

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»**

**Навчально-науковий механіко-машинобудівний інститут
Кафедра динаміки і міцності машин та опору матеріалів**

До захисту допущено:

Завідувач кафедри

_____ Сергій ПИСКУНОВ
(підпис)

«___» _____ 2022 р.

**Дипломна робота
на здобуття ступеня бакалавра
за освітньо-професійною програмою «Динаміка і міцність машин»
спеціальності 131 «Прикладна механіка»
на тему: «Розробка та удосконалення конструктивних елементів та
вузлів установки УМЕ-10Т для випробувань в умовах статичного і
циклічних навантажень матеріалів розтягом-стиском»**

Виконав: студент (-ка) IV курсу групи МП-81 Охрімчук Олександр Сергійович

(підпис)

Керівник: д.т.н., проф. Кривов Георгій Олексійович

(підпис)

Консультант з деталей машин: к.т.н., доц. Лавренко Ярослав Іванович

(підпис)

Консультант з теорії мех. і машин: к.т.н., доц. Заховайко Олександр Панасович

(підпис)

Консультант з будівельної механіки: д.т.н., проф. Пискунов Сергій Олегович

(підпис)

Консультант з теорії пружності: д.т.н., проф. Бабенко Андрій Єлісейович

(підпис)

Консультант з чисельних методів: д.т.н., проф. Рудаков Костянтин
Миколайович _____

(підпис)

Консультант з теорії коливань: д.т.н., проф. Боронко Олег Олександрович

(підпис)

Рецензент: д.т.н., проф. Данильченко Юрій Михайлович

(підпис)

Засвідчую, що у цій дипломній роботі немає
запозичень з праць інших авторів без
відповідних посилань.

Студент (-ка) _____
(підпис)

Київ – 2022 рік

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
Навчально-науковий механіко-машинобудівний інститут
Кафедра динаміки і міцності машин та опору матеріалів

Рівень вищої освіти – перший (бакалаврський)

Спеціальність – 131 «Прикладна механіка»

Освітньо-професійна програма «Динаміка і міцність машин»

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

_____ Сергій ПИСКУНОВ
(підпис)

«___» _____ 2022 р.

ЗАВДАННЯ

на дипломну роботу студенту

Охрімчуку Олександру Сергійовичу

1. Тема роботи «Розробка та удосконалення конструктивних елементів та вузлів установки УМЕ-10Т для випробувань в умовах статичного і циклічних навантажень матеріалів розтягом-стиском», керівник роботи Кривов Георгій Олексійович, д.т.н., проф., затверджені наказом по університету від 07.06.2022 р. № 923-с.
2. Термін подання студентом роботи 10.06.2022 р.
3. Вихідні дані до роботи Установка УМЕ-10Т для випробувань в умовах статичного і циклічних навантажень матеріалів розтягом-стиском, Максимальний крутний момент – 120 кН, кутова швидкість захвата – 5 мм/хв.
4. Зміст роботи Вибір двигуна, розрахунок і проектування передач та валів редуктора, проектування корегованого евольвентного зачеплення, розрахунок круглої ступінчатої пластини, розв'язання вісесиметричної задачі методами теорії пружності, розрахунок деформованого стану випробувального зразка, визначення власних частот та відповідних власних форм коливань вала, оригінальна частина.
5. Перелік ілюстративного матеріалу (із зазначенням презентацій тощо) 8 слайдів у презентації, записка містить 87 сторінок, 27 ілюстрації, 9 таблиці, додаток та 17 джерел використаної літератури.

6. Консультанти розділів роботи

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв
Деталі машин	Лавренко Я.І., доц.		
Теорія механізмів і машин	Заховайко О.П., доц..		
Будівельна механіка	Пискунов С.О., проф.		
Теорія пружності	Бабенко. А.Є., проф.		
Чисельні методи	Рудаков К.М., проф.		
Теорія коливань	Боронко О.О., проф.		

7. Дата видачі завдання 01.10.2021 р.

Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання дипломної роботи	Термін виконання етапів роботи	Примітка
1	Огляд літератури	01.12.2021 р.	
2	Виконання 1-2 розділів	01.02.2022 р.	
3	Виконання 3-4 розділів	01.04.2022 р.	
4	Виконання 5-7 розділів	01.06.2022 р.	
5	Передзахист	08.06.2022 р.	
6	Захист дипломної роботи	20.06.2022 р.	

Студент _____

Олександр ОХРІМЧУК

Керівник _____

Георгій КРИВОВ

Анотація

Дана бакалаврська робота присвячена модифікації привода випробувальної установки УМЕ-10Т для випробувань в умовах статичного і циклічних навантажень матеріалів розтягом-стиском.

В даній роботі проведено модифікацію приводу і редуктора установки шляхом вибору оптимальних вузлів та умов роботи. Спроектвані усі елементи приводу, за показниками якості зачеплення з використанням програмного забезпечення було оптимізовано зубчасту передачу для підвищення її ефективності. Пливу, на якій фіксується дана установка було розраховано на міцність і жорсткість. Методами теорії пружності проведено розрахунки напружено-деформованого стану плоского зразка з тріщиною. За допомогою методу скінченних елементів та програмного комплексу Ansys Mechanical досліджено напружено-деформований стан тонкостінного зразка для випробувань на розтяг. З використанням методів теорії коливань визначено власні частоти та форми коливань проміжного валу редуктора.

Записка містить 87 сторінок, 27 рисунки, 9 таблиці, додаток.

Ключові слова: *випробувальна установка, редуктора, кінематична схема, циліндрична передача, черв'ячна передача, розрахунок валів, підшипники, зразок, напружено-деформований стан, опорна плита, коливання, власні частоти, власні форми.*

Робота складається з текстової та графічної частини, містить додаток зі специфікаціями до креслень.

Annotation

This bachelor's thesis is devoted to the modification of the drive of the test unit UME-10T for testing under static and cyclic loads of materials by tensile-compression.

In this paper, the modification of the drive and gearbox installation by selecting the optimal components and operating conditions. All elements of the drive have been designed, the gearing has been optimized according to the indicators of gear quality with the use of software to increase its efficiency. The plate on which this installation is fixed was designed for strength and rigidity. The methods of the theory of elasticity were used to calculate the stress-strain state of a flat sample with a crack. The stress-strain state of a thin-walled sample for tensile tests was investigated using the finite element method and the Ansys Mechanical software package. Using the methods of oscillation theory, the natural frequencies and forms of oscillations of the intermediate shaft of the gearbox are determined.

The note contains 87 pages, 27 figures, 9 tables, appendix.

Keywords: *test setup, reducer, kinematic scheme, cylindrical transmission, worm gear, calculation of shafts, substrates, sample, stress-strain state, base plate, oscillations, normal modes.*

The work consists of a text and graphic part, contains an application with drawings' specifications.

ЗМІСТ

<u>1. ПРОЕКТУВАННЯ І РОЗРАХУНОК ПРИВОДА ВИПРОБУВАЛЬНОЇ</u> <u>УСТАНОВКИ УМЕ-10Т</u>	10
<u>1.1. Опис прототипу та кінематична схема привода</u>	10
<u>1.2. Вибір двигуна</u>	12
<u>1.3. Кінематичний і силовий розрахунок привода</u>	13
<u>1.4. Розрахунок передачі гвинт-гайка</u>	15
<u>1.4.1. Вибір матеріалів</u>	15
<u>1.4.2. Проектний розрахунок передачі гвинт-гайка</u>	16
<u>1.4.3. Перевірний розрахунок передачі на стійкість проти спрацювання</u> <u>витків</u>	17
<u>1.4.4. Перевірка гвинта на міцність</u>	17
<u>1.4.5. Перевірка гвинта на стійкість</u>	18
<u>1.4.6. Перевірка гвинта на зріз</u>	18
<u>1.4.7. Визначення розмірів гайки</u>	19
<u>1.4.8. Визначення ККД передачі</u>	19
<u>1.5. Розрахунок черв'ячних передач</u>	20
<u>1.5.1. Розрахунок черв'ячної передачі (однозахідна)</u>	20
<u>1.5.1.1. Параметри навантаження черв'ячної передачі</u>	21
<u>1.5.1.2. Матеріали для виготовлення черв'яка та черв'ячного колеса</u>	21
<u>1.5.1.3. Допустимі напруження на контакту втому</u>	21
<u>1.5.1.4. Проектний розрахунок черв'ячної передачі</u>	22
<u>1.5.1.5. Попередні значення деяких параметрів передачі</u>	23
<u>1.5.1.6. Розрахунок зубців черв'ячного колеса на контактну</u> <u>витривалість</u>	24
<u>1.5.1.7. Розрахунок активних поверхонь зубців черв'ячного колеса на</u> <u>контактну міцність під дією максимального навантаження</u>	24
<u>1.5.1.8. Розрахунок зубців черв'ячного колеса на міцність при згині</u>	25
<u>1.5.1.9. Перевірка на міцність зубців при згині, при максимальному</u> <u>навантаженні</u>	25
<u>1.5.1.10. Розрахунок параметрів черв'ячної передачі</u>	26
<u>1.5.1.11. Розрахунок сил у зачепленні передачі</u>	27
<u>1.5.1.12. ККД черв'ячної передачі</u>	27
<u>1.5.1.13. Перевірка черв'яка на жорсткість</u>	27
<u>1.5.1. Розрахунок черв'ячної передачі (двозахідна)</u>	28

1.5.2.2. Параметри навантаження черв'ячної передачі.....	29
1.5.2.3 Матеріали для виготовлення черв'яка та черв'ячного колеса.....	29
1.5.2.4. Допустимі напруження на контакту втому	29
1.5.2.5. Проектний розрахунок черв'ячної передачі.....	30
1.5.2.6. Попередні значення деяких параметрів передачі	31
1.5.2.7. Розрахунок зубців чурв'ячного колеса на контактну витривалість	32
1.5.2.8. Розрахунок активних поверхонь зубців чурв'ячного колеса на контактну міцність під дією максимального навантаження.....	32
1.5.2.9. Розрахунок зубців черв'ячного колеса на міцність при згині.....	33
1.5.2.11. Розрахунок параметрів черв'ячної передачі	34
1.5.2.12. Розрахунок сил у зачепленні передачі	35
1.5.2.123. ККД черв'ячної передачі.....	35
1.5.2.14. Перевірка черв'яка на жорсткість	35
1.6. Розрахунок вхідного вала	36
1.6.1. Проектний розрахунок і конструювання вхідного вала	36
1.7. Розрахунок проміжного вала	37
1.7.1. Проектний розрахунок і конструювання вала.....	37
1.7.2. Перевірка статичної міцності вала	38
1.7.3. Розрахунок вала на втомну міцність	40
1.7.4. Розрахунок вала на жорсткість	41
1.8. Розрахунок вхідного вала	42
1.8.1. Проектний розрахунок і конструювання вхідного вала	42
1.9. Підбір і перевірка на роботоздатність підшипників на проміжному валу редуктора	43
1.10. Визначення кількості і сорту мастила	43
2. Проектування корегованого евольвентного зачеплення зубчастих коліс... 45	
2.1. Мета проведення корегування.....	45
2.2. Показники якості зачеплення	45
2.3. Розрахунок некорегованої передачі.....	46
2.4. Розрахунок корегованої передачі.....	48
2.5. Висновок.....	54
3. Розрахунок вісесиметричної пластини на міцність та жорсткість.....	55
3.1. Обчислення реакції в опорі.....	55

3.2. Знаходження характеристик ділянок.....	55
3.3. Перший розрахунок.....	57
3.4. Другий розрахунок	57
3.5. Урахування граничної умови на зовнішньому контурі пластини	58
3.6. Визначення повних векторів стану для ділянок з урахуванням константи C	58
3.7. Визначення колових згинаючих моментів.....	58
3.8. Визначення допустимого навантаження	59
3.7. Визначення перерміщень	59
4. Розрахунок конструкційного елемента методами теорії пружності.....	61
4.1. Вибір зразка.....	61
4.2.Розв'язок методами теорії пружності	62
5. Проектування випробувального зразка та проведення чисельного розрахунку його напружено-деформованого стану	67
5.1. Вибір типу зразка та його конструювання.....	67
5.2. Постановка крайової задачі	69
5.3. Метод розв'язування крайової задачі лінійної пружності.....	70
5.4. Розрахункова схема	72
5.5. Результати розрахунків	73
6. РОЗРАХУНОК ВЛАСНИХ ЧАСТОТ ТА ФОРМ КОЛИВАНЬ ПРОМІЖНОГО ВАЛУ	77
6.1. Визначення власних крутильних частот	77
6.2. Визначення власних згинальних частот методом сил	81
6.3. Визначення першої власної частоти методом Релея.....	81
6.4. Визначення першої власної частоти методом Донкерлі.....	86
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ.....	87
ДОДАТКИ.....	88

1.Проектування і розрахунок привода випробувальної установки

УМЕ-10Т

1.1. Опис прототипу та кінематична схема привода

Універсальна випробувальна машина УМЕ-10Т призначена для статичних і циклічних випробувань розтягуванням-стисненням або вигином при одночасній реєстрації діаграми деформування. На машині можливі випробування металевих і пластмасових зразків при підвищених температурах

Основа 1, колони 2 і верхня траверса 3 складають жорстку раму машини. На верхній траверсі закріплено динамометр 4, що являє собою пустотілий циліндр з наклеєними датчиками опору.

Захват 5 призначений для циліндричних зразків з головками. Динамометр 4 і нижній захват 5 центруються при зборці машини. Їх положення фіксується штифтами, що забезпечують точне центрування зразка.

Для випробування матеріалів, схильних до крихкого руйнування, встановлюється динамометр з пружними штифтами, придатними тільки для випробувань на розтяг.

Навантаження на зразок передається від захвату, що кріпиться на столі 6. Стіл переміщується по направляючих втулках 7 вздовж колон за допомогою ходового гвинта 8.

При робочому ході гвинту надаються поступальні переміщення від черв'ячної передачі 9, розташованої в основі за редуктором.

Команди на реверс поступають від безконтактних кінцевих вимикачів 12.

Нижче показана схема привода, та редуктора який потрібно розрахувати і спроектувати рис.1.1.

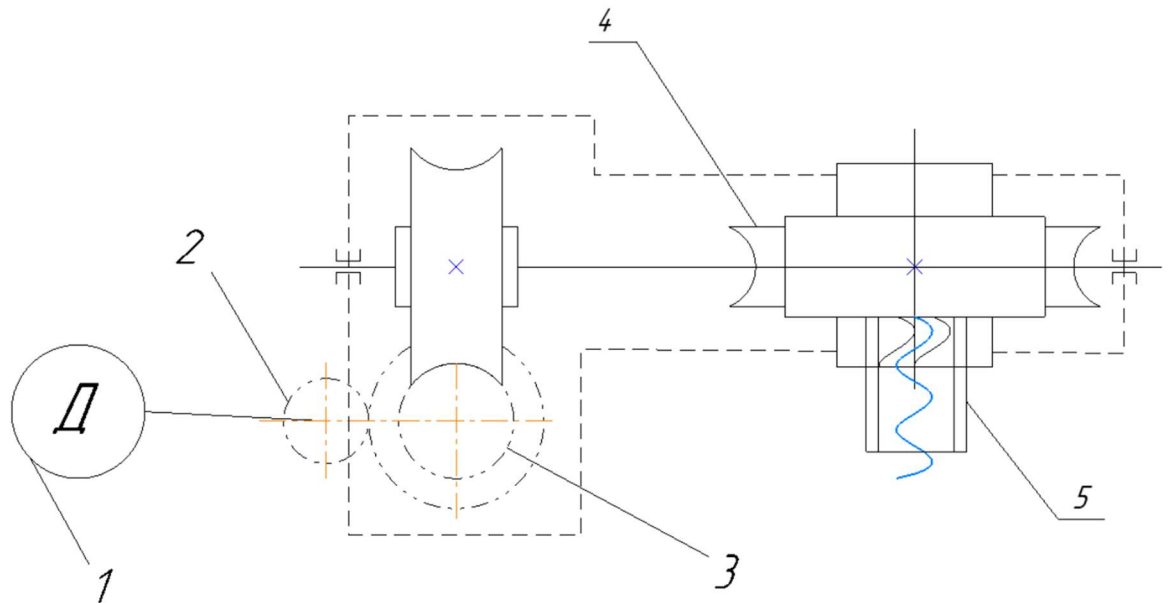


Рис.1.1 Кінематична схема приводу: 1- двигун, 2 – циліндрична косозуба передача; 4 – перша черв'ячна передача; 5 – друга черв'ячна передача; 5 – ГВИНТ.

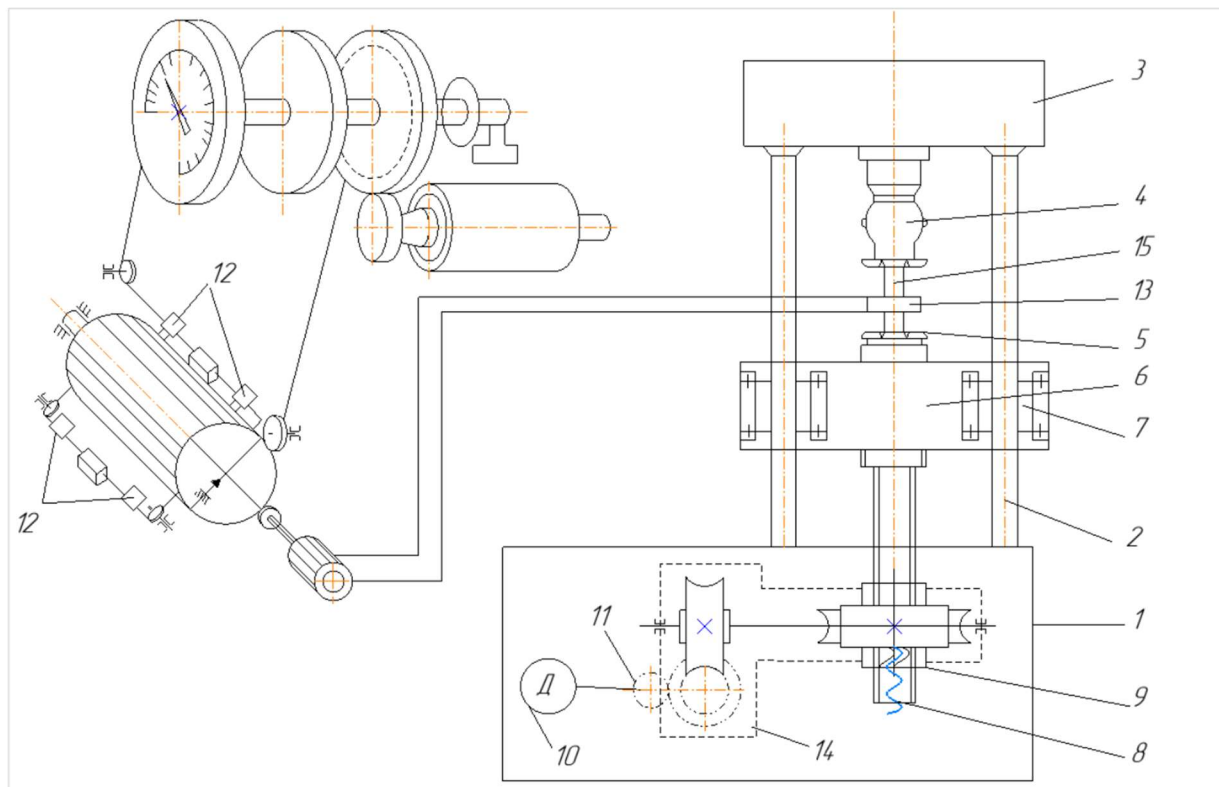


Рис. 1.2 установки: 1 – основа; 2 – колона; 3 – верхня траверса; 4 – динамометр; 5 – нижній захват; 6 – стіл; 7 – напрямні втулки; 8- ходовий гвинт; 9 – гайка с насадженим черв'яком, 10 – двигун, 11-жорстка муфта 12-безконтактний кінцевий вимикач, 13-тензометр, 14- редуктор, 15-зразок

1.2 Вибір двигуна

Розраховуємо номінальну потужність на валу двигуна:

$$P_H = F \cdot V = 120000 \cdot 5 \cdot 10^{-3} / 60 = 10 \text{ Вт};$$

Знайдемо ККД редуктора:

$$\eta = \eta_1 \eta_2 \eta_3 \eta_4 \eta_5^k, \text{ де:}$$

η_1 – ККД косозубої циліндричної передачі

η_2 – ККД черв'ячної передачі 1 західної

η_3 – ККД черв'ячної передачі 2 західної

η_4 – ККД передачі гвинт-гайка

η_5 – ККД однієї пари підшипників

k – кількість пар підшипників

$$\eta = 0,94 \cdot 0,7 \cdot 0,75 \cdot 0,5 \cdot 0,970 = 0,239;$$

Визначаємо загальне орієнтовне передатне відношення привода:

$$i = i'_1 i'_2 i'_3, \text{ де}$$

i'_1 – орієнтовне передатне відношення косозубої циліндричної передачі

i'_2 – орієнтовне передатне відношення черв'ячної передачі 1 західної

i'_3 – орієнтовне передатне відношення черв'ячної передачі 2 західної

$$i = 3 \cdot 45 \cdot 20 = 2700;$$

Орієнтовна частота обертання валу двигуна

$$n'_{\text{дв}} = n i';$$

$$n = V / p z = 5 / (10 \cdot 1) = 0,5;$$

$$n'_{\text{дв}} = 2700 \cdot 0,5 = 1350 \text{ хв}^{-1};$$

$$P_1 = 10 / 0,239 = 41,767 \text{ Вт};$$

Приймаємо електродвигун 4А50В4У3 з параметрами:

$$P = 90 \text{ Вт}; n = 1370 \text{ хв}^{-1}. [1]$$

1.3. Кінематичний і силовий розрахунок привода

Обравши двигун уточнимо загальне передатне відношення привода

$$i = \frac{n_{\text{дв}}}{n} = \frac{1370}{0,5} = 2740$$

Обчислимо розбивку між окремими передачами, так щоб

$$i = i_1 i_2 i_3$$

i_1 – передатне відношення косозубої циліндричної передачі

i_2 – передатне відношення черв'ячної передачі 1 західної

i_3 – передатне відношення черв'ячної передачі 2 західної

Визначаємо кутові швидкості усіх валів привода:

$$\omega_1 = \omega_{\text{дв}} = \frac{\pi n}{30} = \frac{3,14 * 1370}{30} = 143,4 \text{ с}^{-1};$$

$$\omega_2 = \frac{\omega_1}{i_1} = \frac{143,4}{3} = 47,8 \text{ с}^{-1};$$

$$\omega_3 = \frac{\omega_2}{i_2} = \frac{47,8}{45} = 1,06 \text{ с}^{-1};$$

$$\omega_4 = \frac{\omega_3}{i_3} = \frac{1,06}{20} = 0,05 \text{ с}^{-1}$$

Знайдемо потужності:

$$P_k = P_{k-1} \eta_{k-1};$$

$$P_1 = 90 \text{ Вт};$$

$$P_2 = P_1 \eta_1 = 90 * 0,94 = 84,6 \text{ Вт};$$

$$P_3 = P_2 \eta_2 = 84,6 * 0,7 = 59,2 \text{ Вт};$$

$$P_4 = P_3 \eta_3 = 59,2 * 0,75 = 44,4 \text{ Вт}$$

Знайдемо крутні моменти:

$$T_1 = \frac{P_1}{\omega_1} = \frac{90}{143,39} = 0,63 \text{ Н * м};$$

$$T_2 = \frac{P_2}{\omega_2} = \frac{84,6}{47,8} = 1,77 \text{ Н * м};$$

$$T_3 = \frac{P_3}{\omega_3} = \frac{59,2}{1,06} = 55,75 \text{ Н * м};$$

$$T_4 = \frac{P_4}{\omega_4} = \frac{44,4}{0,05} = 836,3 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

Кінематичні та силові характеристики привода наведені в таблиці 1.1.

