

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ  
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»  
Навчально-науковий механіко-машинобудівний інститут  
Кафедра динаміки і міцності машин та опору матеріалів**

До захисту допущено:  
Завідувач кафедри  
\_\_\_\_\_Сергій ПИСКУНОВ  
(підпис)  
«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2022 р.

**Дипломна робота  
на здобуття ступеня бакалавра  
за освітньо-професійною програмою «Динаміка і міцність  
машин» спеціальності 131 «Прикладна механіка»  
на тему: «Проектування конструктивних елементів приводу  
установки 1246Р для високотемпературних випробувань  
зразків на розтяг»**

Виконав (-ла): студент (-ка) IV курсу групи МП-82 Когут Владислав Павлович \_\_\_\_\_  
(підпис)

Керівник: к.т.н., доц. Тимошенко Олександр Вікторович \_\_\_\_\_  
(підпис)

Консультант з деталей машин: к.т.н., доц. Лавренко Ярослав Іванович \_\_\_\_\_  
(підпис)

Консультант з теорії мех. і машин: к.т.н., доц. Заховайко Олександр Панасович \_\_\_\_\_  
(підпис)

Консультант з будівельної механіки: д.т.н., проф. Пискунов Сергій Олегович \_\_\_\_\_  
(підпис)

Консультант з теорії пружності: д.т.н., проф. Бабенко Андрій Єлісейович \_\_\_\_\_  
(підпис)

Консультант з чисельних методів: д.т.н., проф. Рудаков Костянтин Миколайович \_\_\_\_\_  
(підпис)

Консультант з теорії коливань: д.т.н., проф. Боронко Олег Олександрович \_\_\_\_\_  
(підпис)

Рецензент: д.т.н., проф. Данильченко Юрій Михайлович \_\_\_\_\_  
(підпис)

Засвідчую, що у цій дипломній роботі немає запозичень  
з праць інших авторів без відповідних посилань.  
Студент (-ка) \_\_\_\_\_  
(підпис)

**Національний технічний університет України**  
**«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»**  
**Навчально-науковий механіко-машинобудівний інститут Кафедра**  
**динаміки і міцності машин та опору матеріалів**

Рівень вищої освіти – перший (бакалаврський)

Спеціальність – 131 «Прикладна механіка»

Освітньо-професійна програма «Динаміка і міцність машин»

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

\_\_\_\_\_ Сергій ПИСКУНОВ  
(підпис)

«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2022 р.

**ЗАВДАННЯ**

на дипломну роботу студенту

Когуту Владиславу Павловичу

1. Тема роботи «Проектування конструктивних елементів приводу установки 1246Р для високотемпературних випробувань зразків на розтяг», керівник роботи Тимошенко Олександр Вікторович, к.т.н., доц., затверджені наказом по університету від 07.06.2022 р. № 923-с.

2. Термін подання студентом роботи 10.06.2022 р.

3. Вихідні дані до роботи: Установка 1246Р призначена для високотемпературних випробувань зразків на розтяг в умовах вакууму, максимальна осьова сила на захваті – 60 кН, швидкість переміщення рухомого захвата – 10 мм/хв.

4. Зміст роботи: Вибір двигуна, розрахунок і проектування передач та валів редуктора, проектування корегованого евольвентного зачеплення, розрахунок круглої ступінчатої пластини, розв'язання осесиметричної задачі методами теорії пружності, розрахунок деформованого стану випробувального зразка, визначення власних частот та відповідних власних форм коливань проміжного вала.

					МП.82.1246Р.00.01.ПЗ	Лист
						2
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		

5. Перелік ілюстративного матеріалу (із зазначенням презентацій тощо) 9 слайдів у презентації, записка містить 95 сторінок, 23 ілюстрації, 11 таблиць, додаток та 16 джерел використаної літератури.

#### 6. Консультанти розділів роботи

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв
Деталі машин	Лавренко Я.І., доц.		
Теорія механізмів і машин	Заховайко О.П., доц..		
Будівельна механіка	Пискунов С.О., проф.		
Теорія пружності	Бабенко. А.Є., проф.		
Чисельні методи	Рудаков К.М., проф.		
Теорія коливань	Боронко О.О., проф.		

7. Дата видачі завдання 01.11.2021 р.

#### Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання дипломної роботи	Термін виконання етапів роботи	Примітка
1	Огляд літератури	01.11.2021 р.	
2	Виконання 1-2 розділів	01.03.2022 р.	
3	Виконання 3-4 розділів	01.04.2022 р.	
4	Виконання 5-6 розділів	01.06.2022 р.	
5	Передзахист	15.06.2022 р.	
6	Захист дипломної роботи	21.06.2022 р.	

Студент

Владислав КОГУТ

Керівник

Олександр ТИМОШЕНКО

										Лист
										3
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата	МП.82.1246Р.00.01.ПЗ					

## Анотація

Дана бакалаврська робота присвячена проектуванню конструктивних елементів приводу установки 1246P для високотемпературних випробувань зразків на розтяг.

В даній роботі проведено проектування приводу і редуктора установки шляхом вибору оптимальних вузлів та умов роботи. Були спроектовані усі елементи приводу від зубчастих передач до підшипників та корпусу редуктора, за показниками якості зачеплення з використанням програмного забезпечення PROF-Z було оптимізовано циліндричну зубчасту передачу для підвищення її ефективності. Плиту, на якій фіксується дана установка було розраховано на міцність і жорсткість. Методами теорії пружності проведено розрахунки напружено-деформованого стану вала зі шліцами. За допомогою методу скінченних елементів та програмного комплексу Simcenter Femap досліджено напружено-деформований стан круглого тонкостінного зразка для випробувань на розтяг. Методами теорії коливань визначено власні частоти та форми коливань проміжного вала редуктора.

Записка містить 95 сторінок, 23 рисунки, 11 таблиць, додаток.

Ключові слова: випробувальна установка, редуктор, кінематична схема, циліндрична передача, конічна передача, розрахунок валів, підшипники, зразок, напружено-деформований стан, опорна плита, коливання, власні частоти, власні форми.

Робота складається з текстової та графічної частини, містить посилання на літературу та додаток зі специфікаціями до креслень.

					МП.82.1246P.00.01.ПЗ	Лист
						4
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		

## Annotation

This bachelor's thesis is devoted to the design of structural elements of the drive unit 1246P for high-temperature tensile testing of samples.

In this work, the drive and gearbox were designed by selection of the most optimal details and their working conditions. All of the reduction gear units from gears itself to bearings and gearbox housing were designed and the gear train was improved via PROF-Z software. Machine base plate strength and rigidity was calculated. Using the methods of the theory of elasticity, calculations of the stress-strain state of the shaft with slots were performed. With the help of finite element method and Simcenter Femap software the stress-strain state of a thin-walled specimen for tensile tests was calculated. The natural frequencies and forms of oscillations of the intermediate shaft of the reducer are determined by means of the methods of the theory of oscillations. General conclusions were formulated.

The note contains 95 pages, 23 figures, 11 tables, an application.

Keywords: test setup, reducer, kinematic scheme, cylindrical transmission, bevel gear, calculation of shafts, substrates, sample, stress-strain state, base plate, oscillations, normal modes.

The work consists of a text and graphic part, contains references and an application with drawings' specifications.

