

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ  
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»**

**Навчально-науковий механіко-машинобудівний інститут  
Кафедра динаміки і міцності машин та опору матеріалів**

До захисту допущено  
Завідувач кафедри  
\_\_\_\_\_ Сергій ПИСКУНОВ  
(підпис)

“ \_\_\_ ” \_\_\_\_\_ 2022 р.

## Дипломна робота

на здобуття ступеня бакалавра

за освітньо-професійною програмою «Динаміка і міцність машин»  
спеціальності 131 «Прикладна механіка»

на тему: «Модернізація конструктивних елементів випробувальної установки  
СНТ-5 для механічних випробувань матеріалів»

Виконав: студент IV курсу, групи МП-82 Мороз В'ячеслав В'ячеславович \_\_\_\_\_

(підпис)

Керівник д.т.н., доц. Долгов Микола Анатолійович \_\_\_\_\_  
(посада, науковий ступінь, вчене звання, прізвище та ініціали) (підпис)

Консультант ДМ доц., к.т.н. Лавренко Я.І. \_\_\_\_\_  
(назва розділу) (посада, вчене звання, науковий ступінь, прізвище, ініціали) (підпис)

Консультант ТММ доц., к.т.н. Заховайко О.П. \_\_\_\_\_  
(назва розділу) (посада, вчене звання, науковий ступінь, прізвище, ініціали) (підпис)

Консультант Буд. механіка д.т.н., проф. Пискунов С.О. \_\_\_\_\_  
(назва розділу) (посада, вчене звання, науковий ступінь, прізвище, ініціали) (підпис)

Консультант Теор. пружн. д.т.н., проф. Бабенко. А.Є. \_\_\_\_\_  
(назва розділу) (посада, вчене звання, науковий ступінь, прізвище, ініціали) (підпис)

Консультант Чисельні методи д.т.н., проф. Рудаков К.М. \_\_\_\_\_  
(назва розділу) (посада, вчене звання, науковий ступінь, прізвище, ініціали) (підпис)

Консультант Теор. коливань д.т.н., проф. Боронко О.О. \_\_\_\_\_  
(назва розділу) (посада, вчене звання, науковий ступінь, прізвище, ініціали) (підпис)

Рецензент \_\_\_\_\_  
(посада, науковий ступінь, вчене звання, науковий ступінь, прізвище та ініціали) (підпис)

Засвідчую, що у цій дипломній роботі немає запозичень з  
праць інших авторів без відповідних посилань.

Студент \_\_\_\_\_  
(підпис)

Київ – 2022 року

**Національний технічний університет України**  
**«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»**  
**Навчально-науковий механіко-машинобудівний інститут**  
**Кафедра динаміки і міцності машин та опору матеріалів**

Рівень вищої освіти – перший (бакалаврський)

Спеціальність – 131 «Прикладна механіка»

Освітньо-професійна програма «Динаміка і міцність машин»

ЗАТВЕРДЖУЮ  
Завідувач кафедри  
\_\_\_\_\_ Сергій ПИСКУНОВ  
(підпис)

«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2022 р.

## ЗАВДАННЯ

**на дипломну роботу студенту**  
Морозу В'ячеславу В'ячеславовичу  
(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема роботи «Модернізація конструктивних елементів випробувальної установки СНТ-5 для механічних випробувань матеріалів», керівник роботи Долгов Микола Анатолійович, д.т.н., доц., затверджені наказом по університету від 07.06.2022 р. № 923-с.
2. Термін подання студентом роботи 10.06.2022 р.
3. Вихідні дані до роботи Установка СНТ-5 для механічних випробувань матеріалів на кручення, максимальна осьова сила на захваті – 50 кН, кутова швидкість захвата – 74 мм/хв.
4. Зміст роботи Вибір двигуна, розрахунок і проектування передач та валів редуктора, проектування корегованого евольвентного зачеплення, розрахунок круглої ступінчатої пластини, розв'язання осесиметричної задачі методами теорії пружності, розрахунок деформованого стану випробувального зразка, визначення власних частот та відповідних власних форм коливань вала.
5. Перелік ілюстративного матеріалу (із зазначенням плакатів, презентацій тощо) 8 плакатів, записка містить 81 сторінки, 22 ілюстрації, 11 таблиць, додаток та 23 джерела використаної літератури.

## 6. Консультанти розділів роботи

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв
ДМ	доц., к.т.н. Лавренко Я.І.		
Теор. пружн.	д.т.н., проф. Бабенко. А.Є.		
ТММ	доц., к.т.н. Заховайко О.П.		
Буд. механіка	д.т.н., проф. Пискунов С.О.		
Чисельні методи	д.т.н., проф. Рудаков К.М.		
Теор. коливань	д.т.н., проф. Боронко О.О.		

7. Дата видачі завдання 01.10.2021р.**КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН**

№ з/п	Назва етапів виконання дипломної роботи	Термін виконання етапів роботи	Примітка
1	Огляд літератури	01.12.2021 р.	
2	Виконання 1-2 розділів	01.02.2022 р.	
3	Виконання 3-4 розділів	01.04.2022 р.	
4	Виконання 5-7 розділів	01.06.2022 р.	
5	Передзахист	14.06.2022 р.	
6	Захист дипломної роботи	20.06.2022 р.	

Студент

\_\_\_\_\_

(підпис)

В'ячеслав МОРОЗ

Керівник

\_\_\_\_\_

(підпис)

Микола ДОЛГОВ

## Анотація

Дана бакалаврська робота присвячена модернізації конструктивних елементів випробувальної установки СНТ-5 для механічних випробувань матеріалів. В даній роботі проведено модифікацію приводу і редуктора шляхом підбору оптимальних параметрів за наших умов роботи. Спроектвані елементи приводу випробувальної установки, виконано оптимізацію циліндричної зубчастої передачі редуктора за показниками зачеплення, для уникнення підрізання зубців. Виконано перевірку на міцність і жорсткість опорної плити, на якій рекомендується фіксація установки. Методами теорії пружності визначено напружено-деформований стан стержня, при крученні моментом. Використовуючи програму Femap та метод скінченних елементів було досліджено напружено-деформований стан випробувального зразка для дослідження на кручення. Визначені власні частоти і відповідні їм власні форми крутих коливань системи з двома ступенями вільності. Сформульовані загальні висновки по роботі

Записка містить: 82 сторінки, 22 рисунки, 11 таблиць, додаток.

Ключові слова: : випробувальна установка, редуктора, кінематична схема, циліндрична передача, черв'ячна передача, розрахунок валів, підшипники, зразок, напружено-деформований стан, опорна плита, коливання, власні частоти, власні форми.

Робота складається з текстової та графічної частини, містить додаток зі специфікаціями до креслень.

## **Abstract**

This bachelor's thesis is devoted to the modernization of structural elements of the SNT-5 test rig for mechanical testing of materials. In this paper, the modification of the drive and gearbox by selecting the optimal parameters under our operating conditions. The elements of the drive of the test installation are designed, the optimization of the cylindrical gear transmission of the gearbox according to the indicators of engagement is performed, in order to avoid undercutting of the teeth. A check was made for the strength and rigidity of the base plate, on which it is recommended to fix the installation. The stress-strain state of the rod, with torsional moment, is determined by the methods of the theory of elasticity. Using the Femap program and the finite element method, the stress-strain state of the torsion test specimen was investigated. The natural frequencies and the corresponding natural forms of torsional oscillations of the system with two degrees of freedom are determined. The general conclusions on work are formulated.

The note contains: 82 pages, 22 figures, 11 tables, appendix.

Key words: test installation, reducer, kinematic scheme, cylindrical transmission, calculation of shafts, bearings, sample, stress-strain state, base plate, oscillations, natural frequencies, natural forms.

The work consists of text and graphics, contains an appendix with specifications for drawings.

## Зміст

1. Проектування і розрахунок привода випробувальної установки <i>СНТ-5</i> .....	7
1.1. Опис прототипу та кінематична схема привода.....	7
1.2. Вибір двигуна .....	8
1.3. Кінематичний і силовий розрахунок привода.....	9
1.4. Розрахунок прямозубої циліндричної передачі .....	11
1.5. Розрахунок валів та їх опор.....	25
1.5.1. Розрахунок швидкохідного вала.....	25
1.5.2. Розрахунок проміжного вала .....	28
1.5.3. Розрахунок тихохідного вала .....	32
2. Проектування корегованого евольвентного зачеплення зубчастих коліс .....	37
2.1 Показники якості зачеплення .....	37
2.2 Розрахунок параметрів некорегованої передачі.....	38
2.3 Розрахунок параметрів корегованої передачі.....	40
2.4 Висновки.....	45
3. Розрахунок на міцність та жорсткість опорної плити .....	46
4. Визначення напружено-деформованого стану стержня,.....	54
при крученні моментом. ....	54
5. Чисельний розрахунок напружено-деформованого стану випробувального зразка.....	62
5.1 Вибір зразка та його розрахункової моделі .....	62
5.2 Постановка крайової задачі лінійної пружності .....	63
5.3. Формули методу скінченних елементів для розв'язування крайової задачі лінійної пружності .....	65
5.4. Розрахункова схема .....	67
5.5. Результати розрахунків .....	68
6. Визначення власних частот та відповідних власних форм коливання .....	70
6.1. Чисельні розрахунки власних частот та відповідних власних форм крутих коливань системи з двома ступенями вільності .....	70
6.3.1. Метод сил.....	74
6.3.2. Метод Релея .....	78
6.3.3. Метод Донкерлі .....	79
7. Список літератури .....	80

# 1. Проектування і розрахунок привода випробувальної установки СНТ-5

## 1.1. Опис прототипу та кінематична схема привода

Кінематична схема випробувальної установки СНТ-5 є частиною вихідних даних. Для проектування метою, якого є модернізація даної машини. На рис.1 зображена схема установки СНТ-5.

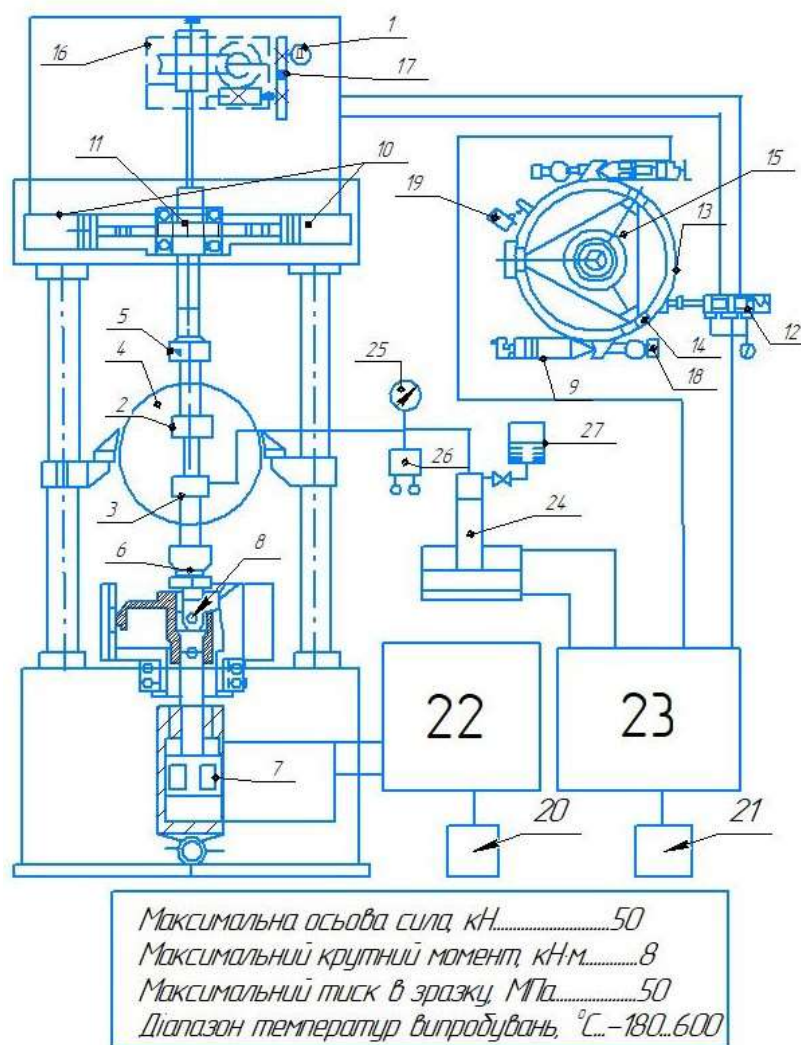


Рис. 1. Схема установки СНТ-5 :

1-електродвигун; 2,3-робочі захвати; 4-вакуумна камера; 5,6-захвати машини;  
 7-гідроциліндр ;8-універсальний шарнір; 9-плунжери; 10-гідроциліндри;  
 11- рейкова зубчата передача; 12-золотник; 13-барaban; 14-підшипники;  
 15-хрестовина; 16-черв'ячний редуктор; 17-прямозуба циліндрична передача ;  
 18-упори; 19-мікровимикач; 20,21-насоси; 22,23-блок контрольно-  
 регулювальної апаратури; 24-гідропідсилювач; 25-манометр; 26-електричний  
 датчик тиску;  
 27-резервуар.

## 1.2. Вибір двигуна

Розраховуємо номінальну потужність на валу двигуна:

$$P_H = T * \omega = 8 * 10^3 * 0,05 = 400 \text{ Вт};$$

Знайдемо ККД редуктора:

$$\eta = \eta_1 \eta_2 \eta_3 \eta_4 \eta_5^k, \text{ де:}$$

$\eta_1$  – ККД прямозубої циліндричної передачі;

$\eta_2$  – ККД двозахідної черв'ячної передачі;

$\eta_3$  – ККД чотирьохзахідної черв'ячної передачі;

$\eta_4$  – ККД підшипника;

$k$  – кількість пар підшипників

$$\eta = 0,98 * 0,78 * 0,65 * 0,99 = 0,486;$$

Визначаємо загальне орієнтовне передатне відношення привода:

$$i = i'_1 i'_2 i'_3, \text{ де}$$

$i'_1$  – орієнтовне передатне відношення прямозубої циліндричної передачі;

$i'_2$  – орієнтовне передатне відношення двозахідної черв'ячної передачі;

$i'_3$  – орієнтовне передатне відношення чотирьохзахідної черв'ячної передачі;

$$i = 4 * 14 * 25 = 1400;$$

Орієнтовна частота обертання валу двигуна

$$n'_{об} = n i';$$

$$n = (30 * 0,05) / \pi = 0,47;$$

$$n'_{дв} = 668 \text{ хв}^{-1};$$

Приймаємо електродвигун АИР90LA8 з параметрами:

$$P = 750 \text{ Вт}; n = 705 \text{ хв}^{-1}. [1]$$

### 1.3. Кінематичний і силовий розрахунок привода

Обравши двигун уточнимо загальне передатне відношення привода

$$i = \frac{n_{\text{дв}}}{n} = \frac{668}{0,47} = 1400$$

Визначаємо кутові швидкості усіх валів привода:

$$\omega_1 = \omega_{\text{дв}} = \frac{\pi n}{30} = \frac{3,14 * 705}{30} = 73,82 \text{ с}^{-1};$$

$$\omega_2 = \frac{\omega_1}{i_1} = \frac{73,82 * n_2}{30} = 18,45 \text{ с}^{-1};$$

$$\omega_3 = \frac{\omega_2}{i_2} = \frac{18,45 * n_3}{30} = 1,31 \text{ с}^{-1};$$

$$\omega_4 = \frac{\omega_3}{i_3} = \frac{1,31 * n_4}{30} = 0,05 \text{ с}^{-1}$$

Знайдемо потужності:

$$P_k = P_{k-1} \eta_{k-1};$$

$$P_1 = 750 \text{ Вт};$$

$$P_2 = P_1 \eta_1 = 750 * 0,98 = 735 \text{ Вт};$$

$$P_3 = P_2 \eta_2 = 727 * 0,78 = 573 \text{ Вт};$$

$$P_4 = P_3 \eta_3 = 573 * 0,65 = 372 \text{ Вт};$$

Знайдемо крутні моменти:

$$T_1 = 10,15 \text{ Н * м};$$

$$T_2 = 39,82 \text{ Н * м};$$

$$T_3 = 434,86 \text{ Н * м};$$

$$T_4 = 7066,52 \text{ Н * м};$$

Кінематичні та силові характеристики привода наведені в таблиці 1.1.

Таблиця 1.1 Кінематичні та силові характеристики привода

	Вали			
	I	II	III	IV
Передачі	Прямозуба циліндрична	Черв'ячна 4-х західна	Черв'ячна 2-х західна	
$\eta$	0,98	0,78	0,65	
$i$	4	14	25	
$\omega, \text{с}^{-1}$	73,82	18,45	1,31	0,05
$T, \text{Н*м}$	10	39	434	7066
$P, \text{Вт}$	750	735	573	372

### 1.4. Розрахунок прямозубої циліндричної передачі

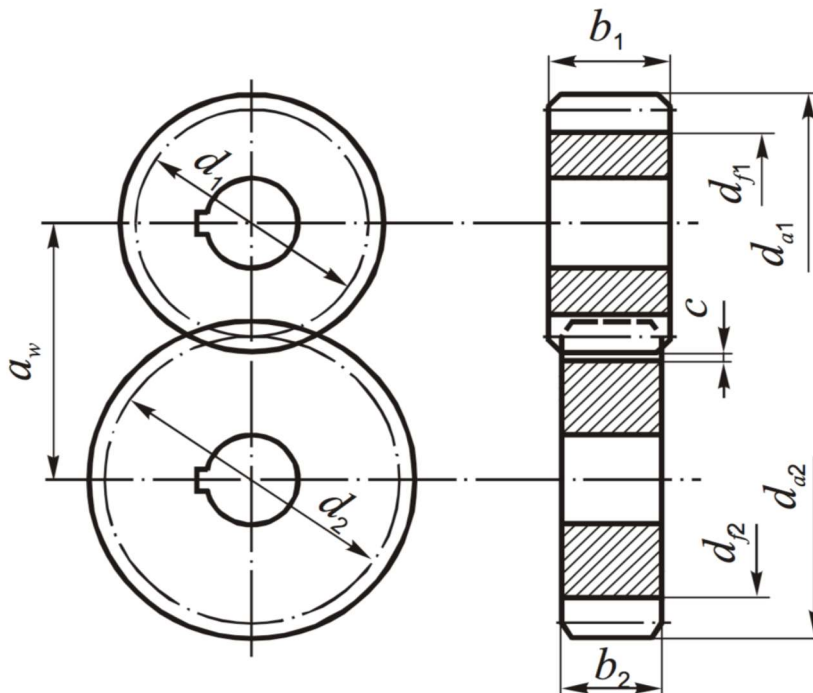


Рис. 2.2 Схема прямозубої циліндричної передачі

Знайдемо максимальний обертовий момент при короткочасному перевантаженні до 200% :

$$T_{1max} = 2 * T_1 = 2 * 10,15 = 20,3 \text{ Н * м};$$

Число циклів навантаження зубців шестерні:

$$N_{\Sigma 1} = \frac{1800 * \omega_1 * h}{\pi} = \frac{1800 * 73,82 * 20000}{3,14} = 8,46 * 10^8 \text{ циклів};$$

$$N_{\Sigma 2} = \frac{N_{\Sigma 1}}{i} = \frac{8,46 * 10^8}{4} = 2,11 * 10^8 \text{ циклів.}$$

Вирахуємо еквівалентні числа циклів навантаження для розрахунків на контактну втому  $N_{HE}$  і втому при згині  $N_{FE}$  з врахуванням коефіцієнтів інтенсивності  $K_{HE} = 0,25$ ;  $K_{FE} = 0,143$  для режиму навантаження[1,2]:

$$N_{HE1} = K_{HE} * N_{\Sigma 1} = 0,18 * 8,46 = 1,52 * 10^8 \text{ циклів};$$

$$N_{HE} = K_{HE} * N_{\Sigma 2} = 0,18 * 2,11 = 0,38 * 10^8 \text{ циклів};$$

$$N_{FE1} = K_{FE} * N_{\Sigma 1} = 0,07 * 8,46 = 0,59 * 10^8 \text{ циклів};$$

$$N_{FE2} = K_{FE} * N_{\Sigma 2} = 0,07 * 2,11 = 0,14 * 10^8 \text{ циклів};$$

Для виготовлення шестерні та зубчатого колеса вибираємо сталь 40X із термообробкою – поліпшення. Для шестерні твердість поверхні зубців  $H_1=280HB$ ,  $\sigma_{b1}=900$  МПа,  $\sigma_{T1}=750$  МПа; для колеса  $H_2=245HB$ ,  $\sigma_{b2}=790$  МПа,  $\sigma_{T2}=640$  МПа.[2]  
Допустимі напруження на контактну витривалість. Границя контактної витривалості зубців шестерні і колеса:

$$\sigma_{Hlimb} = 2 * H_1 + 70 = 2 * 280 + 70 = 630 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{Hlimb2} = 2 * H_2 + 70 = 2 * 245 + 70 = 560 \text{ МПа};$$

База випробувань для матеріалів шестерні та колеса:

$$N_{HO1} = 30 * H_1^{2,4} = 30 * 280^{2,4} = 2,24 * 10^7 \text{ циклів};$$

$$N_{HO2} = 30 * H_2^{2,4} = 30 * 245^{2,4} = 1,62 * 10^7 \text{ циклів};$$

Приймаємо шорсткість поверхонь зубців  $R_a=1,25\dots0,63$ . Тоді коефіцієнт  $Z_R=1$ . Для коліс з однорідною структурою коефіцієнт запасу  $s_H=1,1$ .

Допустимі контактні напруження:

$$[\sigma]_{H1} = \frac{\sigma_{Hlimb1} * Z_R * K_{HL}}{s_H} = \frac{630 * 1 * 1}{1,1} = 572,72 \text{ МПа};$$

$$[\sigma]_{H2} = \frac{\sigma_{Hlimb2} * Z_R * K_{HL}}{s_H} = \frac{560 * 1 * 1}{1,1} = 509,09 \text{ МПа};$$

Розрахункове допустиме контактне напруження:

$$[\sigma]_H = 0,45([\sigma]_{H1} + [\sigma]_{H2}) = 0,45(572,72 + 509,09) = 486,81 \text{ МПа};$$

Перевіримо умову:

$$[\sigma]_H \leq 1,23[\sigma]_{H2} \leq 1,23 * 509,09 \leq 626,18 \text{ МПа};$$

Допустимі навантаження на витривалість при згині:

Границі витривалості зубців при згині для бази випробувань  $N_{FO} = 4 * 10^6$ .

$$\sigma_{Flimb1} = 1,8 * H_1 = 1,8 * 275 = 504 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{Flimb} = 1,8 * H_2 = 1,8 * 305 = 441 \text{ МПа};$$

Оскільки умова  $N_{FE1} < N_{FO}$ ,  $N_{FE2} < N_{FO}$ , виконується то коефіцієнт довговічності для зубців шестерні та колеса  $K_{FE} = 1$ . За реверсивності передачі  $K_{FC} = 1 - \gamma_{FC} * \left(\frac{T_1^{**}}{T_1^*}\right)$ . За поліпшення  $\gamma_{FC} = 1$ . Коефіцієнт запасу  $S_F = 2,2$ .

$$[\sigma]_{F1} = \frac{\sigma_{Flimb1} * K_{FC} * K_{FE}}{S_F} = \frac{504 * 1 * 1}{2,2} = 229 \text{ МПа};$$

$$[\sigma]_{F2} = \frac{\sigma_{Flimb2} * K_{FC} * K_{FE}}{S_F} = \frac{441 * 1 * 1}{2,2} = 200 \text{ МПа}.$$

Допустиме граничне контактне навантаження:

$$[\sigma]_{Hmax} \leq 2,8 * \sigma_{T2} = 2,8 * 640 = 1792 \text{ МПа}.$$

Граничні допустимі напруження на згин для зубців шестерні та колеса[1,2]:

$$[\sigma]_{F1max} = 4,8 \frac{H_1}{S_F} = 4,8 \frac{280}{2,2} = 610 \text{ МПа};$$

$$[\sigma]_{F2max} = 4,8 \frac{H_2}{S_F} = 4,8 \frac{245}{2,2} = 534 \text{ МПа}.$$

Попередньо беремо коефіцієнт ширини вінця  $\psi_{ba} = 0,4$ .

$$\psi_{bd} = 0,5 * \psi_{ba}(U + 1) = 0,5 * 0,4(4 + 1) = 1;$$

В залежності від  $\psi_{bd}$  і  $H < 350 \Rightarrow K_{H\beta} = 1,1$ ;  $K_{\alpha} = 430 \text{ МПа}^{1/3}$  – для косозубого зачеплення.

Мінімальна міжосьова відстань передачі:

$$a_{\omega min} = K_{\alpha}(U + 1) \sqrt[3]{\frac{T_{1H} * K_{H\beta}}{U * \psi_{ba} * [\sigma]_H^2}} = 430(4 + 1) \sqrt[3]{\frac{20,3 * 1,1}{4 * 0,4 * 486,81^2}} = 66,4 \text{ мм};$$

Фактична  $a_{\omega} = 70 \text{ мм}$ ;

Число зубців:  $z_1 = 18$ ;  $z_2 = U * z_1 = 4 * 18 = 72$ .

$$\beta = 15^{\circ}$$

Модуль зубців:

$$m'_n = \frac{2 * a_{\omega} * \cos\beta}{z_1 + z_2} = \frac{2 * 70 * 0,91}{18 + 72} = 1,502 \text{ мм};$$

Згідно з ГОСТ  $m_n = 1,5 \text{ мм}$ .

Аби підігнати міжосьову прийняту до розрахункової, підберемо кут  $\beta$ .

$$\cos(\beta) = \frac{(z_1 + z_2) * m_n}{2 * a_{\omega}} = \frac{(18 + 72) * 1,5}{2 * 70} = 0,9642$$

$$\beta = 15,358^{\circ}$$

1) Ділильні діаметри шестерні та колеса:

$$d_1 = \frac{m_n * z_1}{\cos\beta} = \frac{1,5 * 18}{0,96} = 28 \text{ мм};$$

$$d_2 = \frac{m_n * z_2}{\cos\beta} = \frac{1,5 * 72}{0,96} = 112 \text{ мм}.$$

2) Ширина зубчастих вінців:

$$b_2 = \psi_{ba} * a_\omega = 0,4 * 70 = 28 \text{ мм};$$

$$b_1 = b_2 + 2 \text{ мм} = 30 \text{ мм}.$$

3) Колова швидкість зубчастих коліс:

$$V = 0,5 * \omega_1 * d_1 = 0,5 * 73,82 * 28 * 10^{-3} = 1,03 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

Вибираємо ступінь точності  $n_{СТ} = 9$  для всіх показників точності зубчастих коліс і передачі[2].

4) Еквівалентна кількість числа зубців шестерні та колеса:

$$z_{V1} = \frac{z_1}{\cos(\beta)} = 20,07;$$

$$z_{V2} = \frac{z_2}{\cos(\beta)} = 80,29.$$

5) Коефіцієнт торцевого перекриття:

$$\varepsilon_\alpha = \left[ 1,88 - 3,2 \left( \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right) \right] \cos\beta = \left[ 1,88 - 3,2 \left( \frac{1}{18} + \frac{1}{72} \right) \right] * 0,9642 = 1,598.$$

6) Колова сила у зачепленні коліс:

$$F_t = \frac{2 * T_1}{d_1} = \frac{2 * 10,15 * 10^3}{28} = 725 \text{ Н}.$$

Для розрахунку попередньо визначимо такі коефіцієнти:

- коефіцієнт, що враховує механічні властивості матеріалів зубчастих коліс:

$$Z_M = 275 \text{ МПа}^{1/2};$$

- коефіцієнт форми спряжених поверхонь зубців:

$$Z_H = 1,77 * \cos\beta = 1,77 * 0,96 = 1,706;$$

- коефіцієнт сумарної довжини контактних ліній при

$$Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_\alpha}} = \sqrt{\frac{1}{1,598}} = 0,79;$$

- коефіцієнт, що враховує розподіл навантаження між зубцями в залежності від колової швидкості та ступеня точності  $K_{H\alpha} = 1.13$ ;
- коефіцієнт, що враховує розподілення навантаження по ширині вінця  $K_{H\beta} = 1,1$ ;
- коефіцієнт, що враховує динамічне навантаження зубців в залежності від колової швидкості, твердості зубців колеса та ступеня точності  $K_{HV} = 1,03$ .

