

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

ФАКУЛЬТЕТ ЕЛЕКТРОЕНЕРГОТЕХНІКИ ТА АВТОМАТИКИ

КАФЕДРА ЕЛЕКТРОМЕХАНІКИ

**ПАКЕТИ ПРИКЛАДНИХ ПРОГРАМ ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ
ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ПОЛІВ ЕЛЕКТРИЧНИХ МАШИН**

*"Використання комп'ютерних систем математичних розрахунків
MATLAB та FEMM для аналізу електричних машин"*

*Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
як навчальний посібник для студентів, які навчаються за
спеціальністю*

*141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка»,
освітньою програмою
«Електричні машини і апарати»*

ПАКЕТИ ПРИКЛАДНИХ ПРОГРАМ ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ПОЛІВ ЕЛЕКТРИЧНИХ МАШИН “Використання комп’ютерних систем математичних розрахунків MATLAB та FEMM для аналізу електричних машин” [Електронний ресурс]: навч. посіб. для студ. спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка», освітньою програмою «Електричні машини і апарати» / КПІ ім. Ігоря Сікорського; уклад.: Ю.М. Васьковський, Ю.А. Гайденко, С.С. Цивінський. – Електронні текстові дані (1 файл: 3,45 Мбайт). – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022 - 106 с.

*Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
(протокол № 6 від 24.06.2022 р.)
за поданням Вченої ради ФЕА
(протокол № 10 від 20.06.2022 р.)*

Електронне мережне навчальне видання

**ПАКЕТИ ПРИКЛАДНИХ ПРОГРАМ ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ
ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ПОЛІВ ЕЛЕКТРИЧНИХ МАШИН
“Використання комп’ютерних систем математичних розрахунків
MATLAB та FEMM для аналізу електричних машин”**

Укладачі Васьковський Юрій Миколайович, д.т.н, проф.
 Гайденко Юрій Антонович, к.т.н, доц.
 Цивінський Сергій Станіславович, к.т.н, доц.

Відповідальний Котлярова Вікторія Володимирівна, старший викладач
редактор

Рецензент Подольцев О.Д., д.т.н, с.н.с., Інститут електродинаміки НАНУ

Представлено методичні рекомендації до виконання лабораторних робіт у сучасних програмних комплексах MATLAB та FEMM.

Навчальний посібник призначений для бакалаврів, що навчаються за спеціальністю «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка», освітньою програмою «Електричні машини і апарати».

© КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022

ПЕРЕДМОВА

Представлені вказівки складають учбово-методичну базу для виконання комп'ютерних практикумів з дисципліни «Основи комп'ютерних технологій аналізу та синтезу електричних машин» студентами з напрямку підготовки «електромеханіка».

Основною метою комп'ютерних практикумів є оволодіння студентами необхідними базовими знаннями найсучасніших систем математичного розрахунку та чисельного аналізу MATLAB та FEMM.

Нині, при проектуванні та аналізі характеристик роботи багатьох фізичних пристроїв застосовуються різні універсальні і спеціалізовані математичні пакети програм (пакети МАТКАД (MathCAD), МАТЛАБ (Matlab), Workbench – загальноцільові системи моделювання складних систем та виконання інженерних і наукових розрахунків; COMSOL, ANSYS, ELCUT, FEMM – програми моделювання електромагнітних, теплових, механічних та інших задач методом скінчених елементів).

Серед великого числа пакетів прикладних програм універсальна система Matrix Laboratory або MATLAB (The Math Works Inc.) займає особливе місце.

Сучасний MATLAB – це вискооефективна мова інженерних і наукових обчислень. Він підтримує математичні обчислення, візуалізацію наукової графіки і програмування з використанням операційного середовища, яким легко оволодіти. Найбільш відомі сфери застосування системи MATLAB:

- математика і обчислення;
- розробка алгоритмів;
- чисельний експеримент, імітаційне моделювання, макетування;
- аналіз даних, дослідження і візуалізація результатів;
- наукова і інженерна графіка;
- розробка власних програмних рішень, включаючи графічний інтерфейс користувача.

Серед програмних комплексів, що призначені для моделювання фізичних явищ в різноманітних об'єктах, зокрема в електричних машинах, найбільш простим для засвоєння студентами є пакет FEMM. З його допомогою можна аналізувати різноманітні процеси в тому числі і нелінійні.

В процесі виконання комп'ютерних практикумів студенти мають оволодіти такими знаннями та вміннями:

1. В системі MATLAB:

- операції з числами, векторами та матрицями;
- Функції прикладної чисельної математики;
- Оволодіння функціями графічної візуалізації результатів розрахунку;
- оволодіння пакетом моделювання динамічних систем Simulink;
- програмування в середовищі MATLAB.

2. В програмі FEMM:

- оволодіння засобами створення та імпорту геометричної структури об'єкту дослідження;
- вивчення видів та способів задання граничних умов;
- вивчення суті та способу практичної реалізації методу скінчених елементів;
- оволодіння засобами та можливостями препроцесорної і постпроцесорної обробки польової моделі об'єкту дослідження.

За базові версії зазначених систем, для викладення матеріалу в даних методичних вказівках, прийняті версії: MATLAB R2010a (внутрішній номер версії – 7.10) та FEMM 4.2.

При підготовці і виконанні комп'ютерних практикумів рекомендується використовувати таку навчальну літературу як [1-9].

ОСНОВИ РОБОТИ З СИСТЕМОЮ MATLAB

Основним об'єктом системи MATLAB є прямокутний числовий масив, який допускає комплексні елементи і введення матриць без явної вказівки їх розмірів. За умовчанням передбачається, що будь-яка задана змінна є вектором або матрицею. Окреме задане число програма сприймає як матрицю розміром 1×1 , а вектор-рядок з N елементами – як матрицю розміром $1 \times N$.

Операційне середовище системи MATLAB – це діалог з користувачем через командний рядок або графічний інтерфейс, перегляд робочої області і шляхів доступу, редактор М-файлів, робота з файлами і оболонкою DOS, експорт і імпорт даних, інтерактивний доступ до довідкової інформації, динамічна взаємодія із зовнішніми системами Microsoft Word, Microsoft Excel та ін.

Привабливою особливістю системи є те, що вона містить вбудовану матричну і комплексну арифметику. Система підтримує виконання операцій з векторами, матрицями і масивами даних, реалізує сингулярне і спектральне розкладання, підтримує роботу з алгебраїчними поліномами, розв'язання нелінійних рівнянь і завдань оптимізації, інтегрування функцій в квадратурі, чисельне інтегрування диференціальних і різницевих рівнянь, побудова різноманітних видів графіків, тривимірних поверхонь і ліній рівня. У ній реалізовано зручне операційне середовище, яке дозволяє формулювати задачі і отримувати рішення в звичайній математичній формі, не вдаючись до рутинного програмування.

Робота в середовищі MATLAB може здійснюватися в двох режимах:

- у режимі калькулятора, коли обчислення виробляються безпосередньо після набору чергового оператора або команди MATLAB;
- шляхом виклику програми, складеної і записаної на диску на мові MATLAB.

Система MATLAB має власну мову програмування високого рівня, яка нагадує BASIC. Запис програм в системі є традиційним і, тому, звичайним для більшості користувачів персональних комп'ютерів. І на додаток система дає можливість редагувати програми за допомогою будь-якого звичного для користувача текстового редактора.

В системі MATLAB важлива роль відводиться спеціалізованим групам програм, що називаються *toolboxes*. Вони дуже важливі для більшості користувачів MATLAB, оскільки дозволяють вивчати і застосовувати спеціалізовані методи. *Toolboxes* – це всебічна колекція функцій MATLAB (М-файлів), які дозволяють вирішувати вузькоспеціалізовані класи завдань. *Toolboxes* застосовуються для обробки сигналів, систем контролю, нейронних мереж, нечіткої логіки, статистичної обробки, моделювання, тощо.

1. Запуск системи MATLAB

Запуск системи MATLAB здійснюється за допомогою подвійного натискання лівої кнопки миші по ярлику  розташованому на робочому столі.

2. Робоче вікно MATLAB

Відразу після старту системи відкривається стандартне робоче вікно (рис.1).

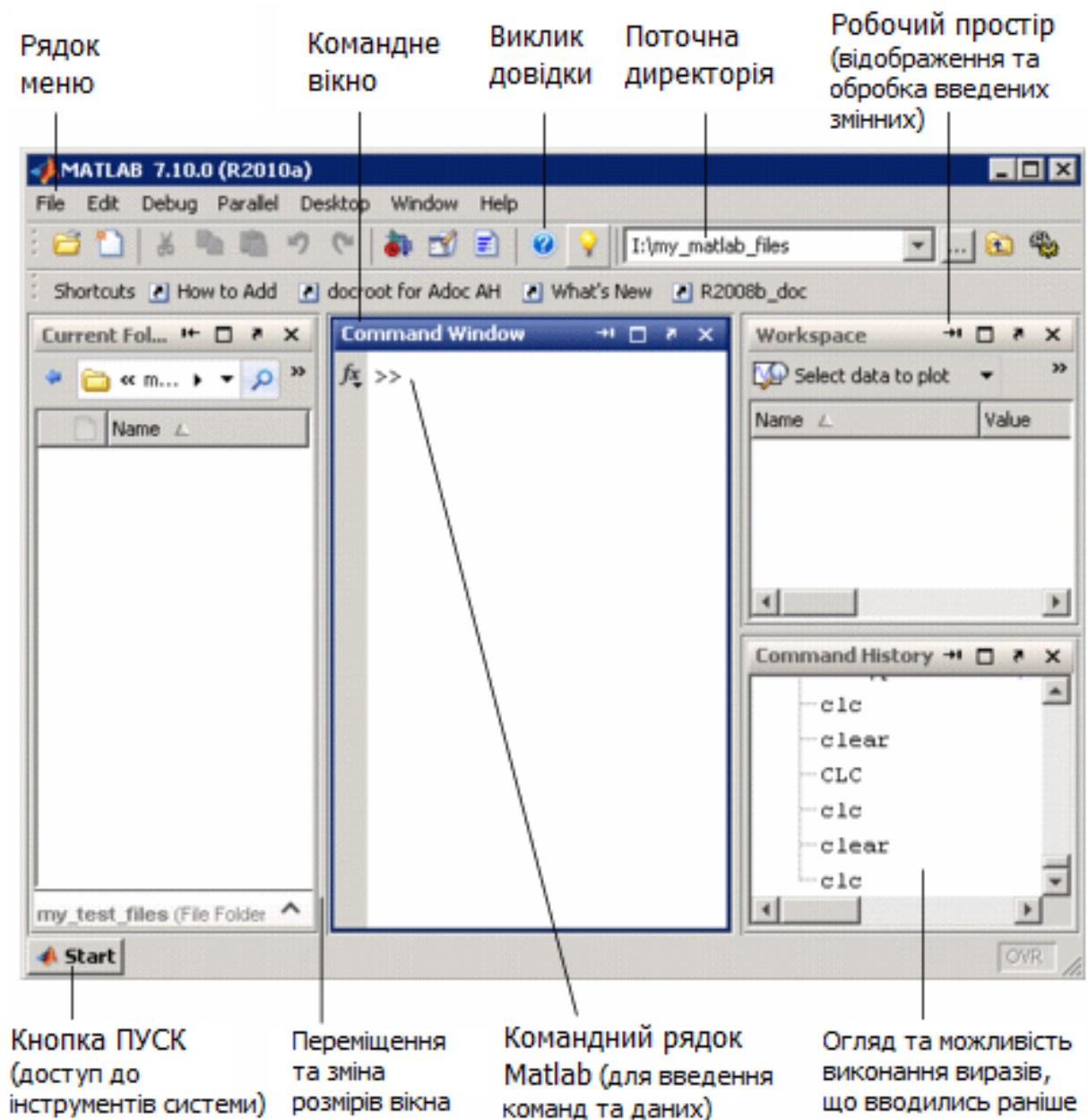


Рис.1. Робоче вікно системи MATLAB

Це вікно є основним в системі MATLAB. В ньому з'являються символи команд, які набираються користувачем на клавіатурі, відображаються результати виконання цих команд, текст виконуваної програми і інформація про помилки виконання програми, які розпізнані системою. Ознакою того, що MATLAB готова до сприйняття і виконання чергової команди, є поява в останньому рядку текстового поля вікна знаку запрошення «>>», після якого розташована вертикальна риска, що миготить.

3. Робота системи MATLAB в режимі калькулятора

3.1. Введення даних

Введення чисел з клавіатури проводиться за наступними правилами:

1) Робота з системою в режимі прямих обчислень носить діалоговий характер і відбувається за правилом «задав вираз, отримай відповідь».

2) Користувач набирає на клавіатурі обчислюваний вираз, редагує його (якщо потрібно) в командному рядку і завершує введення натисканням клавіші Enter.

Для зазначення місця вводу використовується символ >>.

3) Дані вводяться за допомогою рядкового редактора (вбудованого в MATLAB або зовнішнього, що обирається користувачем).

4) Знаком присвоювання є знак рівності =

5) для відокремлення дробової частини мантиси числа застосовується точка;

6) десятковий показник числа записується у вигляді цілого числа після запису символу **e**;

7) між записом мантиси числа і символом **e** не повинно бути ніяких символів, в тому числі і пробілу.

Для запису проміжних результатів у пам'ять ПК можна використовувати імена змінних. Для цього застосовується операція присвоювання:

<Ім'я змінної> = <вираз> [;]

Імена змінних можуть містити лише літери латинського алфавіту або цифри і повинні починатися з літери. Загальне число символів в імені може досягати 19. Особливістю мови MATLAB є те, що прописні і малі літери в іменах розрізняються системою. Наприклад, імена «a» та «A» позначають різні змінні.

Якщо вираз не закінчується символом «;», результат його виконання буде виведено в командне вікно у вигляді:

<Ім'я змінної> = <результат>

Введення значень елементів матриці здійснюється в квадратних дужках по рядках. Елементи рядка відділяються один від одного пробілом або комою, а рядки відокремлюються один від одного знаком «;».

Мова системи MATLAB містить вбудовану арифметику комплексних чисел. Для позначення уявної одиниці в MATLAB зарезервовано два імені - *i* і *j*. Введення з клавіатури значення комплексного числа здійснюється наступним чином:

<Ім'я змінної> = <значення дійсної частини> і [j] * <значення уявної частини>

Комплексне число можна вводити одним з наступних способів: $5\ 3i$; $5\ 3*j$; $5\ 3j$; $5\ 3*j$ або $5\ 3*sqrt(-1)$ – різні види одного і того ж числа.

Змінні, зарезервовані системою MATLAB:

i, *j* – уявна одиниця;

pi – число π (3,141592653589793);

inf – позначення машинної нескінченності;

NaN – позначення невизначеного результату (наприклад, типу $0 / 0$ або inf / inf);

ans – результат останньої операції без знака присвоювання.

3.2. Введення команд

Робота з системою в режимі прямих обчислень носить діалоговий характер.

Користувач набирає на клавіатурі обчислюваний вираз, редагує його (якщо потрібно) і завершує введення натисканням клавіші ENTER. При цьому діє найпростіший рядковий редактор. Перелічимо його команди.

Up-Arrow – виклик попереднього рядка;

Down-Arrow – виклик наступного рядка;

Left-Arrow – переміщення ліворуч на одну позицію;

Right-Arrow – переміщення праворуч на одну позицію;

Ctrl-Left-Arrow – переміщення ліворуч на одне слово;

Ctrl-Right-Arrow – переміщення праворуч на одне слово;

HOME – переміщення на початок рядка;

END – переміщення в кінець рядка;

ESC – видалити поточний рядок;

DEL – видалити символ праворуч від курсора;

Backspace видалити символ ліворуч від курсора;

Ins – Увімкнення/вимикання режиму вставки.

Приклад1: Введемо, наприклад, помилковий вираз:

»Sqr (2)

і натиснемо клавішу ENTER. Система повідомить про помилку:

??? Undefined function or variable 'sqr'. (Невизначений вираз або функція
sqr)

В даному випадку в імені функції "квадратний корінь" пропущена буква "t". Замість того, щоб вводити цілий рядок, простіше натиснути клавішу Up-

Arrow. Неправильний рядок буде активований і з'явиться можливість переміщення курсору, використовуючи клавішу Left-Arrow доти, доки ви зможете вставити пропущену літеру t:

```
»Sqrt(2)
ans = 1.4142
```

3.3. Введення виразів

MATLAB – мова виразів. Вирази, що набрані користувачем, інтерпретуються і розраховуються системою MATLAB.

Вирази MATLAB зазвичай записуються у формі:

```
змінна = вираз [;]
```

або просто вираз [;]

Вирази складаються з операторів і спеціальних символів, функцій і з імен змінних. Якщо ім'я змінної і символ "=" відсутні, автоматично створюється змінна з іменем "ans", що означає відповідь.

Приклад 2:

Типовий вираз

```
»1900/81
```

дає

```
ans = 23.4568
```

Вираз зазвичай закінчується натисканням клавіші enter.

Приклад 3:

Якщо останній символ виразу – знак ";", то виведення результату на екран дисплея не відбувається, але обчислення продовжуються.

Якщо вираз настільки складний, що він не вміщується на одному рядку, то набір трьох або більше крапок (...) з наступним поверненням курсору може бути використано для вказівки, що вираз продовжується на наступному рядку.

```
S = 1 - 1 / 2 1 / 3 - 1 / 4 1 / 5 - 1 / 6 1 / 7 ...
    - 1 / 8 1 / 9 - 1 / 10 1 / 11 - 1 / 12;
```

оцінює часткову суму ряду, присвоює значення суми змінній S, але не друкує її. Пропуск навколо знаків =, + і - необов'язковий, але поставлені тут для зручності читання.

Приклад 4:

Імена змінних і функцій формуються з букви і наступної будь-якої кількості літер і цифр. Запам'ятовуються тільки 19 символів імені.

Змінним у MATLAB можуть присвоюватися символічні значення.

Наприклад:

```
y = 'Привіт'
```

Підключення до символічному значення змінної **y** нового слова ілюструє наступне

```
»Y = [y, ', друже!']
```

```
Y = Привіт, друже!
```

3.4. Числа, оператори і спеціальні символи

Для чисел використовується зручний десятковий запис з десятковою крапкою в довільному місці і попереднім знаком мінус. Масштабний показник може бути введений як суфікс.

Приклад 5:

Нижче наведено кілька прикладів дозволених чисел

```
3      -99      0.0001      96397238      1.62021E-20      6.02252e23
```

На комп'ютерах, які використовують арифметику з плаваючою точкою IEEE, відносна похибка дорівнює *eps*, або становить близько 16 значущих десятикових цифр. Діапазон представлення чисел грубо визначений між 10^{-308} і 10^{308} .

Вирази можуть бути побудовані з використанням звичайних арифметичних символів:

```
+ складання  
- віднімання  
* множення  
/ праве ділення  
\ ліве ділення  
^ зведення в ступінь.
```

Дії над матрицями, що описані нижче, роблять зручним мати два символи для поділу: правобічне і лівобічне.

Скалярні вирази $1/4$ і $4\backslash 1$ мають однакові чисельні значення, а саме 0.25. Дужки використовуються стандартним чином для зміни звичайного порядку арифметичних дій.

Приклад 6:

Система MATLAB працює як з дійсними, так і з комплексними числами виду

$$z = \text{Re}(z) + i \cdot \text{Im}(z),$$

де i (або j) – уявна одиниця, тобто квадратний корінь з -1 ,

$\text{Re}(z)$ – дійсна частина комплексного числа z , а $\text{Im}(z)$ – його уявна частина.

Якщо $\text{Re}(z) = 2$, а $\text{Im}(z) = 3.5$, то число z можна задати у вигляді

$$z = 2 + 3.5i$$

Примітка: Слід пам'ятати, що в MATLAB строкові і прописні літери сприймаються по-різному.

3.5. Елементарні математичні функції

У систему MATLAB вбудовано більшість звичайних елементарних функцій, наприклад, `abs`, `sqrt`, `log`, `sin` та інші.

Їх кількість може бути легко розширено з використанням визначень системи (так званих зовнішніх файлів, або файлів з розширенням `.m`).

Нижче наведений список деяких елементарних функцій.

`abs` – модуль комплексної величини;

`sqrt` – квадратний корінь;

`real` – дійсна частина;

`imag` – уявна частина;

`conj` – спряження комплексних величин;

`round` – округлення до найближчого цілого;

`fix` – округлення в бік нуля;

`floor` – округлення за недостаткою;

`ceil` – округлення за надлишком;

`sign` – функція `signum` («знак») (1 при $x > 0$; 0 при $x = 0$; -1 при $x < 0$);

`rem` – залишок;

`sin` – синус;

`cos` – косинус;

`tan` – тангенс;

`asin` – арксинус;

`acos` – арккосинус;

`atan` – арктангенс;

`atan2` – чотирьохквадратний арктангенс;

`sinh` – гіперболічний синус;

`cosh` – гіперболічний косинус;

`tanh` – гіперболічний тангенс;
`exp` – експонента за основою e ;
`log` – натуральний логарифм;
`log10` – десятинний логарифм;
`bessel` – функція Бесселя;
`gamma` – гамма-функція.

3.7. Правила оформлення функцій у вигляді М-файлів

MATLAB зазвичай використовується в режимі командного рядка, коли команда, що складається з одного рядка, вводиться і MATLAB її негайно опрацьовує та видає результати на дисплей. MATLAB також здатен виконувати послідовність команд, що зберігаються у файлах.

Ці два режими транслюються і виконуються сумісно. Дискові файли, що містять вирази MATLAB, називаються М-файлами. Така назва викликана тим, що назви таких файлів мають розширення `.m`.

М-файли складаються з послідовності звичайних виразів MATLAB, та можуть містити посилання на інші М-файли.

Однією з можливих цілей використання М-файлів є – автоматизація довгої послідовності команд. Такі М-файли називаються *script-файлами* (файлами списків) або просто *script* (списками).

Другий тип М-файла забезпечує розширюваність системи MATLAB. Ці файли називаються *файлами функцій*, вони дозволяють додавати нові функції в систему MATLAB. Більшість можливостей MATLAB забезпечується можливістю створювати нові функції для розв'язку задач, що орієнтовані на користувача.

Обидва типи М-файлів, списки і функції, є звичайними текстовими файлами в кодах ASCII і створюються з допомогою текстового редактора.

Наведемо приклад створення *script-файлу* (файлу списку).

Коли вводиться список, MATLAB точно виконує команди, що знаходяться у файлі, не очікуючи введення з клавіатури. Вирази в файлі списку діють глобально у всьому робочому середовищі. Списки корисні для здійснення аналізу, розв'язку задач або проведення розрахунків, які вимагають такої довгої послідовності команд, що стає надзвичайно важко вводити їх інтерактивно. Якщо проміжні результати обчислень потрібно виводити на екран дисплея, то після відповідних виразів в програмі не ставиться знак «;».

Пример 7:

Сформуємо текстовий файл, що містить послідовність наступних команд системи MATLAB

```
t=[-5:0.1:5];  
x=exp(t);  
plot(t,x)
```

Присвоїмо йому ім'я, наприклад, `ex55.m` і запишемо його в робочий каталог. Тепер, вводячи оператор `ex55`, ви змушуєте MATLAB виконувати команди, що містяться в файлі `ex55.m`, обчислюючи експоненціальну функцію на інтервалі $t = [-5, 5]$. На екран дисплею буде виведений графік цієї функції. Після того, як виконання файлу буде завершено, змінні x і t залишаться в робочому середовищі.

3.8. Правила завершення обчислень і роботи з системою

Завершення обчислень. Іноді, через помилки в програмі або через складності задачі, що розв'язується, MATLAB «зациклюється» і перестає видавати результати або безперервно видає їх, хоча в цьому вже нема необхідності. Для переривання обчислень в цьому випадку достатньо одночасно натиснути клавіші Ctrl і C (латинське).

Для *завершення роботи* з системою можна використати команди `exit`, `quit` (які зберігають вміст робочого середовища і виконують інші дії у відповідності з файлом сценарію `finish.m`) або комбінацію клавіш Ctrl+Q. Якщо необхідно зберегти значення всіх змінних (векторів, матриць) системи, то перед введенням команди `exit` варто ввести команду `save` потрібної форми. Команда `load` після завантаження системи зчитує значення цих змінних і дозволяє розпочати роботу з системою з того моменту, коли вона була перервана.

ЗВІТНІСТЬ

Скласти звіт з виконання комп'ютерних практикумів з пакету MATLAB у вигляді:

- Створити директорію з ім'ям вигляду група_прізвище_АС.
- В директорію помістити файли виконаних завдань комп'ютерних практикумів №1-8.
- Створити файл вигляду група_прізвище_АС.txt в якому зробити висновки про виконані роботи та відповісти на питання (стор. 71) які визначаються викладачем для кожного практикуму.

Комп'ютерний практикум №1

ОПЕРАЦІЇ З ЧИСЛАМИ

Мета роботи: ознайомлення з інтерфейсом системи MATLAB, правилами введення даних та способами виконання простих обчислень.

1. Програма роботи

1. Погодити з викладачем варіант завдання.
2. За допомогою системи MATLAB та згідно з інструкціями, які викладені в розділі «Загальні відомості про систему MATLAB» виконати обчислення прикладів наведених в підпунктах 1-4 пункту 2 (див. нижче).
3. Після перевірки викладачем виконаного завдання потрібно зберегти файл з протоколом виконуваних операцій та отриманими відповідями на диск.

2. Методичні вказівки щодо виконання роботи

1. Обчислити вказаний арифметичний вираз згідно власного варіанту завдання. В табл.1.1. наведені варіанти завдань.

Таблиця 1.1. Арифметичні вирази

№ варіанту	Арифметичний вираз
1	$\frac{\left(12\frac{1}{6} - 6\frac{1}{27} - 5,25\right) \cdot 13,5 + 0,111}{0,02}$
2	$\frac{\left(1\frac{1}{12} + 2\frac{5}{32} + \frac{1}{24}\right) : 9,6 + 2,13}{0,0004}$
3	$\frac{\left(6,6 - 3\frac{3}{14}\right) \cdot 5\frac{5}{6}}{(21 - 1,25) : 2,5}$
4	$\frac{2,625 - \frac{2}{3} \cdot 2\frac{5}{14}}{\left(3\frac{1}{12} + 4,375\right) : 19\frac{8}{9}}$
5	$\frac{0,134 + 0,05}{18\frac{1}{6} - 1\frac{11}{14} - \frac{2}{15} \cdot 2\frac{6}{7}}$

Продовження табл. 1.1

6	$\frac{\left(58\frac{4}{15} - 56\frac{7}{24}\right) : 0,8 + 2\frac{1}{9} \cdot 0,225}{8,75 \cdot 0,6}$
7	$\frac{\left(\frac{0,216}{0,15} + 0,56\right) : 0,5}{\left(7,7 : 24,75 + \frac{2}{15}\right) \cdot 4,5}$
8	$\frac{1\frac{4}{11} \cdot 0,22 : 0,3 - 0,96}{\left(0,2 - \frac{3}{40}\right) \cdot 1,6}$
9	$\frac{\left(\frac{3}{5} + 0,425 - 0,005\right) : 0,12}{30,5 + \frac{1}{6} + 3\frac{1}{3}}$
10	$\frac{3\frac{1}{3} + 2,5}{2,5 - 1\frac{1}{3}} \cdot \frac{4,6 - 2\frac{1}{3}}{4,6 + 2\frac{1}{3}} : \left(\frac{0,05}{\frac{1}{7} - 0,125} + 5,7\right)$
11	$\frac{0,725 + 0,42(6)}{0,128 - 6,25 - (0,0345 : 0,12)} \cdot 0,25$
12	$\frac{\left(4,5 \cdot 1\frac{2}{3} - 6,75\right) \cdot 0,6(6)}{\left(3,333 \cdot 0,3 + 0,222 \cdot \frac{4}{9}\right) \cdot 2\frac{2}{3}}$
13	$\frac{\left(5\frac{4}{45} - 4\frac{1}{6}\right) : 5\frac{8}{15}}{\left(4\frac{2}{3} + 0,75\right) \cdot 3\frac{9}{13}} \cdot 34\frac{2}{7}$
14	$\frac{1\frac{4}{11} \cdot 0,22 : 0,3 - 0,96}{\left(0,2 - \frac{3}{40}\right) \cdot 1,68}$
15	$\frac{\left(40\frac{7}{30} - 38\frac{5}{12}\right) : 10,9 + \left(0,875 - \frac{7}{30}\right) \cdot \frac{20}{11}}{0,008}$

Продовження табл. 1.1

16	$\frac{(68,023 - 66,028) : 6 \frac{1}{9} + \frac{7}{40} \cdot 4,5}{0,042 + 0,086}$
17	$\frac{(2,1 - 1,965) : (1,2 \cdot 0,045)}{0,00325 : 0,013} - \frac{4}{0,2 \cdot 0,73}$
18	$\frac{(1,88 + 2,127) \cdot 0,01875}{0,625 - \frac{13}{18} : 3,13} + 8,29$
19	$\frac{3 : 0,4 - 0,009 : (0,15 : 2,5)}{0,32 \cdot 6 + 0,033 - (5,3 - 3,88)}$
20	$\frac{(34,06 - 33,81) \cdot 4}{6,84 : (28,57 - 25,15)} + 1,33 : \frac{4}{21}$

Примітка: неправильний дріб типу $2\frac{1}{2} = \frac{5}{2}$.

2. Обчислити математичний вираз для двох (а і б) випадків заданих значень параметрів згідно власного варіанту. В табл.1.2. наведені варіанти завдань.