Таблиця 1.1 Кінематичні та силові характеристики привода

	Вали			
	I	II	III	IV
Передачі	Косозуба циліндрична	Черв'ячна 1 західна	Черв'ячна 2 західна	
η	0,94	0,7	0,75	
i	3	45	20	
$\omega, \text{с}^{-1}$	143,4	47,8	1,06	0,05
$n, \text{об/хв}$	1370	456.66	10.148	0.507
$T, \text{Н} \cdot \text{м}$	0,62	1,77	55,75	836,30
$P, \text{Вт}$	90	84,6	59,22	44,42

1.4. РОЗРАХУНОК ПРЕДАЧІ ГВИНТ-ГАЙКА

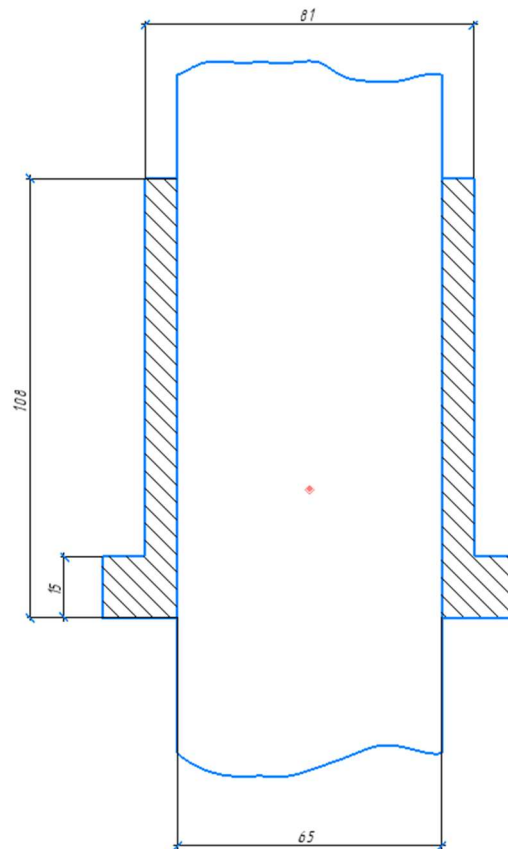


Рис. 1.4.1 Ескіз передачі гвинт-гайка

1.4.1. Вибір матеріалу

Вибираємо такі матеріали:

Гвинт: Сталь 40Х, $\sigma_B=980$ МПа, $\sigma_T=785$ МПа, $E=2,1 \cdot 10^5$

Гайка: БрО10Ф1, $\sigma_B=245$ МПа, $\sigma_T=140$ МПа, $E=1,0 \cdot 10^5$

1.4.2. Проектний розрахунок передачі гвинт-гайка

З умови стійкості різьби проти спрацювання середній діаметр різьби гвинта

$$d_2 \geq \sqrt{\frac{F_a}{\pi \cdot \psi_H \cdot \psi_h \cdot [p]}}, \text{ мм}$$

де F_a – осьове навантаження

$\psi_H = H/d_2$ – коефіцієнт висоти гайки, який для нероз'ємної гайки = 1,2...2,0;

$\psi_h = h/P$ – коефіцієнт висоти робочого профілю різьби (h – висота робочого профілю різьби, P – крок різьби), який для трапецеїдальної різьби = 0,5;

$[p]$ – допустимий тиск між робочими поверхнями різьби гвинта і гайки.
Для пари загартована сталь – бронза $[p]=(12...15)$ МПа.

Приймаючи $\psi_H=1,8$; $[p]=12$ МПа, одержимо:

$$d_2 \geq \sqrt{\frac{120000}{3,14 \cdot 1,5 \cdot 0,5 \cdot 12}} = 59,47 \text{ мм.}$$

За ГОСТ 24737-81 підбираємо:

Для гвинта: середній діаметр $d_2=60$ мм; зовнішній діаметр $d=65$ мм; внутрішній діаметр $d_1=55$ мм; крок $P=10$ мм; висота робочого профілю $h=5$ мм.

Для гайки: зовнішній діаметр $d'=81$ мм; внутрішній діаметр $d'_1=66$ мм.

Висота гайки

$$H=\psi_H \cdot d_2=1,8 \cdot 60=108 \text{ мм.}$$

Число витків у гайці

$$z_B = \frac{H}{P} = \frac{108}{10} = 10,8 \text{ витка.}$$

$$z_B < z_{\max} = 12.$$

Кут підйому витків різьби

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{P}{\pi \cdot d_2} = \frac{10}{3,14 \cdot 60} = 0,05305; \psi = 3,03679^\circ.$$

Зведений кут тертя у різьбі при коефіцієнті тертя $f=0,1$ для змащених сталевих деталей та куті нахилу робочої сторони профілю різьби $\delta=15^\circ$

$$\operatorname{tg} \varphi' = \frac{f}{\cos \delta} = \frac{0,1}{\cos 15^\circ} = 0,10353; \varphi' = 5,91^\circ.$$

Оскільки $\varphi' > \psi$, умова самогальмування різьбової пари виконується.

1.4.3. Перевірний розрахунок передачі на стійкість проти спрацювання витків

Розрахунковий тиск:

$$p = \frac{F_a}{\pi \cdot d_2 \cdot h \cdot z_B} = \frac{120000}{3,14 \cdot 60 \cdot 5 \cdot 10,8} = 11,7893 \text{ МПа.}$$

Стійкість витків проти спрацювання забезпечується, оскільки $p=11,7893 < [p]=12$ МПа.

1.4.4. Перевірка гвинта на міцність

крутний момент, що виникає від дії пари сил тертя в різьбі

$$T_p = \frac{1}{2} F_a \cdot d_2 \cdot \operatorname{tg}(\psi - \varphi') = 566.798 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

Умова міцності згідно з IV теорією міцності

$$\sigma_{\text{екв}} = \sqrt{\sigma^2 + 3 \cdot \tau^2} \leq [\sigma], \text{ МПа}$$

де $\sigma = 4 \cdot F_a / \pi \cdot d_1^2 = 5.87728 \text{ Па}$ – нормальне напруження в тілі гвинта від дії осьової сили;

$\tau = 16 \cdot T_p / \pi \cdot d_1^3 = 1.7 \cdot 10^7 \text{ Па}$ – максимальне дотичне напруження від дії крутного моменту.

Для сталі 40Х

$$[\sigma] = \frac{800}{2} = 400 \text{ МПа}.$$

Оскільки $\sigma < [\sigma] = 400 \text{ МПа}$, то статична міцність гвинта забезпечується.

1.4.5. Перевірка гвинта на стійкість

Гнучкість гвинта

$$\lambda = \frac{v \cdot l}{i_{\min}},$$

v – коефіцієнт зведення довжини, що залежить від умов закріплення гвинта;

l – розрахункова довжина гвинта;

$i_{\min}$ – мінімальний радіус інерції поперечного перерізу гвинта.

$$v = 0,7.$$

Розрахункову довжину гвинта приймемо рівною

$$l = 0,8 \text{ м}.$$

Зведений момент інерції перерізу гвинта

$$I_{\text{зв}} = \frac{\pi \cdot d_1^4}{64} \left(0,4 + 0,6 \frac{d}{d_1} \right) = \frac{3,14 \cdot 55^4}{64} \left(0,4 + 0,6 \frac{65}{55} \right) = 497929 \text{ мм}^4.$$

Мінімальний радіус інерції

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{4 \cdot I_{3B}}{\pi \cdot d_1^2}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 497929}{3,14 \cdot 55^2}} = 14.4769 \text{ мм.}$$

Гнучкість гвинта

$$\lambda = \frac{0,7 \cdot 0,8}{14.4769 \cdot 10^{-3}} = 38.6823.$$

Гранична гнучкість стержня із сталі 40Х

$$\lambda_{\text{гр}} = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_{\text{шц}}}} = 3,14 \sqrt{\frac{2,1 \cdot 10^5}{600}} = 59.$$

Оскільки $\lambda < \lambda_{\text{гр}}$, то критичну силу можна визначити за формулою Ясинського

$$F_{\text{кр}} = \frac{\pi \cdot d_1^2}{4} (a - \lambda \cdot b), \text{ Н}$$

де a, b – сталі матеріалу $a=345 \text{ Н/мм}^2$, $b=1,24 \text{ Н/мм}^2$;

$$F_{\text{кр}} = 3287533 \text{ Н.}$$

Коефіцієнт запасу

$$s_{\text{ст}} = \frac{F_{\text{кр}}}{F_a} = \frac{3287533}{120000} = 27.3961.$$

Оскільки $s_{\text{ст}} > [s]_{\text{ст}} = 4$, то умова стійкості гвинта виконується.

1.4.6. Перевірка витків гайки на зріз

Міцність витків гайки перевіряють за напруженням зрізу

$$\tau_{\text{зр}} = \frac{F_a}{\pi \cdot d \cdot k \cdot H} \leq [\tau]_{\text{зр}} = \frac{12000}{3,14 \cdot 65 \cdot 0,65 \cdot 108} = 0.83753 \text{ МПа} \leq [\tau]_{\text{зр}},$$

d – зовнішній номінальний діаметр різьби гвинта, мм;

k – коефіцієнт повноти різьби $k=0,65$, для трапецеїдальної різьби;

H – висота гайки, мм.

Для гайки із бронзи $[\tau]_{\text{зр}} = 25 \text{ МПа}$.

$$\tau_{\text{зр}} = \frac{75 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 60 \cdot 0,65 \cdot 85} = 7,2 \text{ МПа} \leq [\tau]_{\text{зр}}.$$

Оскільки $\tau_{\text{зр}} < [\tau]_{\text{зр}} = 25 \text{ МПа}$, то умова міцності витків на зріз виконується.

1.4.7. Визначення розмірів гайки

Зовнішній діаметр гайки знаходять з умови міцності корпусу гайки на розтяг з урахуванням за допомогою коефіцієнта $\beta=1,3$ впливу закручування гайки моментом пари сил тертя в різьбі.

Допустимі напруження на розтяг для бронзи

$$[\sigma] = \frac{\sigma_T}{s} = \frac{140}{1,5} = 93,3 \text{ МПа.}$$

Зовнішній діаметр гайки

$$D \geq \sqrt{\frac{4 \cdot \beta \cdot F_a}{\pi \cdot [\sigma]} + (d')^2} = \sqrt{\frac{4 \cdot 1,3 \cdot 120000}{3,14 \cdot 93,3} + 65^2} = 80,53 \text{ мм.}$$

Приймаємо $D=81$ мм.

Діаметр фланця знаходять з умови міцності на зминання його опорної поверхні. Допустиме напруження для пари бронза-сталь $[\sigma]_{зм}=40$ МПа

$$D_{\phi} \geq \sqrt{\frac{4 \cdot F_a}{\pi \cdot [\sigma]_{зм}} + D^2} = \sqrt{\frac{4 \cdot 120000}{3,14 \cdot 40} + 81^2} = 101,895 \text{ мм.}$$

Приймаємо діаметр фланця рівним $D_{\phi}=102$ мм.

$$\delta = (0,25 \dots 0,30) H, \text{ мм.}$$

Приймаємо $\delta=0,25 \cdot H=0,25 \cdot 108=27$ мм

Перевіряємо фланець на зріз

$$\tau_{зр} = \frac{F_a}{\pi \cdot D \cdot \delta} = \frac{120000}{3,14 \cdot 80 \cdot 27} = 21,7758 \text{ МПа} < [\tau]_{зр} = 25 \text{ МПа.}$$

1.4.8. Визначення ККД передачі

$$\eta_{г-г} = 0,95 \frac{\operatorname{tg} \psi}{\operatorname{tg}(\psi + \varphi')} = \frac{0,95 \cdot 0,05305}{(0,053 + 0,10316)} = 0,32011.$$

1.5. Розрахунок черв'ячних передач

1.5.1. Розрахунок черв'ячної передачі (одно західна)

Ескіз передачі наведено на Рис. 1.5.1

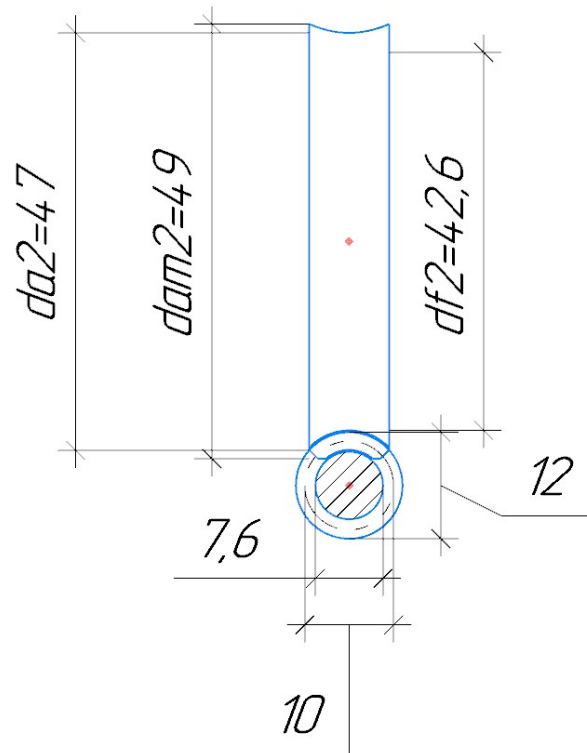


Рис. 1.5.1 Ескіз черв'ячної передачі

Вихідні дані:

Обертний момент на валу черв'яка: $T = 0,628 \text{ Н} \cdot \text{м}$

Обертний момент на валу колеса: $T = 1,77 \text{ Н} \cdot \text{м}$

Кутова швидкість: $\omega = 143,393 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$

Передатне відношення: $i = 45$

Архімедовий черв'як, передача реверсивна, режим навантаження – легкий, перевантаження – 150%, $h=10000$ год.

1.5.1.1 Параметри навантаження черв'ячної передачі

Кутова швидкість веденого вала:

$$\omega = 47,798 \text{ рад/с}$$

Під час коротко часового перевантаження максимальний момент на веденому валу:

$$T_{2max} = 1.5 \cdot T = 2,65 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

Визначимо орієнтовну швидкість ковзання в зачепленні:

$$V_s = \frac{4 \cdot \omega}{10^3} \cdot \sqrt[3]{T} = 0,694 \text{ м/с}$$

Сумарне число циклів навантаження зубців колеса за строк служби:

$$N_{\Sigma 2} = 1800 \cdot \frac{\omega}{\pi} \cdot h = 274000000$$

Для середнього нормального режиму навантаження при коефіцієнті інтенсивності $K_{FE} = 0.01$ еквівалентне число циклів навантаження зубців:

$$N_{FE} = K_{FE} N_{\Sigma 2} = 274E + 04$$

1.5.1.2 Матеріали для виготовлення черв'яка і черв'ячного колеса

Для черв'яка беремо леговану сталь 40 X, термообробка – гартування із відпусканням, твердість HRC 45. Робочі поверхні витків шліфовані.

Для черв'ячного колеса при $V_s = 0,69381418 \text{ м/с}$ вибираємо бронзу БРА9Ж3А $\sigma_B = 500 \text{ МПа}$, $\sigma_T = 230 \text{ МПа}$,

1.5.1.3 Допустимі напруження на контактну втому

$$[\sigma]_{F0} = 0,08\sigma_B + 0,25\sigma_T = 0,08 \times 500 + 0,25 \times 230 = 97,5 \text{ МПа}.$$

Коефіцієнт довговічності

$$K_{FL} = \sqrt[9]{\frac{10^6}{N_{FE}}} = \sqrt[9]{\frac{10^6}{2740000}} = 0.89$$

Враховуючи обмеження $0,54 < K_{FL} < 1$, беремо $K_{FL} = 0.89$. Тоді для зубців черв'ячного колеса допустиме напруження на втому при згині

$$[\sigma]_F = [\sigma]_{F0} \cdot K_{FL} = 97.5 \cdot 0.879 = 87.169 \text{ МПа}$$

Допустиме граничне напруження згину

$$[\sigma]_{F \max} = 0.8 \cdot \sigma_B = 0.8 \cdot 500 = 400 \text{ МПа}$$

1.5.1.4 Проектний розрахунок передачі

Визначаємо міжосьову відстань з умови на контактну міцність

$$a_{\varpi \min} = K_a \left(\frac{Z_2}{q} + 1 \right)^3 \sqrt[3]{\frac{T_{2H} \cdot K_{H\beta} \cdot q^2}{(Z_2 \cdot [\sigma_H])^2}}$$

Допоміжний коефіцієнт $K_a = 310 \text{ МПа}^{1/3}$ [2] – при сталевому черв'яку та бронзовому колесі.

Число заходів черв'яка: $z_1 = 1$

Число зубців колеса: $z_2 = 45$

Коефіцієнт діаметра черв'яка:

$$q \geq 0.212 \cdot z_2 = 9.54$$

Вибираємо $q = 10$

Коефіцієнт деформації черв'яка: $\theta = 108$

Коефіцієнт x при легкому режимі навантаження: $x = 0.31$

Мінімальна міжосьова відстань черв'ячної передачі:

$$a_{\varpi \min} = K_a \left(\frac{z_2}{q} + 1 \right)^3 \sqrt[3]{\frac{T_2 \cdot K_{H\beta} \cdot q^2}{(z_2 \cdot [\sigma]_H)^2}} = 310 \cdot \left(\frac{45}{10} + 1 \right)^3 \sqrt[3]{\frac{2.69 \cdot 1.049913 \cdot 14^2}{(45 \cdot 282.65)^2}} = 20.44 \text{ мм}$$

Визначимо модуль черв'ячної передачі:

$$m' = \frac{2 \cdot a_{\varpi \min}}{z_2 + q \frac{2 \cdot 20.44}{45 + 10}}$$

Виберемо стандартний модуль зачеплення: $m=1 \text{ мм}, q=10$

Тоді дільний діаметр

$$d_1 = m \cdot q = 1 \cdot 10 = 10 \text{ мм}$$

Ділильний кут підйому лінії витків черв'яка:

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{z_1}{q} = \frac{1}{10} = 0,1, \quad \gamma = 5,91^\circ$$

Швидкість ковзання в зачепленні:

$$V_s = \frac{\omega \cdot d_1}{2 \cos \gamma} = \frac{143,393 \cdot 10 \cdot 10^{-3}}{2 \cos(5,91^\circ)} = 0,71724 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Для черв'ячного колеса допустиме контактне напруження:

$$[\sigma]_H = [\sigma]_{H0} = 300 - 25V_s = 300 - 25 \cdot 0,71724 = 282,0689 \text{ МПа}$$

1.5.1.5 Попередні значення деяких параметрів передачі

а) Ділильні діаметри

$$d_1 = m \cdot q = 1,0 \cdot 10 = 10 \text{ мм}$$

$$d_2 = m \cdot z_1 = 1,0 \cdot 45 = 45 \text{ мм}$$

б) Діаметр вершин витків черв'яка та зубців колеса

$$d_{a1} = d_1 + 2 \cdot m = 10 + 2 \cdot 1,0 = 12 \text{ мм}$$

$$d_{a2} = d_2 + 2 \cdot m = 45 + 2 \cdot 1,0 = 47 \text{ мм}$$

в) Міжосьова відстань передачі

$$a_\omega = 0,5(d_1 + d_2) = 0,5 \cdot (10 + 45) = 27,5 \text{ мм}$$

г) Ширина вінця черв'ячного колеса:

$$b_2 \leq 0,75 \cdot d_{a1} = 0,75 \cdot 12 = 9 \text{ мм}$$

Приймаємо 9 мм

е) Еквівалентне число зубців черв'ячного колеса:

$$z_{v2} = \frac{z_2}{\cos^2 \gamma} = \frac{45}{\cos^2(5,91^\circ)} = 45,48220231$$

д) Колова сила, що діє на зубці колеса:

$$F_{t2} = \frac{2T_2}{d_2} = \frac{2 \cdot 2,655}{45 \cdot 10^{-3}} = 117,9971175 \text{ Н}$$

1.5.1.6 Розрахунок зубців черв'ячного колеса на контактну витривалість

Попередньо визначимо деякі коефіцієнти:

Коефіцієнт, що враховує властивості матеріалів черв'яка і вінця колеса, для пари сталі – бронза $Z_m=210\text{МПа}$.

Коефіцієнт форми спряжених поверхонь витків і зубців $Z_h=1,8$

Коефіцієнт сумарної довжини контактних ліній у зачепленні $Z_e=0,75$.

З попередніх розрахунків $K_{hb}=1,049913$

Коефіцієнт динамічного навантаження для швидкості ковзання $V_s=0,71724\text{м/с}$.

Питома колова сила:

$$\omega_{ht} = \frac{F_{t2}}{b_2} \cdot K_{H\beta} \cdot K_{HV} = \frac{117,997}{9} \cdot 1,049913 \cdot 1,25 = 17,2064904 \text{ Н/мм}$$

мм

Розрахункове контактне напруження:

$$\sigma_H = Z_M \cdot Z_H \cdot Z_\epsilon \sqrt{\frac{\omega_{ht}}{d_2}} = 210 \cdot 1,8 \cdot 0,75 \sqrt{\frac{17,2064904}{45}} = 175,3 \text{ МПа}$$

Стійкість зубців проти заїдання і втомного викривування забезпечується, оскільки:

$$\sigma_H = 175,3 \text{ МПа} < [\sigma_H] = 214,7 \text{ МПа}$$

1.5.1.7. Розрахунок активних поверхонь зубців черв'ячного колеса на контактну міцність під дією максимального

$$\sigma_{H_{\max}} = \sigma_H \cdot \sqrt{\frac{T_{2\max}}{T_2}} = \sqrt{\frac{2,6549351}{1,76996}} = 214,70323 \text{ МПа}$$

Контактна міцність зубців забезпечується, оскільки:

$$\sigma_{H \max} = 214,70323 \text{ МПа} < [\sigma]_{H \max} = 460 \text{ МПа}$$

1.5.1.8. Розрахунок зубців черв'ячного колеса на міцність при згині

$$\sigma_F = Y_F \cdot Y_\varepsilon \cdot Y_\beta \cdot \frac{w_{Ft}}{m}$$

Деякі необхідні для розрахунку коефіцієнти, визначаємо з таблиці :

Коефіцієнт, що враховує форму зуба, береться з таблиць в залежності від еквівалентного числа зубців черв'яка $Y_f=1,48$.

Коефіцієнт, що враховує перекриття (береться з таблиць) $Y_\epsilon=0,75$.

Коефіцієнт, що враховує кут нахилу зубців $Y_\beta=0,95$

Коефіцієнт динамічного навантаження $K_{fv}=K_{hv}=1,25$

Коефіцієнт, що враховує розподіл навантаження по ширині $K_{fb}=K_{hb}=1,04991$

Питома колова сила:

$$\omega_{Ft} = \frac{F_{t2}}{b_2} \cdot K_{F\beta} \cdot K_{FV} = \frac{117,9971175}{9} \cdot 1,04991 \cdot 1,25 = 17,2064904 \text{ Н/мм}$$

Розрахункове напруження згину

$$\sigma_F = Y_F \cdot Y_\varepsilon \cdot Y_\beta \cdot \frac{\omega_{Ft}}{m} = 1,48 \cdot 0,75 \cdot 0,95 \cdot \frac{17,21}{1,0} = 18,14 \text{ МПа}$$

Втомна міцність зубців при згині забезпечується, оскільки:

$$\sigma_F = 18,1442441 \text{ МПа} < [\sigma_F] = 27,2 \text{ МПа}$$

1.5.1.9. Перевірка на міцність зубців при згині, при максимальним навантаженням

$$\sigma_{Fmax} = \sigma_F \left(\frac{T_{3max}}{T_3} \right) = 27,21636 \text{ МПа}$$

Міцність зубців забезпечується, оскільки:

$$\sigma_{Fmax} = 27.21636 \text{ МПа} < [\sigma_{Fmax}] = 460 \text{ МПа}$$

1.5.1.10. Розрахунок параметрів черв'ячної передачі

1) Розміри елементів витків черв'яка та зубців черв'ячного колеса:

а) Висота головки витка черв'яка та зубців колеса

$$h_a = m = 1,0 \text{ мм}$$

б) Висота ніжки витка черв'яка та зубця черв'ячного колеса

$$h_f = 1,2 \cdot m = 1,2 \cdot 1,0 = 1,2 \text{ мм}$$

в) Висота витка черв'яка та зубця черв'ячного колеса

$$h = 2,2 \cdot m = 2,2 \cdot 1,0 = 2,2 \text{ мм}$$

г) Розрахункова товщина витка

$$s = 0,5\pi \cdot m = 0,5\pi \cdot 1,0 = 1,57 \text{ мм}$$

2) Розміри вінців черв'яка та черв'ячного колеса

а) Ділильні діаметри

$$d_1 = 10 \text{ мм}; d_2 = 45 \text{ мм}$$

б) Діаметри вершин

$$d_{a1} = 12 \text{ мм}; d_{a2} = 47 \text{ мм}$$

в) Діаметри западин

$$d_{f1} = d_1 - 2,4 \cdot m = 10 - 2,4 \cdot 1,0 = 7,6 \text{ мм}$$

$$d_{f2} = d_2 - 2,4 \cdot m = 45 - 2,4 \cdot 1,0 = 42,6 \text{ мм.}$$

г) Найбільший діаметр черв'ячного колеса

$$d_{am2} \leq d_{a2} + 2 \cdot m = 47 + 2 \cdot 1,0 = 49 \text{ мм}$$

д) Довжина нарізуваної частини черв'яка

$$b_1 \geq (11 + 0,06 \cdot z_2) \cdot m + 25 = (11 + 0,06 \cdot 45) \cdot 1,0 + 25 = 38,7 \text{ мм}$$

Вибираємо 39 мм .

е) Ширина вінця черв'ячного колеса $b_2 = 9$ мм .