Питома розрахункова колова сила:

$$\omega_{Ht} = \frac{F_t}{b_2} * K_{H\alpha} * K_{H\beta} * K_{HV} = \frac{725}{28} * 1,13 * 1,1 * 1,03 = 33,179 \frac{\text{Н}}{\text{мм}};$$

Розрахункове контактне напруження:

$$\begin{aligned} \sigma_H &= Z_M * Z_H * Z_\varepsilon \sqrt{\frac{\omega_{Ht}}{d_1} * \frac{U+1}{U}} = 275 * 1,706 * 0,79 \sqrt{\frac{33,179}{32} * \frac{4+1}{4}} \\ &= 451,808 \text{ МПа}; \end{aligned}$$

Стійкість зубців проти втомного викришування їхніх поверхонь забезпечується, оскільки  $\sigma_H = 451,808 \text{ МПа}$ ,  $[\sigma]_H = 486,818 \Rightarrow \sigma_H < [\sigma]_H$ .

Під час перенавантаження максимальне контактне напруження:

$$\sigma_{Hmax} = \sigma_H \sqrt{\frac{T_{1max}}{T_1}} = 451 \sqrt{\frac{20,3}{10,15}} = 638,95 \text{ МПа.}$$

Контактна міцність зубців забезпечується, оскільки:  $\sigma_{Hmax} < [\sigma]_{Hmax}$

Розрахунок зубців на витривалість[1,2]:

- коефіцієнти форми зубців  $Y_{F1} = 3,92$ ;  $Y_{F2} = 3,6$ ;
- коефіцієнт перекриття зубців  $Y_\varepsilon = 1$ ;
- коефіцієнт, що враховує розподілення навантаження між зубцями

$$K_{F\alpha} = \frac{[4 + (\varepsilon_\alpha - 1)(n_{CT} - 5)]}{4 * \varepsilon_\alpha} = \frac{[4 + (1,598 - 1)(9 - 5)]}{4 * 1,598} = 1;$$

- коефіцієнт нерівномірності розподілення навантаження по ширині зубчастих вінців  $K_{F\beta} = 1,1$ ;

- коефіцієнт динамічного навантаження зубців в залежності від колової швидкості, твердості зубців колеса та ступеня точності  $K_{FV} = 1,07$ .

Питома розрахункова колова сила:

$$\omega_{Ft} = \frac{F_t}{b_2} * K_{F\alpha} * K_{F\beta} * K_{FV} = \frac{725}{28} * 1 * 1,1 * 1,07 = 30,5 \frac{\text{Н}}{\text{мм}};$$

Розрахункове напруження згину у зубцях шестерні та колеса:

$$\sigma_{F1} = Y_{F1} * Y_\varepsilon * Y_\beta * \frac{\omega_{Ft}}{m_n} = 3,92 * 1 * 0,89 * \frac{30,5}{2} = 70,96 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{F2} = Y_{F2} * Y_\varepsilon * Y_\beta * \frac{\omega_{Ft}}{m_n} = 3,6 * 1 * 0,89 * \frac{30,5}{2} = 65,17 \text{ МПа}.$$

Стійкість зубців проти втомного руйнування при згині забезпечується:

$$[\sigma]_{F1} = 229 \text{ МПа}; [\sigma]_{F2} = 200 \text{ МПа}.$$

Максимальні напруження згину при перевантаженні [1]:

$$\sigma_{F1max} = \sigma_{F1} \frac{T_{1max}}{T_1} = 70,96 * \frac{20}{10} = 141,93 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{F2max} = \sigma_{F2} \frac{20}{40} = 65,17 * \frac{20}{10} = 130,34 \text{ МПа}.$$

Міцність зубців на згин при дії максимального навантаження також забезпечується, бо максимальні розрахункові напруження менші, ніж граничні напруження:

$$[\sigma]_{F1max} = 610 \text{ МПа}; [\sigma]_{F2max} = 534 \text{ МПа}.$$

1) Розміри елементів зубців:

а) висота головки зубця:

$$h_a = m_n = 1,5 \text{ мм};$$

б) висота ніжки зубця:

$$h_f = 1,25 * m_n = 1,5 * 1,25 = 1,875 \text{ мм};$$

в) кут профілю зубців:

$$\alpha_n = 20^\circ.$$

2) Розміри вінців зубчастих коліс:

а) ділительні діаметри

$$d_1 = 28 \text{ мм};$$

$$d_2 = 112 \text{ мм};$$

б) діаметри вершин зубців:

$$d_{\alpha 1} = d_1 + 2 * m_n = 28 + 1,5 * 2 = 31 \text{ мм};$$

$$d_{\alpha 2} = d_2 + 2 * m_n = 112 + 1,5 * 2 = 115 \text{ мм}.$$

в) діаметри впадин:

$$d_{f1} = d_1 - 2,5 * m_n = 28 - 2,5 * 1,5 = 24,25 \text{ мм};$$

$$d_{f2} = d_2 - 2,5 * m_n = 112 - 2,5 * 1,5 = 108,25 \text{ мм}.$$

Колова сила:  $F_t = 725 \text{ Н};$

Радіальна сила:  $F_r = \frac{F_t * \operatorname{tg} \alpha_n}{\cos \beta} = \frac{725 * \operatorname{tg} 20^\circ}{0,9642} = 273 \text{ Н}.$

Осьова сила:  $F_a = F_t * \operatorname{tg}(\beta) = 199 \text{ Н}.$

#### 1.4.1. РОЗРАХУНОК ЧЕРВ'ЯЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ (4-Х ЗАХІДНА)

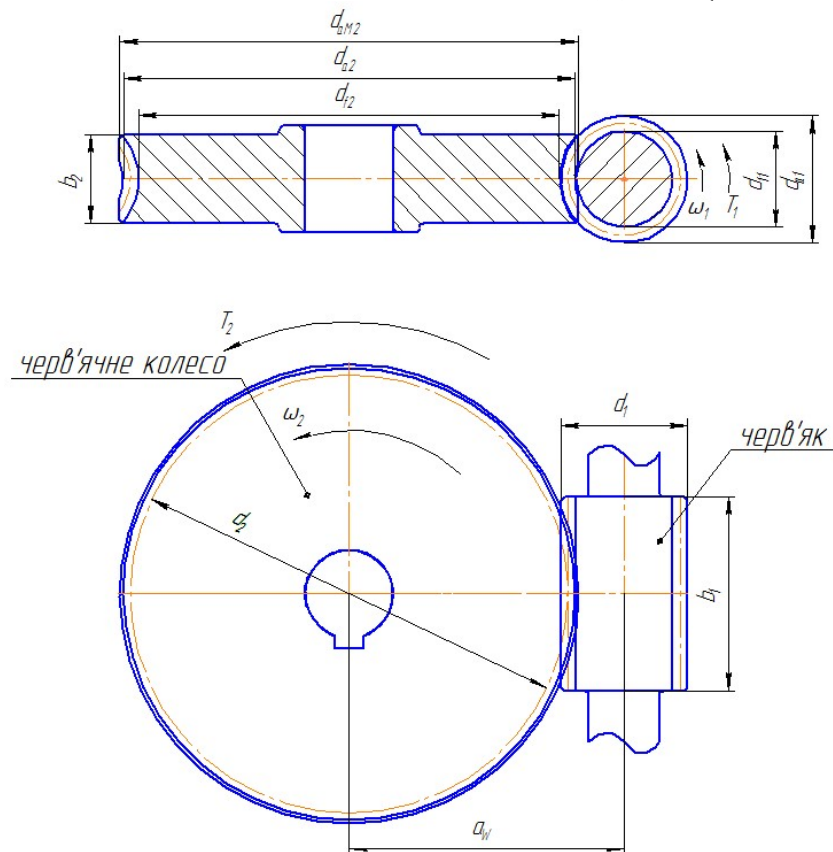


Рис. 1.4. Кінематична схема черв'ячної передачі

Вихідні дані:

Обертовий момент на валу черв'яка:  $T_1(2) = 39,82 \text{ Н} \cdot \text{м}$

Обертовий момент на валу колеса:  $T_2(3) = 434,86 \text{ Н} \cdot \text{м}$

Кутова швидкість:  $\omega_1(2) = 18,45 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$

Передатне відношення:  $i = 14$

Архімедовий черв'як, передача реверсивна, режим навантаження – легкий, перевантаження – 150%,  $h=10000$  год.

Кутова швидкість веденого вала:

$$\omega_2(3) = 1,31 \text{ рад/с}$$

Під час коротко часового перевантаження максимальний момент на веденому валу:

$$T_{2max} = 1.5 \cdot T_2(3) = 652,3 \text{ Н*м}$$

Визначимо орієнтовну швидкість ковзання в зачепленні:

$$V_s = \frac{4 \cdot \omega_1}{10^3} \cdot \sqrt[3]{T_2(3)} = 0,55 \text{ м/с}$$

Сумарне число циклів навантаження зубців колеса за строк служби:

$$N_{\Sigma 2} = 1800 \cdot \frac{\omega_2(3)}{\pi} \cdot h = 7553571$$

Для середнього нормального режиму навантаження при коефіцієнті інтенсивності  $K_{FE} = 0.01$  еквівалентне число циклів навантаження зубців:

$$N_{FE} = K_{FE} N_{\Sigma 2} = 75535,71$$

Для черв'яка беремо леговану сталь 40 X, термообробка – гартування із відпусканням, твердість HRC 45...55. Робочі поверхні витків шліфовані.[2]

Для черв'ячного колеса при  $V_s = 0,55$  м/с вибираємо бронзу БрА9ЖЗЛ  $\sigma_B = 500 \text{ МПа}$ ,  $\sigma_T = 230 \text{ МПа}$ ,

Коефіцієнт довговічності:  $[\sigma]_{F0} = 0,16 \cdot \sigma_B = 0,16 \times 500 = 80 \text{ МПа}$ .

Враховуючи обмеження  $0,54 \leq K_{FL} \leq 1,33$ , беремо  $K_{FL} = 1,33$ . Тоді для зубців черв'ячного колеса допустиме напруження на втому при згині

$$[\sigma]_F = [\sigma]_{F0} \cdot K_{FL} = 80 \cdot 1,33 = 106,59 \text{ МПа}$$

Допоміжний коефіцієнт  $K_\alpha = 310 \text{ МПа}$  – при сталевому черв'яку та бронзовому колесі.

Число заходів черв'яка:  $z_1 = 4$

Число зубців колеса:  $z_2 = 56$

Коефіцієнт діаметра черв'яка:

$$q \geq 0.212 \cdot z_2 = 11,872$$

Вибираємо  $q = 12$

Допустиме напруження:  $[\sigma]_H = 300 - 25 \cdot 0.55 = 286,06 \text{ МПа}$

Мінімальна міжосьова відстань черв'ячної передачі:

$$a_{min} = K_\alpha \left( \frac{z_2}{q} + 1 \right) \sqrt[3]{\frac{T_2(3) \cdot K_{H\beta} \cdot q^2}{(z_2 \cdot [\sigma]_H)^2}} = 310 \left( \frac{56}{12} + 1 \right) \sqrt[3]{\frac{434 \cdot 1,256 \cdot 12^2}{(56 \cdot 286,06)^2}} = 118,45 \text{ мм}$$

Визначимо модуль черв'ячної передачі:

$$m=3,48$$

Виберемо стандартний модуль зачеплення:  $m=3,5$  мм,  $q=12$

Тоді ділительний діаметр

$$d_1 = m \cdot q = 42$$

Ділительний кут підйому лінії витків черв'яка:

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{z_1}{q} = \frac{4}{12} = 0,33 \quad \gamma = 18,43^\circ$$

Швидкість ковзання в зачепленні:

$$V_s = \frac{\omega_1 \cdot d_1}{2 \cos \gamma} = \frac{18,45 \cdot 42 \cdot 10^{-3}}{2 \cos(18,43^\circ)} = 0,408 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Для черв'ячного колеса допустиме контактне напруження:

$$[\sigma]_H = [\sigma]_{H0} = 300 - 25V_s = 300 - 25 \cdot 0,408 = 289,78 \text{ МПа}$$

а) Ділительні діаметри

$$d_1 = m \cdot q = 3,5 \cdot 12 = 42 \text{ мм}$$

$$d_2 = m \cdot z_1 = 3,5 \cdot 56 = 196 \text{ мм}$$

б) Діаметр вершин витків черв'яка та зубців колеса

$$d_{a1} = d_1 + 2 \cdot m = 42 + 2 \cdot 3,5 = 49 \text{ мм}$$

$$d_{a2} = d_2 + 2 \cdot m = 196 + 2 \cdot 3,5 = 203 \text{ мм}$$

в) Міжосьова відстань передачі

$$a_w = 0,5(d_1 + d_2) = 0,5 \cdot (42 + 196) = 119 \text{ мм}$$

г) Ширина вінця черв'ячного колеса:

$$b_2 \leq 0,67 \cdot d_{a1} = 0,67 \cdot 49 = 32,83 \text{ мм}$$

Візьмемо  $b_2 = 33$  мм.

За рекомендаціями (черв'як із твердістю  $H < 350$  HB, колесо нарізають довільним способом) ступінь точності передачі обираємо 9.

е) Еквівалентне число зубців черв'ячного колеса:

$$z_{V2} = \frac{z_2}{\cos^2 \gamma} = \frac{56}{\cos^2(18,43^\circ)} = 62,22$$

1) Розміри елементів витків черв'яка та зубців черв'ячного колеса:

а) Висота головки витка черв'яка та зубців колеса

$$h_a = m = 3,5 \text{ мм}$$

б) Висота ніжки витка черв'яка та зубця черв'ячного колеса

$$h_f = 1,2 \cdot m = 1,2 \cdot 3,5 = 4,2 \text{ мм}$$

в) Висота витка черв'яка та зубця черв'ячного колеса

$$h = 2,2 \cdot m = 2,2 \cdot 3,5 = 7,7 \text{ мм}$$

г) Розрахункова товщина витка

$$s = 0,5\pi \cdot m = 0,5\pi \cdot 3,5 = 5,49 \text{ мм}$$

2) Розміри вінців черв'яка та черв'ячного колеса

а) Ділильні діаметри

$$d_1 = 42 \text{ мм}; d_2 = 196 \text{ мм}$$

б) Діаметри вершин

$$d_{a1} = 49 \text{ мм}; d_{a2} = 203 \text{ мм}$$

в) Діаметри западин

$$d_{f1} = d_1 - 2,4 \cdot m = 42 - 2,4 \cdot 3,5 = 33,6 \text{ мм}$$

$$d_{f2} = d_2 - 2,4 \cdot m = 196 - 2,4 \cdot 3,5 = 187,6 \text{ мм.}$$

г) Найбільший діаметр черв'ячного колеса

$$d_{am2} \leq d_{a2} + m = 203 + 3,5 = 206,5 \text{ мм}$$

д) Довжина нарізаної частини черв'яка

$$b_1 \geq (12,5 + 0,09 \cdot z_2) \cdot m + 25 = (12,5 + 0,09 \cdot 56) \cdot 3,5 + 25 = 61,39 \text{ мм}$$

Візьмемо:  $b_1 = 61,4 \text{ мм}$

е) Ширина вінця черв'ячного колеса  $b_2 = 33 \text{ мм}$ .

є) Міжосьова відстань черв'ячної передачі

$$a_{\omega} = 0,5 \cdot m \cdot (q + z_2) = 0,5 \cdot 3,5 \cdot (12 + 56) = 119 \text{ мм}$$

Компоненти сил у зачепленні:

а) Колова сила на колесі

$$F_{t2} = F_{a1} = 4437,37 \text{ Н}$$

б) Радіальна сила на колесі

$$F_{r2} = F_{r1} = F_{t2} \cdot \operatorname{tg} \alpha = 4437 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ = 1615,07 \text{ Н}$$

в) Осьова сила на колесі

$$F_{a2} = F_{t1} = F_{t2} \cdot \operatorname{tg} \gamma = 4437 \cdot \operatorname{tg} 18^\circ = 1479,03 \text{ Н}$$

Рівнодійна колової та радіальної сил на черв'яку:

$$F = \sqrt{F_{t1}^2 + F_{r1}^2} = \sqrt{1479,03^2 + 1615,07^2} = 2190 \text{ Н}$$

Осьовий момент інерції черв'яка:

$$J_0 = \frac{\pi \cdot d_{f1}^4}{64} = \frac{3,14 \cdot 33,6^4}{64} = 62564 \text{ мм}^4$$

Беремо наближено відстань між опорами черв'яка

$$l \approx 0,8 \cdot d_2 = 0,8 \cdot 196 = 156,8 \text{ мм}$$

За модуля пружності для сталі розрахункова стріла прогину черв'яка :

$$y = \frac{F \cdot l^3}{48 \cdot E \cdot J_0} = \frac{2190 \cdot 156,8^3}{48 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 62564} = 0,0133 \text{ мм}$$

Допустима стріла прогину:

$$[y] = 0,01 \cdot m = 0,01 \cdot 3,5 = 0,0175 \text{ мм}$$

Жорсткість черв'яка забезпечується, оскільки

$$y = 0,0132 \text{ мм} \leq [y] = 0,0175 \text{ мм}$$

### 1.4.2. РОЗРАХУНОК ЧЕРВ'ЯЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ(2-Х ЗАХІДНА)

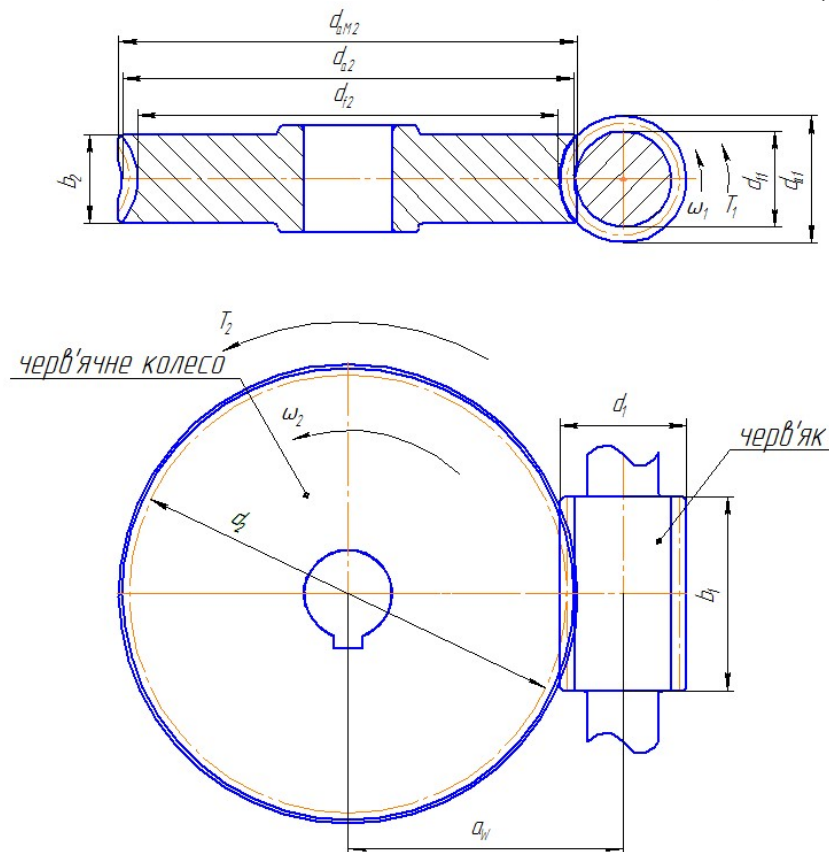


Рис. 1.4. Кінематична схема черв'ячної передачі

Вихідні дані:

Обертний момент на валу черв'яка:  $T_1(3) = 434,86 \text{ Н} \cdot \text{м}$

Обертний момент на валу колеса:  $T_2(4) = 7066,52 \text{ Н} \cdot \text{м}$

Кутова швидкість:  $\omega_1(3) = 1,31 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$

Передатне відношення:  $i = 25$

Архімедовий черв'як, передача реверсивна, режим навантаження – легкий, перевантаження – 150% ,  $h=10000$  год.

Кутова швидкість веденого вала:

$$\omega_2(4) = 0,052 \text{ рад/с}$$

Під час коротко часового перевантаження максимальний момент на веденому валу:

$$T_{2max} = 1.5 \cdot T_2(4) = 10599,78 \text{ Н*м}$$

Визначимо орієнтовну швидкість ковзання в зачепленні:

$$V_s = \frac{4 \cdot \omega_1}{10^3} \cdot \sqrt[3]{T_2(4)} = 0,1 \text{ м/с}$$

Сумарне число циклів навантаження зубців колеса за строк служби:

$$N_{\Sigma 2} = 1800 \cdot \frac{\omega_2(4)}{\pi} \cdot h = 302142 \text{ ц.}$$

Для середнього нормального режиму навантаження при коефіцієнті інтенсивності  $K_{FE} = 0.01$  еквівалентне число циклів навантаження зубців:

$$N_{FE} = K_{FE} N_{FE} = 3021,42 \text{ ц.}$$

Для черв'яка беремо леговану сталь 40 X, термообробка – гартування із відпусканням, твердість HRC 45...55. Робочі поверхні витків шліфовані.[2]  
Для черв'ячного колеса при  $V_s = 0,1$  м/с вибираємо бронзу БрА9ЖЗЛ  $\sigma_B = 500$  МПа,  $\sigma_T = 230$  МПа,

$$[\sigma]_{F0} = 0,16 \cdot \sigma_B = 80 \text{ МПа.}$$

Враховуючи обмеження  $0,54 \leq K_{FL} \leq 1,9$ , беремо  $K_{FL} = 1,9$ . Тоді для зубців черв'ячного колеса допустиме напруження на втому при згині

$$[\sigma]_F = [\sigma]_{F0} \cdot K_{FL} = 80 \cdot 1,9 = 152,42 \text{ МПа}$$

Допустиме граничне напруження згину

$$[\sigma]_{F \max} = 0,8 \cdot \sigma_B = 0,8 \cdot 500 = 400 \text{ МПа}$$

Допоміжний коефіцієнт  $K_\alpha = 310 \text{ МПа}$  – при сталевому черв'яку та бронзовому колесі.

Допустиме напруження:  $[\sigma]_H = 300 - 25 \cdot 0,1 = 297,47 \text{ МПа}$

Число заходів черв'яка:  $z_1 = 2$

Число зубців колеса:  $z_2 = 50$

Коефіцієнт діаметра черв'яка:

$$q \geq 0,212 \cdot z_2 = 10,6$$

Вибираємо  $q = 11$

Мінімальна міжосьова відстань черв'ячної передачі:

$$a_{\min} = K_\alpha \left( \frac{z_2}{q} + 1 \right)^3 \sqrt{\frac{T_2(4) \cdot K_{H\beta} \cdot q^2}{(z_2 \cdot [\sigma]_H)^2}} = 310 \left( \frac{50}{11} + 1 \right)^3 \sqrt{\frac{7066 \cdot 1,09 \cdot 11^2}{(50 \cdot 297,47)^2}} = 277,39 \text{ мм}$$

Визначимо модуль черв'ячної передачі:

$$m = 9,12$$

Виберемо стандартний модуль зачеплення:  $m=9$  мм,  $q=11$ .

Тоді ділительний діаметр

$$d_1 = m \cdot q = 9 \cdot 11 = 99 \text{ мм}$$

Ділительний кут підйому лінії витків черв'яка:

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{z_1}{q} = \frac{2}{11} = 0,18, \quad \gamma = 10,3^\circ$$

Швидкість ковзання в зачепленні:

$$V_s = \frac{\omega_1 \cdot d_1}{2 \cos \gamma} = \frac{1,31 \cdot 99 \cdot 10^{-3}}{2 \cos(10,3^\circ)} = 0,06 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Для черв'ячного колеса допустиме контактне напруження:

$$[\sigma]_H = [\sigma]_{H0} = 300 - 25V_s = 300 - 25 \cdot 0,06 = 298,34 \text{ МПа}$$

а) Ділительні діаметри:

$$d_1 = m \cdot q = 9 \cdot 11 = 99 \text{ мм}$$

$$d_2 = m \cdot z_2 = 9 \cdot 50 = 450 \text{ мм}$$

б) Діаметр вершин витків черв'яка та зубців колеса

$$d_{a1} = d_1 + 2 \cdot m = 99 + 2 \cdot 9 = 117 \text{ мм}$$

$$d_{a2} = d_2 + 2 \cdot m = 450 + 2 \cdot 9 = 468 \text{ мм}$$

в) Міжосьова відстань передачі

$$a_\omega = 0.5(d_1 + d_2) = 0.5 \cdot (99 + 450) = 274,5 \text{ мм}$$

г) Ширина вінця черв'ячного колеса:

$$b_2 \leq 0.75 \cdot d_{a1} = 0,75 \cdot 117 = 87,75 \text{ мм}$$

Візьмемо:  $b_2 = 88 \text{ мм}$

е) Еквівалентне число зубців черв'ячного колеса:

$$z_{v2} = \frac{z_2}{\cos^2 \gamma} = \frac{50}{\cos^2(10^\circ)} = 51,65$$

д) Колова сила, що діє на зубці колеса:

$$F_{t2} = \frac{2T_2}{d_2} = \frac{2 \cdot 7066}{450 \cdot 10^{-3}} = 31086,27 \text{ Н}$$

1) Розміри елементів витків черв'яка та зубців черв'ячного колеса:

а) Висота головки витка черв'яка та зубців колеса

$$h_a = m = 9 \text{ мм}$$

б) Висота ніжки витка черв'яка та зубця черв'ячного колеса

$$h_f = 1.2 \cdot m = 1,2 \cdot 9 = 10,8 \text{ мм}$$

в) Висота витка черв'яка та зубця черв'ячного колеса

$$h = 2.2 \cdot m = 2,2 \cdot 9 = 19,8 \text{ мм}$$

г) Розрахункова товщина витка

$$s = 0.5\pi \cdot m = 0,5\pi \cdot 9 = 14,13 \text{ мм}$$

2) Розміри вінців черв'яка та черв'ячного колеса

а) Ділильні діаметри

$$d_1 = 99 \text{ мм}; d_2 = 450 \text{ мм}$$

б) Діаметри вершин

$$d_{a1} = 117 \text{ мм}; d_{a2} = 468 \text{ мм}$$

в) Діаметри западин

$$d_{f1} = d_1 - 2.4 \cdot m = 99 - 2,4 \cdot 9 = 77,4 \text{ мм}$$

$$d_{f2} = d_2 - 2.4 \cdot m = 450 - 2,4 \cdot 9 = 428,4 \text{ мм.}$$

г) Найбільший діаметр черв'ячного колеса

$$d_{am2} \leq d_{a2} + 1,5m = 468 + 9 \cdot 1,5 = 482 \text{ мм}$$

д) Довжина нарізуваної частини черв'яка

$$b_1 \geq (11 + 0,06 \cdot z_2) \cdot m + 25 = (11 + 0,06 \cdot 50) \cdot 9 + 25 = 126 \text{ мм}$$

е) Ширина вінця черв'ячного колеса  $b_2 = 88 \text{ мм}$ .