Таблиця 1.2. Математичний вираз з відповідними параметрами

№ варіанту	Математичний вираз	Випадок а		Випадок б	
		m	n	m	n
1	$3m^2 + \sqrt[3]{2n^2} : m$	$-\frac{14}{5}$	$tg \frac{\pi}{8}$	$2,2 \cdot 10^{-2}$	$\frac{1}{3,1}$
2	$\frac{4}{3}m^3 \sin^2 \frac{n}{2} \cdot \sqrt{\cos n}$	$1,7 \cdot 10^3$	18°	$\frac{16}{21}$	$\frac{\pi}{5}$
3	$\sqrt{\frac{m\sqrt{n}}{\sqrt[3]{tg 61^\circ}}}$	1,5	0,8	$3 \cdot 10^{-2}$	0,71
4	$\frac{3m^2 \sqrt{6,8 \cdot (m-n)}}{4(m+n)^3}$	$4,13 \cdot 10^{-1}$	$\frac{1}{261}$	$\sin \frac{5\pi}{8}$	$-tg 12^\circ$
5	$\frac{m^3}{6} \cos \frac{n}{2} \sqrt{\sin n}$	$\lg 2,38$	$\frac{\pi}{5}$	$e^{-0,3}$	65°

Продовження табл. 1.2

№ варіанту	Математичний вираз	Випадок а		Випадок б	
		m	n	m	n
6	$\sqrt{\frac{m^3}{16,3 \cdot \sin n \cdot \sin 2n}}$	$3,15 \cdot 10^{-2}$	5°	$e^{3,5}$	$\frac{2\pi}{13}$
7	$5 \sin 35^\circ \sqrt{\frac{m^3 \cos 36^\circ}{\pi^3 \operatorname{tg}(n)}}$	$\ln 3$	44°	$\frac{18}{25}$	$\frac{7}{12}\pi$
8	$ \lg(1 + \sin m) + \ln(1 - \sin n) $	$\frac{3\pi}{7}$	83°	$\frac{2\pi}{3}$	16°
9	$\sqrt[3]{\sin^2(m+n) - \sin^2(m-n)}$	$\frac{5\pi}{7}$	$0,3\pi$	12°	220°
10	$3\left(m^{-\frac{2}{3}} + n^{-\frac{1}{2}}\right) \cdot \sqrt[3]{m \cdot n}$	$\ln 3$	$\lg 3$	$0,013$	$1,4 \cdot 10^2$
11	$\frac{2}{3} m \sqrt{m^3 \sqrt{m^4 \sqrt{m}}}$	$3,6485$	-	$\frac{24}{37}$	-
12	$\frac{8}{3} m \sqrt{\frac{m}{\pi}} \sin^6 \frac{n}{2}$	$e^{1,11}$	$\frac{7\pi}{11}$	$5,403$	28°
13	$2\sqrt{\frac{m}{\pi}} \operatorname{tg}(n) \cdot \sin^2 \frac{n}{2}$	$\frac{1}{0,03}$	$\frac{5\pi}{7}$	$\ln 7$	$1,34^\circ$
14	$\frac{1}{12} \cdot \frac{m^3 \cos n}{(\sin n + \cos n)^3}$	$-20,1$	20°	$\lg 13,6$	$1,48$
15	$\frac{\sqrt{3m^3}}{\cos^2 n} \sin(n+30^\circ) \sin(n-30^\circ)$	$0,28$	41°	$e^{0,415}$	237°
16	$\frac{n}{3} (\lg(m+2) - \operatorname{tg}(n))^2$	$6,178$	20°	$-2,246 \cdot 10^{-2}$	$1,146$
17	$m^3 \operatorname{ctg}(n) \sqrt{\sin^4 n - \cos^4 n}$	$10,6$	50°	$e^{2,3}$	1
18	$\frac{m^2 \sqrt{3}}{4} (\sin n + \cos n)^4$	$5,08$	25°	$\ln 1,37$	$\frac{12}{25}\pi$
19	$\frac{\sqrt{\pi}}{3} \cdot \frac{1}{(\operatorname{ctg}(m) + \operatorname{ctg}(n))^2}$	51°	39°	$0,643$	$\frac{\pi}{7}$
20	$\lg\left(3^{m^2-m-9} + \frac{8}{27}\right)$	$e^{1,648}$	-	$\operatorname{tg}(1,21)$	-

3. Виконати такі дії:

- а) число z_1 , що задане в алгебраїчній (експоненціальній) формі, перевести в експоненціальну (алгебраїчну) форму;
- б) обчислити заданий вираз; результат записати в експоненціальній формі.

В табл.1.3. наведені варіанти завдань.

Таблиця 1.3. Комплексні числа та вираз для обчислення

№ варіанту	Комплексне число				Вираз
	z_1	z_2	z_3	z_4	
1	$4 + 3i$	$2,7e^{i\pi/12}$	$1,82e^{-1,2i}$	$\sqrt{3} - 2i$	$z_1^2 \cdot z_2 : z_3 + z_4$
2	$0,8 - 2i$	$3,08e^{i7\pi/12}$	$8,01e^{2i}$	$-5 + \sqrt{2}i$	$z_1^2 : z_2 + z_3 - z_4$
3	$-0,7 + 4i$	$1,74e^{i0,3\pi}$	$3 + 4i$	$2,1e^{-2,3i}$	$\sqrt{z_1 : z_2} \cdot z_3 + z_4$
4	$-3 - 2i$	$3,21e^{15^\circ i}$	$1,2 + 3i$	$2,71e^{-78^\circ i}$	$\sqrt{z_1 \cdot z_2} : z_3 + z_4$
5	$2,71e^{i\pi/12}$	$-0,7 + 4i$	$1,31e^{-i5\pi/12}$	$-8 - 3i$	$\sqrt{z_1} : z_2 \cdot z_3 - z_4$
6	$3,08e^{i7\pi/12}$	$-3 - 2i$	$2,03e^{i4\pi/13}$	$\sqrt{3} + \sqrt{2}i$	$(z_1 + z_2)^4 \cdot z_3 : z_4$
7	$1,74e^{i0,3\pi}$	$0,8 - 2i$	$3,28e^{-1,2i}$	$\sqrt{3} - \sqrt{2}i$	$(\sqrt{z_1} + z_2) \cdot z_3 : z_4$
8	$3,21e^{15^\circ i}$	$4 + 3i$	$\sqrt{3} - 4i$	$1,23e^{111^\circ i}$	$(z_1 - z_2)^3 \cdot z_3 + z_4$
9	$1 + i\pi/2$	$1,2e^{107^\circ i}$	$0,8 - 2i$	$2,5e^{14^\circ i}$	$(z_1 : z_2 + z_3)^3 \cdot z_4$
10	$\sqrt{5} - i$	$0,7e^{1,7i}$	$1,2e^{0,9i}$	$-3 - 2i$	$(z_1 : z_2 + z_3)^2 \cdot z_4$
11	$0,19 - 3,94i$	$0,3e^{-107^\circ i}$	$-0,7 + 4i$	$1,5e^{23^\circ i}$	$\sqrt[3]{z_1 + z_2 - z_3} \cdot z_4$
12	$-1 + \sqrt{5}i$	$2,1e^{211^\circ i}$	$0,4e^{32^\circ i}$	$4 + 3i$	$\sqrt[3]{z_1} \cdot z_2 : z_3 + z_4$
13	$-\sqrt{3} - 4i$	$-1,25e^{-0,8i}$	$-3 - 2i$	$0,75e^{0,7i}$	$(\sqrt[3]{z_1 \cdot z_2} + z_3) : z_4$
14	$1,2e^{1,7i}$	$0,18 - 3,9i$	$0,71e^{4i}$	$0,8 - 2i$	$(\sqrt[3]{z_1 : z_2} + z_3) \cdot z_4$
15	$0,3e^{-97^\circ i}$	$-1 + \sqrt{5}i$	$-0,7 + 4i$	$5,2e^{71^\circ i}$	$(\sqrt{z_1 \cdot z_2} - z_3) : z_4$
16	$1,25e^{0,6i}$	$-\sqrt{3} + 4i$	$4 + 3i$	$2,5e^{3,8i}$	$(\sqrt{z_1 : z_2} - z_3) \cdot z_4$
17	$1,05e^{-0,4i}$	$\sqrt{5} - i$	$2,7e^{0,8i}$	$0,7 + 4i$	$\sqrt{(z_1 : z_2 + z_3) \cdot z_4}$

Продовження табл. 1.3

№ варіанту	Комплексне число				Вираз
	z_1	z_2	z_3	z_4	
18	$2,1e^{73^\circ i}$	$1 + i\pi/2$	$\sqrt{2} + \sqrt{3}i$	$1,93e^{192^\circ i}$	$\sqrt{(z_1 \cdot z_2 + z_3) : z_4}$
19	$2,7 + 0,8i$	$2e^{-\sqrt{3}i}$	$0,81e^{i\pi/7}$	$-\sqrt{2} - \sqrt{3}i$	$\sqrt{(z_1 + z_2) : z_3 \cdot z_4}$
20	$-0,8 + 2,7i$	$-2e^{\sqrt{3}i}$	$0,9e^{i5\pi/7}$	$3,1 - 2,1i$	$\sqrt{(z_1 + z_2) \cdot z_3 : z_4}$

4. Провести обчислення по заданій формулі при заданих значеннях параметрів.

Формула для обчислення для віх варіантів наступна

$$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0.$$

Параметри, що входять до формули відповідно до кожного варіанту приведені в табл.1.4.

Таблиця 1.4. Параметри, що входять до заданої формули

№ варіанту	Параметри		
	a	b	c
1	0,56	$1,2 \cdot 10^{-4}$	4,08
2	1,0	0,1	100
3	$4,2 \cdot 10^3$	$8,03 \cdot 10^{-4}$	1,06
4	$7,1 \cdot 10^3$	$9,4 \cdot 10^4$	$8,3 \cdot 10^{10}$
5	5,09	4,32	256
6	8,3	5,34	693
7	27	27	1276
8	3,08	0,2	30
9	5,3	10,6	876
10	0,45	0,034	121
11	4,3	10,7	$3,4 \cdot 10^3$
12	13	0,8	287
13	6,035	5,2	875

Продовження табл. 1.4

<i>№ варіанту</i>	<i>Параметри</i>		
	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
14	2,3	7,9	324
15	1,0	0,02	16,57
16	1,3	0,56	18,8
17	0,13	0,056	1,8
18	17	12	956
19	0,085	1,0	$1,3 \cdot 10^3$
20	1,2	0,32	15

Комп'ютерний практикум №2

ОПЕРАЦІЇ З ВЕКТОРАМИ ТА МАТРИЦЯМИ

Мета роботи: вивчення способів об'єктно-орієнтованої обробки двовірних масивів в системі MATLAB для складання «магічних» квадратів, які є популярним прикладом крос-сум теорії чисел. Крім того, потрібно оволодіти способами модифікації матриць та операціями над ними.

1. Програма роботи

1. Погодити з викладачем варіант завдання.
2. За допомогою системи MATLAB та згідно з інструкціями, які викладені в пункті 2 «Методичні вказівки щодо виконання роботи» (див. нижче), виконати обчислення прикладів наведених в підпунктах 1-4 пункту 2.
3. Після перевірки викладачем виконаного завдання потрібно зберегти файл з протоколом виконуваних операцій та отриманими відповідями на диск.

2. Методичні вказівки щодо виконання роботи

Кращий спосіб розпочати роботу з MATLAB – це навчитися поводитися з матрицями. В MATLAB матриця – це прямокутний масив чисел. Особливе значення надається матрицям 1×1 , які є скалярами, і матрицям, що мають один стовець або один рядок – векторам. MATLAB використовує різні способи для зберігання чисельних і не чисельних даних, проте спочатку краще всього розглядати усі дані як матриці. MATLAB влаштований так, щоб усі операції в ньому були як можна природнішими. Тоді як інші програмні мови працюють з числами як елементами мови, MATLAB дозволяє швидко і легко оперувати з цілими матрицями.

MATLAB – система, спеціально призначена для проведення складних обчислень з векторами, матрицями і масивами. При цьому вона за умовчанням припускає, що кожна задана змінна – це вектор, матриця або масив. Усе визначається конкретним значенням змінної.

Введення **векторів** здійснюється у виді:

$V = [x1 \ x2 \ x3]$

де V – ім'я вектору, $x1 \ x2 \ x3$ – значення елементів вектору, які розміщені в квадратних дужках і відокремлені один від одного пропусками або комами.

Наприклад, запис рядка

$V = [1.2 \ -0.3 \ 1.2e-5]$

Довгий вектор можна вводити частинами, які потім можна об'єднати за допомогою операції об'єднання векторів в рядок:

$V = [v1 \ v2]$

Наприклад,

$v1 = [1 \ 2 \ 3]; \ v2 = [4 \ 5 \ 6]; \ V = [v1 \ v2]$

Так вводяться вектори-рядки. Вектор-стовпець вводиться аналогічно, але значення елементів відділяються знаком ";".

Для формування **впорядкованих числових послідовностей** використовується оператор ":"

Якщо позначити: nz – початкове значення цієї прогресії (значення першого елементу вектору); kz – кінцеве значення прогресії (значення останнього елементу вектору); h – різниця прогресії (крок), то вектор можна ввести за допомогою короткого запису

$V = nz : h : kz$

Наприклад,

$V = -0.1 : 0.3 : 1.4$

Якщо крок прогресії не вказаний, то він за умовчанням приймається рівним одиниці.

Наприклад, команда

`>>-2.1:5`

призводить до формування такого вектору

`ans = -2.1000 -1.1000 -0.1000 0.9000 1.9000 2.9000 3.9000 4.9000`

Завдання **матриці** вимагає вказівки декількох рядків. Для розмежування рядків використовується знак «;» (крапка з комою). Цей же знак у кінці введення запобігає виведенню матриці або вектору (і взагалі результату будь-якої операції) на екран дисплея.

Так, введення

`>> M=[1 2 3; 4 5 6; 7 8 9];`

задає квадратну матрицю, яку можна вивести:

`>> M`

`M =`

1	2	3
4	5	6
7	8	9

Можливе також введення елементів матриць і векторів у вигляді арифметичних виразів, що містять будь-які доступні системні функції

Приклад:

```
>> V=[2+2/(3+4)    exp(5)    sqrt(10)]
V =
2.2857    148.4132    3.1623
```

Деякі функції MATLAB, що дозволяють формувати вектору і матриці певного виду:

zeros(M, N) – створює матрицю розміром з нульовими елементами;

ones(M, N) – створює матрицю розміром з одиничними елементами;

eye(M, N) – створює одиничну матрицю розміром (M*N), т. е. з одиницями по головній діагоналі і іншими нульовими елементами;

rand(M, N) – створює матрицю розміром (M*N) з випадкових чисел, рівномірно розподілених в діапазоні від 0 до 1;

randn(M, N) – створює матрицю розміром (M*N) з випадкових чисел розподілених за нормальним (гаусу) законом з нульовим математичним очікуванням і стандартним (середньоквадратичним) відхиленням, рівним одиниці;

magic(N) – створює матрицю розміром (N*N) у якій сума усіх рядків, стовпців і діагоналей дорівнює одному і тому ж числу;

tril(A) – утворює нижню трикутну матрицю на основі матриці A шляхом обнулення її елементів вище за головну діагональ;

triu(A) – утворює верхню трикутну матрицю на основі матриці A шляхом обнулення її елементів нижче головної діагоналі;

diag(A) – формує або виймає діагональ матриці A.

Вставка та виймання частин матриць. Звернення до будь-якого елемента заданої матриці здійснюється шляхом вказівки (у дужках, через кому) після імені матриці двох цілих позитивних чисел, які визначають відповідно номери рядка і стовпця матриці, на перетині яких розташований цей елемент.

Нехай маємо деяку матрицю A:

```
>> A=[ 1 2 3 4; 5 6 7 8; 9 10 11 12]
A =
1     2     3     4
5     6     7     8
9    10    11    12
```

Тоді отримати значення елемента цієї матриці, розташованого на перетині другого рядка з третім стовпцем, можна таким чином:

```
>> A(2,3)
ans = 7
```

Якщо потрібно, навпаки встановити на це місце деяке число, наприклад, π , то це можна зробити так:

```
>> A(2, 3) = pi;
```

Якщо треба витягнути з матриці рядок або стовпець, то необхідно застосовувати оператор двокрапка ":".

Приклад: нехай треба створити вектор V1, що складається з елементів третього стовпця матриці A. Для цього виконаємо такі дії:

```
>> V1 = A(:, 3)
V1 =
3.0000
7.0000
11.0000
```

Допустимо, що необхідно з матриці A утворити матрицю розміром (2×2) , яка складається з елементів лівого нижнього кута матриці A. Тоді роблять так:

```
>> B = A(2:3, 1:2)
B =
5 6
9 10
```

Об'єднання малих матриць у велику. Описаний спосіб завдання матриць дозволяє виконати операцію *конкатенації* – об'єднання малих матриць у велику.

Існує *горизонтальна* і *вертикальна* конкатенація.

Горизонтальна конкатенація – це об'єднання декількох матриць-блоків A1, A2,... AN з однаковою кількістю рядків.

$$A = [A1, A2, \dots, AN]$$

Вертикальна конкатенація – це об'єднання декількох матриць-блоків за умови, що усі складені блоки-матриці мають однакову кількість стовпців. При цьому, для відокремлення блоків замість коми використовується ";".

$$A = [A1; A2; \dots ; AN]$$

Наприклад, створимо спочатку магічну матрицю розміру 3x3:

```
>> A=magic(3)
```

A=

8	1	6
3	5	7
4	9	2

Тепер можна побудувати матрицю, що містить чотири матриці:

```
>> B=[A A+16; A+32 A+16]
```

B =

8	1	6	24	17	22
3	5	7	19	21	23
4	9	2	20	25	18
40	33	38	24	17	22
35	37	39	19	21	23
36	41	34	20	25	18

Отримана матриця має вже розмір 6х6. Обчислимо суму її стовпців :

```
>>sum(B)
```

ans =

126	126	126	126	126	126
-----	-----	-----	-----	-----	-----

А для обчислення суми рядків використовуємо команду

```
>>sum(B')
```

ans =

78	78	78	174	174	174
----	----	----	-----	-----	-----

Тут запис B' означає транспонування матриці B, т. е. заміну рядків стовпцями.

Обчислення коренів системи лінійних алгебраїчних рівнянь матричним способом.

Якщо матричне рівняння має вигляд:

$$A * X = B$$

то для знаходження коренів рівняння $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ необхідно знайти обернену матрицю A за допомогою команди **inv** (`>>inv(A)`), а потім помножити її на матрицю B.

```
>>X = inv(A)*B
```

Також, можна використати операцію правобічного ділення, яка аналогічна вищевказаному виразу. Тобто

```
>>X = A\B
```

Приклад: необхідно знайти корені системи лінійних алгебраїчних рівнянь:

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 14$$

$$2x_1 - x_2 - 5x_3 = -15$$

$$x_1 - x_2 - x_3 = -4$$

Для пошуку коренів необхідно виконати такі операції:

```
>> A = [ 1 2 3; 2 -1 -5; 1 -1 -1]
```

```
A =
```

```
1 2 3
```

```
2 -1 -5
```

```
1 -1 -1
```

```
>> B = [ 14;-15;-4]
```

```
B =
```

```
14
```

```
-15
```

```
-4
```

```
>> x = A \ B
```

```
x =
```

```
1
```

```
2
```

```
3
```

Таким чином, маємо наступні корені: $x_1 = 1$, $x_2 = 2$, $x_3 = 3$.

Завдання:

1. Обчислити значення функції $f(x)$ на проміжку $[a; b]$ з кроком h . В табл.2.1. наведені варіанти завдань.

Таблиця 2.1. Функція $f(x)$ та параметри, які до неї входять

№ варіанту	Функція $f(x)$	Параметри		
		a	b	h
1	$\frac{x^2}{1 + 0,25\sqrt{x}}$	1,1	3,1	0,2
2	$\frac{x^3 - 0,3x}{\sqrt{1 + 2x}}$	2,05	3,05	0,1

Продовження табл. 2.1

№ варіанту	Функція $f(x)$	Параметри		
		a	b	h
3	$\frac{2e^{-x}}{2\pi + x^3}$	0	1,6	0,16
4	$\frac{\cos \pi x^2}{\sqrt{1-3x}}$	-1	0	0,1
5	$\sqrt{1+4x} \cdot \sin \pi x$	0,1	0,8	0,05
6	$\frac{e^{x/3}}{1+x^2}$	1,4	2,4	0,1
7	$e^{-2x} + x^2 - 1$	0,25	2,25	0,25
8	$(e+x) \cdot \sin(\pi\sqrt{x-1})$	1,8	2,8	0,1
9	$\sqrt{3+2x} \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi x^3}{2}$	0,1	0,9	0,08
10	$\sqrt{2+3x} \cdot \ln(1+3x^2)$	-0,1	0,9	0,1
11	$\sqrt[3]{x^2+3} \cdot \cos \frac{\pi x}{2}$	1	2,5	0,15
12	$(4+7x) \cdot \sin(\pi\sqrt[3]{1+x})$	0	7	0,7
13	$e^{-x^2}(1+3x-x^2)$	0	2	0,2
14	$x^3 - 3x + \frac{8}{\sqrt{1+x^2}}$	0	1,7	0,17
15	$\sqrt{\frac{e^{\sqrt{2}\pi x} - e^{-\sqrt{2}\pi x}}{2}}$	0	1,2	0,12
16	$\sqrt{\frac{e^{x/\sqrt{2}\pi} - e^{-x/\sqrt{2}\pi}}{2}}$	0,5	1,5	0,1
17	$\frac{x^3 + 2x}{\sqrt{1+e^x}}$	-0,2	0,8	0,1

Продовження табл. 2.1

№ варіанту	Функція $f(x)$	Параметри		
		a	b	h
18	$\sqrt{1+2x^2} \cdot \sin \frac{3x}{2}$	2	4	0,2
19	$\sqrt{3x^2+5} \cdot \cos \frac{\pi x}{2}$	0,5	1,5	0,1
20	$\arccos(e^{-\sqrt[3]{3x}})$	0,2	0,5	0,03

2. Виконати операції з матрицями згідно власного варіанту завдання.

Варіанти 1, 7, 13, 19. Видалити з матриці **A** третій стовпець, а з матриці **B** другий рядок. В матриці **A** змінити значення елемента з координатами (2, 1) на 6. Розрахувати суму рядків, стовпців та діагоналі матриці **B**.

$$A = \begin{bmatrix} 7 & 2 & 5 \\ 10 & 4 & 6 \\ 3 & 5 & 9 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 5 & 9 & 0 \\ 3 & 12 & 4 \\ 1 & 4 & 7 \end{bmatrix}.$$

Варіанти 2, 8, 14. Задати «магічну» матрицю **A** розміром 4×4 . Створити матрицю **B** кожний елемент якої є синусом відповідного елемента «магічної» матриці **A**. Розрахувати суму рядків, стовпців та діагоналі отриманої матриці **B**.

Варіанти 3, 9, 15. Видалити перший рядок і третій стовпець «магічної» матриці **M** розміром 4×4 . Отриману матрицю скласти з матрицею **A** в якій заздалегідь необхідно обернути рядки в стовпці, а стовпці в рядки.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 4 & 3 & 9 \\ 21 & 3 & 2 \end{bmatrix}.$$

Варіанти 4, 10, 16, 20. Об'єднати в одну матрицю «магічну» матрицю **A** розміром 3×3 , матрицю $B = A \cdot 5$, матрицю **C** і матрицю $D = C + 4$ таким чином, щоб отримана матриця мала розмірність 6×6 . В одержаній матриці замінити елемент з координатами (3, 4) на 100.

$$C = \begin{bmatrix} 5 & 2 & 7 \\ 7 & 4 & 12 \\ 1 & 3 & 9 \end{bmatrix}.$$

Варіанти 5, 11, 17. Обчислити результат добутку елементу матриці M з координатами $(2, 3)$ на синус значень першого стовпця цієї ж матриці

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 9 \\ 5 & 4 & 7 & 3 \\ 7 & 9 & 0 & 5 \end{bmatrix}.$$

Варіанти 6, 12, 18. Скласти матрицю X , кожний елемент якої є комплексним числом, причому дійсна складова береться з матриці A , а уявна з матриці B . Знайти модуль і фазу елемента матриці X з координатами $(3, 3)$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 7 \\ 10 & 4 & 5 \\ 3 & 8 & 9 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 12 & 7 & 4 \\ 2 & 5 & 9 \\ 1 & 4 & 7 \end{bmatrix}.$$

3. Виконати операції з матрицями згідно власного варіанту завдання.

Варіанти 1, 7, 13, 19. Створити матрицю A з нульовими елементами розміром 5×5 та одиничну матрицю B розміром 2×3 . Замінити верхню центральну частину матриці A елементами матриці B .

Варіанти 2, 8, 14, 20. Створити матрицю A з випадковими елементами розміром 4×5 . Переставити стовпці відносно вертикальної осі, а рядки переставити відносно горизонтальної осі.

Варіанти 3, 9, 15. Створити матрицю A розміром 3×6 з випадковими, що розподілені по закону Гауса. Повернути цю матрицю проти годинникової стрілки на 90° .

Варіанти 4, 10, 16. Створити матрицю A розміром 2×4 з одиницями по головній діагоналі та всіма іншими елементами – нулями. Змінити розмір матриці на 8×1 .

Варіанти 5, 11, 17. На основі матриці M утворити нижню трикутну матрицю і повернути її проти годинникової стрілки на 90° .

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 5 & 4 & 7 \\ 7 & 9 & 0 \\ 0 & 4 & 5 \end{bmatrix}.$$

Варіанти 6, 12, 18. Створити матрицю A в якій головною діагоналлю є вектор $V = [2 \ 3 \ 6 \ -4]$. Обернути отриману матрицю.

4. Розв'язати систему рівнянь. Параметри системи для кожного варіанту вказані в табл. 2.2

$$\begin{cases} \alpha_1 x + \beta_1 y + \gamma_1 z = d_1 \\ \alpha_2 x + \beta_2 y + \gamma_2 z = d_2 \\ \alpha_3 x + \beta_3 y + \gamma_3 z = d_3 \end{cases}$$

Таблиця 2.2. Параметри системи рівнянь

№ варіанту	Параметри											
	α_1	α_2	α_3	β_1	β_2	β_3	γ_1	γ_2	γ_3	d_1	d_2	d_3
1	2	-5	12	3	7	-8	-8	3	-5	4	1	3
2	12	5	2	4	-8	6	-5	1	-8	8	1	3
3	4	2	5	-2	7	-9	-3	1	3	-3	2	4
4	14	16	12	-4	-2	-7	7	-7	4	11	7	22
5	3	11	17	7	2	-8	-9	-6	5	7	11	14
6	4	-8	7	5	-10	18	-19	-7	4	21	8	17
7	5	4	8	-8	12	-15	19	6	-4	2	8	13
8	15	11	-19	3	-7	12	5	-8	5	12	10	8
9	3	23	5	5	12	-8	-17	-9	6	8	-18	7
10	6	9	6	11	-8	5	-15	-7	4	12	9	9
11	14	7	5	11	-12	-8	-19	-5	12	13	8	17
12	2	4	22	4	12	8	-12	-9	10	12	3	19
13	5	3	5	12	11	-7	-18	-11	8	12	6	15
14	15	3	5	11	12	-5	10	-12	10	8	13	7
15	6	14	5	9	-8	-9	-9	-7	14	12	7	13
16	4	5	7	-8	2	-18	-10	-1	4	21	8	17
17	2	7	12	4	12	-8	9	-11	12	10	5	11
18	-19	12	5	5	14	4	-7	11	7	6	12	7
19	22	12	-29	4	2	4	-8	-7	4	12	8	14
20	-8	7	3	4	-5	-8	2	5	12	8	1	3

Комп'ютерний практикум №3

РОБОТА З ПОЛІНОМАМИ

Мета роботи: ознайомлення з командами та правилами роботи з поліноміальними виразами в системі MATLAB. Знайомства зі способами знаходження коренів рівнянь різних ступенів за допомогою поліноміальних функцій MATLAB. Огляд деяких функцій лінійної алгебри.

1. Програма роботи

1. Погодити з викладачем варіант завдання.
2. За допомогою системи MATLAB та згідно з інструкціями, які викладені в пункті 2 «Методичні вказівки щодо виконання роботи» (див. нижче), виконати обчислення прикладів наведених в підпунктах 1 та 2 пункту 2.
3. Після перевірки викладачем виконаного завдання потрібно зберегти файл з протоколом виконуваних операцій та отриманими відповідями на диск.

2. Методичні вказівки щодо виконання роботи

Поліном (багаточлен) визначається наступним виразом:

$$P(x) = a_n \cdot x^n + \dots + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0$$

У системі MATLAB поліном задається і зберігається у вигляді вектору, елементами якого є коефіцієнти полінома від n до 0 у вказаному порядку:

$$P = [a_n \quad \dots \quad a_2 \quad a_1 \quad a_0]$$

Введення полінома в MATLAB здійснюється так само, як і введення вектору завдовжки $n+1$, де n – порядок полінома.

Множення та ділення поліномів. Добутком двох поліномів зі степенями n і m відповідно називають поліном степеню $n+m$, коефіцієнти якого визначаються простим добутком відповідних за номером коефіцієнтів обох поліномів.

conv(p1, p2) – функція множення поліномів;

deconv(p1, p2) – функція ділення поліномів.

Приклад. Знайдемо поліном p , який є добутком поліномів $p1$ і $p2$. Після цього поділимо одержаний поліном p на поліном $p1$.

```
>>p1=[1 2 3]; p2=[1 2 3 4 5 6];
```

```
>>p=conv(p1,p2)
```

```
p = 1 4 10 16 22 28 27 18
```

```
>>deconv(p,p1)
```

```
ans = 1 2 3 4 5 6
```

Пошук коренів полінома.

$roots(p)$ – функція обчислює вектор, елементи якого є коренями заданого полінома p .

$poly(r)$ – зворотна операція – побудова вектору коефіцієнтів полінома по заданому вектору його коренів.

Приклад. Нехай потрібно знайти корені полінома

$$p = x^5 + 8x^4 + 31x^3 + 80x^2 + 94x + 20$$

```
>>p=[1 8 31 80 94 20];
```

```
>>r=roots(p)
```

```
ans =
```

```
-1.0000 + 3.0000i
```

```
-1.0000 - 3.0000i
```

```
-3.7321
```

```
-2.0000
```

```
-0.2679
```

$polyval(p, x)$ – функція обчислення значення полінома по заданому значенню його аргументу. Тут p – заданий вектор коефіцієнтів полінома, а x – задане значення аргументу.

Приклад. Знайдемо значення полінома із попереднього прикладу при $x=2$.

```
>>p=[1 8 31 80 94 20]; x=2;
```

```
>>y=polyval(p,x)
```

```
y = 936
```

$polyder(p)$ – функція здійснює обчислення похідної від полінома.

Приклад:

```
>>p=[1 8 31 80 94 20];
```

```
>>dp = polyder(p)
```

```
dp = 5 32 93 160 94
```

Деякі функції лінійної алгебри.

$rank(A)$ – обчислює ранг матриці;

$det(A)$ – обчислює визначник квадратної матриці;

$trace(A)$ – обчислює слід матриці A , рівний сумі її діагональних елементів;

$orth(A)$ – видає ортонормований базис матриці;

$rref(A)$ – здійснює приведення матриці до трикутного виду.

$inv(A)$ – здійснює обернення матриці;

$poly(A)$ – визначення характеристичного полінома матриці A .

$eig(A)$ – обчислення власних значень і власних векторів матриці, тобто коренів характеристичного полінома матриці.

Завдання:**1.** Це завдання однакове для всіх варіантів.

Створити матрицю розміром 5×5 з довільними елементами. На основі створеної матриці потрібно:

- визначити ранг матриці;
- координати найменшого елементу;
- визначник матриці; у разі, якщо визначник виявиться рівним нулю, або занадто малим, змінить деякі елементи матриці і повторіть обчислення;
- знайти зворотну матрицю; перевірити правильність шляхом обернення зворотної матриці;
- обчислити характеристичний поліном матриці;
- визначити корені характеристичного полінома матриці; розсортувати корені в порядку зростання величин;
- знайти власні значення матриці; порівняєте з раніше знайденими коренями характеристичного полінома;
- визначити слід матриці.

