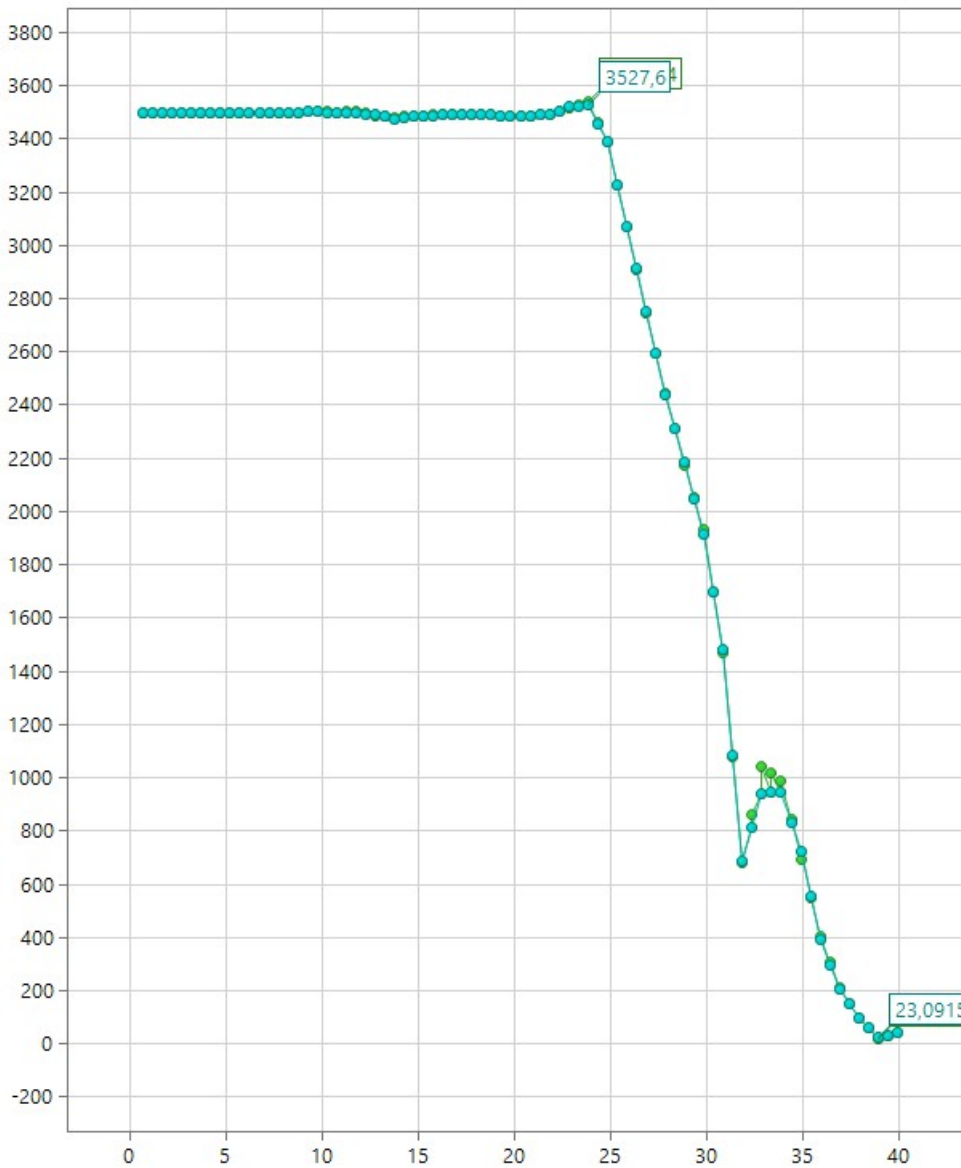


Рис.6.2. Графіки розподілу напружень за Мізесом, МПа

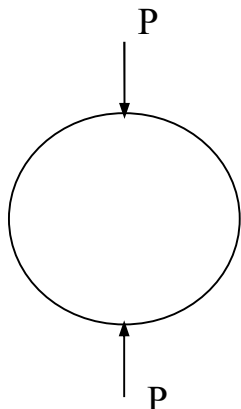
Отримали, що
$$\alpha = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{nom}} = \frac{3537,8}{3527,6} = 1,003 < 1.05$$

Отже, немає великої концентрації напружень, тобто зразок спроектовано вірно.

7. РОЗРАХУНОК ПРОТОТИПУ КОНСТРУКТИВНОГО ЕЛЕМЕНТА МЕТОДАМИ ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ

7.1. Постановка задачі

Визначити напружено-деформований стан при стисканні кулі силою направленою вздовж осі



При заданні зовнішніх навантажень на поверхні кулі, візьмемо $r = a$ маємо:

$$R_r = \sigma(a) \quad \text{і} \quad A_r = \tau(a)$$

Ці функції треба представити рядами

$$\sigma(a) = \sum_{n=0}^{\infty} \sigma_n P_n(\mu)$$

$$\tau(a) = \sum_{n=1}^{\infty} \tau_n \frac{dP_n}{d\mu} = - \sum_{n=1}^{\infty} \tau_n \frac{dP_n}{da} \sin a$$

Де коефіцієнти визначаються за формулами:

$$\sigma_n = \frac{2n+1}{2} \int_0^{\pi} \sigma(a) P_n(\cos a) \sin a \, da$$

$$\tau_n = \frac{2n+1}{2n(n+1)} \int_0^{\pi} \tau(a) \frac{dP_n}{da} \sin a \, da$$

$$\sigma(a) = \begin{cases} -p & \text{при } 0 < a < \varepsilon \text{ і } \pi - \varepsilon < a < \pi \\ 0 & \text{при } \varepsilon < a < \pi - \varepsilon \end{cases}$$

$$\tau(a) = 0$$

Розв'язання задачі

Розіб'ємо нормальне навантаження на дві:

$$\sigma(a) = \sigma^{(1)}(a) + \sigma^{(2)}(a)$$

так, що

$$\sigma^{(1)}(a) = \begin{cases} -p & \text{при } 0 < a < \varepsilon \\ 0 & \text{при } \varepsilon < a < \pi \end{cases}$$

$$\sigma^{(2)}(a) = \begin{cases} -p & \text{при } \pi - \varepsilon < a < \pi \\ 0 & \text{при } 0 < a < \pi - \varepsilon \end{cases}$$