					<i>МП.82.1246Р.00.01.ПЗ</i>	<i>Лист</i>
<i>Зм.</i>	<i>Лист</i>	<i>№ документа</i>	<i>Підпис</i>	<i>Дата</i>		5

## Зміст

Вступ.....	9
1. ПРОЕКТУВАННЯ І РОЗРАХУНОК ПРИВОДА ВИПРОБУВАЛЬНОЇ УСТАНОВКИ 1246P .....	10
1.1. Опис прототипу та кінематична схема привода .....	10
1.2 Вибір двигуна .....	12
1.3. Кінематичний і силовий розрахунок привода.....	13
2. РОЗРАХУНОК ПЕРЕДАЧ РЕДУКТОРА .....	15
2.1. Розрахунок конічної передачі.....	15
2.1.1 Параметри навантаження зубчастої передачі .....	15
2.1.2 Матеріали зубчастих коліс.....	15
2.1.3 Допустимі напруження.....	16
2.1.4 Проектний розрахунок передачі.....	17
2.1.5 Попередні значення деяких параметрів передачі .....	18
2.1.6 Розрахунок активних поверхонь зубців на контактну витривалість....	19
2.1.7. Розрахунок допустимих поверхонь зубців на контактну міцність.....	20
2.1.8. Розрахунок зубців на витривалість при згині .....	20
2.1.9. Розрахунок зубців на міцність при згині максимальним навантаженням .....	21
2.1.10. Розрахунок параметрів зубчастої передачі .....	21
2.1.11. Розрахунок сил у зачепленні передачі.....	23
2.2. Розрахунок косозубої циліндричної передачі.....	24
2.2.1 Параметри навантаження зубчастої передачі .....	24
2.2.2 Матеріали зубчастих коліс.....	25
2.2.3 Допустимі напруження.....	25
2.2.4 Проектний розрахунок передачі.....	26
2.2.5 Попередні значення деяких параметрів передачі .....	27
2.2.6 Розрахунок активних поверхонь зубців на контактну витривалість....	28
2.2.7. Розрахунок допустимих поверхонь зубців на контактну міцність.....	29
2.2.8. Розрахунок зубців на витривалість при згині .....	29
2.2.9. Розрахунок зубців на міцність при згині максимальним навантаженням .....	30

									Лист
									6
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата	МП.82.1246P.00.01.ПЗ				

2.2.10. Розрахунок параметрів зубчатої передачі.....	30
2.2.11. Розрахунок сил у зачепленні передачі .....	31
3. РОЗРАХУНОК ВАЛІВ ТА ЇХ ОПОР .....	32
3.1. Розрахунок швидкохідного вала .....	32
3.1.1. Проектний розрахунок і конструювання вала.....	32
3.1.2. Підбір шпонки вхідного вала .....	32
3.2. Розрахунок проміжного вала .....	32
3.2.1. Проектний розрахунок і конструювання вала.....	32
3.2.2. Перевірка статичної міцності вала .....	33
3.2.3. Розрахунок вала на витривалість .....	35
3.2.4. Розрахунок вала на жорсткість .....	36
3.2.5. Аналіз умов навантаження та вибір типу, розміри підшипників .....	38
3.2.6. Визначення розрахункового еквівалентного навантаження на підшипник .....	38
3.2.7. Розрахунок довговічності підшипника .....	39
3.2.8. Підбір і перевірка на міцність шпонки вала .....	39
3.3. Розрахунок тихохідного вала .....	40
3.3.1. Проектний розрахунок і конструювання вала.....	40
3.3.2. Підбір і перевірка на міцність шліцевого з'єднання вала .....	40
Визначення кількості і сорту мастила.....	40
4. ПРОЕКТУВАННЯ КОРЕГОВАНОГО ЕВОЛЬВЕНТНОГО ЗАЧЕПЛЕННЯ ЗУБЧАСТИХ КОЛІС .....	41
4.1. Мета проведення корегування .....	41
4.2. Вибір коефіцієнтів зміщення .....	41
4.3. Розрахунок параметрів не корегованої передачі .....	42
4.4. Розрахунок параметрів корегованої передачі .....	45
4.5. Висновки.....	50
5. ПРОЕКТУВАННЯ ТА РОЗРАХУНОК ОПОРНОЇ ПЛИТИ .....	51
5.1. Проектування плити .....	51
5.2. Перший розрахунок .....	54
5.3. Другий розрахунок .....	55
5.4. Опис НДС пластини .....	56



## Вступ

В даній роботі було проведено проектування конструктивних елементів приводу установки 1246Р для високотемпературних випробувань зразків на розтяг задля покращення характеристик установки та врахування всіх можливих режимів роботи. Було враховано потреби у використанні даної установки для дослідження сучасних типів матеріалів, а також бралися до уваги потреби у збільшенні строку придатності установки. При проектуванні приводу та інших елементів конструкції використовувалось сучасне програмне забезпечення, щоб зменшити габарити приводу та його елементів зі збереженням високих показників якості та точності.

Отриману модифікацію установки 1246Р можна використовувати для проведення більш точних високотемпературних випробувань зразків на розтяг в заданому діапазоні навантажень.

									Лист
									9
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата	МП.82.1246Р.00.01.ПЗ				

# 1. ПРОЕКТУВАННЯ І РОЗРАХУНОК ПРИВОДА ВИПРОБУВАЛЬНОЇ УСТАНОВКИ 1246Р

## 1.1. Опис прототипу та кінематична схема привода

Установка 1246Р призначена для високотемпературних випробувань зразків на розтяг в умовах вакууму. Нижче показана схема привода, та редуктора який потрібно розрахувати і спроектувати рис.1.1.