2. Задана передавальна функція певної системи.

$$D(p) = \frac{K(p)}{Q(p)}.$$

Значення чисельника $K(p)$ та знаменника $Q(p)$ передавальної функції для кожного варіанту наведені в табл. 3.1.

Необхідно:

- 1) Знайти корені знаменника передавальної функції;
- 2) Замінити p на $j\omega$ (де під ω розуміється частота певного гармонічного сигналу) у виразах чисельника і знаменника. З виразу знаменника $Q(j\omega)$ виокремити уявну частину і прирівнявши її до нуля ($\text{Im}(Q(j\omega)) = 0$) знайти корені. Максимальне позитивне значення кореня вважати власною частотою системи $\omega_{\max}$.
- 3) Обчислити частотну передавальну функцію $D(j\omega)$ при 25 значеннях частоти ω у діапазоні від 0 до $5\omega_{\max}$ по заданому чисельнику і знаменнику передавальної функції.
- 4) Обчислити вектори:
 - модуля частотної передавальної функції (ЧПФ);
 - аргументу ЧПФ;
 - дійсної частини ЧПФ;
 - уявної частини ЧПФ.

Таблиця 3.1. Чисельник та знаменник передавальної функції $D(p)$

№ варіанту	Чисельник $K(p)$	Знаменник $Q(p)$
1	$1,82p + 67,56$	$p^4 + 2,65p^3 + 3,09p^2 + 7,04p + 34,05$
2	$4,61p^2 + 1,82p + 67,56$	$p^4 + 3,65p^3 + 45p^2 + 7,04p + 125$
3	$p^2 + 4p + 23$	$p^4 + 2p^3 + 39p^2 + 2p + 45$
4	$3p^2 + 1,82p + 67,56$	$p^3 + p^2 + 7,04p + 34,05$
5	$p + 6$	$0,3p^3 + 1,4p^2 + 0,7p + 4$
6	$p^3 + 4,61p^2 + 1,82p$	$2,65p^3 + 3p^2 + 4p + 87$
7	$p^3 + 4,61p^2 + 1,82p + 67,56$	$p^4 + 2,65p^3 + 68p^2 + 5p + 34$
8	$4,61p^2 + 68$	$0,9p^4 + 2,65p^3 + 2p^2 + 6p + 34,05$

Продовження табл. 3.1

№ варіанту	Чисельник $K(p)$	Знаменник $Q(p)$
9	$7,56p + 3$	$2p^4 + 4,1p^3 + 3,5p^2 + 7p + 34,2$
10	$p^3 + 1,8p + 7$	$0,7p^4 + 6p^3 + 18p^2 + 7p + 45$
11	$3,6p^2 + 1,82p + 41$	$p^3 + 3,09p^2 + 12p + 14$
12	$p^2 + 1,9p + 17$	$6,5p^3 + 3,29p^2 + 3,8p + 27$
13	$0,4p^3 + 2,3p + 8$	$p^4 + 2,4p^3 + 3,2p^2 + 5p + 34$
14	$7p^2 + 7p + 21$	$p^3 + 6,2p^2 + 1,4p + 53$
15	$2,8p^2 + 4,87p + 30,12$	$p^3 + 7,04p^2 + 3,54p + 57$
16	$2,98p + 43$	$1,03p^3 + p^2 + 4,14p + 24$
17	$p^2 + 2p$	$2p^3 + 3,07p^2 + 7,8p + 124$
18	$1,13p + 5$	$0,85p^3 + 5,1p^2 + 9p + 42$
19	$7p^2 + 0,2p + 1$	$7p^3 + 11p^2 + 9,3p + 29$
20	$p^3 + 67,41$	$p^4 + 2,94p^3 + 7,21p^2 + 5,3p + 33$

Комп'ютерний практикум №4

ОБРОБКА ДАНИХ

Мета роботи: ознайомитись з командами обробки масивів даних в системі MATLAB. Знайомства зі способами диференціювання та інтегрування, а також апроксимації, інтерполяції та спектрального аналізу даних.

1. Програма роботи

1. Погодити з викладачем варіант завдання.
2. За допомогою системи MATLAB та згідно з інструкціями, які викладені в розділі «Загальні відомості про систему MATLAB», а також в пункті 2 «Методичні вказівки щодо виконання роботи» (див. нижче), виконати обчислення прикладів наведених в підпунктах 1–5 пункту 2.
3. Після перевірки викладачем виконаного завдання потрібно зберегти файл з протоколом виконуваних операцій та отриманими відповідями на диск.

2. Методичні вказівки щодо виконання роботи

В системі MATLAB є велика кількість команд та засобів для обробки масивів числових даних. Перелічимо ці засоби та наведемо ряд прикладів.

Нехай маємо масив даних Y , що складається з двох рядків та п'яти стовпців:

```
>> Y=[1 2 3 4 5; 3 4 2 1 7]
Y =
     1     2     3     4     5
     3     4     2     1     7
```

Якщо необхідно з'ясувати розмірність певного масиву даних та (можливо) використати ці дані для якогось обчислення, то можна скористатися наступною функцією:

$size(Y)$ – функція, призначена для визначення числа рядків і стовпців матриці Y . Вона формує вектор $[n, p]$, що містить ці величини:

```
>> [n, p] = size(Y)
n = 2
p = 5
```

Наведемо ряд інших функцій:

$\max(V)$ – функція, де V – деякий вектор, видає значення максимального елементу цього вектору. Аналогічно, функція $\min(V)$ визначає мінімальний елемент вектору V .

$\text{mean}(V)$ і $\text{std}(V)$ – функції, які визначають, відповідно середнє значення і середньоквадратичне відхилення від нього значень елементів вектору V .

$\text{sort}(V)$ – функція сортування, формує вектор, елементи якого розташовані в порядку зростання їх значень.

$\text{sum}(V)$ – обчислює суму елементів вектору V .

$\text{prod}(V)$ – видає твір усіх елементів вектору V .

$\text{cumsum}(V)$ – формує вектор того ж типу і розміру, будь-який елемент якого є сумою усіх попередніх елементів вектору V (вектор кумулятивної суми).

$\text{cumprod}(V)$ – створює вектор елементи якого є твором усіх попередніх елементів вектору V .

Також, в системі MATLAB передбачені інші математичні функції:

$\text{diff}(V)$ – функція чисельного диференціювання, створює вектор, який має розмір на одиницю менший від розміру вектору V , елементи якого є різницею між сусідніми елементами вектору V .

Приклад:

```
>>v=[1 0.1 0.5 0.1 0.1 0.4];
>>diff(v)
- 0.9000 0.4000 -0.4000 0 0.3000
```

Зауважимо, що знайдене значення не є похідною в канонічному розумінні. Це лише різниця між сусідніми елементами вектору. Для знаходження реальної похідної $y'(t)$ необхідно знайдене вище значення поділити на крок Δt .

$\text{trapz}(x, y)$ – чисельна інтеграція методом трапецій – обчислення площі під графіком функції $y(x)$, в якому сусідні точки, задані векторами x і y , сполучені відрізками прямих. Якщо перший вектор x не вказаний в зверненні, за умовчанням допускається, що крок інтеграції дорівнює одиниці.

Приклад. Вчислимо інтеграл від функції $y = \sin(x)$ в діапазоні від 0 до π (його точне значення дорівнює 2).

```
>>x = 0: pi/100: pi;
>>y = sin(x);
>>trapz(x, y)
1.9998
```

Апроксимація та інтерполяція даних.

$\text{polyfit}(X, Y, n)$ – поліноміальна апроксимація даних, які сформовані як деякий вектор Y , при деяких значеннях аргументу, які утворюють вектор X тієї ж довжини, що і вектор Y . Тут n – порядок апроксимуючого полінома.

Результатом дії цієї процедури є вектор завдовжки $(n + 1)$ з коефіцієнтів апроксимуючого полінома.

Приклад:

```
>>x = [1 2 3 4 5 6 7 8];  
>>y = [-1.1 0.2 0.5 0.8 0.7 0.6 0.4 0.1];  
>>polyfit(x, y, 2)  
ans = -0.1024 1.0357 -1.7750
```

Це означає, що задана залежність була апроксимована рівнянням 2-го порядку (параболою).

$$y(x) = -0,1024x^2 + 1,0357x - 1,775.$$

Одновимірну табличну інтерполяцію здійснює процедура *interp1*.

Звернення до неї в загальному випадку має вигляд:

$$Y_i = \text{interp1}(X, Y, X_i, \text{'метод'})$$

і дозволяє додатково вказати метод інтерполяції в четвертому входному аргументі:

'nearest' – ступінчаста інтерполяція;

'linear' – лінійна;

'cubic' – кубічна;

'spline' – кубічними сплайнами.

Якщо метод не вказаний, здійснюється за умовчанням *лінійна* інтерполяція.

Приклад. Задамо значення x та y такі ж як і в попередньому прикладі. Знайдемо значення функції y при значенні $x = 4,5$.

```
>> interp1(x, y, 4.5)  
ans =  
0.7500
```

Спектральний аналіз даних.

Теоретичні відомості щодо прямих та зворотних перетворень Фур'є для розкладання певної функції в ряд гармонічних складових докладно викладається в літературі та лекціях. Тому для виконання завдання практикуму лише приведемо приклад програми на мові MATLAB для здійснення подібного обчислення.

```
T=2; % Проміжок часу виміру
h=0.001; % Крок за часом виміри
t=0:h:T; % Часовий діапазон
x=sin(2*pi*5*t)+cos(2*pi*12*t); % Вхідний сигнал
y=fft(x); % Фур'є-зображення вхідного сигналу
Df=1/T; % Крок по частоті
F=1/h; % Максимальна частота
f=0:Df:F; % Формування вектору частот
f1=-F/2:Df:F/2; % Перебудова вектору частот
v=fftshift(y); % Перебудова вектору Фур'є-зображення
a=abs(v); % Модуль перебудованого Фур'є-зображення
N=length(y); % Визначення числа елементів Фур'є-зображення
a=2*abs(v)/N; % Визначення реальних амплітуд гармонік
stem(f1, a); grid % Побудова графіку
```

Результатом є дві гармоніки з амплітудою 1 і частотами 5 та 12Гц.

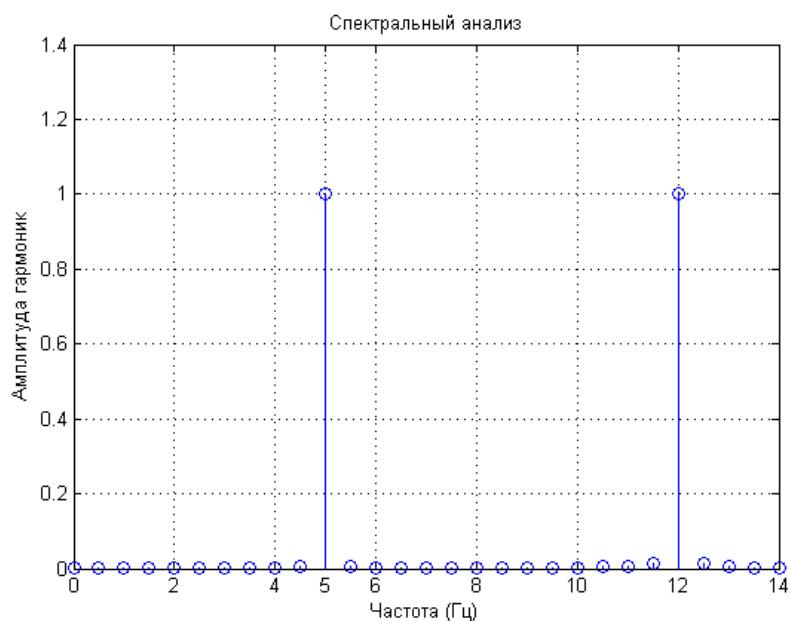


Рис.3.1. Спектр гармонік

Завдання:

1. Знайти похідну від заданої функції. За допомогою функції $plot(x, y)$ (див. стор. 43, 44) зобразити на одному графіку початкову функцію і її похідну для аргументу який змінюється в заданому діапазоні і з заданим кроком. В таблиці 4.1 наведені варіанти завдань.

Таблиця 4.1

№ варіанту	Функція	Діапазон	Крок
1, 6, 11, 16	$\sin(x)$	$[0, 3\pi]$	$\pi/50$
2, 7, 12, 17	$\cos(x)$	$[0, 5\pi]$	$\pi/30$
3, 8, 13, 18	$\lg(x)$	$[1, 20]$	0,01
4, 9, 14, 19	e^{x-5}	$[0, 8]$	0,01
5, 10, 15, 20	$\ln(x)$	$[5, 23]$	0,02

2. Проінтегрувати задану функцію для аргументу який змінюється в заданому діапазоні і з заданим кроком. В таблиці 4.2 наведені варіанти завдань.

Таблиця 4.2

№ варіанту	Функція	Діапазон	Крок
1, 6, 11, 16	x^2	$[0, 5]$	0,025
2, 7, 12, 17	$x + x^3$	$[1, 8]$	0,05
3, 8, 13, 18	x^3	$[2, 5]$	0,01
4, 9, 14, 19	$2x^2 + 5$	$[1, 15]$	0,1
5, 10, 15, 20	$\sin(2x)$	$[0, 5\pi]$	$\pi/100$

3. Для заданої табличної функції $y(x)$ знайти аналітичний вираз використовуючи поліноміальну апроксимацію. Порядок апроксимаційного поліному заданий для кожного варіанту в табл. 4.3.

Функція $y(x)$:

x	1	5	8	11	15	18	22	27	34
y	-12	-20	-6	3	10	12	14	7	1

Таблиця 4.3

<i>№ варіанту</i>	<i>Порядок поліному</i>
1, 6, 11, 16	2
2, 7, 12, 17	3
3, 8, 13, 18	4
4, 9, 14, 19	5
5, 10, 15, 20	6

4. Для заданої табличної функції $y(x)$ знайти значення цієї функції в заданих точках використовуючи певний метод одномірної інтерполяції. Точки в яких потрібно знайти значення функції, а також тип інтерполяції для кожного варіанту наведено в табл. 4.4.

Функція $y(x)$:

x	-8	-5	0	1	6	10	14	20	25
y	5	3	7	11	20	25	12	22	24

Таблиця 4.4

<i>№ варіанту</i>	<i>Точки x_i</i>	<i>Тип інтерполяції</i>
1, 6, 11, 16	-7; -2; 3; 12; 22	linear
2, 7, 12, 17	-6; -1; 0,5; 11; 19	nearest
3, 8, 13, 18	-4; -1.5; 2; 13; 21	cubic
4, 9, 14, 19	-7,5; -3; 5; 11; 23	slpline
5, 10, 15, 20	-6; -4; 6; 13,4; 24	linear

5. Розкласти наведену функцію в заданому діапазоні аргументу на спектр гармонік. Визначити амплітуди і частоти цих гармонік. Варіанти завдань наведені в табл. 4.5.

Таблиця 4.5

№ варіанту	Функція	Діапазон	Крок
1	$2 \sin(x) + 5 \cos(3x)$	$[0, 6,28]$	0,001
2	$3 \sin(2x) + 5 \cos(7x)$	$[0, 12,57]$	0,002
3	$7 \sin(2x) + 5 \cos(4x)$	$[0, 18,85]$	0,001
4	$12 \sin(4x) + 15 \cos(3x)$	$[0, 12,57]$	0,002
5	$11 \sin(2x) + 15 \cos(3x)$	$[0, 18,85]$	0,005
6	$22 \sin(4x) + 15 \cos(3x)$	$[0, 25,13]$	0,005
7	$9 \sin(2x) + 7 \cos(4x)$	$[0, 12,57]$	0,002
8	$6 \sin(6x) + 3 \cos(2x)$	$[0, 18,85]$	0,001
9	$10 \sin(5x) + 12 \cos(3x)$	$[0, 12,57]$	0,002
10	$4 \sin(x) + 8 \cos(4x)$	$[0, 6,28]$	0,001
11	$5 \sin(3x) + 10 \cos(4x)$	$[0, 18,85]$	0,005
12	$4 \sin(5x) + 5 \cos(17x)$	$[0, 25,13]$	0,002
13	$7 \sin(2x) + 4 \cos(8x)$	$[0, 12,57]$	0,001
14	$13 \sin(2x) + 15 \cos(5x)$	$[0, 18,85]$	0,005
15	$11 \sin(x) + 9 \cos(8x)$	$[0, 6,28]$	0,001
16	$18 \sin(5x) + 5 \cos(x)$	$[0, 6,28]$	0,001
17	$9 \sin(2x) + 15 \cos(7x)$	$[0, 12,57]$	0,002
18	$3 \sin(4x) + 7 \cos(12x)$	$[0, 18,85]$	0,005
19	$10 \sin(3x) + 15 \cos(4x)$	$[0, 18,85]$	0,005
20	$17 \sin(2x) + 14 \cos(7x)$	$[0, 25,13]$	0,001

Комп'ютерний практикум №5

ЗАСОБИ ПОБУДОВИ ГРАФІКІВ

Мета роботи: ознайомитись з засобами для побудови дво- та тривимірних графіків в системі MATLAB. Знайомства зі способами спеціальних видів графіків та діаграм.

1. Програма роботи

1. Погодити з викладачем варіант завдання.
2. За допомогою системи MATLAB та згідно з інструкціями, які викладені в пункті 2 «Методичні вказівки щодо виконання роботи» (див. нижче), виконати завдання наведені в підпунктах 1–6 пункту 2.
3. Після перевірки викладачем виконаного завдання потрібно зберегти файл з протоколом виконуваних завдань та отриманими відповідями на диск.

2. Методичні вказівки щодо виконання роботи**Засоби для побудови 2D-графіків.**

$\text{plot}(x1, y1, x2, y2, \dots)$ – функція побудови звичайних 2D-графіків. Тут $x1, y1$ - масиви значень аргументу ($x1$) і функції ($y1$), що відповідають першій кривій графіку; $x2, y2$ - масиви значень аргументу і функції другої кривої і так далі

Приклад. Побудуємо графік функції $y = 3 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ на проміжку $[-3\pi, 3\pi]$ з кроком $\frac{\pi}{100}$.

```
>>x=-3*pi:pi/100:3*pi;
>>y=3*sin(x+pi/3);
>>plot(x,y)
```

Для нанесення координатної сітки в системі MATLAB передбачена команда *grid*, яка вводиться відразу після команди *plot*.

```
>>plot(x,y), grid
```

Результатом є наступний графік, що приведений праворуч.

Для проставлення різних

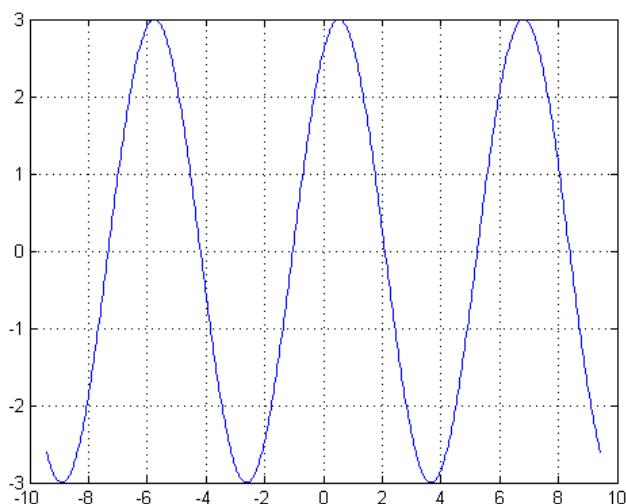


Рис.5.1. Графік побудований за допомогою функції *plot*

написів на отриманому рисунку застосовують функції *title*, *xlabel*, *ylabel*, і *text*. Функція *title* призначена для проставлення назви графіка, *xlabel* – те ж для назви горизонтальної осі, функція *ylabel* – те ж для вертикальної осі (причому ці написи орієнтовані уздовж осей координат). Якщо ж потрібно розмістити напис в довільному місці рисунка – застосовуємо функцію *text*. Напис функцією *text* розміщується, починаючи від точки з координатами, вказаними першими двома аргументами.

```
>> text(x, y, 'some text')
```

При цьому, текст завжди повинен поміщатися в апострофи.

Приклад. На графіку, що отриманий вище вкажемо назву графіку та назви осей. Для цього потрібно після виконання команди *plot* в командному рядку ввести наступні вирази:

```
>>title('Функция y = 3*sin(x+pi/3) ');
>>xlabel('x'); ylabel('y');
```

Отримаємо графік:

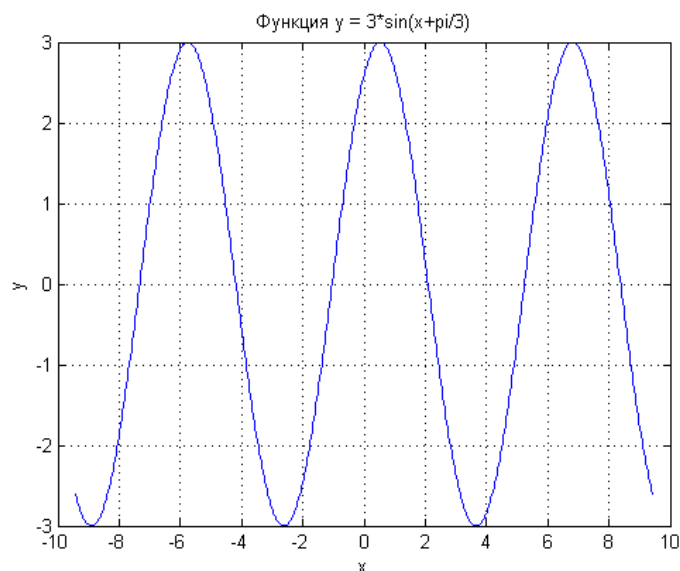


Рис.5.2. Вставка надписів на графік

fplot('fun', [lims], tol) – будує функцію задану в символьному виді в деякому інтервалі зміни аргументу *x*. Тут

fun – функція, яка заключається в лапки ('sin(x)'), або перед нею ставиться @(*x*).

lims = [Xmin Xmax Ymin Ymax] – межі по обох осях. В цих межах визначається значення функції і аргументу.

tol – відносна похибка (за умовчанням похибка не перевищує 0,2%)

Приклад:

```
>>fplot('sin(x)/x', [-15 15])
```

Якщо необхідно побудувати декілька функцій на одному графіку, то вони розміщуються в квадратних дужках.

`fplot('fun1, fun2, ... ,funN', [lims], tol)`

`bar(x, y, width)` – побудова стовпцових діаграм,

де

x – аргумент (не повинен містити значень, що повторюються);

y – функція;

$width$ - ширина стовпця (від 0 до 1; за умовчанням значення $width=0,8$).

Приклад:

```
>>x=[ 1 2 3 4 5 6 7 8]; y=sin(x);
```

```
>>bar(x, y, 0.5)
```

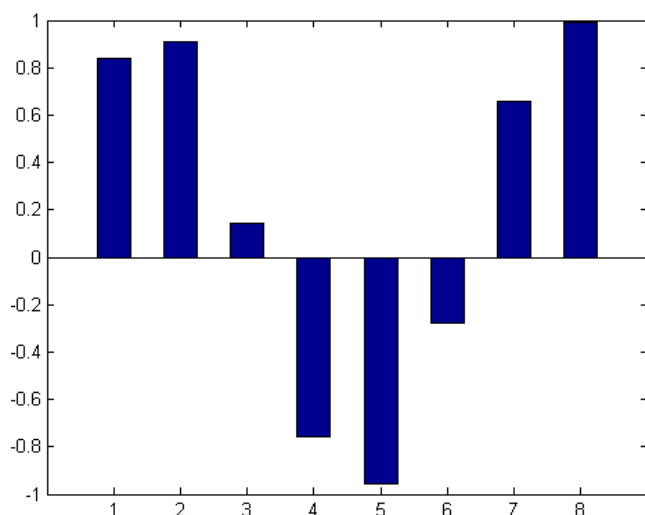


Рис.5.3. Діаграма побудована за допомогою функції `bar`

`stem(x, y)` або `stem(y)` – будує графіки дискретних відліків функцій. Цей тип графіку зручно використовувати при квантуванні сигналу або представленні ряду Фур'є.

Приклад:

```
>>x=0:0.1:4;
```

```
>>y=sin(x.^2).*exp(-x);
```

```
>>stem(x, y)
```

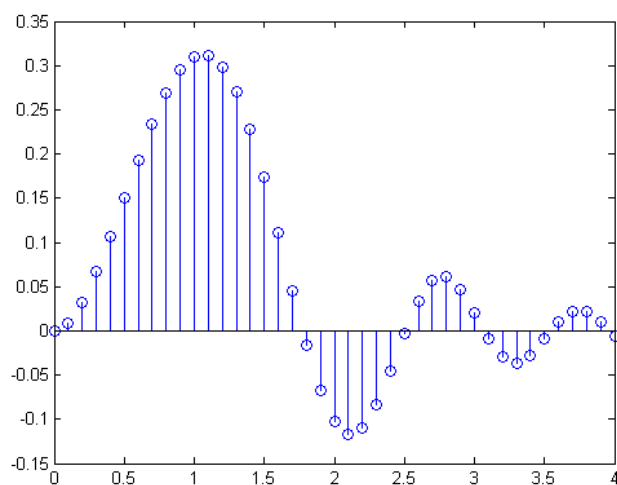


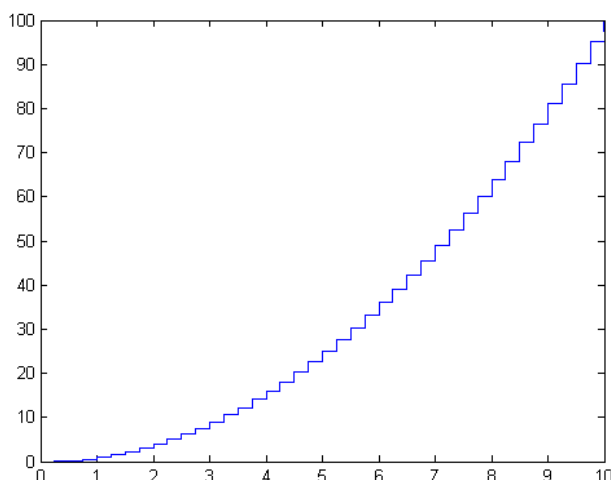
Рис.5.4. Графік побудований за допомогою функції `stem`

$\text{stairs}(x, y)$ або $\text{stairs}(y)$ – будує східчасті графіки, тобто криві які у вигляді сходинок огинають функцію $y(x)$.

Приклад:

```
>>x=0:0.25:10;
>>stairs(x, x.^2)
```

Рис.5.5. Східчастий графік побудований за допомогою функції *stairs*



$\text{polar}(\theta, \rho)$ – будує графік в полярній системі координат, який являє собою положення кінця радіус-вектора з довжиною ρ і кутом θ .

Приклад:

```
>>t=0:pi/50:2*pi;
>>polar(t, sin(5*t))
```

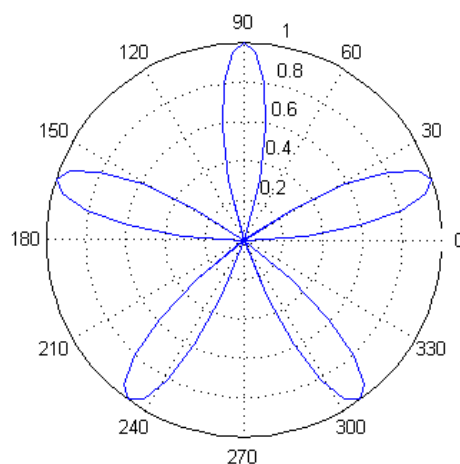


Рис.5.6. Графік функції в полярній системі координат

Для представлення радіус-векторів в їх звичайному виді (у вигляді стрілок, що виходять з початку координат) служить команда *compass*.

$\text{compass}(U, V)$ – будує графіки радіус-векторів з дійсною (U) і уявною (V) частиною.

$\text{compass}(Z)$ – еквівалентно $\text{compass}(\text{real}(Z), \text{imag}(Z))$.

Приклад:

```
>> Z=[- 1+2i, - 2-3i, 2+3i, 5+2i];
>> compass(Z)
```

$\text{loglog}(X, Y)$ – будує графік в логарифмічному масштабі по обом осям.

Приклад:

```
>> x=logspace(-1,3);
>> loglog(x, exp(x)./x);
>> grid
```

де

logspace(x1, x2) – допоміжна команда, що генерує вектор з 50 логарифмічно рівновіддалених точок в проміжку від 10^{x1} до 10^{x2} .

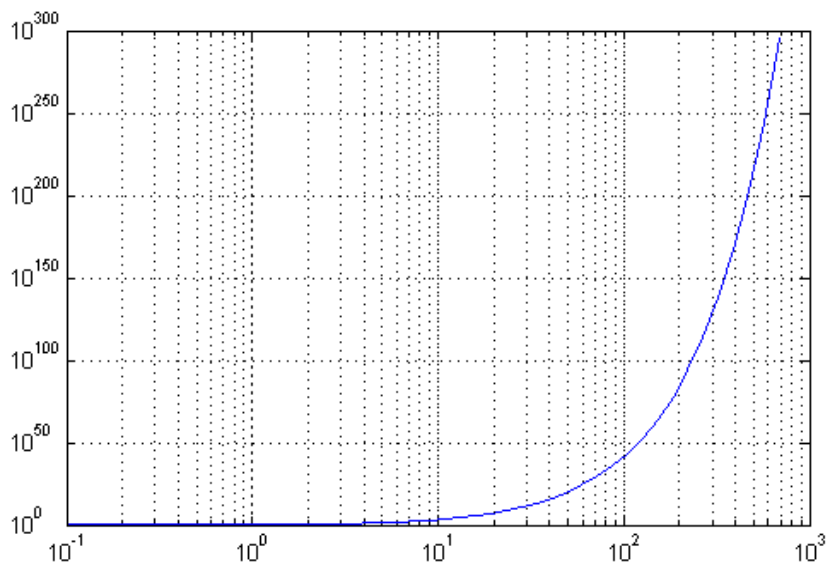


Рис.5.7. Графік в логарифмічному масштабі побудований за допомогою функції *loglog*

semilogx(X, Y) – будує графік функції в напівлогарифмічному масштабі. Тобто по осі X встановлюється логарифмічний масштаб, а по осі Y лінійний.

semilogy(X, Y) – навпаки.

Засоби для побудови 3D-графіків.

Високорівнева графічна підсистема MATLABa автоматично реалізує тривимірну графіку без спеціальних зусиль з боку користувача. Нехай в точці з координатами $x1, y1$ обчислене значення функції $z=f(x, y)$ і воно рівне $z1$. У деякій іншій точці (тобто при іншому значенні аргументів) $x2, y2$ обчислюють значення функції $z2$. Продовжуючи цей процес, отримують масив (набір) точок $(x1, y1, z1), (x2, y2, z2), \dots (xN, yN, zN)$ у кількості N штук, розташованих в тривимірному просторі. Спеціальні функції системи MATLAB проводять через ці точки гладкі поверхні і відображають їх проекції на дисплей комп'ютера.