Розглянемо перший випадок навантаження:

$$\sigma^{(1)}(a) = \sum_{n=0}^{\infty} \sigma_n^{(1)} P_n(\cos a)$$

де згідно з формулами

$$\begin{aligned} \sigma_n^{(1)} &= -\frac{2n+1}{2} p \int_0^{\varepsilon} P_n(\cos a) \sin a \, da = (2n+1) P_n(\cos a) = \frac{dP_{n+1}}{d\mu} - \frac{dP_{n-1}}{d\mu} \\ &= -\frac{p}{2} [P_{n-1}(\cos \varepsilon) - P_{n+1}(\cos \varepsilon)] \end{aligned}$$

Площа за якою розподілено рівномірне навантаження p при малому значенні кута ε , приблизно дорівнює $\pi a^2 \varepsilon^2$.

Робимо граничний перехід, тобто вважаючи $\varepsilon \rightarrow 0$ і $p\pi a^2 \varepsilon^2 \rightarrow P$.

$$\sigma_n^{(1)} = -\frac{P}{2\pi a^2} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{P_{n-1}(\cos \varepsilon) - P_{n+1}(\cos \varepsilon)}{\varepsilon^2} = \frac{-P(2n+1)}{4\pi a^2}$$

Для зосередженої сили $r = \pi$, аналогічно матимемо:

$$\sigma_n^{(2)} = -\frac{P}{2\pi a^2} \cdot \frac{2n+1}{2} P_n(-1) = \frac{-P}{4\pi a^2} (2n+1)(-1)^n$$

Таким чином

$$\sigma_n = \sigma_n^{(1)} + \sigma_n^{(2)} = \begin{cases} 0 & \text{при } n = 1, 3, 5, \dots \\ -\frac{P}{2\pi a^2} (2n + 1) & \text{при } n = 0, 2, 4, \dots \end{cases}$$

І навантаження виражається рядом

$$\sigma(a) = \sum_{n=0}^{\infty} \sigma_n P_n(\mu) = -\frac{P}{\pi a^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n + 1}{2} P_n(\mu)$$

Для вирішення задачі треба мати вираз навантаження через поліноми Лежандра. Скористаємося для цього формулами:

$$\begin{aligned} R_r &= \lambda \Theta + 2G \frac{\partial u_r}{\partial r} \\ &= \sum_{n=0, 2, 4, \dots}^{\infty} [(n + 1)(2Ga_n + K\lambda A_n)r^n + 2Gn(n - 1)C_n r^{n-2}] P_n(\mu) \end{aligned}$$

$$A_r = \frac{G}{r} \left(r \frac{\partial u_a}{\partial r} - U_a + \frac{\partial u_r}{\partial a} \right) = \sum_{n=2, 4, \dots}^{\infty} G[(a_n + nA_n)r^n + 2(n - 1)C_n r^{n-2}] P_n'(\mu)$$

Для визначення довільних постійних A_n і C_n використовуємо це рівняння:

$$\begin{aligned} (n + 1)(2Ga_n + K\lambda A_n)a^n + 2Gn(n - 1)C_n a^{n-2} &= -\frac{(2n + 1)P}{2\pi a^2} \\ &= \\ (a_n + nA_n) + 2(n - 1)C_n a^{-2} &= 0 \end{aligned}$$

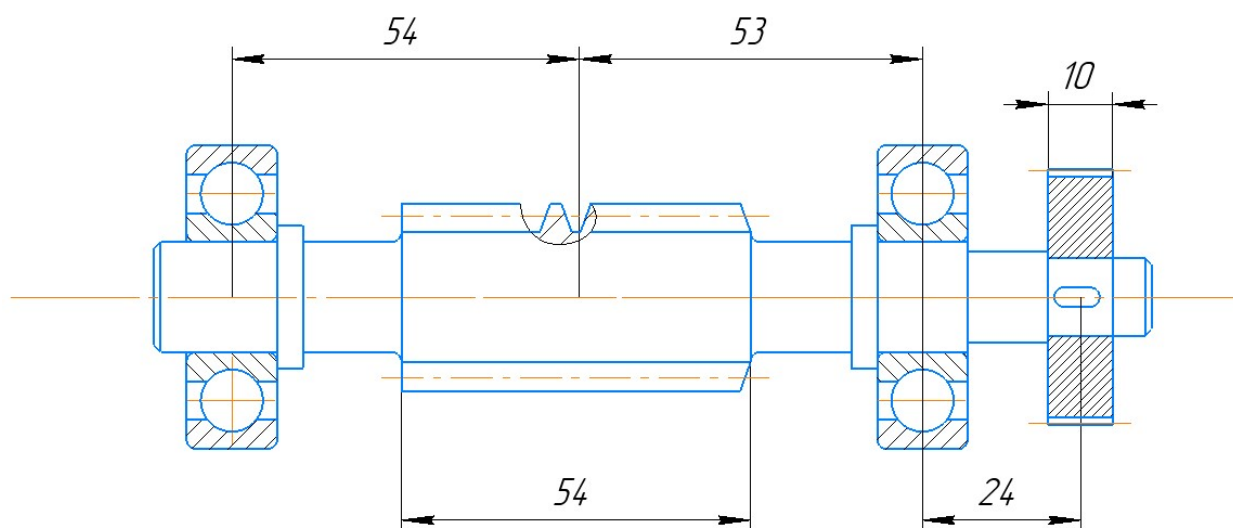
Вирішуючи рівняння отримуємо:

$$\begin{aligned} A_n &= -\frac{(2n + 3)(2n + 1)P/\pi a^{n+2}G}{4\{K(n + 1)^2 + 2(n + 3)(1 - n) - (2n + 3)[(n + 2) - 2(n + 1)\sigma]\}} \\ &= \\ C_n &= -\frac{a_n + nA_n}{2(n - 1)} = \frac{(1 + n)a^2 A_n}{2(1 - n)(2n + 3)} [K(n + 1)^2 + 2(n + 3)(n + 1) - 2(2n + 3)] \end{aligned}$$