є) Міжосьова відстань черв'ячної передачі

$$a_{\omega} = 0.5 \cdot m \cdot (q + z_2) = 0,5 \cdot 1,0 \cdot (10 + 45) = 27,5 \text{ мм}$$

1.5.1.11. Розрахунок сил у зачепленні передачі

Компоненти сил у зачепленні:

а) Колова сила на колесі

$$F_{t2} = F_{a1} = 117,997117 \text{ Н}$$

б) Радіальна сила на колесі

$$F_{r2} = F_{r1} = F_{t2} \cdot \operatorname{tg} \alpha = 117,997117 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ = 42,94744 \text{ Н}$$

в) Осьова сила на колесі

$$F_{a2} = F_{t1} = F_{t2} \cdot \operatorname{tg} \gamma = 117,997117 \cdot \operatorname{tg} 5,91^\circ = 12,21463 \text{ Н}$$

1.5.1.12 ККД черв'ячної передачі

$$\eta = (0.95 \dots 0.96) \cdot \frac{\operatorname{tg} \gamma}{\operatorname{tg}(\gamma + \varphi')} = 0,67741$$

1.5.1.13 Перевірка черв'яка на жорсткість

Рівнодійна колової та радіальної сил на черв'яку:

$$F = \sqrt{F_{t1}^2 + F_{r1}^2} = \sqrt{12,21^2 + 42,95} = 44,65 \text{ Н}$$

Осьовий момент інерції черв'яка:

$$J_0 = \frac{\pi \cdot d_{f1}^4}{64} = \frac{3,14 \cdot 7,6^4}{64} = 163,683176 \text{ мм}^4$$

Беремо наближено відстань між опорами черв'яка

$$l \approx 0.8 \cdot d_2 = 0,8 \cdot 45 = 36 \text{ мм}$$

За модуля пружності для сталі розрахункова стріла прогину черв'яка :

$$y = \frac{F \cdot l^3}{48 \cdot E \cdot J_0} = \frac{44,65 \cdot 36}{48 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 163,683176} = 0,00126261 \text{ мм}$$

Допустима стріла прогину:

$$[y] = 0,01 \cdot m = 0,01 \cdot 1,0 = 0,01 \text{ мм}$$

Жорсткість черв'яка забезпечується, оскільки

$$y = 0,00126 \text{ мм} \leq [y] = 0,01 \text{ мм}$$

1.5.2.1 Розрахунок черв'ячної передачі (2-х західна)

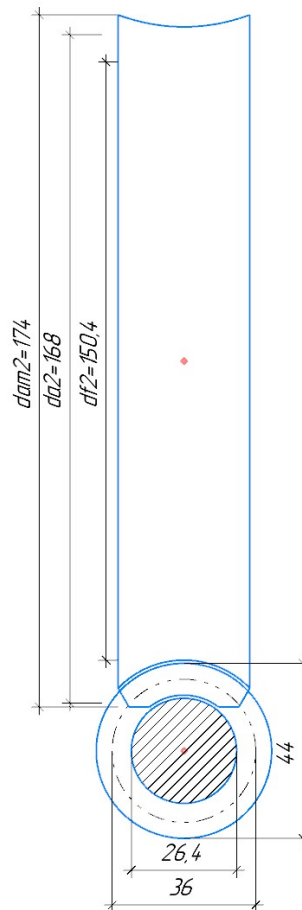


Рис. 1.5.2.1 Кінематична схема черв'ячної передачі

Вихідні дані:

Обертний момент на валу черв'яка: $T = 1,77 \text{ Н} \cdot \text{м}$

Обертний момент на валу колеса: $T = 55,7536 \text{ Н} \cdot \text{м}$

Кутова швидкість: $\omega = 47,798 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$

Передатне відношення: $i = 20$

режим навантаження – легкий, перевантаження – 150% , $h=10000$ год.

1.5.2.2 Параметри навантаження черв'ячної пари

Кутова швидкість веденого вала:

$$\omega = 1,062 \text{ рад/с}$$

Під час коротко часового перевантаження максимальний момент на веденому валу:

$$T_{3max} = 1,5 \cdot T = 83,63 \text{ Н*м}$$

Визначимо орієнтовну швидкість ковзання в зачепленні:

$$V_s = \frac{4 \cdot \omega}{10^3} \cdot \sqrt[3]{T} = 0,01858 \text{ м/с}$$

Сумарне число циклів навантаження зубців колеса за строк служби:

$$N_{\Sigma 2} = 1800 \cdot \frac{\omega}{\pi} \cdot h = 6088889$$

Для середнього нормального режиму навантаження при коефіцієнті інтенсивності $K_{FE} = 0,01$ еквівалентне число циклів навантаження зубців:

$$N_{FE} = K_{FE} N_{\Sigma E} = 60,89E + 03$$

1.5.2.3 Матеріали для виготовлення черв'яка і черв'ячного колеса

Для черв'яка беремо леговану сталь 40 X, термообробка – гартування із відпусканням, твердість HRC 45...55. Робочі поверхні витків шліфовані.[2]

Для черв'ячного колеса при $V_s = 0,033$ м/с вибираємо бронзу БРА9Ж3А $\sigma_B = 500 \text{ МПа}$, $\sigma_T = 230 \text{ МПа}$.

1.5.2.4 Допустимі напруження на контактну втому

Для нереверсивного навантаження допустиме напруження на втому при згині

$$[\sigma]_{F0} = 0,08\sigma_B + 0,25\sigma_T = 0,08 \times 500 + 0,25 \times 230 = 97,5 \text{ МПа} .$$

Коефіцієнт довговічності

$$K_{FL} = \sqrt[9]{\frac{10^6}{N_{FE}}} = \sqrt[9]{\frac{10^6}{60888.9}} = 1.3647$$

Враховуючи обмеження $0,54 < K_{FL} < 1$, беремо $K_{FL} = 1$. Тоді для зубців черв'ячного колеса допустиме напруження на втому при згині

$$[\sigma]_F = [\sigma]_{F0} \cdot K_{FL} = 97,5 \cdot 1 = 97,5 \text{ МПа}$$

Допустиме граничне напруження згину

$$[\sigma]_{F \max} = 0,8 \cdot \sigma_B = 0,8 \cdot 500 = 400 \text{ МПа}$$

1.5.2.5 Проектний розрахунок передачі

Визначаємо міжосьову відстань з умови на контактну міцність

$$a_{\omega min} = K_a \left(\frac{Z_2}{q} + 1 \right)^3 \sqrt{\frac{T_{2H} \cdot K_{H\beta} \cdot q^2}{(Z_2 \cdot [\sigma_H])^2}}$$

Допоміжний коефіцієнт $K_a = 310 \text{ МПа}^{1/3}$ [2] – при сталевому черв'яку та бронзовому колесі.

Число заходів черв'яка: $z_1 = 2$

Число зубців колеса: $z_2 = 40$

Коефіцієнт діаметра черв'яка:

$$q \geq 0,212 \cdot z_2 = 8,48$$

Вибираємо $q = 9$ Коефіцієнт деформації черв'яка: $\theta = 71$

Коефіцієнт x при легкому режимі навантаження: $x = 0,31$

Мінімальна міжосьова відстань черв'ячної передачі:

$$a_a \left(\frac{Z_2}{q} + 1 \right)^3 \sqrt{\frac{T_{2H} \cdot K_{H\beta} \cdot q^2}{(Z_2 \cdot [\sigma_H])^2}}_{\omega min} = 310 \cdot \left(\frac{40}{9} + 1 \right)^3 \sqrt{\frac{83,63 \cdot 1,123383 \cdot 9^2}{(40 \cdot 299,5)^2}} =$$

63,40188 мм

Визначимо модуль черв'ячної передачі:

$$m' = \frac{2 \cdot a_{\omega min} = 2 \cdot 63,40188}{z_2 + q} = 2,587832 \text{ мм}$$

Виберемо стандартний модуль зачеплення: $m=4\text{мм}, q=9$

Тоді ділительний діаметр

$$d_1 = m \cdot q = 4 \cdot 9 = 36 \text{ мм}$$

Ділительний кут підйому лінії витків черв'яка:

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{z_1}{q} = \frac{2}{9} = 0,222222, \gamma = 12,5^\circ$$

Швидкість ковзання в зачепленні:

$$V_S = \frac{\omega_3 \cdot d_1}{2 \cdot \cos \gamma} = \frac{1,06217284 \cdot 36 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot \cos(12,5)} = 0,019583 \text{ м/с}$$

Для черв'ячного колеса допустиме контактне напруження:

$$[\sigma]_H = [\sigma]_{H0} = 300 - 25V_S = 300 - 25 \cdot 0,019583 = 299,536 \text{ МПа}$$

1.5.2.6. Попередні значення деяких параметрів передачі

а) Ділительні діаметри

$$d_1 = m \cdot q = 4 \cdot 9 = 36 \text{ мм}$$

$$d_2 = m \cdot z_1 = 4 \cdot 40 = 160 \text{ мм}$$

б) Діаметр вершин витків черв'яка та зубців колеса

$$d_{a1} = d_1 + 2 \cdot m = 36 + 2 \cdot 4 = 44 \text{ мм}$$

$$d_{a2} = d_2 + 2 \cdot m = 160 + 2 \cdot 4 = 168 \text{ мм}$$

в) Міжосьова відстань передачі

$$a_\omega = 0,5(d_1 + d_2) = 0,5 \cdot (36 + 160) = 98 \text{ мм}$$

г) Ширина вінця черв'ячного колеса:

$$b_2 \leq 0,75 \cdot d_{a1} = 0,75 \cdot 44 = 33 \text{ мм}$$

За рекомендаціями (черв'як із твердістю $H < 350 \text{ HB}$, колесо нарізають довільним способом) ступінь точності передачі обираємо 9.

е) Еквівалентне число зубців черв'ячного колеса:

$$z_{v2} = \frac{z_2}{\cos^2 \gamma} = \frac{40}{\cos^2(12,5^\circ)} = 41,9659362$$

д) Колова сила, що діє на зубці колеса:

$$F_{t2} = \frac{2 \cdot T_{3max}}{d_2} = \frac{2 \cdot 83,6305}{160 \cdot 10^{-3}} = 1045,38071 \text{ Н}$$

1.5.2.7. Розрахунок зубців черв'ячного колеса на контактну витривалість

Попередньо визначимо деякі коефіцієнти:

Коефіцієнт, що враховує властивості матеріалів черв'яка і вінця колеса, для пари сталі – бронза $Z_m=210 \text{ МПа}$.

Коефіцієнт форми спряжених поверхонь витків і зубців $Z_h=1,8$.

Коефіцієнт сумарної довжини контактних ліній у зачепленні $Z_e=0,75$.

Коефіцієнт динамічного навантаження $K_{fv}=K_{hv}=1,25$.

З попередніх розрахунків $K_{H\beta}=1,12338$.

Коефіцієнт динамічного навантаження для швидкості ковзання

$V_s=0,01958 \text{ м/с}$.

Питома колова сила:

$$\omega_{ht} = \frac{F_{t2}}{b_2} \cdot K_{H\beta} \cdot K_{HV} = \frac{1045,38071}{33} \cdot 1,12338 \cdot 1,25 = 44,4834 \text{ Н/мм}$$

мм

Розрахункове контактне напруження:

$$\sigma_H = Z_M \cdot Z_H \cdot Z_C \sqrt{\frac{\omega_{ht}}{d_2}} = 210 \cdot 1,8 \cdot 0,75 \cdot \sqrt{\frac{44,4834}{160}} = 149,483 \text{ МПа}$$

Стійкість зубців проти заїдання і втомного викришування забезпечується, оскільки:

$$\sigma_H = 149,483 \text{ МПа} < [\sigma_H] = 299,5 \text{ МПа}$$

1.5.2.8. Розрахунок активних поверхонь зубців черв'ячного колеса на витривалість при згині

$$\sigma_{Hmax} = \sigma_H \sqrt{\frac{T_{3max}}{T_3}} = 149,483 \sqrt{\frac{83,6305}{55,7536}} = 183,079 \text{ МПа}$$

Контактна міцність зубців забезпечується, оскільки:

$$\sigma_{Hmax} = 183,079 \text{ МПа} < [\sigma]_{Hmax} = 460 \text{ МПа}$$

1.5.2.9. Розрахунок зубців черв'ячного колеса на міцність

$$\sigma_F = Y_F \cdot Y_\varepsilon \cdot Y_\beta \cdot \frac{w_{Ft}}{m}$$

Деякі необхідні для розрахунку коефіцієнти, визначаємо з таблиці :

Коефіцієнт, що враховує форму зуба, береться з таблиць в залежності від еквівалентного числа зубців черв'яка $Y_F=1,55$.

Коефіцієнт, що враховує перекриття (береться з таблиць) $Y_\varepsilon=0,75$.

Коефіцієнт, що враховує кут нахилу зубців $Y_\beta=0,95$.

Коефіцієнт динамічного навантаження $K_{fv}=K_{hv}=1,25$.

Коефіцієнт, що враховує розподіл навантаження по ширині $K_{f\beta}=K_{h\beta}=1,12338$

Питома колова сила:

$$\omega_{Ft} = \frac{F_{t2}}{b_2} \cdot K_{F\beta} \cdot K_{FV} = \frac{1045,38071}{33} \cdot 1,12338 \cdot 1,25 = 44,4834 \text{ Н/мм}$$

Розрахункове напруження згину

$$\sigma_F = Y_F \cdot Y_\varepsilon \cdot Y_\beta \cdot \frac{\omega_{Ft}}{m} = 1,55 \cdot 0,75 \cdot 0,95 \cdot \frac{44,4834}{4} = 12,2816 \text{ МПа}$$

Втомна міцність зубців при згині забезпечується, оскільки:

$$\sigma_F = 12,2816 \text{ МПа} < [\sigma_F] = 97,5 \text{ МПа}$$

1.5.2.10. Перевірка міцності зубців при згині при максимальному навантаженні

$$\sigma_{Fmax} = \sigma_F \cdot \frac{T_{3max}}{T_3} = 97,55 \cdot \frac{83,6305}{55,7536} = 18,4224 \text{ МПа}$$

Міцність зубців забезпечується, оскільки:

$$\sigma_{Fmax} = 18,4224 \text{ МПа} < [\sigma]_{Fmax} = 400 \text{ МПа}$$

1.5.2.11. РОЗРАХУНОК ПАРАМЕТРІВ ЧЕРВ'ЯЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ

1) Розміри елементів витків черв'яка та зубців черв'ячного колеса:

а) Висота головки витка черв'яка та зубців колеса

$$h_a = m = 4 \text{ мм}$$

б) Висота ніжки витка черв'яка та зубця черв'ячного колеса

$$h_f = 1,2 \cdot m = 1,2 \cdot 4 = 4,8 \text{ мм}$$

в) Висота витка черв'яка та зубця черв'ячного колеса

$$h = 2,2 \cdot m = 2,2 \cdot 4 = 8,8 \text{ мм}$$

г) Розрахункова товщина витка

$$s = 0,5\pi \cdot m = 0,5\pi \cdot 4 = 6,28 \text{ мм}$$

2) Розміри вінців черв'яка та черв'ячного колеса

а) Ділильні діаметри

$$d_1 = 36 \text{ мм}; d_2 = 160 \text{ мм}$$

б) Діаметри вершин

$$d_{a1} = 44 \text{ мм}; d_{a2} = 168 \text{ мм}$$

в) Діаметри западин

$$d_{f1} = d_1 - 2,4 \cdot m = 36 - 2,4 \cdot 4 = 26,4 \text{ мм}$$

$$d_{f2} = d_2 - 2,4 \cdot m = 160 - 2,4 \cdot 4 = 150,4 \text{ мм}$$

г) Найбільший діаметр черв'ячного колеса

$$d_{am2} \leq d_{a2} + 1,5m = 168 + 1,5 \cdot 4 = 174\text{мм}$$

д) Довжина нарізуваної частини черв'яка

$$b_1 \geq (11 + 0,06 \cdot z_2) \cdot m + 25 = (11 + 0,06 \cdot 40) \cdot 4 + 25 = 78,6\text{мм}$$

Вибираємо 85мм .

е) Ширина вінця черв'ячного колеса $b_2 = 33\text{мм}$.

є) Міжосьова відстань черв'ячної передачі

$$a_{\omega} = 0,5 \cdot m \cdot (q + z_2) = 0,5 \cdot 4 \cdot (9 + 40) = 98\text{мм}$$

1.5.2.12. СИЛИ У ЗАЧЕПЛЕНІ ЧЕРВ'ЯЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ

Компоненти сил у зачепленні:

а) Колова сила на колесі

$$F_{t2} = F_{a1} = 1045,38\text{Н}$$

б) Радіальна сила на колесі

$$F_{r2} = F_{r1} = F_{t2} \cdot \operatorname{tg} \alpha = 1045,38 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ = 380,487\text{Н}$$

в) Осьова сила на колесі

$$F_{a2} = F_{t1} = F_{t2} \cdot \operatorname{tg} \gamma = 380,487 \cdot \operatorname{tg} 12,5^\circ = 231,755\text{Н}$$

1.5.2.13. ККД ЧЕРВ'ЯЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ

$$\eta = (0.95 \dots 0.96) \cdot \frac{\operatorname{tg} \gamma}{\operatorname{tg}(\gamma + \varphi')} = 0,7$$

1.5.2.14. ПЕРЕВІРКА ЧЕРВ'ЯКА НА ЖОРСТКІСТЬ

Рівнодійна колової та радіальної сил на черв'яку:

$$F = \sqrt{F_{t1}^2 + F_{r1}^2} = \sqrt{231,755^2 + 380,487^2} = 445,512\text{Н}$$

Осьовий момент інерції черв'яка:

$$J_0 = \frac{\pi \cdot d_{f1}^4}{64} = \frac{3,14 \cdot 26,4^4}{64} = 23832,3\text{мм}^4$$

Беремо наближено відстань між опорами черв'яка

$$l \approx 0,8 \cdot d_2 = 0,8 \cdot 160 = 128\text{мм}$$

За модуля пружності для сталі розрахункова стріла прогину черв'яка :

$$y = \frac{F \cdot l^3}{48 \cdot E \cdot J_0} = \frac{445,512 \cdot 128^3}{48 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 23832,3} = 0,00389\text{мм}$$

Допустима стріла прогину:

$$[y] = 0,01 \cdot m = 0,01 \cdot 4 = 0,04\text{мм}$$

Жорсткість черв'яка забезпечується, оскільки

$$y = 0,00389\text{мм} \leq [y] = 0,04\text{мм}$$

1.6. РОЗРАХУНОК ВХІДНОГО ВАЛА РЕДУКТОРА

1.6.1. ПРОЕКТНИЙ РОЗРАХУНОК І КОНСТРУЮВАННЯ ВХІДНОГО ВАЛА

Для виготовлення вала призначаємо сталь 45,

для якої $\sigma_m = 363 \text{ МПа}$, а $\sigma_s = 598 \text{ МПа}$

Діаметр ділянки вала, на якій насаджується черв'як,

попередньо визначимо з умови на кручення. Визначимо діаметр за заниженим

$[\tau] = 25 \text{ МПа}$ і маємо:

$$d = \sqrt[3]{\frac{16T}{\pi[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 1.7699}{3.14 \cdot 25 \cdot 10^6}} = 7,1187\text{мм}$$

Приймаємо $d = 8\text{мм}$ згідно рекомендацій

Ескіз валу буде виглядати так: на рис. 1.6.1.

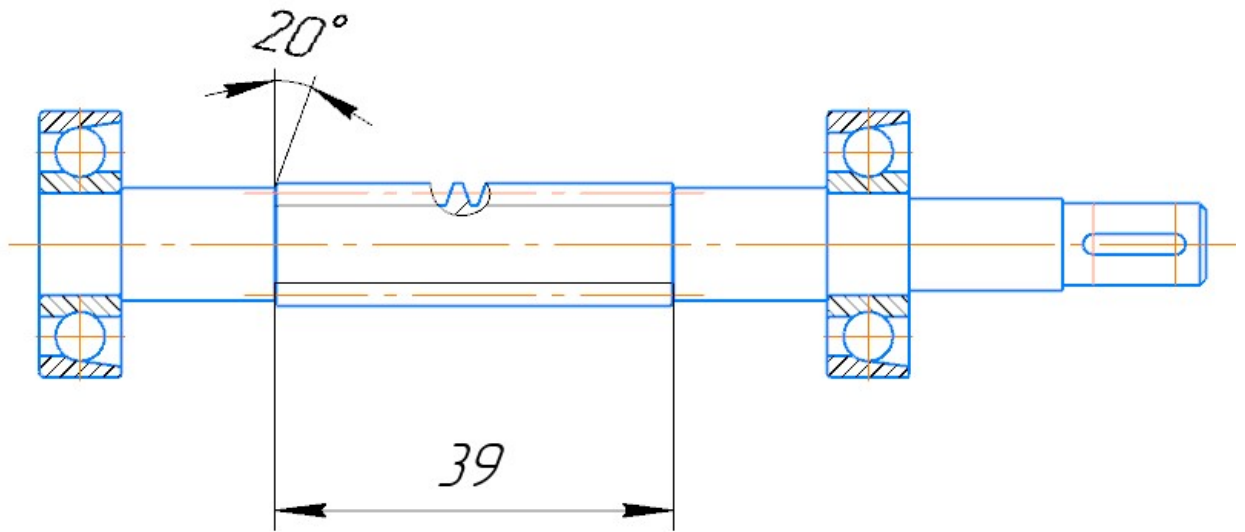


рис. 1.6.1. Ескіз вхідного валу

1.7. РОЗРАХУНОК ПРОМІЖНОГО ВАЛА РЕДУКТОРА

1.7.1. ПРОЕКТНИЙ РОЗРАХУНОК І КОНСТРУЮВАННЯ ПРОМІЖНОГО ВАЛА

Для виготовлення вала призначаємо сталь 45,

для якої $\sigma_T = 363 \text{ МПа}$, а $\sigma_g = 598 \text{ МПа}$

Діаметр ділянки вала, на якій насаджується черв'ячне колесо,

попередньо визначимо з умови на кручення. Визначимо діаметр за заниженим $[\tau] = 25 \text{ МПа}$ і маємо:

$$d = \sqrt[3]{\frac{16T}{\pi[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 55.7364}{3.14 \cdot 25 \cdot 10^6}} = 22.48232 \text{ мм}$$

Приймаємо $d = 22 \text{ мм}$ згідно рекомендацій

Ескіз проміжного вала зображено на рис. 1.7.1.

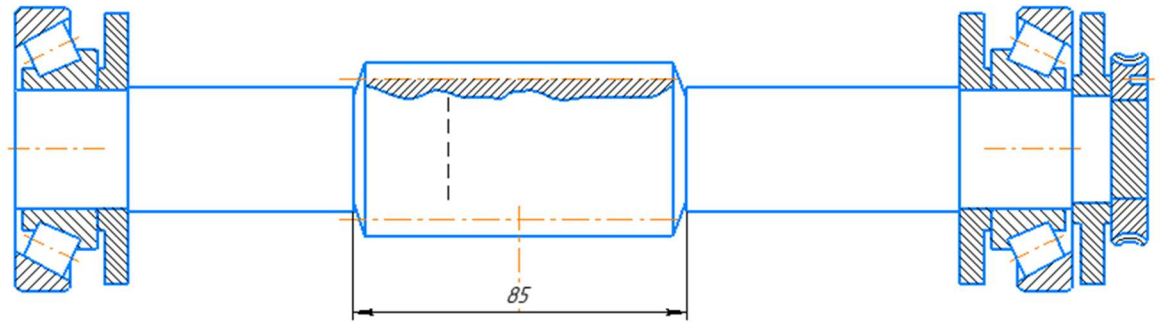


Рис. 1.7.1.Проміжний вал.