Найчастіше точки аргументів розташовані в області визначення функції регулярно у вигляді прямокутної сітки (тобто матриці). Така сітка точок породжує дві матриці однієї і тієї ж структури: перша матриця містить значення перших координат цих точок (x - координат) а друга матриця містить значення других координат (y - координат). Позначимо першу матрицю як X , а другу – як Y . Є ще і третя матриця – матриця значень функції $z=f(x, y)$ при цих аргументах. Цю матрицю позначимо буквою Z .

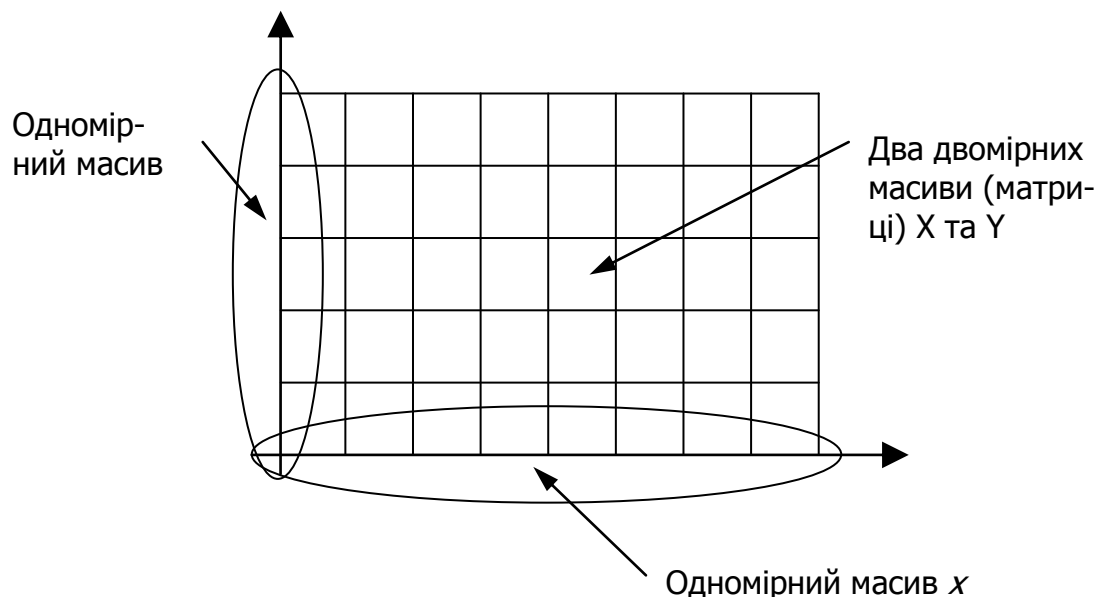


Рис.5.8. Сітка координат сформована по двом одномірним масивам

Для отримання матриць X і Y , що представляють перші і другі координати прямокутної сітки точок використовують спеціальну функцію системи MATLAB:

$$[X, Y] = \text{meshgrid}(x, y)$$

або

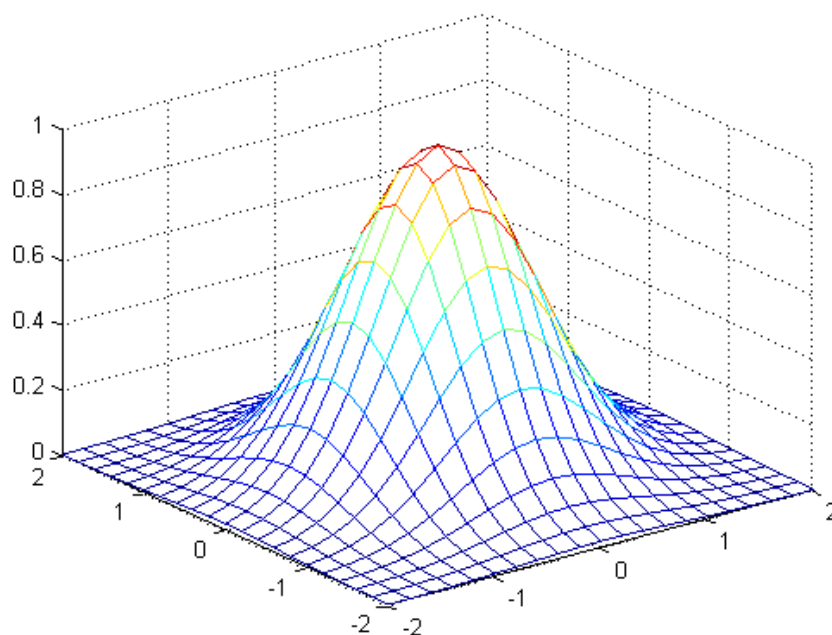
$$[X, Y, Z] = \text{meshgrid}(x, y, z)$$

Після визначення сітки розміром X , Y , Z можна скористатися функціями для побудови тривимірних поверхонь.

$\text{mesh}(X, Y, Z)$ – функція, що сполучає обчислені сусідні точки поверхні графіку відрізками прямих.

Приклад.

```
>> [X,Y]=meshgrid(-2:0.2:2);
>> Z=exp(-X.^2-Y.^2);
>> mesh(X,Y,Z)
```

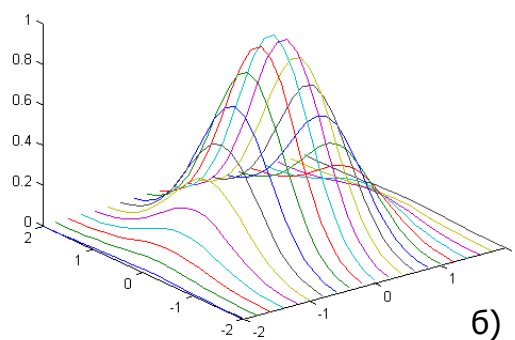
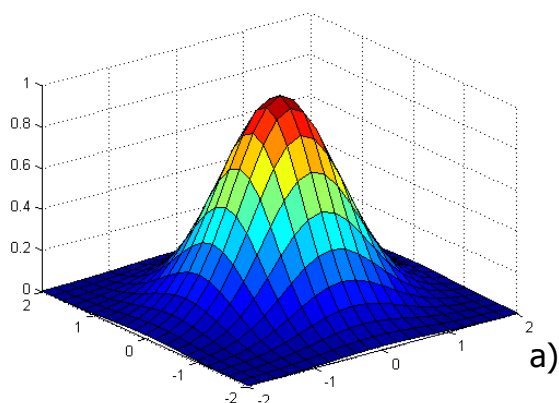
Рис.5.9. Поверхня сформована командою *mesh*

Подібними до команди *mesh* є команди *surf* і *plot3*.

surf(X, Y, Z) – будує тривимірну кольорову поверхню.

plot3(X, Y, Z) – будує масив точок представлених векторами X , Y , Z , сполучаючи їх відрізками прямих.

Приклади графіків вищенаведеної функції, які сформовані за допомогою команд *surf* і *plot3* представлені на рис.5.10(а, б).

Рис.5.10. Поверхня сформована командами *surf* (а) і *plot3* (б).

Завдання:

1. Побудувати криві заданих функцій у вказаному діапазоні на одному графіку. Зобразити на графіці координатну сітку, назву діаграми і назву осей. При виконанні завдання використовувати функції *plot*, *fplot*. Варіанти завдань вказані в табл.5.1.

Таблиця 5.1

№ варіанту	Функції		Діапазон
	1	2	
1	$2 \sin(4x)$	$3 \cos(x)$	$[0, 3\pi]$
2	$2 \sin(8x)$	$3 \cos(x) - 0,1$	$[-\pi, 3\pi]$
3	$5 \sin(x) - 0,1$	$4 \cos(x) + 2 \sin(8x)$	$[-2\pi, 5\pi]$
4	e^{2x}	$x^2 + 8$	$[0, 5]$
5	$\lg(5x)$	$2x^2 - 6$	$[1, 5]$
6	$2 \sin(x)$	$3 \cos(x) + 0,15$	$[0, 8\pi]$
7	$e^{2x} + 2$	$x^3 + 8$	$[0, 2,5]$
8	$\lg(5x) - 1,5$	$4x^2 - 6x - 3$	$[3, 5]$
9	$71 \lg(5x)$	$2x^3 - 2$	$[2, 15]$
10	e^{2x}	$3x^2 + 4x$	$[-2, 5]$
11	$2 \sin(x) + 0,25$	$7 \cos(2x)$	$[-2\pi, 3\pi]$
12	$\lg(3x)$	$x^3 - 4x$	$[3, 7]$
13	$3 \sin(2x) - 0,2$	$7 \cos(2x) + 3 \sin(x)$	$[-2\pi, 3\pi]$
14	$e^{2x} + x$	$x^3 - 5$	$[0, 7]$
15	$3 \sin(2x) - 1$	$5 \cos(2x) - 0,2$	$[-3\pi, 3\pi]$
16	$2 \sin(4x) + 0,37$	$8 \cos(2x) - 2,3$	$[-\pi, 3\pi]$
17	$e^{3x} - x$	$3x^2 - 7$	$[0, 4\pi]$
18	$2 \sin(5x)$	$4 \cos(2x) + 2 \sin(4x)$	$[0, 3\pi]$
19	$\lg(2x) + 4$	$x^3 - 2x^2 + 8x$	$[1, 5]$
20	$\ln(5x) + 4$	$2x^2 + 12x$	$[0, 6]$

2. Відповідно до власного варіанту, зобразити першу функцію з попереднього завдання (див. табл.5.1.) у вигляді стовпцових діаграм та у вигляді дискретних відліків. Діапазон прийняти таким самим як і в завданні 1.

3. Відповідно до власного варіанту, зобразити другу функцію з першого завдання (див. табл.5.1.) у вигляді східчастої кривої. Діапазон прийняти таким самим як і в завданні 1.

4. Для варіантів 1–10 побудувати годограф заданої функції в полярній системі координат. Завдання наведені в табл.5.2.

Таблиця 5.2

<i>№ варіанту</i>	<i>Функція</i>	<i>Діапазон</i>
1	$2 \sin(5x)$	$[0, 2\pi]$
2	$2 \cos(7x)$	$[0, 4\pi]$
3	$3 \sin(3x)$	$[0, 3\pi]$
4	$4 \cos(4x)$	$[0, 5\pi]$
5	$\cos(4x) + \sin(2x)$	$[0, 2\pi]$
6	$2 \sin(3x) + 3 \sin(2x)$	$[0, 3\pi]$
7	$4 \cos(x) + 3 \cos(3x)$	$[0, 5\pi]$
8	$5 \cos(5x) + 7 \sin(3x)$	$[0, 4\pi]$
9	$4,5 \cos(8x)$	$[0, 2\pi]$
10	$3,4 \sin(6x)$	$[0, 2\pi]$

Для варіантів 11–20 побудувати графіки заданих векторів на комплексній площині. Завдання наведені в табл.5.3.

Таблиця 5.3

<i>№ варіанту</i>	<i>Вектори</i>				
11	$14 + 5i$	$-9 + 7i$	$4 + 5i$	$-9 - 7i$	$4 - 5i$
12	$14 - 5i$	$-5 - 7i$	$-4 + 5i$	$-5 - 9i$	$4 + 7i$

Продовження табл.5.3

13	$-4 + 5i$	$-6 + 5i$	$2 - 5i$	$-9 + 3i$	$2 + 7i$
14	$-5 + 6i$	$-5 + 11i$	$7 + 13i$	$-9 - 2i$	$4 - 7i$
15	$-8 + 5i$	$-9 - 3i$	$-2 + 15i$	$-9 + 7i$	$11 + 5i$
16	$-3 + 5i$	$-8 - 4i$	$9 + 5i$	$7 - 17i$	$4 - 2i$
17	$-5 + 8i$	$-9 - 4i$	$4 + 5i$	$9 - 6i$	$-4 + 4i$
18	$-4 + 6i$	$-6 + 7i$	$2 - 5i$	$-9 - 4i$	$-4 + 5i$
19	$-8 + 10i$	$-10 - 4i$	$4 + 7i$	$9 - 7i$	$3 - 5i$
20	$-5 - 6i$	$-4 + 14i$	$-4 - 15i$	$9 - 2i$	$4 - 7i$

5. Для варіантів **1–7** задати вектор аргументу вказаної функції з логарифмічно рівновіддаленими точками на проміжку від 10^3 до 10^5 . Побудувати графік заданої функції від аргументу в логарифмічному масштабі. На отриманому графіку побудувати координатну сітку.

Функція:

$$F(x) = e^{2x} / x.$$

Для варіантів **8–14** задати вектор аргументу вказаної функції з логарифмічно рівновіддаленими точками в діапазоні від 10^2 до 10^6 . Побудувати графік заданої функції від аргументу в напівлогарифмічному масштабі. Причому вісь аргументів представити в логарифмічному масштабі, а вісь функцій – в лінійному. На отриманому графіку побудувати координатну сітку.

Функція:

$$F(x) = x \cdot e^{2x}.$$

Для варіантів **15–20** задати вектор аргументу вказаної функції з логарифмічно рівновіддаленими точками в діапазоні від 10^1 до 10^5 . Побудувати графік заданої функції від аргументу в напівлогарифмічному масштабі. Причому вісь аргументів представити в лінійному масштабі, а вісь функцій – в логарифмічному. На отриманому графіку побудувати координатну сітку.

Функція:

$$F(x) = x \cdot \ln(x).$$

6. Згідно власного варіанту завдання побудувати графік заданої функції $Z = f(X, Y)$ в 3D форматі, а саме кольорову поверхню. Завдання наведені в табл.5.4.

Таблиця 5.4

№ варіанту	Функція	Діапазон зміни значень x та y	Крок
1	$X \cdot e^{-X^2-Y^2}$	$[-2, 2]$	$0,1$
2	$X \cdot \sin(X+Y)$	$[-5, 5]$	$0,2$
3	$X^2 + Y^2$	$[-3, 3]$	$0,1$
4	$X \cdot \cos(X+Y)$	$[-6, 6]$	$0,25$
5	$X^3 + Y^2$	$[-4, 4]$	$0,2$
6	$2Y \cdot \sin(X+Y)$	$[-5, 7]$	$0,2$
7	$3Y \cdot e^{-X^2-Y^2}$	$[-3, 3]$	$0,1$
8	$Y \cdot \cos(X+2Y)$	$[-4, 4]$	$0,2$
9	$X^3 + Y^3$	$[-2, 2]$	$0,1$
10	$2X \cdot e^{-2X^2-2Y^2}$	$[-3, 3]$	$0,1$
11	$X^2 \cdot \sin(X+Y)$	$[-5, 5]$	$0,25$
12	$X \cdot \cos(X^2 + Y^2)$	$[-4, 4]$	$0,1$
13	$X \cdot (X^2 + Y^2)$	$[-3, 3]$	$0,1$
14	$3X \cdot e^{-2X^2-2Y^2}$	$[-2, 2]$	$0,2$
15	$4X \cdot \cos(X+2Y)$	$[-5, 5]$	$0,25$
16	$5Y \cdot e^{-(X^2+Y^2)}$	$[-6, 6]$	$0,25$
17	$Y \cdot (X^2 + Y^2)$	$[-3, 3]$	$0,1$
18	$5 \cdot e^{-X^2-Y^2}$	$[-4, 4]$	$0,2$
19	$Y \cdot \cos(4X^2 + 6Y^2)$	$[-5, 5]$	$0,2$
20	$\pi \cdot (X^2 + Y^2)$	$[-2, 2]$	$0,1$

Комп'ютерний практикум №6

ОСНОВИ ПРОГРАМУВАННЯ

Мета роботи: ознайомитись з елементами мови програмування системи MATLAB. Навчитись працювати з М-файлами, створювати файли-функції та Script-файли.

1. Програма роботи

1. Погодити з викладачем варіант завдання.
2. За допомогою системи MATLAB та згідно з інструкціями, які викладені в пункті 2 «Методичні вказівки щодо виконання роботи» (див. нижче), виконати завдання наведені в підпунктах 1 та 2 пункту 2.
3. Після перевірки викладачем виконаного завдання потрібно зберегти файл з протоколом виконуваних завдань та отриманими відповідями на диск.

2. Методичні вказівки щодо виконання роботи**Створення М-файлів.**

Програми на мові MATLAB мають два різновиди – **Script-файли** (файли-сценарії, або керуючі програми) і **файли-функції** (процедури). Обидва різновиди повинні мати розширення імені файлу .m.

Для створення М-файлу необхідно з меню `File` командного вікна системи MATLAB вибрати `New > Blank M-file`. Після чого з'являється вікно редактора M-file Editor (рис. 6.1).

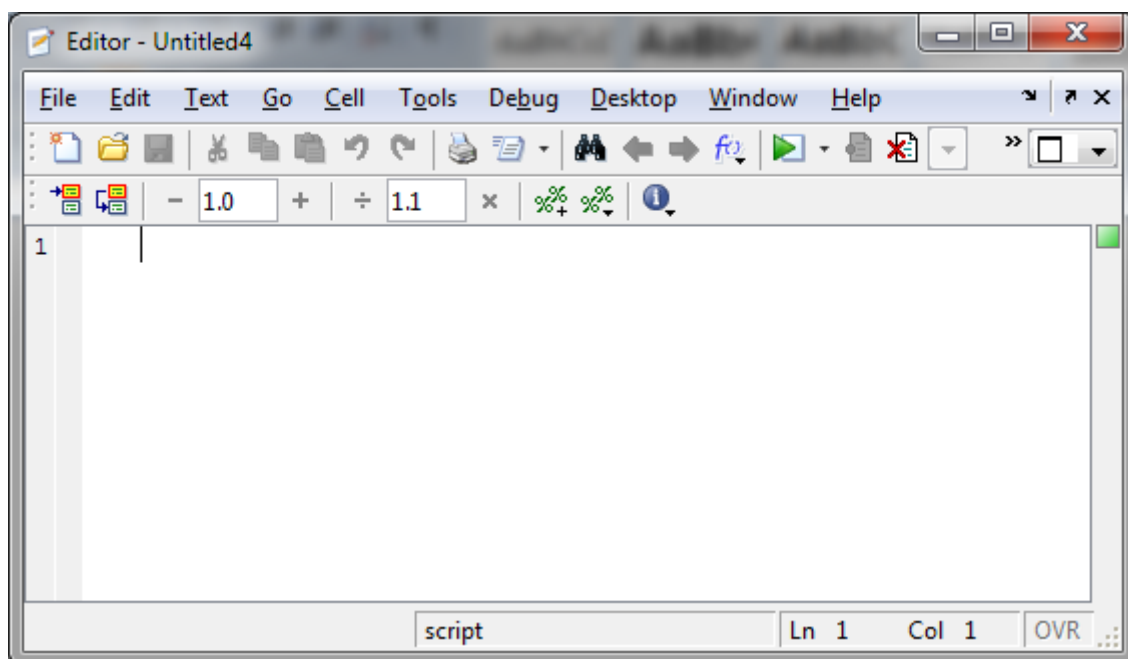


Рис. 6.1. Вікно редактора М-файлів

За допомогою **Script -файлів** оформляють основні програми, які керують організацією усього обчислювального процесу від початку до кінця, а також оформлюють окремі частини основних програм.

Файли-функції служать для оформлення окремих процедур і функцій (тобто частин програми розрахованих на неодноразове використання). Ці функції не можуть бути виконані без попереднього завдання значень вхідних змінних).

Головною зовнішньою відмінністю текстів цих двох видів файлів є те, що **файл-функції** має перший рядок виду

```
function [<ПКВ>] = <ім'я процедури>(<ПВВ>)
```

де ПКВ – Перелік Кінцевих Величин, ПВВ – Перелік Вхідних Величин. Script-файли такого рядка не мають.

Якщо перелік кінцевих (вихідних) величин (ПКВ) містить тільки один об'єкт, то **файл-функція** є звичайною функцією (однієї або декількох змінних).

Перший рядок в цьому випадку має вигляд:

```
function <ім'я змінної> = <ім'я процедури>(<ПВВ>)
```

Якщо ж в результаті виконання **файл-функції** має бути визначені декілька об'єктів (матриць), то така **файл-функція** є процедурою (підпрограмою). Загальний вигляд першого рядка в цьому випадку стає таким:

```
function [y1, y2, ..., yn] = <ім'я процедури>(<ПВВ>)
```

тобто ПКВ $y_1, y_2, \dots, y_n$ має бути представлений як вектор-рядок з елементами $y_1, y_2, \dots, y_n$ (усі вони можуть бути матрицями).

Приклад. В якості прикладу розглянемо складання М-файлу для функції

$$y = f_1(x) = d^3 \cdot \operatorname{ctg}(x) \cdot \sqrt{\sin^4(x) - \cos^4(x)}$$

У вікні текстового редактора треба набрати такий текст зображений на рис. 6.2.

Після цього необхідно зберегти цей текст у файлі під ім'ям F1.m.

Тепер в командному вікні системи MATLAB введемо команду

```
>>y = F1(5, 0.9)
```

Отримаємо відповідь:

```
y =
```

```
-0.1975
```

Аналогічно можна отримати вектор відразу усіх значень вказаної функції при різних значеннях аргументу:

```
>>z=1:0.1:1.8;
>>m=F1(z, 1)
```

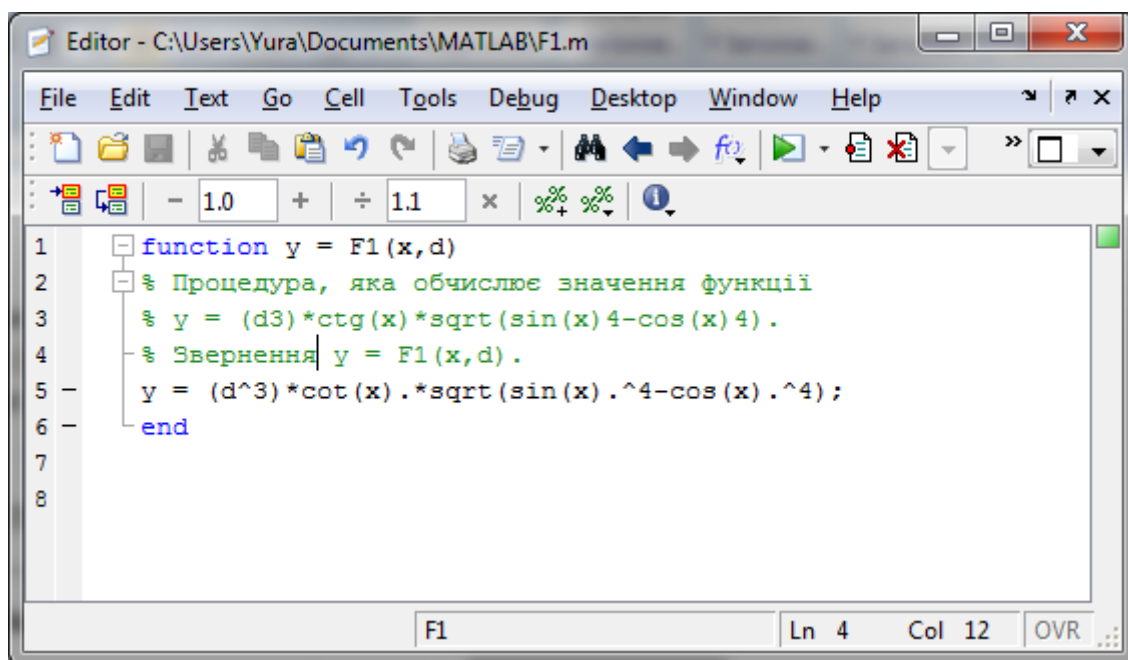


Рис.6.2. Файл-функція (приклад)

Щоб отримати інформацію про створену процедуру, досить набрати в командному вікні команду:

```
>>help F1
```

Після цього в командному вікні буде виведений текст, який написаний у файлі F1.m після знаку % зеленим кольором (див. рис. 6.2).

Побудова Script –файлів.

Розглянемо способи побудови власних програм на прикладі організації змінювання даних в діалоговому режимі.

Для організації подібної програми знадобляться оператори введення та виведення даних, оператори управління обчислювальним процесом, оператори порівняння та алгоритм організації повторень в Script –файлах.

Розглянемо ці оператори окремо.

Оператори виведення та введення даних.

Якщо усі змінні, що виводяться, мають однаковий формат (числовий або текстовий), то щоб вивести значення декількох змінних в один рядок необхідно об'єднати відповідні змінні у вектор та застосувати оператор *disp*.

```
disp([x1 x2 ... x])
```

Приклад:

```
>>x1=1.24;   x2=-3.45;   x3=5.76;   x4=-8.07;
>>disp([x1 x2 x3 x4])
1.2400 -3.4500 5.7600 -8.0700
```

Або для текстових змінних, наприклад:

```
>>x1='psi'; x2='fi'; x3='teta'; x4='w1';
>>disp([x1 x2 x3 x4])
psi fi teta w1
```

Якщо усі змінні, що виводяться, мають різний формат, то щоб вивести значення декількох змінних в один рядок необхідно використовувати функцію *sprintf*. Звернення до неї має вигляд:

$$Y = \text{sprintf}(' <\text{текст1}> \%g <\text{текст2}>' X).$$

В результаті виходить текстовий рядок *Y*, що складається з тексту, вказаного в *<текст1>*, і значення числової змінної *X* у відповідності з форматом *%g*, причому текст з фрагмента *<текст2>* розташовується після значення змінної *X*.

Приклад:

```
>>x = 5;
>>sprintf('Параметр 1 = \%g Volt ', x)
Параметр1 = 5 Volt
```

input – оператор введення інформації з клавіатури в діалоговому режимі.

$$x = \text{input}(' <\text{запрошення}>')$$

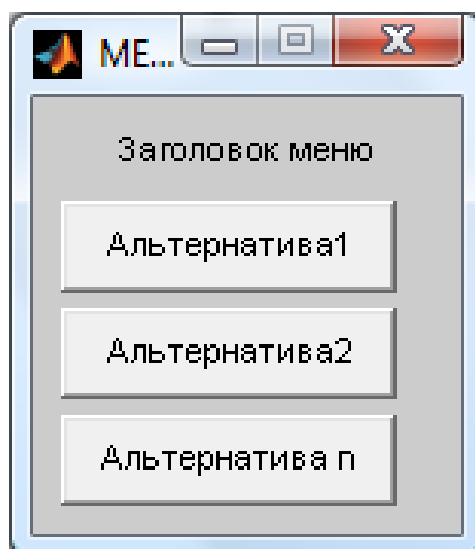
При цьому, виконання операторів програми припиняється. ПК переходить в режим очікування закінчення введення інформації з клавіатури. Після закінчення введення з клавіатури введена інформація запам'ятовується в програмі під ім'ям "*x*", і виконання програми триває.

menu – оператор, який створює поточне вікно меню користувача.

Синтаксис:

$$k = \text{menu}(' \text{Заголовок меню}', ' \text{Альтернатива1}', ' \text{Альтернатива2}', \dots, ' \text{Альтернатива } n')$$

Таке звернення призводить до появи на екрані меню, що зображене на рис. 6.3. Виконання програми тимчасово призупиняється, і система чекає вибору однієї з кнопок меню з альтернативами. Після відповіді початковому параметру "*k*" привласнюється значення номера обраної альтернативи (1, 2, ..., *n*).

Рис. 6.3. Меню користувача, створене оператором *menu***Оператори управління обчислювальним процесом.**

До операторів управління обчислювальним процесом відносять: оператори умовного переходу і оператори організації циклічних процесів.

Усі оператори циклу і умовного переходу побудовані в MATLAB у вигляді складеного оператора, який починається одним із службових слів *if*, *while*, *switch* або *for* і закінчується службовим словом *end*.

Оператор умовного переходу

Конструкція:

```
if <умова>
    <оператори1>
else
    <оператори2>
end
```

Допустима ще одна конструкція оператора умовного переходу:

```
if <умова1>
    <оператори1>
elseif <умова2>
    <оператори2>
elseif <умова3>
    <оператори3>
    . . .
else
    <операторы>
end
```

Оператор *elseif* виконується тоді, коли <умова1> не виконана.

В якості умови використовуються вирази типу:

<ім'я змінної1> <операція порівняння> <ім'я змінної2>

Операції порівняння в мові MATLAB:

< - менше;
 > - більше;
 <= - менше або дорівнює;
 >= - більше або дорівнює;
 == - дорівнює;
 ~= - не дорівнює.

Оператори циклу

У мові MATLAB є два різновиди операторів циклу - умовний і арифметичний.

Оператор циклу з передумовою має вигляд:

```
while <умова>
    <оператори>
end
```

Оператори усередині циклу виконуються лише у разі, якщо виконана умова записане після слова *while*. При цьому серед операторів усередині циклу обов'язково мають бути такі, які змінюють значення однієї зі змінних, вказаних в умові циклу.

Приклад обчислення значень синуса від 0.2 до 4 з кроком 0.2:

```
i = 1;
while i <= 20
    x = i/5;
    si = sin(x);
    disp([x, si])
    i = i+1;
end
```

Арифметичний оператор циклу має вигляд:

```
for <ім'я> = <НПЗ> : <K> : <КЗ>
    <оператори>
end
```

де $\langle iM'я \rangle$ – ім'я змінної циклу ("лічильника" циклу); $\langle ПЗ \rangle$ – задане початкове значення цієї змінної; $\langle K \rangle$ – значення кроку; $\langle КЗ \rangle$ – кінцеве значення змінної циклу. Якщо параметр $\langle Ш \rangle$ не вказаний, за умовчанням його значення набуває рівним одиниці.

Для **прикладу** використовуємо попереднє завдання:

```
a = ['i', 'x', 'sin(x)'];  
for i = 1:20  
    x = i/5;  
    si = sin(x);  
    if i==1  
        disp(a)  
    end  
    disp([i,x,si])  
end
```

Організація повторення дій в Script-файлах.

Одним з головних завдань створення самостійної програми є забезпечення повернення до початку програми з метою продовження її виконання при нових значеннях початкових даних.

Нехай основні оператори створеної програми розташовані в Script -файлі з ім'ям "Yadro.m". Тоді схема забезпечення повернення до початку виконання цього Script -файла може бути, наприклад, такою:

```
k=1;  
while k==1  
    Yadro  
    k = menu('Що робити?','Продовжити роботу', 'Закінчити роботу');  
end
```

Тоді, після першого виконання Script-файла "Yadro.m" на екрані з'явиться вікно меню (рис.6.4).

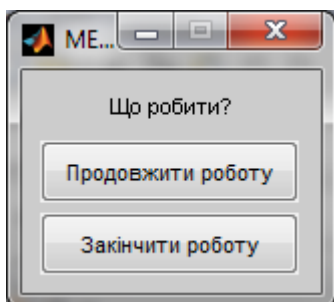


Рис.6.4. Вікно меню

При натисненні кнопки першої альтернативи значення k залишиться рівним 1, цикл повториться, а при натисненні другої кнопки k стане рівним 2, цикл закінчиться і програма перейде до закінчення роботи.