Під час проведення обчислень враховано, що

$$\sigma = \frac{\lambda}{2(\lambda + G)}$$

8. РОЗРАХУНОК ВЛАСНИХ ЧАСТОТ ТА ФОРМ КОЛИВАНЬ ПРОМІЖНОГО ВАЛУ



матеріал колеса – сталь 40Х;

матеріал шестерні – сталь 40Х;

значення густини матеріалів:

- для сталі $\rho = 7,85 \times 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$,

для обох матеріалів $G = 8 \cdot 10^4 \text{ МПа}$;

жорсткість вала визначається по формулі $k = \frac{G \cdot I_P}{l}$,

де I_P - полярний момент інерції, який знаходиться по формулою:

$$I_P = \frac{\pi \cdot d_B^4}{32} = \frac{\pi \cdot (17 \times 10^{-3})^4}{32} = 8,19 \times 10^{-8} \text{ м}^4$$

де d_B - діаметр вала.

$$k = \frac{G \cdot I_P}{l} = \frac{8 \times 10^{10} \cdot 8,19 \times 10^{-8}}{77 \times 10^{-3}} = 0,85 \times 10^5 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

Значення I_1, I_2 – осьових моментів інерції для конічного колеса та шестерні знайдемо за формулою:

$$I_1 = \frac{\pi \rho_1 h_1 D_1^4}{32} = \frac{3,14 \cdot 7,85 \times 10^3 \cdot 54 \times 10^{-3} (29 \times 10^{-3})^4}{32} = 0,029 \times 10^{-3} \text{ м}^4;$$

$$I_2 = \frac{\pi \rho_2 h_2 D_2^4}{32} = \frac{3,14 \cdot 7,85 \times 10^3 \cdot 10 \times 10^{-3} (39 \times 10^{-3})^4}{32} = 0,018 \times 10^{-3} \text{ м}^4.$$

де D_1, D_2 – відповідно значення діаметрів шестерні та черв'ячного колеса, h_1, h_2 – відповідно їх ширина.

Запишемо вирази для кінетичної та потенціальної енергії:

$$T = \frac{1}{2} \cdot I_1 \cdot \dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2} \cdot I_2 \cdot \dot{\varphi}_2^2;$$

$$\Pi = \frac{1}{2} k (\varphi_2 - \varphi_1)^2.$$

Підставляючи значення кінетичної і потенціальної енергій до рівняння Лагранжа другого роду $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_j} = 0$ для двох узагальнених координат і відповідно, отримаємо систему рівнянь у вигляді:

$$\begin{cases} I_1 \ddot{\varphi}_1 + k\varphi_1 - k\varphi_2 = 0 \\ I_2 \ddot{\varphi}_2 - k\varphi_1 + k\varphi_2 = 0 \end{cases}$$

Складемо матриці інерції та жорсткості:

$$[a] = \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \quad [c] = \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix}$$

Запишемо рівняння вільних коливань у матричному вигляді:

$$\begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{\varphi}_1 \\ \ddot{\varphi}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Рішення шукаємо у вигляді: $\begin{Bmatrix} \varphi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Phi \end{Bmatrix} \cos(\omega t - \beta)$

$$-\omega^2 \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} k - \omega^2 I_1 & -k \\ -k & k - \omega^2 I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Прирівнявши детермінант до нуля отримаємо:

$$\det \begin{bmatrix} k - \omega^2 I_1 & -k \\ -k & k - \omega^2 I_2 \end{bmatrix} = 0;$$

$$(k - \omega^2 I_1)(k - \omega^2 I_2) - k^2 = 0;$$

$$k^2 - \omega^2 k I_1 - \omega^2 k I_2 + \omega^4 I_1 I_2 - k^2 = 0.$$

Знайдемо корені цього рівняння $\omega^4 I_1 I_2 - \omega^2 k(I_1 + I_2) = 0$;

$$\omega^2 [\omega^2 I_1 I_2 - k(I_1 + I_2)] = 0;$$

$$\omega^2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} \end{bmatrix} \quad \begin{cases} \omega_1^2 = 0 \\ \omega_2^2 = \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} = \frac{0.85 \times 10^5 (0.029 + 0.018) \times 10^{-3}}{0.029 \cdot 0.018 \times 10^{-6}} = 7653.2 \times 10^6 \text{ c}^{-2}; \end{cases}$$

Підставляючи значення частот матимемо:

- у першому випадку $\omega_1^2 = 0$

$$\begin{bmatrix} k - \omega^2 I_1 & -k \\ -k & k - \omega^2 I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_{11} = 1 \\ \Phi_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$k - k\Phi_{12} = 0 \quad \Rightarrow \quad \Phi_{12} = 1$$