1.7.2. РОЗРАХУНОК ВАЛУ НА СТАТИЧНУ МІЦНІСТЬ

Сили у зачепленні візьмемо із попередніх розрахунків передач . Таким чином :

$$F_{t1} = 231.755H, F_{r1} = 380.487H, F_{a1} = 1045.38 H, T = 55.7536 Hм$$

$$F_{t2} = 117.99H, F_{r2} = 42.94744H, F_{a2} = 12.21463 H$$

$$M_{a1} = F_{a1} \cdot \frac{d_1}{2} = 18816.9Hмм, M_{a2} = F_{a2} \cdot \frac{d_2}{2} = 274.829Hмм$$

Реакції опор:

$$R_{Az} = 120 H$$

$$R_{Bz} = -5.89 H$$

$$R_{By} = 253H$$

$$R_{Ay} = 84.4H$$

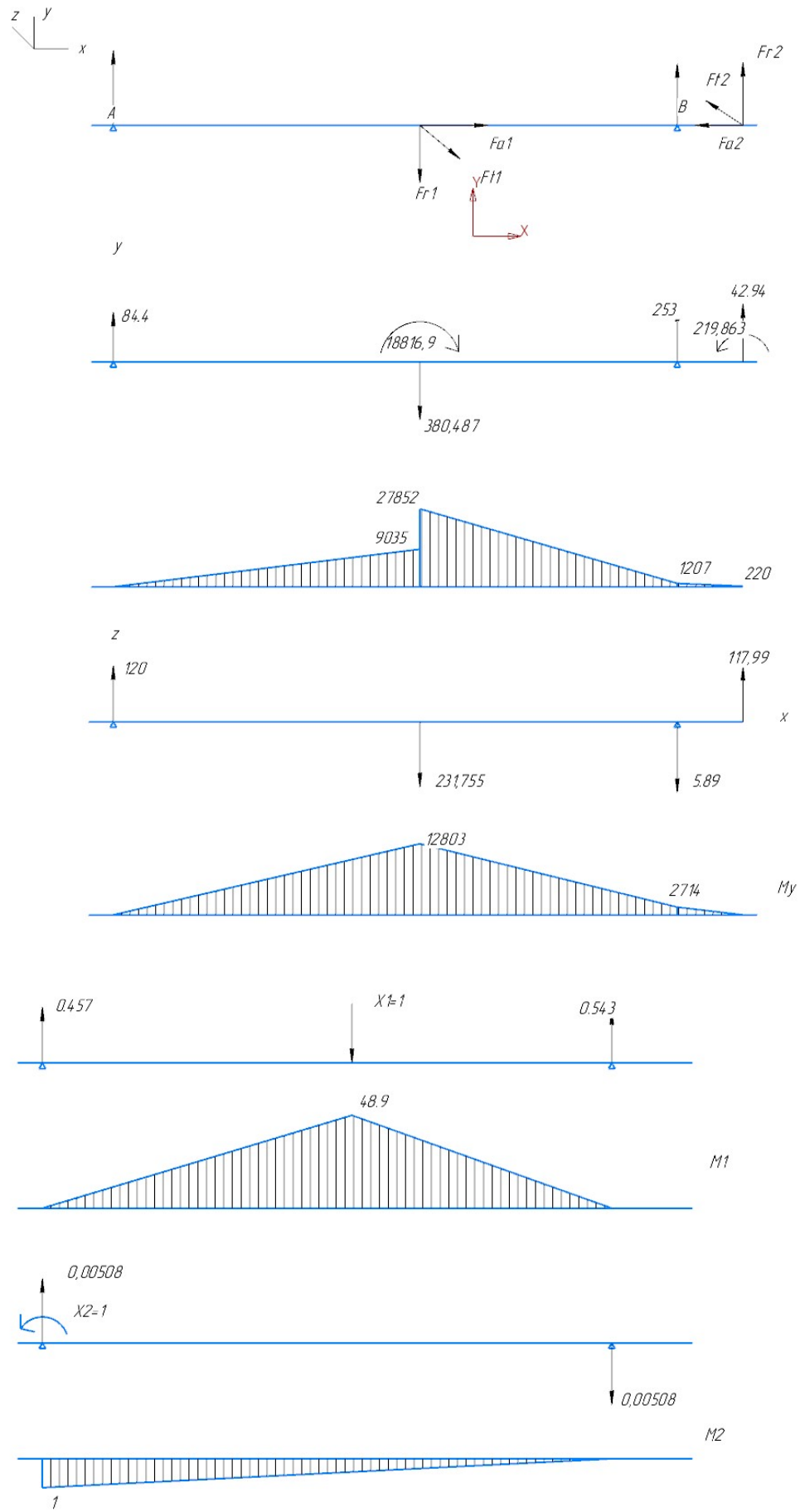


Рис. 1.7.2. Схема валу та епюри навантажень.

Небезпечний переріз по σ_{32} - переріз зліва.

$$M_{32} = \sqrt{(M_y^{max})^2 + (M_z^{max})^2} = \sqrt{(27852)^2 + (8904)^2} = 29240.64 \text{ Н} \cdot \text{мм}$$

$$\sigma_{32} = \frac{M_{32}}{W_0} = \frac{32M_{32}}{\pi d_{r1}^3} = \frac{32 \cdot 29240.64}{3.14 \cdot 25^3} = 19.0716 \text{ МПа}$$

$$\sigma_c = \frac{4 \cdot F_{a2}}{\pi d_{r1}^2} = \frac{4 \cdot 12.21463}{3.14 \cdot 25^2} = 2.13071 \text{ МПа}$$

$$\tau = \frac{16 \cdot T}{\pi d_{r1}^3} = \frac{16 \cdot 55753.6}{3.14 \cdot 25^3} = 9.09104 \text{ МПа}$$

$$\sigma_e = \sqrt{(\sigma_{32} + \sigma_c)^2 + 4\tau^2} = \sqrt{(19.0716 + 2.13071)^2 + 4 \cdot 9.09104^2} = 42.09 \text{ МПа}$$

$$\sigma_{Emax} = \sigma_e \cdot K_n = 42.09 \cdot 2.2 = 92.6 \text{ МПа}$$

Перевіримо, чи виконується умова статичної міцності:

$$\sigma_{Emax} \leq [\sigma]$$

$$\sigma_{Emax} = 92.6 \leq [\sigma] = 290.4 \text{ МПа}$$

Статична міцність вала забезпечується.

1.7.3. РОЗРАХУНОК ВАЛА НА ВТОМНУ МІЦНІСТЬ

Границі втоми матеріалу вала:

$$\sigma_{-1} = 0.45\sigma_B = 0.45 \cdot 598 = 269,1 \text{ МПа}$$

$$\tau_{-1} = 0.25\sigma_B = 0.25 \cdot 598 = 149,5 \text{ МПа}$$

Перевіримо вал на втомну міцність в перерізі С.

Амплітуди нормальних і дотичних напружень:

$$\sigma_a = 19.0716 \text{ МПа}$$

$$\sigma_m = 2.13071 \text{ МПа}$$

$$\tau_a = \tau_m = \frac{\tau}{2} = 9.09104 \text{ МПа}$$

Ефективні коефіцієнти концентрації напружень: $K_\sigma = 1,46$; $K_\tau = 1.54$

Коефіцієнти, що враховують вплив асиметрії циклу напружень

$$\psi_{\sigma} = 0.02 + 2 \cdot 10^{-4} \sigma_B = 0.02 + 2 \cdot 10^{-4} \cdot 598 = 0,1396$$

$$\psi_{\tau} = 0.5 \psi_{\sigma} = 0,0698$$

Коефіцієнт масштабного фактора: $K_d = 0,86$

Коефіцієнти запасу міцності за нормальними і дотичними напруженнями:

$$S_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{K_{\sigma}}{K_d} \sigma_a + \psi_{\sigma} \sigma_m} = \frac{269}{\frac{1,46}{0,86} 19.0716 + 0,1396 \cdot 2.13071} = 8.2357$$

$$S_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{\frac{K_{\tau}}{K_d} \tau_a + \psi_{\tau} \tau_m} = \frac{145.5}{\frac{1.54}{0,86} 9.09104 + 0.0698 \cdot 9.09104} = 8.83891$$

Сумарний коефіцієнт запасу:

$$S = \frac{S_{\sigma} S_{\tau}}{\sqrt{S_{\sigma}^2 + S_{\tau}^2}} = \frac{8.2357 \cdot 8.83891}{\sqrt{8.2357^2 + 8.83891^2}} = 6.0025 > [S] = 1,5$$

Отже, втомна міцність вала в перерізі С забезпечена.

1.7.4. РОЗРАХУНОК ВАЛА НА ЖОРСТКІСТЬ

Осьовий момент інерції перерізу вала

$$J = \frac{\pi \cdot d_{r1}^4}{64} = \frac{3,14 \cdot 25^4}{64} = 19165 \text{ МПа}$$

Згідно зі способом Верещагіна прогин вала у вертикальній площині: y_{σ} і кут нахилу перерізу θ_{σ}

$$y = 0,01289; \theta = 0.0002;$$

Прогин вала y_{τ} і кут нахилу перерізу θ_{τ} у горизонтальній площині:

$$y = 0.00632; \theta = 0.0001;$$

Повний прогин вала:

$$y = \sqrt{y_{\sigma}^2 + y_{\tau}^2} = \sqrt{0,01289^2 + 0.00632^2} = 0.01435 \text{ мм}$$

$$[y] = 0,005 \cdot m = 0.005 \cdot 4 = 0,02 \quad y \leq [y]$$

Повний кут нахилу:

$$\theta = \sqrt{\theta_{\sigma}^2 + \theta_{\tau}^2} = 0,00028 \text{ рад}$$

$$[\theta] = 0,01 \quad \theta \leq [\theta]$$

Таким чином, жорсткість вала забезпечується.

1.8. РОЗРАХУНОК ВИХІДНОГО ВАЛА РЕДУКТОРА

1.8.1. ПРОЕКТНИЙ РОЗРАХУНОК І КОНСТРУЮВАННЯ ВИХІДНОГО ВАЛА

Для виготовлення вала призначаємо сталь 45,

для якої $\sigma_T = 598 \text{ МПа}$, а $\sigma_b = 363 \text{ МПа}$

Діаметр ділянки вала, на якій насаджується черв'ячне колесо,

попередньо визначимо з умови на кручення. Визначимо діаметр за заниженим $[\tau] = 25 \text{ МПа}$ і маємо:

$$d = \sqrt[3]{\frac{16T}{\pi[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 836.30457}{3.14 \cdot 25 \cdot 10^6}} = 55.446179 \text{ мм}$$

Приймаємо $d = 90 \text{ мм}$ згідно рекомендації та конструкційних особливостей.

Ескіз вихідного валу зображено на рис. 1.8.1.

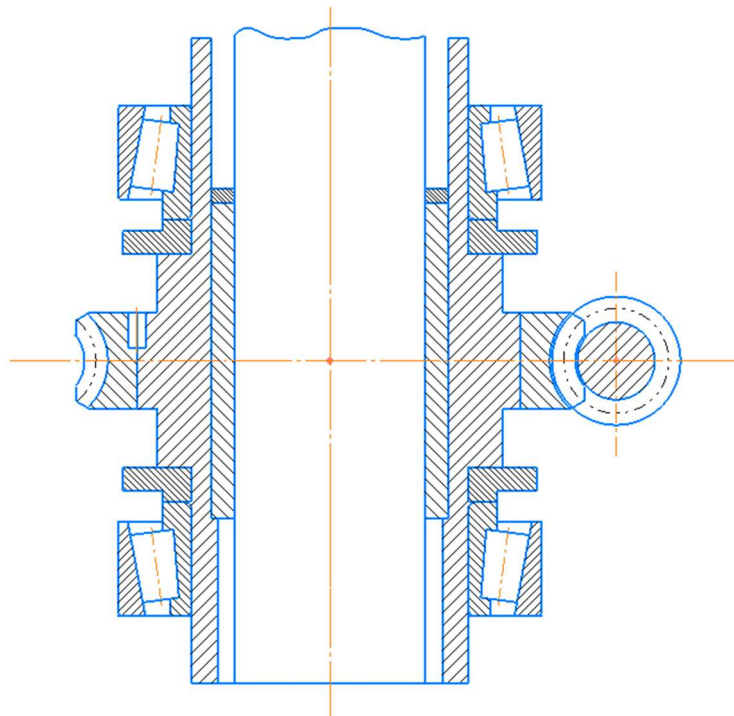


Рис. 1.8.1. Проміжний вал.

1.9. ПІДБІР І ПЕРЕВІРКА НА РОБОТОЗДАТНІСТЬ ПІДШИПНИКІВ НА ПРОМІЖНОМУ ВАЛУ РЕДУКТОРА

Радіальні навантаження на підшипники на опорі А:

$$R_A = \sqrt{R_{Ay}^2 + R_{Az}^2} = \sqrt{84.4^2 + 120^2} = 146.74H$$

$$R_B = \sqrt{R_{By}^2 + R_{Bz}^2} = \sqrt{253^2 + 5.89^2} = 253.06H$$

Вибираємо роликові конічні підшипники 1027306А ГОСТ 27365-87

для якого $C_r = 44600H$

Вихідні дані:

надійність – 90%

перевантаження – 200%

температура $< 125\text{ }^{\circ}\text{C}$

$$L_h = 10000_{год}$$

$$\omega = 1,06217c^{-1}$$

Розрахункове навантаження:

$$R = (X \cdot V \cdot R_r + Y \cdot R_a) \cdot K_{\sigma} \cdot K_T$$

де коефіцієнт безпеки $K_{\sigma} = 1.5$, температурний коефіцієнт $K_T = 1$.

Для визначення X і Y з таблиць знаходимо:

$$e = 0,825$$

Знайдемо співвідношення осьового і радіального навантаження

$$\frac{F_a}{R_a} = \frac{1045.38}{146.74} = 7.125$$

Оскільки $e \leq \frac{F_a}{R_a}$ то: $X = 0,4$; $Y = 0,7272$.

Розрахункове навантаження:

$$R = 1228.89H$$

Еквівалентне розрахункове навантаження

$$R_E = R \cdot K_E = 1228.89 \cdot 0.57 = 700.21H.$$

Розрахуємо довговічність підшипника:

$$L = a_1 \cdot a_{23} \cdot \left(\frac{C_r}{R_E}\right)^p$$

Для звичайних умов експлуатації стандартних роликових конічних підшипників $a_{23} = 0.6$ [1], при 90% надійності $a_1 = 1$. Для роликових степінь $p = \frac{10}{3}$.

$$L = a_1 \cdot a_{23} \cdot \left(\frac{C_r}{R_E} \right)^p = 1 \cdot 0.6 \cdot \left(\frac{44600}{700.21} \right)^{\frac{10}{3}} = 619211.5 об.$$

Довговічність в годинах:

$$L_h = \frac{1745 \cdot L}{\omega} = \frac{1745 \cdot 619211.5}{1.06217} = 1.02E + 09 год. > 10000 год.$$

Отже, вибраний підшипник витримає навантаження.

1.10 Визначення кількості і сорту мастила

Для заданого типу редуктора вибираємо ІГП-114 з урахуванням таких факторів, як швидкість ковзання у черв'ячній передачі. Змащування черв'ячних коліс відбувається за рахунок розбризкування масла. Змащування підшипників здійснюється за допомогою розбрикування мастила та утворення масляного туману.

Кількість мастила така, щоб глибина занурювання черв'яка досягала повного занурювання витка. Підрахувавши об'єм дна корпусу ми отримали кількість мастила – 1.7 л.

2. Проектування корегованого евольвентного зачеплення зубчастих коліс

2.1 Мета проведення корегування

До складу приводу установки УМЕ-10Т, який був розрахований та спроектований в розділі 1, входить циліндрична косозуба передача. Ця передача була розрахована та спроектована без корегування зубчастих коліс. Під час розрахунків враховувався режим роботи та коефіцієнт перевантаження, показники якості при цьому не перевірялися. Метою цього розділу є проведення перевірки якості зачеплення та у разі потреби – проведення корегування для покращення цих показників.

2.2 Показники якості зачеплення

Перевірку будемо проводити за такими показниками якості:

ε_α – коефіцієнт торцевого перекриття

λ – коефіцієнт питомого ковзання

θ – коефіцієнт питомого тиску

Коефіцієнт торцевого перекриття враховує безперервність і плавність зачеплення в передачі. Ці якості передачі забезпечуються перекриттям роботи однієї пари зубів роботою іншої пари. Для цього кожна наступна пара зубів повинна увійти в зачеплення ще до того, як попередня пара вийде із зачеплення.

Для косозубого зачеплення цей коефіцієнт має бути більшим за 1.

Зазвичай цей коефіцієнт визначають за наступною формулою:

$$\varepsilon_\alpha = \frac{z_1(\operatorname{tg} \alpha_{a1} - \operatorname{tg} \alpha_w) + z_2(\operatorname{tg} \alpha_{a2} - \operatorname{tg} \alpha_w)}{2\pi}$$

Де α_{a1} та α_{a2} – кути профілю вздовж кола вершин

α_w – кут зачеплення.

Коефіцієнт питомого ковзання характеризує ступінь ковзання коліс у процесі зачеплення.

$$\lambda_1 = \frac{V_{\text{ковз}}}{V_{K1}^\tau}, \lambda_2 = \frac{V_{\text{ковз}}}{V_{K2}^\tau}$$

Де $\vec{V}_{\text{ковз}} = \vec{V}_{K1} - \vec{V}_{K2}$ – швидкість ковзання в точці контакту,

V_{K1}^τ – тангенціальна швидкість точки контакту.

Коефіцієнт питомого тиску враховує вплив кривизни профілів зубців на контактні напруження.

$$\theta = \frac{m}{\rho_{3B}}$$

Де $\rho_{зв} = \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}$ – зведений радіус кривизни профілів зубців у точці контакту.

При виборі коефіцієнтів зміщення повинні виконуватися такі умови: відсутність підрізання зубців та загострення їх вершин, неперервність зачеплення. Так як цей коефіцієнт впливає на форму зубця, за від'ємного значення відбувається підрізання, а за додатнього можливе загострення головки, тому ми його обмежуємо границями

$$x_{min} \leq x \leq x_{\Delta},$$

Де x_{min} – найменший коефіцієнт зміщення вихідного контуру, за якого підрізання зубця відсутнє; x_{Δ} – найбільший коефіцієнт зміщення вихідного контуру, за якого відсутнє загострення зубця; x – коефіцієнт зміщення (x_1 або x_2).

Загострення зубця характеризується коефіцієнтом товщини зубця, граничні значення якого визначаються структурою матеріалу і видом термообробки. Так як для виготовлення зубчастого колеса та шестерні ми обрали сталь 40Х із термообробкою поліпшення, тому маємо такі допустимі коефіцієнти товщини зубця: $S_a \geq 0,25 \dots 0,3$.

2.3 Розрахунок некорегованої передачі

Скористаємося програмою для обрахунків. Введемо наступні вхідні дані, які буди розраховані в розділі 1:

Кількість зубів шестерні: $z_1 = 16$

Число зубів колеса: $z_2 = 48$

Модуль зачеплення: $m = 1$ мм

Кут нахилу лінії зуба (град): $\beta = 19,749^\circ$

Міжосьова відстань $a_w = 34$ мм.

Задаємо діапазон зміни x_1 в межах від 0 до 0.

x1	x2	xk1	xk2	ea	λ_1	λ_2	θ
0	0	0,744	0,836	1,496	5,763	0,411	0,462
x1min	x2min						
-0,143	-						
	2,429						

Таблиця 2.1 Показники якості нескорегованого зачеплення

Як видно з розрахунку, отримані значення коефіцієнту товщини зубця $S_a = 0,744$ для шестерні та $S_a = 0,836$ для колеса задовільняють умові $S_a \geq 0,25 \dots 0,3$.

Коефіцієнт перекриття нульового зміщення також задовольняє умову

$$\varepsilon_{\alpha} = 1,496 > 1.$$

Розрахункові значення коефіцієнтів ковзання зараз дуже сильно відрізняються $\lambda_1 = 5,763$, $\lambda_2 = 0,411$. Отже, зубці набагато швидше прийдуть в непридатність.

Розрахуємо інші параметри передачі, які потрібні для креслення профілю зубців.

Параметри з'єднання:

Міжосьова відстань: $a_w =$

34мм

Кут зачеплення (град): $\alpha_{tw} = 21.142^\circ$

Висота зуба: $h_i = 2.25$ мм

Коефіцієнт торцевого перекриття: $e_a =$
1.496

Коефіцієнт тиску в полюсі: $\theta = 0.462$

Параметри шестерні:

Радіус ділительного кола: $r = 8.5$ мм

Радіус початковій окружності: $r_w = 8.5$ мм

Радіус кола вершин: $r_a =$
9.5мм

Радіус кола западин: $r_f =$
7.25мм

Радіус основного кола: $r_b = 7.928$ мм

Коефіцієнт товщини по окружності вершин: $s_k =$
0.701

Коефіцієнт питомого ковзання: $\lambda = 5.764$

Параметри колеса:

Радіус ділительного кола: $r = 25.5$ мм

Радіус початковій окружності: $r_w = 25.5$ мм

Радіус кола вершин: $r_a =$
26.5мм

Радіус кола западин: $r_f = 24.25$ мм

Радіус основного кола: $r_b = 23.783$ мм

Коефіцієнт товщини по окружності вершин: $s_k =$
0.787

Коефіцієнт питомого ковзання: $\lambda = 0.411$

Обчислюємо координати точок профілів зубців колеса та шестерні та внесемо дані у таблиці

Координати шестерні			
№	Т-д	х	у
1	Прхд	1,353	7,114
2	Прхд	1,122	7,227
3	Прхд	0,995	7,391
4	Прхд	0,937	7,553
5	Прхд	0,915	7,714
6	Прхд	0,917	7,88
7	Евлв	0,918	7,901
8	Евлв	0,919	7,938
9	Евлв	0,917	7,99
10	Евлв	0,912	8,058
11	Евлв	0,901	8,141
12	Евлв	0,885	8,239
13	Евлв	0,861	8,352
14	Евлв	0,828	8,478
15	Евлв	0,784	8,618
16	Евлв	0,73	8,771
17	Евлв	0,662	8,936
18	Евлв	0,581	9,112
19	Евлв	0,484	9,298
20	Евлв	0,372	9,493

Табл. 2.2. Координати точок профілю зубця шестерні

Координати колеса			
№	Т-д	х	у
1	Прхд	1,518	24,194
2	Прхд	1,315	24,259
3	Прхд	1,199	24,364
4	Прхд	1,14	24,457
5	Прхд	1,107	24,537
6	Прхд	1,087	24,612
7	Евлв	1,064	24,714
8	Евлв	1,037	24,821
9	Евлв	1,007	24,933
10	Евлв	0,974	25,051
11	Евлв	0,937	25,174
12	Евлв	0,896	25,302

13	ЕВЛВ	0,852	25,435
14	ЕВЛВ	0,804	25,573
15	ЕВЛВ	0,751	25,715
16	ЕВЛВ	0,694	25,863
17	ЕВЛВ	0,632	26,015
18	ЕВЛВ	0,566	26,171
19	ЕВЛВ	0,494	26,332
20	ЕВЛВ	0,418	26,497

Табл. 2.3. Координати точок профілю зубця колеса

2.4 Розрахунок корегованої передачі

Проводимо корегування даної передачі. Для цього знайдемо так межі зміни коефіцієнта зміцнення шестерні між 0 та 1, де значення коефіцієнтів ковзання будуть однакові.

Знову скористаємося програмою для розрахунку та введемо наступні вхідні дані:

Кількість зубів шестерні: $z_1 = 16$

Число зубів колеса: $z_2 = 48$

Модуль зачеплення: $m = 1$ мм

Кут нахилу лінії зуба (град): $\beta = 19,749^\circ$

Міжосьова відстань $a_w = 34$ мм.

Задаємо діапазон зміни x_1 в межах від 0 до 1.

№	x_1	x_2	x_{k1}	x_{k2}	ea	λ_1	λ_2	θ
1	0	0	0,74 4	0,83 6	1,49 6	5,76 3	0,41 1	0,46 2
2	0,1	0,1	0,70 5	0,85	1,48 1	3,74 7	0,45 7	0,46 2
3	0,2	0,2	0,66 1	0,86 3	1,46 2	2,60 9	0,50 4	0,46 2
4	0,3	0,3	0,61 3	0,87 3	1,44 2	1,87 7	0,55 3	0,46 2
5	0,4	0,4	0,56 1	0,88 2	1,41 8	1,36 7	0,60 3	0,46 2
6	0,5	0,5	0,50 5	0,88 9	1,39 3	0,99 1	0,65 5	0,46 2
7	0,6	0,6	0,44 5	0,89 4	1,36 5	0,70 2	0,70 9	0,46 2
8	0,7	0,7	0,38 2	0,89 7	1,33 4	0,47 2	0,76 5	0,46 2
9	0,8	0,8	0,31 5	0,89 9	1,30 1	0,28 6	0,82 3	0,46 2

10	0,9	- 0,9	0,24 4	0,89 8	1,26 5	0,13 1	0,88 3	0,46 2
11	1	-1	0,16 9	0,89 6	1,22 7	0	0,94 7	0,46 2
x1mi n	x2mi n							
- 0,143	- 2,429							

Табл. 2.4. Показники якості корегованого зачеплення при $0 \leq x_1 \leq 1$

З таблиці 2.4 видно, що показники коефіцієнтів ковзання починають вирівнюватися в діапазоні $0.5 \leq x_1 \leq 0.6$

Обрахуємо показники в цьому діапазоні.

№	x1	x2	xk1	xk2	ea	λ_1	λ_2	θ
1	0,5	- 0,5	0,50 5	0,88 9	1,39 3	0,99 1	0,65 5	0,46 2
2	0,51	- 0,51	0,49 9	0,88 9	1,39	0,95 9	0,66	0,46 2
3	0,52	- 0,52	0,49 4	0,89	1,38 7	0,92 7	0,66 5	0,46 2
4	0,53	- 0,53	0,48 8	0,89	1,38 5	0,89 6	0,67 1	0,46 2
5	0,54	- 0,54	0,48 2	0,89 1	1,38 2	0,86 6	0,67 6	0,46 2
6	0,55	- 0,55	0,47 6	0,89 2	1,37 9	0,83 7	0,68 1	0,46 2
7	0,56	- 0,56	0,47	0,89 2	1,37 6	0,80 9	0,68 7	0,46 2
8	0,57	- 0,57	0,46 4	0,89 3	1,37 3	0,78 1	0,69 2	0,46 2
9	0,58	- 0,58	0,45 8	0,89 3	1,37 1	0,75 4	0,69 8	0,46 2
10	0,59	- 0,59	0,45 2	0,89 3	1,36 8	0,72 7	0,70 3	0,46 2
11	0,6	- 0,6	0,44 5	0,89 4	1,36 5	0,70 2	0,70 9	0,46 2
x1mi n	x2mi n							
- 0,143	- 2,429							

Табл. 2.5. Показники якості корегованого зачеплення при $0.5 \leq x_1 \leq 0.6$

З таблиці 2.5 видно, що показники коефіцієнтів ковзання починають вирівнюватися в діапазоні $0.59 \leq x_1 \leq 0.6$

Обрахуємо показники в цьому діапазоні.