Завдання:

1. Створити функцію від функції присвоївши їй унікальне ім'я. Обчислити значення цієї функції в заданому діапазоні і з заданим кроком. Побудувати графік цієї функції за допомогою процедури *fplot*. Варіанти завдань вказані в табл.6.1.

Таблиця 6.1

№ варіанту	Функція	Діапазон	Крок
1	$\frac{x^2}{1 + 0,25\sqrt{x}}$	[1,1; 3,1]	0,2
2	$\frac{x^3 - 0,3x}{\sqrt{1 + 2x}}$	[2,05; 3,05]	0,1
3	$\frac{2e^{-x}}{2\pi + x^3}$	[0; 1,6]	0,16
4	$\frac{\cos \pi x^2}{\sqrt{1 - 3x}}$	[-1; 0]	0,1
5	$\sqrt{1 + 4x} \cdot \sin \pi x$	[0,1; 0,8]	0,07
6	$\frac{e^{x/3}}{1 + x^2}$	[1,4; 2,4]	0,1
7	$e^{-2x} + x^2 - 1$	[0,25; 2,25]	0,2
8	$(e + x) \cdot \sin(\pi\sqrt{x-1})$	[1,8; 2,8]	0,1
9	$\sqrt{3+2x} \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{\pi x^3}{2}\right)$	[0,1; 0,9]	0,08
10	$\sqrt{2+3x} \cdot \ln(1+3x^2)$	[-0,1; 0,9]	0,1
11	$\sqrt[3]{x^2+3} \cdot \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right)$	[1; 2,5]	0,15
12	$(4+7x) \cdot \sin(\pi\sqrt[3]{1+x})$	[0; 7]	0,7
13	$e^{-x^2} \cdot (1+3x-x^2)$	[0; 2]	0,2
14	$x^3 - 3x + \frac{8}{\sqrt{1+x^2}}$	[0; 1,7]	0,17

Продовження табл.6.1

№ варіанту	Функція	Діапазон	Крок
15	$\sqrt{\frac{e^{\sqrt{2\pi x}} - e^{-\sqrt{2\pi x}}}{2}}$	$[0; 1,2]$	0,12
16	$\sqrt{\frac{e^{\frac{x}{\sqrt{2\pi}}} - e^{-\frac{x}{\sqrt{2\pi}}}}{2}}$	$[0,5; 1,5]$	0,1
17	$\frac{x^3 + 2x}{\sqrt{1 + e^x}}$	$[-0,2; 0,8]$	0,1
18	$\sqrt{1 + 2x^2} \cdot \sin\left(\frac{3x}{2}\right)$	$[2; 4]$	0,2
19	$\sqrt{3x^2 + 5} \cdot \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right)$	$[0,5; 1,5]$	0,1
20	$\cos\left(e^{-\sqrt[3]{3x}}\right)$	$[0,2; 1,5]$	0,1

2. Скласти програму яка виконує:

- а) діалогове введення-зміна-вивід на екран значень діапазону зміни аргументу функції створеної в завданні 1;
- б) виведення графіку цієї функції при змінених параметрах.

Комп'ютерний практикум №7

ЧИСЕЛЬНИЙ РОЗВ'ЯЗОК СИСТЕМ ДИФЕРЕНЦІЙНИХ РІВНЯНЬ

Мета роботи: ознайомитись і здобути навички роботи з функціями для розв'язку систем звичайних диференціальних рівнянь в системі MATLAB.

1. Програма роботи

1. Погодити з викладачем варіант завдання.
2. За допомогою системи MATLAB та згідно з інструкціями, які викладені в пункті 2 «Методичні вказівки щодо виконання роботи» (див. нижче), виконати завдання, що наведене в пункті 2.
3. Після перевірки викладачем виконаного завдання потрібно зберегти файл з протоколом виконуваних завдань та отриманими відповідями на диск.

2. Методичні вказівки щодо виконання роботи

Функція для вирішення систем диференціальних рівнянь описується таким чином:

[T, Y] = solver(@F, tspan, y0, options) – де замість *solver* підставляємо ім'я конкретного методу розв'язку (перелік методів див. нижче). Ця функція інтегрує систему диференціальних рівнянь (СДР) виду $y' = F(t, y)$ на інтервалі **tspan** з початковими умовами **y0**.

@F – дескриптор ODE-функції (відповідний файл-функція з назвою, наприклад, **F**).

Кожен рядок в масиві рішень **Y** відповідає значенню часу, вказаному у векторі-стовпці **T**;

options – аргумент, що створюється функцією *odeset* дозволяє змінити параметри, встановлені за умовчанням. Зазвичай використовувані параметри включають допустиме значення відносної похибки *RelTol* (за умовчанням $1e-3$) і вектор допустимих значень абсолютної похибки *AbsTol* (за умовчанням дорівнює $1e-6$).

Параметр **options** повинен задаватися раніше ніж буде вказана функція розрахунку СДР.

Приклад завдання параметрів **options**:

```
options=odeset('RelTol',1e-3,'AbsTol',1e-6,'MaxStep',1e-4,...  
'InitialStep', 1e-4);
```

Наведемо перелік методів чисельного інтегрування систем звичайних диференціальних рівнянь зі змінним кроком:

ode45 – явний метод Рунге-Кутта 4-го і 5-го порядку. Це класичний метод, рекомендований для початкового пробного рішення. У багатьох випадках він дає добрі результати;

ode15s – метод змінного порядку (від 1 до 5, за умовчанням 5), що використовує формули чисельного диференціювання. Це адаптивний метод, його варто застосовувати, якщо метод ode45 не забезпечує розв'язок;

ode23t – метод трапецій з інтерполяцією. Цей метод дає добрі результати при рішенні завдань, що описують коливальні системи з майже гармонійним вихідним сигналом;

ode23tb – неявний метод Рунге-Кутта на початку рішення і метод, що використовує формули зворотного диференціювання 2-го порядку в подальшому. Незважаючи на порівняно низьку точність, цей метод може виявитися ефективнішим, ніж ode15s.

ode23 – явний метод Рунге-Кутта 2-го і 4-го порядку. При помірній жорсткості системи звичайних диференціальних рівнянь і низьких вимогах до точності цей метод може дати вигравш в швидкості розв'язання;

ode113 – метод Адамса-Башворта-Мултона змінного порядку. Це адаптивний метод який може забезпечити високу точність розв'язку;

Алгоритм розв'язку СДР розглянемо на прикладі розв'язання рівняння Ван-дер-Поля, записаного у вигляді системи з двох диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{dy_1}{dt} = y_2 \\ \frac{dy_2}{dt} = 100 \cdot (1 - y_2)^2 \cdot y_2 - y_1 \end{cases}$$

Цю СДР потрібно розв'язати на часовому проміжку від 0 до 2 часових одиниць, та при початкових умовах $y_1(0) = 0$, $y_2(0) = 1$.

Порядок розв'язку наступний:

- 1) записуємо систему диференціальних рівнянь у вигляді файла-функції (див. попередній практикум). Для цього створюємо m-File з назвою *vdp100.m* (рис.7.1)

Необхідно звернути увагу на те, що перед записом в тексті файла-функції рядків, які описують самі диференціальні рівняння необхідно задати вектор-стовпець із нульових елементів. Кількість цих елементів відповідає кількості рівнянь. В наведеному прикладі цей вектор називається *dydt*. Також відзначимо, що назва кожного з диференціальних рівнянь обов'язково має починатися з назви вектора-стовпця і далі в дужках вказується номер рівняння.

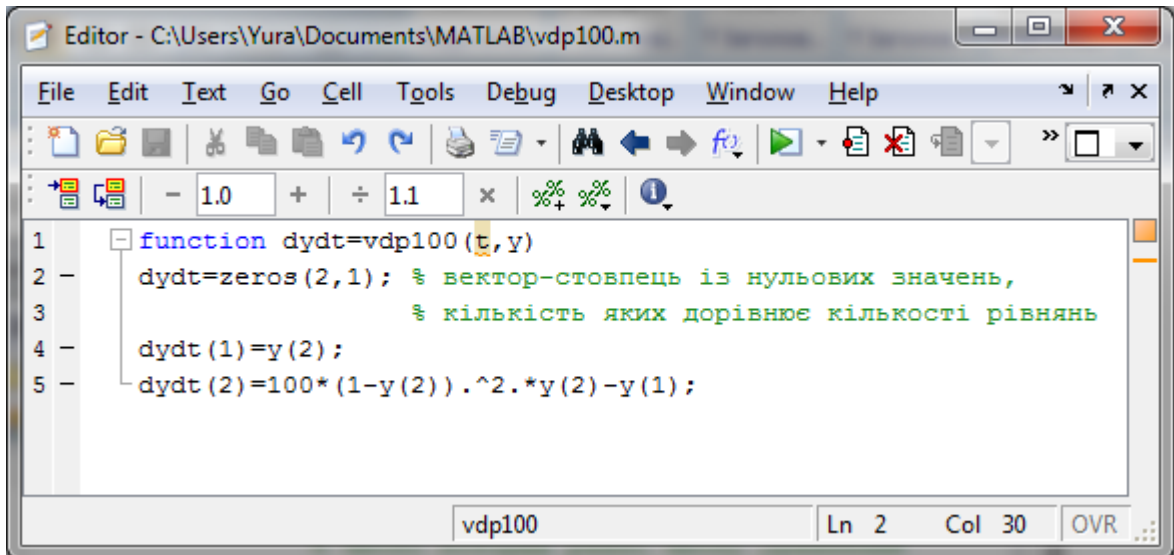


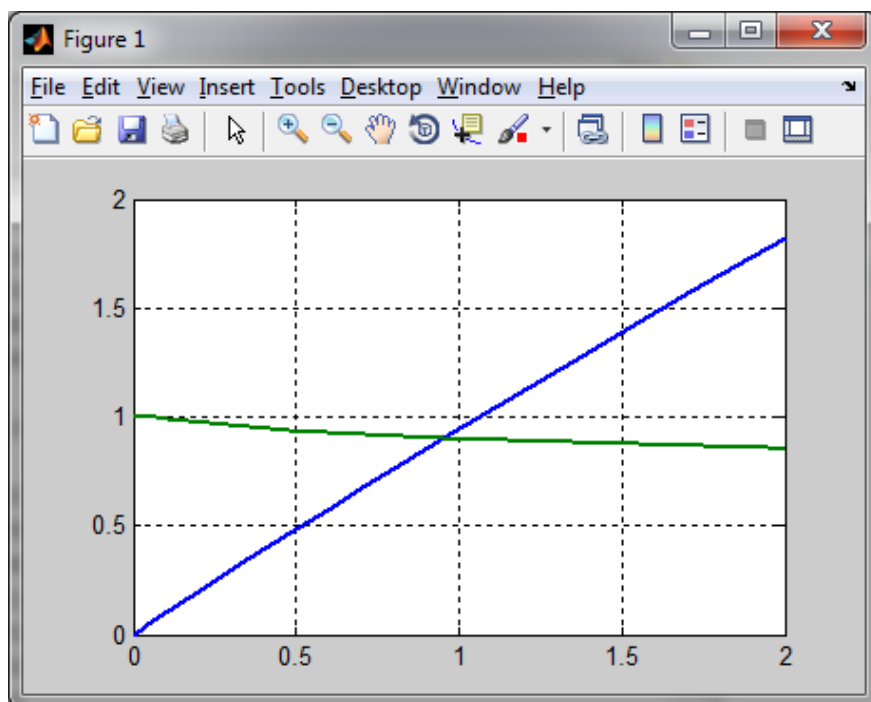
Рис.7.1. Приклад файла-функції для обчислення СДР

- 2) Тепер чисельно розв'язуємо вказану СДР вводячи в командному вікні MATLAB відповідний запис. Методом чисельного розрахунку прийнятий *ode15s*.

```
>>[T,Y]=ode15s(@vdp100, [0 2], [0 1])
```

- 3) Побудуємо графік отриманої залежності (рис.7.2):

```
>> plot(T,Y), grid
```

Рис.7.2. Графік отриманої функції $Y_{1,2} = f(T)$

Завдання:

Скласти програму чисельної інтеграції диференціальних рівнянь методом *ode15s*, яка забезпечувала б чисельне моделювання поведінки заданої системи за заданих умов.

При цьому забезпечити:

- а) діалогове введення-зміну-вивід на екран значень усіх початкових параметрів, а саме часового діапазону та початкових значень $x_1(0)$ і $x_2(0)$;
- б) виведення графіків.

Задана система описує динаміку об'ємів популяцій хижаків $x_1(t)$ і жертв $x_2(t)$ і відома як модель Вольтера.

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = -a_{11}x_1 + a_{12}x_1x_2, \\ \frac{dx_2}{dt} = a_{22}x_1 - a_{21}x_1x_2. \end{cases}$$

Для всіх варіантів прийняти часовий діапазон – $[2, 10]$ часових одиниць; початкові значення $x_1(0) = 2$, $x_2(0) = 3$.

Коефіцієнти в системі рівнянь для кожного варіанту наведені в табл.7.1.

Таблиця 7.1

№ варіанту	Коефіцієнти рівнянь			
	a_{11}	a_{12}	a_{22}	a_{21}
1, 11	0,4	0,3	-0,6	0,7
2, 12	0,3	0,35	-0,5	0,17
3, 13	0,14	-0,3	0,65	-0,7
4, 14	0,43	0,31	-0,26	0,27
5, 15	0,34	-0,37	0,16	-0,4
6, 16	-0,4	0,41	-0,6	-0,16
7, 17	0,24	0,35	0,58	0,37
8, 18	-0,39	-0,33	0,18	0,7
9, 19	-0,24	0,43	0,62	-0,15
10, 20	-0,42	0,23	0,64	0,37

Комп'ютерний практикум №8

СТВОРЕННЯ SPS-МОДЕЛІ В ПАКЕТІ MATLAB-SIMULINK

Мета роботи: ознайомитись і здобути навички роботи з функціями для розв'язку систем диференціальних рівнянь в системі MATLAB.

1. Програма роботи

1. Погодити з викладачем варіант завдання.
2. За допомогою системи MATLAB-SIMULINK та згідно з інструкціями, які викладені в пункті 2 «Методичні вказівки щодо виконання роботи» (див. нижче), виконати завдання, що наведені в пункті 2.
3. Після перевірки викладачем виконаного завдання потрібно зберегти файл з протоколом виконуваних завдань та отриманими відповідями на диск.

2. Методичні вказівки щодо виконання роботи

SimuLink – пакет візуального програмування. Дозволяє здійснювати моделювання в часі поведінки динамічних нелінійних систем, причому введення характеристик досліджуваних систем здійснюється шляхом графічної зборки схеми з'єднань елементарних ланок.

Запустити SimuLink можна набравши команду *simulink* в командному вікні MATLAB або натиснувши на відповідну іконку . Після цього з'являється бібліотека елементів (блоків) (рис.8.1).

Як видно, вікно розділене на дві частини. Ліворуч міститься перелік категорій елементів, а праворуч – самі елементи, що входять до відповідних категорій.

Для виконання завдання цього практикуму з усього переліку категорій елементів потрібні лише дві: Simulink і SimPowerSystems.

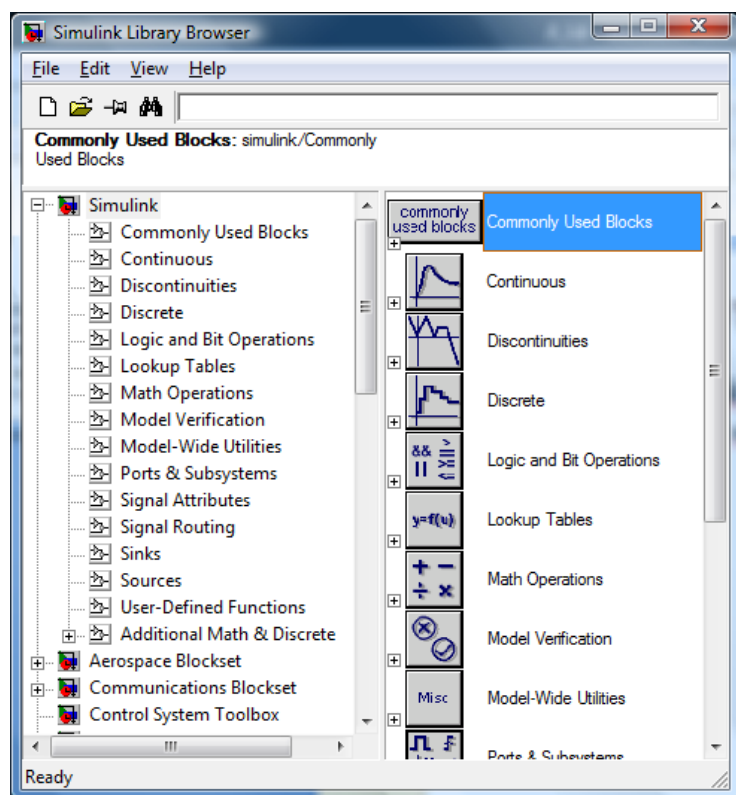


Рис.8.1. Бібліотека блоків SimuLink

Для створення файлу з власною моделлю потрібно в меню бібліотеки блоків (рис.8.1) вибрати *File>New>Model* або натиснути *Ctrl+N*. Після цього з'явиться вікно на робочу область якого потрібно простим «перетяганням» перенести необхідні елементи з бібліотеки. Якщо на робочу область перенесені лише блоки з категорії Simulink, то така модель називається *S-модель*. Якщо ж на робочій області міститься хоча б один блок з категорії SimPowerSystems, то така модель називається *SPS-модель*.

Елементи (блоки), які входять до згаданих категорій докладно розглядаються в лекційному матеріалі. Тому відразу наведемо приклад створення SPS-моделі.

Приклад. Покажемо схему, що моделює процес прямого пуску асинхронного двигуна і подальше різке збільшення його навантаження (рис.8.2).

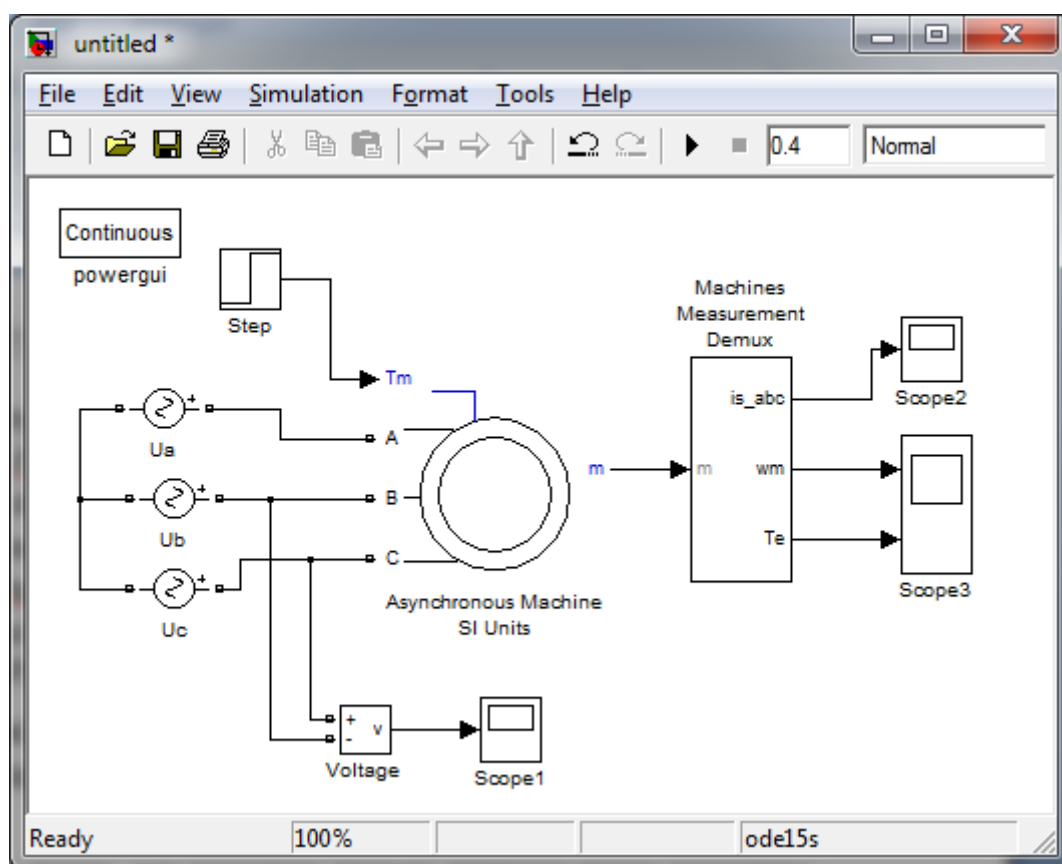


Рис.8.2. Схема моделювання пуску АД з к.з. ротором

Як видно з рисунку, в схемі містяться блоки з обох вищезазначених категорій, ця схема є *SPS-моделлю*. Також зауважимо, що у всіх *SPS-моделях обов'язково* повинен бути присутній блок **powergui**, оскільки без нього розрахунки електричних величин неможливі.

Крім того, для виконання розрахунків з електричними схемами рекомендується замінити чисельний метод розрахунку (за умовчанням ode45) на ode15s.

Це можна зробити вибравши в меню пункт *Simulation>Configuration Parameters* або натиснути Ctrl+E. У вікні, що з'явилося в пункті *Solvers* потрібно обрати вказаний метод чисельного розрахунку. Крім того, в цьому вікні доцільно відкоригувати (як правило, зменшити) часовий діапазон розрахунку (за умовчанням це 10 секунд), також варто задати значення максимального кроку розрахунку (пункт *Max step size*) не більше $1e-3$.

Після того як схема готова потрібно натиснути *Start Simulation* (іконка  на панелі інструментів) і виконати розрахунок.

Завдання:

1. Побудувати для парних номерів варіантів Т-подібну, а для непарних – Г-подібну схему заміщення асинхронного двигуна із заданими параметрами і отримати значення струмів в усіх гілках при включенні на синусоїдальну напругу. Значення параметрів схеми заміщення, а також величини амплітуди фазної напруги і величини частоти згідно варіанту завдання наведені в табл.8.1.

Таблиця 8.1

№ варіанту	$U_m, В$	$f_1, Гц$	Параметри					
			$R_1, Ом$	$L_1, мГн$	$R_2', Ом$	$L_2', мГн$	$L_m, Гн$	s_H
1	250	50	0,029	0,719	0,022	0,722	0,0426	0,03
2	300	60	0,025	0,739	0,021	0,727	0,0416	0,035
3	300	50	0,026	0,715	0,02	0,732	0,0436	0,025
4	260	55	0,022	0,739	0,0182	0,692	0,0456	0,028
5	270	60	0,031	0,689	0,018	0,732	0,0506	0,029
6	350	65	0,027	0,722	0,025	0,689	0,0386	0,035
7	350	50	0,028	0,717	0,0302	0,752	0,0516	0,029
8	300	55	0,024	0,682	0,031	0,703	0,0394	0,032
9	230	60	0,027	0,679	0,021	0,702	0,0446	0,029
10	290	55	0,031	0,725	0,024	0,705	0,0376	0,031
11	330	60	0,032	0,619	0,0272	0,734	0,0506	0,034

Продовження табл.8.1

№ варіанту	$U_m, В$	$f_1, Гц$	Параметри					
			$R_1, Ом$	$L_1, мГн$	$R_2', Ом$	$L_2', мГн$	$L_m, Гн$	s_H
12	300	52	0,029	0,714	0,032	0,592	0,0387	0,024
13	260	65	0,032	0,759	0,027	0,6922	0,0417	0,025
14	310	55	0,027	0,729	0,025	0,622	0,0497	0,031
15	250	55	0,031	0,721	0,0252	0,635	0,0397	0,032
16	310	60	0,025	0,725	0,0302	0,642	0,0447	0,029
17	230	50	0,028	0,732	0,0202	0,752	0,0527	0,032
18	220	60	0,026	0,717	0,034	0,653	0,0327	0,031
19	240	50	0,033	0,791	0,0192	0,664	0,0367	0,027
20	270	50	0,024	0,749	0,026	0,709	0,0477	0,033

2. Це завдання однакове для всіх варіантів. Дослідити процес пуску асинхронного двигуна з короткозамкненим ротором, що працює з постійним моментом на валу 10 Нм, при несиметрії напруги живлення 10%. Повна потужність двигуна прийняти $S = 5kVA$, синхронна частота обертання $n_1 = 1500 \frac{об}{хв}$. Параметри двигуна взяти з попереднього завдання відповідно до власного варіанту.

КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ З ПАКЕТУ MATLAB

1. Охарактеризувати MATLAB як систему високого рівня програмування для вирішення обчислювальних завдань.
2. Назвати основні параметри і можливості системи.
3. Існуючі способи введення інформації, створення об'єктів і роботи з ними в середовищі MATLAB.
4. Яким чином оголошуються змінні в мові MATLAB?
5. Яку роль відіграє системна змінна *ans*?
6. Як на мові MATLAB забезпечити складання, віднімання, множення, ділення і піднесення до степеня комплексних чисел?
7. Як вводяться вектори в мові MATLAB? Якими функціями можна формувати вектори в мові MATLAB?
8. Які функції MATLAB дозволяють перетворювати вектор поелементно?
9. Як вводяться матриці в системі MATLAB?
10. Як сформувати матрицю: а) по заданих векторах її рядків? б) по заданих векторах її стовпців? в) по заданих векторах її діагоналей?
11. Як вирішити в MATLAB систему лінійних алгебраїчних рівнянь?
12. Який об'єкт в MATLAB називається поліномом?
13. Як в MATLAB здійснюється добуток і ділення поліномів?
14. За допомогою яких функцій можна знайти корені заданого полінома, значення полінома по відомому значенню аргументу?
15. Які функції дозволяють знайти похідну від полінома?
16. Які функції MATLAB здійснюють виведення графіків на екран?
17. За допомогою яких функцій можна додати до графіку координатні лінії і надписи?
18. Чи можна побудувати декілька графіків в одній системі координат і в одному графічному вікні?
19. Які засоби управління ходом обчислювального процесу передбачені в мові MATLAB?
20. Як можна організувати обчислення по циклу в мові MATLAB?
21. Чим відрізняються файл-функції від Script-файлів? Яка сфера застосування кожного з цих видів файлів?
22. Як створити М-файл процедури або функції?

ОСНОВИ РОБОТИ З ПАКЕТОМ FEMM

1. Основні функціональні можливості програми FEMM

Серед скінченно-елементних програм розрахунку фізичних полів, для даного курсу, була обрана програма FEMM по декільком причинам, головної з яких є її загальнодоступність.

Програма Finite Element Method Magnetics (Магнітні розрахунки методом скінченних елементів) дозволяє створювати моделі для розрахунку плоскопаралельного або плоскомеридіанного (осесиметричного) стаціонарного і квазістаціонарного магнітного і стаціонарного електростатичного та теплового полів, побудувати їх картини і визначити польові і колові параметри.

Задачі розрахунку магнітних полів можуть бути як лінійні, так і нелінійні.

Частина пакету FEMM, яка виконує магнітні розрахунки, складається з декількох основних програм: *препроцесора*; *процесора* (метод розрахунку) і *постпроцесора*. Всі вони керуються одним файлом femm.exe.

Робота з FEMM по створенню нової моделі починається шляхом запуску *препроцесора*, в якому вводяться геометричні розміри моделі і присвоюються властивості її окремим частинам – блокам. Препроцесор дозволяє зберегти файл з потрібним ім'ям. Цей файл буде мати розширення fem.

Вікно програми FEMM при роботі в препроцесорі відразу після його завантаження показано на рис.9.1.

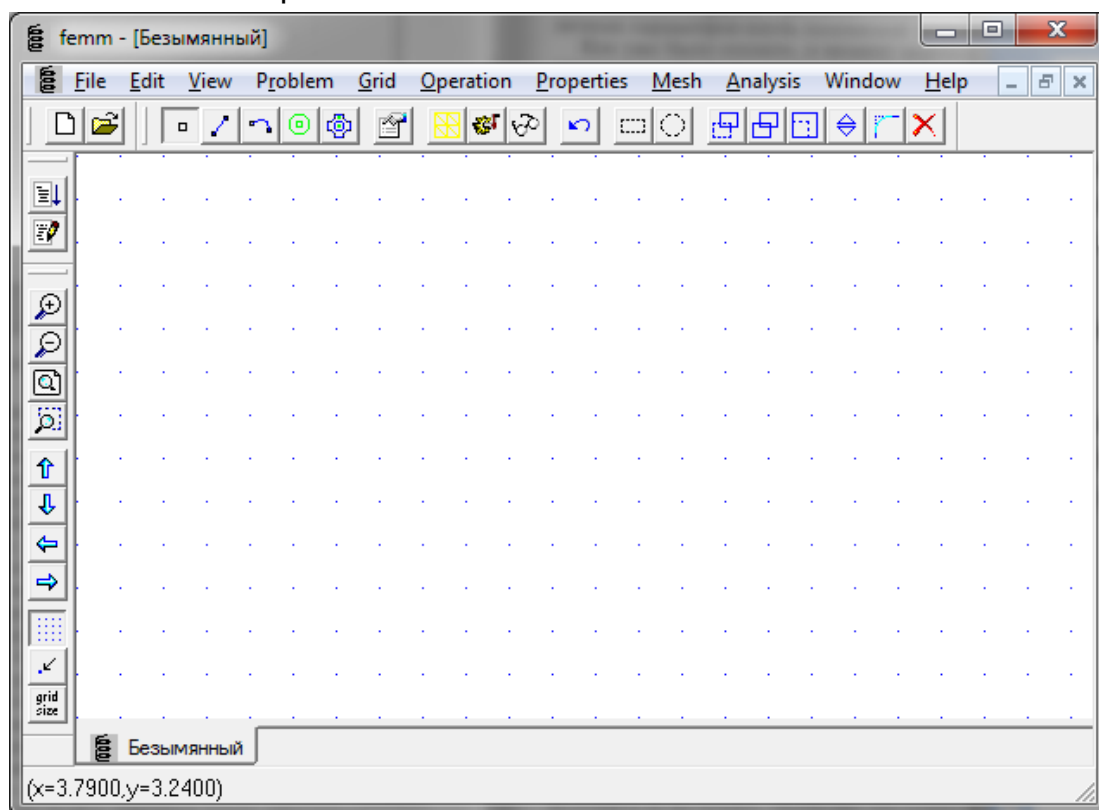


Рис. 9.1. Вікно програми FEMM при роботі в препроцесорі і процесорі

Перехід до роботи процесора, що розраховує параметри моделі, здійснюється при натисканні кнопки . Після запуску в центрі екрана виникає вікно з часовою діаграмою і інформацією про хід розрахунку. Після зникнення цього вікна робота процесора закінчена.

Після закінчення роботи процесора можна запустити постпроцесор натисканням кнопки . Постпроцесор створює файл з розширенням `ans`. Цей файл дозволяє, в подальшому, подивитись тільки розв'язок моделі без повторного запуску процесора.