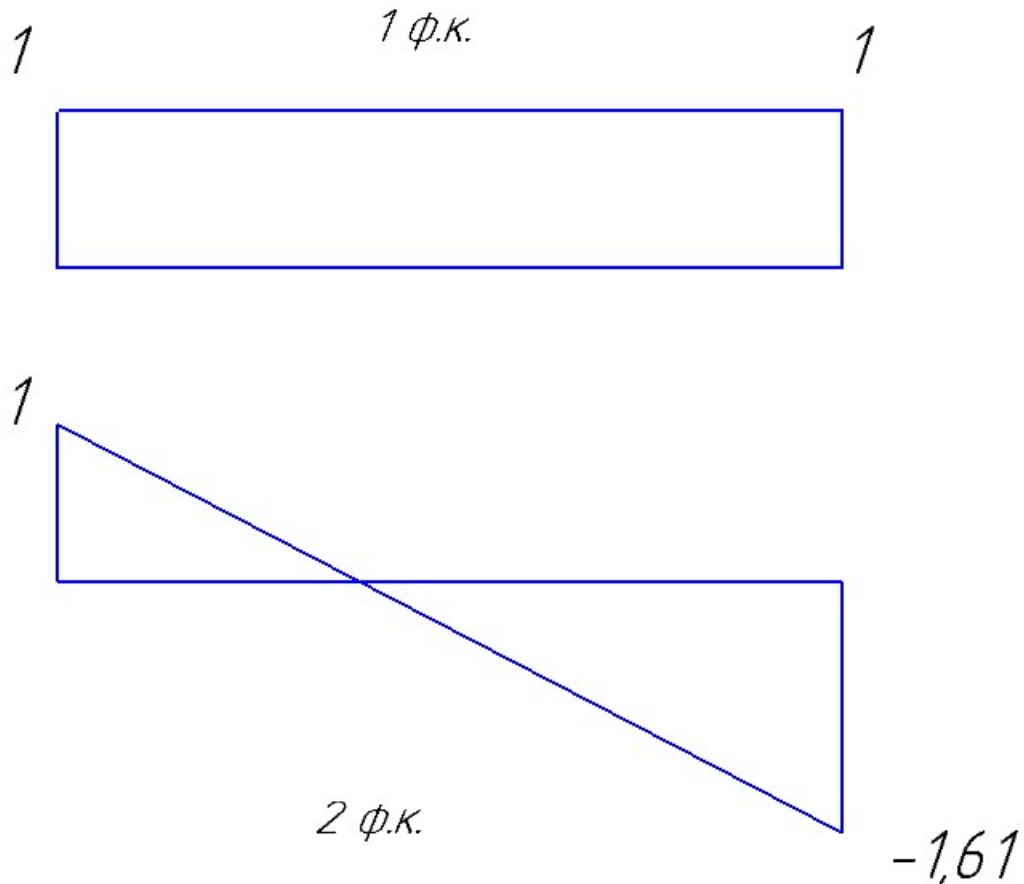
$$\begin{Bmatrix} \Phi_{11} \\ \Phi_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

- у другому випадку $\omega_2^2 = \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2}$

$$\begin{bmatrix} k - \left(\frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} \right) I_1 & -k \\ -k & k - \left(\frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} \right) I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_{21} = 1 \\ \Phi_{22} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$k - \frac{k(I_1 + I_2)}{I_2} - k\Phi_{22} = 0 \quad \Rightarrow \quad \Phi_{22} = -\frac{I_1}{I_2} = -\frac{0.029}{0.018} = -1.61$$

Зобразимо знайдені значення форм коливань в графічному вигляді:



Оскільки однією з властивостей власних форм коливань є їх ортогональність, а саме:

$$\{\Phi\}_i^T [c] \{\Phi\}_s = 0$$

$$\{\Phi\}_i^T [a] \{\Phi\}_s = 0$$

-У першому випадку перевірка:

$$\{1 \quad 1\} \cdot \begin{bmatrix} 0.029 & 0 \\ 0 & 0.018 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{1}{0.018} \end{Bmatrix} = \{1 \quad 1\} \begin{Bmatrix} 0.029 \\ -0.029 \end{Bmatrix} = 0.029 - 0.029 = 0;$$

-У другому випадку перевірка:

$$\begin{aligned} \{1 \quad 1\} \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ I_1 \\ -I_2 \end{Bmatrix} &= \{1 \quad 1\} \begin{Bmatrix} k + k \frac{I_1}{I_2} \\ -k - k \frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix} \\ &= 0.85 \times 10^5 \left(1 + \frac{0.029}{0.018}\right) - 0.85 \times 10^5 \left(1 + \frac{0.029}{0.018}\right) = 0 \end{aligned}$$

Використовуючи метод Релея знайдемо значення власних частот використовуючи формулу $\omega_l^2 = \frac{\{\Phi\}_l^T [c] \{\Phi\}_l}{\{\Phi\}_l^T [a] \{\Phi\}_l}$; підставляючи відповідні значення отримаємо:

$$\begin{aligned} \omega_1^2 &= \frac{\{1 \quad 1\} \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}}{\{1 \quad 1\} \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}} = \frac{\{1 \quad 1\} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}}{\{1 \quad 1\} \begin{Bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{Bmatrix}} = 0; \\ \omega_2^2 &= \frac{\{1 \quad -\frac{I_1}{I_2}\} \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix}}{\{1 \quad -\frac{I_1}{I_2}\} \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix}} = \frac{\{1 \quad -\frac{I_1}{I_2}\} \begin{Bmatrix} k + k \frac{I_1}{I_2} \\ k - k \frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix}}{\{1 \quad -\frac{I_1}{I_2}\} \begin{Bmatrix} I_1 \\ -I_1 \end{Bmatrix}} = \frac{k \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right) + \frac{I_1}{I_2} k \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)}{I_1 \cdot \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)} \\ &= \\ &= \frac{k \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right) \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)}{I_1 \cdot \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)} = \frac{k \cdot \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)}{I_1} = k \left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2}\right) = \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 \cdot I_2} = \\ &= \frac{0.85 \times 10^5 (0.029 + 0.018) \times 10^{-3}}{0.029 \cdot 0.018 \times 10^{-6}} = 7653.2 \times 10^6 \text{ c}^{-2}; \end{aligned}$$

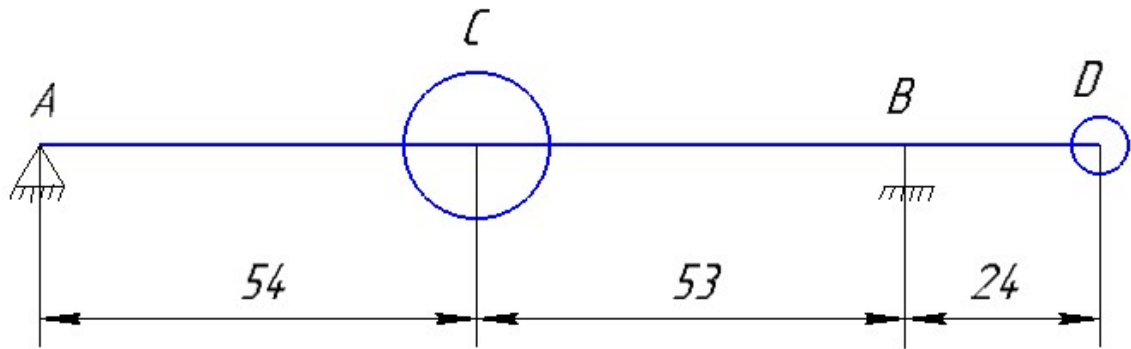
$$\text{Отже, } \begin{cases} \omega_1 = 0 \\ \omega_2 = \sqrt{7653.2 \times 10^6} = 87482 \text{ c}^{-1} \end{cases}$$