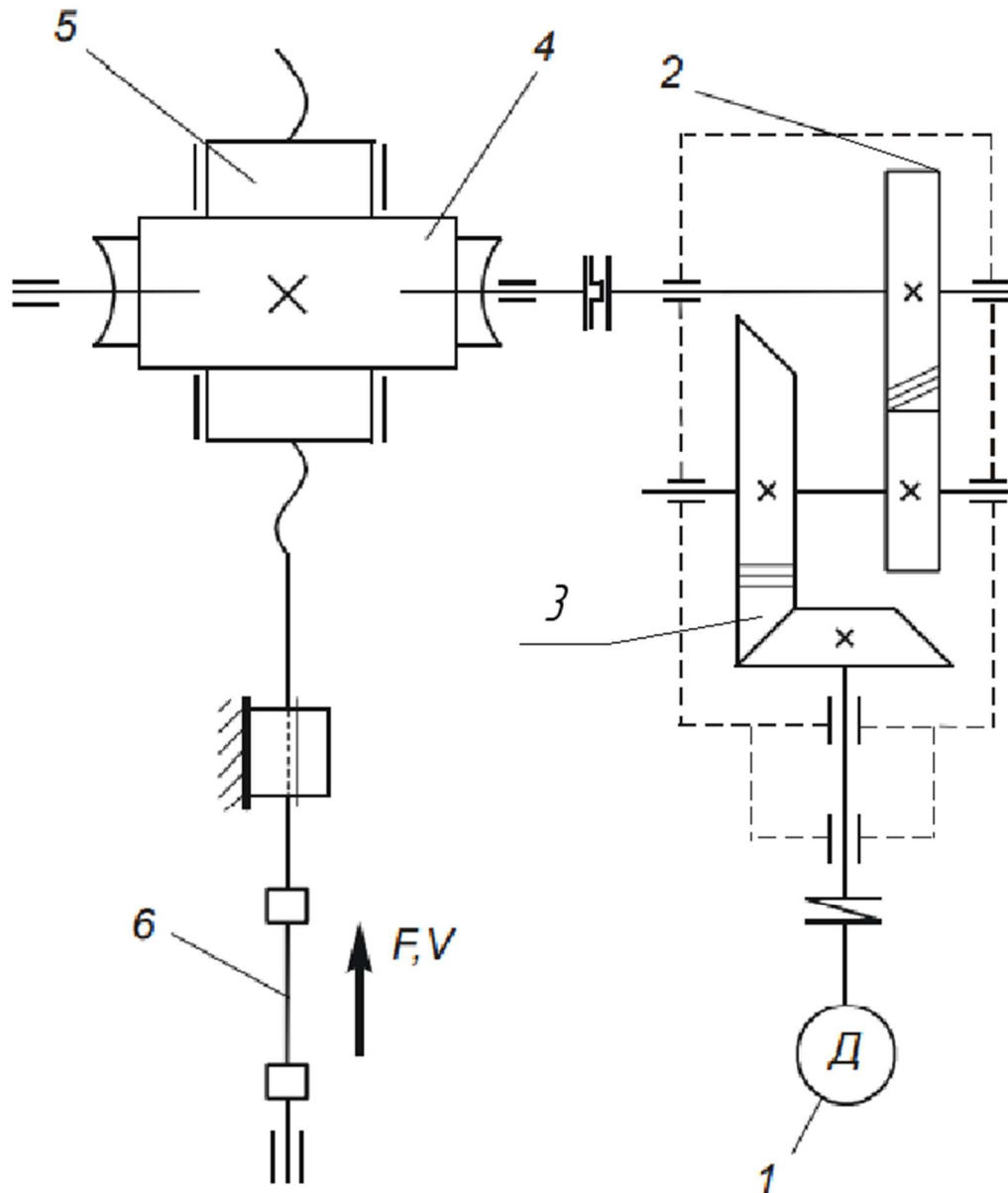


Рис.1.1 Кінематична схема привода: 1- двигун, 2 – циліндрична косозуба передача; 3 – конічна передача; 4 – черв’ячна передача; 5 – гвинт; 6 – зразок.

Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата

МП.82.1246Р.00.01.ПЗ

Лист

10

Технічні характеристики:

Максимальна осьова сила, 60 кН.

Швидкість переміщення захвату, 10 мм/хв.

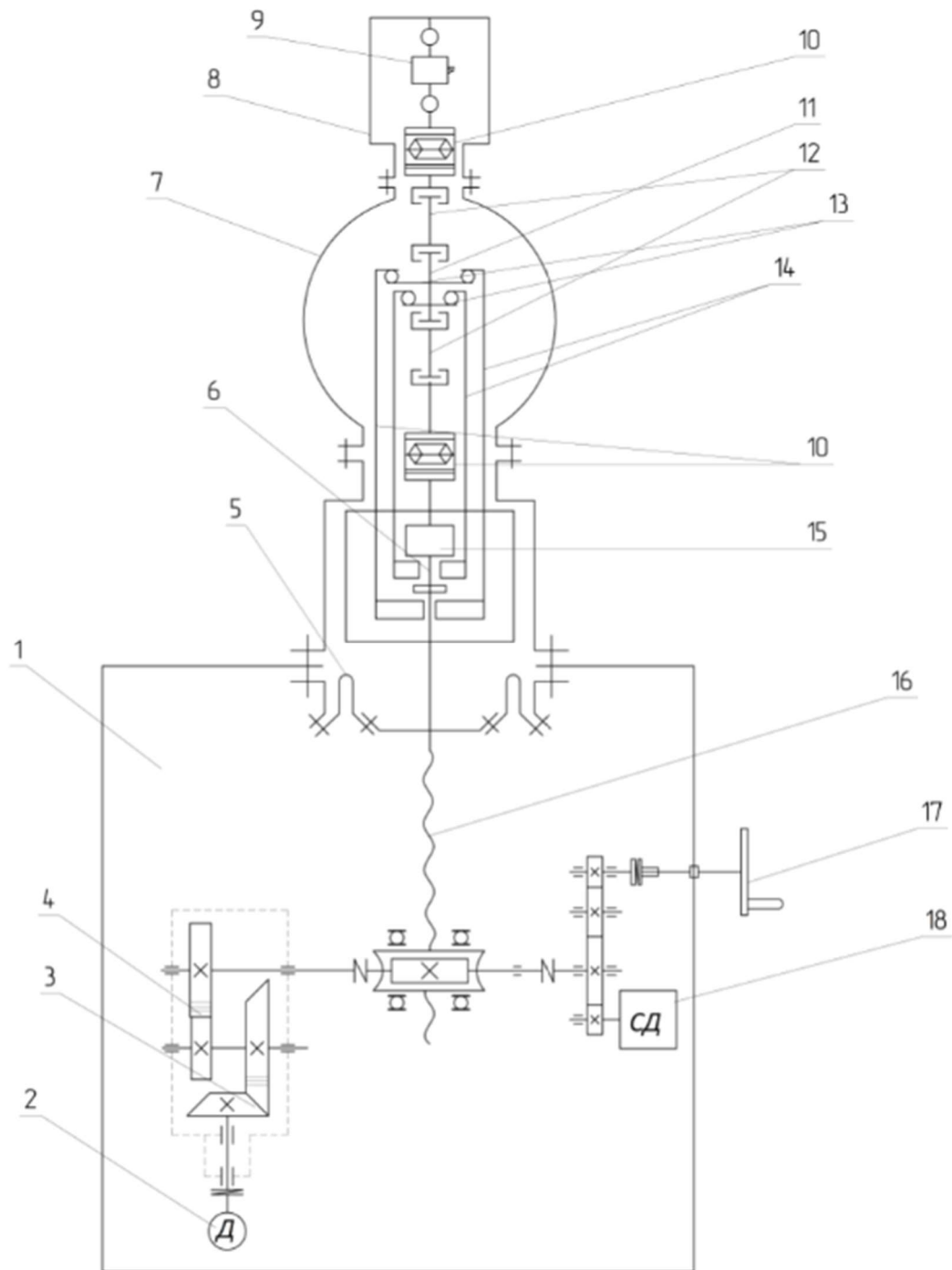


Рис. 1.2 установки: 1 – привод активного захвату; 2 – реверсивний двигун; 3 – конічна передача; 4 – передача циліндрична; 5 – вакуумне ущільнення; 6 – вимірювач деформації; 7 – піч; 8 – силовимірювач; 9 – датчик сили прокладка; 10 – термоізоляційна прокладка; 11 – зразок; 12 – захвати; 13 – поперечини; 14 – система тяг; 15 – датчик переміщень; 16 – гвинт; 17 – маховик; 18 – сельсиндатчик.

Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата

МП.82.1246Р.00.01.ПЗ

Лист

11

## 1.2 Вибір двигуна

Розраховуємо номінальну потужність на валу двигуна:

$$P_H = F \cdot V = 60000 \cdot 0,0001667 = 10,002 \text{ Вт}; \quad (1.2.1)$$

Знайдемо ККД редуктора:

$$\eta = \eta_1 \eta_2 \eta_3 \eta_4 \eta_5^k \eta_m, \quad \text{де:} \quad (1.2.2)$$

$\eta_1$  – ККД конічної передачі;

$\eta_2$  – ККД косозубої циліндричної передачі;

$\eta_3$  – ККД черв'ячної передачі;

$\eta_4$  – ККД передачі гвинт-гайка;

$\eta_5$  – ККД однієї пари підшипників ;

$\eta_m$  – ККД муфти;

$k$  – кількість пар підшипників

$$\eta = 0,965 \cdot 0,985 \cdot 0,6 \cdot 0,55 \cdot 0,975 \cdot 0,98 = 0,301;$$