Після запуску постпроцесора для стаціонарного магнітного поля завжди будується картина поля ліній магнітного потоку, а для квазістаціонарного – картина поля ліній дійсного значення векторного магнітного потенціалу.

2. Алгоритм створення нової моделі

2.1. Попередня підготовка

Перед створенням моделі в пакеті FEMM спочатку потрібно створити геометрію моделі. В самій програмі FEMM існують засоби створення геометрії (рис.9.2) проте вони дуже не зручні. Тому краще створити 2D геометрію моделі (зазвичай, це поперечний переріз) в системі AutoCAD, яка вивчалась в першій частині курсу. Геометрію моделі в системі AutoCAD потрібно зберегти в файл з розширенням `dxf`. Після цього, цей файл легко може бути імпортований в середовище FEMM. Слід зауважити, що при побудові геометрії в системі AutoCAD потрібно використовувати одиниці виміру (міліметри, метри і т.п.) такі ж як і в програмі FEMM.



Рис. 9.2. Кнопки режиму створення зображення

2.2. Запуск пакету FEMM, введення типу задачі

1. Запустити програму FEMM (наприклад, через **Пуск** → **Все програми** → **femm 4.2** → **FEMM 4.2**). У вікні, що з'явилося натиснути кнопку . Виникає діалог **Create a new problem** (Створення нової задачі) (рис. 9.3), в полі якого за умовчанням стоїть **Magnetic Problem** (Магнітні задачі). Натиснути **OK** – вікно стане таким як на рис. 9.1.

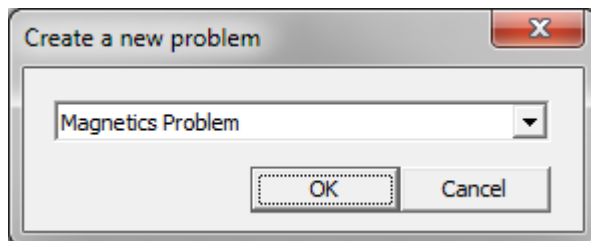


Рис. 9.3. Діалог «Створення нової задачі»

2. Натиснути **File** → **Save** і у вікні, що з'явилося натиснути **Save as ...** записати майбутній файл в потрібну папку під потрібним ім'ям. Автоматично йому буде присвоєне розширення fem.

3. В рядку головного меню натиснути **Problem** (задача). Відкриється діалог (рис. 9.4), в якому необхідно заповнити поля **Problem Type** (Тип задачі), **Length Units** (Одиниці виміру), **Frequency (Hz)** (Частота (Гц)), **Depth** (Товщина) – для плоскопаралельного поля – і натиснути **OK**.

Під типом задачі розуміється розрахунок і побудова плоскопаралельного (Planar) або плоскомеридіанного (Axisymmetric) полів. За умовчанням частота дорівнює 0, що означає режим стаціонарного (незмінного в часі) поля. Одиниці виміру варто змінити з дюймів на міліметри або метри.

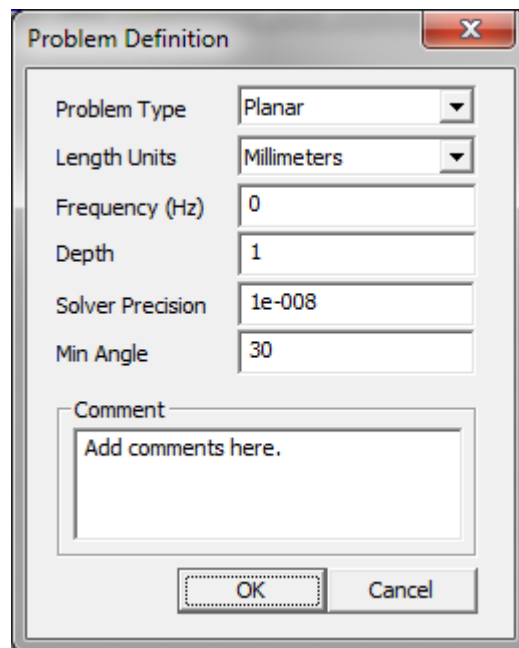


Рис.9.4. Діалог введення параметрів задачі

2.3. Побудова контурів (геометрії) моделі

Як уже зазначалося в пункті 2.1, найзручнішим способом створення моделі є попереднє її створення в системі AutoCAD (формат dxf) з подальшим імпортуванням у вікно препроцесора FEMM.

Отже, якщо ми маємо відповідний файл, то імпортувати його можна натиснувши **File** → **Import DXF**. Далі вибрати відповідний файл і натиснути **Открыть**.

Замкнені площадки побудованої геометрії необхідно позначити як *блоки*. Для цього потрібно натиснути кнопку  на панелі зображеної на рис. 9.2. Після цього потрібно натиснути лівою кнопкою миші будь-яку точку всередині кожного з блоків. В місці кожної з цих точок виникне маленький квадратик з контурами зеленого кольору і надписом <None>.

2.4. Введення властивостей блоків

Після того як побудована геометрія і позначені мітки блоків моделі, необхідно ввести властивості всіх блоків, а також властивості всіх частин зовнішнього контуру моделі (граничні умови).

При введенні властивостей блоків і граничних умов можна знаходитись в будь-якому режимі, оскільки прив'язка властивостей до конкретних об'єктів (їх

ідентифікація) буде здійснена пізніше. Властивості можна ввести навіть до початку побудови моделі, але зручніше зробити це зараз, орієнтуючись на контури вже створеного зображення.

Починати введення властивостей блоків варто з тих стандартних матеріалів, властивості яких вже є в бібліотеці матеріалів програми FEMM.

1. Натиснути **Properties** → **Material Library** (Властивості/Бібліотека матеріалів). Виникає діалог, що зображений на рис. 9.5. Ліворуч розташовані папки бібліотеки в яких знаходяться значки певних матеріалів. Будь-який матеріал автоматично присвоюється моделі, якщо значок скопіювати шляхом «перетягування» в праву частину поточного діалогу (вона називається **Model Materials** – Матеріали моделі).

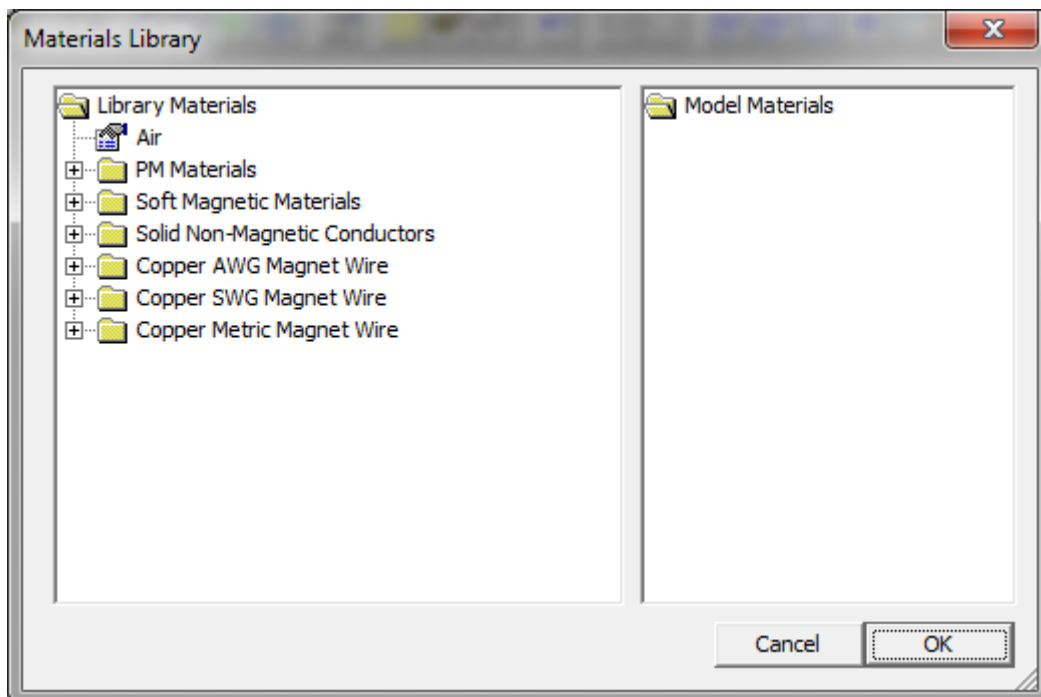


Рис. 9.5. Діалог бібліотеки матеріалів

Оскільки майже всі моделі мають в якості одного з матеріалів повітря, то перетягнувши значок Air, відразу можна повітряним блокам моделі присвоїти і ім'я, і властивості.

Якщо матеріали з потрібними властивостями відсутні в бібліотеці, то їх можна створити так, як описано нижче.

2. Натиснути рядок **Materials** (Матеріали) пункту **Properties** (Властивості) Головного меню – виникає діалог **Property Definition** (Призначення властивості), в якому поле **Property Name** (Ім'я властивості) буде порожнім, якщо ще не введені властивості жодного з блоків моделі (рис.9.6).

3. Натиснути кнопку **Add Property** (Додати властивості) або **Modify Property** (Змінити властивості) – виникає діалог **Block Property** (Властивості

блока) (рис. 9.7). Цей діалог використовується для призначення властивостей, пов'язаних як з матеріалом блока, так і з деякими атрибутами, які показують, лінійна чи нелінійна його крива намагнічування, чи суцільний він чи складається з окремих пластин (шихтований).

4. Ввести для блока, що описується, в полі **Name** (Ім'я) замість New Material (Новий матеріал) змістовне ім'я для матеріалу блока.

5. Далі, в цьому ж діалозі (рис.9.7), вводяться фізичні властивості матеріалу. Скажімо, шляхом вибору підходящого рядка в списку **B-H**

Curve (Крива *B-H*) потрібно вирішити, чи буде матеріал мати лінійну або нелінійну криву *B-H*. Якщо виділити Linear B-H Relationship (Лінійний зв'язок *B* і *H*), як на рис.9.7, буде активна група параметрів Linear Material Properties (лінійні властивості матеріалу), де є можливість ввести різні постійні значення відносної магнітної проникності в горизонтальному і вертикальному напрямках.

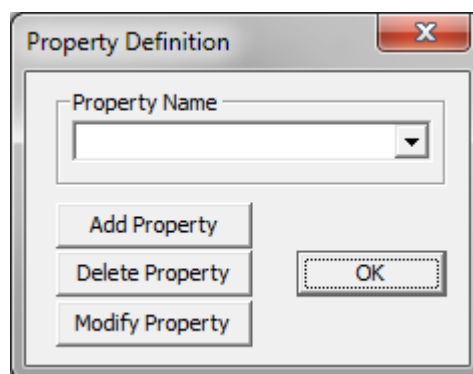


Рис.9.6. Діалог призначення властивостей

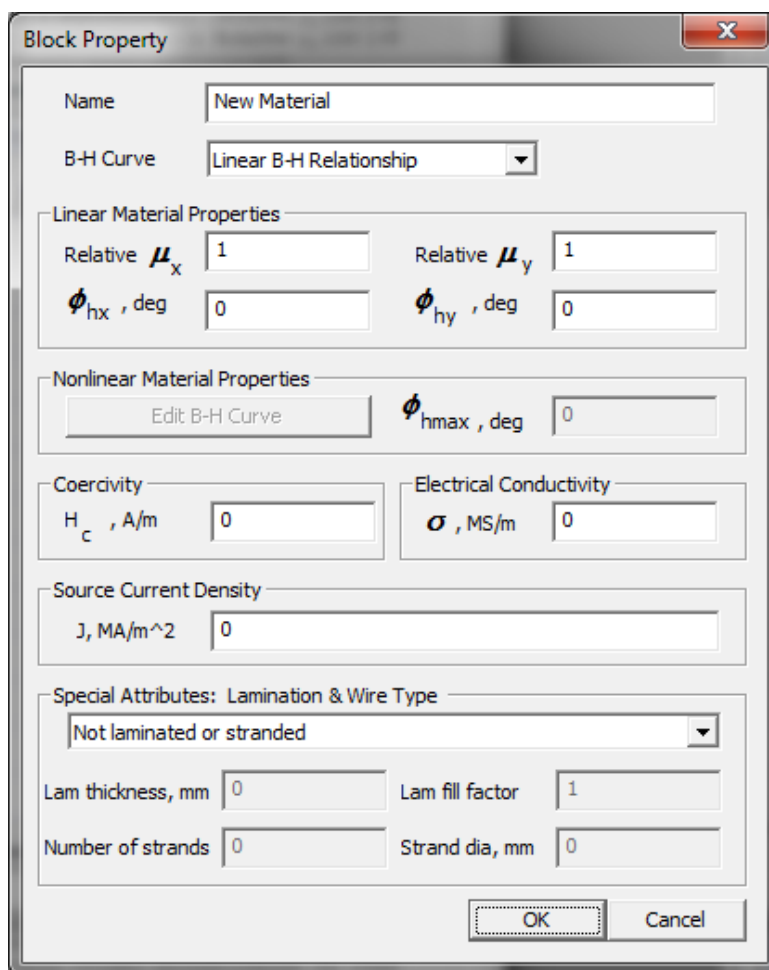


Рис. 9.7. Діалог властивостей блока

В прямокутнику Linear Material Properties знаходяться також ϕ_{hx} , deg і ϕ_{hy} , deg, які позначають гістерезисний кут по відношенню до кожного з напрямків. В FEMM в лінійних квазістаціонарних задачах вважається, що гістерезис незалежно від частоти створює постійний кут зсуву фаз між B і H . Це рівнозначно припущенню, що петля гістерезису має еліптичну форму.

Якщо зі списку **B-H Curve** вибрати Nonlinear B-H Curve (Нелінійна крива B - H), то активними стануть параметри в прямокутнику **Nonlinear Material Properties** (Нелінійні властивості матеріалу).

Щоб ввести криву $B(H)$, потрібно натиснути кнопку **Edit B-H Curve** (Редагування кривої B - H). З'явиться діалог **B-H Curve Data** (рис.9.8), який дозволяє ввести відповідні значення B та H .

Серед нелінійних параметрів діалогу **Block Property** знаходиться також величина ϕ_{hmax} , deg. Для нелінійних задач вважається, що гістерезисний кут відставання пропорціональний ефективній магнітній проникності. Тобто, при найвищій ефективній проникності гістерезисний кут досягає максимального значення ϕ_{hmax} . Це припущення можна представити формулою:

$$\phi_h(B) = \frac{\mu_{eff}(B)}{\mu_{eff,max}} \cdot \phi_{hmax},$$

де $\phi_h(B)$ – гістерезисний кут при магнітній проникності B ; $\mu_{eff}(B)$ – ефективна магнітна проникність при B ; $\mu_{eff,max}$ – максимальне значення ефективної магнітної проникності.

6. Наступне поле введення діалогу на рис.9.7 – це коерцитивна сила H_c , A/m, яку потрібно ввести для попередньо намагніченого матеріалу – постійного магніту.

7. Поле редагування σ , MS/m встановлює питому електропровідність матеріалу блоку. Її одиниці виміру: це 10^6 сименс/метр (10^6 См/м). Для довідки, питома електропровідність міді при кімнатній температурі складає 57,143 МСм/м; крем'янистої сталі (листової) для електродвигунів – менше 2 Мсм/м; листів трансформаторної сталі – більше 9 МСм/м. При цьому потрібно пам'ятати, що питома електропровідність сильно залежить від температури.

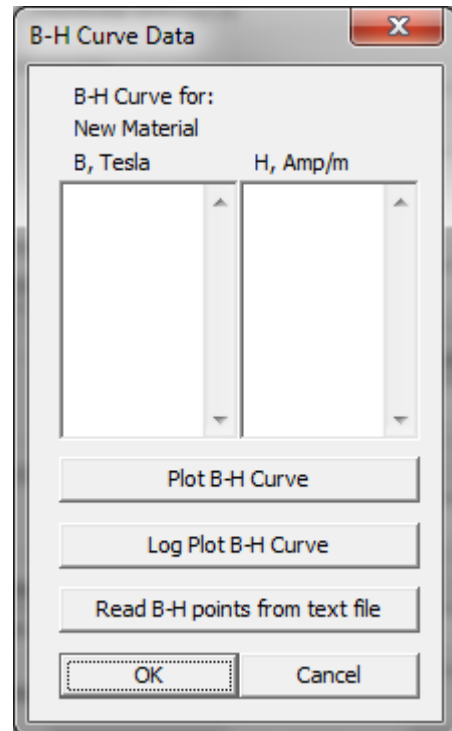


Рис.9.8. Діалог введення значень кривої B - H

8. Наступною величиною для введення є густина струму стороннього джерела струму (**J, MA/m²**). Для змінного струму слід вводити комплексне значення густини струму. Якщо передбачається присвоїти блоку поперечного перетину обмотки властивості електричного кола, то в полях введення густини струму слід залишити нульові значення.

9. Наступна група властивостей – **Special Attributes: Lamination & Wire Type** (Спеціальні властивості: Пластинчатість і Тип проводу). Якщо матеріал, який в моделі зазвичай представлений у вигляді «суцільного» тіла, насправді складається з ізольованих пластин (шихтування), то випадаючий список цього поля використовується для позначення напрямку, в якому він розбитий на пластини (рис.9.9). Якщо вибраний якийсь тип шихтовки, то стають активними поля **Товщина листа (Lam thickness, mm)** і **Коефіцієнт заповнення сталі (Lam fill factor)**. Товщина листа, коефіцієнт заповнення сталі і напрямок шихтовки використовуються для створення суцільної моделі із листового матеріалу, при розрахунку якого в квазістаціонарній задачі можна врахувати гістерезис і вихрові струми.

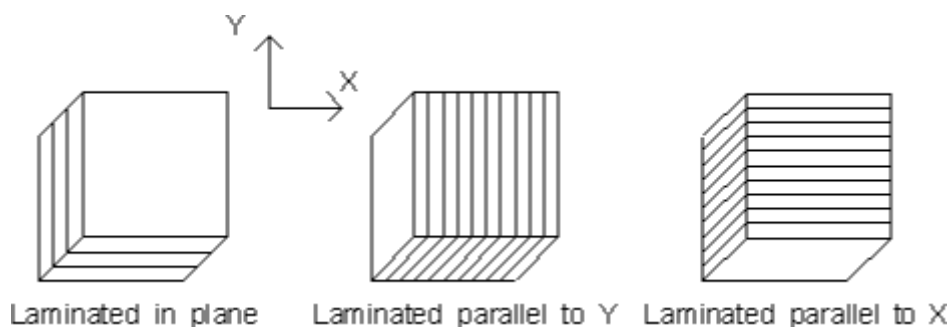


Рис.9.9. Різні типи орієнтації пластин відносно осей координат

Для обмотки, яка в моделі зазвичай також зображена у вигляді «суцільного» тіла, в полі **Special Attributes: Lamination & Wire Type** випадаючий список дозволяє ввести тип проводу, з якого вона зроблена. Якщо у вищеназваному полі вибраний тип проводу, то стають активними поля **Діаметр жили (Strand dia.)** і/або **Число жил (Number of strands)**. Якщо вибраний Провід магніту (**Magnet wire**) або Прямокутний провід (**Square wire**), то потрібно мати на увазі, що може бути тільки одна жила і що саме тому поле **Number of strands** не активно. При цьому в поле **Strand dia.** Вводиться діаметр (або ширина) проводу (без врахування товщини ізоляції).

Зауважимо, що програма автоматично враховує ізоляційні проміжки між витками. Проте, якщо користувач задає розміри поперечного перерізу обмотки (при створенні геометрії моделі), число витків і діаметр проводу, то він має самостійно розрахувати *коефіцієнт заповнення обмотки* і переконатися в тому, що обраний провід ввійде в задане вікно.

2.5. Введення граничних умов

Натиснути рядок **Boundaries** (Границі) пункту **Properties** Головного меню – виникне вже описаний діалог **Property Definition** (див. рис.9.6). Натиснути кнопку **Add Property** (або **Modify Property**) – з'явиться діалог **Boundary Property** (Гранична умова) (рис. 9.10). У верхнє поле **Name** потрібно ввести ім'я, яке пізніше буде присвоєне одному з елементів зовнішнього контуру об'єкта. Далі для цієї ділянки границі моделі вводиться **BC Type** (Тип граничної умови) і для обраного типу в одній з трьох відповідних рамок уточнюються параметри цієї умови. Аналогічно вводяться граничні умови для всіх інших ділянок зовнішнього контуру моделі.

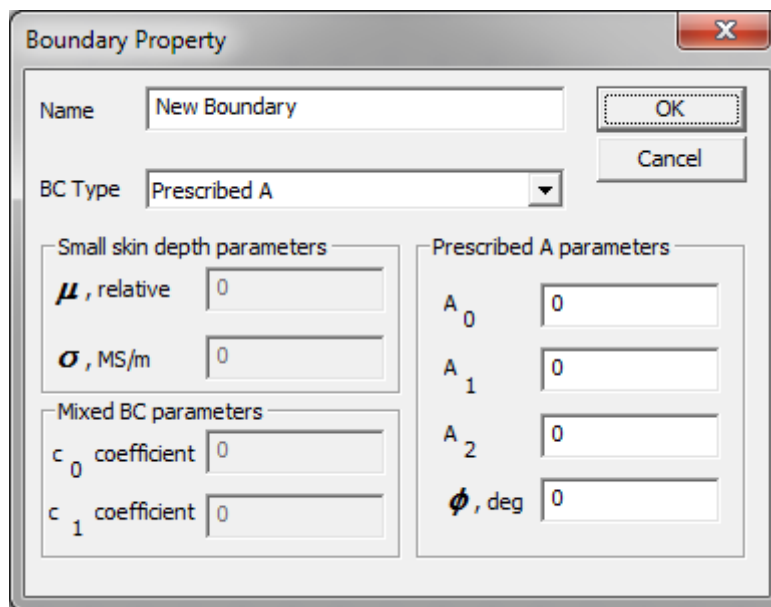


Рис. 9.10. Діалог властивостей границі

Найбільш розповсюджені типи границь магнітних полів – *границі, яким магнітний потік паралельний (умова Дірихле)*, і *границі, до яких магнітний потік перпендикулярний (умова Неймана)*. У випадку першого типу границі, векторний магнітний потенціал $A = const$. Він найчастіше приймається $A = 0$, тому в діалозі **Boundary Property** слід вибрати **BC Type** (Тип граничної умови) **Prescribed A** (Встановлене A) і коефіцієнти **A₀**, **A₁**, **A₂** всередині прямокутника з заголовком **Prescribed A parameters** залишити нульовими.

Другий розповсюджений тип границі (умова Неймана) можна встановити в тому ж діалозі **Boundary Property** вибравши тип граничної умови **Mixed** (Змішаний). Тоді на границі буде виконуватись умова $\partial A / \partial n = 0$, коефіцієнти, при цьому, також залишаються нульовими.

Крім вже зазначених **Prescribed A** і **Mixed** граничних умов, FEMM може промодельовувати ще і наступні типи границь: **Small Skin Depth** (Мала

глибина проникнення), Strategic Dual Image (Стратегія двох зображень), Periodic (Періодичні) і Antiperiodic (Антиперіодичні).

Важливою проблемою моделювання фізичних полів є *проблема «відкритих» границь*. Програма FEMM має декілька способів її вирішення. Найбільш оптимальним з точки зору зручності реалізації і економії ресурсів комп'ютера є створення моделі, яка складається із двох кіл (можна навіть двох півкіл або двох четвертин кіл при наявності симетрії).

В основному колі розміщується модель, що розглядається, а в друге коло, який може бути навіть меншого радіуса, ніж перший, «збирається» весь нескінченно розповсюджений простір, який оточує перший. Таке моделювання цього простору забезпечується прикладенням к зовнішнім границям кіл однакових граничних умов типу Periodic. В основі доведення еквівалентності заміни простору, який знаходиться ззовні першого кола, простором, що розташований всередині другого кола, лежить перетворення Кельвіна.

2.6. Введення властивостей електричного кола

Натиснути **Properties** → **Circuits** Головного меню. Виникає діалог **Property Definition** (див. рис.9.6). Натискання кнопки **Add Property** виводить на екран діалог **Circuit Property** (Властивості кола) (рис.9.11). В полі **Name** (Ім'я) потрібно ввести ім'я властивості електричного кола, а в поля **Circuit Current, Amps** (Струм кола, А) – значення струму (для змінного струму – дійсну і уявну частину).

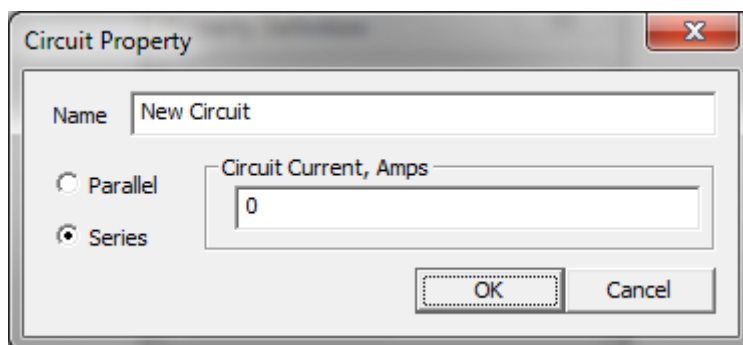


Рис. 9.11. Діалог властивостей кола

Властивості кола дозволяють користувачу накласти обмеження на струм в одному чи більше блоків. Електричні кола можна визначити як паралельно (**Parallel**) чи послідовно (**Series**) з'єднані. Якщо виділено **Parallel**, то струм ділиться між всіма блоками, що відмічені цією властивістю кола, обернено пропорційно повному електричному опору кожного блока (тобто так, що падіння напруги однакове на всіх блоках, які з'єднані паралельно).

Якщо виділено **Series**, то один і той самий струм проходить через кожний блок, що має однакове ім'я властивості кола. Блокам, що помічені послідовною властивістю кола, можна також присвоїти число витків; при цьому блок трактується як обмотка, в який MPC (магніторушійна сила) дорівнює добутку струму в колі і числа витків. Ввести число витків можна тільки в діалозі **Properties for selected block** (Властивості виділеного об'єкта) при ідентифікації властивостей блока (див. пункт 2.7). Зазначимо, що число витків, що вказане у властивостях (мітках) блока, може бути як додатнім, так і від'ємним. Знак «+» перед числом витків позначає напрям струму (MPC), який вважається додатнім (узгодженим), «-» – напрям, який вважається від'ємним (зустрічним).

2.7. Ідентифікація властивостей блоків і електричних кіл

Ідентифікація блоків, кіл і ділянок границі полягає в тому, що іменам і властивостям блоків, кіл і границь, які були введені в пунктах 2.4 – 2.6, ставляться у відповідність конкретні частини моделі.

1. Натиснути кнопку  (**Operate on blocks labels** – Робота з мітками блоків).

2. Натиснути правою кнопкою миші мітку блока або поруч з нею – окантовка квадрата мітки змінить колір з зеленого на червоний.

3. Тепер натиснути лівою кнопкою миші піктограму (кнопку) . Можна також один раз натиснути клавішу пробілу.

4. На екрані з'явиться вікно діалогу **Properties for selected block** (Властивості виділеного блока) (рис. 9.12). У верхньому полі **Block Type** (Тип блоку) потрібно вибрати зі списку ім'я даного блоку (тобто матеріалу, що визначений в пункті 2.4).

5. При потребі, в полі **Mesh size** (Довжина сторони скінченного елемента сітки), можна ввести розмір елемента сітки, попередньо знявши позначку з **Let Triangle choose Mesh Size** (Дозволити триангулятору обирати розмір сітки).

6. Якщо блок, мітка якого була виділена на моделі в п.2 даного підрозділу, повинен мати властивості електричного кола, то в полі **In Circuit** потрібно зі списку вибрати ім'я кола.

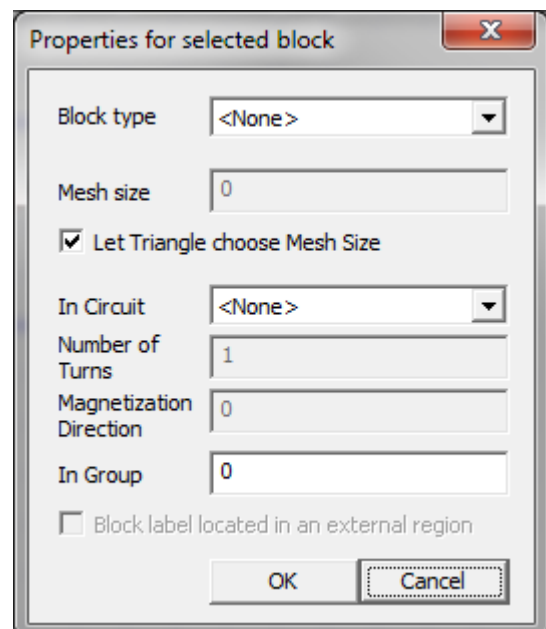


Рис.9.12. Діалог властивостей виділеного блоку

Якщо для цього блоку був введений діаметр проводу і струм, то в полі **Number of Turns** потрібно ввести кількість витків, яку програма FEMM самостійно не обчислює. Якщо ж виділений блок не повинен мати властивості кола, то в полі **In Circuit** має стояти слово <None>.

7. Після натискання ОК діалогу **Properties for selected block** червоний колір контуру виділеної мітки блока зміниться на зелений і слово <None> зміниться на ім'я блоку. Якщо блок має властивості кола, то під ім'ям блока в квадратних дужках виникне ще ім'я кола (струму), двокрапка і число витків.

8. Аналогічним чином ввести і ідентифікувати решту замкнених областей (блоків) моделі. Розмір сітки скінченних елементів кожного з блоків у разі необхідності може бути різним.

2.8. Ідентифікація ділянок границі

1. Для того щоб зв'язати з конкретним ім'ям і властивостями конкретний елемент зовнішньої границі моделі, перейти в потрібний режим роботи, необхідно натиснути кнопку для роботи в режимі прямих  або кнопку для роботи в режимі дуг .

2. При ідентифікації *прямих ділянок границі* моделі в режимі прямих натиснути правою кнопкою миші будь-яку границю моделі у вигляді відрізка прямої лінії – її колір зміниться з синього на червоний.

Натиснути і відпустити клавішу пробілу – на екрані виникне діалог **Segment Property**. (рис.9.13). У верхньому полі зі списку вибрати ім'я, властивості якого відповідають властивостям даної границі (див. пункт 2.5). Значення інших елементів цього діалогу без особливої необхідності змінювати не потрібно.

3. Для ідентифікації *дугових ділянок границі* в режимі дуги натиснути правою кнопкою миші будь-яку границю моделі у вигляді дуги – її колір зміниться з синього на червоний.

Натиснути і відпустити клавішу пробілу – на екрані виникне діалог **Arc segment properties** (Властивості дугової ділянки). В другому полі для введення (**Boundary cond.** – Гранична умова) зі списку вибрати потрібне ім'я властивостей даної границі.

4. Зберегти створену модель через **File** → **Save**.