8.1. Визначення власних частот методом сил

$$m = \rho V$$

$$m_1 = 7,85 \times 10^3 \cdot 54 \times 10^{-3} \cdot \pi \left(\frac{(29 \times 10^{-3})^2}{4} - \frac{(17 \times 10^{-3})^2}{4} \right) = 0.18 \text{ кг}$$

$$m_2 = 7,85 \times 10^3 \cdot 10 \times 10^{-3} \cdot \pi \left(\frac{(39 \times 10^{-3})^2}{4} - \frac{(17 \times 10^{-3})^2}{4} \right) = 0.07 \text{ кг}$$

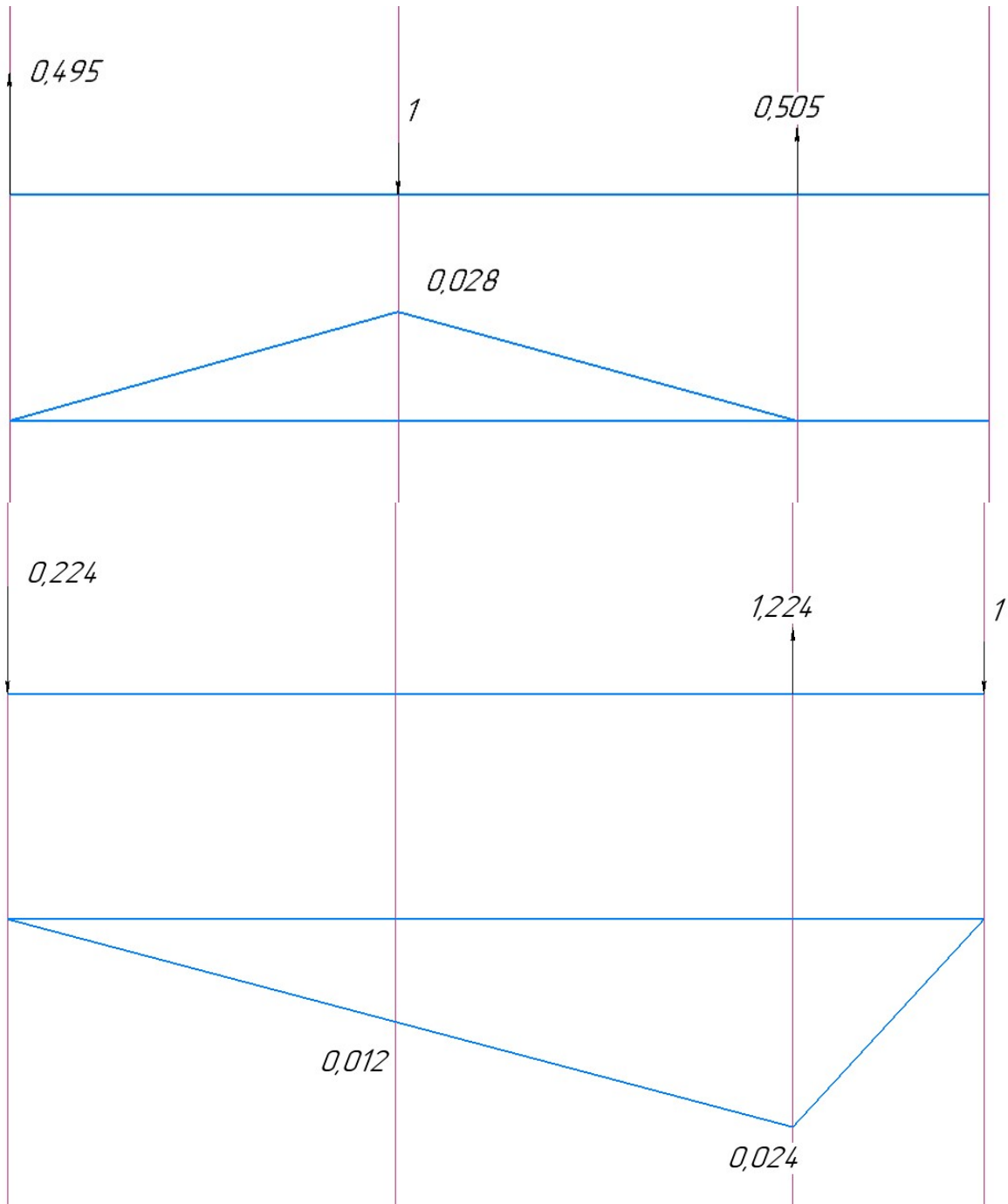


Момент інерції:

$$I = \frac{\pi \cdot d_B^4}{64} = \frac{\pi \cdot (17 \times 10^{-3})^4}{64} = 0.04 \times 10^{-7} \text{ м}^4$$

$$EI = 2.1 \cdot 10^{11} \cdot 0.04 \times 10^{-7} = 840 \text{ Н} \cdot \text{м}^2$$

Знайдемо переміщення $\delta_{11}, \delta_{12}, \delta_{21}, \delta_{22}$. Побудуємо епюри від дії одиничних сил $\bar{X}_1 = 1, \bar{X}_2 = 1$ відповідно.