Визначаємо загальне орієнтовне передатне відношення привода:

$$i = i'_1 i'_2 i'_3, \text{ де} \quad (1.2.3)$$

$i'_1$  – орієнтовне передатне відношення конічної передачі

$i'_2$  – орієнтовне передатне відношення косозубої циліндричної передачі

$i'_3$  – орієнтовне передатне відношення черв'ячної передачі

$$i = 3 \cdot 3 \cdot 45 = 405;$$

Орієнтовна частота обертання вала двигуна

$$n'_{об} = ni'; \quad (1.2.4)$$

$$n = V/pz = 10/(6 \cdot 1) = 1,667; \quad (1.2.5)$$

$$n'_{дв} = 405 \cdot 1,667 = 675 \text{ хв}^{-1};$$

Приймаємо електродвигун АИР90LA8 з параметрами:

$$P = 750 \text{ Вт}; \quad n = 705 \text{ хв}^{-1}.$$

					<b>МП.82.1246Р.00.01.ПЗ</b>	Лист
						12
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		

### 1.3. Кінематичний і силовий розрахунок привода

Обравши двигун уточнимо загальне передатне відношення привода

$$i = \frac{n_{\text{ДВ}}}{n} = \frac{705}{1,667} = 423 \quad (1.3.1)$$

Обчислимо розбивку між окремими передачами, так щоб

$$i = i_1 i_2 i_3 \quad (1.3.2)$$

$i_1$  – передатне відношення конічної передачі

$i_2$  – передатне відношення косозубої циліндричної передачі

$i_3$  – передатне відношення черв'ячної передачі

Визначаємо кутові швидкості усіх валів привода:

$$\begin{aligned} \omega_1 = \omega_{\text{ДВ}} &= \frac{\pi n}{30} = \frac{3,14 \cdot 705}{30} = 73,8 \text{ с}^{-1}; \\ \omega_2 &= \frac{\omega_1}{i_1} = \frac{73,8}{3} = 24,6 \text{ с}^{-1}; \\ \omega_3 &= \frac{\omega_2}{i_2} = \frac{24,6}{4} = 6,15 \text{ с}^{-1}; \\ \omega_4 &= \frac{\omega_3}{i_3} = \frac{6,15}{35} = 0,176 \text{ с}^{-1} \end{aligned} \quad (1.3.3)$$

Знайдемо потужності:

$$P_k = P_{k-1} \eta_{k-1}; \quad (1.3.4)$$

$$P_1 = P \eta_{\text{М}} = 750 \cdot 0,98 = 735 \text{ Вт};$$

$$P_2 = P_1 \eta_1 = 735 \cdot 0,965 = 709 \text{ Вт};$$

$$P_3 = P_2 \eta_2 = 709 \cdot 0,985 = 698,6 \text{ Вт};$$

$$P_4 = P_3 \eta_3 \eta_{\text{М}} = 698,6 \cdot 0,55 \cdot 0,98 = 376,5 \text{ Вт}$$

Знайдемо крутні моменти:

$$\begin{aligned} T_1 &= \frac{P_1}{\omega_1} = \frac{735}{73,8} = 9,96 \text{ Н} \cdot \text{м}; \\ T_2 &= \frac{P_2}{\omega_2} = \frac{709}{24,6} = 28,83 \text{ Н} \cdot \text{м}; \end{aligned} \quad (1.3.4)$$

									Лист
									13
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата	МП.82.1246Р.00.01.ПЗ				

$$T_3 = \frac{P_3}{\omega_3} = \frac{698,6}{6,15} = 113,61 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$T_4 = \frac{P_4}{\omega_4} = \frac{376,5}{0,176} = 2143,3 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

Таблиця 1.1 Кінематичні та силові характеристики привода

	Вали			
	I	II	III	IV
Передачі	Конічна		Косозуба циліндрична	Черв'ячна
$\eta$	0,965		0,985	0,55
$i$	3		4	35
$\omega$ , с <sup>-1</sup>	73,8	24,6	6,15	0,176
$T$ , Н·м	9,96	28,83	113,61	2143,3
$P$ , Вт	735	709	698,6	376,5

## 2. РОЗРАХУНОК ПЕРЕДАЧ РЕДУКТОРА

### 2.1. Розрахунок конічної передачі

Схему передачі наведено на Рис. 2.1.

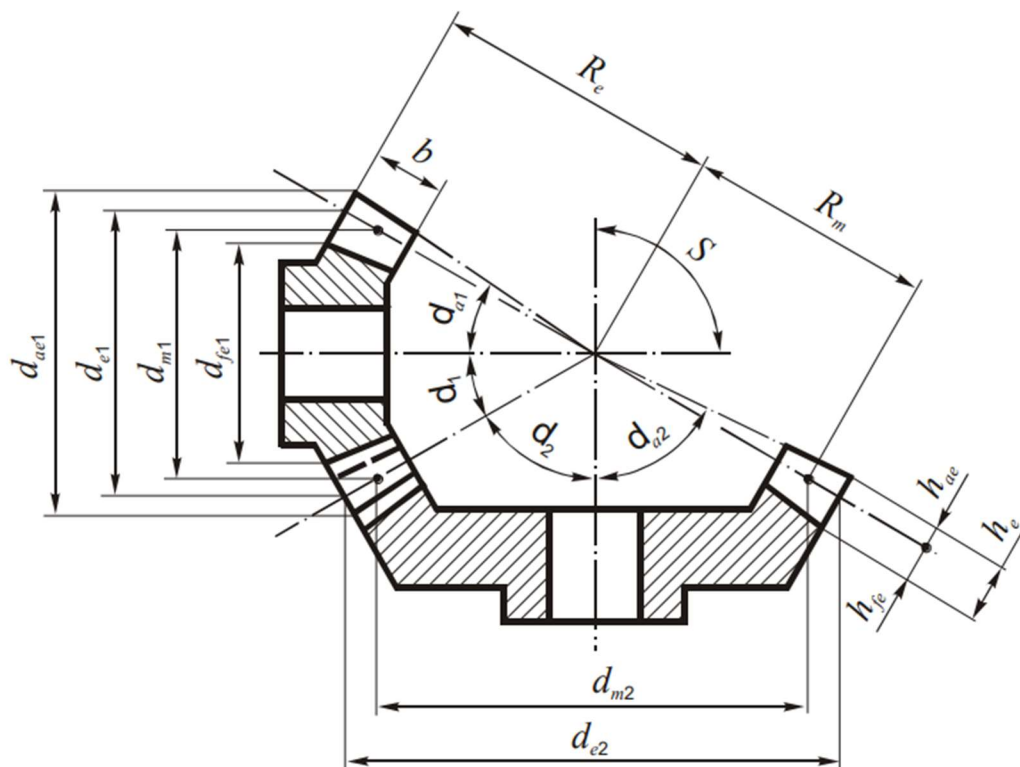


Рис. 2.1 Схема конічної передачі

#### 2.1.1 Параметри навантаження зубчастої передачі

Знайдемо максимальний обертовий момент при короткочасному перевантаженні до 200% :

$$T_{1max} = 2 \cdot T_1 = 2 \cdot 9,96 = 19,9 \text{ Н} \cdot \text{м}; \quad (2.1.1)$$

#### 2.1.2 Матеріали зубчастих коліс

Для виготовлення шестерні та зубчатого колеса вибираємо сталь 40X із термообробкою – поліпшення. Для шестерні твердість поверхні зубців  $H_1=280HB$ ,  $\sigma_{b1}=900$  МПа,  $\sigma_{T1}=750$  МПа; для колеса  $H_2=245HB$ ,  $\sigma_{b2}=790$  МПа,  $\sigma_{T2}=640$  МПа.[2]

									Лист
									15
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата	МП.82.1246Р.00.01.ПЗ				

### 2.1.3 Допустимі напруження

Допустимі напруження на контактну витривалість. Границя контактної витривалості зубців шестерні і колеса:

$$\begin{aligned}\sigma_{Hlimb1} &= 2 \cdot H_1 + 70 = 2 \cdot 280 + 70 = 620 \text{ МПа;} \\ \sigma_{Hlimb} &= 2 \cdot H_2 + 70 = 2 \cdot 245 + 70 = 560 \text{ МПа;} \end{aligned} \quad (2.1.2)$$

База випробувань для матеріалів шестерні та колеса:

$$\begin{aligned}N_{HO1} &= 30 \cdot H_1^{2,4} = 30 \cdot 280^{2,4} = 2,14 \cdot 10^7 \text{ циклів;} \\ N_{HO2} &= 30 \cdot H_2^{2,4} = 30 \cdot 245^{2,4} = 2,32 \cdot 10^7 \text{ циклів;} \end{aligned} \quad (2.1.3)$$

Оскільки  $N_{HE1} > N_{HO1}$ ;  $N_{HE2} > N_{HO2}$ , то коефіцієнт довговічності для зубців шестерні та колеса  $K_{HL}=1$ .