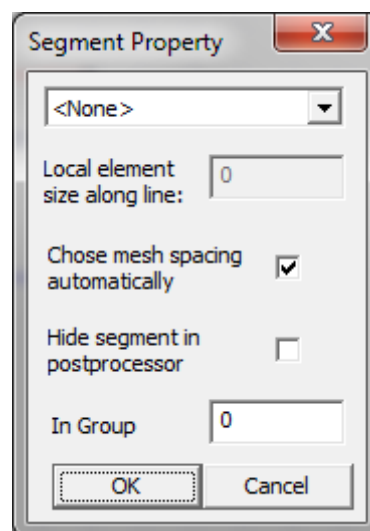


Рис.9.13. Діалог властивостей ділянки границі

2.9. Побудова сітки скінчених елементів і розрахунок моделі

Щоб побудувати та побачити сітку скінчених елементів, необхідно натиснути кнопку . Буде сформована сітка трикутних скінчених елементів 1-го порядку. Щоб прибрати зображення сітки скінчених елементів з екрану, потрібно натиснути **Mesh** → **Purge Mesh** (Видалити сітку) Головного меню.

Для того щоб запустити розрахунок моделі потрібно натиснути кнопку  або вибрати підпункт **Analyze** (Аналізувати) пункту **Analysis** (Аналіз) Головного меню. Після цього з'явиться вікно, яке відображає хід розрахунку.

2.10. Побудова картин поля

Натиснути кнопку  або вибрати рядок **View Results** (Перегляд результатів) пункту **Analysis** Головного меню – при цьому FEMM за умовчанням зображає картину поля із 19-ти ліній магнітного потоку. Далі поле такого типу будемо називати *полем ліній магнітного потоку*.

При аналізі квазістаціонарного магнітного поля за умовчанням зображуються лінії дійсної складової векторного магнітного потенціалу (**Real component of A**).

Одночасно з картою поля на екрані з'являється додаткове інформаційне вікно **FEMM Output** з основними параметрами поля.

На рис.9.14 представлений приклад розподілу ліній магнітного потоку.

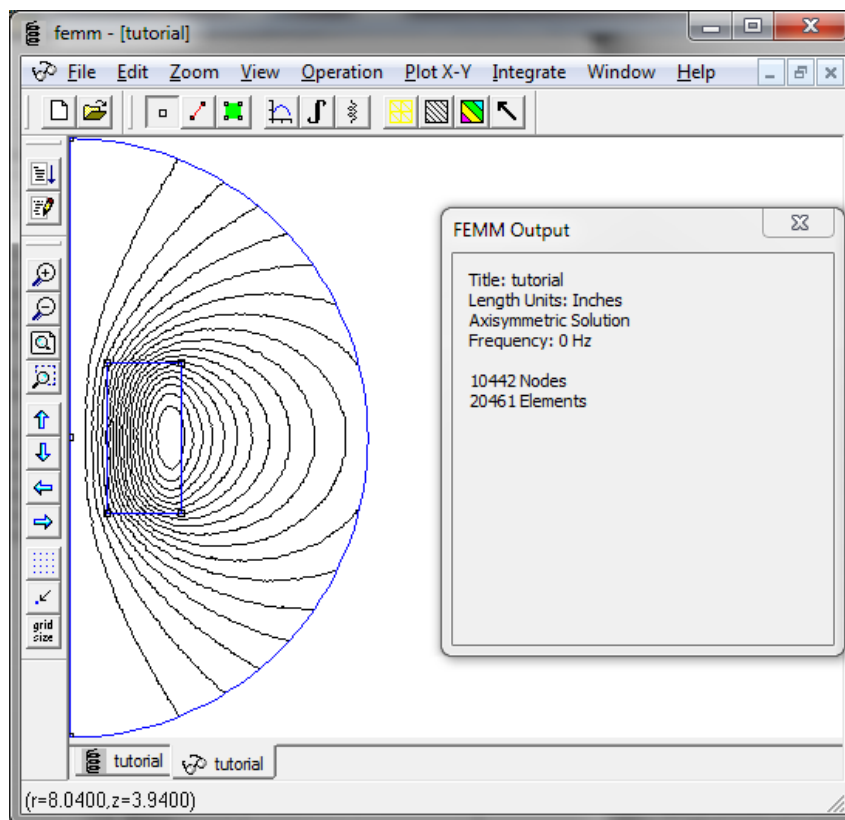


Рис. 9.14. Вікно програми FEMM при роботі в постпроцесорі

Отриманий результат розрахунку поля можна зберегти в файл з розширенням ans.

Кількість ліній потоку (рис. 9.14) можна змінити (від 4 до 999) в полі **Numbers of contours** діалогу Dialog (рис.9.15), який викликається вибором в головному меню пункту **View** → **Contour Plot**, або натисканням кнопки . Окрім кількості ліній потоку у цьому діалозі є можливість задати значення нижньої (**Lower bound**) і верхньої (**Upper Bound**) межі значення потоку, який відображається на екрані.

На картині поля рис.9.14 лінії поля являють собою границі рівних за значенням магнітних потоків. Вздовж кожної з цих ліній не змінюється модуль векторного потенціалу.

У вікні **femm** при роботі програми в режимі постпроцесора можна на цьому ж рисунку одночасно з побудовою ліній потоку побудувати магнітне поле у

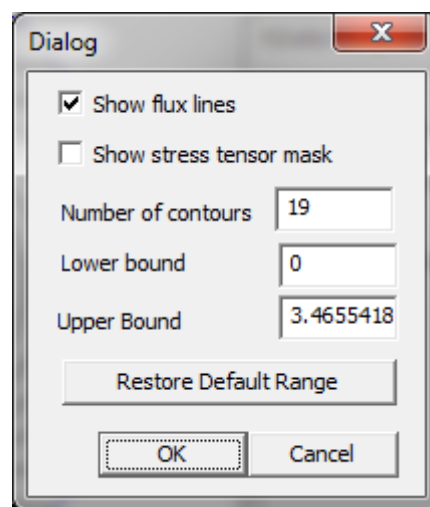


Рис.9.15. Діалог властивостей картини ліній потоку

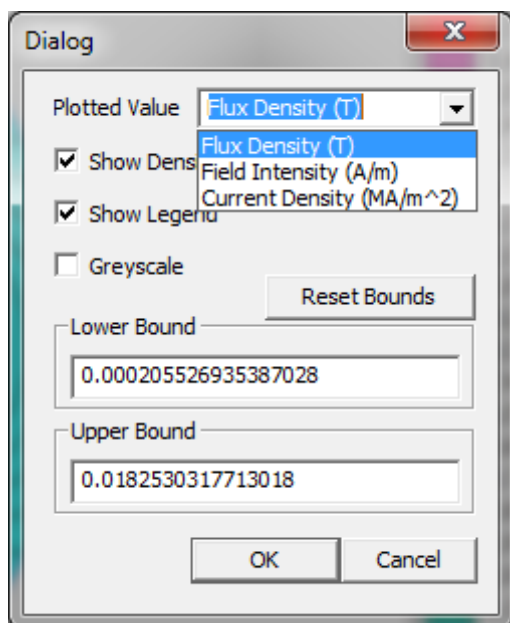


Рис.9.16. Діалог властивостей магнітного поля

аналізується, на 20 частин. За бажанням користувача на 20 рівних частин можна поділити будь-який проміжок, який вказується користувачем між **Lower Bound** і **Upper Bound**.

Приклад зонної картини поля зображено на рис. 9.17.

вигляді зон з різним забарвленням (зонна картина поля). По кольору зони можна визначити значення магнітної індукції або іншого параметра. Для того щоб побудувати таку картину поля, потрібно натиснути кнопку  або вибрати в головному меню пункт **View** → **Density Plot**. Після цього на екрані з'явиться діалог, що зображений на рис.9.16. В цьому діалозі в пункті **Plotted Value** потрібно вибрати фізичну величину для відображення, в нашому випадку це магнітна індукція (*Flux Density (T)*). І для відображення самої картини поля на екрані потрібно активувати перемикач **Show flux density**.

За умовчанням зонна картина поля ділить весь діапазон зміни індукції поля, що

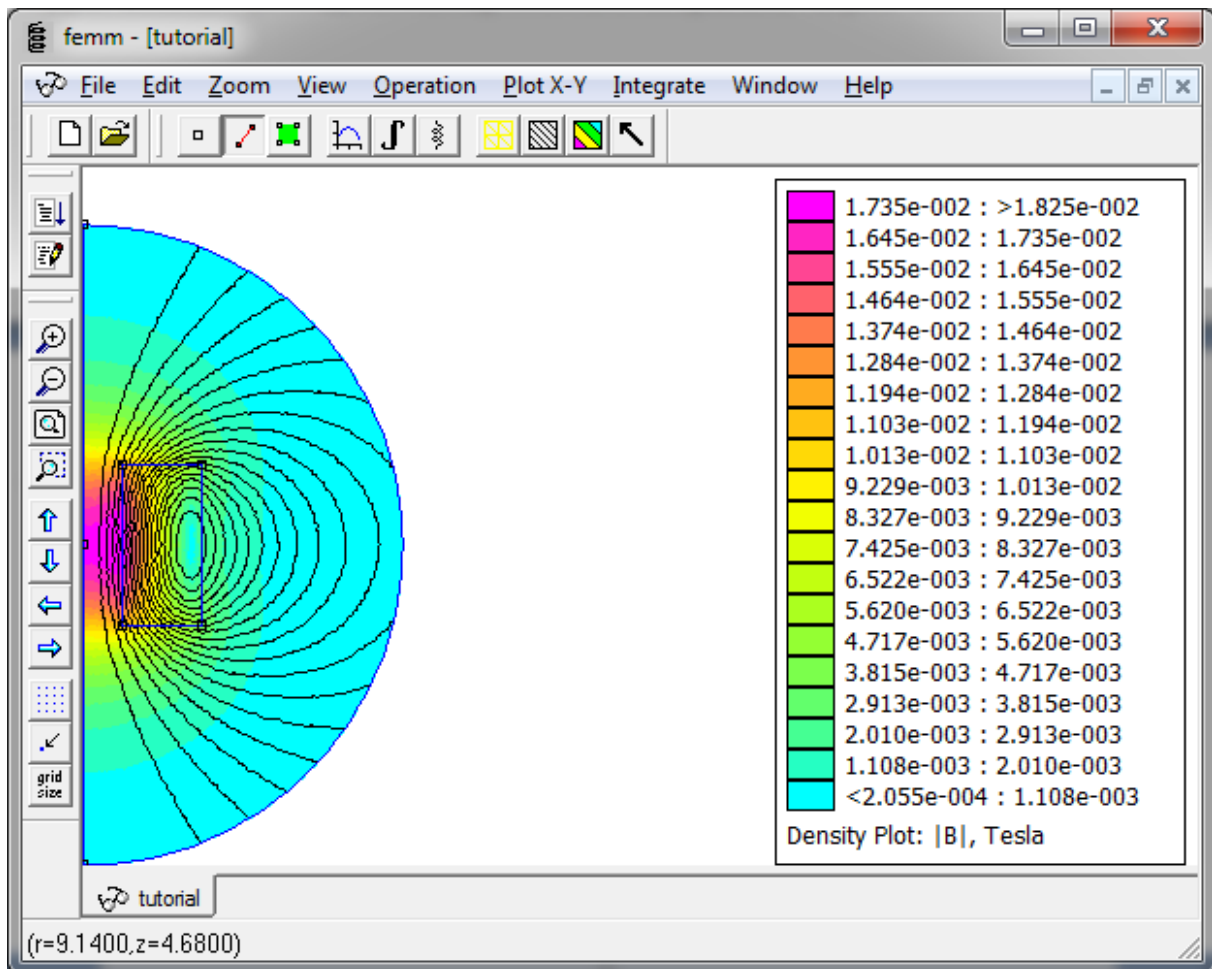


Рис. 9.17. Картина розподілу магнітної індукції (кольором) і векторного магнітного потенціалу (лініями)

Для підвищення наочності зонних картин поля при друці їх на папері чорно-білим принтером в **FEMM** введена можливість переведу кольорового рисунку в чорно-білий. Для цього потрібно активувати перемикач **Grayscale** діалогу **Dialog** (рис.9.16): тоді буде побудована така картина поля, в якій ступінь чорноти зон від білої при найменших значеннях магнітної індукції буде рівномірно змінюватись до чорної при найбільших значеннях.

Третій тип картини поля можна одержати в програмі **FEMM**, якщо в режимі постпроцесора натиснути кнопку . На екрані з'явиться діалог **Vector Plot Option** (Опції векторного поля) (рис.9.18). В списку **Vector Plot Type** потрібно вибрати параметр для якого буде побудовано поле. Одержане при цьому поле складається зі стрілок, довжина стержня і розмір наконечника яких пропорційні значенню параметра магнітного

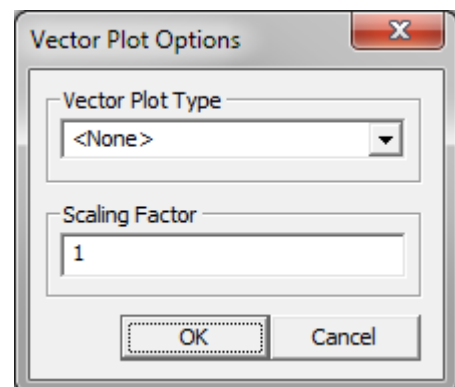


Рис.9.18. Діалог властивостей векторного поля

поля у вузлових точках сітки прив'язки, з яких виходять стрілки. Напрямок стрілки характеризує напрям зображеної величини в точці, в якій ця стрілка починається. Таке поле називається *векторним*. Кількість стрілок-векторів можна змінити, змінюючи крок сітки прив'язки в діалозі **Grid Properties**.

2.11. Побудова графіків, розрахунки і вивід на екран розрахункових даних

Побудова графіків, розрахунки і вивід на екран розрахункових даних можна здійснити в **FEMM** тільки після побудови і аналізу моделі або після завантаження в **FEMM** результатів попереднього аналізу моделі, автоматично записаних в файлі з розширенням *.ans*. Далі всі вказівки відносяться до кнопок панелі інструментів і пунктам меню вікна **FEMM** при роботі в режимі постпроцесора (див. рис.9.14).

Режим параметрів точки. В цьому режимі можна вивести на екран значення характеристик поля в будь-якій точці моделі.

- 1) Натиснути кнопку ;
- 2) якщо поверх вікна **femm** нема вікна **FEMM Output**, то відновити його можна з допомогою **View** → **Output Window** головного меню;
- 3) далі, натискаючи лівою кнопкою миші на будь-яку точку розрахованої моделі у вікні **FEMM Output** можна побачити відповідні фізичні величини для даної точки моделі.

Режим параметрів контуру. В цьому режимі за допомогою прямих, лама-них чи дугових ліній можна виділяти профіль ділянки моделі і досліджувати в ньому залежності величин, які характеризують магнітне поле моделі від їх (ліній) просторового положення.

- 1) Натиснути кнопку ;
- 2) Натиснути на моделі правою кнопкою миші точку одного кінця майбутньої лінії – з'явиться червоний хрестик, потім потім точку другого її кінця – на екрані виникне відрізок прямої червоного кольору. Можна додатковими натисканнями правої кнопки миші додати до неї ще прями – зробити лінію ламаною.

Якщо натискання здійснюється лівою кнопкою миші, то для побудови прямої або ламаної використовується найближча до місця натискання опорна точка моделі. Для видалення всієї лінії (при необхідності) – натиснути кнопку **[Esc]**, останньої ділянки – кнопку **[Delete]**.

- 3) Натиснути кнопку  панелі інструментів. На екрані виникне діалог **X-Y Plot of Field Values** (Графік польових параметрів в прямокутній системі координат) (рис.9.19), який пропонує побудувати графік зміни

вздовж виділеної лінії будь-якої величини, що вибирається зі списку поля **Plot Type** цього діалогу.

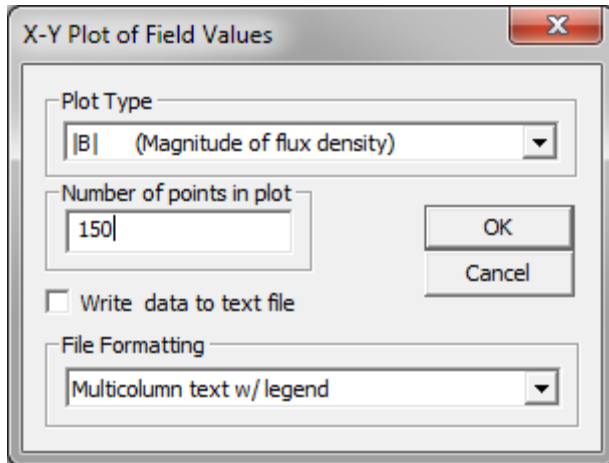


Рис.9.19. Діалогове вікно вибору величин магнітного поля

Список поля **Plot Type** для стаціонарного плоско-паралельного поля має наступні складові:

- Potential (Модуль векторного магнітного потенціалу **A**), $Bб/м$;
- B.n (Normal flux density) (Нормальна складова індукції), $Tл$;
- B.t (Tangential flux density) (Тангенціальна складова індукції), $Tл$;
- $|H|$ (Magnitude of flux intensity) (Модуль напруженості магнітного поля), $A/м$;
- H.n (Normal field intensity) (Нормальна складова напруженості магнітного поля), $A/м$;
- H.t (Tangential field intensity) (Тангенціальна складова напруженості магнітного поля), $A/м$.

При аналізі квазістаціонарного поля до цього списку додається ще можливість побудови кривих зміни вздовж заданого напрямку густини вихрового струму (J_{eddy}) і густини сумарного струму – вихрового, доданого до струму джерела ($J_s + J_{eddy}$).

- 4) Якщо після вибору контуру натиснути кнопку  панелі інструментів, то на екрані виникне діалог **Line Integrals** (Інтеграли вздовж лінії) (рис.9.20), який дозволяє користувачу шляхом інтегрування вздовж введеного контуру розрахувати будь-яку з наступних величин:

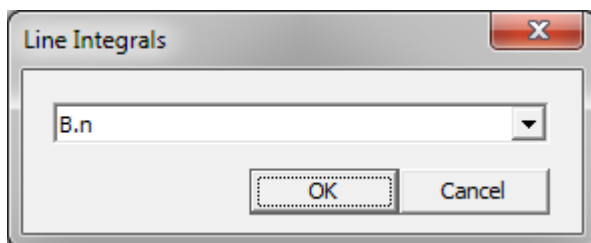


Рис.9.20. Діалог вибору інтегрованої величини вздовж лінії

- B.n;
- H.t;
- Contour length (Довжина контуру);
- Force from Stress Tensor (Сила через тензор натягу Максвелла);
- Torque from Stress Tensor (Момент через тензор натягу Максвелла);
- $(B.n)^2$.

Після вибору, наприклад, B_n і натисканні кнопки ОК поточного діалогу на екрані з'явиться інформаційне вікно **Integral Result** (Результат інтегрування) зі значеннями Normal flux (Магнітного потоку, нормального до контуру) і Average B_n (Середньої індукції, нормальної до контуру) (рис.9.21). При виборі

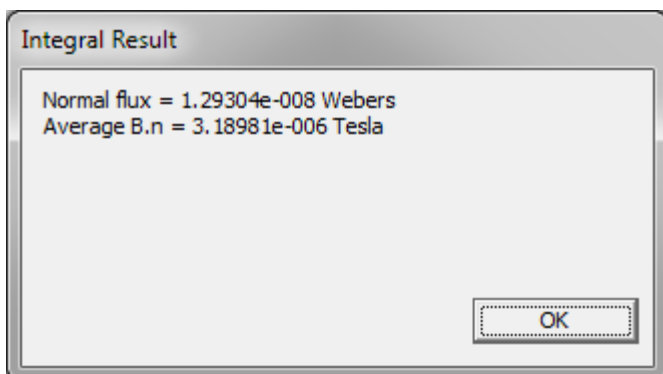


Рис.9.21. Інформаційне вікно

інших пунктів списку даного діалогу (рис.9.20) на екрані можна отримати:

- напруженість магнітного поля на контурі і середнє значення тангенціальної складової цієї напруженості;
- довжину контуру;
- складові електромагнітних сил, що діють на контур по осям координат;
- обертовий електромагнітний момент (відносно початку координат), що діє на контур;
- квадрат повного магнітного потоку, нормального до контуру, і середнє на довжині контуру значення квадрату нормальної до контуру магнітної індукції.
- Електромагнітну силу і момент, що діють на частину моделі, яка з усіх боків оточена повітрям (та/або примикаючи до границі).

Варто зазначити, що нерозбірливе використання тензору сили Максвелла може призвести до помилкового розрахунку сили і моменту.

Ніколи не інтегруйте тензор сили вздовж поверхні стику матеріалів з різними властивостями. Завжди обирайте контур інтегрування як замкнений шлях навколо об'єкту, що розглядається на відстані декількох елементів (хоча б – двох) від будь-яких стиків чи границь. Завжди обходьте контур за годинниковою стрілкою, щоб отримати коректну відповідь. Використовуйте найкращу, яку тільки можливо, сітку при розв'язанні задач розрахунку сил.

В загальному випадку для розрахунку сили і моменту краще замість лінійного інтегралу тензора натягу визначити в режимі параметрів блока об'ємний інтеграл за середньозваженим тензором натягу.

Режим параметрів блоків.

- 1) Натиснути кнопку  на панелі інструментів – програма входить в режим **Define areas over which integration can be performed** (Призначення площі, за якою може бути виконане інтегрування), в якому можливі розрахунки параметрів поля, які пов'язані з площею і об'ємом. Площа, яка далі буде використовуватись в розрахунках, являє собою

будь-який блок, обмежений замкненим контуром, сторонами якого можуть бути тільки прямі і дугоподібні ділянки, що введені в процесі побудови моделі.

2) Натиснути будь-яку точку всередині блока, параметри якого потрібно визначити, – вся його площа зафарбується в зелений колір. Це означає, що вона виділена і з нею можна проводити нищезначені дії.

3) Натиснути кнопку  – на екрані виникне діалог **Block Integrals** (Інтеграли за площею блока), який дозволить зробити розрахунок будь-якої з п'ятнадцяти наступних величин:

- $A \cdot J$;
- A ;
- Magnetic field energy (Енергія магнітного поля);
- Hysteresis, Laminated eddy, or Proximity effect (Втрати на гістерезис, вихрові струми у випадку шихтованого магнітопроводу або за рахунок ефекту близькості);
 - Resistive losses (Втрати в активному опорі);
 - Block cross-section area (Площа виділеного блока);
 - Total losses (Сумарні втрати);
 - Total current (Загальний струм);
 - Integral of B over block (Інтеграл магнітної індукції по площі блока);
 - Block volume (Об'єм блока);
 - Lorentz force ($J \times B$) (Сила Лоренця);
 - Lorentz torque ($r \times J \times B$) (Момент від сили Лоренця, обчислюється відносно початку координат);
 - Magnetic field coenergy (Коенергія магнітного поля);
 - Force via Weighted Stress Tensor (Сила по середньозваженому тензору натягу);
 - Torque via Weighted Stress Tensor (Момент по середньозваженому тензору натягу);
 - R^2 (i.e. Moment of Inertia/Density) (Момент інерції, поділений на густину).

Результат розрахунку виводиться в інформаційному вікні, яке відкривається на екрані після вибору необхідної величини зі списку і натисканні кнопки **ОК**.

Програма FEMM розраховує статичну індуктивність за формулою:

$$L = \left(\int A J dV \right) / I^2,$$

де A – модуль векторного магнітного потенціалу; J – густина струму; V – об'єм, який зайнятий витками провідника зі струмом I .

Тому для визначення статичної індуктивності обмотки необхідно в списку діалогу **Block Integrals** вибрати $A \cdot J$. Отримане числове значення потрібно підставити в чисельник (замість $\int AJdV$) вищенаведеної формули.

Взаємоіндуктивність в FEMM визначається за формулою:

$$M = \left(\int A_1 J_2 dV_2 \right) / (I_1 I_2),$$

де A_1 – модуль векторного магнітного потенціалу, що створений першою обмоткою; J_2 – густина струму другої обмотки; dV_2 означає, що інтеграл береться по об'єму другої обмотки; I_1 і I_2 – струми в першій і другій обмотках відповідно.

Для того щоб визначити взаємоіндуктивність двох обмоток, потрібно запустити розрахунок при живленні тільки першої обмотки, потім виділити блок другої обмотки (при цьому вона не повинна бути увімкнена) і визначити A зі списку діалогу **Block Integrals**. Одержане числове значення необхідно поставити в чисельник вищенаведеної формули.

Тензор натягу визначається як об'ємний інтеграл і виводиться на екран. Результат зазвичай є точнішим, ніж лінійний інтеграл по тензору натягу Максвелла, оскільки при розрахунку сили по середньозваженому тензору натягу усереднюються результати за всіма можливими контурами. Проте обмеження при розрахунку інтеграла за середньозваженим тензором натягу все ж є – силу можна розрахувати тільки в тому випадку, якщо район цілком оточений повітрям або/і примикає до границі. Для таких об'єктів як електричні машини ця умова виконується оскільки рухома частина завжди контактує з повітряним проміжком. Але якщо бажаний район примикає до неповітряної області, то силу можна розрахувати з допомогою диференціювання коенергії:

$$P = \frac{W_c(p + \delta) - W_c(p)}{\delta},$$

де $W_c(p)$ і $W_c(p + \delta)$ – коенергії, що визначаються для початкового положення виділеного блоку (або групи із декількох блоків) моделі і для положення, при якому виділеним блокам дано деяке невелике переміщення δ .

Розрахунок параметрів кола.

Індуктивність і інші параметри кола зручніше розраховувати, якщо введені властивості кола. Для цього достатньо натиснути кнопку  на панелі інструментів. На екрані виникне інформаційне вікно **Circuit Properties** (рис.9.22), в полі **Circuit Name** якого потрібно вказати ім'я кола.

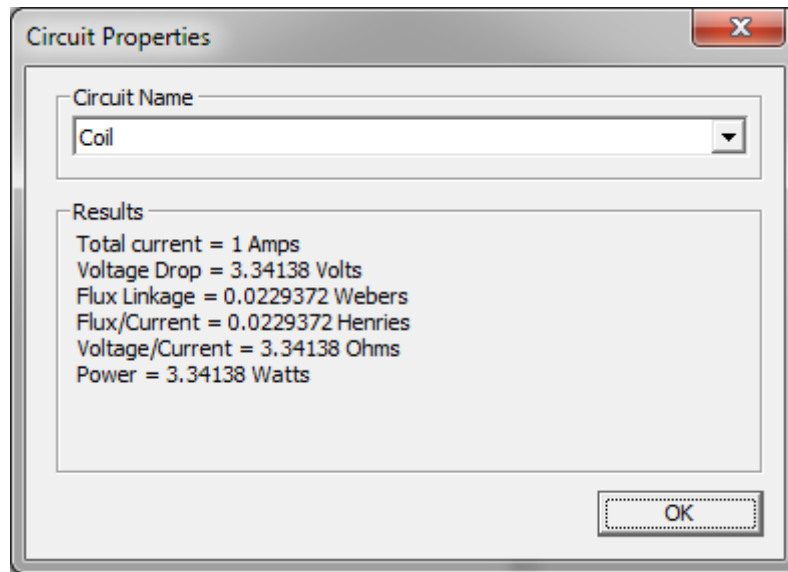


Рис.9.22. Інформаційне вікно параметрів кола

В полі **Results** (Результати) будуть показані наступні параметри визначеного кола:

- Total current (Струм, A);
- Voltage drop (Електрична напруга, В);
- Flux linkage (Потокоццеплення, Вб);
- Flux/Current (Індуктивність, Гн);
- Voltage/Current (Повний електричний опір, Ом);
- Power (Потужність, Вт).

При розрахунку на змінному струмі замість Power будуть вказані:

- Real Power (Активна потужність, Вт);
- Reactive Power (Реактивна потужність, ВАр);
- Apparent Power (Повна потужність, ВА).

ЗВІТНІСТЬ

Скласти звіт з виконання комп'ютерних практикумів з пакету FEMM у вигляді:

- Створити директорію з ім'ям вигляду група_прізвище_AC.
- В директорію помістити файли виконаних завдань комп'ютерних практикумів №9-12.
- Створити файл вигляду група_прізвище_AC.txt в якому зробити висновки про виконанні роботи та відповісти на питання (стор. 103) які визначаються викладачем для кожного практикуму.

Комп'ютерний практикум №9

ДОСЛІДЖЕННЯ КОЛА З ПОСТІЙНИМИ МАГНІТИМИ В ПАКЕТІ FEMM

Мета роботи: ознайомлення з інтерфейсом системи розрахунку фізичних полів FEMM, здобуття навичок розрахунку плоско паралельного електромагнітного поля на прикладі кола з постійними магнітами.

1. Програма роботи

1. Погодити з викладачем варіант завдання (табл. 9.1).
2. За допомогою пакету FEMM та згідно з інструкціями, які викладені в розділі «Робота з пакетом FEMM», а також в пункті 2 «Методичні вказівки щодо виконання роботи» (див. нижче), виконати завдання наведені в підпунктах 1–4 пункту 2.
3. Після перевірки викладачем виконаного завдання потрібно зберегти файл з протоколом виконуваних завдань та отриманими відповідями на диск.

2. Методичні вказівки щодо виконання роботи

1. Відкрити в програмі FEMM середовище за розрахунком електромагнітного поля (**Magnetic Problem**).
2. Імпортувати з файлу V3.dxf геометрію об'єкту дослідження (коло з постійними магнітами) (рис. 9.23).

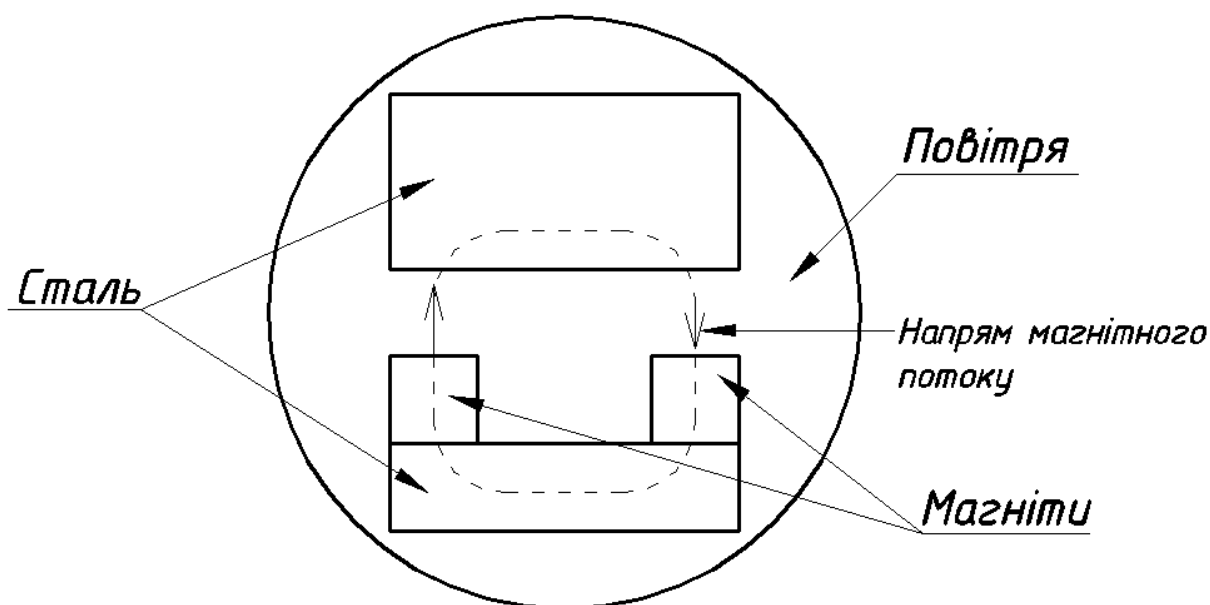


Рис. 9.23. Коло з постійними магнітами

Для імпорту геометрії об'єкту дослідження з графічного файлу з розширенням *dxg* потрібно в головному меню вибрати **File** → **Import DXF** і вказати шлях до відповідного файлу. Шлях до файлу V3.dxf вказується викладачем.