№	x1	x2	xk1	xk2	ea	λ_1	λ_2	θ
1	0,59	-	0,45	0,89	1,36	0,72	0,70	0,46
		0,59	2	3	8	7	3	2
2	0,59	-	0,45	0,89	1,36	0,72	0,70	0,46
	1	0,591	1	3	7	5	4	2
3	0,59	-		0,89	1,36	0,72	0,70	0,46
	2	0,592	0,45	4	7	2	4	2
4	0,59	-		0,89	1,36		0,70	0,46
	3	0,593	0,45	4	7	0,72	5	2
5	0,59	-	0,44	0,89	1,36	0,71	0,70	0,46
	4	0,594	9	4	7	7	5	2
6	0,59	-	0,44	0,89	1,36	0,71	0,70	0,46
	5	0,595	9	4	6	4	6	2
7	0,59	-	0,44	0,89	1,36	0,71	0,70	0,46
	6	0,596	8	4	6	2	6	2
8	0,59	-	0,44	0,89	1,36	0,70	0,70	0,46
	7	0,597	7	4	6	9	7	2
9	0,59	-	0,44	0,89	1,36	0,70	0,70	0,46
	8	0,598	7	4	5	7	7	2
10	0,59	-	0,44	0,89	1,36	0,70	0,70	0,46
	9	0,599	6	4	5	4	8	2
11	0,6	-	0,44	0,89	1,36	0,70	0,70	0,46
	0,6	0,6	5	4	5	2	9	2
x1mi	x2mi							
n	n							
-	-							
0,143	2,429							

Табл. 2.6. Показники якості корегованого зачеплення при $0.59 \leq x_1 \leq 0.6$

Отже, з таблиці 2.6 видно, що показники коефіцієнтів ковзання вирівнюються при $x_1=0.598$, та дорівнюють 0.707.

Перевіримо також отримані значення коефіцієнту товщини зубця. $S_a = 0,447$ для шестерні та $S_a = 0,894$ для колеса задовільняють умові $S_a \geq 0,25 \dots 0,3$.

Коефіцієнт перекриття нульового зміщення також задовольняє умові

$$\varepsilon_\alpha = 1,496 > 1.$$

Розраховуємо інші параметри передачі, які потрібні для креслення профілю зубців.

Параметри з'єднання:

Міжосьова відстань: $a_w = 34\text{мм}$

Кут зачеплення (град): $\alpha_{tw} = 21.142^\circ$

Висота зуба: $h_i = 2.25\text{мм}$

Коефіцієнт торцевого перекриття: $e_a = 1.365$

Коефіцієнт тиску в полюсі: $\theta = 0.462$

Параметри шестерні:

Радіус ділительного кола: $r = 8.5\text{мм}$

Радіус початковій окружності: $r_w = 8.5\text{мм}$

Радіус кола вершин: $r_a = 10.098\text{мм}$

Радіус кола западин: $r_f = 7.848\text{мм}$

Радіус основного кола: $r_b = 7.928\text{мм}$

Коефіцієнт товщини по окружності вершин: $sk = 0.42$

Коефіцієнт питомого ковзання: $\lambda = 0.707$

Параметри колеса:

Радіус ділительного кола: $r = 25.5\text{мм}$

Радіус початковій окружності: $r_w = 25.5\text{мм}$

Радіус кола вершин: $r_a = 25.902\text{мм}$

Радіус кола западин: $r_f = 23.652\text{мм}$

Радіус основного кола: $r_b = 23.783\text{мм}$

Коефіцієнт товщини по окружності вершин: $sk = 0.841$

Коефіцієнт питомого ковзання: $\lambda = 0.707$

Обчислюємо координати точок профілів зубців колеса та шестерні та вносимо дані у таблиці

Координати шестерні			
№	Т-д	x	y
1	Прхд	1,472	7,738
2	Прхд	1,291	7,822
3	Прхд	1,199	7,927
4	Прхд	1,16	8,007
5	Прхд	1,144	8,066
6	Прхд	1,136	8,111
7	Евлв	1,125	8,194
8	Евлв	1,109	8,289
9	Евлв	1,086	8,395
10	Евлв	1,056	8,511
11	Евлв	1,019	8,637
12	Евлв	0,973	8,773

13	ЕВЛВ	0,918	8,917
14	ЕВЛВ	0,853	9,07
15	ЕВЛВ	0,777	9,232
16	ЕВЛВ	0,69	9,4
17	ЕВЛВ	0,59	9,575
18	ЕВЛВ	0,477	9,756
19	ЕВЛВ	0,352	9,942
20	ЕВЛВ	0,212	10,133

Табл. 2.7. Координати точок профілю зубця шестерні

Координати колеса			
№	Т-д	х	у
1	Прхд	1,478	23,56
2	Прхд	1,242	23,638
3	Прхд	1,096	23,775
4	Прхд	1,013	23,917
5	Прхд	0,962	24,063
6	Прхд	0,929	24,218
7	ЕВЛВ	0,916	24,298
8	ЕВЛВ	0,901	24,383
9	ЕВЛВ	0,882	24,475
10	ЕВЛВ	0,861	24,572
11	ЕВЛВ	0,837	24,676
12	ЕВЛВ	0,809	24,785
13	ЕВЛВ	0,779	24,9
14	ЕВЛВ	0,744	25,021
15	ЕВЛВ	0,705	25,147
16	ЕВЛВ	0,663	25,279
17	ЕВЛВ	0,616	25,417
18	ЕВЛВ	0,564	25,56
19	ЕВЛВ	0,508	25,708
20	ЕВЛВ	0,448	25,861

Табл. 2.8. Координати точок профілю зубця колеса

За даними, отриманими за допомогою програми, зображуємо профілі скорегованих і нескорегованих зубців колеса та шестерні.

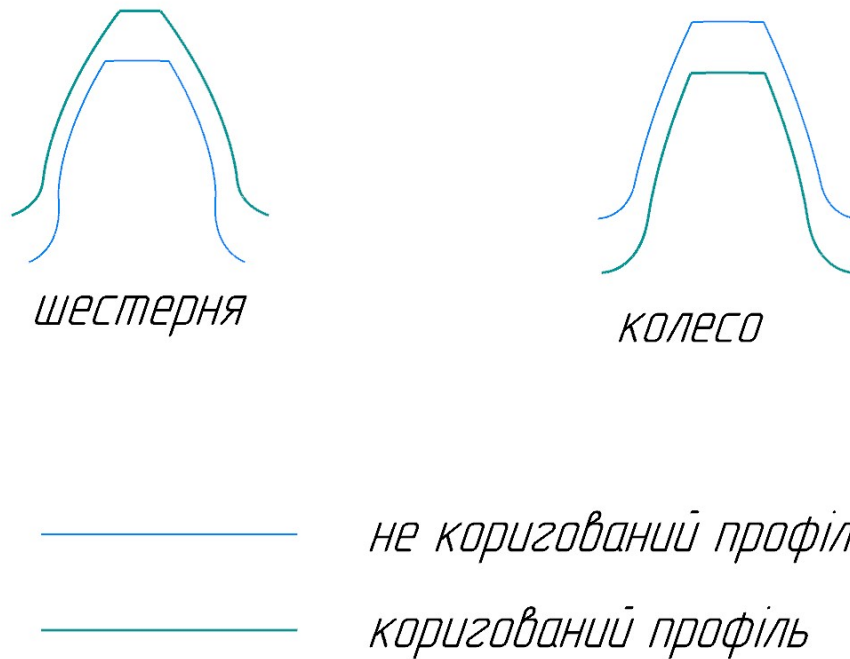


Рис. 2.1. Кореговані та не кореговані профілі зубців шестерні та колеса.

2.5 Висновок

За допомогою програми було проведено корегування косозубого зачеплення. Були визначені наступні показники якості зачеплення:

- Коефіцієнти ковзання $\lambda_1 = \lambda_2 = 0,707$.
- Коефіцієнт перекриття нульового зміщення $\varepsilon_\alpha = 1,496 > 1$.
- Коефіцієнти товщини зубця $S_\alpha = 0,447$ для шестерні та $S_\alpha = 0,894$ для колеса задовільняють умові $S_\alpha \geq 0,25 \dots 0,3$ при поліпшенні.

Так як наша передача скорегована, то зубці будуть зношуватися рівномірно, що відповідно збільшить термін роботи устаткування.

Параметр	Некорегована	Скорегована
x1	0	0.598
x2	0	-0.598
ε_α	1.494	1.365
λ_1	5.763	0.707
λ_2	0.411	0.707
θ	0.462	0.462
S_{a1}	0.744	0.447
S_{a2}	0.836	0.894

Таблиця 2.9 Порівняння параметрів некоригованої та коригованої передачі.

3. Розрахунок вісесиметричної пластини на міцність та жорсткість

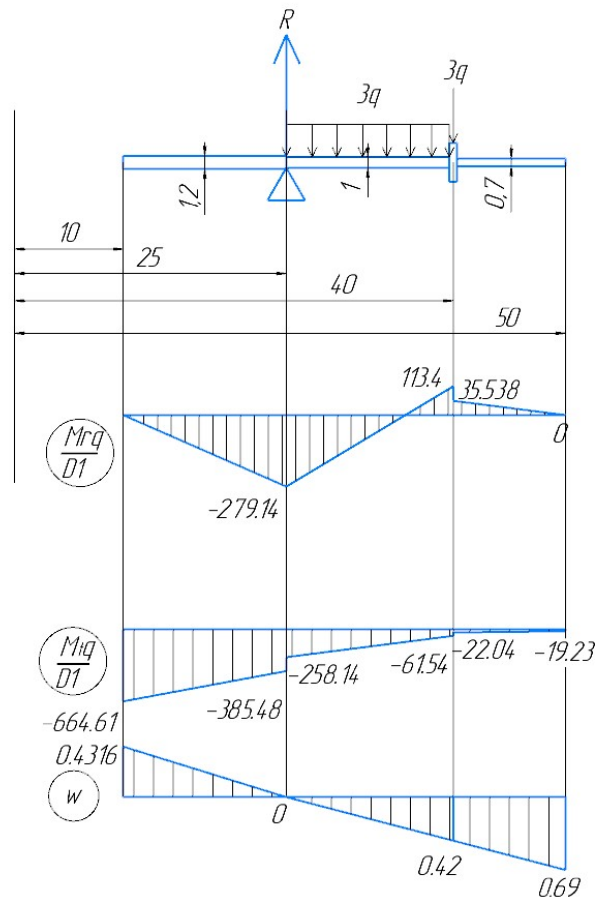


Рисунок 3.1 Схема плити та епюри моментів та переміщень

Напружено-деформований стан плити можна знайти за допомогою модифікованого метода початкових параметрів в формі метода двох розрахунків.

Для початку потрібно знайти реакцію в опорі

3.1 Обчислення реакції в опорі

$$R_{\Sigma} = R \cdot \pi \cdot 50 = 3q\pi(40^2 - 25^2) + 3q \cdot 80\pi = 3165q\pi$$

3.2 Знаходимо характеристики ділянок (жорсткість D_i , матриці переходу L_i , початкові сили P_i , вектори навантажень R_i)

$$\lambda_1 = \frac{10}{25} = 0.4$$

$$\lambda_2 = \frac{25}{40} = 0.625$$

$$\lambda_3 = \frac{40}{50} = 0.8$$

$$\frac{D_2}{D_1} = \left(\frac{1}{1.2}\right)^3 = 0.578$$

$$\frac{D_1}{D_2} = \left(\frac{1.2}{1}\right)^3 = 1.728$$

$$\frac{D_3}{D_1} = \left(\frac{0.7}{1.2}\right)^3 = 0.198$$

$$\frac{D_1}{D_3} = \left(\frac{1.2}{0.7}\right)^3 = 5.038$$

Матриця переходу знаходиться за такою формулою:

$$L_i = \begin{vmatrix} \psi_{\vartheta\vartheta}(\lambda_i) & \frac{D_1}{D_2} \psi_{\vartheta m}(\lambda_i) \\ \frac{D_2}{D_1} \psi_{r\vartheta}(\lambda_i) & \psi_{rm}(\lambda_i) \end{vmatrix}$$

Знайдемо матриці переходу для кожної ділянки пластини:

$$L_1 = \begin{vmatrix} \psi_{\vartheta\vartheta}(0.4) & \psi_{\vartheta m}(0.4) \\ \psi_{r\vartheta}(0.4) & \psi_{rm}(0.4) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0.454 & 0.42 \\ 0.3822 & 0.706 \end{vmatrix}$$

$$L_2 = \begin{vmatrix} \psi_{\vartheta\vartheta}(0.625) & \frac{D_1}{D_2} \psi_{\vartheta m}(0.625) \\ \frac{D_2}{D_1} \psi_{r\vartheta}(0.625) & \psi_{rm}(0.625) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0.6043 & 0.526 \\ 0.1601 & 0.78695 \end{vmatrix}$$

$$L_3 = \begin{vmatrix} \psi_{\vartheta\vartheta}(0.8) & \frac{D_1}{D_3} \psi_{\vartheta m}(0.8) \\ \frac{D_3}{D_1} \psi_{r\vartheta}(0.8) & \psi_{rm}(0.8) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0.766 & 0.90684 \\ 0.173 & 0.874 \end{vmatrix}$$

$$P_{11} = 0$$

$$P_{21} = R_{\Sigma} = 3165q\pi$$

$$P_{31} = -3q\pi(40^2 - 25^2) - 3q \cdot 80\pi + R_{\Sigma} = 0$$

Вектор навантажень знаходять за наступною формулою:

$$R_i = \begin{pmatrix} \frac{P_{i1}}{D_1} \cdot \psi_{\vartheta P}(\lambda_i) + \frac{q_i \cdot r_i^2}{D_1} \cdot \psi_{\vartheta q}(\lambda_i) \\ \frac{P_{i1}}{D_1} \cdot \psi_{rP}(\lambda_i) + \frac{q_i \cdot r_i^2}{D_1} \cdot \psi_{rq}(\lambda_i) \end{pmatrix}$$

Знайдемо вектори навантажень нашої пластини:

$$R_1 = \begin{pmatrix} 0 + 0 \\ 0 + 0 \end{pmatrix} = 0$$

$$R_3 = \begin{pmatrix} 0 + 0 \\ 0 + 0 \end{pmatrix} = 0$$

$$R_2 = \begin{pmatrix} \frac{3165q\pi}{D_1} \cdot 1.728 \cdot 0.01325 - \frac{3q \cdot 40^2}{D_1} \cdot 1.728 \cdot 7.13 \cdot 10^{-3} \\ \frac{3165q\pi}{D_1} \cdot 0.06575 - \frac{3q \cdot 40^2}{D_1} \cdot 0.05575 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{q}{D_1} \begin{pmatrix} 165.403 \\ 385.83 \end{pmatrix}$$

Ребро:

$$X_{31} = L_p X_{22}$$

$$L_p = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{EI_x}{RD_1} & 1 \end{pmatrix}$$

$$I_x = \frac{3.6^3 \cdot 0.7}{12} = 2.7216 \text{ см}^4$$

$$D_1 = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)} = \frac{2 \cdot 10^4 \cdot 1.2^3}{12(1-0.3^2)} = 3164.83 \text{ кН} \cdot \text{см}$$

$$\frac{EI_x}{RD_1} = \frac{2 \cdot 10^4 \cdot 2.7216}{40 \cdot 3164.83} = 0.43$$

$$L_p = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0.43 & 1 \end{pmatrix}$$

3.3 Перший розрахунок

$$\{\bar{X}\}_{i2} = [L]_i \{\bar{X}\}_{i1}$$

$$\{\bar{X}\}_{11} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\{\bar{X}\}_{12} = [L]_1 \{\bar{X}\}_{11} = \begin{vmatrix} 0.454 & 0.42 \\ 0.3822 & 0.706 \end{vmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.454 \\ 0.3822 \end{Bmatrix} = \{\bar{X}\}_{21}$$

$$\{\bar{X}\}_{22} = [L]_2 \{\bar{X}\}_{21} = \begin{vmatrix} 0.6043 & 0.526 \\ 0.1601 & 0.78695 \end{vmatrix} \begin{Bmatrix} 0.454 \\ 0.3822 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.475 \\ 0.373 \end{Bmatrix}$$

$$\{\bar{X}\}_{31} = [L]_p \{\bar{X}\}_{22} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0.43 & 1 \end{vmatrix} \begin{Bmatrix} 0.475 \\ 0.373 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.475 \\ 0.577 \end{Bmatrix}$$

$$\{\bar{X}\}_{32} = [L]_3 \{\bar{X}\}_{31} = \begin{vmatrix} 0.766 & 0.90684 \\ 0.173 & 0.874 \end{vmatrix} \begin{Bmatrix} 0.475 \\ 0.577 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.887 \\ 0.586 \end{Bmatrix}$$

3.4 Другий розрахунок

$$\{\bar{\bar{X}}\}_{i2} = [L]_i \{\bar{\bar{X}}\}_{i1} + \{R\}_i$$

$$\{\bar{\bar{X}}\}_{11} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\{\bar{\bar{X}}\}_{12} = [L]_1 \{\bar{\bar{X}}\}_{11} + \{R\}_1 = \begin{vmatrix} 0.454 & 0.42 \\ 0.3822 & 0.706 \end{vmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + 0 = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \{\bar{\bar{X}}\}_{21}$$

$$\{\bar{\bar{X}}\}_{22} = [L]_2 \{\bar{\bar{X}}\}_{21} + \{R\}_2 = \frac{q}{D_1} \begin{pmatrix} 165.403 \\ 385.83 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}\{\bar{X}\}_{31} &= [L]_p \{\bar{X}\}_{22} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0.43 & 1 \end{vmatrix} \cdot \frac{q}{D_1} \begin{pmatrix} 165.403 \\ 385.83 \end{pmatrix} = \frac{q}{D_1} \begin{pmatrix} 165.403 \\ 456.95 \end{pmatrix} \\ \{\bar{X}\}_{32} &= [L]_3 \{\bar{X}\}_{31} + \{R\}_3 = \begin{vmatrix} 0.766 & 0.90684 \\ 0.173 & 0.874 \end{vmatrix} \cdot \frac{q}{D_1} \begin{pmatrix} 165.403 \\ 456.95 \end{pmatrix} \\ &= \frac{q}{D_1} \begin{pmatrix} 541.079 \\ 427.989 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

3.5 Урахування граничної умови на зовнішньому контурі пластини

$$\begin{aligned}\left(\frac{\bar{M}_r}{D_1}\right) C + \left(\frac{\bar{M}_r}{D_1}\right) &= 0 \\ 0.586 \cdot C + \frac{q}{D_1} 427.989 &= 0 \\ C = \frac{-427.989q}{D_1 \cdot 0.586} &= \frac{-730.35q}{D_1}\end{aligned}$$

3.6 Визначення повних векторів стану для ділянок з урахуванням константи

$$C \{X\} = \{\bar{X}\} \cdot C + \{\bar{X}\}$$

$$\begin{aligned}\{X\}_{11} &= \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \cdot \frac{-730.35q}{D_1} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \frac{q}{D_1} \begin{Bmatrix} -730.35 \\ 0 \end{Bmatrix} \\ \{X\}_{12} &= \begin{Bmatrix} 0.454 \\ 0.3822 \end{Bmatrix} \cdot \frac{-730.35q}{D_1} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \frac{q}{D_1} \begin{Bmatrix} -331.5789 \\ -279.14 \end{Bmatrix} \\ \{X\}_{22} &= \begin{Bmatrix} 0.475 \\ 0.373 \end{Bmatrix} \cdot \frac{-730.35q}{D_1} + \frac{q}{D_1} \begin{pmatrix} 165.403 \\ 385.83 \end{pmatrix} = \frac{q}{D_1} \begin{Bmatrix} -181.51 \\ 113.4 \end{Bmatrix} \\ \{X\}_{31} &= \begin{Bmatrix} 0.475 \\ 0.577 \end{Bmatrix} \cdot \frac{-730.35q}{D_1} + \frac{q}{D_1} \begin{pmatrix} 165.403 \\ 456.95 \end{pmatrix} = \frac{q}{D_1} \begin{Bmatrix} -181.51 \\ 35.538 \end{Bmatrix} \\ \{X\}_{32} &= \begin{Bmatrix} 0.887 \\ 0.586 \end{Bmatrix} \cdot \frac{-730.35q}{D_1} + \frac{q}{D_1} \begin{pmatrix} 541.079 \\ 427.989 \end{pmatrix} = \frac{q}{D_1} \begin{Bmatrix} -106.74 \\ 0.0039 \end{Bmatrix}\end{aligned}$$

3.7 Визначення колових згинаючих моментів

$$M_t = \mu M_r + D_i (1 - \mu^2) \frac{\vartheta}{r}$$

$$\begin{aligned}\left(\frac{M_t}{D_1}\right)_{11} &= 0.3 \cdot 0 + 1(1 - 0.3^2) \cdot \frac{-730.35q}{D_1} = \frac{-664.61q}{D_1} \\ \left(\frac{M_t}{D_1}\right)_{12} &= 0.3 \cdot \frac{-279.14q}{D_1} + 1(1 - 0.3^2) \cdot \frac{-331.5789q}{D_1} = \frac{-385.478q}{D_1} \\ \left(\frac{M_t}{D_1}\right)_{21} &= 0.3 \cdot \frac{-279.14q}{D_1} + 0.578(1 - 0.3^2) \cdot \frac{-331.5789q}{D_1} = \frac{-258.14q}{D_1} \\ \left(\frac{M_t}{D_1}\right)_{22} &= 0.3 \cdot \frac{113.4q}{D_1} + 0.578(1 - 0.3^2) \cdot \frac{-181.51q}{D_1} = \frac{-61.54q}{D_1}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\left(\frac{M_t}{D_1}\right)_{31} &= 0.3 \cdot \frac{35.538q}{D_1} + 0.198(1 - 0.3^2) \cdot \frac{-181.51q}{D_1} = \frac{-22.04q}{D_1} \\ \left(\frac{M_t}{D_1}\right)_{32} &= 0.3 \cdot \frac{0.0039q}{D_1} + 0.198(1 - 0.3^2) \cdot \frac{-106.74q}{D_1} = \frac{-19.23q}{D_1}\end{aligned}$$

3.8 Визначення допустимого навантаження

$$\begin{aligned}\sigma_{IVeKB} &= \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_t^2 - \sigma_r \sigma_t} = \frac{6}{h^2} \sqrt{M_r^2 + M_t^2 - M_r M_t} \leq [\sigma] \\ (\sigma_{IVeKB})_{12} &= \frac{6q}{1.2^2} \sqrt{279.14^2 + 385.478^2 - 279.14 \cdot 385.478} = 1295.54q \\ (\sigma_{IVeKB})_{22} &= \frac{6q}{1^2} \sqrt{113.4^2 + 61.54^2 + 113.4 \cdot 61.54} = 922.2q \\ (\sigma_{IVeKB})_{32} &= \frac{6q}{0.7^2} \sqrt{0.0039^2 + 19.23^2 + 0.0039 \cdot 19.23} = 235.46q \\ (\sigma_{IVeKB})_{12} &= 1295.54q \leq [\sigma] = 16 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} \rightarrow q = 0.01235 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}\end{aligned}$$

3.9 Визначення переміщень

$$\begin{aligned}w_{12} &= w_{11} - 25^2 \psi_{w\vartheta}(0.4) \cdot \frac{-730.35q}{D_1} - 25^2 \psi_{wm}(0.4) \cdot 0 - 0 - 0 = 0 \\ w_{11} - 25^2 \cdot 0.2423 \cdot \frac{-730.35 \cdot 0.01235}{3164.83} &= 0 \\ w_{11} &= -0.4316 \text{ см} \\ w_{22} = w_{31} = w_{21} - 40^2 \psi_{w\vartheta}(0.625) \cdot \frac{-331.5789q}{D_1} - 40^2 \psi_{wm}(0.625) \cdot \frac{-279.14q}{D_1} \\ &\cdot 1,728 - \frac{3165q\pi}{D_1} \cdot 1,728 \cdot 40^2 \psi_{wp}(0.625) - \frac{3q \cdot 40^4}{D_1} \\ &\cdot 1,728 \psi_{wq}(0.625) \\ &= 0 - 40^2 \cdot 0.22555 \cdot \frac{-331.5789 \cdot 0.01235}{3164.83} - 40^2 \cdot 0.06075 \\ &\cdot \frac{-279.14 \cdot 0.01235}{3164.83} \cdot 1,728 - \frac{3165 \cdot 0.01235\pi}{3164.83} \cdot 1,728 \cdot 40^2 \\ &\cdot 0.00179 - \frac{3 \cdot 0.01235 \cdot 40^4}{3164.83} \cdot 1,728 \cdot 0,000702 = 0,421621 \text{ см} \\ w_{32} = w_{31} - 50^2 \psi_{w\vartheta}(0.8) \cdot \frac{-181.51q}{D_1} - 50^2 \psi_{wm}(0.8) \cdot \frac{35.538q}{D_1} = \\ &= 0,421621 - 50^2 \cdot 1,559 \cdot \frac{-181.51 \cdot 0.01235}{3164.83} - 50^2 \cdot 0,0185 \\ &\cdot \frac{35.538 \cdot 0.01235}{3164.83} = 0.691267 \text{ м}\end{aligned}$$

4. Розрахунок конструкційного елемента методами теорії пружності

4.1 Вибір зразка

Так як ми працюємо та розраховуємо установку УМЕ-10Т, яка використовується для дослідження матеріалів на розтяг-стиск за статичного та циклічного навантаження, то виберемо плоский зразок з тріщиною та дослідимо його.