Приймаємо шорсткість поверхонь зубців  $R_a=1,25\dots 0,63$ . Тоді коефіцієнт  $Z_R=1$ . Для коліс з однорідною структурою коефіцієнт запасу  $s_H=1,1$ .

Допустимі контактні напруження:

$$\begin{aligned}[\sigma]_{H1} &= \frac{\sigma_{Hlimb1} \cdot Z_R \cdot K_{HL}}{s_H} = \frac{620 \cdot 1 \cdot 1}{1,1} = 572,72 \text{ МПа;} \\ [\sigma]_{H2} &= \frac{\sigma_{Hlimb2} \cdot Z_R \cdot K_{HL}}{s_H} = \frac{560 \cdot 1 \cdot 1}{1,1} = 509,1 \text{ МПа;} \end{aligned} \quad (2.1.4)$$

Розрахункове допустиме контактне напруження:

$$[\sigma]_H = 0,45([\sigma]_{H1} + [\sigma]_{H2}) = 0,45(572,72 + 509,1) = 486,82 \text{ МПа;}$$

Перевіримо умову:

$$[\sigma]_H \leq 1,23[\sigma]_{H2} \leq 626,2 \text{ МПа;}$$

Допустимі навантаження на витривалість при згині:

Границі витривалості зубців при згині для бази випробувань  $N_{FO} = 4 \cdot 10^6$ .

					МП.82.1246Р.00.01.ПЗ	Лист
						16
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		

$$\begin{aligned}\sigma_{Flimb} &= 1,8 \cdot H_1 = 1,8 \cdot 280 = 504 \text{ МПа}; \\ \sigma_{Flim} &= 1,8 \cdot H_2 = 1,8 \cdot 245 = 441 \text{ МПа};\end{aligned}\tag{2.1.5}$$

Зі стандартних умов  $N_{FE1} < N_{FO}$ ,  $N_{FE2} < N_{FO}$ , тоді коефіцієнт довговічності для зубців шестерні та колеса  $K_{FE} = 1$ . За реверсивності передачі  $K_{FC} = 1$ . За поліпшення  $\gamma_{FC} = 0,35$ . Коефіцієнт запасу  $S_F = 1.75$ .

$$\begin{aligned}[\sigma]_{F1} &= \frac{\sigma_{Flim} \cdot K_{FC} \cdot K_{FE}}{S_F} = \frac{504 \cdot 1 \cdot 1}{2,2} = 229,1 \text{ МПа}; \\ [\sigma]_{F2} &= \frac{\sigma_{Flim} \cdot K_{FC} \cdot K_{FE}}{S_F} = \frac{441 \cdot 1 \cdot 1}{2,2} = 200,45 \text{ МПа}.\end{aligned}\tag{2.1.6}$$

Допустиме граничне контактне навантаження:

$$[\sigma]_{Hmax} \leq 2,8 \cdot \sigma_{T2} = 2,8 \cdot 640 = 1792 \text{ МПа}.\tag{2.1.7}$$

Граничні допустимі напруження на згин для зубців шестерні та колеса [1,2]:

$$\begin{aligned}[\sigma]_{F1max} &= 4,8 \frac{H_1}{S_F} = 4,8 \frac{280}{2,2} = 610,9 \text{ МПа}; \\ [\sigma]_{F2max} &= 4,8 \frac{H_2}{S_F} = 4,8 \frac{245}{2,2} = 534,54 \text{ МПа}.\end{aligned}\tag{2.1.8}$$

#### 2.1.4 Проектний розрахунок передачі

Попередньо беремо коефіцієнт ширини вінця  $K_{be} = 0,27$ .

В залежності від  $K_{be} \Rightarrow K_{H\beta} = 1,06$ ; Для сталевих конічних коліс коефіцієнт  $K_b = 1000 \text{ МПа}^{1/3}$

Мінімальний зовнішній ділительний діаметр конічного колеса:

$$\begin{aligned}d_{e2min} &= K_d \sqrt[3]{\frac{T_{1H} \cdot K_{H\beta} \cdot u^2}{K_{be} \cdot (1 - K_{be}) \cdot [\sigma]_H^2}} = 1000 \sqrt[3]{\frac{9,96 \cdot 1,06 \cdot 3^2}{0,27 \cdot (1 - 0,27) \cdot 509,09^2}} \\ &= 122,985 \text{ мм};\end{aligned}\tag{2.1.9}$$

Фактична  $a_\omega = 123 \text{ мм}$ ;

										Лист
										17
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата	МП.82.1246Р.00.01.ПЗ					

Число зубців:  $z_1 = 16$ ;  $z_2 = U \cdot z_1 = 3 \cdot 16 = 48$ .

Модуль зубців:

$$m'_e = \frac{d_{e2min}}{z_2} = \frac{123}{48} = 2,562 \text{ мм}; \quad (2.1.10)$$

Згідно з ГОСТ  $m_e = 2,75$  мм.

### 2.1.5 Попередні значення деяких параметрів передачі

1) Ділильні діаметри шестерні та колеса:

$$d_{e1} = m_e \cdot z_1 = 2,75 \cdot 16 = 44 \text{ мм}; \quad (2.1.11)$$

$$d_{e2} = m_e \cdot z_2 = 132 \text{ мм}.$$

2) Зовнішня конусна відстань

$$R_e = 0,5 \cdot m_e \sqrt{z_1^2 + z_2^2} = 0,5 \cdot 2,75 \cdot \sqrt{16^2 + 48^2} = 69,57 \text{ мм} \quad (2.1.12)$$

3) Ширина зубчастих вінців:

$$b_2 = b_1 = K_{be} \cdot R_e = 0,27 \cdot 69,57 = 18,785 \text{ мм}; \quad (2.1.13)$$

4) Середня конусна відстань та середній модуль зубців:

$$R_m = R_e - 0,5b = 60,18; \quad (2.1.14)$$

$$m_m = \frac{m_e \cdot R_m}{R_e} = 2,378 \quad (2.1.15)$$

5) Середні ділильні діаметри шестірни та колеса:

$$d_{m1} = m_m z_1 = 38,06 \quad (2.1.16)$$

$$d_{m2} = m_m z_2 = 114,18$$

6) Колова швидкість зубчастих коліс:

$$V = 0,5\omega_1 d_{m1} = 0,5 \cdot 73,79 \cdot 38,06 = 1404 \text{ мм/с} \quad (2.1.17)$$

					<b>МП.82.1246Р.00.01.ПЗ</b>	Лист
						18
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		