є) Міжосьова відстань черв'ячної передачі:

$$a_{\omega} = 0.5 \cdot m \cdot (q + z_2) = 0,5 \cdot 9 \cdot (11 + 50) = 274,5 \text{ мм}$$

Компоненти сил у зачепленні:

а) Колова сила на колесі:

$$F_{t2} = F_{a1} = 31406,75 \text{ Н}$$

б) Радіальна сила на колесі:

$$F_{r2} = F_{r1} = F_{t2} \cdot \operatorname{tg} \alpha = 31406,75 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ = 11431 \text{ Н}$$

в) Осьова сила на колесі

$$F_{a2} = F_{t1} = F_{t2} \cdot \operatorname{tg} \gamma = 31406,75 \cdot \operatorname{tg} 10^\circ = 5710 \text{ Н}$$

Рівнодійна колової та радіальної сил на черв'яку:

$$F = \sqrt{F_{t1}^2 + F_{r1}^2} = \sqrt{5710^2 + 11431^2} = 12778 \text{ Н}$$

Осьовий момент інерції черв'яка:

$$J_0 = \frac{\pi \cdot d_{f1}^4}{64} = \frac{3,14 \cdot 77,4^4}{64} = 1761707 \text{ мм}^4$$

Беремо наближено відстань між опорами черв'яка

$$l \approx 0.8 \cdot d_2 = 0,8 \cdot 450 = 360 \text{ мм}$$

За модуля пружності для сталі розрахункова стріла прогину черв'яка :

$$y = \frac{F \cdot l^3}{48 \cdot E \cdot J_0} = \frac{12647 \cdot 360^3}{48 \cdot 2.1 \cdot 10^5 \cdot 1761707} = 0,03 \text{ мм}$$

Допустима стріла прогину:

$$[y] = 0.01 \cdot m = 0.01 \cdot 9 = 0,09 \text{ мм}$$

Жорсткість черв'яка забезпечується, оскільки

$$y = 0,03 \text{ мм} \leq [y] = 0,09 \text{ мм}.$$

## 1.5. Розрахунок валів та їх опор

### 1.5.1. Розрахунок швидкохідного вала

Для виготовлення вала берем Сталь 40Х, для якої  $\sigma_B = 900$  МПа;

$\sigma_T = 750$  МПа;  $[\tau] = 25$  МПа.

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot T}{\pi \cdot [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 39,82}{\pi \cdot 25}} = 20,09 \text{ мм};$$

З конструктивних міркувань оберемо  $d = 20$  мм.

$d_n = 25$  мм- діаметр під підшипники.

$F_{t1} = 725,6$  Н-колова сила;

$F_{r1} = 273,9$  Н-радіальна сила;

$F_{a1} = 199,3$  Н-осьова сила.

Сумарні згинальні моменти в небезпечному перерізі

$$M_I = \sqrt{(M_y^I)^2 + (M_z^I)^2} = \sqrt{87877^2 + 38282^2} = 95853 \text{ Н} \cdot \text{мм}$$

Розрахункові схеми швидкохідного вала наведені на рис. 1.5.1.(1)

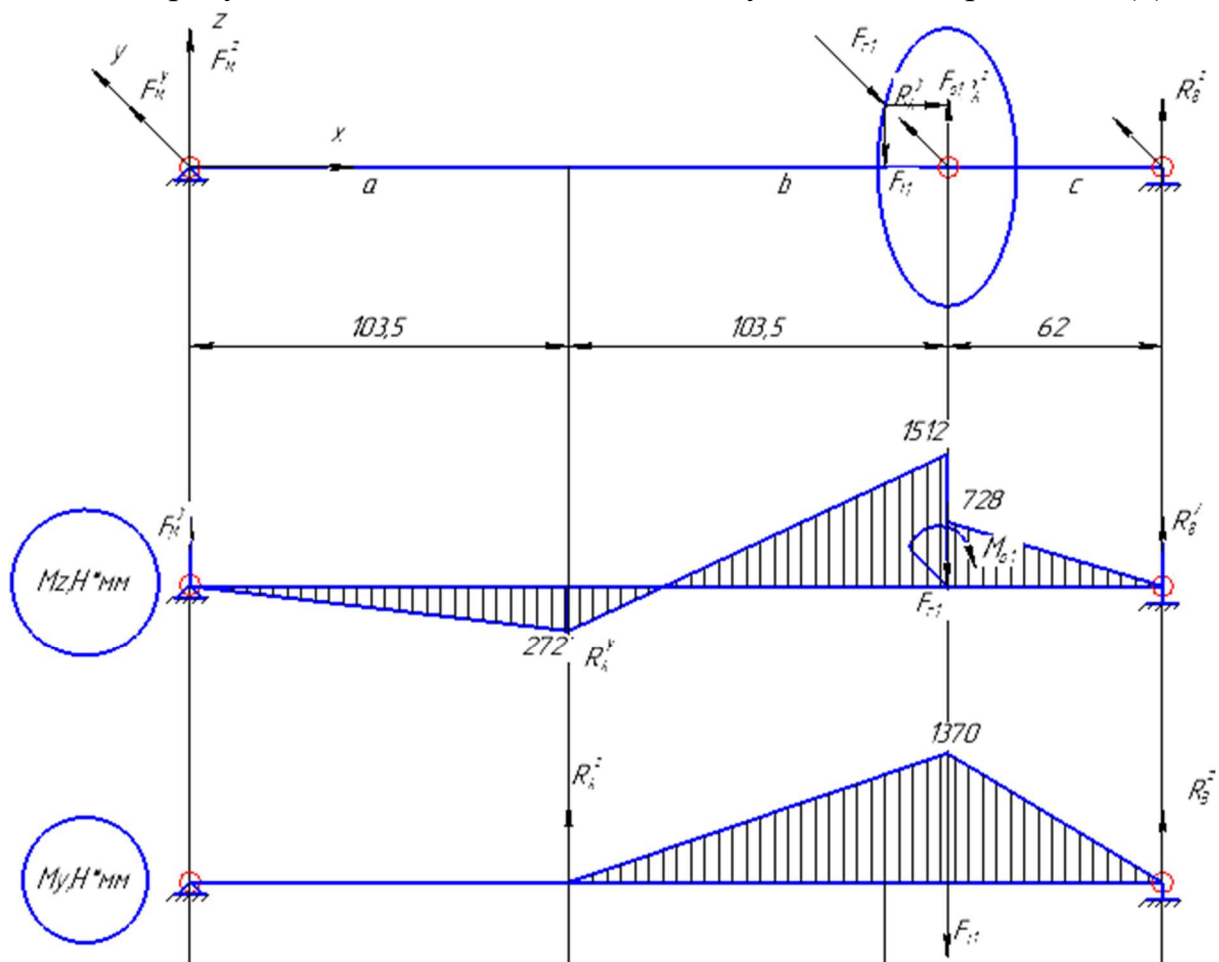


Рис. 1.5.1.(1) Розрахункові схеми швидкохідного вала

Номінальні напруження в перерізі:

$$\sigma_{зг} = \frac{32M}{\pi d^3} = 105,32 \text{ МПа}$$

$$\sigma_c = \frac{4F_{a1}}{\pi d^2} = 14,12 \text{ МПа}$$

$$\tau = \frac{16 \cdot T}{\pi \cdot d^3} = 25,35 \text{ МПа}$$

За III-м критерієм міцності визначаємо еквівалентні напруження:

$$\sigma_{екв} = \sqrt{(\sigma_{зг} + \sigma_c)^2 + 4\tau^2} = \sqrt{(105,32 + 14,12)^2 + 4 \cdot 25,35^2} = 129,76 \text{ МПа}$$

Допустиме еквівалентне напруження:

$$[\sigma]_{екв} = 0,8\sigma_T = 0,8 \cdot 750 = 600 \text{ МПа}$$

Умова статичної міцності виконується, оскільки

$$\sigma_{екв}^{max} \leq [\sigma]_{екв}.$$

Границя втоми матеріалу вала для симетричного циклу:

$$\sigma_{-1} = 0,45\sigma_B = 0,45 \cdot 900 = 405 \text{ МПа}$$

$$\tau_{-1} = 0,25\sigma_B = 0,25 \cdot 900 = 225 \text{ МПа}$$

Амплітуди нормальних і дотичних напружень:

$$\sigma_a = \frac{M}{W_{ОН}} = 130,92 \text{ МПа}$$

$$\tau_a = \frac{T}{W_{РН}} = 14,04 \text{ МПа}$$

Відповідно моменти опору в небезпечному перерізу вала:

$$W_{ОН} = \frac{\pi d^3}{32} = \frac{3,14 \cdot 20^3}{32} = 631,79 \text{ мм}^3$$

$$W_{РН} = \frac{\pi d^3}{16} = \frac{3,14 \cdot 20^3}{16} = 1417,19 \text{ мм}^3$$

Середнє значення нормальних та дотичних напружень:

$$\sigma_m = \frac{4F_{a1}}{\pi d^2} = 15,29 \text{ МПа}$$

$$\tau_m = \tau = 14,04 \text{ МПа}$$

Ефективні коефіцієнти концентрації напружень від швидкохідного паза:

$$K_\sigma = 1,7, K_\tau = 1,5.$$

Коефіцієнти чутливості матеріалу вала до симетрії циклу напружень:

$$\psi_\sigma = 0,02 + 2 \cdot 10^{-4} \sigma_B = 0,02 + 2 \cdot 10^{-4} \cdot 900 = 0,2$$

$$\psi_\tau = 0,5\psi_\sigma = 0,5 \cdot 0,2 = 0,1$$

Коефіцієнт, що враховує вплив абсолютних розмірів перерізу вала  $K_d = 0,85$ ;

Коефіцієнти запасу міцності за нормальними і дотичними напруженнями:

$$S_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{K_{\sigma}\sigma_a}{K_d} + \psi_{\sigma}\sigma_m} = \frac{405}{\frac{1,47 \cdot 1,26}{0,85} + 0,2 \cdot 0,15} = 1,52$$

$$S_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{\frac{K_{\tau}\tau_a}{K_d} + \psi_{\tau}\tau_m} = \frac{225}{\frac{1,4 \cdot 0,14}{0,85} + 0,1 \cdot 0,14} = 8,58$$

Сумарний коефіцієнт запасу:

$$S = \frac{S_{\sigma}S_{\tau}}{\sqrt{S_{\sigma}^2 + S_{\tau}^2}} = \frac{1,52 \cdot 8,58}{\sqrt{1,52^2 + 8,58^2}} = 1,505$$

Загальний розрахунковий коефіцієнт запасу міцності

$S = 1,505 > [S]_{min} = 1,5$ , отже міцність вала у перерізі забезпечується.

Для розрахунку прогину скористаємося методом Мора.

Основний момент інерції перерізу вала:

$$I = \frac{\pi d^4}{64} = \frac{3,14 \cdot 20^4}{64} = 7853,98 \text{ мм}^4 \quad E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа};$$

Прогин вала під шестернею

У YX площині:

$$y = \frac{1}{EI} (\omega_z^1 \cdot y_1 + \omega_z^2 \cdot y_2) = 0,00018 \text{ мм}$$

У ZX площині:

$$z = \frac{1}{EI} (\omega_y^1 \cdot y_1 + \omega_y^2 \cdot y_2) = 0,0002 \text{ мм}$$

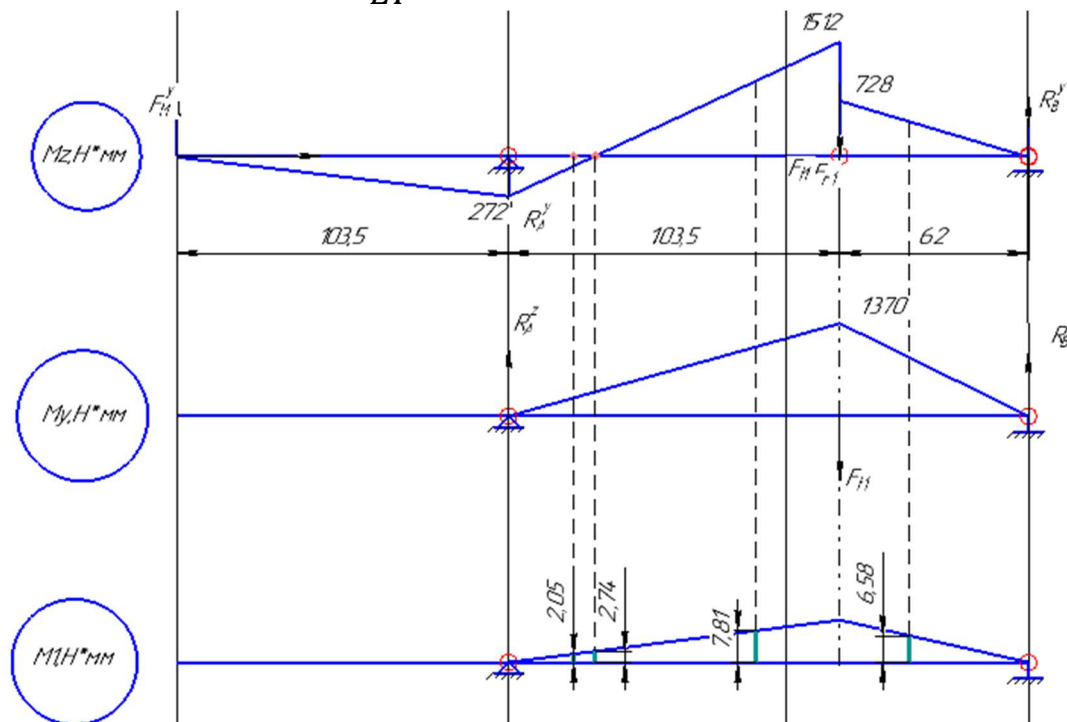


Рис 1.5.1.(2) Розрахункові схеми визначення прогинів методом Верещагіна

Допустимий прогин вала  $[y] = 0,005 * m = 0,0175$  мм;

$$y = \sqrt{y_B^2 + y_F^2} = 0,013$$

$$y = 0,013 \text{ мм} \leq [y] = 0,0175 \text{ мм};$$

Умова жорсткості виконується.

Так як прогин під шестернею є дуже малим порівняно з допустимим, кут повороту у підшипниках буде теж задовольняти умову жорсткості.

Підбираємо підшипники кочення для вхідного вала редуктора за такими даними, одержаними при розрахунку вала:

$$R_A = \sqrt{R_{Ay}^2 + R_{Az}^2} = 824 \text{ Н}$$

$$R_B = \sqrt{R_{By}^2 + R_{Bz}^2} = 1546 \text{ Н}$$

$$\frac{F_a}{R_B} = \frac{2700}{1546} = 3,27 > 0,35$$

То для опор вала доцільно застосовувати радіально-упорні роликові підшипники серії 7205А, для яких:  $C_0 = 17500$  Н;  $C = 24000$  Н.

### 1.5.2. Розрахунок проміжного вала

Для виготовлення вала берем Сталь 40Х, для якої  $\sigma_B = 900$  МПа;

$\sigma_T = 750$  МПа;  $[\tau] = 25$  МПа.

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot T}{\pi \cdot [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 434}{\pi \cdot 25}} = 44,5 \text{ мм};$$

З конструктивних міркувань оберемо  $d = 44$  мм.

$d_n = 50$  мм- діаметр під підшипники.

$F_{t2} = 4437$  Н-колова сила;

$F_{r2} = 1615$  Н-радіальна сила;

$F_{a2} = 1479$  Н-осьова сила.

$F_{t1} = 5710$  Н-колова сила;

$F_{r1} = 11431$  Н-радіальна сила;

$F_{a1} = 31406$  Н-осьова сила.

Розрахункові схеми проміжного валу наведені на рис. 1.5.2(1).

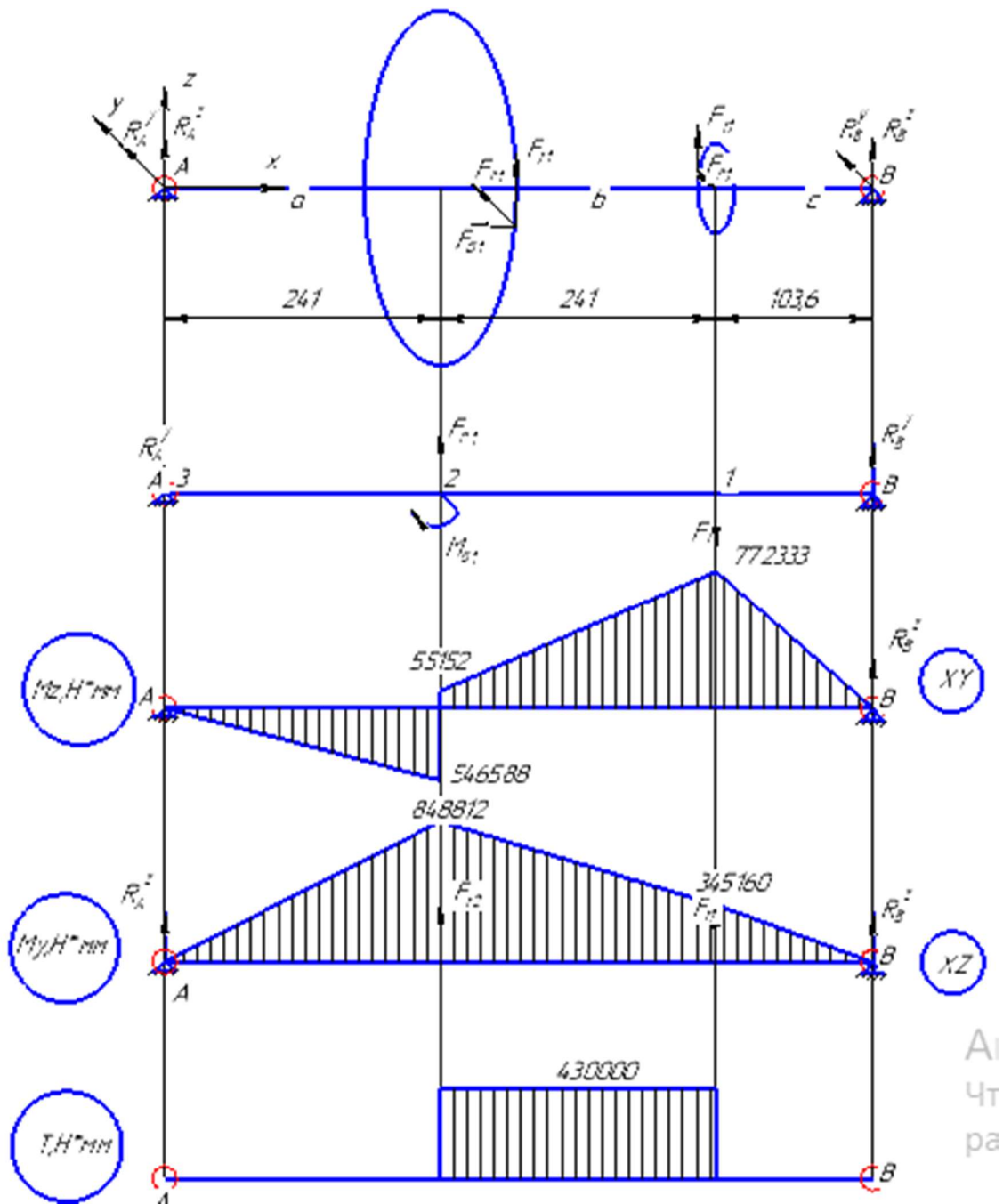


Рис. 1.5.2.(1) Розрахункові схеми проміжного валу

Номінальні напруження в перерізі, врахуємо зміну моментів опору від шпонки:

$$\sigma_{зг} = \frac{M}{W_{OH}} = \frac{144952}{7325,87} = 19,78 \text{ МПа}$$

$$\sigma_c = \frac{F_{a1}}{An} = \frac{31406}{1460,53} = 21,50 \text{ МПа}$$

$$\tau = \frac{T}{W_{PH}} = \frac{430000}{15688,79} = 27,43 \text{ МПа}$$

За III-м критерієм міцності визначаємо еквівалентні напруження:

$$\sigma_{екв} = \sqrt{(\sigma_{зг} + \sigma_c)^2 + 4\tau^2} = \sqrt{(19,78 + 21,50)^2 + 4 \cdot 27,43^2} = 69 \text{ МПа}$$

Допустиме еквівалентне напруження:

$$[\sigma]_{\text{екв}} = 0,8\sigma_T = 0,8 \cdot 750 = 600 \text{ МПа}$$

Максимальне еквівалентне напруження при короткому перевантаженні:

$$\sigma_{\text{екв}}^{\text{max}} = \sigma_{\text{екв}} R_{\Pi} = 69 \cdot 2,2 = 152 \text{ МПа}$$

Умова статичної міцності виконується, оскільки

$$\sigma_{\text{екв}}^{\text{max}} = 152 \text{ МПа}; [\sigma]_{\text{екв}} = 600 \text{ МПа} \Rightarrow \sigma_{\text{екв}}^{\text{max}} \leq [\sigma]_{\text{екв}}$$

Границя втоми матеріалу вала для симетричного циклу:

$$\sigma_{-1} = 0,45\sigma_T = 0,45 \cdot 750 = 405 \text{ МПа}$$

$$\tau_{-1} = 0,25\sigma_B = 0,25 \cdot 900 = 225 \text{ МПа}$$

Амплітуди нормальних і дотичних напружень:

$$\sigma_a = \frac{M}{W_{OH}} = \frac{144952}{6402,76} = 117 \text{ МПа}$$

$$\tau_a = \frac{T}{2W_{PH}} = \frac{14661}{2 \cdot 14765,7} = 13,83 \text{ МПа}$$

Відповідно моменти опору в небезпечному перерізу вала:

$$W_{OH} = \frac{\pi d^3}{32} - \frac{bt(d-t)^2}{2d} = \frac{3,14 \cdot 44^3}{32} - 12 \cdot \frac{8(44-5)^2}{2 \cdot 44} = 7325,87 \text{ мм}^3$$

$$W_{PH} = \frac{\pi d^3}{16} - \frac{bt(d-t)^2}{2d} = \frac{3,14 \cdot 44^3}{16} - 12 \cdot \frac{8(44-5)^2}{2 \cdot 44} = 15688,79 \text{ мм}^3$$

$$An = \frac{\pi d^2}{4} - bt = 1460,53$$

Середнє значення нормальних та дотичних напружень:

$$\sigma_m = 21,28 \text{ МПа}$$

$$\tau_m = 13,71 \text{ МПа}$$

Ефективні коефіцієнти концентрації напружень від шпоночного:

$$K_{\sigma} = 1,76, K_{\tau} = 1,54.$$

Коефіцієнти чутливості матеріалу вала до симетрії циклу напружень:

$$\psi_{\sigma} = 0,02 + 2 \cdot 10^{-4} \sigma_B = 0,02 + 2 \cdot 10^{-4} \cdot 900 = 0,2$$

$$\psi_{\tau} = 0,5\psi_{\sigma} = 0,5 \cdot 0,2 = 0,1$$

Коефіцієнт, що враховує вплив абсолютних розмірів перерізу вала  $K_d = 0,8$ ;

Коефіцієнти запасу міцності за нормальними і дотичними напруженнями:

$$S_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{K_{\sigma}\sigma_a}{K_d} + \psi_{\sigma}\sigma_m} = \frac{405}{\frac{1,76 \cdot 117}{0,8} + 0,2 \cdot 21,5} = 1,64$$

$$S_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{\frac{K_{\tau}\tau_a}{K_d} + \psi_{\tau}\tau_m} = \frac{225}{\frac{1,2 \cdot 13,85}{0,85} + 0,1 \cdot 13,85} = 8,49$$

Сумарний коефіцієнт запасу:

$$S = \frac{S_\sigma S_\tau}{\sqrt{S_\sigma^2 + S_\tau^2}} = \frac{1,64 \cdot 8,49}{\sqrt{1,64^2 + 8,49^2}} = 1,61$$

Загальний розрахунковий коефіцієнт запасу міцності

$S = 1,61 > [S]_{min} = 1,5$ , отже міцність вала у перерізі забезпечується.

Для розрахунку прогину скористаємося методом Мора.

Основний момент інерції перерізу вала:

$$I = \frac{\pi d^4}{64} = \frac{3,14 \cdot 44^4}{64} = 183984 \text{ мм}^4 \quad E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа};$$

Прогин вала під шестернею в точці 1, епюри побудовані на малюнку 3.5

У YX площині:

$$y = \frac{1}{EI} (\omega_z^1 \cdot y_1 + \omega_z^2 \cdot y_2 + \omega_z^3 \cdot y_3) = 0,0003 \text{ мм}$$

У ZX площині:

$$z = \frac{1}{EI} (\omega_y^1 \cdot y_1 + \omega_y^2 \cdot y_2 + \omega_y^3 \cdot y_3) = 0,0007 \text{ мм}$$

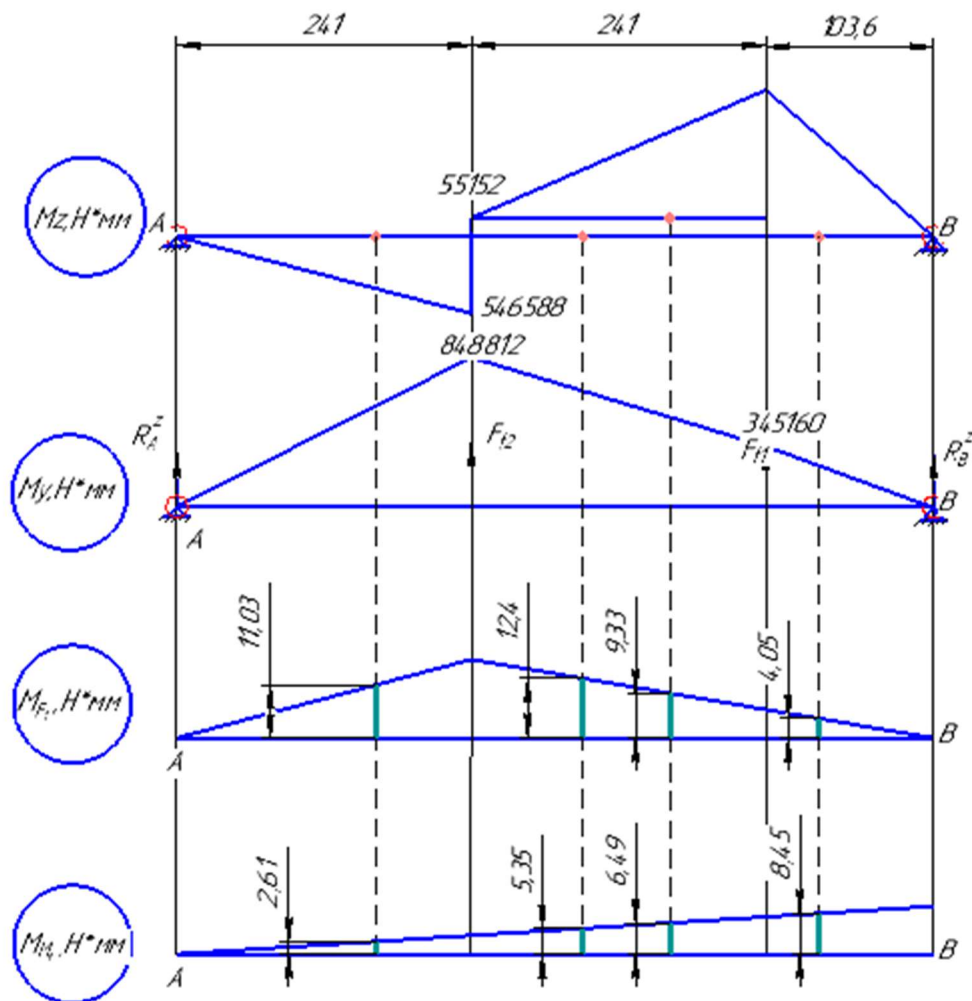


Рис. 1.5.2(2) Схеми розрахунку прогинів проміжного валу методом Верещагіна  
Допустимий прогин валу  $[y] = 0,045$  мм;

$$y = \sqrt{y_B^2 + y_T^2} = 0,015$$

$$y = 0,015 \text{ мм} \leq [y] = 0,045 \text{ мм};$$

Умова жорсткості виконується.