$$\delta_{11} =$$

$$\frac{1}{EI} \left(0.5 * 0.054 * 0.028 * \frac{2}{3} * 0.028 + 0.5 * 0.053 * 0.028 * \frac{2}{3} * 0.028 \right) = 2.8 \times 10^{-5} \frac{1}{EI} = 33.32 \times 10^{-9} \text{ м}$$

$$\delta_{12} =$$

$$\frac{1}{EI} (0.5 * 0.054 * 0.028 * 0.008 + 0.5 * 0.053 * 0.028 * 0.012 + 0.5 * 0.053 * 0.028 * 0.078) = \frac{1}{EI} * 7.28 * 10^{-5} = 86.63 * 10^{-9} \text{ м}$$

$$\delta_{22} =$$

$$\frac{1}{EI} \left(0.5 * 0.054 * 0.012 * \frac{2}{3} * 0.012 + 0.053 * 0.012 * 0.012 + 0.5 * 0.053 * 0.012 * \frac{2}{3} * 0.012 \right) = 1.28 * 10^{-5} \frac{1}{EI} = 15.23 \times 10^{-9} \text{ м}$$

Запишемо диференційні рівняння в переміщеннях:

$$\begin{cases} W_1 = -\ddot{W}_1 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - \ddot{W}_2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ W_2 = -\ddot{W}_1 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 - \ddot{W}_2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 \end{cases}$$

Шукаємо переміщення у вигляді

$$w_i = W_i \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad (6.57)$$

Підставимо і отримаємо:

$$\begin{cases} (\omega^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) \cdot W_1 + \omega^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \cdot W_2 = 0 \\ \omega^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 \cdot W_1 + (\omega^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \cdot W_2 = 0 \end{cases}$$

Оскільки маємо отримати не тривіальний розв'язок маємо, що детермінант останньої матриці має бути рівний нулю:

$$\det \begin{bmatrix} (\omega^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} = 0$$

Розкриваючи визначник, отримуємо характеристичне рівняння відносно ω^2 , з якого знаходимо ω^2_1, ω^2_2 :

$$(\omega^2 m_1 \delta_{11} - 1)(\omega^2 m_2 \delta_{22} - 1) - \omega^4 m_1 m_2 \delta_{12} \delta_{21} = 0;$$

$$\omega^4 m_1 m_2 \delta_{11} \delta_{22} - \omega^2 m_1 \delta_{11} - \omega^2 m_2 \delta_{22} + 1 - \omega^4 m_1 m_2 \delta_{12} \delta_{21} = 0;$$

$$\omega^4 (\delta_{11} \delta_{22} - \delta_{12} \delta_{21}) m_1 m_2 - \omega^2 (m_2 \delta_{22} + m_1 \delta_{11}) + 1 = 0;$$

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{m_2 \delta_{22} + m_1 \delta_{11} \mp \sqrt{(m_2 \delta_{22} + m_1 \delta_{11})^2 - 4(m_1 m_2 \delta_{11} \delta_{22} - m_1 m_2 \delta_{12}^2)}}{2(m_1 m_2 \delta_{11} \delta_{22} - m_1 m_2 \delta_{12}^2)};$$

$$\text{Визначили власні частоти: } \omega_1^2 = 15.38 \times 10^7 \text{ c}^{-2}, \omega_2^2 = 7.37 \times 10^8 \text{ c}^{-2}$$

$$\omega_1 = 12401 \text{ c}^{-1}, \omega_2 = 27148 \text{ c}^{-1}$$

Знаходимо власні форми коливань та перевіряємо умови ортогональності. Оскільки кожній частоті відповідає своя форма коливань, то розглянемо два можливих випадки, підставляючи до відповідної матриці значення знайдених двох частот та знайдемо W_{1i}, W_{2i}

$$\begin{bmatrix} (\omega_i^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega_i^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega_i^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega_i^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_{1i} \\ W_{2i} \end{Bmatrix} = 0$$

При $\omega_1 = 12401 \text{ c}^{-1}$ і нормованій $W_{1i} = 1$ отримаємо з розв'язку рівняння таку першу власну форму:

$$\begin{bmatrix} (\omega_1^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega_1^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega_1^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega_1^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_{11} \\ W_{21} \end{Bmatrix} = 0$$

$$W_{11} = 0,084$$

Тоді, перша форма коливань:

$$\{W\}_1 = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0,084 \end{Bmatrix}$$

Аналогічно при $\omega_2 = 27148 \text{ c}^{-1}$ і нормованій $W_{12} = 1$

$$\begin{bmatrix} (\omega_2^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega_2^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega_2^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega_2^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_{12} \\ W_{22} \end{Bmatrix} = 0$$

$$W_{21} = -0.765$$

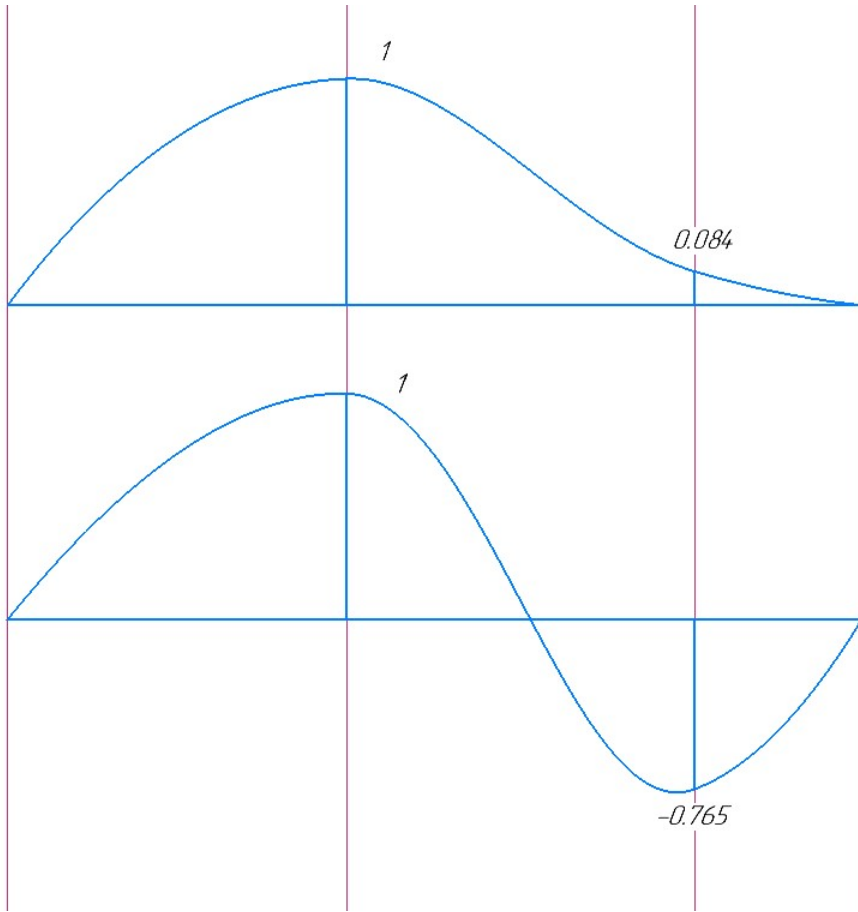
Тоді, друга форма коливань:

$$\{W\}_2 = \begin{Bmatrix} 1 \\ -0.765 \end{Bmatrix}$$

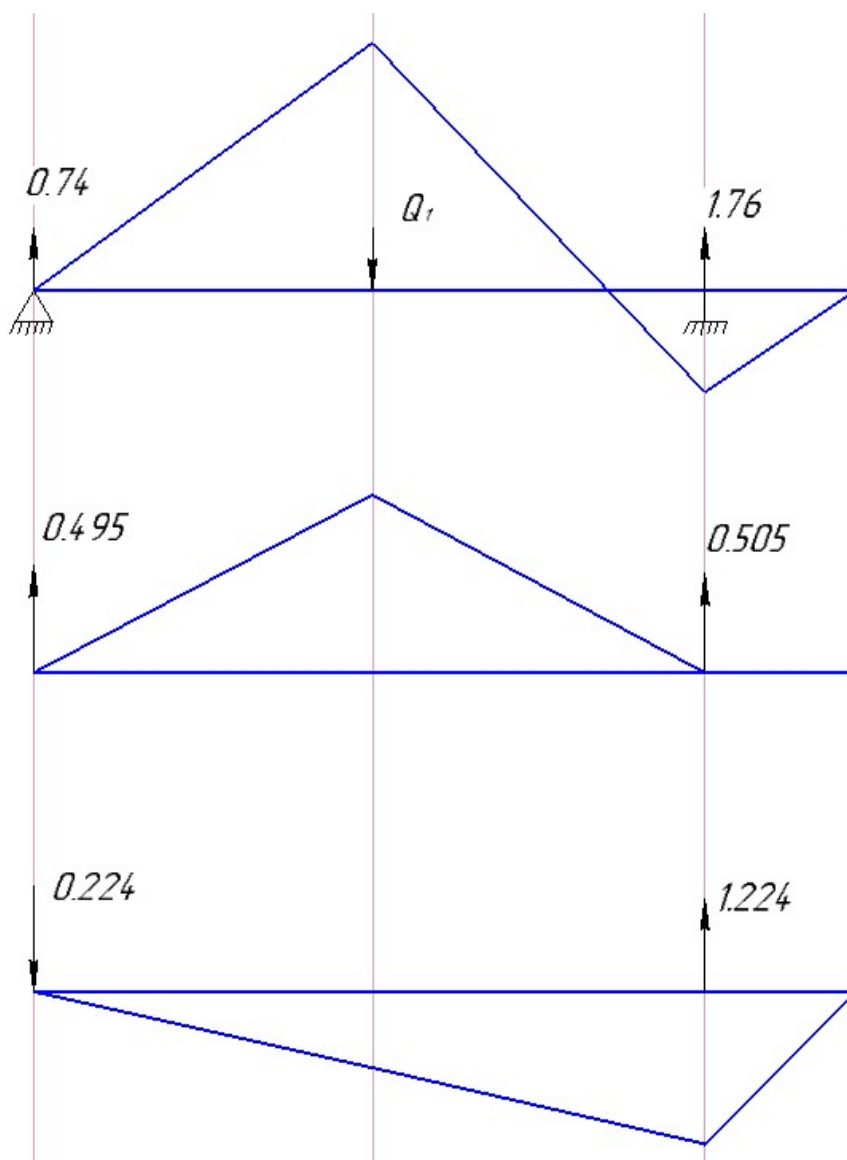
Оскільки однією з властивостей власних форм коливань є їх ортогональність, то перевіримо виконання цієї умови.

Перевірка умови ортогональності:

$$\begin{aligned} \{W\}_1^T [m] \{W\}_2 &= 0 \\ \{1 \quad 0,084\} \cdot \begin{bmatrix} 0.18 & 0 \\ 0 & 0.07 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ -0.765 \end{Bmatrix} &\approx 0 \end{aligned}$$



8.2. Метод Релея



$$\omega_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^2 P_i \cdot W_i}{\sum_{i=1}^2 m_i \cdot W_i^2}$$

$$P_i = m_i \cdot g, P_1 = 1.8, P_2 = 0.7$$

Значення W_i [м] знаходимо за допомогою методу Верещагіна.

$$W_1 = \frac{1}{EI} (0.5 \cdot 0.054 \cdot 0.039 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0.028 + 0.5 \cdot 0.0265 \cdot 0.039 \cdot 0.0233 - 0.5 \cdot 0.0265 \cdot 0.0168 \cdot 0.00467) = 2,58 \frac{1}{EI} = 3.067 \times 10^{-8} \text{ м}$$

$$W_2 = \frac{1}{EI} (-0.5 \cdot 0.054 \cdot 0.039 \cdot 0.0186 - 0.5 \cdot 0.0265 \cdot 0.039 \cdot 0.012 - 0.5 \cdot 0.0265 \cdot 0.039 \cdot 0.004 + 0.5 \cdot 0.0265 \cdot 0.0168 \cdot 0.012 + 0.5 \cdot 0.0265 \cdot 0.0168 \cdot 0.01 + 0.5 \cdot 0.024 \cdot 0.0168 \cdot 0.016) = 0,197 \frac{1}{EI} = 0.235 \times 10^{-8} \text{ м}$$