7) Еквівалентна кількість числа зубців шестерні та колеса:

$$z_{V1} = z_1 \frac{\sqrt{1 + u^2}}{u} = 16,86; \quad (2.1.18)$$

$$z_{V2} = z_2 \sqrt{1 + u^2} = 151,785.$$

8) Коефіцієнт торцевого перекриття:

$$\varepsilon_\alpha = \left[ 1,88 - 3,2 \left( \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right) \right] = \left[ 1,88 - 3,2 \left( \frac{1}{16} + \frac{1}{48} \right) \right] = 1,669. \quad (2.1.19)$$

9) Колова сила у зачепленні коліс:

$$F_t = \frac{2 * T_1}{d_{m1}} = \frac{2 \cdot 9,96 \cdot 10^3}{38,06} = 523,42 \text{ Н}. \quad (2.1.20)$$

### 2.1.6 Розрахунок активних поверхонь зубців на контактну витривалість

Для розрахунку попередньо визначимо такі коефіцієнти:

- коефіцієнт, що враховує механічні властивості матеріалів зубчастих коліс  $Z_M = 275 \text{ МПа}^{1/2}$ ;
- коефіцієнт форми спряжених поверхонь зубців  $Z_H = 1,77$ ;
- коефіцієнт сумарної довжини контактних ліній при  $Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_\alpha}} = \sqrt{\frac{1}{1,669}} = 0,88$ ;
- коефіцієнт, що враховує розподіл навантаження між зубцями в залежності від колової швидкості та ступеня точності  $K_{H\alpha} = 1$ ;
- коефіцієнт, що враховує розподілення навантаження по ширині вінця  $K_{H\beta} = 1,06$ ;
- коефіцієнт, що враховує динамічне навантаження зубців в залежності від колової швидкості, твердості зубців колеса та ступеня точності  $K_{HV} = 1$ .

Питома розрахункова колова сила:

$$\omega_{Ht} = \frac{F_t}{0,85b} \cdot K_{H\alpha} \cdot K_{H\beta} \cdot K_{HV} = \frac{523,42}{0,85 \cdot 18,78} \cdot 1,06 \cdot 1 \cdot 1 = 37,53 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}; \quad (2.1.21)$$

										Лист
										19
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата	МП.82.1246Р.00.01.ПЗ					

Розрахункове контактне напруження:

$$\begin{aligned}\sigma_H &= Z_M \cdot Z_H \cdot Z_\varepsilon \sqrt{\frac{\omega_{Ht}}{d_{m1}} \cdot \frac{\sqrt{1+u^2}}{u}} = 275 \cdot 1,77 \cdot 0,881 \sqrt{\frac{37,53}{38,06} \cdot \frac{\sqrt{1+3^2}}{3}} = \\ &= 437,41 \text{ МПа};\end{aligned}\quad (2.1.22)$$

Стійкість зубців проти втомного викришування їхніх поверхонь забезпечується, оскільки  $\sigma_H = 437,41$  МПа,  $[\sigma]_H = 486,82$  МПа  $\Rightarrow \sigma_H < [\sigma]_H$ .

### 2.1.7. Розрахунок допустимих поверхонь зубців на контактну міцність

Під час перенавантаження максимальне контактне напруження:

$$\sigma_{Hmax} = \sigma_H \sqrt{\frac{T_{1max}}{T_1}} = 437,41 \sqrt{\frac{19,9}{9,96}} = 618,59 \text{ МПа.} \quad (2.1.23)$$

Контактна міцність зубців забезпечується, оскільки:  $\sigma_{Hmax} < [\sigma]_{Hmax}$

### 2.1.8. Розрахунок зубців на витривалість при згині

Розрахунок зубців на витривалість[1,2]:

- коефіцієнти форми зубців  $Y_{F1} = 4,5$ ;  $Y_{F2} = 3,63$ ;
- коефіцієнт перекриття зубців  $Y_\varepsilon = 1$ ;
- коефіцієнт, що враховує розподілення навантаження між зубцями  $K_{F\alpha} = 1$ ;
- коефіцієнт нерівномірності розподілення навантаження по ширині зубчастих вінців  $K_{F\beta} = 1,12$ ;
- коефіцієнт динамічного навантаження зубців в залежності від колової швидкості, твердості зубців колеса та ступеня точності  $K_{FV} = 1,2$ .

Питома розрахункова колова сила:

$$\omega_{Ft} = \frac{F_t}{0,85b} \cdot K_{F\alpha} \cdot K_{F\beta} \cdot K_{FV} = \frac{523,42}{0,85 \cdot 18,78} \cdot 1 \cdot 1,12 \cdot 1,2 = 44,06 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}; \quad (2.1.24)$$

										Лист
										20
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата	МП.82.1246Р.00.01.ПЗ					

Розрахункове напруження згину у зубцях шестерні та колеса:

$$\sigma'_{F1} = Y_{F1} \cdot Y_{\varepsilon} \cdot Y_{\beta} \cdot \frac{\omega_{Ft}}{m_m} = 3,63 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{44,06}{2,378} = 83,75 \text{ МПа}; \quad (2.1.25)$$

$$\sigma'_{F2} = Y_{F2} \cdot Y_{\varepsilon} \cdot Y_{\beta} \cdot \frac{\omega_{Ft}}{m_m} = 67,236 \text{ МПа.}$$

Стійкість зубців проти втомного руйнування при згині забезпечується так як  $\sigma'_{F1} < \sigma_{F1}$  та  $\sigma'_{F2} < \sigma_{F2}$ .

### 2.1.9. Розрахунок зубців на міцність при згині максимальним навантаженням

Максимальні напруження згину при перевантаженні [1]:

$$\sigma'_{F1max} = \sigma_{F1} \frac{T_{1max}}{T_1} = 83,75 \frac{19,9}{9,96} = 166,7 \text{ МПа}; \quad (2.1.26)$$

$$\sigma'_{F2max} = \sigma_{F2} \frac{T_{1max}}{T_1} = 134,472 \text{ МПа.}$$

Міцність зубців на згин при дії максимального навантаження також забезпечується, бо максимальні розрахункові напруження будуть менші, ніж граничні напруження  $\sigma'_{F1max} < \sigma_{F1max}$  та  $\sigma'_{F2max} < \sigma_{F2max}$ .

### 2.1.10. Розрахунок параметрів зубчатої передачі

1) Розміри елементів зубців:

а) зовнішня висота головки зубця:

$$h_{ae} = m_e = 2,75 \text{ мм};$$

б) зовнішня висота ніжки зубця:

$$h_{fe} = 1,2 \cdot m_e = 1,2 \cdot 2,75 = 3,3 \text{ мм}; \quad (2.1.27)$$

в) зовнішня висота зубця:

$$h_e = 2,2 \cdot m_e = 2,2 \cdot 2,75 = 6,05 \text{ мм} \quad (2.1.28)$$

					МП.82.1246Р.00.01.ПЗ	Лист
						21
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		

г) кут профілю зубців:

$$\alpha_n = 20^\circ.$$

Кути при вершинах ділительних конусів

$$\delta_1 = 0,3217 \text{ рад} \quad \delta_2 = 1,2488 \text{ рад}$$

2) Розміри вінців зубчастих коліс:

а) ділительні діаметри

$$d_1 = 44 \text{ мм};$$

$$d_2 = 132 \text{ мм};$$

б) зовнішні діаметри вершин зубців:

$$d_{ae1} = d_1 + 2 \cdot m_e \cos \delta_1 = 44 + 2 \cdot 2,75 \cdot \cos 18,44 = 49,22 \text{ мм};$$

$$d_{ae2} = d_2 + 2 \cdot m_e \cos \delta_1 = 133,73 \text{ мм}. \quad (2.1.29)$$