Підбираємо підшипники кочення для вхідного валу редуктора за такими даними, одержаними при розрахунку валу:

$$R_A = \sqrt{R_{Ay}^2 + R_{Az}^2} = 3963 \text{ Н}$$

$$R_B = \sqrt{R_{By}^2 + R_{Bz}^2} = 10418 \text{ Н}$$

$$\frac{F_a}{R_B} = 4,46 > 0,35$$

То для опор валу доцільно застосовувати роликові радіальні підшипники серії 210 для яких:  $C_0 = 19800$  Н;  $C = 35100$  Н.

### 1.5.3. Розрахунок тихохідного валу

Для виготовлення валу берем Сталь 40Х, для якої  $\sigma_B = 900$  МПа;

$\sigma_T = 750$  МПа;  $[\tau] = 25$  МПа.

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot T}{\pi \cdot [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 7066}{\pi \cdot 25}} = 112,4 \text{ мм};$$

З конструктивних міркувань оберемо  $d = 112$  мм.

$d_n = 100$  мм- діаметр під підшипники.

Сили в прямозубому циліндричному зачепленні:

$F_{t2} = 31406$  Н-колова сила;

$F_{r2} = 11431$  Н-радіальна сила;

$F_{a2} = 5710$  Н-осьова сила.

Подальший розрахунок проводимо для перерізу 1, як для небезпечного.

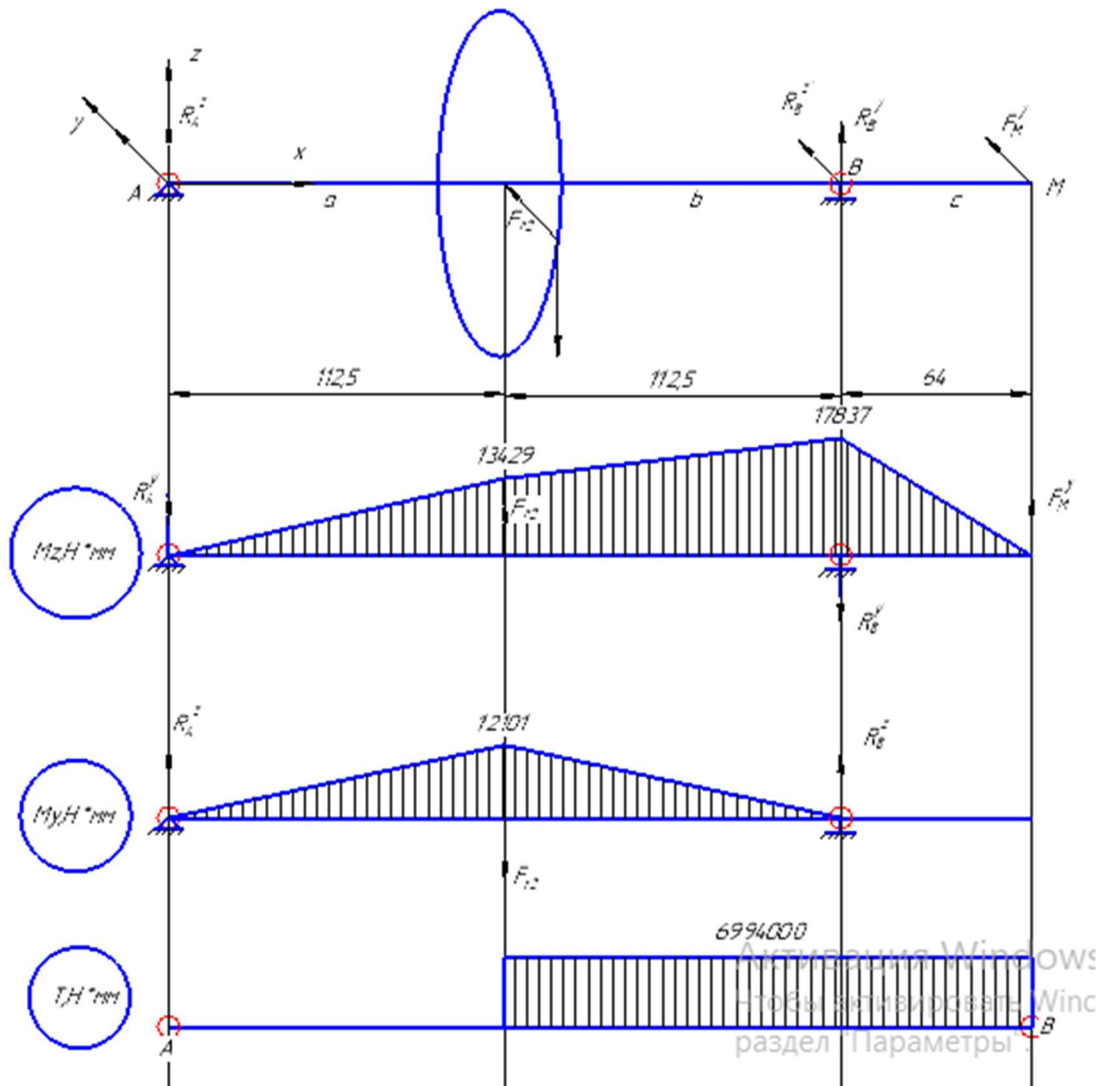


Рис. 1.5.3(1) Розрахункові схеми тихохідного валу

Номінальні напруження в перерізі, врахуємо зміну моментів опору від шпонки:

$$\sigma_{зг} = 6,58 \text{ МПа}$$

$$\sigma_c = 0,57 \text{ МПа}$$

$$\tau = 25,61 \text{ МПа}$$

За III-м критерієм міцності визначаємо еквівалентні напруження:

$$\sigma_{\text{екв}} = \sqrt{(\sigma_{зг} + \sigma_c)^2 + 4\tau^2} = \sqrt{(6,58 + 0,58)^2 + 4 \cdot 25,61^2} = 51,73$$

Допустиме еквівалентне напруження:

$$[\sigma]_{\text{екв}} = 0,8\sigma_T = 600 \text{ МПа}$$

Максимальне еквівалентне напруження при короткому перевантаженні:

$$\sigma_{\text{екв}}^{\text{max}} = \sigma_{\text{екв}} R_{\text{II}} = 113,81 \text{ МПа}$$

Умова статичної міцності виконується, оскільки

$$\sigma_{\text{екв}}^{\text{max}} = 113,81 \text{ МПа}; [\sigma]_{\text{екв}} = 600 \text{ МПа} \Rightarrow \sigma_{\text{екв}}^{\text{max}} \leq [\sigma]_{\text{екв}}$$

Границя втоми матеріалу вала для симетричного циклу:

$$\sigma_{-1} = 0,45\sigma_B = 0,45 \cdot 900 = 405 \text{ МПа}$$

$$\tau_{-1} = 0,25\sigma_T = 0,25 \cdot 750 = 225 \text{ МПа}$$

Амплітуди нормальних і дотичних напружень:

$$\sigma_a = \frac{M}{W_{OH}} = 0 \text{ МПа}$$

$$\tau_a = \frac{T}{2W_{PH}} = 13,30 \text{ МПа}$$

Відповідно моменти опору в небезпечному перерізу вала:

$$W_{OH} = \frac{\pi d^3}{32} - \frac{bt(d-t)^2}{2d} = \frac{3,14 \cdot 112^3}{32} - 24 \cdot \frac{9(112-9)^2}{2 \cdot 112} = 127698 \text{ мм}^3$$

$$W_{PH} = \frac{\pi d^3}{16} - \frac{bt(d-t)^2}{2d} = \frac{3,14 \cdot 112^3}{16} - 24 \cdot \frac{9(112-9)^2}{2 \cdot 112} = 265626 \text{ мм}^3$$

Середнє значення нормальних та дотичних напружень:

$$\sigma_m = 0,59 \text{ МПа}$$

$$\tau_m = \tau_a = 13,3 \text{ МПа}$$

Ефективні коефіцієнти концентрації напружень від шпоночного:

$$K_\sigma = 1,76, K_\tau = 1,54.$$

Коефіцієнти чутливості матеріалу вала до симетрії циклу напружень:

$$\psi_\sigma = 0,02 + 2 \cdot 10^{-4} \sigma_B = 0,02 + 2 \cdot 10^{-4} \cdot 900 = 0,2$$

$$\psi_\tau = 0,5\psi_\sigma = 0,5 \cdot 0,216 = 0,1$$

Коефіцієнт, що враховує вплив абсолютних розмірів перерізу вала  $K_d = 0,8$ ;

Коефіцієнти запасу міцності за нормальними і дотичними напруженнями:

$$S_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{K_\sigma \sigma_a}{K_d} + \psi_\sigma \sigma_m} = \frac{405}{\frac{1,76 \cdot 0}{0,9} + 0,216 \cdot 0,59} = 3417$$

$$S_\tau = \frac{\tau_{-1}}{\frac{K_\tau \tau_a}{K_d} + \psi_\tau \tau_m} = \frac{225}{\frac{1,54 \cdot 13,30}{0,85} + 0,108 \cdot 1,92} = 8,84$$

Сумарний коефіцієнт запасу:

$$S = \frac{S_\sigma S_\tau}{\sqrt{S_\sigma^2 + S_\tau^2}} = \frac{3417 \cdot 8,84}{\sqrt{3417^2 + 8,84^2}} = 8,84$$

Загальний розрахунковий коефіцієнт запасу міцності

$$S = 8,84 > [S]_{min} = 1,5, \text{ отже міцність вала у перерізі забезпечується}$$

Для розрахунку прогину скористаємося методом Мора.

Основний момент інерції перерізу вала:

$$I = \frac{\pi d^4}{64} = \frac{3.14 \cdot 112^4}{64} = 7723995 \text{ мм}^4 \quad E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа};$$

Прогин вала під шестернею в точці 1, епюри побудовані на малюнку 3.5  
У YX площині:

$$y = \frac{1}{EI} (\omega_z^1 \cdot y1 + \omega_z^2 \cdot y2 + \omega_z^3 \cdot y3) = 0,0003 \text{ мм}$$

У ZX площині:

$$z = \frac{1}{EI} (\omega_y^1 \cdot y1 + \omega_y^2 \cdot y2 + \omega_y^3 \cdot y3) = 0,00014 \text{ мм}$$

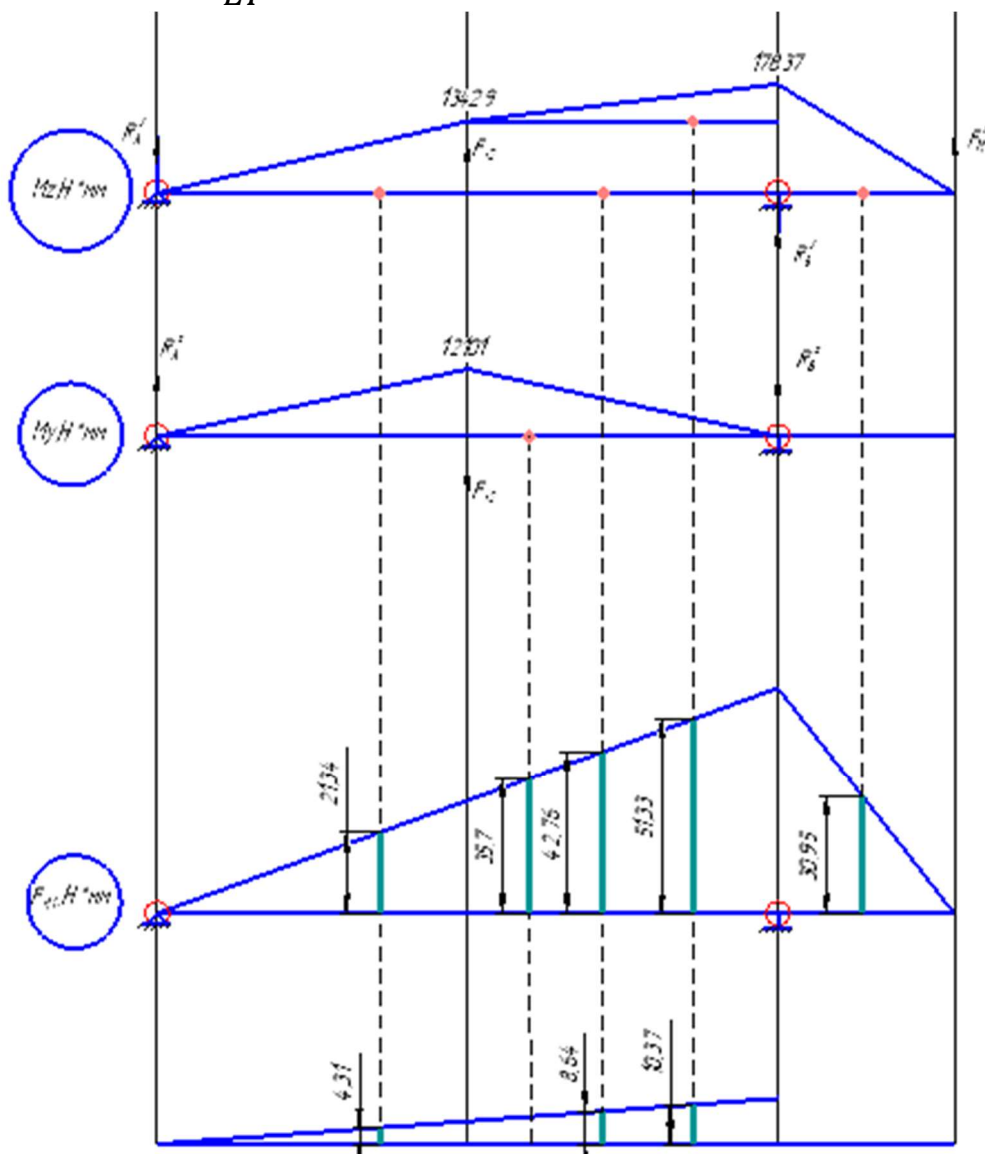


Рис. 1.5.3(2) Схеми розрахунку прогину тихохідного валу методом Верещагіна  
Допустимий прогин вала  $[y] = 0,045 \text{ мм}$ ;

$$y = \sqrt{y_B^2 + y_F^2} = 0,0037 \text{ мм}$$

$$y = 0,0037 \text{ мм} \leq [y] = 0,045 \text{ мм};$$

Підбираємо підшипники кочення для вхідного вала редуктора за такими даними, одержаними при розрахунку вала:

$$R_A = \sqrt{R_{Ay}^2 + R_{Az}^2} = 12450 \text{ Н}$$

$$R_B = \sqrt{R_{By}^2 + R_{Bz}^2} = 24853 \text{ Н}$$

То для опор вала доцільно застосовувати на радіально-упорні роликові підшипники серії 7220А для яких:  $C_0 = 146000 \text{ Н}$ ;  $C = 185000 \text{ Н}$

Для заданого типу редуктора вибираємо ИГЛ-152(ТУ 38-1014-78) з урахуванням таких факторів, як колова швидкість. Об'єм мастильної ванни повинен бути таким, щоб на 0,75 кВт потужності на вхідному валу припадало не менше 0,5...1 л мастила. Потужність на швидкохідному валу складає 0,73 кВт, тому мінімальна кількість мастила складає 1 л.

Кількість мастила така, щоб глибина занурювання вінця досягала не більше двох висот зубця, отримали 1,5 л.

Змащування підшипників відбувається за рахунок розбризкування колесами мастила та утворення масляного туману.[3]

## 2. Проектування корегованого евольвентного зачеплення зубчастих коліс

До складу циліндричного двоступінчатого редуктора установки СНТ-5, конструкція і розрахунки елементів якого, представлені в частині 1 даної бакалаврської роботи, входить циліндрична зубчаста передача, яку ми проектували в залежності від заданого обертового моменту та кутової швидкості. Брався до уваги також режим роботи та заданий термін експлуатації. Матеріали для виготовлення шестерні та колеса передачі були такими:

- для шестерні – сталь 45 з термообробкою поліпшення.
- для колеса – сталь 40Х з термообробкою поліпшення.

Планувалося виготовлення колеса та шестерні без зміщення. При цьому показники якості зачеплення не перевірялися. Тому є необхідність визначення показників якості зачеплення, за яких зубчаста передача є найбільш ефективною.

### 2.1 Показники якості зачеплення

Для оцінки якості передачі необхідно враховувати такі показники:

- коефіцієнт торцевого перекриття  $\varepsilon_{\alpha}$ ;
- коефіцієнт питомого ковзання  $\lambda$ ;
- коефіцієнт питомого тиску  $\Theta$ ,

а також коефіцієнт загострення зубця в вершині..

*Коефіцієнт торцевого перекриття* контролюється для того, щоб зачеплення працювало неперервно. Для косозубої передачі допустиме значення коефіцієнта торцевого перекриття  $[\varepsilon_{\alpha}] \geq 1,2$  [5].

*Коефіцієнт питомого ковзання* визначає ступінь взаємного проковзування коліс під час зачеплення. Надалі при розрахунку необхідно підібрати такі коефіцієнти зміщення за яких ми отримаємо найбільш близькі значення коефіцієнтів питомого ковзання « $\lambda_1$ » та « $\lambda_2$ » [5]

*Коефіцієнт питомого тиску* показує вплив кривизни профілю зубця на контактні напруження та позначається як « $\Theta$ » [5].

Потрібно врахувати коефіцієнт товщини зубця при вершині, так як зайве загострення зубця може призвести до небажаного зменшення його міцності у вершині в перший момент контакту [5].

При підборі коефіцієнтів зміщення обов'язково необхідні дотримуватися наступні умови: відсутність підрізання зубців та загострення їх вершин, неперервність зачеплення. При виборі від'ємного значення коефіцієнта зміщення бачимо підрізання ніжки зубця, а при додатному є шанс загострення головки. Такі форми зубця будуть прийняті неефективними. Тому обрані коефіцієнти зміщення для шестерні та колеса мають бути більші ніж  $x_{min1}$  та  $x_{min2}$  (« $x_{min1}$ » та « $x_{min2}$ »), які ми розраховуємо за допомогою програми K\_PRO. Коефіцієнт товщини зубця  $x_{min2}$  характеризує загострення головки зубця позначені як « $sk1$ » і « $sk2$ », де діапазон допустимих значення визначається видом термообробки і структурою матеріалу. Для термообробки поліпшення приймемо  $S_a \geq 0,25 \dots 0,3$  [5].

## 2.2 Розрахунок параметрів некорегованої передачі

Порядок розрахунку:

1. Скористаємося синтезом евольвентного зачеплення онлайн
2. Введемо дані:
  - Кількість зубців  $z_1$  і  $z_2$ ;
  - Модуль зачеплення  $m$ ;
  - Кут нахилу зубця  $\beta$ .

Підтвердимо, що задана міжосьова відстань ввівши її значення .

Вхідні дані:

Число зубців шестерні  $z_1 = 18$

Число зубців колеса  $z_2 = 72$

Модуль зачеплення  $m = 1,5$

Кут нахилу лінії зубця  $\beta = 15,358$

Міжосьова відстань  $a_w = 70$ .

3. Для некорегованої системи використовуємо значення коефіцієнту зміщення  $x_1=0$ .

Отримуємо наступні результати.

Табл. 2.1. Показники якості не корегованого зачеплення

x1	x2	sk1	sk2	ea	lam1	lam2	teta
0	0	0,701	0,801	1,588	4,767	0,254	0,39

$$x_{min1} = -0,2 \quad x_{min2} = -3,8$$

Для шестерні обираємо сталь 45 з термообробкою поліпшення, а для колеса обираємо сталь 40X з термообробкою поліпшення. Для даного способу термообробки граничним значенням коефіцієнту товщини зубця є  $S_a \geq 0,25 \dots 0,3$ . А як результат розрахунку програми отримали  $S_a=0,701$  для шестерні, та  $S_a=0,801$  для колеса. Тобто умова не загострення зубців виконується. Коефіцієнт перекриття нульового зміщення у нашому випадку має значення  $\epsilon_a=1,588 > [\epsilon_a]=1,2$  що також задовольняє умову неперервності зачеплення. Дотримуючись умови відсутності зміщення зубчастої передачі отримуємо наступні результати  $\lambda_1 = 4,767$   $\lambda_2 = 0,254$ , як наслідок спрацювання колеса та шестерні буде проходити нерівномірно [5].

Далі розрахуємо решту параметрів передачі.

<b>Результати</b>	
<b>Параметри з'єднання</b>	
Міжосьова відстань: $a_w = 70$	
Кут зачеплення (град): $altw = 20.679$	
Висота зуба: $h_i = 3.375$	
Коефіцієнт торцевого перекриття: $ea = 1.588$	
Коефіцієнт тиску в полюсі: $\theta = 0.393$	
<b>Параметри шестерні</b>	
Радіус ділильного кола: $r = 14$	
Радіус початковій окружності: $rw = 14$	
Радіус кола вершин: $ra = 15.5$	
Радіус кола западин: $rf = 12.125$	
Радіус основного кола: $rb = 13.098$	
Коефіцієнт товщини по окружності вершин: $sk = 0.701$	
Коефіцієнт питомого ковзання: $\lambda = 4.767$	
<b>Параметри колеса</b>	
Радіус ділильного кола: $r = 56$	
Радіус початковій окружності: $rw = 56$	
Радіус кола вершин: $ra = 57.5$	
Радіус кола западин: $rf = 54.125$	
Радіус основного кола: $rb = 52.392$	
Коефіцієнт товщини по окружності вершин: $sk = 0.801$	
Коефіцієнт питомого ковзання: $\lambda = 0.254$	

Рис. 2.1. Параметри передачі

Використовуючи профілювання колеса онлайн обраховуємо координати двадцяти точок профілю зубців шестерні та колеса.

Координати шестерні				Координати колеса			
№	Т-д	x	y	№	Т-д	x	y
1	Прхд	2,017	11,949	1	Прхд	2,262	54,07
2	Прхд	1,674	12,109	2	Прхд	1,966	54,159
3	Прхд	1,486	12,345	3	Прхд	1,8	54,303
4	Прхд	1,398	12,577	4	Прхд	1,718	54,427
5	Прхд	1,361	12,807	5	Прхд	1,673	54,529
6	Прхд	1,358	13,046	6	Прхд	1,645	54,62
7	Евлв	1,36	13,086	7	Евлв	1,599	54,79
8	Евлв	1,359	13,148	8	Евлв	1,549	54,965
9	Евлв	1,354	13,233	9	Евлв	1,496	55,147
10	Евлв	1,344	13,34	10	Евлв	1,439	55,334
11	Евлв	1,326	13,469	11	Евлв	1,377	55,526
12	Евлв	1,299	13,619	12	Евлв	1,312	55,724
13	Евлв	1,261	13,789	13	Евлв	1,242	55,928
14	Евлв	1,211	13,98	14	Евлв	1,168	56,136
15	Евлв	1,145	14,19	15	Евлв	1,089	56,35
16	Евлв	1,064	14,418	16	Евлв	1,006	56,57
17	Евлв	0,965	14,663	17	Евлв	0,918	56,794
18	Евлв	0,846	14,924	18	Евлв	0,824	57,023
19	Евлв	0,707	15,2	19	Евлв	0,726	57,257
20	Евлв	0,545	15,49	20	Евлв	0,623	57,496

### 2.3 Розрахунок параметрів корегованої передачі

Для покращення роботи нашої передачі виконаємо корегування, дібравши відповідні коефіцієнти зміщення для колеса і шестерні. Для цього використаємо програму K\_PRO, дані вводимо такі самі як і для некорегованої передачі, змінюємо лише значення коефіцієнтів зміщення передачі [5].

Табл. 2.2. Показники якості корегованого зачеплення при  $0 < x_1 < 1$

№	x1	x2	xk1	xk2	ea	λ1	λ2	θ
1	0	0	0,727	0,83	1,588	4,766	0,254	0,393
2	0,1	-0,1	0,69	0,84	1,569	3,184	0,28	0,393
3	0,2	-0,2	0,648	0,849	1,547	2,252	0,306	0,393
4	0,3	-0,3	0,602	0,857	1,522	1,636	0,333	0,393
5	0,4	-0,4	0,553	0,863	1,496	1,199	0,36	0,393
6	0,5	-0,5	0,5	0,869	1,467	0,873	0,387	0,393
7	0,6	-0,6	0,444	0,872	1,436	0,621	0,415	0,393
8	0,7	-0,7	0,384	0,875	1,403	0,419	0,443	0,393
9	0,8	-0,8	0,321	0,876	1,367	0,254	0,471	0,393
10	0,9	-0,9	0,253	0,876	1,329	0,116	0,501	0,393
11	1	-1	0,183	0,874	1,289	0	0,531	0,393

$$x_{min1} = -0,2 \quad x_{min2} = -3,8$$

Для переходу до наступного розрахунку ми повинні підбирати такі значення  $x_1$  за яких коефіцієнти питомого ковзання будуть максимально близькі за значенням. Таке наближення бачимо в межах  $0,6 < x_1 < 0,7$ , знову проводимо розрахунок.

Табл. 2.3. Показники якості корегованого зачеплення при  $0,6 < x_1 < 0,7$

№	x1	x2	xk1	xk2	ea	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\theta$
1	0,6	-0,6	0,444	0,872	1,436	0,621	0,415	0,393
2	0,61	-0,61	0,438	0,873	1,433	0,598	0,417	0,393
3	0,62	-0,62	0,432	0,873	1,43	0,577	0,42	0,393
4	0,63	-0,63	0,426	0,873	1,426	0,555	0,423	0,393
5	0,64	-0,64	0,42	0,873	1,423	0,535	0,426	0,393
6	0,65	-0,65	0,414	0,874	1,42	0,514	0,429	0,393
7	0,66	-0,66	0,408	0,874	1,416	0,494	0,431	0,393
8	0,67	-0,67	0,402	0,874	1,413	0,475	0,434	0,393
9	0,68	-0,68	0,396	0,874	1,41	0,456	0,437	0,393
10	0,69	-0,69	0,39	0,875	1,406	0,437	0,44	0,393
11	0,7	-0,7	0,384	0,875	1,403	0,419	0,443	0,393

$$x_{\min 1} = -0,2 \quad x_{\min 2} = -3,8$$

При  $x_1 = 0,7$   $\lambda_1$  та  $\lambda_2$  наближаються за значеннями, отже використовуємо діапазон  $0,68 < x_1 < 0,69$

Табл. 2.4. Показники якості корегованого зачеплення при  $0,68 < x_1 < 0,69$

№	x1	x2	xk1	xk2	ea	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\theta$
1	0,68	-0,68	0,396	0,874	1,41	0,456	0,437	0,393
2	0,681	-0,681	0,396	0,874	1,409	0,454	0,437	0,393
3	0,682	-0,682	0,395	0,874	1,409	0,452	0,438	0,393
4	0,683	-0,683	0,394	0,874	1,409	0,45	0,438	0,393
5	0,684	-0,684	0,394	0,875	1,408	0,448	0,438	0,393
6	0,685	-0,685	0,393	0,875	1,408	0,446	0,438	0,393
7	0,686	-0,686	0,393	0,875	1,407	0,445	0,439	0,393
8	0,687	-0,687	0,392	0,875	1,407	0,443	0,439	0,393
9	0,688	-0,688	0,391	0,875	1,407	0,441	0,439	0,393
10	0,689	-0,689	0,391	0,875	1,406	0,439	0,44	0,393
11	0,69	-0,69	0,39	0,875	1,406	0,437	0,44	0,393

$$x_{\min 1} = -0,2 \quad x_{\min 2} = -3,8$$

Проводимо останній розрахунок для підбору найоптимальніших показників в межах  $0,688 < x_1 < 0,689$

Табл. 2.5. Показники якості корегованого зачеплення при  $0,688 < x_1 < 0,689$ 

№	x1	x2	xk1	xk2	ea	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\theta$
1	0,688	-0,688	0,391	0,875	1,407	0,441	0,439	0,393
2	0,688	-0,688	0,391	0,875	1,407	0,441	0,439	0,393
3	0,688	-0,688	0,391	0,875	1,407	0,44	0,439	0,393
4	0,688	-0,688	0,391	0,875	1,407	0,44	0,439	0,393
5	0,688	-0,688	0,391	0,875	1,407	0,44	0,439	0,393
6	0,688	-0,688	0,391	0,875	1,407	0,44	0,439	0,393
<b>7</b>	<b>0,688</b>	<b>-0,688</b>	<b>0,391</b>	<b>0,875</b>	<b>1,407</b>	<b>0,44</b>	<b>0,44</b>	<b>0,393</b>
8	0,689	-0,689	0,391	0,875	1,407	0,439	0,44	0,393
9	0,689	-0,689	0,391	0,875	1,407	0,439	0,44	0,393
10	0,689	-0,689	0,391	0,875	1,406	0,439	0,44	0,393
11	0,689	-0,689	0,391	0,875	1,406	0,439	0,44	0,393

$$x_{\min 1} = -0,2 \quad x_{\min 2} = -3,8$$

Вирівнювання коефіцієнтів відбувається при  $x_1 = 0,688$ .