3. Задати властивості матеріалів згідно власного варіанту завдання (табл.9.1).

Таблиця 9.1. Параметри моделі

<i>№ варіанту</i>	<i>Марка сталі</i>	<i>Тип магніту</i>
1	M-43 Steel	SmCo 20 MGOe
2	M-15 Steel	SmCo 24 MGOe
3	M-45 Steel	SmCo 27 MGOe
4	M-15 Steel	NdFeB 32 MGOe
5	M-27 Steel	NdFeB 37 MGOe
6	M-15 Steel	NdFeB 40 MGOe
7	M-19 Steel	SmCo 20 MGOe
8	M-36 Steel	SmCo 24 MGOe
9	M-19 Steel	SmCo 27 MGOe
10	M-43 Steel	NdFeB 32 MGOe
11	M-19 Steel	NdFeB 37 MGOe
12	M-19 Steel	NdFeB 40 MGOe
13	M-36 Steel	SmCo 20 MGOe
14	M-22 Steel	SmCo 24 MGOe
15	M-36 Steel	SmCo 27 MGOe
16	M-22 Steel	NdFeB 32 MGOe
17	M-22 Steel	NdFeB 37 MGOe
18	M-36 Steel	NdFeB 40 MGOe
19	M-27 Steel	SmCo 20 MGOe
20	M-27 Steel	SmCo 24 MGOe

Приклад такої моделі реалізованої в програмі FEMM наведено на рис.9.24.

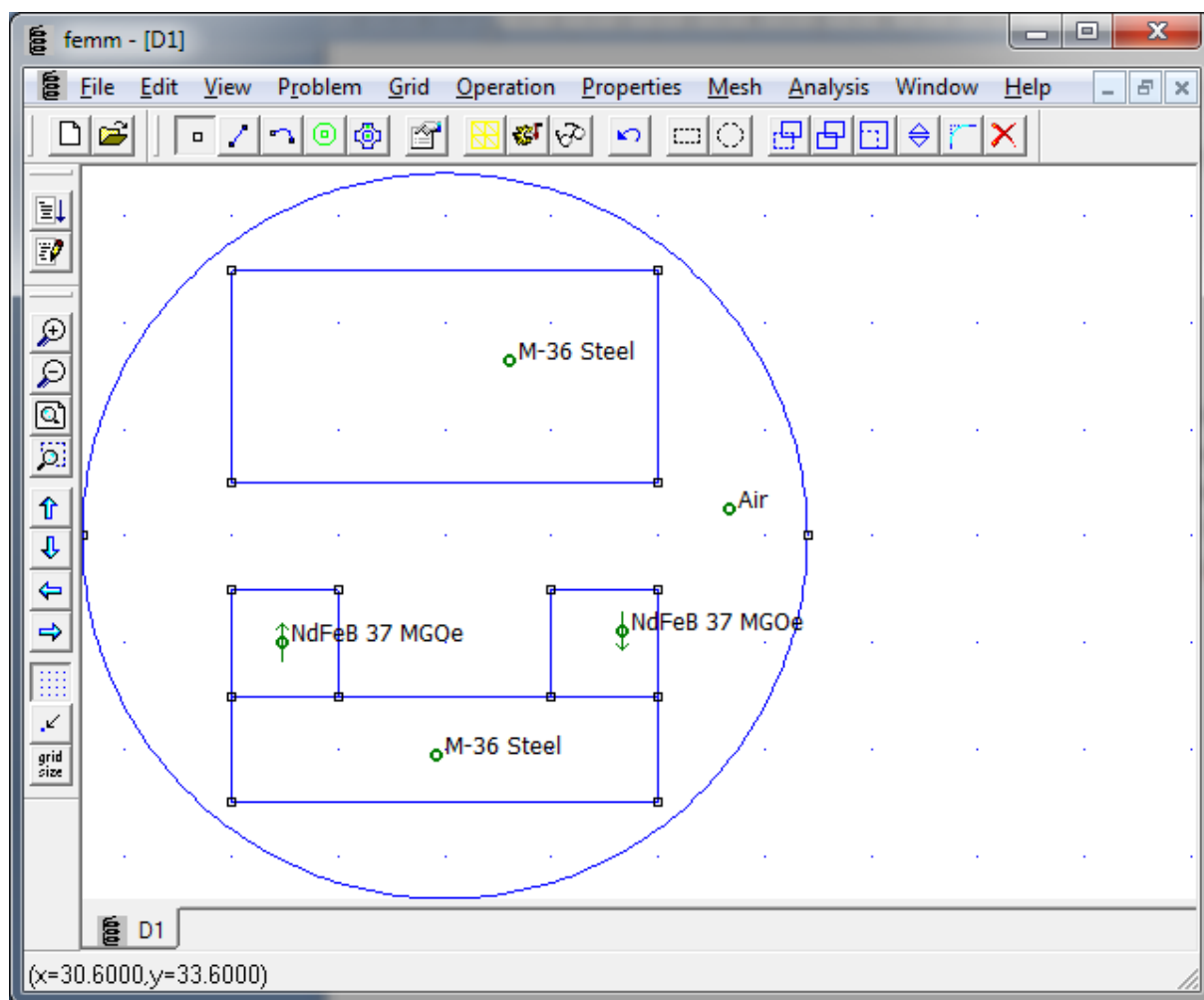


Рис. 9.24. Приклад моделі кола з постійними магнітами, створений в програмі FEMM

Для всіх варіантів завдання задати властивості зовнішніх границь моделі як **Periodic**.

4. Знайти розподіл модуля магнітної індукції. Побудувати графіки нормальної складової індукції на поверхні верхнього пакету сталі. Підрахувати сумарну магнітну енергію обох магнітів.

Після розрахунку зберегти на диск файл моделі з розширенням *fem* та файл-відповідь з розширенням *ans*.

Комп'ютерний практикум №10

ДОСЛІДЖЕННЯ АСИНХРОННОГО ДВИГУНА

Мета роботи: здобуття навичок розрахунку електромагнітного поля в активній зоні асинхронного двигуна з короткозамкненим ротором. Ознайомлення зі способами завдання властивостей електричних кіл та способами аналізу параметрів обмоток.

1. Програма роботи

1. Погодити з викладачем варіант завдання (табл. 10.1).
2. За допомогою пакету FEMM та згідно з інструкціями, які викладені в розділі «Робота з пакетом FEMM», а також в пункті 2 «Методичні вказівки щодо виконання роботи», виконати завдання наведені в підпунктах 1–4 пункту 2.
3. Після перевірки викладачем виконаного завдання потрібно зберегти файл з протоколом виконуваних завдань та отриманими відповідями на диск.

2. Методичні вказівки щодо виконання роботи

1. Відкрити в програмі FEMM середовище за розрахунком електромагнітного поля (**Magnetic Problem**).
2. Імпортувати з файлу V1.dxf геометрію об'єкту дослідження (асинхронний двигун з к.з. ротором) (рис. 10.1).

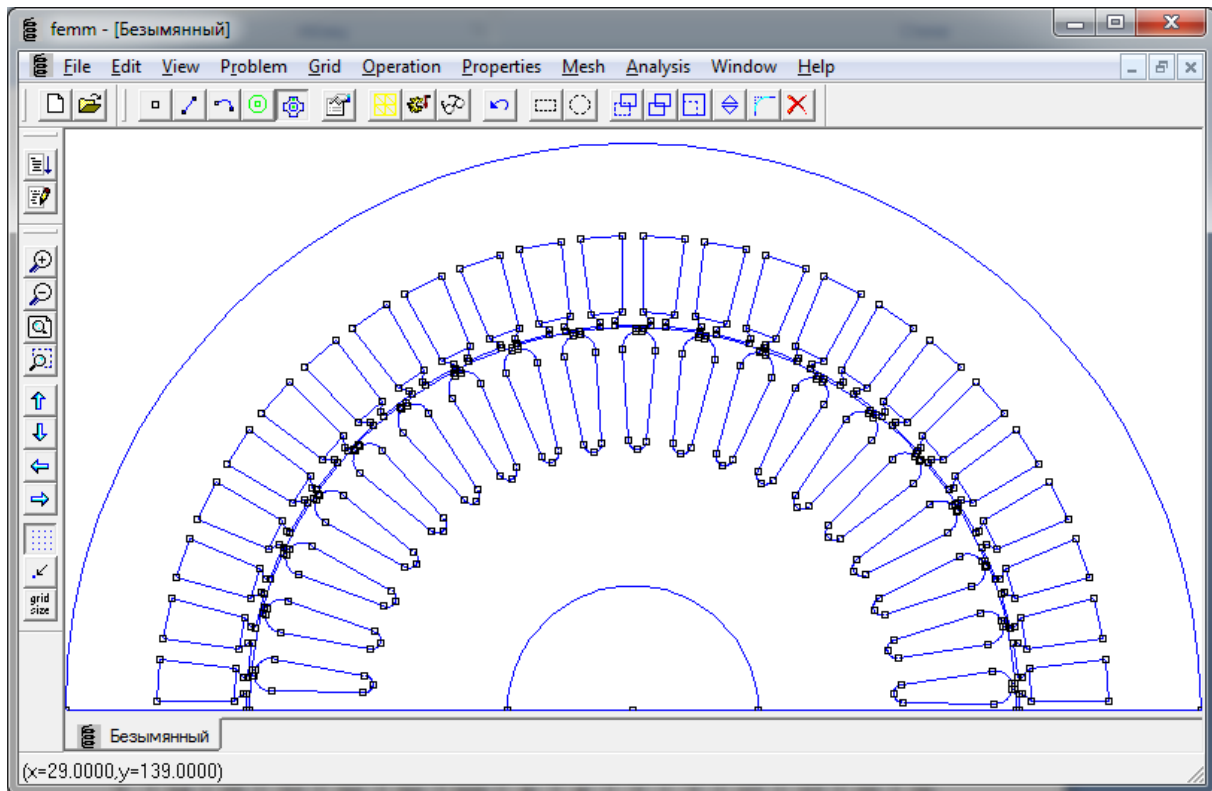


Рис. 10.1. Геометрія АД з к.з. ротором імпортована в середовище FEMM

Спосіб імпорту геометрії такий самий як і в практикумі №9 (див. стор.93).

3. Задати властивості матеріалів згідно власного варіанту завдання (див. табл. 10.1).

Для всіх варіантів прийняти обмотку статора *трифазною*, а матеріал обмотки – мідний провідник діаметром *1.25mm*. Матеріал обмотки ротора – *Aluminum 1100*. На валу задати область <No mesh>.

Таблиця 10.1. Матеріали та параметри обмотки статора АД

№ варіанту	Марка сталі магніто-проводу статора і ротора	Параметри обмотки статора		
		Амплітуда Струму фази A, A	Кількість ефективних провідників в пазу	Число пазів на полюс і фазу
1	M-43 Steel	100	8	4
2	M-15 Steel	85	10	4
3	M-45 Steel	110	8	4
4	M-15 Steel	95	10	4
5	M-27 Steel	70	10	2
6	M-15 Steel	65	10	2
7	M-19 Steel	150	6	4
8	M-36 Steel	185	5	4
9	M-19 Steel	200	5	2
10	M-43 Steel	135	8	4
11	M-19 Steel	50	12	4
12	M-19 Steel	125	6	2
13	M-36 Steel	114	8	2
14	M-22 Steel	90	10	2
15	M-36 Steel	140	6	2
16	M-22 Steel	154	6	2
17	M-22 Steel	118	8	4
18	M-36 Steel	120	8	4
19	M-27 Steel	130	8	4
20	M-27 Steel	170	6	2

Для всіх варіантів завдання задати такі властивості зовнішніх границь:

- для зовнішньої кромки пакету статора – Prescribed A (векторний магнітний потенціал дорівнює нулю $A=0$) (Умова Діріхле);
- для ліній які ділять поперечний переріз двигуна навпіл – умова періодичності (Periodic).

4. Знайти розподіл магнітної індукції. Розрахувати індуктивність обмотки і повний її опір. Розрахунки провести при статичному режимі, тобто частота струму обмотки статора дорівнює нулю.

Після розрахунку зберегти на диск файл моделі з розширенням *fem* та файл-відповідь з розширенням *ans*.

Комп'ютерний практикум №11

ДОСЛІДЖЕННЯ СИНХРОННОЇ МАШИНИ З ПОСТІЙНИМИ МАГНІТАМИ

Мета роботи: здобуття навичок розрахунку електромагнітного поля в активній зоні синхронної машини з постійними магнітами. Закріплення знань з пост процесорної обробки результатів розрахунку.

1. Програма роботи

1. Погодити з викладачем варіант завдання.
2. За допомогою пакету FEMM та згідно з інструкціями, які викладені в розділі «Робота з пакетом FEMM», а також в пункті 2 «Методичні вказівки щодо виконання роботи», виконати завдання наведені в підпунктах 1–4 пункту 2.
3. Після перевірки викладачем виконаного завдання потрібно зберегти файл з протоколом виконуваних завдань та отриманими відповідями на диск.

2. Методичні вказівки щодо виконання роботи

1. Відкрити в програмі FEMM середовище за розрахунком електромагнітного поля (**Magnetic Problem**).
2. Імпортувати з файлу V2.dxf геометрію об'єкту дослідження (синхронної машини з постійними магнітами) (рис. 11.1).

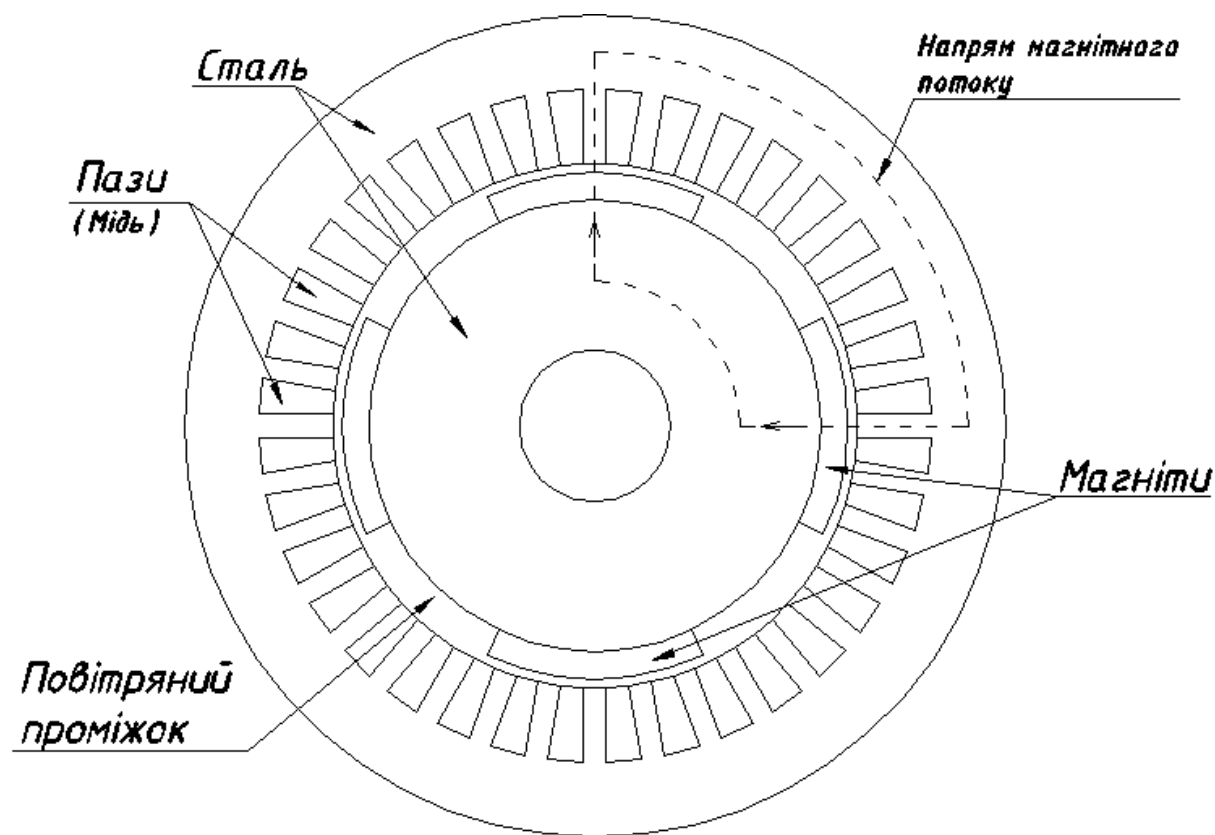


Рис. 11.1. Синхронна машина з постійними магнітами

Спосіб імпорту геометрії такий самий як і в практикумі №9 (див. стор.93).

3. Задати властивості матеріалів сталі та магніту, згідно власного варіанту завдання, взяти з табл. 9.1.

Для всіх варіантів прийняти матеріал обмотки статора – *Copper*. Тобто умовно приймається, що в пазах закладена суцільна мідь, а не провідники. На валу задати область <No mesh>.

Для всіх варіантів завдання задати властивість зовнішньої границі (зовнішньої кромки пакету статора) – *Prescribed A* (векторний магнітний потенціал дорівнює нулю $A=0$) (Умова Діріхле).

4. Знайти розподіл магнітної індукції. Побудувати графік нормальної складової індукції на поверхні розточки статора в межах одного полюса. Розрахувати величину електромагнітного моменту діючого окремо на ротор і на статор.

Після розрахунку зберегти на диск файл моделі з розширенням *fem* та файл-відповідь з розширенням *ans*.

Комп'ютерний практикум №12

ДОСЛІДЖЕННЯ МАШИНИ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

Мета роботи: здобуття навичок розрахунку електромагнітного поля в активній зоні машини постійного струму. Закріплення знань з пост процесорної обробки результатів розрахунку.

1. Програма роботи

1. Погодити з викладачем варіант завдання.
2. За допомогою пакету FEMM та згідно з інструкціями, які викладені в розділі «Робота з пакетом FEMM», а також в пункті 2 «Методичні вказівки щодо виконання роботи», виконати завдання наведені в підпунктах 1–4 пункту 2.
3. Після перевірки викладачем виконаного завдання потрібно зберегти файл з протоколом виконуваних завдань та отриманими відповідями на диск.

2. Методичні вказівки щодо виконання роботи

1. Відкрити в програмі FEMM середовище за розрахунком електромагнітного поля (**Magnetic Problem**).
2. Імпортувати з файлу V4.dxf геометрію об'єкту дослідження (восьмиполюсна машина постійного струму) (рис. 12.1).

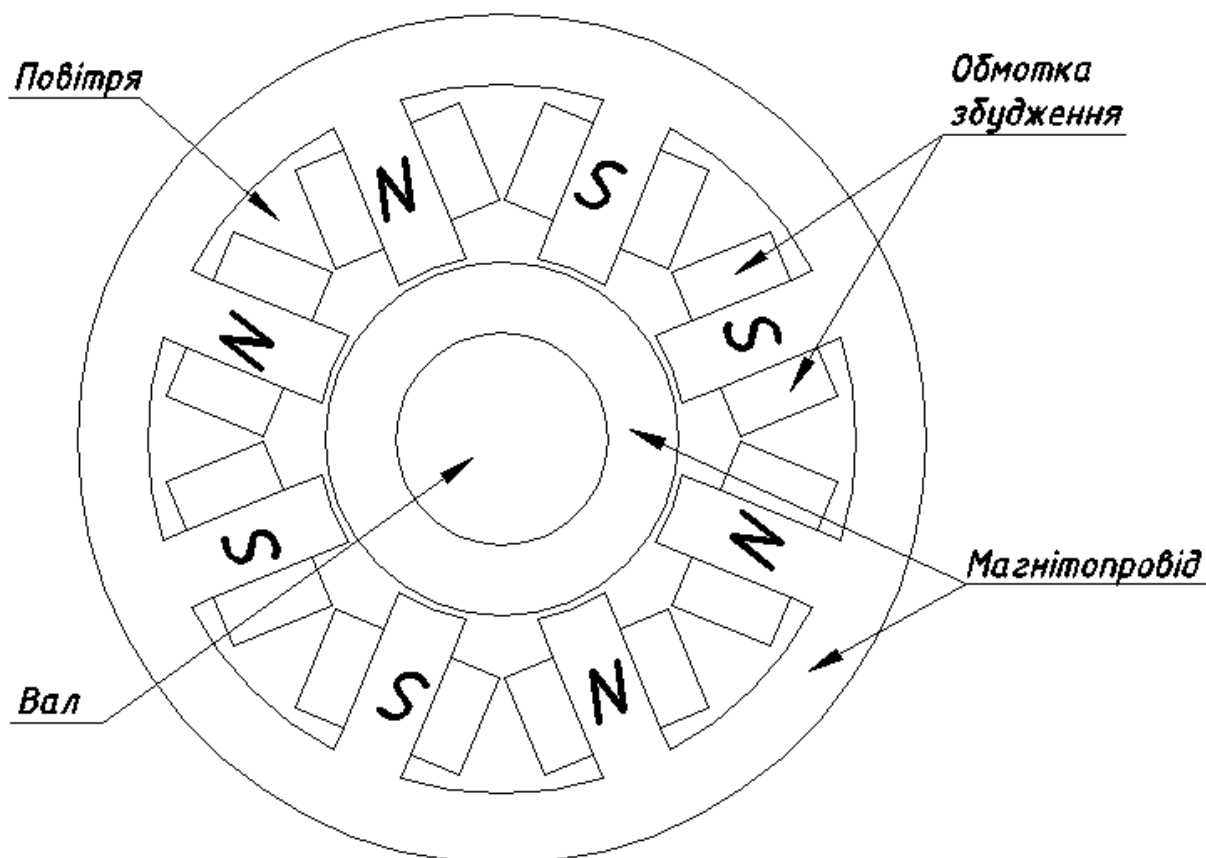


Рис. 12.1. Восьмиполюсна машина постійного струму

Спосіб імпорту геометрії такий самий як і в практикумі №9 (див. стор.93).

3. Задати властивості матеріалів згідно власного варіанту завдання (див. табл. 12.1).

Для всіх варіантів задати в котушці обмотки збудження всіх полюсів по 100 витків, а матеріал обмотки – мідний провідник діаметром 1.25mm. На валу задати область <No mesh>.

В машині, що розглядається присутня несиметрія живлення обмотки збудження. Тобто обмотка збудження для кожної з чотирьох пар полюсів живиться окремим струмом, значення якого різне для різних пар полюсів. В табл.12.1 наведені значення постійного струму збудження для пар полюсів №1 – №4.

Таблиця 12.1. Матеріал магнітопроводу та параметри обмотки збудження

№ варіанту	Марка сталі магнітопроводу статора і ротора	Номер пари полюсів			
		№1	№2	№3	№4
1	M-43 Steel	10	5	6	12
2	M-15 Steel	18	9	14	15
3	M-45 Steel	3	8	4	3
4	M-15 Steel	11	12	5	12
5	M-27 Steel	12	5	12	13
6	M-15 Steel	21	10	10	15
7	M-19 Steel	17	8	7	14
8	M-36 Steel	15	16	10	5
9	M-19 Steel	9	11	14	8
10	M-43 Steel	19	12	12	6
11	M-19 Steel	7	9	9	16
12	M-19 Steel	8	12	13	7
13	M-36 Steel	11	6	15	11
14	M-22 Steel	20	12	12	12
15	M-36 Steel	5	15	15	8

Продовження табл.12.1

№ варіанту	Марка сталі магні- топроводу статора і ротора	Номер пари полюсів			
		№1	№2	№3	№4
16	M-22 Steel	14	14	10	5
17	M-22 Steel	22	10	5	5
18	M-36 Steel	13	8	7	12
19	M-27 Steel	15	8	9	9
20	M-27 Steel	17	17	5	10

Примітка: Нумерацію пар полюсів прийняти за ходом годинникової стрілки, початок нумерації – з довільної пари полюсів.

Для всіх варіантів завдання задати властивість зовнішньої границі (зовнішньої кромки пакету статора) – Prescribed A (векторний магнітний потенціал дорівнює нулю $A=0$) (Умова Діріхле).

4. Знайти розподіл магнітної індукції. Розрахувати індуктивність полюсної котушки кожної з чотирьох пар полюсів. Розрахувати величину електромагнітного моменту, що діє окремо на ротор. Побудувати графік модуля напруженості магнітного поля на поверхні ротора.

Після розрахунку зберегти на диск файл моделі з розширенням *fem* та файл-відповідь з розширенням *ans*.

КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ З ПАКЕТУ FEMM

1. Охарактеризувати FEMM як систему для обчислення фізичних полів та параметрів які можна отримати з цих полів.
2. Назвати основні параметри і функціональні можливості пакету FEMM.
3. В чому суть методу скінченних елементів?
4. Розкрити поняття *препроцесора*, *процесора* і *постпроцесора* в пакеті FEMM.
5. Опишіть алгоритм створення моделі в пакеті FEMM.
6. Яким чином в пакеті FEMM можна перейти від стаціонарної до квазістаціонарної задачі?
7. Як в пакеті FEMM задати криву намагнічення феромагнітного матеріалу?
8. Як в пакеті FEMM промодельовати шихтований магнітопровід?
9. Назвіть основні типи граничних умов і їх відмінності.
10. Як в пакеті FEMM вирішується проблема «відкритих границь»?
11. Яким чином в пакеті FEMM можна задати умову періодичності?
12. Опишіть алгоритм введення в пакеті FEMM властивостей електричного кола та моделювання провідників.
13. Як ввести кількість витків створеної обмотки?
14. Яким чином можна корегувати густину сітки скінченних елементів в окремих областях моделі?
15. Як в пакеті FEMM побудувати зонну картину поля?
16. Які характеристики розрахованого поля можна визначити в режимі параметрів точки та параметрів контуру?
17. Які характеристики розрахованого поля можна визначити в режимі параметрів блоків?
18. Опишіть способи завдяки яким можна розрахувати статичну індуктивність обмотки.
19. Як в пакеті FEMM розрахувати електричні втрати в обмотці?
20. Яким чином можна визначити обертовий електромагнітний момент? Описати всі способи.

ПЕРЕЛІК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. *Васьковский Ю.М.* Математичне моделювання електромеханічних перетворювачів енергії: Навч. посіб. – К.: НТУУ «КПІ», 2003. – 161 с. ISBN 5-06-003861-0.
2. *Васьковський Ю.М.* Польовий аналіз електричних машин: Навч. посіб. – К.: НТУУ «КПІ», 2007. – 192 с. ISBN 978-966-622-269-1.
3. *Моделювання систем у середовищі MATLAB : навч. посіб. / С. С. Забара, О. О. Гагарін, І. М. Кузьменко, Ю. Д. Щербашин; МОН України, Відкритий міжнар. ун-т розв. людини "Україна". - К., 2011. - 137 с. ISBN 978-979-966-388-332-8*
4. *MATLAB в інженерних розрахунках. Комп'ютерний практикум : навч. посіб. / Надія Миколаївна Гоблик, Віктор Васильович Гоблик; В.о. Нац. ун-т "Львівська політехніка". – 2-е вид, доп. – Львів : Вид-во Львівської політехніки, 2011. – 130 с. -ISBN 978-617-607-130-3*
5. *Introduction to MATLAB for Engineers, William Palm, McGraw Hill; 3rd edition, February 8, 2010, 576 pages, ISBN 978-0073534879*
6. *Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт з дисципліни «Моделювання та аналіз електромагнітних процесів в складних електромеханічних (електротехнічних) системах та комплексах» для студентів спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» (спеціалізація «Електричні машини і апарати») усіх форм навчання / Укл. С.О. Лапкіна, С.Т. Яримбаш, Д.С. Яримбаш – Запоріжжя: ЗНТУ, 2018. – 70 с.*
7. *Електронний ресурс www.mathworks.com*
8. *Електронний ресурс www.femm.info*

ЗМІСТ

Стор.

ПЕРЕДМОВА.....	3
ОСНОВИ РОБОТИ З СИСТЕМОЮ MATLAB	5
Комп'ютерний практикум №1	14
ОПЕРАЦІЇ З ЧИСЛАМИ.....	14
Комп'ютерний практикум №2	21
ОПЕРАЦІЇ З ВЕКТОРАМИ ТА МАТРИЦЯМИ	21
Комп'ютерний практикум №3	31
РОБОТА З ПОЛІНОМАМИ.....	31
Комп'ютерний практикум №4	36
ОБРОБКА ДАНИХ.....	36
Комп'ютерний практикум №5	43
ЗАСОБИ ПОБУДОВИ ГРАФІКІВ	43
Комп'ютерний практикум №6	54
ОСНОВИ ПРОГРАМУВАННЯ	54
Комп'ютерний практикум №7	63
ЧИСЕЛЬНИЙ РОЗВ'ЯЗОК СИСТЕМ ДИФЕРЕНЦІЙНИХ РІВНЯНЬ.....	63
Комп'ютерний практикум №8	67
СТВОРЕННЯ SPS-МОДЕЛІ В ПАКЕТІ MATLAB-SIMULINK.....	67
КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ З ПАКЕТУ MATLAB	71
ОСНОВИ РОБОТИ З ПАКЕТОМ FEMM.....	72
Комп'ютерний практикум №9	92
ДОСЛІДЖЕННЯ КОЛА З ПОСТІЙНИМИ МАГНІТИМИ В ПАКЕТІ FEMM....	92
Комп'ютерний практикум №10	95

ДОСЛІДЖЕННЯ АСИНХРОННОГО ДВИГУНА.....	95
Комп'ютерний практикум №11	98
ДОСЛІДЖЕННЯ СИНХРОННОЇ МАШИНИ З ПОСТІЙНИМИ МАГНІТАМИ	98
Комп'ютерний практикум №12	100
ДОСЛІДЖЕННЯ МАШИНИ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ	100
КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ З ПАКЕТУ FEMM.....	103
ПЕРЕЛІК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ.....	104