в) діаметри впадин:

$$d_{fe1} = d_1 - 2,4 \cdot m_e = 44 - 2,4 \cdot 2,75 \cdot \cos 18,44 = 37,738 \text{ мм};$$

$$d_{fe2} = d_2 - 2,4 \cdot m_e = 129,912 \text{ мм}. \quad (2.1.30)$$

г) кути головки та ніжки зубців:

$$\operatorname{tg} \theta_a = \frac{h_{ae}}{R_e} = \frac{2,75}{69,57} = 0,0395, \quad \theta_a = 1,95; \quad (2.1.31)$$

$$\operatorname{tg} \theta_f = \frac{h_{fe}}{R_e} = \frac{3,3}{69,57} = 0,0474, \quad \theta_f = 2,65.$$

д) кути конуса вершин зубців шестірні та колеса:

$$\delta_{a1} = \delta_1 + \theta_a = 18,44 + 1,95 = 20,394 \quad (2.1.32)$$

$$\delta_{a2} = \delta_2 + \theta_a = 71,556 + 1,95 = 73,505$$

					МП.82.1246Р.00.01.ПЗ	Лист
						22
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		

ж) кути конуса впадин:

$$\delta_{f1} = \delta_1 - \theta_f = 18,44 - 2,65 = 15,794 \quad (2.1.33)$$

$$\delta_{f2} = \delta_2 - \theta_f = 71,556 - 2,65 = 68,905$$

### 2.1.11. Розрахунок сил у зачепленні передачі

Колова сила:  $F_t = 523,42 \text{ Н}$ ;

Радіальна сила на шестірні дорівнює осьовій силі на колесі:

$$F_{r1} = F_{a2} = F_t \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \delta_1 = 523,42 \cdot \operatorname{tg} 20 \cdot \cos 18,44 = 180,69 \text{ Н.}$$

Осьова сила на шестерні дорівнює радіальній силі на колесі:

$$F_{a1} = F_{r2} = F_t \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \delta_2 = 523,42 \cdot \operatorname{tg} 20 \cdot \cos 71,556 = 60,26 \text{ Н.}$$

(2.1.34)

(2.1.35)

					<b>МП.82.1246Р.00.01.ПЗ</b>	Лист
						23
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		

## 2.2. Розрахунок косозубої циліндричної передачі

Схему передачі наведено на Рис. 2.2

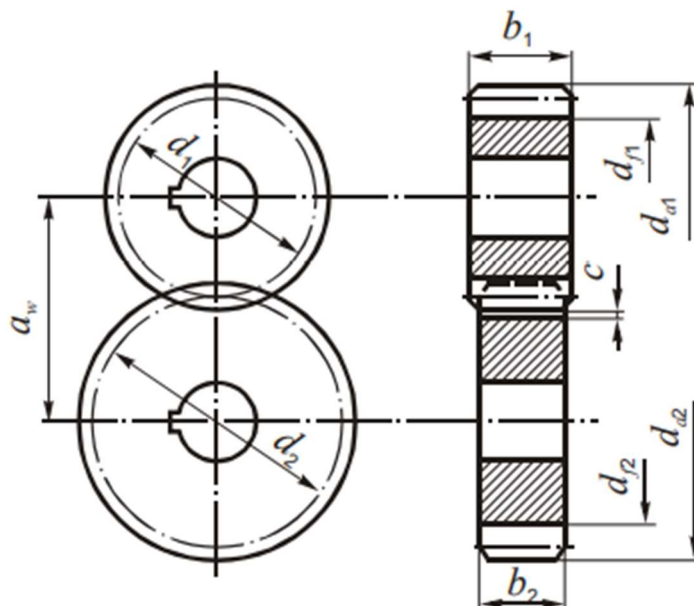


Рис. 2.2 Схема циліндричної передачі

### 2.2.1 Параметри навантаження зубчастої передачі

Знайдемо максимальний обертовий момент при короткочасному перевантаженні до 200% :

$$T_{2max} = 2 \cdot T_2 = 2 \cdot 28,83 = 57,66 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

Число циклів навантаження зубців шестерні:

$$N_{\Sigma 1} = \frac{1800 \cdot \omega_1 \cdot h}{\pi} = 2,82 \cdot 10^8 \text{ циклів};$$

$$N_{\Sigma 2} = \frac{N_{\Sigma 1}}{i} = 0,705 \cdot 10^8 \text{ циклів.}$$
(2.2.1)

Вирахуємо еквівалентні числа циклів навантаження для розрахунків на контактну втому  $N_{HE}$  і втому при згині  $N_{FE}$  з врахуванням коефіцієнтів інтенсивності  $K_{HE} = 0,25$ ;  $K_{FE} = 0,143$  для режиму навантаження:

$$N_{HE1} = K_{HE} \cdot N_{\Sigma 1} = 0,25 \cdot 8,43 = 5,07 \cdot 10^8 \text{ циклів};$$

$$N_{HE} = K_{HE} \cdot N_{\Sigma 2} = 0,25 \cdot 1,87 = 1,26 \cdot 10^8 \text{ циклів};$$

$$N_{FE1} = K_{FE} \cdot N_{\Sigma 1} = 0,143 \cdot 8,43 = 1,973 \cdot 10^8 \text{ циклів};$$

$$N_{FE2} = K_{FE} \cdot N_{\Sigma 2} = 0,143 \cdot 1,87 = 0,493 \cdot 10^8 \text{ циклів};$$
(2.2.2)

### 2.2.2 Матеріали зубчастих коліс

Для виготовлення шестерні та зубчатого колеса вибираємо сталь 40Х із термообробкою – поліпшення. Для шестерні твердість поверхні зубців  $H_1=275HB$ ,  $\sigma_{b1}=900$  МПа,  $\sigma_{T1}=750$  МПа; для колеса  $H_2=305HB$ ,  $\sigma_{b2}=900$  МПа,  $\sigma_{T2}=750$  МПа.[2]

### 2.2.3 Допустимі напруження

Допустимі напруження на контактну витривалість. Границя контактної витривалості зубців шестерні і колеса:

$$\begin{aligned}\sigma_{Hlimb} &= 2 \cdot H_1 + 70 = 2 \cdot 280 + 70 = 620 \text{ МПа;} \\ \sigma_{Hlimb} &= 2 \cdot H_2 + 70 = 2 \cdot 245 + 70 = 560 \text{ МПа;} \end{aligned} \quad (2.2.3)$$

База випробувань для матеріалів шестерні та колеса:

$$\begin{aligned}N_{HO1} &= 30 \cdot H_1^{2,4} = 30 \cdot 275^{2,4} = 2,24 \cdot 10^7 \text{ циклів;} \\ N_{HO2} &= 30 \cdot H_2^{2,4} = 30 \cdot 305^{2,4} = 2,85 \cdot 10^7 \text{ циклів;} \end{aligned} \quad (2.2.4)$$

Оскільки  $N_{HE1} > N_{HO1}$ ;  $N_{HE2} > N_{HO2}$ , то коефіцієнт довговічності для зубців шестерні та колеса  $K_{HL}=1$ .

Приймаємо шорсткість поверхонь зубців  $R_a=1,25 \dots 0,63$ . Тоді коефіцієнт  $Z_R=1$ . Для коліс з однорідною структурою коефіцієнт запасу  $s_H=1,1$ .