Порівняємо отримані значення показників якості з допустимими їх значеннями. Відразу можна побачити, що виконується умова незагострення зубців, оскільки  $S_a = 0,377$  для шестерні, та  $S_a = 0,843$  для колеса, що більше від допустимого на 0,2 для шестерні, та на 0,4 для колеса. Коефіцієнт перекриття також задовольняє необхідні умови і має значення  $\varepsilon_a = 1,406 > [\varepsilon_a] = 1,2$ , тобто неперервність зачеплення забезпечується. Коефіцієнти питомого ковзання на ніжках зубців шестерні і колеса збігаються з точністю до третього знаку  $\lambda_1 = 0,439$   $\lambda_2 = 0,439$ . При цьому досягається вирівнювання зносу зубців коліс передачі, що призводить до збільшення її загального ресурсу [5].

Необхідно також розрахувати інші параметри передачі за коефіцієнта зміщення шестерні  $x_1 = 0,688$ .

<b>Параметри з'єднання</b>			
Міжосьова відстань: $a_w = 70.001$			
Кут зачеплення (град): $altw = 20.682$			
Висота зуба: $h_i = 3.375$			
Коефіцієнт торцевого перекриття: $ea = 1.406$			
Коефіцієнт тиску в полюсі: $\theta = 0.393$			
<b>Параметри шестерні</b>			
Радіус ділильного кола: $r = 14$			
Радіус початкової окружності: $g_w = 14$			
Радіус кола вершин: $g_a = 16.533$			
Радіус кола западин: $g_f = 13.158$			
Радіус основного кола: $g_b = 13.098$			
Коефіцієнт товщини по окружності вершин: $sk = 0.377$			
Коефіцієнт питомого ковзання: $\lambda = 0.439$			
<b>Параметри колеса</b>			
Радіус ділильного кола: $r = 56$			
Радіус початкової окружності: $g_w = 56.001$			
Радіус кола вершин: $g_a = 56.468$			
Радіус кола западин: $g_f = 53.093$			
Радіус основного кола: $g_b = 52.392$			
Коефіцієнт товщини по окружності вершин: $sk = 0.843$			
Коефіцієнт питомого ковзання: $\lambda = 0.439$			

За допомогою програми K\_PRO обчислимо координати точок профілю зубців шестерні та колеса

Табл. 2.7. Координати точок профілю зубця шестерні

<b>Координати шестерні</b>			
№	Т-д	x	y
1	Прхд	2,195	13,005
2	Прхд	1,928	13,123
3	Прхд	1,793	13,271
4	Прхд	1,738	13,38
5	Прхд	1,714	13,456
6	Прхд	1,703	13,512
7	Евлв	1,679	13,649
8	Евлв	1,648	13,8
9	Евлв	1,607	13,966
10	Евлв	1,556	14,146
11	Евлв	1,494	14,339
12	Евлв	1,42	14,545
13	Евлв	1,333	14,764
14	Евлв	1,232	14,993
15	Евлв	1,116	15,234
16	Евлв	0,984	15,485
17	Евлв	0,835	15,744
18	Евлв	0,669	16,012
19	Евлв	0,485	16,288
20	Евлв	0,281	16,569

Табл. 2.8. Координати точок профілю зубця колеса

Координати колеса			
№	Т-д	x	y
1	Прхд	2,217	53,001
2	Прхд	1,88	53,105
3	Прхд	1,677	53,287
4	Прхд	1,563	53,47
5	Прхд	1,491	53,652
6	Прхд	1,441	53,842
7	Евлв	1,41	53,987
8	Евлв	1,375	54,138
9	Евлв	1,338	54,295
10	Евлв	1,296	54,458
11	Евлв	1,251	54,628
12	Евлв	1,202	54,804
13	Евлв	1,15	54,986
14	Евлв	1,093	55,174
15	Евлв	1,031	55,368
16	Евлв	0,966	55,568
17	Евлв	0,896	55,774
18	Евлв	0,821	55,986
19	Евлв	0,741	56,203
20	Евлв	0,656	56,426

Згідно з отриманими координатами точок профілів зубців шестерні та колеса на рис. 2.3. зображуємо відповідно кореговані та некореговані профілі зубу.

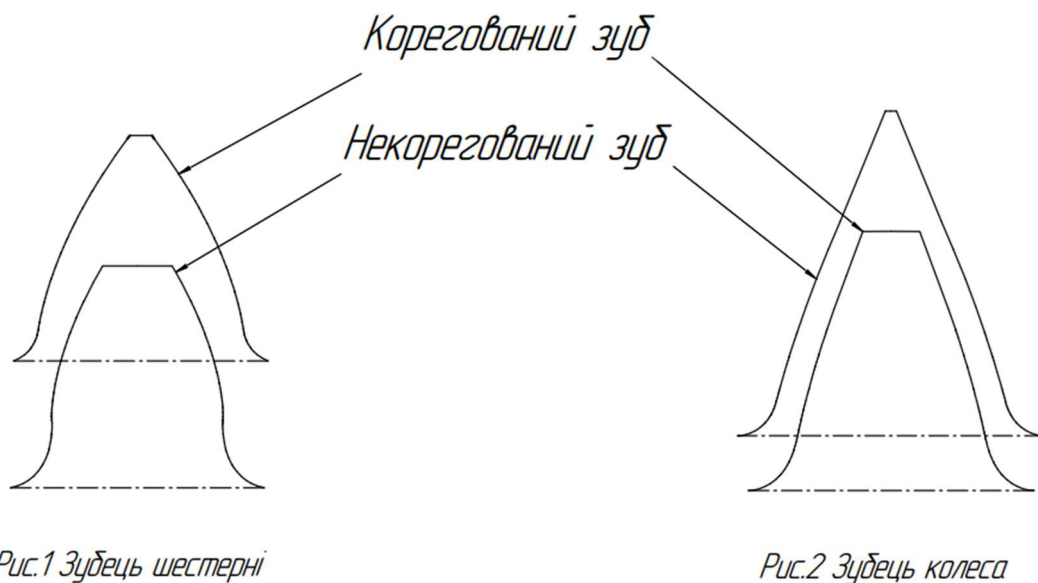


Рис. 2.3. Кореговані та не кореговані профілі зуба колеса та шестерні.

## 2.4 Висновки

Під час проведення детального аналізу косозубої зубчастої передачі, ми виявили недоліки, які можна усунути методом корегування передачі та підбору найбільш ефективних коефіцієнтів зміщення за яких забезпечується плавна робота та підвищується ресурс передачі. Такими коефіцієнтами є

$x_1 = 0,688$ ,  $x_2 = -0,688$ , відповідно до цих значень ми отримали:

1. Виконується умова неперервності зачеплення, так як  $e_a = 1,406 > 1,2$ .
2. Однакові коефіцієнти питомого ковзання, отже виконується рівномірне спрацювання шестерні.
3. Дотримана умова відсутності подрізання зубців  
 $x_1 = 0,688 > x_{\min 1} = -0,2$ ,       $x_2 = -0,688 > x_{\min 2} = -3,8$ .
4. Загострення зубців задовольняє допустимі межі для вибраного способу термообробки, оскільки  $sk_1 = 0,377 > 0,25$ ;  $sk_2 = 0,843 > 0,25$ .

Отже як результат ми отримали кореговану передачу для якої знос шестерні та зубчастого колеса є рівномірним, через це строк служби повинен значно збільшитись в порівнянні з некорегованою передачею.

### 3. Розрахунок на міцність та жорсткість опорної плити

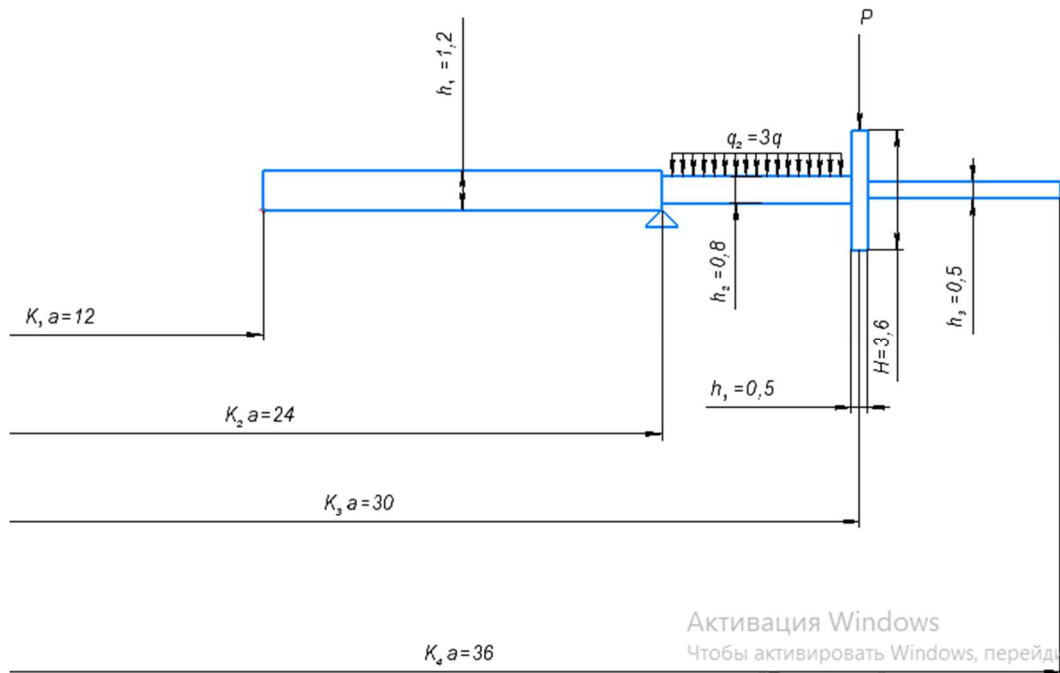


Рис. 3.1 — Схема навантаження опорної плити

Дано:  $h_1 = 1,2$  см,  $h_2 = 0,8$  см,  $h_3 = 0,5$  см,  $K_1 = 4$ ,  $K_2 = 8$ ,  $K_3 = 10$ ,  $K_4 = 12$ ,  $a = 3$  см,  $P = 3q$ ,  $q_2 = 3q$ ,  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа,  $\mu = 0,3$ .

Для колової ступінчатої пластини необхідно розрахувати допустимі навантаження та побудувати епюри внутрішніх зусиль, прогинів і визначити допустиме навантаження використовуючи 4 теорію міцності.

Пластина складається з трьох ділянок, для яких можемо визначити безрозмірну характеристику ділянок  $\lambda_i$ :

$$\lambda_i = \frac{r_{i1}}{r_{i2}};$$

$$\lambda_1 = \frac{12}{24} = 0,5$$

$$\lambda_2 = \frac{24}{30} = 0,8,$$

$$\lambda_3 = \frac{30}{36} = 0,83$$

Циліндрична жорсткість ділянок пластини:

$$D_1 = \frac{E \cdot h_1^3}{12(1 - \mu^2)} = \frac{2 \cdot 10^7 \cdot (1,2)^3}{12(1 - 0,3^2)} = 3164,8 \text{ кН} \times \text{см}$$

$$D_2 = \frac{E \cdot h_2^3}{12(1 - \mu^2)} = \frac{2 \cdot 10^{11} \cdot (0,8)^3}{12(1 - 0,3^2)} = 937,7 \text{ кН} \times \text{см}$$

$$D_3 = \frac{E \cdot h_3^3}{12(1 - \mu^2)} = \frac{2 \cdot 10^{11} \cdot (0,5)^3}{12(1 - 0,3^2)} = 228,9 \text{ кН} \times \text{см}$$

і співвідношення жорсткостей

$$\frac{D_2}{D_1} = \left(\frac{h_2}{h_1}\right)^3 = \left(\frac{0,8}{1,2}\right)^3 = 0,287$$

$$\frac{D_3}{D_1} = \left(\frac{h_3}{h_1}\right)^3 = \left(\frac{0,5}{1,2}\right)^3 = 0,071$$

$$\frac{D_1}{D_2} = \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^3 = \left(\frac{1,2}{0,8}\right)^3 = 3,375$$

$$\frac{D_1}{D_3} = \left(\frac{h_1}{h_3}\right)^3 = \left(\frac{1,2}{0,5}\right)^3 = 13,824$$

Момент інерції ребра відносно осі  $x$ :

$$I_x = \frac{bh_c^3}{12} = \frac{(0,5) \cdot (3,6)^3}{12} = 1,944 \text{ см}^4$$

Визначимо матрицю переходу через ділянки пластини:

$$L_i = \begin{pmatrix} \psi_{\theta\theta}(\lambda_i) & \frac{D_i}{D_1} \psi_{\theta m}(\lambda_i) \\ \frac{D_i}{D_1} \psi_{r\theta}(\lambda_i) & \psi_{rm}(\lambda_i) \end{pmatrix}$$

З урахуванням числових значень отримаємо :

$$L_1 = \begin{pmatrix} 0,5125 & 0,3750 \\ 0,3412 & 0,7375 \end{pmatrix}$$

$$L_2 = \begin{pmatrix} 0,766 & 0,6075 \\ 0,047 & 0,874 \end{pmatrix}$$

$$L_3 = \begin{pmatrix} 0,798 & 2,146 \\ 0,01 & 0,891 \end{pmatrix}$$

Матриця переходу через ребро:

$$\frac{EI_x}{RD_1} = \frac{2 \cdot 10^7 \cdot 1,944}{30 \cdot 31648 \cdot 10^2} = 0,4$$

$$L_R = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{EI_x}{RD_1} & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0,4 & 1 \end{pmatrix}$$

Вектори навантаження для кожної ділянки:

$$R_i = \begin{pmatrix} \frac{P_{i1}}{D_i} \psi_{\theta\rho}(\lambda_i) + \frac{q_i r_{i2}^2}{D_i} \psi_{\theta q}(\lambda_i) \\ \frac{P_{i1}}{D_i} \psi_{r\rho}(\lambda_i) + \frac{q_i r_{i2}^2}{D_i} \psi_{r q}(\lambda_i) \end{pmatrix}$$

З урахуванням, що сили прикладені по колу, сила на початку ділянок:

$$P_{11} = 0$$

$$P_{21} = 3q\pi(30^2 - 24^2) + 3q\pi * 30 * 2 = 1152q$$

$$P_{31} = 0$$

Розподілене навантаження на всіх ділянках має такі значення:

$$q_1 = 0, \quad q_2 = -3q, \quad q_3 = 0$$

Знаходимо вектори навантаження для всіх ділянок пластини

$$R_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} q$$

$$R_2 = \begin{pmatrix} \frac{P_{21}}{D_1} \psi_{\theta\rho}(0,8) + \frac{q_2 r_{22}^2}{D_1} \psi_{\theta q}(0,8) \\ \frac{P_{21}}{D_1} \psi_{r\rho}(0,8) + \frac{q_2 r_{22}^2}{D_1} \psi_{r q}(0,8) \end{pmatrix} = \frac{q}{D_1} \begin{pmatrix} 0,824 \\ -11,34 \end{pmatrix}$$

$$R_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} q$$

### 3.1 Перший розрахунок

Знайдемо вектори стану пластини, які характеризують напружений і деформований стан на кожній ділянці:

$$X = \bar{X}C + \bar{\bar{X}}, \text{ де } C - \text{невизначений коефіцієнт.}$$

Спочатку знайдемо вектор  $\bar{X}$ , який розраховується без врахування зовнішніх навантажень.

$$\bar{X}_{11} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Використавши матрицю переходу, отримаємо:

$$\bar{X}_{12} = L_1 \bar{X}_{11} = \begin{pmatrix} 0,5125 & 0,375 \\ 0,3412 & 0,7375 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,5125 \\ 0,3412 \end{pmatrix};$$

$$\bar{X}_{12} = \bar{X}_{21};$$

$$\bar{X}_{22} = L_2 \bar{X}_{21} = \begin{pmatrix} 0,766 & 0,6075 \\ 0,047 & 0,874 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0,5125 \\ 0,3412 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,5998 \\ 0,3222 \end{pmatrix};$$

$$\bar{X}_{31} = L_R \bar{X}_{22} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0,4 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0,5998 \\ 0,3222 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,5998 \\ 0,5921 \end{pmatrix};$$

$$\bar{X}_{32} = L_3 \bar{X}_{31} = \begin{pmatrix} 0,798 & 2,146 \\ 0,01 & 0,891 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0,5998 \\ 0,5921 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,7492 \\ 0,5335 \end{pmatrix}.$$

### 3.2 Другий розрахунок

Оскільки по внутрішньому контуру пластина підкріплена ребром, але не навантажена зовнішніми силами і моментом, можемо визначити вектор стану в початковій точці у вигляді:

$$\bar{\bar{X}}_{11} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Вектори стану другого розв'язку визначаються за формулою:

$$\bar{\bar{X}}_{12} = L_1 \bar{\bar{X}}_{11} + R_1 = \begin{pmatrix} 0,5125 & 0,375 \\ 0,3412 & 0,7375 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} + (0) = 0;$$

$$\bar{\bar{X}}_{12} = \bar{\bar{X}}_{21};$$

$$\begin{aligned} \bar{\bar{X}}_{22} &= L_2 \bar{\bar{X}}_{21} + R_2 = \begin{pmatrix} 0,766 & 0,6075 \\ 0,047 & 0,874 \end{pmatrix} \cdot \frac{q}{D_1} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{q}{D_1} \begin{pmatrix} 0,824 \\ -11,34 \end{pmatrix} = \\ &= \frac{q}{D_1} \begin{pmatrix} 0,824 \\ -11,34 \end{pmatrix}; \end{aligned}$$

$$\bar{\bar{X}}_{31} = L_R \bar{\bar{X}}_{22} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0,4 & 1 \end{pmatrix} \cdot \frac{q}{D_1} \begin{pmatrix} 0,824 \\ -11,34 \end{pmatrix} = \frac{q}{D_1} \begin{pmatrix} 0,824 \\ -11,01 \end{pmatrix}$$

$$\bar{X}_{32} = L_3 \bar{X}_{31} + R_3 = \begin{pmatrix} 0,798 & 2,146 \\ 0,01 & 0,891 \end{pmatrix} \cdot \frac{q}{D_1} \begin{pmatrix} 0,824 \\ -11,01 \end{pmatrix} = \frac{q}{D_1} \begin{pmatrix} -22,96 \\ -9,8 \end{pmatrix}.$$

Сталу  $C$  необхідно вибрати так, щоб задовольнити граничні умови на зовнішньому контурі, а саме:  $r = r_{32}$ ;  $\frac{M_r}{D} = 0$ .

$$X_{32} = \bar{X}_{32}C + \bar{X}_{32} = \begin{pmatrix} \left(\frac{\bar{\theta}}{r}\right)_{32}C + \left(\frac{\bar{\theta}}{r}\right)_{32} \\ \left(\frac{\bar{M}_r}{D}\right)_{32}C + \left(\frac{\bar{M}_r}{D}\right)_{32} \end{pmatrix};$$

Так з граничних умов визначаємо:

$$\begin{aligned} \left(\frac{M_r}{D_1}\right)_{32} \cdot C + \left(\frac{\bar{\theta}}{r}\right)_{32} &= 0 \\ \left(\frac{\bar{M}_r}{D}\right)_{32} \cdot C + \left(\frac{\bar{M}_r}{D}\right)_{32} &= 0 \\ 0,5335 \cdot C + \frac{q}{D_1}(-9,8) &= 0 \\ 0,5335 \cdot C &= 9,8 \frac{q}{D_1} \end{aligned}$$

Звідси  $C = 18,36 \frac{q}{D_1}$

Тепер за формулою  $X = \bar{X}C + \bar{X}$  ми маємо змогу знайти сумарний вектор стану на кожній ділянці:

$$X_{11} = \bar{X}_{11}C + \bar{X}_{11} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \left(18,36 \frac{q}{D_1}\right) + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{q}{D_1} \begin{pmatrix} 18,36 \\ 0 \end{pmatrix};$$

$$X_{12} = \bar{X}_{12}C + \bar{X}_{12} = \begin{pmatrix} 0,5125 \\ 0,3412 \end{pmatrix} \cdot \left(18,36 \frac{q}{D_1}\right) + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{q}{D_1} \begin{pmatrix} 9,40 \\ 6,26 \end{pmatrix};$$

$$X_{12} = X_{21};$$

$$X_{22} = \bar{X}_{22}C + \bar{X}_{22} = \begin{pmatrix} 0,5998 \\ 0,3222 \end{pmatrix} \cdot \left(18,36 \frac{q}{D_1}\right) + \frac{q}{D_1} \begin{pmatrix} 0,824 \\ -11,34 \end{pmatrix} = \frac{q}{D_1} \begin{pmatrix} 11,83 \\ 5,43 \end{pmatrix};$$

$$X_{31} = \bar{X}_{31}C + \bar{X}_{31} = \begin{pmatrix} 0,5998 \\ 0,5921 \end{pmatrix} \cdot \left(18,36 \frac{q}{D_1}\right) + \frac{q}{D_1} \begin{pmatrix} 0,824 \\ -11,01 \end{pmatrix} = \frac{q}{D_1} \begin{pmatrix} 11,83 \\ -0,14 \end{pmatrix}$$

$$X_{32} = \bar{X}_{32}C + \bar{X}_{32} = \begin{pmatrix} 1,7492 \\ 0,5335 \end{pmatrix} \cdot \left(18,36 \frac{q}{D_1}\right) + \frac{q}{D_1} \begin{pmatrix} -22,96 \\ -9,8 \end{pmatrix} = \frac{q}{D_1} \begin{pmatrix} 9,15 \\ -0,01 \end{pmatrix}$$

### 3.3. Визначення параметрів стану пластини

Визначення колових згинальних моментів:

$$M_t = \mu M_r + D_i(1 - \mu^2) \frac{v}{r} \rightarrow \frac{M_t}{D_1} = \mu \frac{M_r}{D_1} + \frac{D_i}{D_1} (1 - \mu^2) \frac{v}{r}$$

$$\left(\frac{M_t}{D_1}\right)_{11} = 0,3 * 0 + 1(1 - 0,3^2) * 18,36 \frac{q}{D_1} = 16,7 \frac{q}{D_1}$$

$$\left(\frac{M_t}{D_1}\right)_{12} = 0,3 * 6,26 \frac{q}{D_1} + 1(1 - 0,3^2) * 9,40 \frac{q}{D_1} = 10,43 \frac{q}{D_1}$$

$$\left(\frac{M_t}{D_1}\right)_{21} = 0,3 * 6,26 \frac{q}{D_1} + 0,287(1 - 0,3^2) * 9,40 \frac{q}{D_1} = 4,25 \frac{q}{D_1}$$

$$\left(\frac{M_t}{D_1}\right)_{22} = 0,3 * 5,43 \frac{q}{D_1} + 0,287(1 - 0,3^2) * 11,83 \frac{q}{D_1} = 4,62 \frac{q}{D_1}$$

$$\left(\frac{M_t}{D_1}\right)_{31} = 0,3 * (-0,14) \frac{q}{D_1} + 0,071(1 - 0,3^2) * 11,83 \frac{q}{D_1} = 0,71 \frac{q}{D_1}$$

$$\left(\frac{M_t}{D_1}\right)_{32} = 0,3 * (-0,01) \frac{q}{D_1} + 0,071(1 - 0,3^2) * 9,15 \frac{q}{D_1} = 0,58 \frac{q}{D_1}$$

Визначення допустимого навантаження

$\sigma_{IVекв} = \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_t^2 - \sigma_r \sigma_t} = \frac{6}{h^2} \sqrt{M_r^2 + M_t^2 - M_r M_t} \leq [\sigma]$ , при підстановці всіх розмірів у прив'язці до «см» (в тому числі у векторах R) далі маємо

використовувати  $[\sigma] = 160 \text{ МПа} = 16 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}$ .

На кожній ділянці обираємо переріз з максимальними згинаючих моментів:

Знайшовши найбільше напруження, яке діє на ділянці, ми можемо визначити з умови міцності величину  $q$ .

$$(\sigma_{IVекв})_{11} = \frac{6q}{1,2^2} \sqrt{0^2 + 18,36^2 + 0} = 337,08q - \text{max}$$

$$(\sigma_{IVекв})_{12} = \frac{6q}{1,2^2} \sqrt{9,4^2 + 6,26^2 - 9,4 * 6,26} = 34,50q$$

$$(\sigma_{IVекв})_{21} = \frac{6q}{0,8^2} \sqrt{9,4^2 + 6,26^2 - 9,4 * 6,26} = 77,62q$$

$$(\sigma_{IV_{\text{екв}}})_{22} = \frac{6q}{0,8^2} \sqrt{11,83^2 + 5,43^2 - 11,83 * 5,43} = 96,09q$$

$$(\sigma_{IV_{\text{екв}}})_{31} = \frac{6q}{0,5^2} \sqrt{11,83^2 + (-0,14)^2 - (-0,14) * 11,83} = 285,61q$$

$$(\sigma_{IV_{\text{екв}}})_{32} = \frac{6q}{0,5^2} \sqrt{9,15^2 + (-0,01)^2 - (-0,01) * 9,15} = 219,72q$$

Для визначення допустимих навантажень визначимо:

$$(\sigma_{IV_{\text{екв}}})_{11} = 337,08q \leq 16 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} \rightarrow q \leq \frac{16}{337,08} = 0,047 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}$$

Обчислення прогинів:

$$w_{i2} - w_{i1} = -r_{i2}^2 \psi_{w\theta}(\lambda_i) \left(\frac{\theta}{r}\right)_{i1} - r_{i2}^2 \psi_{wm}(\lambda_i) \left(\frac{M_r}{D_1}\right)_{i1} \cdot \frac{D_1}{D_i} - \frac{P_{i1}}{D_1} \cdot \frac{D_1}{D_i} r_{i2}^2 \psi_{wP}(\lambda_i) - \frac{q_i r_{i2}^2}{D_1} \cdot \frac{D_1}{D_i} \psi_{wq}(\lambda_i)$$

$$w_{i1} = w_{i2} + r_{i2}^2 \psi_{w\theta}(\lambda_i) \left(\frac{\theta}{r}\right)_{i1} + r_{i2}^2 \psi_{wm}(\lambda_i) \left(\frac{M_r}{D_1}\right)_{i1} \cdot \frac{D_1}{D_i} - \frac{P_{i1}}{D_1} \cdot \frac{D_1}{D_i} r_{i2}^2 \psi_{wP}(\lambda_i) + \frac{q_i r_{i2}^2}{D_1} \cdot \frac{D_1}{D_i} \psi_{wq}(\lambda_i)$$

$$w_{12} = w_{11} - (24)^2 * 0,3412 * 18,36 \frac{q}{D_1}$$

На межі ділянок 1 і 2 опора, тому ( $w_{12} = w_{21} = 0$ )

$$w_{11} = 576 * 0,3412 * \frac{18,36 * 0,0052}{3164,8} = 0,005 \text{ (см)}$$

$$w_{32} = 0$$

$$w_{31} = 0 + (36)^2 * 0,1249 * 11,83 \frac{q}{D_1} + 36^2 \cdot 0,0108 \cdot 18,36 \frac{q}{D_1} \cdot 13,824 - 0 + 0 = 5467,43 \frac{q}{D_1} = 0,008 \text{ (см)}$$

Прогин на межах ділянок однаковий, тому ( $w_{31} = w_{22}$ )

Знайдені дані зобразимо у вигляді епюр на рисунку 3.2.