Початкові дані:

Висота: 150мм

Ширина: 100мм

Ширина тріщини L : 10мм

Сила $p(x)$, яка прикладається: 10кН.

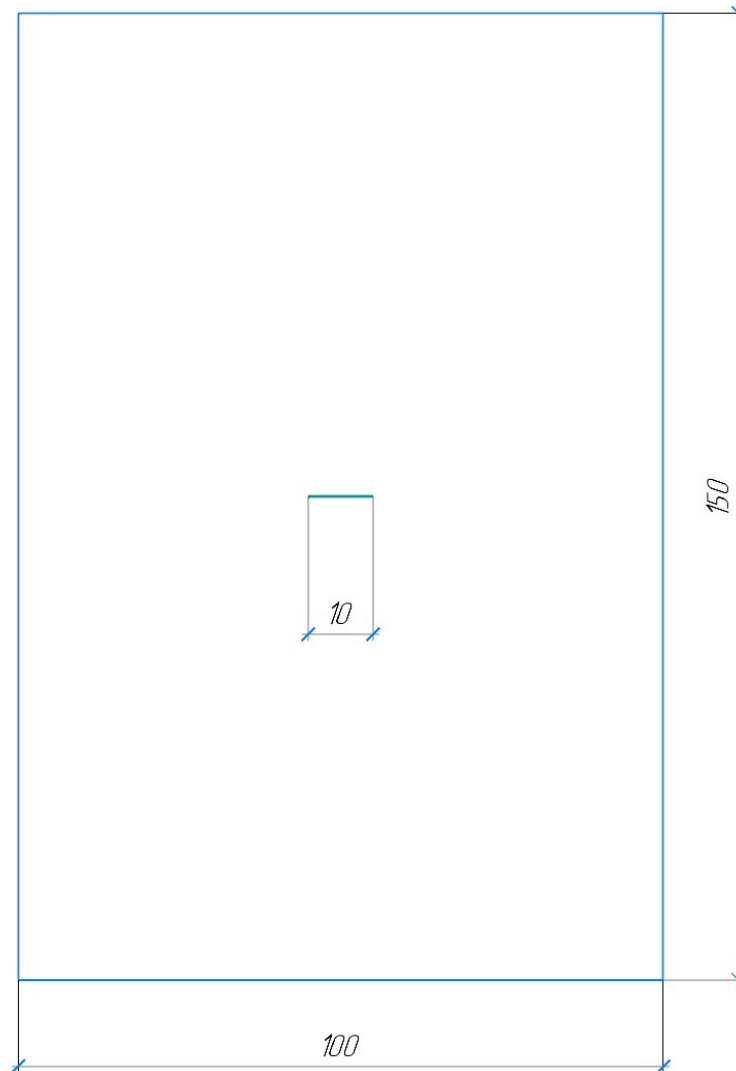


Рисунок 4.1 Зображення зразка з тріщиною

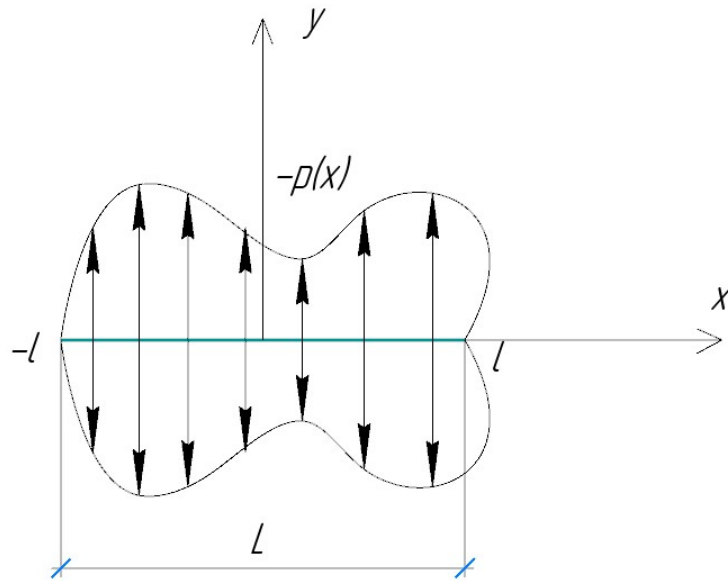


Рисунок 4.2 Тріщина

4.2 Розв'язок

Розв'язок будемо шукати за допомогою таких формул:

$$\sigma_n|_{y=\pm 0} = -p(x), \quad \sigma_t|_{y=\pm 0} = 0, \quad |x| < l \quad (4.1)$$

Тут σ_n та σ_t – компоненти вектору напружень на берегах тріщини. В нашій системі координат вони будуть задавати наступні значення для компонент тензора напружень:

$$\sigma_y \operatorname{Re} Z_1(z) \tau_{xy}|_{y=\pm 0} = 0, \quad |x| < l \quad (4.2)$$

Для того щоб умови в (4.2) були задоволені, ми використаємо комплексні потенціали Φ і ψ у формулах Колосова-Мусхелішвілі у наступному вигляді:

$$\Phi(z) = \frac{1}{2} Z_1(z), \quad \psi(z) = -\frac{z}{2} Z_1'(z) \quad (4.3)$$

Тому підставивши (4.3) до формули:

$$\begin{aligned} \sigma_y - \sigma_x - 2i\tau_{xy} &= 2(\bar{z}\Phi'(z) + \psi(z)) \quad (\text{одна з формул Колосова} \\ &\quad \text{– Мусхелешвілі}) \end{aligned}$$

та прирівнюючи дійсну та уявну частини правих та лівих частин отриманих співвідношень, отримуємо:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \operatorname{Re} Z_1(z) - y \operatorname{Im} Z_1'(z) \\ \sigma_y &= \operatorname{Re} Z_1(z) + y \operatorname{Im} Z_1'(z) \\ \tau_{xy} &= -y \operatorname{Re} Z_1'(z) \quad (4.4) \end{aligned}$$

Формули (4.4) можна доповнити виразами для зміщень. У випадку плоскої деформації маємо:

$$2Gu = ((1 - 2\nu)ReZ_{01}(z) - yImZ_1(z)), \quad \left(Z_1 = \frac{dZ_{01}}{dz}\right)$$

$$2Gu = ((1 - 2\nu)ImZ_{01}(z) - yReZ_1(z)) \quad (4.5)$$

Де $2G=E/(1+\nu)$ – подвоєний модуль зсуву.

З (4.4) випливає, що представлення (4.3) дозволяє автоматично задовольнити другу граничну умову в (4.2), а перша гранична умова дає:

$$ReZ_1(z)|_{y=\pm 0} = -p(x), \quad |x| < l \quad (4.6)$$

Отже, ми маємо граничну задачу теорії функції комплексної змінної. Покажемо спочатку, що уявна частина функції Z_1 на розрізі рівна нулю. Для цього застосуємо формулу Коші:

$$Z_1(z) = \frac{1}{2\pi i} \oint_L \frac{Z_1(\zeta)}{\zeta - z} d\zeta$$

Вважаючи функцію Z_1 аналітичною в будь-якій скінченій точці площини, деформуємо контур L_0 так щоб він складався з контуру L , який охоплює тріщину, та контуру L_∞ , що представляє собою коло з центром в точці $z=0$ і має будь який радіус:

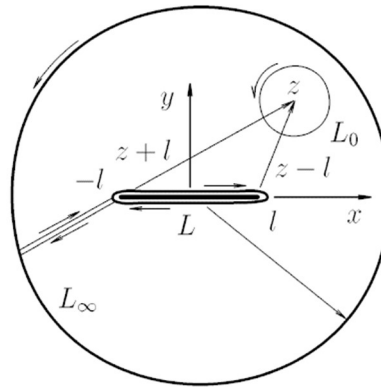


Рисунок 4.3 Схема тріщини

$$Z_1(z) = \frac{1}{2\pi i} \oint_{L_0} \frac{Z_1(\zeta)}{\zeta - z} d\zeta + \frac{1}{2\pi i} \oint_{L_\infty} \frac{Z_1(\zeta)}{\zeta - z} d\zeta \quad (4.7)$$

Зважаючи на співвідношення (4.4) та враховуючи, що напруження в пружній площині мають спадати до нуля при наближенні до нескінченно віддаленої точки, можна прийти до висновку, що $Z_1(z) \rightarrow 0$, коли $|z| \rightarrow \infty$. Тому, спрямовуючи радіус L_∞ до нескінченності, робимо висновок, що другий інтеграл в (4.7) рівний нулю. Отже, маємо:

$$Z_1(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-l}^l \frac{Z_1(\xi + i0) - Z_1(\xi - i0)}{\xi - z} d\xi$$

Коли точка z знаходиться на розрізі, то в силу граничної умови (1.6) дійсні частини функцій $Z_1(\xi - i0)$ та $Z_1(\xi + i0)$ співпадають і тому справа маємо чисто дійсну величину. Таким чином, ми довели, що на розрізі функція Z_1 приймає дійсні значення.

Розглянемо тепер функцію $\Phi(z) = Z_1(z)\sqrt{z^2 - l^2}$. Функція $\Phi(z)$ буде однозначною функцією в комплексній площині з розрізом вздовж відрізка $(-l, +l)$. Виберемо для розгляду ту гілку $\Phi(z)$, яка відповідає додатньому значенню арифметичного корення частини дійсної осі $\operatorname{Re} z > l$. Тоді на берегах ріщини будемо мати:

$$\begin{aligned}\Phi(x = \pm i0) &= Z_1(x = \pm i0)\sqrt{z-l}\sqrt{z+l} = -p(x)\sqrt{|z-l||z+l|}e^{\pm \frac{i\pi}{2}} \\ &= \pm ip(x)\sqrt{(l^2 - x^2)} \quad (4.8)\end{aligned}$$

Застосовуючи до функції $\Phi(z)$ формулу Коші та деформуючи контур інтегрування аналогічно до того, як це було зроблено в попередньому випадку, одержуємо:

$$\Phi(z) = \frac{1}{2\pi i} \oint_L \frac{\Phi(\zeta)}{\zeta - z} d\zeta + \frac{1}{2\pi i} \oint_L \frac{\Phi(\zeta)}{\zeta - z} d\zeta$$

Другий інтеграл за означенням є протилежною за знаком до лишку функції $\Phi(z)$ в нескінченно віддаленій точці константою C . Тому використовуючи (4.8) та перетворюючи перший інтеграл до інтегралу по відрізку дійсної осі, знаходимо:

$$Z_1(z) = \frac{1}{\pi\sqrt{z^2 - l^2}} \int_{-l}^l \frac{p(\xi) - Z_1(\xi - i0)}{z - \xi} d\xi + \frac{C}{\sqrt{z^2 - l^2}} \quad (4.9)$$

Формула (4.9) є загальним розв'язком поставленої ТФКЗ. Проте для однозначного визначення напружень нам необхідно задати значення константи C . Константа C має бути дійсною. Уявно розрізаючи площину вздовж вісі y , розглядаємо рівновагу верхньої (чи нижньої) напівплощини у проекції всіх зусиль на вісь y . Так як зовнішнє навантаження є самоврівноваженим, то в нескінченно віддаленій точці будуть відсутні будь-які зусилля, а тому тиск $p(x)$, прикладений до верхнього берега тріщини має зрівноважуватися напруженнями $\sigma_y(x)$, розподіленими вздовж $(-\infty, -l)$ та (l, ∞) :

$$\begin{aligned}\int_{-l}^l p(x) dx &= \int_{-\infty}^{-l} + \int_l^{\infty} \operatorname{Re} Z_1(x) dx \\ &= \int_{-\infty}^{-l} + \int_l^{\infty} Z_1(x) dx = \int_{-\infty}^{-l} + \int_l^{\infty} \frac{dx}{\pi\sqrt{x^2 - l^2}} \int_{-l}^l p(\xi) \frac{\sqrt{l^2 - \xi^2}}{x - \xi} d\xi \\ &\quad + 2C \int_l^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^2 - l^2}}\end{aligned}$$

Змінюючи порядок інтегрування в кратних інтегралах та враховуючи значення інтеграла

$$\int_l^{\infty} \frac{dx}{(x - \xi)\sqrt{x^2 - l^2}} = \frac{1}{l^2 - \xi^2} \left[\frac{\pi}{2} + \arcsin \frac{\xi}{l} \right]$$

Приходимо до співвідношення

$$\int_{-l}^l p(x)dx = \int_{-l}^l p(x)dx + 2C \int_l^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^2 - l^2}}$$

З якого випливає, що $C=0$. Таким чином, остаточно розв'язок задачі (4.6) можемо записати у вигляді:

$$Z_1(z) = \frac{1}{\pi\sqrt{z^2 - l^2}} \int_{-l}^l p(\xi) \frac{\sqrt{l^2 - \xi^2}}{z - \xi} d\xi \quad (4.10)$$

Розглянемо поведінку напружень в околі кінця розрізу. Будемо вважати, що відстань r від правого кінця розрізу до точки z значно менше довжини самого розрізу. Тоді наближено будемо мати:

$$z - l \cong re^{i\vartheta}, \quad z + l \cong 2l, \quad z - \xi \cong l - \xi \quad (4.11)$$

Де ϑ -полярний кут під яким видно точку z з правого кінця розрізу. Підставляючи (4.11) в (4.10), приходимо до асимптотичного виразу:

$$Z_1(z) = \frac{1}{\pi\sqrt{2lre^{i\vartheta}}} \int_{-l}^l p(\xi) \sqrt{\frac{l+\xi}{l-\xi}} d\xi = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi(z-l)}} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} e^{-i\vartheta/2} \quad (4.12)$$

Де

$$K_I = \frac{1}{\sqrt{\pi l}} \int_{-l}^l p(\xi) \sqrt{\frac{l+\xi}{l-\xi}} d\xi$$

- Константа, яку називають коефіцієнтом інтенсивності напружень.

З (4.12) шляхом диференціювання знаходимо, що

$$Z_1'(z) \cong -\frac{K_I}{\sqrt{2\pi}} \frac{e^{-\frac{3i\vartheta}{2}}}{2r\sqrt{r}} \quad (4.13)$$

Підставляючи (4.12) та (4.13) в (4.4), отримуємо шукані асимптотичні вирази:

$$\begin{aligned} \sigma_x &\cong \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \left[1 - \sin \frac{\vartheta}{2} \sin \frac{3\vartheta}{2} \right] \cos \frac{\vartheta}{2} \\ \sigma_y &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \left[1 + \sin \frac{\vartheta}{2} \sin \frac{3\vartheta}{2} \right] \cos \frac{\vartheta}{2} \\ \tau_{xy} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi}} \sin \frac{\vartheta}{2} \cos \frac{\vartheta}{2} \cos \frac{\vartheta}{2}, \quad r \rightarrow 0 \quad (4.14) \end{aligned}$$

На основі (4.5) формули (4.14) можуть бути доповнені відповідними співвідношеннями для змішень:

$$u \cong \frac{K_I}{G} \frac{r}{\sqrt{2\pi}} \cos \frac{\vartheta}{2} (1 - 2\nu + \sin^2 \frac{\vartheta}{2})$$

$$v \cong \frac{K_I}{G} \frac{r}{\sqrt{2\pi}} \sin \frac{\vartheta}{2} (2 - 2\nu + \cos^2 \frac{\vartheta}{2}), \quad r \rightarrow 0$$

Тобто можна прийти до висновку, що біля вершини тріщини береги розходяться як гілки параболи

$$v \cong \pm 2(1 - \nu) \frac{K_I}{G\sqrt{2\pi}} \sqrt{(l - x)}$$

Підставивши вхідні дані обраховуємо коефіцієнт інтенсивності напруження:

$$K_I = \frac{1}{\sqrt{\pi l}} \int_{-l}^l p(\xi) \sqrt{\frac{l+\xi}{l-\xi}} d\xi = \frac{1}{\sqrt{\pi 5}} \int_{-5}^5 10000 \sqrt{\frac{5+\xi}{5-\xi}} d\xi = 1000\pi\sqrt{5}$$

$$= 3963.3273$$

А тепер знаходимо шукані напруження

Для початку знайдемо розв'язок рівняння (4.10), використовуючи вхідні дані:

$$Z_1(z) = \frac{1}{\pi\sqrt{z^2 - l^2}} \int_{-l}^l p(\xi) \frac{\sqrt{l^2 - \xi^2}}{z - \xi} d\xi = \frac{1}{\pi\sqrt{z^2 - 5^2}} \int_{-5}^5 10000 \frac{\sqrt{5^2 - \xi^2}}{z - \xi} d\xi$$

$$= \frac{1}{\pi\sqrt{z^2 - 25}} \cdot 10000 \left(\pi z - \pi\sqrt{z^2 - 25} \right) = 1000 \left(\frac{z}{\sqrt{z^2 - 25}} - 1 \right)$$

Підставляючи в рівняння (4.4) отримуємо:

$$\sigma_y|_{y=0} = 1000 \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 - 25}} - 1 \right) \text{ при } x > l$$

Наприклад при $x=10$ маємо наступне:

$$\sigma_y|_{y=0} = 10000 \left(\frac{10}{\sqrt{10^2 - 25}} - 1 \right) = 1547\text{Н}$$

Зобразимо розподіл напружень у вигляді графіку:

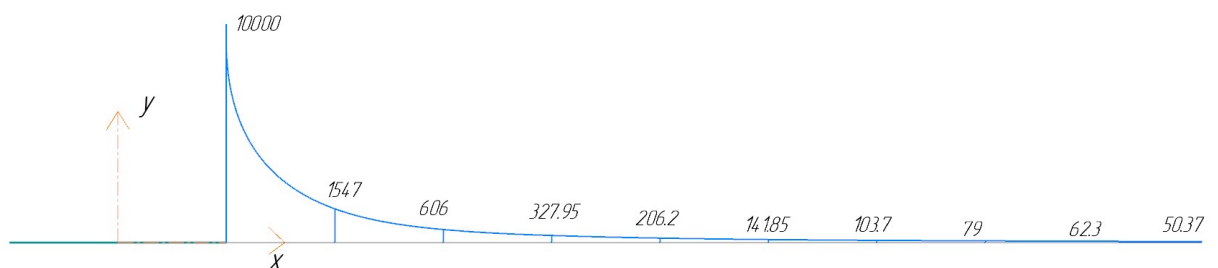


Рисунок 4.4 Графік розподілу напружень тріщини від $x=5$ та $x=50$

5. Проектування випробувального зразка та проведення чисельного розрахунку його напружено-деформованого стану

5.1 Вибір типу зразка та його конструювання

Перед початком розрахунків необхідно визначити тип зразка, який залежить від установки та її роботи. В цій роботі ми розраховуємо установку УМЕ-10Т, яка працює на розтяг-стиск за статичного та циклічного навантаження, тому згідно рекомендацій, вибираємо трубчастий зразок.

Геометричні характеристики визначатимуться за допомогою вхідних даних та формул опору матеріалів.

Початкові дані:

- Модуль Юнга матеріалу $E = 1.1 \cdot 10^5$ МПа.
- Коефіцієнт Пуассона матеріалу $\mu = 0.25$.
- Границя міцності матеріалу $\sigma_b = 150$ МПа.
- Максимально допустимий коефіцієнт концентрації напружень у перехідній зоні зразка $\alpha = 1.05$.
- Максимальна осьова сила устаткування $N_{max} = 100$ КН.
- Гарантований запас потужності устаткування $k = 4.0$.

Визначимо максимальну силу, яку можна прикласти до зразка:

$$N = \frac{N_{max}}{k} = \frac{100000}{4} = 25000 \text{ Н.}$$

Максимальне напруження, яке може бути досягнуте в трубчастій частині зразка, без врахування концентрації напружень знаходиться за формулою:

$$\sigma_{max} = \frac{\sigma_b}{\alpha} = \frac{150}{1.05} = 142.85 \text{ МПа.}$$

Площа поперечного перерізу зразка:

$$A = \frac{N}{\sigma_{max}} = \frac{25000}{142.85} = 175 \text{ мм}^2$$

Оскільки у нас є трубчастий зразок, нам потрібно визначити два незалежних розміри, а саме внутрішній d_b та наріжний d_n діаметри (або середній діаметр D та товщину стінки δ).

Площу перерізу трубки визначимо за формулою:

$$A = \frac{\pi(d_H^2 - d_B^2)}{4} = \pi \frac{d_H + d_B}{2} \frac{d_H - d_B}{2} = \pi D \delta$$

Де

$$D = \frac{d_H + d_B}{2}$$

$$\delta = \frac{d_H - d_B}{2}$$

Згідно до рекомендацій відношення D до δ приймають в діапазоні від 15 до 20. Візьмемо відношення D до $\delta = 20$.

Тоді:

$$A = 20\pi\delta^2$$

Отже маємо:

$$\delta = \sqrt{A/(20\pi)} = \sqrt{175/(20\pi)} = 1.67 \text{ мм}$$

Тоді $D=20\delta=33.4 \text{ мм}$, $d_B = D - \delta = 33.4 - 1.67 = 31.73 \text{ мм}$. Тоді $d_H = d_B + 2\delta = 35.07 \text{ мм}$.

Так як ці величини є завеликими для нашої установки, то потрібно зменшити їх, залишивши інші співвідношення майже незмінними, та врахувати стандартний ряд розмірів:

$\delta = 1$, $D=20\delta=20 \text{ мм}$, $d_B = D - \delta = 20 - 1 = 19 \text{ мм}$, $d_H = d_B + 2\delta = 21 \text{ мм}$.

Так як такі величини відсутні в таблицях стандартних розмірів, то візьмемо найближчі значення.

Отже, $d_B = 20 \text{ мм}$, $d_H = 22 \text{ мм}$, $A = 20\pi\delta^2 = 62.83$

Згідно до рекомендацій та стандартів призначимо такі розміри робочої частини зразка:

- Діаметр голівки: $D_{\text{гол}}=36 \text{ мм}$.
- Довжина голівки: $L_{\text{гол}}=22 \text{ мм}$.
- Робоча довжина зразка (циліндра): $L_{\text{цил}} = 5d_H = 110 \text{ мм}$.
- Загальна довжина зразка: $L = 220 \text{ мм}$.
- Кут нахилу перехідної частини зразка: $\theta = 7^\circ$.
- Радіуси заокруглень перехідної частини зразка: $r_1 = 40 \text{ мм}$, $r_2 = 2 \text{ мм}$.

Для трубчастих зразків, щоб мати задовільне значення коефіцієнта концентрації напружень $\alpha \leq 1.05$, рекомендовано призначати $r_1 > (1.5 \dots 2)d_H$.

5.2 Постановка крайової задачі пружності

У цій роботі необхідно отримати значення коефіцієнта концентрації напружень α , яке буде реалізовано в нашому зразку, щоб ми могли порівняти його з допустимим. Для цього нам потрібно розв'язати граничну задачу лінійної пружності, тобто розрахувати напружено-деформований стан нашого зразка. Результати, які ми маємо отримати: поля переміщень, деформацій та напружень.

Сформулюємо для початку постановку задачі та метод за яким ми будемо її розв'язувати.

Вважаємо, що ми розглядаємо тіло об'єму Ω , обмежене поверхнею S ; фізичні величини: напруження, деформація, сила, переміщення; застосовуємо координати Лагранжа; матеріал буде вважатися ізотропним, а деформації малі.