$$\omega_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^2 P_i \cdot W_i}{\sum_{i=1}^2 m_i \cdot W_i^2} = \frac{P_1 \cdot W_1 + P_2 \cdot W_2}{m_1 \cdot W_1^2 + m_2 \cdot W_2^2} =$$

$$= \frac{1.8 \cdot 3.067 \times 10^{-8} + 0.7 \cdot 0.235 \times 10^{-8}}{0.18 \cdot 3.067^2 \times 10^{-16} + 0.07 \cdot 0.235^2 \times 10^{-16}}$$

$$\omega_1^2 = 3,35 \cdot 10^8 \text{ с}^{-2}$$

$$\omega_1 = 18303 \text{ с}^{-1}$$

8.3. Визначення першої власної частоти методом Донкерлі

$$\frac{1}{\omega_1^2} = \frac{1}{(\omega_1')^2} + \frac{1}{(\omega_2')^2};$$

$$\frac{1}{(\omega_1')^2} = m_1 \delta_{11} = 5.997 \cdot 10^{-9}$$

$$\frac{1}{(\omega_2')^2} = m_2 \delta_{22} = 1.066 \cdot 10^{-9}$$

$$\frac{1}{\omega_1^2} = 7.06 \cdot 10^{-9}$$

$$\omega_1^2 = 1.415 \cdot 10^8 \text{ с}^{-2}, \omega_1 = 11895 \text{ с}^{-1},$$

Для порівняння, значення першої власної частоти згинних коливань:

- методом сил: $\omega_1 = 12401 \text{ с}^{-1}$
- методом Релея: $\omega_1 = 18303 \text{ с}^{-1}$
- методом Донкерлі: $\omega_1 = 11895 \text{ с}^{-1}$

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Проектирование электромеханического привода машины для исследований механических свойств материалов. Методические указания к курсовому проектированию по динамике и основам проектирования машин / Сост. Заховайко А.А. – К.: КПИ, 1988.
2. Проектування привода випробувальної машини. Методичні вказівки до курсового проектування з деталей машин / Укл. Ковальчук Б.І., Заховайко А.А. – К.: НТУУ "КПІ", 2004.
3. Павлице В.Т. Основы конструирования та розрахунок деталей машин: Підручник для вузів. – К.: Вища шк., 1993.
4. Дунаев П.Ф., Леликов О.П. Конструирование узлов и деталей машин. Изд. 6-е. – М.: Высшая школа, 2000.
5. Проектирование механических передач: Учебно-справ. пособие / Под реж С.А. Чернавского. Изд. 6-е. – М.: Машиностроение, 1984.
6. Киркач Н.Ф., Баласанян Р.А. Расчет и проектирование деталей машин. – Х.: Основа, 1991.
7. Детали машин. Атлас конструкций / Под ред. Д.Н. Решетова. Изд. 5-е в двух частях. – М.: Машиностроение, 1992.
8. Цехнович Л.И., Петриченко И.П. Атлас конструкций редукторов. – К.: Вища шк., 1990.
9. Дьяченко С.К., Столбовой С.В. Детали машин. Атлас конструкций. – К.: Техніка, 1984.
10. Профільювання циліндричного евольвентного зачеплення з використанням персональної ЕОМ. Методичні вказівки до курсового проекту з дисципліни "Теорія механізмів і машин" для студентів спеціальності "Динаміка і міцність машин" / Укл.: О.П.Заховайко, О.Б.Овсієнко, О.М.Протащук та ін.- К.: НТУУ "КПІ", 2000. – 40 с.
11. Чемерис О.М. Методичні вказівки до розв'язування задач симетричного згину круглих пластин з дисципліни "Будівельна механіка машин" для студентів спеціальності ДММ. – К.: КПІ, 1992.
12. Лурье А.И. Теория упругости. – М.: Наука, 1970.
13. Рекач В.Г. Руководство к решению задач по теории упругости. – М.: Высшая школа, 1966.
14. Колтунов М.А., Васильев Ю.Н., Черных В.А. Прочность цилиндрических тел.
15. Мусхелишвили Некоторые основные задачи математической теории упругости. – М.: Наука, 1966. – 707с.
16. Савин Г.Н. Концентрация напряжений около отверстий. – М.: Гостехиздат, 1951. – 468с.
17. Арутюнян, Абрамян Кручение упругих тел. – М.: Физматлит, 1963. – 686с.
18. Новацкий Теория упругости. – М.: Мир, 1975.
19. Уфлянд Я.С. Интегральные преобразования в теории упругости. – М.: Изд-во АН СССР, 1963. - 367с.
20. Коваленко А.Д. Основы термоупругости. – Киев: Наукова думка, 1970. – 305с.
21. Коренев В.Г. Задачи теории теплопроводности и термоупругости. – М.: Наука, 1980.

22. Опір матеріалів / Підручник. Під ред. Г.С.Писаренка. К.: Вища школа, 1993. – 655 с.
23. Биргер И.А., Шорр Б.Ф., Иосилевич Г.Б. Расчет на прочность деталей машин: Справочник. 3-е изд., перераб. доп. – М.: Машиностроение, 1979. – 702 с.
24. Иванов М.Н., Детали машин. Учеб. для машиностр. спец. вузов. 4-е изд., перераб. – М.: Высш. шк., 1984. – 336 с.
25. Курсовое проектирование деталей машин / В.Н.Кудрявцев, Ю.А.Державец, И.И.Арефьев и др.; Под общ. Ред. В.Н.Кудрявцева: Учебное пособие для студентов машиностроительных специальностей вузов. – Л.: Машиностроение, 1984. – 400 с.
26. Писаренко Г.С., Лебедев А.А. Деформирование и прочность материалов при сложном напряженном состоянии. – К.: Наук. думка, 1976. – 416 с.
27. Рудаков К.М. FEMAP. Геометричне та скінченно-елементне моделювання конструкцій для розрахунків у MSC.Nastran: Посібник. – К.: НТУУ „КПІ”, 2005. – 210 с. (ел. версія)