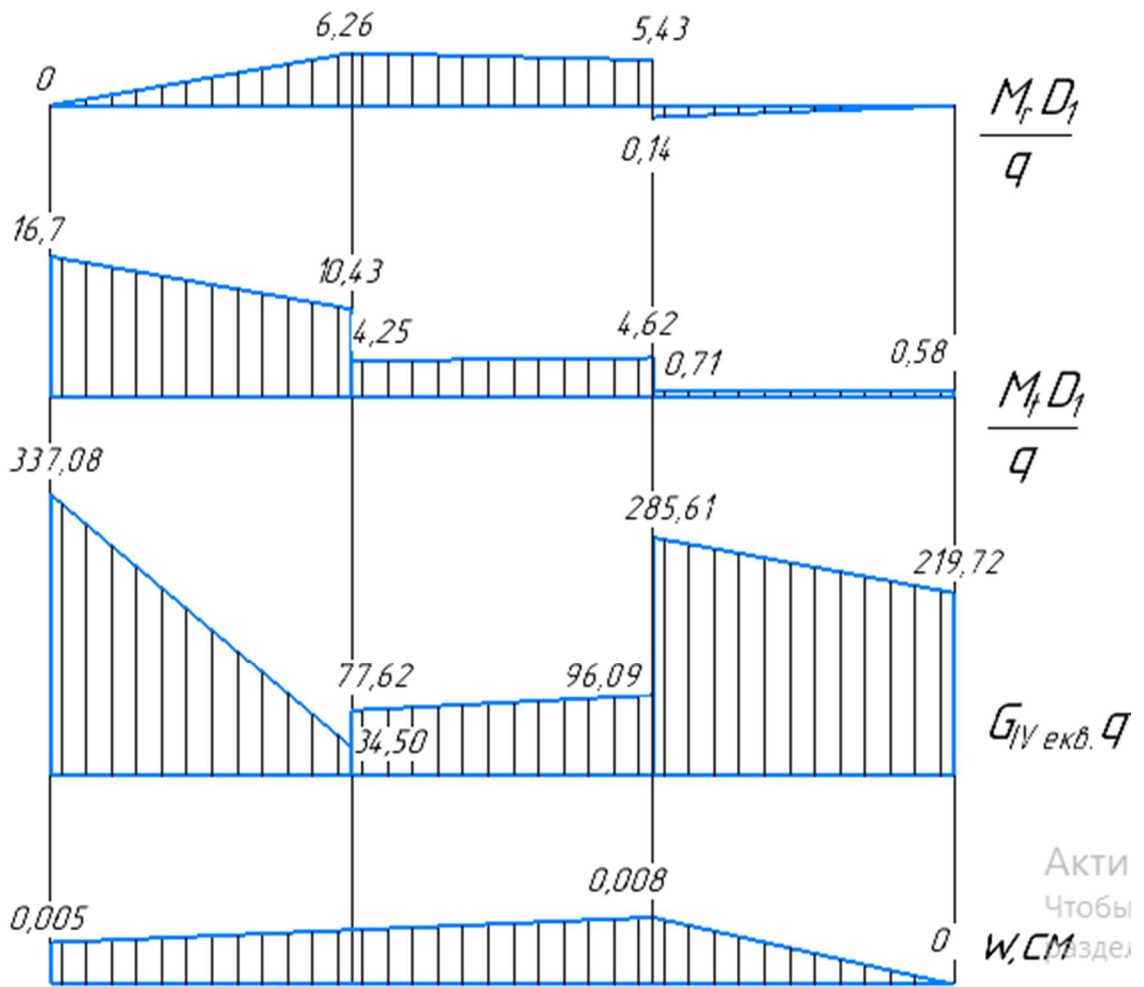


Рис. 3.2 Епюр

#### 4. Визначення напружено-деформованого стану стержня, при крученні моментом.

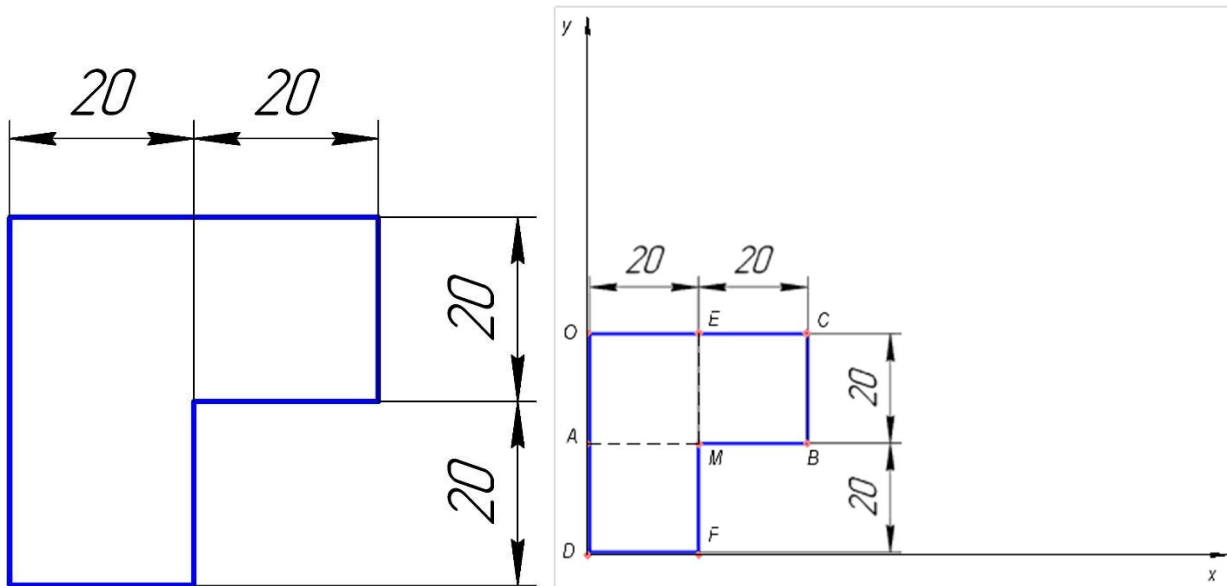


Рис.1.

Нехай  $a=b=40$ ;  $d_1 = d_2 = 20$ .

Розглянемо упругий призматичний стержень з поперечним перетином у вигляді нерівнобокого кута (рис.1), деформований за допомогою крутного моменту  $M$ , прикладених до його торців. Навантажений стан в такому стержні характеризується тільки двома дотичними навантаженнями  $\tau_{xy}$  та  $\tau_{yz}$ , які можуть бути виражені через функцію напруження  $U(x,y)$  наступним чином:

$$\begin{aligned}\tau_{xy}(x,y) &= G\theta \frac{\partial U}{\partial y} \\ \tau_{yz}(x,y) &= -G\theta \frac{\partial U}{\partial x}\end{aligned}\quad (4.1)$$

де  $G$  - модуль зсуву матеріалу стержня, а  $\theta$  - кут закручення на одиницю довжини.

Функція напруження  $U(x,y)$  повинна задовільняти в області поперечного перерізу стержня  $\Omega$  дифференціальне рівняння:

$$\nabla^2 U = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = -2 \quad (4.2)$$

та граничній умові  $U = 0$  на контурі області  $\Omega$ .

Область перерізу стержня представляється у вигляді двох прикладених один на одного областей  $OABCO$  та  $ODFEO$  (рис.1). Припустимо, що функція напружень  $U(x,y)$  в області  $OABCO$  приймає значення  $U_1(x,y)$ , а в області  $ODFEO$  - значення  $U_2(x,y)$ .

Так як функція  $U(x,y)$  задовільняє рівняння Пуансона, то для забезпечення безперервності цієї функції та її першої похідної у всіх областях перерізу достатньо довести, що значення функції  $U_1(x,y)$  та  $U_2(x,y)$  на контурі загальної частини областей  $OABCO$  та  $ODFEO$  співпадали.

Тому в розгорнутому виді граничних умов для функції  $U_1$  та  $U_2$  мають вид:

$$(4.3)$$

$$\begin{aligned}
U_1(0;y) &= U_1(x;0) = U_1(a;y) = 0, \\
U_1(x;d_2) &= \begin{cases} 0, & x \geq d_1, \\ U_2(x;d_2), & x \leq d_1, \end{cases} \\
U_2(x;0) &= U_2(0;y) = U_2(x;b) = 0, \\
U_2(d_1;y) &= \begin{cases} 0, & y \geq d_2, \\ U_1(d_1;y), & y \leq d_2, \end{cases}
\end{aligned}$$

Представимо далі шукане рішення  $U_i(x;y)$  ( $i=1,2$ ) у вигляді суми двох допоміжних функцій  $\psi_i(x;y)$  та  $\Phi_i(x;y)$ :

$$U_i(x;y) = \psi_i(x;y) + \Phi_i(x;y) \quad (i=1,2) \quad (4.4)$$

Причому припустимо, що функція  $\Phi_i(x;y)$ , відрізняється від 0 тільки в області ОАМЕО, задовольняє рівняння Лапласа:

$$\nabla^2 \Phi_i = \frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial y^2} \quad (4.5)$$

А функція  $\psi_i(x;y)$  задовольняє рівняння Пуансона (4.2).

Гранична умова (1.3) поставлена для функції  $U_i(x,y)$  ( $i=1,2$ ), тому ми можемо різними способами вибрати граничні умови для допоміжних функцій

$\psi_i(x,y)$  та  $\Phi_i(x,y)$ ; для спрощення наступних викладок візьмемо їх в формі

$$\psi_1(0,y) + \Phi_1(0,y) = \psi_1(x,0) = \psi_1(a,y) = \psi_1(x,d_2) = 0 \quad (4.6)$$

$$\psi_2(x,0) + \Phi_2(x,0) = \psi_2(0,y) = \psi_2(x,b) = \psi_2(d_1,y) = 0 \quad (4.7)$$

$$\Phi_1(x,0) = \Phi_2(d_1,y) = \left(\frac{\partial \Phi_1}{\partial x}\right)_{x=d_1} = \Phi_1(x,d_2) - \psi_2(x,d_2) = 0 \quad (4.8)$$

$$\Phi_2(0,y) = \Phi_2(x,d_2) = \left(\frac{\partial \Phi_2}{\partial x}\right)_{x=d_2} = \Phi_2(d_1,y) - \psi_2(d_1,y) = 0 \quad (4.9)$$

Як видно із умови (4.8) і (4.9), на деяких частинах контура області ОАМЕО функція  $\Phi_1$  та  $\Phi_2$  та її нормальні похідні перетворюються в 0:

$$\Phi_i(x,y) = \sum_k a_k^{(i)}(x,y) \quad \psi_i(x,y) = \sum_k b_k^{(i)}(x,y)$$

$$U_i(x,y) = \sum_k \left[ a_k^{(i)}(x,y) + b_k^{(i)}(x,y) \right]$$

$$\begin{cases} \psi_1(x,y) = \sum_{k=1}^{\infty} f_k^{(1)}(x) \sin \frac{k\pi y}{d_1} \\ \psi_2(x,y) = \sum_{k=1}^{\infty} f_k^{(2)}(y) \sin \frac{k\pi x}{d_2} \end{cases} \quad \begin{cases} \Phi_1(x,y) = \sum_{k=1}^{\infty} V_k^{(1)}(x) \sin \frac{k\pi y}{d_2} \\ \Phi_2(x,y) = \sum_{k=1}^{\infty} V_k^{(2)}(y) \sin \frac{k\pi x}{d_1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Phi_1(x,d_2) = \sum_{k=1}^{\infty} f_k^{(2)}(d_2) \sin \frac{k\pi x}{d_1} \\ \Phi_2(d_1,y) = \sum_{k=1}^{\infty} f_k^{(1)}(d_1) \sin \frac{k\pi y}{d_2} \end{cases}$$

$$f_k^{(1)}(x) = \frac{2}{d_2} \int_0^{d_2} \psi_1(x,y) \sin \frac{k\pi y}{d_2} dy$$

$$f_k^{(1)'}(x) - \left(\frac{k\pi}{d_2}\right)^2 f_k^{(1)}(x) = -\frac{4}{k\pi} [1 + (-1)^{k+1}]$$

$$f_k^{(1)}(x) = A_k^{(1)} \operatorname{sh} \frac{k\pi x}{d_2} + B_k^{(1)} \operatorname{ch} \frac{k\pi x}{d_2} + \frac{4d_2^2}{(k\pi)^2} [1 + (-1)^{k+1}]$$

Аналогічно для  $f_k^{(2)}(y)$  отримаємо:

$$f_k^{(2)}(x) = A_k^{(2)} \operatorname{sh} \frac{k\pi x}{d_1} + B_k^{(2)} \operatorname{ch} \frac{k\pi x}{d_1} + \frac{4d_1^2}{(k\pi)^2} [1 + (-1)^{k+1}]$$

$$V_k^{(1)}(x) = \frac{2}{d_2} \int_0^{d_2} \Phi_1(x, y) \sin \frac{k\pi y}{d_2} dy = \int_0^{d_2} \left( \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial y^2} \right) \frac{2}{d_2} \sin \frac{k\pi y}{d_2} dy = 0$$

$$\begin{aligned} \frac{2}{d_2} \int_0^{d_2} \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial y^2} \sin \frac{k\pi y}{d_2} dy &= \frac{2}{d_2} \left( \frac{\partial \Phi_1}{\partial y} \sin \frac{k\pi y}{d_2} \right) \Big|_0^{d_2} - \frac{k\pi}{d_2} \int_0^{d_2} \frac{\partial \Phi_1}{\partial y} \cos \frac{k\pi y}{d_2} dy = \\ &= \frac{2k\pi}{d_2^2} (\Phi_1(x; y) \cos \frac{k\pi y}{d_2} \Big|_0^{d_2} + \frac{k\pi}{d_2} \int_0^{d_2} (\Phi_1(x; y) \sin \frac{k\pi y}{d_2} dy) = \end{aligned}$$

$$= (-1)^{k+1} \frac{2k\pi}{d_2^2} \sum_{p=1}^{\infty} f_p^{(2)}(d_2) \sin \frac{k\pi y}{d_1} - \left(\frac{k\pi}{d_2}\right)^2 V_k^{(1)}(x)$$

$$V_k^{(1)''}(x) - \left(\frac{k\pi}{d_2}\right)^2 V_k^{(1)}(x) = (-1)^{k+1} \frac{2k\pi}{d_2^2} \sum_{p=1}^{\infty} f_p^{(2)}(d_2) \sin \frac{p\pi x}{d_1}$$

$$V_k^{(1)}(x) = D_k^{(1)} \operatorname{sh} \frac{k\pi x}{d_2} + C_k^{(1)} \operatorname{ch} \frac{k\pi x}{d_2} + (-1)^{k+1} \frac{2k}{\pi} \frac{(d_1)^2}{(d_2)^2} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{f_p^{(2)}(d_2) \sin \frac{p\pi x}{d_1}}{p^2 + \left(\frac{kd_1}{d_2}\right)^2}$$

$$V_k^{(2)}(y) = D_k^{(2)} \operatorname{sh} \frac{k\pi y}{d_1} + C_k^{(2)} \operatorname{ch} \frac{k\pi y}{d_1} + (-1)^{k+1} \frac{2k}{\pi} \frac{(d_2)^2}{(d_1)^2} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{f_p^{(1)}(d_1) \sin \frac{p\pi y}{d_2}}{p^2 + \left(\frac{kd_2}{d_1}\right)^2}$$

Сукупність нескінченних систем лінійних рівнянь може бути записано у вигляді однієї системи:

$$Z_m = \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} Z_n + Z_m \quad (m = 1, 2, \dots)$$

а) при  $m=2k-1$

$$\sum_{n=1}^{\infty} (A_{mn}) = \sum_{p=1}^{\infty} |c_{kp}| = \frac{2k}{\pi} \frac{d_1}{d_2} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{\operatorname{sh} \frac{p\pi d_2}{d_1} \operatorname{sh} \frac{p\pi}{d_1} (b-d_2) \operatorname{csch} \frac{p\pi y}{d_2}}{p^2 + \left(\frac{kd_1}{d_2}\right)^2} \leq \frac{k}{\pi} \frac{d_1}{d_2} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{1}{p^2 + \left(\frac{kd_1}{d_2}\right)^2} =$$

$$\frac{1}{2} \left( \operatorname{cth} \frac{k\pi d_1}{d_2} - \frac{d_2}{k\pi} \right) \leq \frac{1}{2}$$

$$f_k^{(1)}(x) = Z_{2k-1} d_1 d_2 \frac{(-1)^{k+1}}{k} \operatorname{sh} \frac{k\pi d_1}{d_2} \operatorname{sh} \frac{k\pi}{d_2} (a-x) \operatorname{csch} \frac{k\pi a}{d_2} + [1 +$$

$$(-1)^{k+1}] \frac{4d_2^2}{(k\pi)^3} \left( 1 - \operatorname{sh} \frac{k\pi x}{d_2} \operatorname{csch} \frac{k\pi a}{d_2} \right),$$

$$f_k^{(2)}(x) = Z_{2k} d_1 d_2 \frac{(-1)^{k+1}}{k} sh \frac{k\pi d_2}{d_1} sh \frac{k\pi}{d_2} (b-y) csch \frac{k\pi b}{d_1} + [1 + (-1)^{k+1}] \frac{4d_1^2}{(k\pi)^3} \left(1 - sh \frac{k\pi y}{d_1} csch \frac{k\pi a}{d_1}\right)$$

$$V_k^{(1)}(x) = Z_{2k-1} d_1 d_2 \frac{(-1)^k}{k} sh \frac{k\pi}{d_2} (d_1 - y) - \frac{4d_2^2}{(k\pi)^3} [1 + (-1)^{k+1}] sh \frac{k\pi}{d_2} (d_1 - y) csch \frac{k\pi d_1}{d_2} + (-1)^{k+1} \frac{2k}{\pi} \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \sum_{p=1}^{\infty} \frac{f_p^{(2)}(d_2) \sin \frac{p\pi y}{d_1}}{p^2 + \left(\frac{kd_1}{d_2}\right)^2}.$$

$$V_k^{(2)}(x) = Z_{2k} d_1 d_2 \frac{(-1)^k}{k} sh \frac{k\pi}{d_1} (d_2 - y) - \frac{4d_1^2}{(k\pi)^3} [1 + (-1)^{k+1}] sh \frac{k\pi}{d_1} (d_2 - y) csch \frac{k\pi d_2}{d_1} + (-1)^{k+1} \frac{2k}{\pi} \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 \sum_{p=1}^{\infty} \frac{f_p^{(1)}(d_1) \sin \frac{p\pi y}{d_2}}{p^2 + \left(\frac{kd_2}{d_1}\right)^2}.$$

На підставі цих виразів, знайдемо функцію напруження  $U(x;y)$  має наступний вигляд:

$$U(x;y) = d_1 d_2 \frac{(-1)^{k+1}}{k} \sin \frac{k\pi y}{d_2} \left\{ Z_{2k-1} \frac{sh \frac{k\pi d_1}{d_2} sh \frac{k\pi}{d_2} (a-x)}{sh \frac{k\pi a}{d_2}} + \frac{4d_2}{k^2 \pi^3 d_1} [1 + (-1)^{k+1}] \frac{4d_2^2}{(k\pi)^3} \left(1 - sh \frac{k\pi x}{d_2} csch \frac{k\pi a}{d_2}\right) \right\}$$

$$(d_1 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq d_2),$$

$$U(x;y) = d_1 d_2 \frac{(-1)^{k+1}}{k} \sin \frac{k\pi y}{d_1} \left\{ Z_{2k} \frac{sh \frac{k\pi d_2}{d_1} sh \frac{k\pi}{d_1} (b-y)}{sh \frac{k\pi b}{d_1}} + \frac{4d_1}{k^2 \pi^3 d_2} [1 + (-1)^{k+1}] \frac{4d_2^2}{(k\pi)^3} \left(1 - sh \frac{k\pi x}{d_1} csch \frac{k\pi a}{d_1}\right) \right\}$$

$$(0 \leq x \leq d_1, d_2 \leq y \leq b),$$

$$U(x;y) = \sum_{k=1}^{\infty} f_k^{(2)}(d_2) sh \frac{k\pi y}{d_1} sh \frac{k\pi x}{d_1} csch \frac{k\pi}{d_1} + d_1 d_2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{k} \sin \frac{k\pi y}{d_2} \left\{ Z_{2k-1} \frac{sh \frac{k\pi x}{d_2} sh \frac{k\pi}{d_2} (a-d_1)}{sh \frac{k\pi a}{d_2}} + \frac{4d_2}{k^2 \pi^3 d_1} [1 + (-1)^{k+1}] \left[1 - sh \frac{k\pi x}{d_2} csch \frac{k\pi a}{d_2} - sh \frac{k\pi}{d_2} (d_1 - x) csch \frac{k\pi d_1}{d_2}\right] \right\}$$

$$(0 \leq x \leq d_1, 0 \leq y \leq d_2),$$

Значення жорсткості при крученні призмових стержнів визначається за формолою:

$$C = 2G \iint_{\Omega} U(x,y) dx dy,$$

$$C = G \left\{ \frac{1}{3} [ad_2^3 + (b-d_2)d_1^3] + \frac{8d_1 d_2^3}{\pi^3} \sum_{k=1,3,\dots}^{\infty} \frac{Z_{2k-1}}{k^3} sh \frac{k\pi d_1}{2d_2} sh \frac{k\pi}{d_2} (a-d_1) sch \frac{k\pi a}{2d_2} + \frac{8d_2 d_1^3}{\pi^3} \sum_{k=1,3,\dots}^{\infty} \frac{Z_{2k}}{k^3} sh \frac{k\pi}{2d_1} sh \frac{k\pi}{d_1} (b-d_2) sch \frac{k\pi a}{2d_1} - \frac{32}{\pi^5} \sum_{k=1,3,\dots}^{\infty} \frac{1}{k^5} \left(1 - \right. \right.$$

$$sh \frac{k\pi d_1}{d_2} csch \frac{k\pi a}{d_2} \left[ th \frac{k\pi d_1}{2d_2} + th \frac{k\pi}{2d_2} (a - d_1) \right] - \frac{32d_2^4}{\pi^5} \sum_{k=1,3,\dots}^{\infty} \frac{1}{k^5} \left[ th \frac{k\pi}{2d_1} (b - d_2) \left( 1 + sh \frac{k\pi d_2}{d_1} csch \frac{k\pi b}{d_1} \right) + th \frac{k\pi d_2}{2d_1} \left( 1 - sh \frac{k\pi d_2}{d_1} csch \frac{k\pi b}{d_1} \right) \right] \Big\}$$

Цей вираз легше представити у вигляді:

$$C = C_0 \eta(a, b; d_1, d_2),$$

Якщо підставимо в сукупність безкінечних систем

$a=b$  та  $d_1 = d_2 = d$ , отримаємо:

$$F_k^{(1)} = F_k^{(2)} = F_k, \quad F_k^{(1)} = Z_{2k-1}, \quad F_k^{(2)} = Z_{2k},$$

Сукупність двох безкінечних систем перетворюються в одну бескінечну систему:

$$F_k = \sum_{p=1}^{\infty} F_p a_{kp} + \beta_k \quad (k=1,2,\dots),$$

$$a_{kp} = \frac{2k sh p \pi sh \frac{p\pi}{d} (b-d) csch \frac{p\pi b}{d}}{\pi (p^2 + k^2)},$$

$$\beta_k = -\frac{4}{k^2 \pi^3} [1 + (-1)^{k+1}] csch k\pi + \frac{16k}{\pi^4} \sum_{p=1,3,\dots}^{\infty} \frac{1 - sh k p \pi csch \frac{k\pi b}{d}}{p^2 (p^2 + k^2)}.$$

$$F_1^- = 0,0833 - \frac{1,2376}{sh \frac{\pi b}{d}} \leq F_1 \leq 0,0946 - \frac{1,3615}{sh \frac{\pi b}{d}} = F_1^+$$

$$F_2^- = 0,0905 - \frac{1,0388}{sh \frac{\pi b}{d}} \leq F_2 \leq 0,1055 - \frac{1,203}{sh \frac{\pi b}{d}} = F_2^+$$

$$F_3^- = 0,0833 - \frac{1,2376}{sh \frac{\pi b}{d}} \leq F_3 \leq 0,0949 - \frac{1,3615}{sh \frac{\pi b}{d}} = F_3^+$$

$$F_k^- = \frac{16k}{\pi^4} \left[ \frac{\pi^2}{8k^2} - \frac{\pi}{4k^3} + \frac{\pi}{2k^3(1 + e^{k\pi})} - \frac{sh \pi csch \frac{\pi b}{d}}{1 + k^2} \right] \leq F_k \leq 0,08856 - \frac{0,972}{sh \frac{\pi b}{d}}$$

$$= F_k^+ \quad (k = 4,5, \dots) \text{ де } \frac{b}{d} > 1.$$

Для визначення напружень в стержні з перерізом в вигляді нерівнобічного кута отримаємо наступну формулу:

$$\tau_{xz}(x, y) = \frac{G\theta\pi}{d_1} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \cos \frac{k\pi y}{d_2} * \left\{ Z_{2k-1} d_1 d_2 \frac{sh \frac{k\pi d_1}{d_2}}{sh \frac{k\pi a}{d_2}} sh \frac{k\pi}{d_2} (a - x) + \right.$$

$$\left. \frac{4d_2^2}{k^2 \pi^3} [1 + (-1)^{k-1}] \left( 1 - sh \frac{k\pi x}{d_2} csch \frac{k\pi a}{d_2} \right) \right\}$$

$$(d_1 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq d_2),$$

$$\tau_{yz}(x, y) = \frac{G\theta\pi}{d_2} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \sin \frac{k\pi y}{d_2} * \left\{ Z_{2k-1} d_1 d_2 \frac{\operatorname{sh} \frac{k\pi d_1}{d_2}}{\operatorname{sh} \frac{k\pi a}{d_2}} \operatorname{ch} \frac{k\pi}{d_2} (a-x) + \right. \\ \left. + \frac{4d_2^2}{k^2\pi^3} [1 + (-1)^{k+1}] \left( \operatorname{ch} \frac{k\pi x}{d_2} \operatorname{csch} \frac{k\pi a}{d_2} \right) \right\}$$

$$(d_1 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq d_2),$$

$$\tau_{xz}(x, y) = -\frac{G\theta\pi}{d_1} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \cos \frac{k\pi y}{d_1} * \left\{ Z_{2k} d_1 d_2 \frac{\operatorname{sh} \frac{k\pi}{d_1}}{\operatorname{sh} \frac{k\pi b}{d_1}} \operatorname{ch} \frac{k\pi}{d_1} (b-y) + \right. \\ \left. + \frac{4d_1^2}{k^2\pi^3} [1 + (-1)^{k-1}] \left( \operatorname{ch} \frac{k\pi y}{d_1} \operatorname{csch} \frac{k\pi b}{d_1} \right) \right\}$$

$$(0 \leq x \leq d_1, d_2 \leq y \leq b),$$

$$\tau_{yz}(x, y) = -\frac{G\theta\pi}{d_1} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \cos \frac{k\pi y}{d_1} * \left\{ Z_{2k} d_1 d_2 \frac{\operatorname{sh} \frac{k\pi d_2}{d_1}}{\operatorname{sh} \frac{k\pi b}{d_1}} \operatorname{sh} \frac{k\pi}{d_1} (b-y) + \right. \\ \left. + \frac{4d_1^2}{k^2\pi^3} [1 + (-1)^{k-1}] \left( 1 - \operatorname{sh} \frac{k\pi y}{d_1} \operatorname{csch} \frac{k\pi b}{d_1} \right) \right\}$$

$$(0 \leq x \leq d_1, d_2 \leq y \leq b),$$

$$\tau_{xz}(x, y) = \frac{G\theta\pi}{d_1} \sum_{k=1}^{\infty} k f_k^{(2)}(d_2) \operatorname{ch} \frac{k\pi y}{d_1} \operatorname{csch} \frac{k\pi d_2}{d_1} \sin \frac{k\pi y}{d_1} + \\ + \frac{G\theta\pi}{d_2} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \cos \frac{k\pi y}{d_2} * \left\{ \frac{4d_2^2}{k^2\pi^3} [1 + (-1)^{k+1}] \left[ 1 - \operatorname{sh} \frac{k\pi x}{d_2} \operatorname{csch} \frac{k\pi a}{d_2} - \right. \right. \\ \left. \left. - \operatorname{sh} \frac{k\pi}{d_2} (d_1 - x) \operatorname{csch} \frac{k\pi d_1}{d_2} \right] + Z_{2k-1} d_1 d_2 \operatorname{sh} \frac{k\pi}{d_2} (a - d_1) \operatorname{sh} \frac{k\pi x}{d_2} \operatorname{csch} \frac{k\pi a}{d_2} \right\}$$

$$(0 \leq x \leq d_1, 0 \leq y \leq d_2),$$

$$\tau_{yz}(x, y) = -\frac{G\theta\pi}{d_1} \sum_{k=1}^{\infty} k f_k^{(2)}(d_2) \operatorname{sh} \frac{k\pi y}{d_1} \operatorname{csch} \frac{k\pi}{d_1} \cos \frac{k\pi y}{d_1} + \\ + \frac{G\theta\pi}{d_2} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \sin \frac{k\pi y}{d_2} * \left\{ \frac{4d_2^2}{k^2\pi^3} [1 + (-1)^{k+1}] \left[ \operatorname{ch} \frac{k\pi x}{d_2} \operatorname{csch} \frac{k\pi a}{d_2} - \operatorname{ch} \frac{k\pi}{d_2} (d_1 - \right. \right. \\ \left. \left. x) \operatorname{csch} \frac{k\pi d_1}{d_2} \right] - Z_{2k-1} d_1 d_2 \operatorname{sh} \frac{k\pi}{d_2} (a - d_1) \operatorname{ch} \frac{k\pi x}{d_2} \operatorname{csch} \frac{k\pi a}{d_2} \right\}$$

$$(0 \leq x \leq d_1, 0 \leq y \leq d_2),$$

Так як у нашій задачі  $a=40$ ,  $b=40$  тобто  $a=b$ . При максимальних значеннях дотичних напружень досягають в точці  $x=\frac{a}{2}$ ,  $y=0$  та  $x=\frac{a}{2}$ ,  $y=b$  і вони будуть рівні:

$$|\tau_{max}| = G\theta b k,$$

Де: 
$$k = 1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{k=1,3,\dots}^{\infty} \frac{1}{k^2} \operatorname{sch} \frac{k\pi a}{2b}$$

Використавши формулу:

$$M = C\theta = C\theta k_1 a b^3,$$

Для розрахунку  $k_2$  можна використати також приближену формулу:

$$k_2 = \frac{1+\beta^2}{0,35+\beta^2} k_1, \quad \beta = \frac{a}{b}$$

За даними з таблиці можна знайти деякі значення:

$$k=0,6753, k_1 = 0,1406, k_2 = 0,2082$$

$$\beta = \frac{b}{d_1} = 2; \frac{c^*}{Gd^4} = 0,8 \quad \frac{c^+}{Gd^4} = 0,726 \quad \frac{c^-}{Gd^4} = 0,712$$

$$\frac{c}{Gd^4} = 0,719 \quad \frac{c_0}{Gd^4} = 0,599$$

Напруження в стержні с поперечним перетином у вигляді рівнобічного кутника. Якщо  $a=b$   $d_1 = d_2 = d$ ,  $F_k = Z_{2k-1} = Z_{2k}$ , та  $f_k^{(1)}(d_1) = f_k^{(2)}(d_2) = f_k(d)$ . Отримаємо формули для знаходження дотичних напружень  $\tau_{xz}$  та  $\tau_{yz}$  в будь-якій точці призматичного стержня з поперечним перерізом у вигляді рівнобокого куточка. Значення  $F_k$  даються вище.