Припустимо, що в деякий початковий момент t_0 в актуальному тілі переміщення $U_i(\vec{x}, t_0)$, деформації $\varepsilon_{ij}(\vec{x}, t_0)$, напруження $\sigma_{mn}(\vec{x}, t_0)$ мають нульові значення. Нехай після цього в об'ємі тіла Ω , а також на частині його поверхні $S_G = S_U \cup S_P$ за деякий проміжок часу відбудеться зміна навантажень, тобто на час t прикладемо: $\bar{P}_m(\vec{x}, t)$ – поверхневі сили на S_P ; відбулися переміщення $\bar{U}_i(\vec{x}, t)$ на S_U . Для визначення в кожній точці тіла величин: $U_i(\vec{x}, t)$ – переміщень, $\varepsilon_{ij}(\vec{x}, t)$ – деформацій, $\sigma_{mn}(\vec{x}, t)$ – напружень маємо наступну крайову задачу:

- рівняння рівноваги як окремий випадок рівняння руху:

$$\nabla_n \sigma_{mn} = 0; \quad (5.2.1)$$

- геометричні (для малих деформацій):

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(\nabla_i U_j + \nabla_j U_i), \quad (5.2.2)$$

а також присутні тільки пружні деформації:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e; \quad (5.2.3)$$

- фізичні рівняння:

$$\varepsilon_{ij}^e = C_{ijmn} \sigma_{mn}; \quad (5.2.4)$$

де C_{ijmn} – тензор модулів піддатливості.

Додатково залучаються ГУ на S_U та S_P :

$$U_i|_{S_U} = \bar{U}_i; \quad (5.2.5)$$

$$\sigma_{mn} \nu_n|_{S_P} = \bar{P}_m. \quad (5.2.6)$$

Для розв'язування крайової задачі зазвичай використовують принцип можливих переміщень.

Для одержання рівняння принципу можливих переміщень

використовуємо співвідношення (5.2.1), (5.2.2), (5.2.6), властивості симетрії тензора напружень та теорему Гауса-Остроградського. У підсумку ми отримуємо наступний функціонал щодо варіацій переміщень і пов'язаних з ними деформацій

$$F = \int_{\Omega} \sigma_{mn} \delta \varepsilon_{mn} d\Omega - \int_{S_P} \bar{P}_m \delta U_m dS = 0, \quad (5.2.7)$$

які в поєднанні з кінематичним ГУ (5.2.5) на поверхні S_U визначають незліченну множину можливих (віртуальних) напружено-деформованих станів. Дійсний НДС є одним із віртуальних, але він додатково задовольняє фізичним рівнянням зв'язків $\sigma_{mn} \propto \varepsilon_{mn}$, тобто (5.2.4).

5.3 Метод розв'язування крайової задачі лінійної пружності

Потрібно використовувати метод скінченних елементів. Спочатку перейдемо до матричних позначень.

Закон Гука (5.2.4) записуємо у вигляді

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon^e\}, \quad (5.3.1)$$

де $[D]$ – матриця модулів пружності.

У випадку пружної ізотропії матеріалу матриця буде мати вигляд:

$$[D] = 2G \cdot \begin{pmatrix} a & b & b & 0 & 0 & 0 \\ b & a & b & 0 & 0 & 0 \\ b & b & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c \end{pmatrix} \quad (5.3.2)$$

де $2G = E/(1 + \mu)$; $a = (1 - \mu)/(1 - 2\mu)$; $b = \mu/(1 - 2\mu)$; $c = 0,5$; E – модуль Юнга; μ – коефіцієнт Пуассона.

Всі деформації – пружні:

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon^e\} \quad (5.3.3)$$

Враховуючи (5.3.3), записуємо вираз (5.3.1) у вигляді:

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} \quad (5.3.4)$$

Геометричні рівняння (5.2.2) отримують вигляд:

$$\{\varepsilon\} = [B]\{q\}_e, \quad (5.3.5)$$

де $\{q\}_e = \{(q^1, q^2, q^3)_1, \dots, (q^1, q^2, q^3)_M\}^T = \{q_1, q_2, \dots, q_{3M}\}^T$ – вектор переміщень в вузлах СЕ; $[B]$ – матриця диференціювання за глобальними координатами, пов'язана лише з типом СЕ і системою глобальних координат.

Функціонал (5.2.7) з урахуванням можливості суперпозиції робіт по СЕ, зумовленої тим, що СЕ взаємодіють один з одним у вузлах і не перетинаються, записується так:

$$F = \sum_e \int_{\Omega^e} \{\delta q\}_e^T [B]^T [D] [B] \{q\}_e d\Omega - \sum_e \int_{S_p^e} \{\delta q\}_e^T [\phi]^T \{p\} dS = 0 \quad (5.3.6)$$

де позначено вектори навантажень $\{p\} = \{\bar{p}_1, \bar{p}_2, \bar{p}_3\}^T$; S_p^e – сторона СЕ, що виходить на S_p тіла; знак $\sum_e$ означає додавання по всіх СЕ, що містять актуальний ступінь свободи вузла.

Оскільки в підінтегральних виразах є вектори $\{\delta q\}_e^T$ і $\{q\}_e$, незалежні від параметрів інтегрування, тому їх можна винести за межі інтегралів. З (5.3.6), згрупувавши інтеграли, отримаємо:

$$F = \sum_e \{\delta q\}_e^T \int_{\Omega^e} [B]^T [D] [B] d\Omega \cdot \{q\}_e + \sum_e \{\delta q\}_e^T \int_{S_p^e} [\phi]^T \{p\} dS = 0 \quad (5.3.7)$$

Позначимо:

$$[K]_e = \int_{\Omega^e} [B]^T [D] [B] d\Omega, \quad (5.3.8)$$

$$\{P\}_e = \int_{S_p^e} [\phi]^T \{p\} dS. \quad (5.3.9)$$

Тоді

$$F = \sum_e \{\delta q\}_e^T ([K]_e \{q\}_e - \{P\}_e) = 0 \quad (5.3.10)$$

Оскільки варіації переміщень – довільні, то отримуємо СЛАР вигляду

$$[K] \{q\} = \{P\} \quad (5.3.11)$$

відносно глобального вектору приростів дійсних переміщень $\{q\}_e$ у вузлах СЕ сітки. В (5.3.10) позначено додавання за ступенями свободи вузлів: $[K] = \sum_e [K]_e$; $\{P\} = \sum_e \{P\}_e$. Вектор $\{P\}$ зумовлюється зовнішніми силовими навантаженнями. У СЛАР також необхідно врахувати кінематичні ГУ (5.2.5).

5.4 Розрахункова схема

Використовуючи розраховані дані, проектуємо трубчастий зразок. Так як розподілення навантаження буде симетричним, то спроектуємо тільки половину зразка. Характер закріплення приймаємо такий, щоб були відсутні поворот та переміщення перпендикулярно до площини розсічення, в циліндричній системі координат.

Силу розраховуємо за наступною формулою та задаємо у вигляді розподіленого навантаження:

$$F = \left(\frac{\sigma_e}{\alpha}\right) A = \left(\frac{150}{1.05}\right) 62.83 = 8975.71 \text{ Н}$$

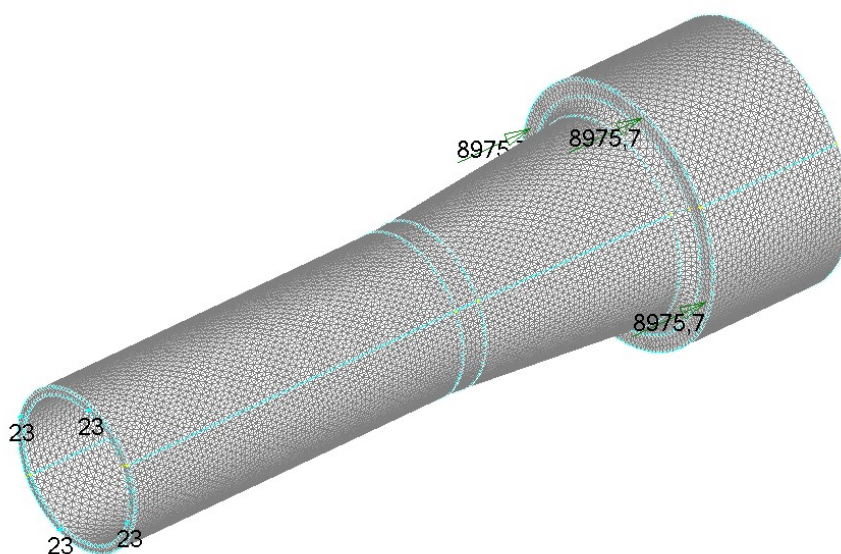


Рис. 5.1. Розрахункова схема зразка

5.5 Результати розрахунків

За допомогою програмного забезпечення FEMAP отримали напружено-деформований стан зразка в пружній області

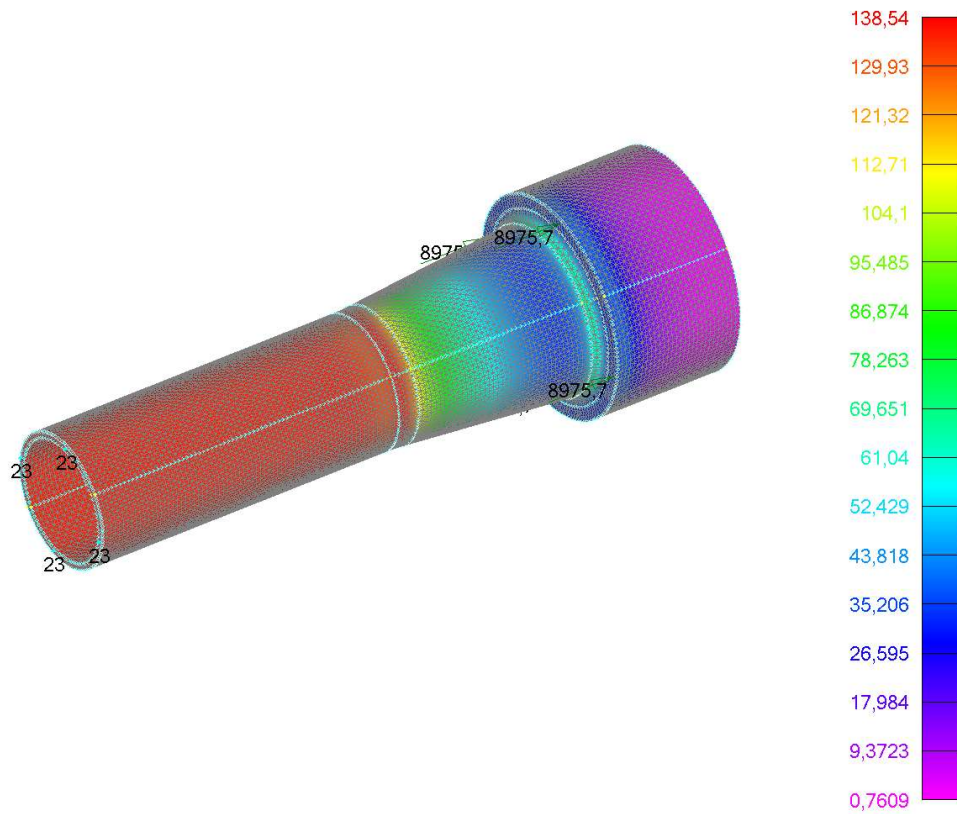


Рис.5.2. Розподіл напружень за Мізесом (МПа) від зусилля, що розтягує
Обчислимо коефіцієнт концентрації напружень за Мізесом для заокруглення.

Для цього побудували графіки рис.5.3 розподілу цих напружень у вузлах, вздовж двох ліній, що зображені на рис. 5.4.

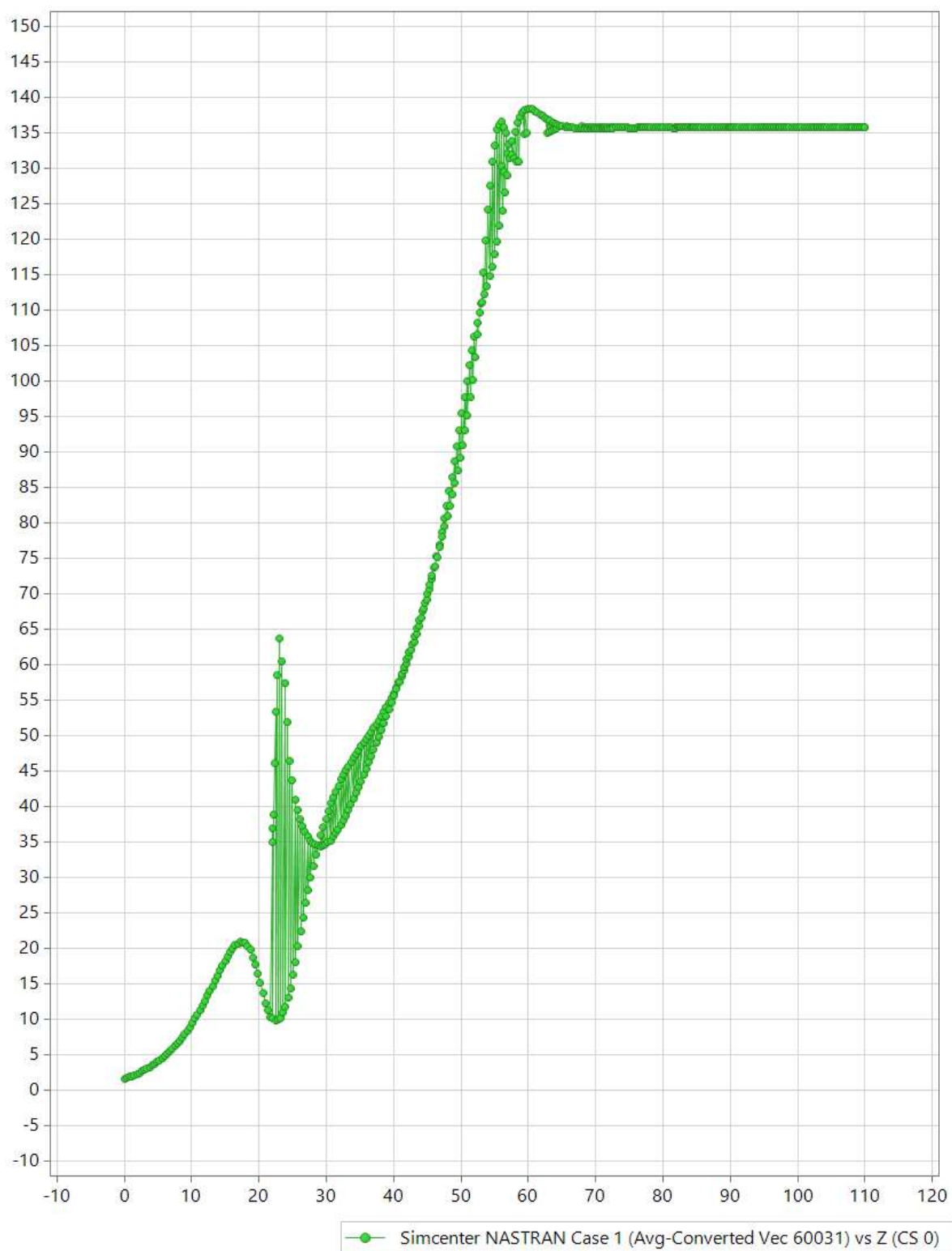


Рис.5.3. Графіки розподілу напружень за Мізесом, МПа

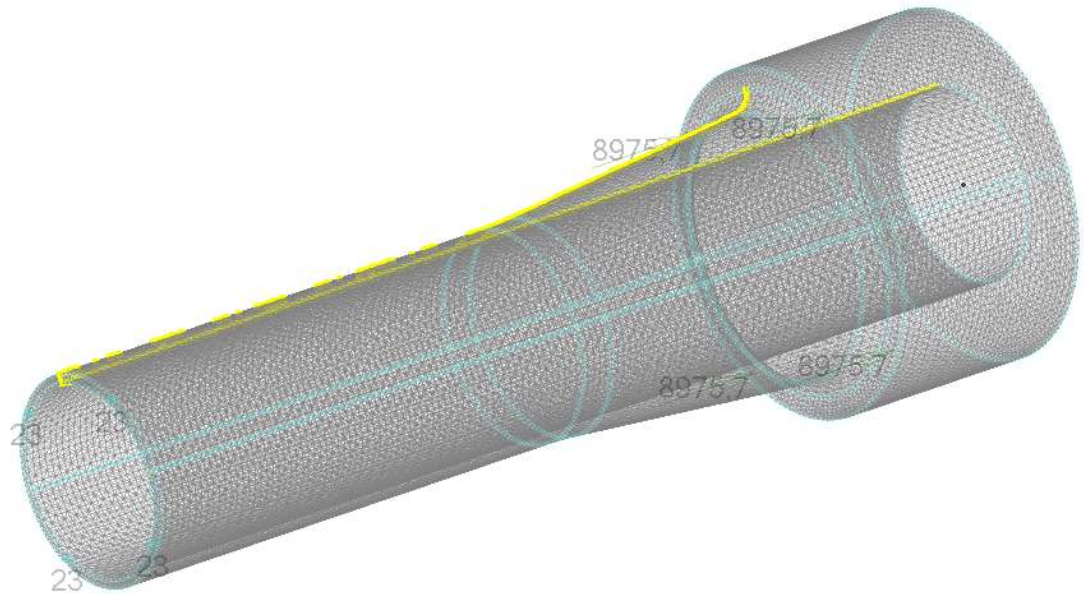


Рис.5.4. Розташування вузлів, для яких побудовані графіки розподілу напружень за Мізесом

$$\alpha = \frac{138.54}{136.5} = 1.015 < 1.05$$

Отже, немає великої концентрації напружень, тобто зразок спроектовано вірно.

6. РОЗРАХУНОК ВЛАСНИХ ЧАСТОТ ТА ФОРМ КОЛИВАНЬ ПРОМІЖНОГО ВАЛУ

6.1 Визначення власних крутильних частот

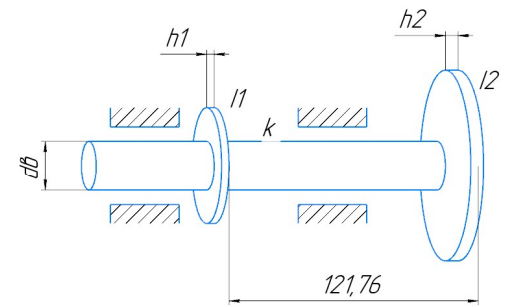
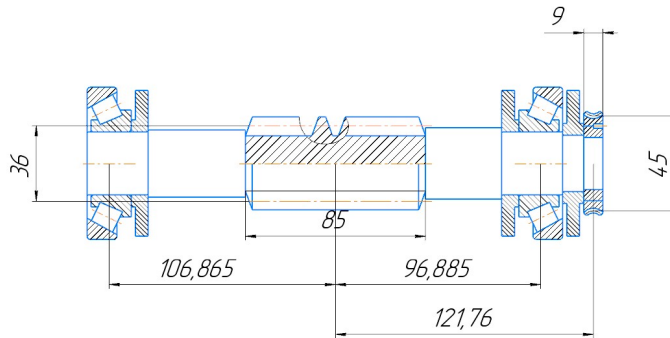


рис. 6.1. Креслення валу

рис.6.2 Розрахункова схема

φ_1, φ_2 – кути повороту відповідно шестерні та черв'ячного колеса, які являють собою узагальнені координати;

матеріал колеса – сталь 40Х;

матеріал черв'яка – сталь 40Х;

значення густини матеріалів:

- для сталі $\rho_{1,2} = 7,85 \cdot 10^3 \frac{\text{Н} \cdot \text{с}^2}{\text{м}^4}$,

для обох матеріалів $G = 8 \cdot 10^4 \text{ МПа}$;

жорсткість стержня визначається за формулою $k = \frac{G \cdot I_P}{l}$,

де I_P - полярний момент інерції, який визначається за формулою:

$$I_P = \frac{\pi \cdot d_B^4}{32} = \frac{\pi \cdot (25 \times 10^{-3})^4}{32} = 3.8349 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4$$

де d_B - діаметр вала.

$$k = \frac{G \cdot I_P}{l} = \frac{8 \cdot 10^{10} \cdot 3.8349 \cdot 10^{-8}}{120.75 \cdot 10^{-3}} = 2.54 \cdot 10^4 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

Значення I_1, I_2 – осьових моментів інерції для черв'яка та колеса визначаємо за формулою:

$$I_1 = \frac{\pi \rho_1 h_1 D_1^4}{32} = \frac{3,14 \cdot 7,85 \times 10^3 \cdot 85 \cdot 10^{-3} (36 \cdot 10^{-3})^4}{32} = 10.99 \cdot 10^{-5} \text{ Н} \cdot \text{с}^2 \cdot \text{м};$$

$$I_2 = \frac{\pi \rho_2 h_2 D_2^4}{32} = \frac{3,14 \cdot 7,85 \cdot 10^3 \cdot 9 \cdot 10^{-3} (45 \cdot 10^{-3})^4}{32} = 2.84 \cdot 10^{-5} \text{ Н} \cdot \text{с}^2 \cdot \text{м}.$$

де D_1, D_2 – відповідно значення діаметрів черв'яка і колеса,

h_1, h_2 – відповідно їх ширина.

Запишемо вирази для кінетичної та потенціальної енергії:

$$T = \frac{1}{2} \cdot I_1 \cdot \dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2} \cdot I_2 \cdot \dot{\varphi}_2^2;$$

$$\Pi = \frac{1}{2} k (\varphi_2 - \varphi_1)^2.$$

Підставимо значення кінетичної і потенціальної енергій до рівняння Лагранжа другого роду $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_j} = 0$ для двох узагальнених координат і отримаємо систему рівнянь у вигляді:

$$\begin{cases} I_1 \ddot{\phi}_1 + k\phi_1 - k\phi_2 = 0 \\ I_2 \ddot{\phi}_2 - k\phi_1 + k\phi_2 = 0 \end{cases}$$

Складемо матриці інерції та жорсткості:

$$[a] = \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \quad [c] = \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix}$$

Записуємо рівняння вільних коливань у матричному вигляді:

$$\begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{\phi}_1 \\ \ddot{\phi}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Рішення шукаємо у вигляді: $\{\phi\} = \{F\} \cos(\omega t - \beta)$

$$-\omega^2 \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} k - \omega^2 I_1 & -k \\ -k & k - \omega^2 I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Прирівнявши детермінант до нуля отримаємо:

$$\det \begin{bmatrix} k - \omega^2 I_1 & -k \\ -k & k - \omega^2 I_2 \end{bmatrix} = 0;$$

$$(k - \omega^2 I_1)(k - \omega^2 I_2) - k^2 = 0;$$

$$k^2 - \omega^2 k I_1 - \omega^2 k I_2 + \omega^4 I_1 I_2 - k^2 = 0.$$

$$\text{Знайдемо корені цього рівняння } \omega^4 I_1 I_2 - \omega^2 k(I_1 + I_2) = 0;$$

$$\omega^2 [\omega^2 I_1 I_2 - k(I_1 + I_2)] = 0;$$

$$\omega^2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} \omega_1^2 = 0 \\ \omega_2^2 = \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} = \frac{2.54 \cdot 10^4 (0.1099 + 0.0284) \cdot 10^{-3}}{0.1099 \cdot 0.0284 \cdot 10^{-6}} = 11.2549 \cdot 10^8 \text{с}^{-2}; \end{cases}$$

Будемо розглядати два можливих випадки. Підставляючи значення частот :

для першого випадку маємо:

$$\omega_1^2 = 0$$

$$\begin{bmatrix} k - \omega^2 I_1 & -k \\ -k & k - \omega^2 I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_{11} = 1 \\ F_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$k - k F_{12} = 0 \Rightarrow F_{12} = 1$$

$$\begin{Bmatrix} F_{11} \\ F_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

для другого випадку:

$$\omega_2^2 = \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2}$$

$$\begin{bmatrix} k - \left(\frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} \right) I_1 & -k \\ -k & k - \left(\frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} \right) I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_{21} \\ F_{22} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$k - \frac{k(I_1 + I_2)}{I_2} - k F_{22} = 0 \quad \Rightarrow \quad F_{22} = -\frac{I_1}{I_2} = -\frac{0.1099 \cdot 10^{-3}}{0.0284 \cdot 10^{-3}} = -3.86972$$

Покажемо обчислені власні форми коливань у графічному вигляді:

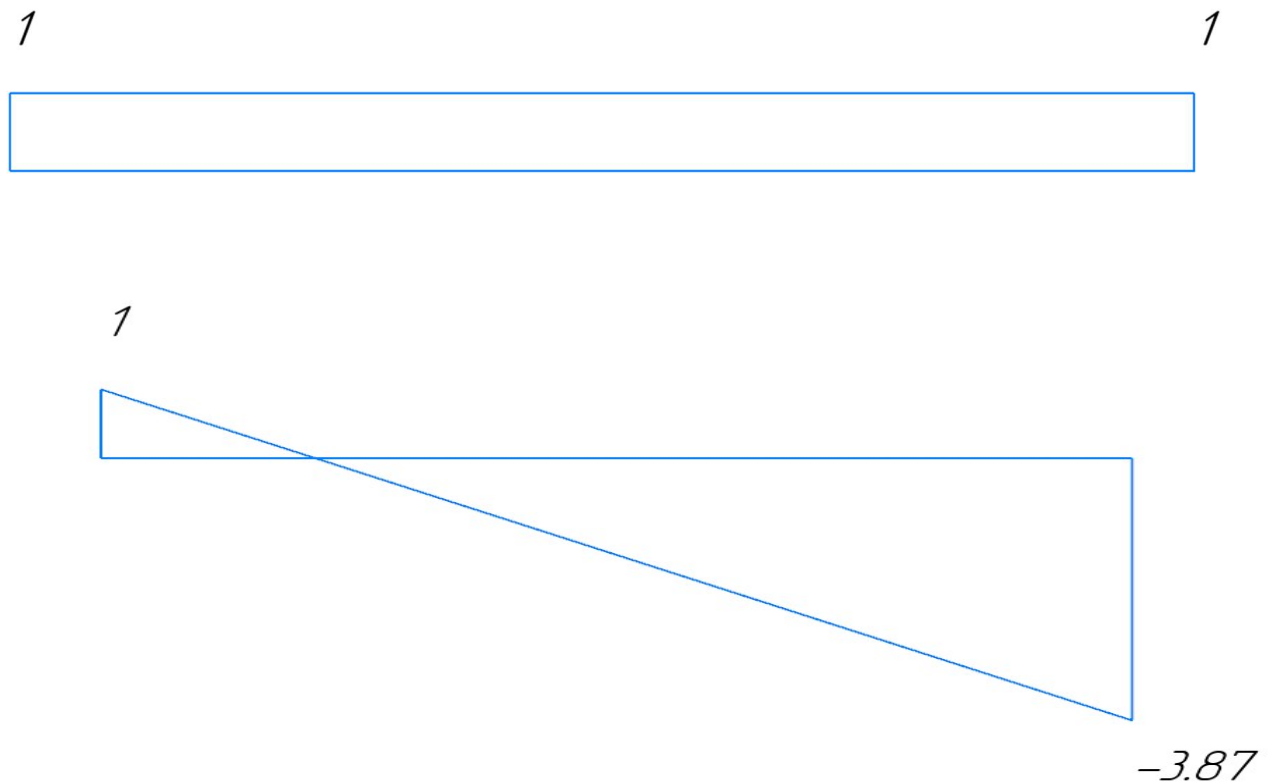


Рис.6.3 Форми коливань

Умови ортогональності:

$$\{F\}_l^T [c] \{F\}_s = 0$$

$$\{F\}_l^T [a] \{F\}_s = 0$$

Перший випадок:

$$\begin{aligned} \{1 \quad 1\} \cdot \begin{bmatrix} 0.1099 & 0 \\ 0 & 0.0284 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ -3.86972 \end{Bmatrix} &= \{1 \quad 1\} \cdot \begin{Bmatrix} I_1 \\ -I_1 \end{Bmatrix} \\ &= 0.1099 - 0.1099 = 0 \end{aligned}$$

Другий випадок:

$$\begin{aligned} \{1 \quad 1\} \cdot \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix} &= \{1 \quad 1\} \cdot \begin{Bmatrix} k + k \frac{I_1}{I_2} \\ -k - k \frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix} = \\ &= k + k \frac{I_1}{I_2} - k - k \frac{I_1}{I_2} = 0 ; \end{aligned}$$

Використовуючи метод Релея знайдемо значення власних частот. Використовуючи формулу $\omega_l^2 = \frac{\{F\}_l^T [c] \{F\}_l}{\{F\}_l^T [a] \{F\}_l}$; та підставляючи відповідні значення отримаємо:

$$\begin{aligned} \omega_1^2 &= \frac{\{1 \quad 1\} \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}}{\{1 \quad 1\} \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}} = \frac{\{1 \quad 1\} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}}{\{1 \quad 1\} \begin{Bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{Bmatrix}} = 0; \\ \omega_2^2 &= \frac{\left\{1 \quad -\frac{I_1}{I_2}\right\} \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix}}{\left\{1 \quad -\frac{I_1}{I_2}\right\} \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix}} = \frac{\left\{1 \quad -\frac{I_1}{I_2}\right\} \begin{Bmatrix} k + k \frac{I_1}{I_2} \\ k - k \frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix}}{\left\{1 \quad -\frac{I_1}{I_2}\right\} \begin{Bmatrix} I_1 \\ -I_1 \end{Bmatrix}} \\ &= \frac{k \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right) + \frac{I_1}{I_2} k \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)}{I_1 \cdot \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)} = \\ &= \frac{k \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right) \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)}{I_1 \cdot \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)} = \frac{k \cdot \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)}{I_1} = k \left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2}\right) = \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 \cdot I_2} = \\ &= \frac{2.54 \cdot 10^4 \cdot (0.1099 + 0.0284) \cdot 10^{-3}}{0.1099 \cdot 0.0284 \cdot 10^{-6}} = 1.12549 \cdot 10^9 \text{с}^{-2}; \end{aligned}$$

$$\text{Отже, } \begin{cases} \omega_1 = 0 \\ \omega_2 = \sqrt{1.12549 \times 10^9} = 33548.3 \text{ c}^{-1} \end{cases}$$

6.2 Визначення власних згинальних частот методом сил

$$m = \rho V$$

$$\begin{aligned} m_1 &= 7.85 \cdot 10^3 \cdot [((3.14 \cdot (22 \cdot 10^{-3}))^2 \cdot 85 \cdot 10^{-3}) - (3.14 \cdot (12.5 \cdot 10^{-3}))^2 \cdot 85 \cdot 10^{-3}] = 0.686694 \text{ кг} \\ m_2 &= 7.85 \cdot 10^3 \cdot [(3.14 \cdot (23.5 \cdot 10^{-3}))^2 \cdot 9 \cdot 10^{-3} - (3.14 \cdot (12.5 \cdot 10^{-3}))^2 \cdot 9 \cdot 10^{-3}] = 0.0878 \text{ кг} \end{aligned}$$

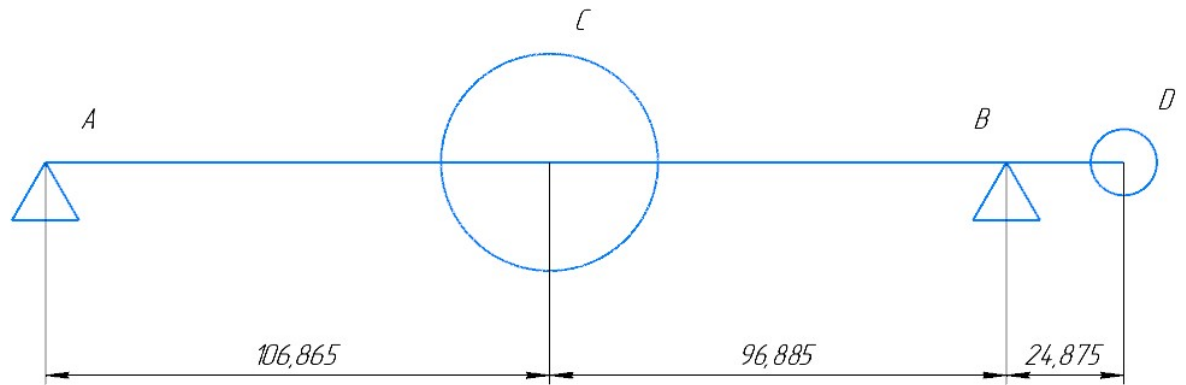


Рис. 6.4 Система з двома ступенями свободи

$$EI = 2 \cdot 10^{11} \cdot 1.91 \cdot 10^{-8} = 3820 \text{ Н} \cdot \text{м}^2$$

Момент інерції:

$$I = \frac{\pi \cdot d_B^4}{64} = \frac{\pi \cdot (25 \cdot 10^{-3})^4}{64} = 1.91 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4$$

Знайдемо переміщення $\delta_{11}, \delta_{12}, \delta_{21}, \delta_{22}$.

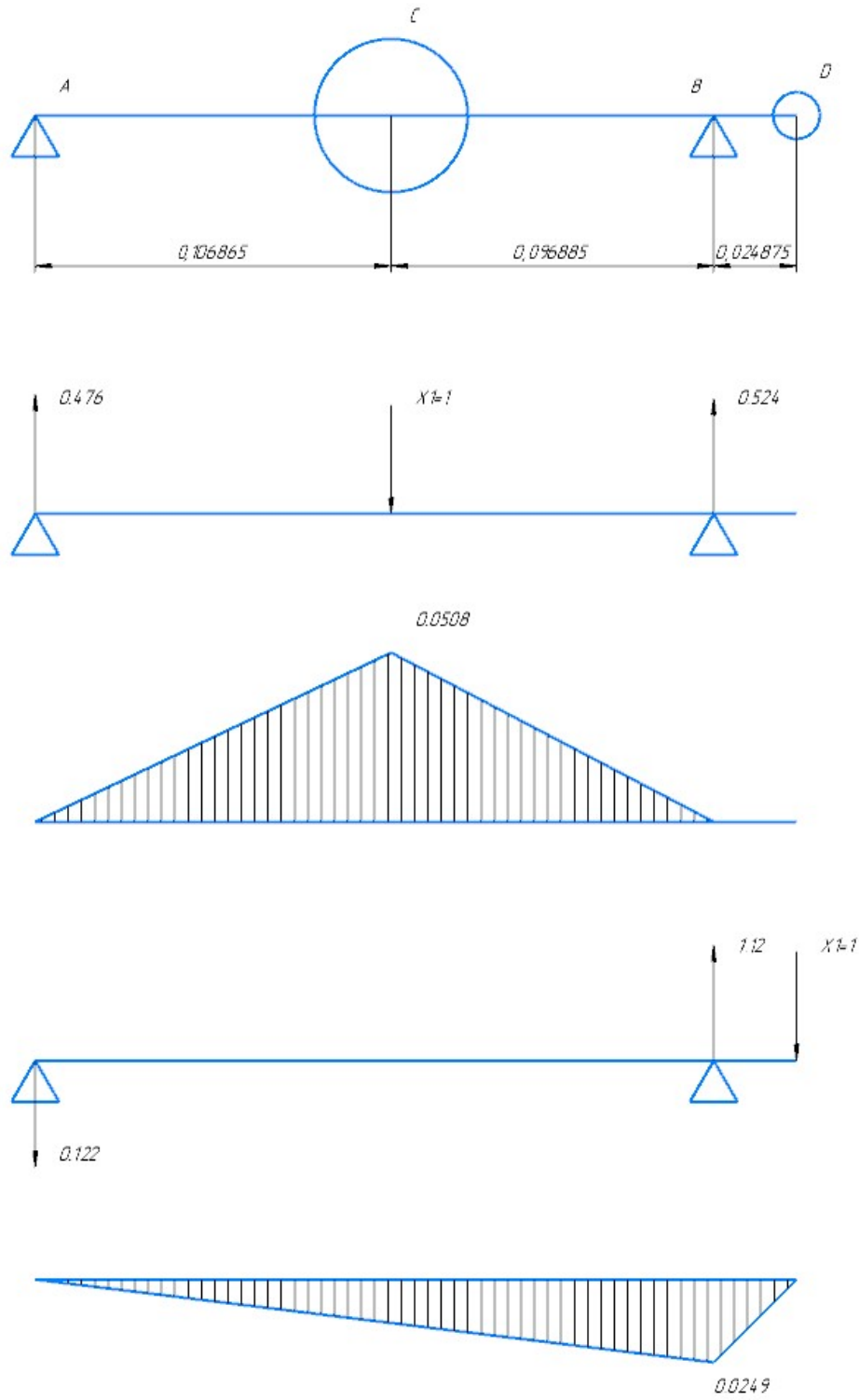


Рис. 6.5 Епюри моментів від одиничних сил

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \left(\frac{2}{3} \cdot 0,0508 \cdot 0,0508 \cdot 0,106865 \cdot 0,5 + 0,5 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,0508 \cdot 0,0508 \cdot 0,096885 \right) = \frac{1}{EI} \cdot 17,52 \cdot 10^{-5} = 4,5864 \cdot 10^{-8}$$

$$\delta_{12} = \frac{1}{EI} \left(-0,01306 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,0508 \cdot 0,5 \cdot 0,106865 - (0,0508 \cdot 0,096885) / 6 \cdot (2 \cdot 0,0249 + 0,01306) \right) = -\frac{1}{EI} \cdot 7,51967 \cdot 10^{-5} = 1,9685 \cdot 10^{-8}$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{EI} \left(0,166 \cdot 0,5 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,0249 \cdot 0,0249 + 0,0249 \cdot 0,0249 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,0249 \right) = \frac{1}{EI} \cdot 4,459 \cdot 10^{-5} = 1,16728 \cdot 10^{-8}$$

Записуємо диференціальні рівняння в переміщеннях:

$$\begin{cases} \ddot{w}_1 = -\ddot{w}_1 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - \ddot{w}_2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \ddot{w}_2 = -\ddot{w}_1 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 - \ddot{w}_2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 \end{cases}$$

Шукаємо переміщення у вигляді

$$w_i = W_i \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

Підставляємо та отримуємо:

$$\begin{cases} (\omega^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) \cdot W_1 + \omega^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \cdot W_2 = 0 \\ \omega^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 \cdot W_1 + (\omega^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \cdot W_2 = 0 \end{cases}$$

Оскільки маємо отримати не тривіальний розв'язок то приймаємо, що детермінант останньої матриці має бути рівний нулю:

$$\det \begin{bmatrix} (\omega^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} = 0$$

Розкриваючи визначник, отримуємо характеристичне рівняння відносно ω^2 , з якого знаходимо ω^2_1, ω^2_2 :

$$\begin{aligned} (\omega^2 m_1 \delta_{11} - 1)(\omega^2 m_2 \delta_{22} - 1) - \omega^4 m_1 m_2 \delta_{12} \delta_{21} &= 0; \\ \omega^4 m_1 m_2 \delta_{11} \delta_{22} - \omega^2 m_1 \delta_{11} - \omega^2 m_2 \delta_{22} + 1 - \omega^4 m_1 m_2 \delta_{12} \delta_{21} &= 0; \\ \omega^4 (\delta_{11} \delta_{22} - \delta_{12} \delta_{21}) m_1 m_2 - \omega^2 (m_2 \delta_{22} + m_1 \delta_{11}) + 1 &= 0; \end{aligned}$$

Визначили власні частоти:

$$\omega_1 = 5569,048 \text{ c}^{-1}, \omega_2 = 60139,5 \text{ c}^{-1}$$

Знаходимо власні форми коливань та перевіряємо умови ортогональності. Оскільки кожній частоті відповідає своя форма коливань, то розглянемо два можливих випадки, підставляючи до відповідної матриці значення знайдених двох частот, знайдемо W_{1i}, W_{2i} .

$$\begin{bmatrix} (\omega_i^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega_i^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega_i^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega_i^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_{1^3} \\ W_{2^3} \end{Bmatrix} = 0$$

При $\omega_1 = 5569.048c^{-1}$ і нормованій $W_{11} = 1$, отримаємо з розв'язку рівняння таку першу власну форму:

$$\begin{bmatrix} (\omega_1^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega_1^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega_1^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega_1^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_{11} \\ W_{21} \end{Bmatrix} = 0$$

$$W_{21} = -1.33$$

Аналогічно при $\omega_2 = 60139.5c^{-1}$ і нормованій $W_{12} = 1$

$$\begin{bmatrix} (\omega_2^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega_2^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega_2^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega_2^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_{12} \\ W_{22} \end{Bmatrix} = 0$$

$$W_{22} = 0.1034$$

Оскільки однією з властивостей власних форм коливань є їх ортогональність, то перевіряємо виконання цієї умови:

$$\{W\}_2^T \{W\}_1 = 0$$

$$\{W\}_1 = \begin{Bmatrix} 1 \\ -1.33 \end{Bmatrix}, \{W\}_2 = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0.1034 \end{Bmatrix}$$

$$\cdot \{1 \quad -1.33\} \begin{bmatrix} 0.0589 & 0 \\ 0 & 0.02 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ 0.1034 \end{Bmatrix} = 0.056 \approx 0$$

Зобразимо отримані власні форми згинальних коливань на рисунку:

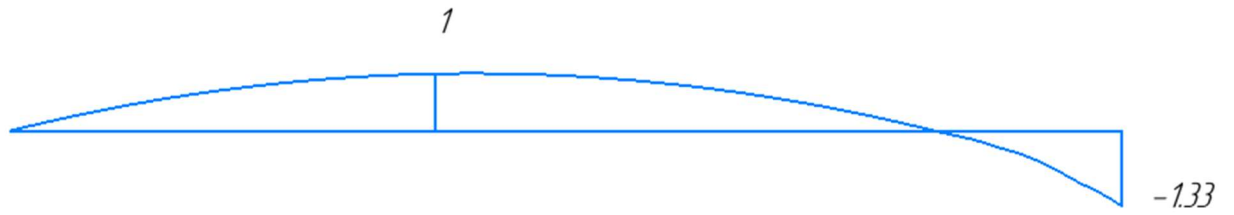


Рис.6.6. Власні форми коливань

6.3 Визначення першої власної частоти методом Релея

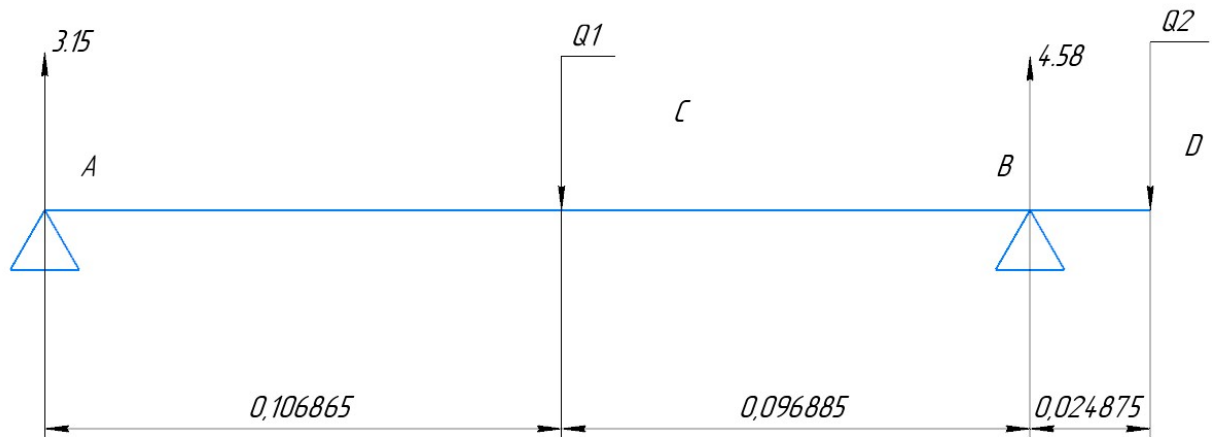


Рис. 6.7 Система з двома ступенями свободи
(маси замінили силами)

$$\omega_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^2 Q_i W_i}{\sum_{i=1}^2 m_i W_i^2}; \quad Q_i = m_i g;$$

$$Q_1 = m_1 g = 0.686 \cdot 10 = 6.86 \text{ H} \quad Q_2 = m_2 g = 0.0878 \cdot 10 = 0.878 \text{ H}$$

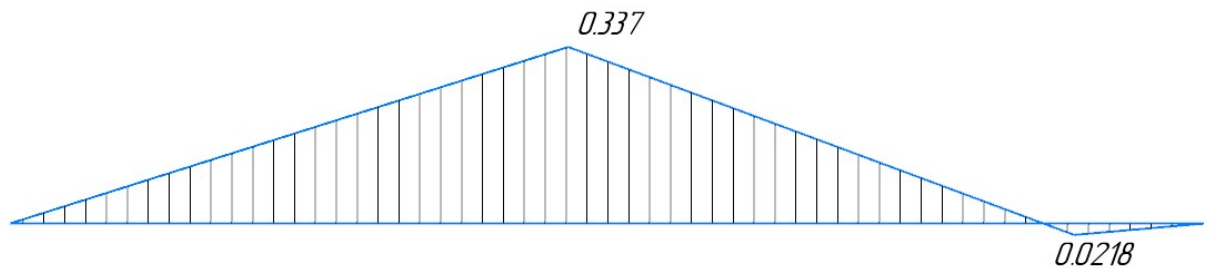


Рис. 6.8 Елюри моментів

$$W_1 = \frac{1}{EI} \cdot \left[0.106865 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0.0508 \cdot 0.337 \cdot 0.5 + \frac{0.090998 \cdot 0.337}{6} \right. \\ \left. \cdot (2 \cdot 0.0508 + 0.003087) - \frac{2}{3} \cdot 0.003087 \cdot 0.5 \cdot 0.005887 \right. \\ \left. \cdot 0.0218 \right] = 3.02753 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$$\begin{aligned}
W_2 &= \frac{1}{EI} \cdot \left[-0,10686 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,01306 \cdot 0,337 \cdot 0,5 - \frac{0,090998 \cdot 0,337}{6} \right. \\
&\quad \cdot (2 \cdot 0,01306 + 0,024181) + \frac{0,005887 \cdot 0,218}{6} \\
&\quad \cdot (2 \cdot 0,024181 + 0,0249) + 0,024875 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,0249 \cdot 0,0218 \cdot 0,5 \Big] \\
&= -6,98 \cdot 10^{-8} \text{ м} \\
\omega_1^2 &= \frac{6,867 \cdot 3,02753 \cdot 10^{-7} + 0,878 \cdot (-6,98 \cdot 10^{-8})}{0,6867 \cdot (3,02753 \cdot 10^{-7})^2 + 0,0878 \cdot (-6,98 \cdot 10^{-8})^2} \\
&= 3,18402 \cdot 10^7 \text{ с}^{-2} \\
\omega_1 &= 5642,71211 \text{ с}^{-1}
\end{aligned}$$

6.4 Визначення першої власної частоти методом Донкерлі

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\omega_1^2} &= \frac{1}{(\omega'_1)^2} + \frac{1}{(\omega'_2)^2}; \\
\frac{1}{(\omega'_1)^2} &= m_1 \delta_{11} = 0,6867 \cdot \frac{1}{EI} \cdot 17,52 \cdot 10^{-5} = 3,14947 \cdot 10^{-8} \\
\frac{1}{(\omega'_2)^2} &= m_2 \delta_{22} = 0,0878 \cdot \frac{1}{EI} \cdot 4,459 \cdot 10^{-5} = 1,02487 \cdot 10^{-9} \\
\frac{1}{\omega_1^2} &= 3,14947 \cdot 10^{-8} + 1,02487 \cdot 10^{-9} = 3,25196 \cdot 10^{-8} \\
\omega_1 &= 5545,33 \text{ с}^{-1},
\end{aligned}$$

Похибка результатів:

$$\begin{aligned}
\delta_{\text{Релея}} &= \left| \frac{5569,048 - 5642,71211}{5642,71211} \right| \cdot 100\% = 1,3\% \\
\delta_{\text{Донкері}} &= \left| \frac{5569,048 - 5545,33}{5545,33} \right| \cdot 100\% = 0,43\%
\end{aligned}$$

Список літератури

1. Б.І. Ковальчук, О.П. Заховайко. Метод. вказівки до виконання курсового проекту з деталей машин для студ. спец. "Динаміка і міцність машин" – К.: НТУУ "КПІ", 2011.
2. Павлице В.Т. Основи конструювання та розрахунків деталей машин: Підручник для вузів. – К.: Вища шк., 1993.
3. Курмаз Л.В., Курмаз О.Л. Конструирование узлов и деталей машин: Справочное учебно-методическое пособие. – М.: Высш. шк., 2007.
4. Іванов М.М. Деталі машин. Підручник для вузів. Вид. 6
5. Решетов Д.М. Деталі машин: Підручник для вузів. Вид. 4
6. Гузенков П.Г. Деталі машин Підручник для вузів. - М. Вища школа , 1982.
7. Дунаєв П.Ф. , Леліков О.П. Конструювання вузлів та деталей машин. Вид. 6.
8. Нарішкіна В.Н. Підшипники кочення довідник-каталог. Видав. «Машиностроение»
9. Проектування механічних передач Навчально-довідковий посібник / За ред. С.А Чернавського. Вид. 6. Машинобудування, 1984.
10. Цехновіч Л.І. , Петриченко І.П. Атлас Конструкцій редукторів. – К.: Вища шк 1990.
11. Анур'єв В.І. Довідник конструктора - машинобудівника Вид 7
12. Перель Л.Я Підшипники кочення -М: Машинобудування, 1983
13. Спіцин Н.А. та ін Розрахунок та вибір підшипників кочення Довідник - М 66
14. Курсове проектування деталей машин: Навч. посібник для студентів машинобудівних спец. вузів. / За ред. В.М. Кудрявцева
15. Проектування електромеханічного приводу машини на дослідження механічних властивостей матеріалів . Методичні вказівки до курсового проектування з динаміки та основ проектування машин / Упоряд. Заховайко А.А. К. КПІ, 1988.
16. Розрахунок та конструювання зубчастих передач. Методичні вказівки до виконання розрахунково-графічних робіт з дисципліни "Деталі машин" / Уклад. В.А. Стадник А.К. Скуратовський. - К.: ВЦ.Політехніка", 2003
17. Розрахунок та конструювання черв'ячних передач . Методи вказівки до виконання розрахунково-графічних робіт з курсу. Деталі машин "/ Уклад. В.А. Стадник. - К.: ІВЦ Політехніка", 2004.

Додаток