Цю формулу краще представити у наступному вигляді:

$$\begin{aligned} \tau_{xz}(x, y) &= \tau_{xz}^0(x, y) + G\pi\theta d \sum_{k=1}^{\infty} F_k (-1)^{k+1} \cos \frac{k\pi y}{d} \frac{shk\pi \frac{k\pi}{d}(b-x)}{sh \frac{k\pi b}{d}} + \\ &\frac{8G\theta d}{\pi^2} \sum_{k=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\cos \frac{k\pi y}{d}}{k^2} sh \frac{k\pi}{d} (b-x) csch \frac{k\pi b}{d} \quad (x \geq d), \\ \tau_{xz}(x, y) &= \tau_{xz}^0(x, y) + G\pi\theta d \sum_{k=1}^{\infty} F_k (-1)^k \cos \frac{k\pi y}{d} sh \frac{k\pi x}{d} sh \frac{k\pi}{d} (b-d) csch \frac{k\pi b}{d} + \\ &\frac{8G\theta d}{\pi^2} \sum_{k=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\cos \frac{k\pi y}{d}}{k^2} \left[ sh \frac{k\pi}{d} (b-x) csch \frac{k\pi b}{d} - sh \frac{k\pi}{d} (d-x) csch k\pi \right] + \\ &\frac{G\theta\pi}{d} \sum_{k=1}^{\infty} k f_k(d) ch \frac{k\pi y}{d} csch k\pi \sin \frac{k\pi x}{d} \quad (x \leq d), \\ \tau_{yz}(x, y) &= \tau_{yz}^0(x, y) + G\pi\theta d \sum_{k=1}^{\infty} F_k (-1)^{k+1} \sin \frac{k\pi y}{d} shk\pi ch \frac{k\pi}{d} (b-x) csch \frac{k\pi b}{d} + \\ &\frac{8G\theta d}{\pi^2} \sum_{k=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\sin \frac{k\pi y}{d}}{k^2} ch \frac{k\pi}{d} (b-x) csch \frac{k\pi b}{d} \quad (x \geq d), \\ \tau_{yz}(x, y) &= \tau_{yz}^0(x, y) + G\pi\theta d \sum_{k=1}^{\infty} F_k (-1)^k \sin \frac{k\pi y}{d} sh \frac{k\pi x}{d} sh \frac{k\pi}{d} (b-d) ch \frac{k\pi x}{d} csch \frac{k\pi b}{d} + \\ &\frac{8G\theta d}{\pi^2} \sum_{k=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\sin \frac{k\pi y}{d}}{k^2} \left[ ch \frac{k\pi}{d} (b-x) csch \frac{k\pi b}{d} - ch \frac{k\pi}{d} (d-x) csch k\pi \right] + \\ &\frac{G\theta\pi}{d} \sum_{k=1}^{\infty} k f_k(d) sh \frac{k\pi y}{d} csch k\pi \cos \frac{k\pi x}{d} \quad (x \leq d), \quad \partial e \\ f_k(d) &= \frac{(-1)^{k+1}}{k} d^2 \left\{ F_k shk\pi sh \frac{k\pi}{d} (b-d) csch \frac{k\pi b}{d} + \frac{4}{k^2\pi^3} [1 + (-1)^{k+1}] \left( 1 - shk\pi csch \frac{k\pi b}{d} \right) \right\} \end{aligned}$$



## 5. Чисельний розрахунок напружено-деформованого стану випробувального зразка

### 5.1 Вибір зразка та його розрахункової моделі

Першим кроком є вибір зразка згідно з типом установки. Оскільки ми розглядаємо установку СНТ-5, яка призначена для дослідження матеріалів на кручення за статичного та циклічного навантаження, отже обираємо зразок для кручення. Для визначення геометричних характеристик скористаємось формулами опору матеріалів. Маємо такі характеристики:

Модуль Юнга:  $E = 1,94 \cdot 10^5$  МПа.

Коефіцієнт Пуассона:  $\mu = 0,28$ .

Границя міцності:  $\sigma_B = 1100$  МПа.

Гарантований запас потужності устаткування:  $k = 2$ .

Максимально допустимий коефіцієнт концентрації напружень:  $\alpha = 1,05$ .

Максимальний крутний момент  $T_{max} = 8000$  Н \* м.

Максимальний крутний момент, який може бути прикладений до зразка:

$$T = \frac{T_{max}}{k} = \frac{8000}{2} = 4000 \text{ Н*м.}$$

Максимальне напруження, яке може бути досягнуте в трубчастій частині зразка, без врахування концентрації напружень:

$$\sigma_{max} = \frac{\sigma_B}{\alpha} = \frac{1100}{1.05} = 1047 \text{ МПа.}$$

Момент скручування зразка:

$$A = \frac{T}{\sigma_{max}} = \frac{4000000}{1047} = 3487 \text{ мм}^3$$

При крученні  $A = W_K/\sqrt{3}$ , де для трубчастого перерізу момент спротиву перерізу дорівнює полярному моменту спротиву перерізу:  $W_k = W_p$ .

Полярний момент спротиву для тонкостінної труби за формулою Бредта, оскільки площа, яку охоплює серединною лінією товщини трубки  $\omega = \pi D^2/4$

$$W_p \approx 2\omega\delta = \pi D^2\delta/2$$

Для трубчастого зразка при його крученні рекомендують прийняти співвідношення  $D/\delta \approx (10 \dots 20)$ , прийmemo  $D/\delta = 10$ , тоді

$$A = \frac{\pi(10)^2\delta}{1,73} = 28,9 \pi\delta^3 \text{ звідкіля } \delta = \sqrt[3]{A/(28,9\pi)}$$
 Отримали, що

$$\delta = \sqrt[3]{A/(28,9\pi)} = \sqrt[3]{\frac{3487}{28,9 * 3,14}} = 3,37 \text{ мм}$$

Задля зручності приймаємо  $\delta = 3$  мм, тоді  $D = 10\delta = 30$  мм;  $d_B = D - \delta = 27$  мм. Отже, отримали  $d_H = D + \delta = 33$  мм. Призначимо інші розміри робочої частини зразка на кручення:

- Діаметр голівки:  $D_{\text{гол}} = 46$  мм.
- Довжина голівки:  $L_{\text{гол}} = 30$  мм.
- Робоча довжина зразка (циліндра):  $L_{\text{цил}} = 5d_H = 150$  мм.
- Загальна довжина зразка:  $L = 240$  мм
- Кут нахилу перехідної частини зразка:  $\theta = 8^\circ$ .
- Радіуси заокруглень перехідної частини зразка:  $r_1 = 40$  мм,  $r_2 = 2$  мм.

Пояснення: для отримання задовільного значення коефіцієнта концентрації напружень  $\alpha \leq 1.05$  рекомендують призначати  $r_1 > d_H$ .

## 5.2 Постановка крайової задачі лінійної пружності

В даній роботі розглядаємо напружено-деформований стан задачі пружності. Результати – поля переміщень, деформацій, напружень. Все ці дані можна використовувати для прогнозу міцністних і деформаційних характеристик тіла. Сформулюємо постановку цих задач та методи їх розв'язування. Для цього з самого початку прийmemo, що розглядається тіло об'ємом  $\Omega$ , обмежене поверхнею

S; застосовуються Лагранжеві координати; фізичні величини: напруження, деформації, зусилля, переміщення; матеріал вважається ізотропним; деформації вважаються малими. [11,12,13]

Припустимо, що в початковий момент  $t_0$  в розглядуваному тілі переміщення  $U_{ij}(\vec{x}, t_0)$ , деформації  $\varepsilon_{ij}(\vec{x}, t_0)$ , напруження  $\sigma_{mn}(\vec{x}, t_0)$  мають нульові значення. Нехай після цього в об'ємі тіла  $\Omega$ , а також на частині його поверхні  $S_G = S_U \cup S_P$  за деякий проміжок часу відбудеться зміна навантажень, тобто на час  $t$  прикладемо:  $P_m(\vec{x}, t)$  - поверхневі сили на  $S_P$ ; відбулися переміщення  $U_i(\vec{x}, t)$  - на  $S_U$ . Тоді для визначення в кожній точці (її однорідного околу) тіла величин:  $U_i(\vec{x}, t)$  - переміщень,  $\varepsilon_{ij}(\vec{x}, t)$  - деформацій,  $\sigma_{mn}(\vec{x}, t)$  - напружень – маємо наступну крайову задачу [11,12,13]:

➤ рівняння рівноваги як окремий випадок рівняння руху, в узагальненому вигляді:

$$\nabla_n \sigma_{mn} = 0; \quad (5.1)$$

➤ геометричні (для малих деформацій), в узагальненому вигляді:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(\nabla_i U_j + \nabla_j U_i), \quad (5.2)$$

а також умова присутності тільки пружних деформацій:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e; \quad (5.3)$$

➤ фізичні рівняння:

$$\sigma_{mn} = E_{mnij} \varepsilon_{ij}^e; \quad (5.4)$$

де  $E_{mnij}$  – тензор модулів пружності.

Додатково залучаються ГУ на  $S_U$  і  $S_P$ :

$$U_i|_{S_U} = U_i; \quad (5.5)$$

$$\sigma_{mn} \nu_n \Big|_{S_p} = P_m. \quad (5.6)$$

Для розв'язування крайової задачі зручно мати її варіаційну постановку.

Для отримання варіаційної постановки задачі використовуються співвідношення (5.1), (5.2), (5.6), властивості симетрії тензора напружень  $\sigma_{mn} = \sigma_{nm}$  і теорема Гауса-Остроградського. В підсумку можна отримати наступний функціонал відносно варіацій переміщень і зв'язаних із ними деформацій

$$F = \int_{\Omega} \sigma_{mn} \delta \varepsilon_{mn} d\Omega - \int_{S_p} P_m \delta U_m dS = 0, \quad (5.7)$$

що в поєднанні з кінематичними ГУ на поверхні  $S_U$  визначає незліченну множину можливих (віртуальних) напружено-деформованих станів. Дійсний НДС є одним з віртуальних, але він додатково задовольняє лінійним фізичним рівнянням зв'язків напружень з повними деформаціями, тобто (5.3), (5.4) [11,12,13].

### 5.3. Формули методу скінченних елементів для розв'язування крайової задачі лінійної пружності

Переміщення у скінченних елементах визначаються за формулою

$$\{U\} = [\varphi] \{q\}_e, \quad (5.8)$$

де  $\{q\}_e = \{(q^1, q^2, q^3)_1, \dots, (q^1, q^2, q^3)_M\}^T = \{q_1, q_2, \dots, q_{3M}\}^T$  – вектор переміщень в вузлах SE;  $[\varphi]$  – матриця базисних функцій [11,12,13].

Лінійний закон Гука (5.4) записують у вигляді

$$\{\sigma\} = [D] \{\varepsilon^e\}, \quad (5.9)$$

де  $[D]$  – матриця модулів пружності.

У випадку пружної ізотропії матеріалу матриця

$$[D] = 2G \cdot \begin{pmatrix} a & b & b & 0 & 0 & 0 \\ b & a & b & 0 & 0 & 0 \\ b & b & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c \end{pmatrix} \quad (5.10)$$

де  $2G = E / (1 + \mu)$ ;  $a = (1 - \mu) / (1 - 2\mu)$ ;  $b = \mu / (1 - 2\mu)$ ;  $c = 0,5$ ;  $E$  – модуль Юнга;  $\mu$  – коефіцієнт Пуассона [11,12,13].

Всі деформації – пружні:

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon^e\}, \quad (5.11)$$

тому вираз (5.9) приймає вигляд:

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\}. \quad (5.12)$$

Геометричні рівняння (5.2) записують у вигляді

$$\{\varepsilon\} = [B]\{q\}_e, \quad (5.13)$$

де  $[B]$  – матриця диференціювання за глобальними координатами. Матриця  $[B]$  пов'язана лише з типом СЕ і системою глобальних координат [11,12,13].

Функціонал (5.7) з урахуванням можливості суперпозиції робіт по СЕ, зумовленої тим, що СЕ взаємодіють один з одним у вузлах і не перетинаються, записується так:

$$F = \sum_e \int_{\Omega^e} \{\delta q\}_e^T [B]^T [D][B]\{q\}_e d\Omega - \sum_e \int_{S_p^e} \{\delta q\}_e^T [\varphi]^T \{p\} dS = 0, \quad (5.14)$$

де позначено вектор навантажень  $\{p\} = \{p_1, p_2, p_3\}^T$ ;  $S_p^e$  – сторона СЕ, що виходить на  $S_p$  тіла; знак  $\sum_e$  означає додавання по всіх СЕ, що містять розглядуваний ступінь свободи вузла [11,12,13].

Оскільки в підінтегральних виразах є вектори  $\{\delta q\}_e^T$  і  $\{q\}_e$ , що не залежать від параметрів інтегрування, їх можна винести за межі інтегралів. З (5.14), згрупувавши інтеграли, отримаємо:

$$F = \sum_e \{\delta q\}_e^T \int_{\Omega^e} [B]^T [D][B] d\Omega \cdot \{q\}_e + \sum_e \{\delta q\}_e^T \int_{S_p^e} [\varphi]^T \{p\} dS = 0. \quad (5.15)$$

Позначимо:

$$[K]_e = \int_{\Omega^e} [B]^T [D][B] d\Omega \quad (5.16)$$

$$\{P\}_e = \int_{S_p^e} [\varphi]^T \{p\} dS. \quad (5.17)$$

Тоді

$$F = \sum_e \{\delta q\}_e^T \left( [K]_e \{q\}_e - \{P\}_e \right) = 0 \quad (5.18)$$

Оскільки варіації переміщень – довільні, то отримаємо СЛАР вигляду

$$[K]\{q\} = \{P\} \quad (5.19)$$

відносно глобального вектору дійсних переміщень  $\{q\}$  у вузлах СЕ сітки. В

(5.18) позначено додавання за ступенями свободи вузлів:  $[K] = \sum_e [K]_e$ ;

$\{P\} = \sum_e \{P\}_e$ . Вектор  $\{P\}$  зумовлюється зовнішніми силовими навантаженнями. У

СЛАР ще необхідно врахувати кінематичні ГУ (5.5) [11,12,13].

#### 5.4. Розрахункова схема

В даній частині дипломної роботи ми розглядали кручення зразка, який має робочу частину у вигляді тонкостінної трубки.

Для спрощення розрахунків будемо розглядати тільки половину зразка використовуючи симетрію зразка (рис.5.1). Сила, яка діє на зразок, задаємо у вигляді розподіленого навантаження, що діє на поверхню паза голівки. Характер закріплення приймаємо такий, щоб були відсутні радіальне та осьове

переміщення  $Z$  в циліндричній системі координат.

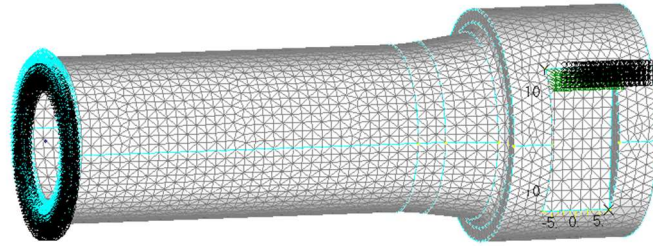


Рис. 5.1. Розрахункова схема зразка

### 5.5. Результати розрахунків

За допомогою програмного забезпечення FEMAP отримали напружено-деформований стан зразка в пружній області. Зобразили розподіл напружень від зусилля, що скручує (рис.5.2).

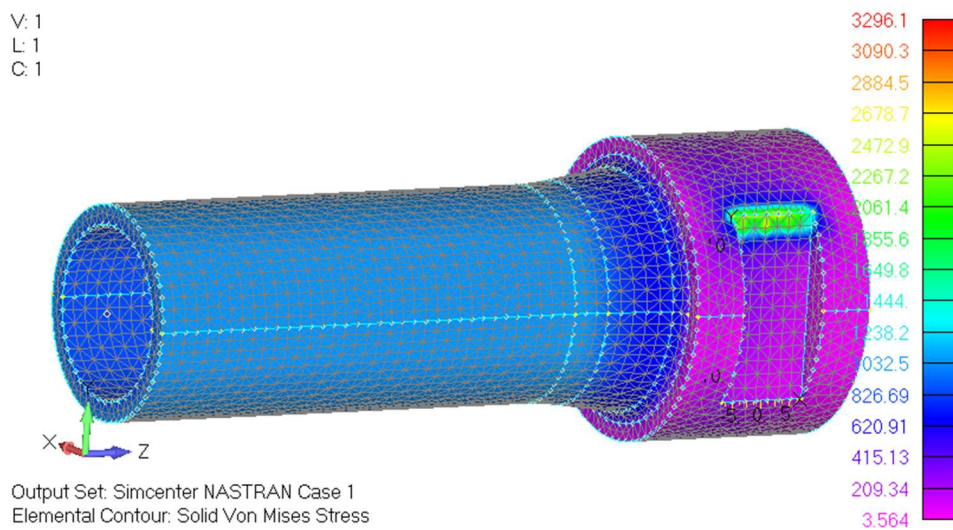


Рис.5.2. Розподілення напружень за Мізесом по поверхні, МПа

Обчислимо коефіцієнт концентрації напружень за Мізесом для заокруглення. Дані візьмемо з побудованого графіка розподілу напружень на поверхні зразка.

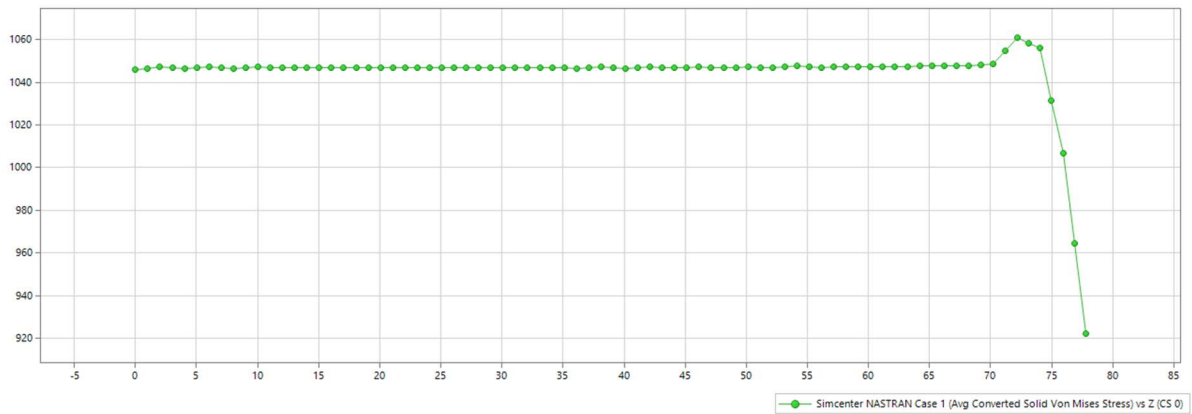


Рис. 5.3 Розподілення напружень за Мізесом на поверхні робочої частини з заокругленням

Тому коефіцієнт концентрації напружень за Мізесом

$$\alpha_B = \frac{\sigma_{\text{конц}}}{\sigma_{\text{ном}}} = \frac{1062}{1047} = 1.014 < 1.05.$$

Проаналізувавши результат, бачимо відсутність великих збуджень концентрації напружень, тобто зразок спроектовано вірно.

## 6. Визначення власних частот та відповідних власних форм коливання

### 6.1. Чисельні розрахунки власних частот та відповідних власних форм крутних коливань системи з двома ступенями вільності

Виконаємо схематичне зображення вала:

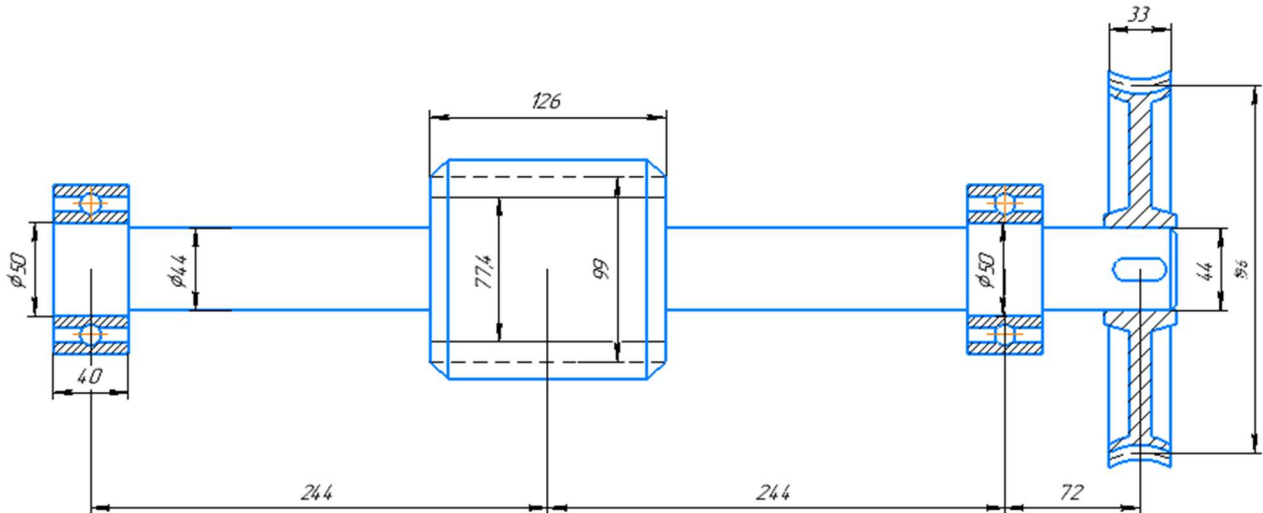


Рис. 6.1. Схема вала

Дано:  $L_1 = 244$  мм,  $L_2 = 244$  мм,  $L_3 = 72$  мм,  $L = 560$  мм,  $d = 44$  мм,  
 $G = 8 \cdot 10^4$  Мпа,  $D_1 = 99$  мм,  $D_2 = 196$  мм,  $h_1 = 33$  мм,  $h_2 = 126$  мм.

Матеріал шестерні БрА9ЖЗЛ -  $\rho_1 = 7600 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$

Матеріал колеса сталь 40Х -  $\rho_2 = 7820 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$

Жорсткість валу визначаємо за формуло:

$$k = \frac{G * I_p}{L} \quad (6.1)$$

$I_p$  - полярний момент інерції, який визначаємо за формулою:

$$I_p = \frac{\pi * d^4}{32} \quad (6.2)$$

де  $d$  – діаметр валу;

Визначаємо жорсткість валу за формулою:

$$k = \frac{G * I_p}{L} = \frac{8 * 10^{10}}{560 * 10^{-3}} * \frac{3,14 * (50 * 10^{-3})^4}{32} = 27,1 * 10^5 \text{ Нм} \quad (6.3)$$

Значення осьових моментів інерції для зубчастого колеса та шестерні:

$$I_1 = \rho_1 * h_1 * \frac{\pi * D_1^4}{32} = 7600 * 33 * 10^{-3} * \frac{3.14 * (99 * 10^{-3})^4}{32} =$$

$$= 2,3 * 10^{-3} \text{ Н * с}^2 * \text{ м} \quad (6.4)$$

$$I_2 = \rho_2 * h_2 * \frac{\pi * D_2^4}{32} = 7820 * 99 * 10^{-3} * \frac{3.14 * (196 * 10^{-3})^4}{32} =$$

$$= 112 * 10^{-3} \text{ Н * с}^2 * \text{ м} \quad (6.5)$$

$h_1, h_2$  – ширина шестерні та колеса відповідно.

Вирази для кінетичної та потенціальної енергії виглядають наступним чином [15,16]:

$$T = \frac{1}{2} * I_1 * \dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2} * I_2 * \dot{\varphi}_2^2; \quad (6.6)$$

$$\Pi = \frac{1}{2} k (\varphi_2 - \varphi_1)^2. \quad (6.7)$$

Підставимо значення кінетичної та потенціальної енергії до рівняння

Лагранжа другого роду  $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_j} = 0$  для двох узагальнених координат, і

отримаємо систему двох рівнянь [15,16]:

$$\begin{cases} I_1 \ddot{\varphi}_1 + k \varphi_1 - k \varphi_2 = 0 \\ I_2 \ddot{\varphi}_2 - k \varphi_1 + k \varphi_2 = 0 \end{cases} \quad (6.8)$$

Запишемо вигляд матриці інерції та жорсткості:

$$[a] = \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \quad (6.9) \quad [c] = \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \quad (6.10)$$

Розв'язок будемо шукати у вигляді  $\{ \varphi \} = \{ \Phi \} \cos(\omega t - \beta)$  (6.11)

$$-\omega^2 \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (6.12)$$

$$\begin{bmatrix} k - \omega^2 I_1 & -k \\ -k & k - \omega^2 I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (6.13)$$

Прирівнюючи детермінанти до нуля маємо:

$$\det \begin{bmatrix} k - \omega^2 I_1 & -k \\ -k & k - \omega^2 I_2 \end{bmatrix} = 0 \quad (6.14)$$

$$(k - \omega^2 I_1)(k - \omega^2 I_2) - k^2 = 0 \quad (6.15)$$

$$k^2 - \omega^2 k I_1 - \omega^2 k I_2 + \omega^4 I_1 I_2 - k^2 = 0 \quad (6.16)$$

Знайдемо корені отриманого рівняння  $\omega^4 I_1 I_2 - \omega^2 k(I_1 + I_2) = 0$ ;

$$\omega^2 [\omega^2 I_1 I_2 - k(I_1 + I_2)] = 0 \quad (6.17)$$

$$\omega^2 = \begin{cases} 0 \\ \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} \end{cases} \quad (6.18)$$

$$\begin{cases} \omega_1^2 = 0 \\ \omega_2^2 = \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} \end{cases} \quad (6.19)$$

$$\begin{aligned} \omega_2^2 &= \frac{k * (I_1 + I_2)}{I_1 I_2} = \\ &= \frac{27,1 * 10^5 * (2,3 * 10^{-3} + 112 * 10^{-3})}{2,3 * 10^{-3} * 112 * 10^{-3}} \quad (6.20) \\ &= 120,52 \text{ c}^{-2} \end{aligned}$$

Будемо розглядати два можливих випадки підставляючи значення частот :

для першого випадку маємо:

$$\omega_1^2 = 0 \quad (6.21)$$

$$\begin{bmatrix} k - \omega^2 I_1 & -k \\ -k & k - \omega^2 I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_{11} = 1 \\ \Phi_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (6.22)$$

$$k - k\Phi_{12} = 0 \quad \Rightarrow \quad \Phi_{12} = 1 \quad (6.23)$$

$$\begin{Bmatrix} \Phi_{11} \\ \Phi_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (6.24)$$

для другого випадку:

$$\omega_2^2 = \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} \quad (6.25)$$

$$\begin{bmatrix} k - \left( \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} \right) I_1 & -k \\ -k & k - \left( \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} \right) I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_{21} = 1 \\ \Phi_{22} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (6.26)$$

$$k - \frac{k(I_1 + I_2)}{I_2} - k\Phi_{22} = 0 \quad \Rightarrow \quad \Phi_{22} = -\frac{I_1}{I_2} = -\frac{2,3}{112} = -0,020 \quad (6.27)$$

Покажемо обчислені власні форми коливань у графічному вигляді:

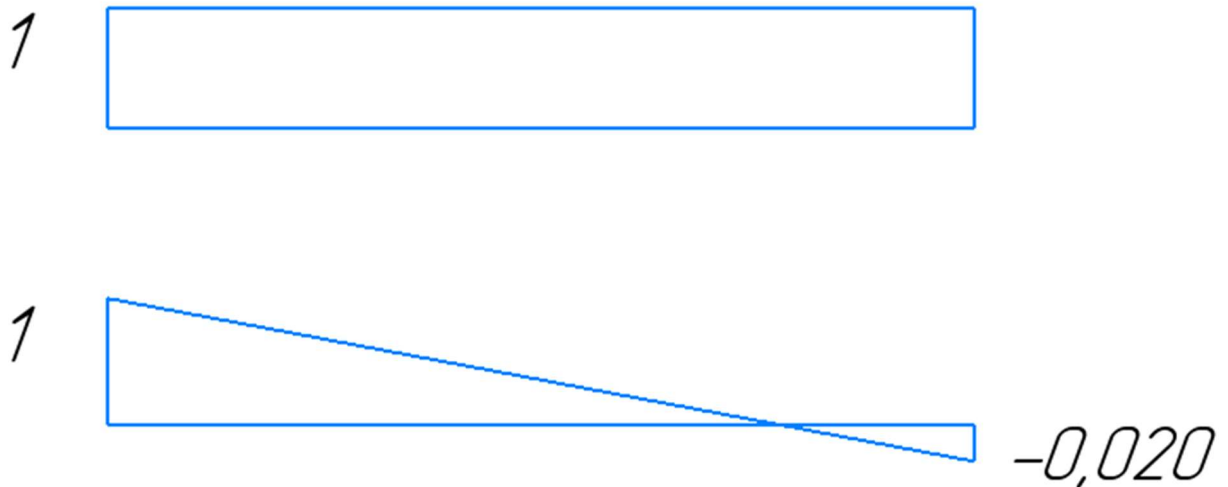


Рис. 6.2. Власні форми коливань

Однією з властивостей власних форм коливань є їх ортогональність, отже:

$$\{\Phi\}_i^T [c] \{\Phi\}_s = 0 \quad (6.28)$$

$$\{\Phi\}_i^T [a] \{\Phi\}_s = 0 \quad (6.29)$$

Перший випадок:

$$\{1 \quad 1\} \cdot \begin{bmatrix} I_{m1} & 0 \\ 0 & I_{m2} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ I_1 \\ -I_2 \end{Bmatrix} = \{1 \quad 1\} \cdot \begin{Bmatrix} I_1 \\ -I_1 \end{Bmatrix} = I_1 - I_1 = 0 \quad (6.30)$$

Другий випадок:

$$\begin{aligned} \{1 \quad 1\} \cdot \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix} &= \{1 \quad 1\} \cdot \begin{Bmatrix} k + k\frac{I_1}{I_2} \\ -k - k\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix} = \\ &= k + k\frac{I_1}{I_2} - k - k\frac{I_1}{I_2} = 0 ; \end{aligned} \quad (6.31)$$

Знайдемо значення власних частот за допомогою методу Релея

$$\omega_i^2 = \frac{\{\Phi\}_i^T [c] \{\Phi\}_i}{\{\Phi\}_i^T [a] \{\Phi\}_i}; \quad (6.32)$$

$$\begin{aligned} \omega_2^2 &= \frac{\left\{1 \quad -\frac{I_1}{I_2}\right\} \cdot \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix}}{\left\{1 \quad -\frac{I_1}{I_2}\right\} \cdot \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix}} = \frac{\left\{1 \quad -\frac{I_1}{I_2}\right\} \cdot \begin{Bmatrix} k + k\frac{I_1}{I_2} \\ -k - k\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix}}{\left\{1 \quad -\frac{I_1}{I_2}\right\} \cdot \begin{Bmatrix} I_1 \\ -I_1 \end{Bmatrix}} = \\ &= \frac{k \cdot \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right) + k \cdot \frac{I_1}{I_2} \cdot \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)}{I_1 \cdot \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)} = \frac{k \cdot \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)}{I_1} = \frac{(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} k = \omega_1^2 \\ &= \frac{\{1 \quad 1\} \cdot \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}}{\{1 \quad 1\} \cdot \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}} = \frac{\{1 \quad 1\} \cdot \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}}{\{1 \quad 1\} \cdot \begin{Bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{Bmatrix}} = 0 ; \end{aligned} \quad (6.33)$$

$$= \frac{(2,3 + 112) * 10^{-3}}{2,3 * 112 * 10^{-6}} * 27,1 * 10^5 = 120,52 \cdot 10^7 \frac{1}{c^2} ; \quad (6.34)$$

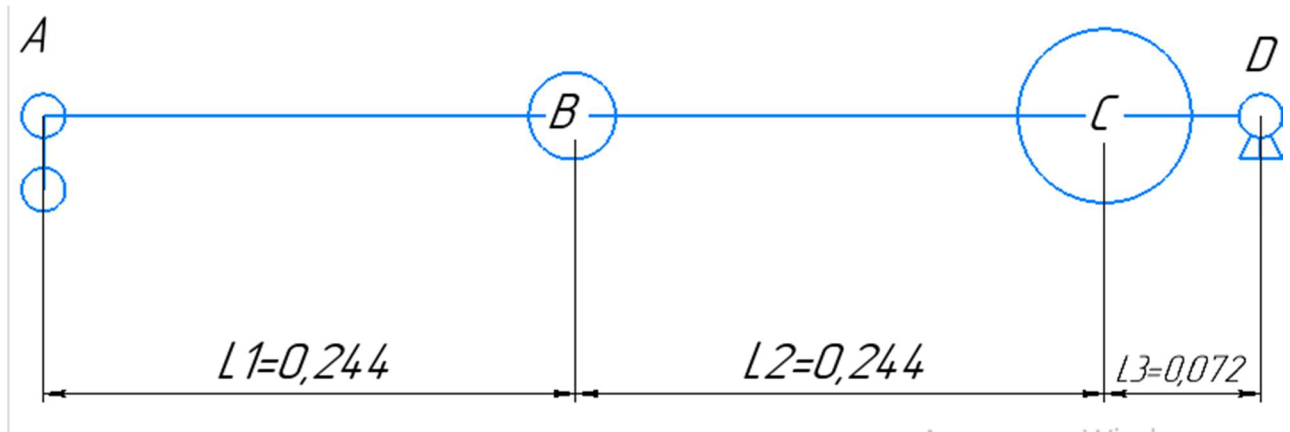
$$\text{Отже } \omega_1 = 0, \omega_2 = \sqrt{120,24 * 10^7} = 34675 \text{ c}^{-1}$$

### 6.3.1. Метод сил

$$m_b = m_1 = \frac{\rho_1 \pi D_1^2 h_1}{4} = \frac{7600 * 3,14 * 99^2 * 33 * 10^{-9}}{4} = 1,92 \text{ кг} \quad (6.35)$$

$$\begin{aligned} m_c = m_2 &= \frac{\rho_2 \pi D_2^2 h_2}{4} = \frac{7820 * 3,14 * 196^2 * 126 * 10^{-9}}{4} = \\ &= 29,71 \text{ кг} \end{aligned} \quad (6.36)$$

Рис. 6.3. Система з двома ступенями свободи



Для наступних розрахунків необхідно спершу визначити  $\delta_{11}, \delta_{22}, \delta_{21}, \delta_{12}$  від одиничних сил  $X_1=1, X_2=1$ .

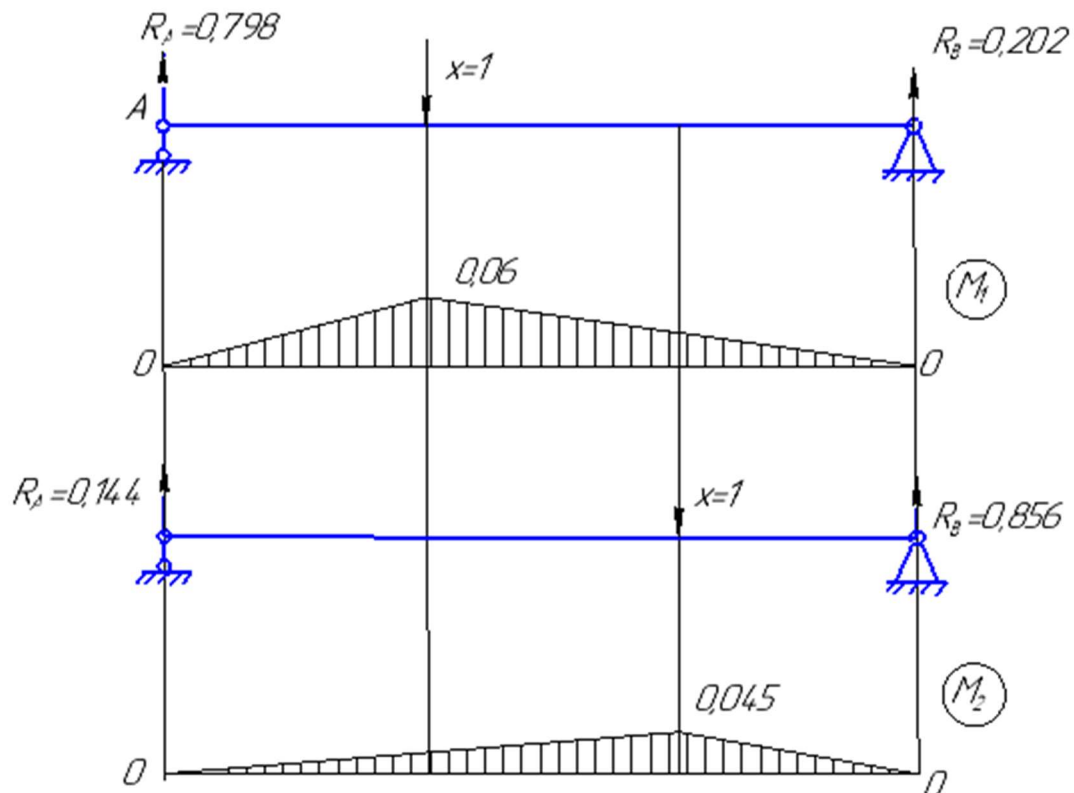


Рис. 6.4. Епюри моментів від одиничних сил

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \left( 0,5 * 0,244 * 0,06 * \frac{2}{3} * 0,244 + 0,5 * 0,06 * 0,316 * \frac{2}{3} * 0,06 \right) =$$

$$= \frac{1}{EI} * 0,0015 \quad (6.37)$$

$$\delta_{12} = \frac{1}{EI} \left( 0.5 * 0.03 * 0.244 * \frac{1}{3} * 0.244 + 0.5 * 0.03 * 0.244 * 0.0225 + 0.0225 * 0.244 * 0.5 * 0.244 + 0.0225 * 0.244 * 0.0225 + 0.5 * 0.0225 * 0.072 * \frac{2}{3} * 0.072 \right) = \frac{1}{EI} * 0.0011 \quad (6.38)$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{EI} \left( 0.5 * 0.316 * 0.045 * \frac{2}{3} * 0.316 + 0.5 * 0.072 * 0.045 * \frac{2}{3} * 0.072 \right) = \frac{1}{EI} * 0.001 \quad (6.39)$$

Запишемо диференційні рівняння в переміщеннях:

$$\begin{cases} W_1 = -\ddot{W}_1 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - \ddot{W}_2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ W_2 = -\ddot{W}_1 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 - \ddot{W}_2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 \end{cases} \quad (6.40)$$

Шукаємо переміщення у вигляді

$$W_i = W_i \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad (6.41)$$

Підставимо (6.57) в (6.56) отримаємо:

$$\begin{cases} (\omega^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) \cdot W_1 + \omega^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \cdot W_2 = 0 \\ \omega^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 \cdot W_1 + (\omega^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \cdot W_2 = 0 \end{cases} \quad (6.42)$$

Оскільки маємо отримати не тривіальний розв'язок маємо, що детермінант останньої матриці(6.58) має бути рівний нулю [15,16]:

$$\det \begin{bmatrix} (\omega^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} = 0 \quad (6.43)$$

Розкриваючи визначник, отримуємо характеристичне рівняння відносно  $\omega^2$ , з якого знаходимо  $\omega_1^2, \omega_2^2$ :

$$(\omega^2 m_1 \delta_{11} - 1)(\omega^2 m_2 \delta_{22} - 1) - \omega^4 m_1 m_2 \delta_{12} \delta_{21} = 0; \quad (6.44)$$

$$\omega^4 m_1 m_2 \delta_{11} \delta_{22} - \omega^2 m_1 \delta_{11} - \omega^2 m_2 \delta_{22} + 1 - \omega^4 m_1 m_2 \delta_{12} \delta_{21} = 0; \quad (6.45)$$

$$\omega^4 (\delta_{11} \delta_{22} - \delta_{12} \delta_{21}) m_1 m_2 - \omega^2 (m_2 \delta_{22} + m_1 \delta_{11}) + 1 = 0; \quad (6.46)$$

Порахуємо величину власних частот:

$$\omega_1 = 35675 \sqrt{EI} \quad (6.47)$$

$$\omega_2 = 67543\sqrt{EI} \quad (6.48)$$

Знаходимо власні форми коливань та перевіряємо умови ортогональності. Оскільки кожній частоті відповідає своя форма коливань, то розглянемо два можливих випадки, підставляючи до відповідної матриці значення знайдених двох частот та знайдемо  $W_{1i}, W_{2i}$  [15,16].

$$\begin{bmatrix} (\omega_1^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega_1^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega_1^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega_1^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_1 \\ W_2 \end{Bmatrix} = 0 \quad (6.49)$$

При  $\omega_1 = 67543\sqrt{\square\square}$  і нормованій  $W_{11} = 1$  отримаємо з розв'язку рівняння таку першу власну форму:

$$\begin{bmatrix} (\omega_1^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega_1^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega_1^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega_1^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_{11} \\ W_{21} \end{Bmatrix} = 0 \quad (6.50)$$

$$W_1 = 1,032 \quad (6.51)$$

Тоді, перша форма коливань:

$$\{W\}_1 = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1,032 \end{Bmatrix} \quad (6.52)$$

Аналогічно при  $\omega_2 = 67543\sqrt{\square\square}$  і нормованій  $W_{12} = 1$

$$\begin{bmatrix} (\omega_2^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega_2^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega_2^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega_2^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_{12} \\ W_{22} \end{Bmatrix} = 0 \quad (6.53)$$

$$W_2 = -0,28 \quad (6.54)$$

Тоді, друга форма коливань:

$$\{W\}_2 = \begin{Bmatrix} 1 \\ -0,28 \end{Bmatrix} \quad (6.55)$$

Оскільки однією з властивостей власних форм коливань є їх ортогональність, то перевіримо виконання цієї умови [15,16].

Перевірка умови ортогональності:

$$\{W\}_1^T [m] \{W\}_2 = 0 \quad (6.56)$$

$$\{1 \quad 1,032\} \cdot \begin{bmatrix} 1,92 & 0 \\ 0 & 29,7 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ -0,28 \end{Bmatrix} = -0,001 \approx 0 \quad (6.57)$$

Зобразимо отримані власні форми згинальних коливань на рисунку (Рис. 6.5.):

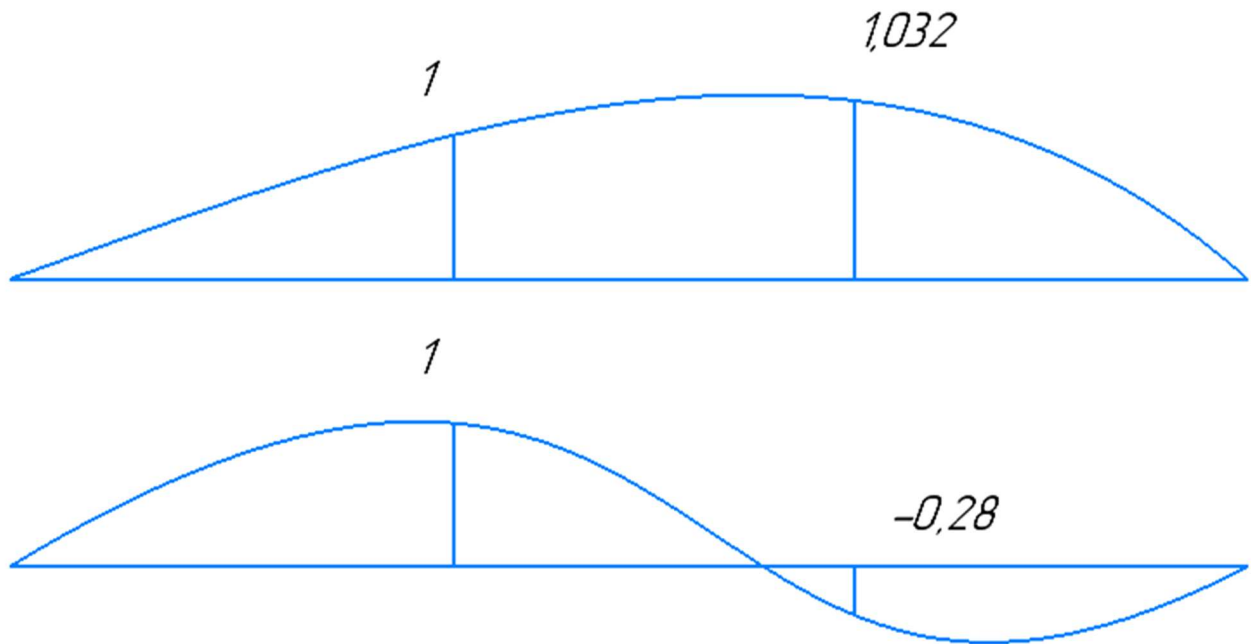


Рис. 6.5. Власні форми коливань

### 6.3.2. Метод Релля

$$\omega_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^2 P_i \cdot W_i}{\sum_{i=1}^2 m_i \cdot W_i^2} \quad (6.58)$$

$$P_i = m_i \cdot g, P_1 = 19,2, P_2 = 297,1 \quad (6.59)$$

$$W_1 = \Delta_{1P} = \frac{0,00028}{EI}; W_2 = \Delta_{2P} = \frac{0,0003}{EI} \quad (6.60)$$

$$\begin{aligned} \omega_1^2 &= \frac{\sum_{i=1}^2 P_i \cdot W_i}{\sum_{i=1}^2 m_i \cdot W_i^2} = \frac{P_1 \cdot W_1 + P_2 \cdot W_2}{m_1 \cdot W_1^2 + m_2 \cdot W_2^2} = \\ &= \frac{19,2 \frac{0,00028}{EI} + 297,1 \frac{0,0003}{EI}}{1,92 \left(\frac{0,00028}{EI}\right)^2 + 29,7 \left(\frac{0,0003}{EI}\right)^2} \end{aligned} \quad (6.61)$$

$$\omega_1 = 36879 \sqrt{EI} \quad (6.62)$$

Визначимо похибку:  $\Delta = \left| \frac{\omega_{м.сил} - \omega_{релля}}{\omega_{м.сил}} \right| = 0,1\%$

### 6.3.3. Метод Донкерлі

$$\frac{1}{\omega_2^2} = \frac{1}{(\omega_1')^2} + \frac{1}{(\omega_2')^2} \quad (6.63)$$

$$\begin{cases} (\omega_1')^2 = \frac{1}{m_1 \delta_{11}} = \frac{1}{1,92} \frac{EI}{1,5 * 10^{-3}} = 347 EI \\ (\omega_2')^2 = \frac{1}{m_2 \delta_{22}} = \frac{1}{29,71} \frac{EI}{1 * 10^{-3}} = 33,65 EI \end{cases} \quad (6.64)$$

$$\omega_2 = 34256 \sqrt{EI} \quad (6.66)$$

Похибка становить,  $\Delta = \left| \frac{\omega_{м.сил} - \omega_{Донкерлі}}{\omega_{м.сил}} \right| = 4\%$

## 7. Список літератури

1. Б.І. Ковальчук, О.П. Заховайко. Метод. вказівки до виконання курсового проекту з деталей машин для студ. спец. «Динаміка і міцність машин» – К.: НТУУ «КПІ», 2011.
2. Павлице В.Т. Основи конструювання та розрахунок деталей машин: Підручник для вузів. – К.: Вища шк., 1993.
3. Курмаз Л.В., Курмаз О.Л. Конструирование улов и деталей машин: Справочное учебно-методическое пособие. – М.: Высш. шк., 2007.
4. Детали машин. Атлас конструкций/ Под ред. Д.Н. Решетова. Изд. 5-е в двух частях. – М.: Машиностроение, 1992.
5. Профілювання циліндричного евольвентного зачеплення з використанням персональної ЕОМ. Методичні вказівки до курсового проекту з дисципліни «Теорія механізмів і машин» для студентів спеціальності «Динаміка і міцність машин» / Укл.: О.П.Заховайко, О.Б.Овсієнко, О.М.Проташук та ін.- К.: НТУУ «КПІ», 2000. – 40 с.
6. Чемерис О.М. Методичні вказівки до розв'язування задач симетричного згину круглих пластин з дисципліни «Будівельна механіка машин» для студентів спеціальності ДММ. – К.: КПІ, 1992.
7. Бояршинов С.В. Основы строительной механики машин. Учебное пособие для студентов вузов, «Машиностроение», 1973
8. Арутюнян, Абрамян Кручение упругих тел. – М.: Физматлит, 1963. – 686с.
9. Опір матеріалів / Підручник. Під ред. Г.С.Писаренка. К.: Вища школа, 1993. – 655 с.
10. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. Для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1984. – 831 с.
11. Рудаков К.М. Конспект лекцій з дисципліни «Числові методи в динаміці та міцності машин». Частина I. К.: НТУУ «КПІ», НВЦ «Надійність», 2000. – 105 с.
12. Рудаков К.М. Конспект лекцій з дисципліни «Числові методи в динаміці та

міцності машин». Частина II. К.: НТУУ «КПІ», НВЦ «Надійність», 2000. – 105 с.

13. Рудаков К.М. FEMAP. Геометричне та скінченно-елементне моделювання конструкцій для розрахунків у MSC.Nastran: Посібник. – К.: НТУУ «КПІ», 2005. – 210 с. (ел. версія)

14. Василенко Н.В. Теория колебаний. – Киев: Вища школа, 1992. – 423с.

15. Василенко М.В., Алексейчук О.М. Теорія коливань і стійкості руху: Підручник. – Київ: Вища шк., 2004. – 525с.

16. «Теорія коливань та стійкості руху» Збірник завдань до курсового проектування та практичних занять для студентів спеціальності «Динаміка та міцність машин» / Укл. Бобир М.І., Бабенко А.Є., Боронко О.О. Трубачов С.І.-К.: НТУУ «КПІ», 2010.- 171 с.

17. Корж Н.А., Малышкина С.В., Дедух Н.В., Тимченко И.Б. Биоматериалы в ортопедии и травматологии – роль А. А. Коржа в развитии проблемы / Н. А. Корж, С. В. Малышкина, Н. В. Дедух, И. Б. Тимченко // Наследие. Алексей Александрович Корж : научно-историческое издание; под ред. Л. Д. Горидовой. – Харьков, 2014. — С. 35–49.

18. Дедух Н.В., Макаров В.Б., Павлов А.Д. Біоматеріал на основі полілактиду та його використання як кісткових імплантатів (аналітичний огляд літератури) Vol. 9, No. 1, 2019 28-35, DOI: 10.22141/2224-1507.9.1.2019.163056

19. Малишкіна С.В., Дедух Н.В. Медико-біологічне вивчення штучних біоматеріалів для ортопедії і травматології. Ортопедія, травматологія і протезування. 2010. № 2. С. 93-100. DOI: 10.15674 / 0030-59872010293-100.

20. Радченко В.А., Дедух Н.В., Малышкина С., Бенгус Л.М. Биоразлагаемые полимеры в ортопедии и травматологии. Ортопедия, травматология и протезирование. 2006; (3): 116-124.

21. Chou YC, Lee D, Chang TM, et al. Development of a three-dimensional (3D) printed biodegradable cage to convert morselized corticocancellous bone chips into a structured cortical bone graft. Int J Mol Sci. 2016 Apr 20;17(4). pii: E595. doi: 10.3390/ijms17040595.\

22. Теория упругости / В.В. Новожилов. – СПб.: Политехника, 2012. – 409 с.: ил. ISBN 978-5-7325-0956-4.

23. Методичні вказівки до виконання випускної атестаційної роботи бакалавра з напрямку 0902 – Інженерна механіка для спеціальності 7.090201 – Динаміка і міцність машин / Укл.: А.Є. Бабенко, О.О. Боронко, О.П. Заховайко, Б.І. Ковальчук, К.М. Рудаков, Ю.М. Сидоренко, О.М. Чемерис. Під загальною редакцією М.І. Бобиря. – К.: НТУУ "КПІ", 2004. – 47 с.