Допустимі контактні напруження:

$$\begin{aligned}[\sigma]_{H1} &= \frac{\sigma_{Hlimb1} \cdot Z_R \cdot K_{HL}}{s_H} = \frac{620 \cdot 1 \cdot 1}{1,1} = 572,72 \text{ МПа;} \\ [\sigma]_{H2} &= \frac{\sigma_{Hlimb2} \cdot Z_R \cdot K_{HL}}{s_H} = \frac{560 \cdot 1 \cdot 1}{1,1} = 509,1 \text{ МПа;} \end{aligned} \quad (2.2.5)$$

Розрахункове допустиме контактне напруження:

$$[\sigma]_H = 0,45([\sigma]_{H1} + [\sigma]_{H2}) = 0,45(572,72 + 509,1) = 486,82 \text{ МПа;} \quad (2.2.6)$$

					МП.82.1246Р.00.01.ПЗ	Лист
						25
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		

Перевіримо умову:

$$[\sigma]_H \leq 1,23[\sigma]_{H2} \leq 626,2 \text{ МПа};$$

Допустимі навантаження на витривалість при згині:

Границі витривалості зубців при згині для бази випробувань  $N_{FO} = 4 \cdot 10^6$ .

$$\begin{aligned}\sigma_{Fli} &= 1,8 \cdot H_1 = 1,8 \cdot 280 = 504 \text{ МПа}; \\ \sigma_{Flimb2} &= 1,8 \cdot H_2 = 1,8 \cdot 245 = 441 \text{ МПа};\end{aligned}\tag{2.2.7}$$

Оскільки умова  $N_{FE1} < N_{FO}$ ,  $N_{FE2} < N_{FO}$ , виконується то коефіцієнт довговічності для зубців шестерні та колеса  $K_{FE} = 1$ . За реверсивності передачі  $K_{FC} = 1$ . За поліпшення  $\gamma_{FC} = 0,35$ . Коефіцієнт запасу  $S_F = 1,75$ .

$$\begin{aligned}[\sigma]_{F1} &= \frac{\sigma_{Flimb} \cdot K_{FC} \cdot K_{FE}}{S_F} = \frac{504 \cdot 1 \cdot 1}{2,2} = 229,1 \text{ МПа}; \\ [\sigma]_{F2} &= \frac{\sigma_{Flimb} \cdot K_{FC} \cdot K_{FE}}{S_F} = \frac{441 \cdot 1 \cdot 1}{2,2} = 200,45 \text{ МПа}.\end{aligned}\tag{2.2.8}$$

Допустиме граничне контактне навантаження:

$$[\sigma]_{Hmax} \leq 2,8 \cdot \sigma_{T2} = 2,8 \cdot 640 = 1792 \text{ МПа}.\tag{2.2.9}$$

Граничні допустимі напруження на згин для зубців шестерні та колеса [1,2]:

$$\begin{aligned}[\sigma]_{F1max} &= 4,8 \frac{H_1}{S_F} = 4,8 \frac{280}{2,2} = 610,9 \text{ МПа}; \\ [\sigma]_{F2max} &= 4,8 \frac{H_2}{S_F} = 4,8 \frac{245}{2,2} = 534,54 \text{ МПа}.\end{aligned}\tag{2.2.10}$$

#### 2.2.4 Проектний розрахунок передачі

Попередньо беремо коефіцієнт ширини вінця  $\psi_{ba} = 0,315$ .

$$\psi_{bd} = 0,5 \cdot \psi_{ba}(U + 1) = 0,5 \cdot 0,315(4,4 + 1) = 0,7875;\tag{2.2.11}$$

В залежності від  $\psi_{bd}$  і  $H < 350 \Rightarrow K_{H\beta} = 1,1$ ;  $K_{\alpha} = 430 \text{ МПа}^{1/3}$  – для косозубого зачеплення.

					МП.82.1246Р.00.01.ПЗ	Лист
						26
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		

Мінімальна міжосьова відстань передачі:

$$a_{\omega min} = K_{\alpha}(u + 1) \sqrt[3]{\frac{T_{2H} \cdot K_{H\beta}}{u \cdot \psi_{ba} \cdot [\sigma]_H^2}} = 430(4 + 1) \sqrt[3]{\frac{28,83 \cdot 1,1}{4,5 \cdot 0,315 \cdot 486,82^2}} \\ = 100,57 \text{ мм}; \quad (2.2.12)$$

Число зубців:  $z_1 = 19$ ;  $z_2 = U \cdot z_1 = 4 \cdot 19 = 76$ .

Модуль зубців:

$$m'_n = \frac{2 \cdot a_{\omega} \cdot \cos\beta}{z_1 + z_2} = \frac{2 \cdot 100,57 \cdot \cos 0,2618}{19 + 76} = 2,014 \text{ мм}; \quad (2.2.13)$$

Згідно з ГОСТ та конструктивних міркувань  $m_n = 2$  мм.

Перераховуємо  $a_{\omega}$  при  $m_n = 2$

$$\cos\beta = \frac{m_n (z_1 + z_2)}{2a_{\omega}} = \frac{2(19 + 76)}{2} = 0,95; \quad (2.2.14)$$

Приймаємо  $a_{\omega} = 100$  мм.

### 2.2.5 Попередні значення деяких параметрів передачі

1) Ділильні діаметри шестерні та колеса:

$$d_1 = \frac{m_n \cdot z_1}{\cos\beta} = \frac{2 \cdot 19}{0,982} = 40 \text{ мм}; \\ d_2 = \frac{m_n \cdot z_2}{\cos\beta} = \frac{2 \cdot 76}{0,982} = 160 \text{ мм}. \quad (2.2.15)$$

2) Ширина зубчастих вінців:

$$b_2 = \psi_{ba} \cdot a_{\omega} = 0,315 \cdot 100 = 31,5 \text{ мм}; \\ b_1 = b_2 + 2 \text{ мм} = 33,5 \text{ мм}. \quad (2.2.16)$$

3) Колова швидкість зубчастих коліс:

$$V = 0,5 \cdot \omega_2 \cdot d_1 = 0,5 \cdot 24,596 \cdot 40 \cdot 10^{-3} = 0,4919 \frac{\text{м}}{\text{с}}; \quad (2.2.17)$$

					МП.82.1246Р.00.01.ПЗ	Лист
						27
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		

Вибираємо ступінь точності  $n_{СТ} = 8$  для всіх показників точності зубчастих коліс і передачі[2].

4) Еквівалентна кількість числа зубців шестерні та колеса:

$$z_{V1} = \frac{z_1}{\cos(\beta)} = 22,16; z_{V2} = \frac{z_2}{\cos(\beta)} = 88,64. \quad (2.2.18)$$

5) Коефіцієнт торцевого перекриття:

$$\varepsilon_\alpha = \left[ 1,88 - 3,2 \left( \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right) \right] \cos\beta = \left[ 1,88 - 3,2 \left( \frac{1}{19} + \frac{1}{76} \right) \right] 0,95 = 1,586. \quad (2.2.19)$$

6) Коефіцієнт осьового перекриття:

$$\varepsilon_\beta = \frac{b_2 \cdot \sin\beta}{\pi m_n} = 1,5662 \quad (2.2.20)$$

7) Колова сила у зачепленні коліс:

$$F_t = \frac{2 \cdot T_1}{d_1} = \frac{2 \cdot 28,83 \cdot 10^3}{40} = 1441,8 \text{ Н.} \quad (2.2.21)$$

### 2.2.6 Розрахунок активних поверхонь зубців на контактну витривалість

Для розрахунку попередньо визначимо такі коефіцієнти:

- коефіцієнт, що враховує механічні властивості матеріалів зубчастих коліс  $Z_M = 275 \text{ МПа}^{1/2}$ ;
- коефіцієнт форми спряжених поверхонь зубців  $Z_H = \sqrt{\frac{2 \cdot \cos\beta}{\sin 2\alpha_w}} = 1,68$ ;
- коефіцієнт сумарної довжини контактних ліній при  $Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_\alpha}} = 0,794$ ;
- коефіцієнт, що враховує розподіл навантаження між зубцями в залежності від колової швидкості та ступеня точності  $K_{H\alpha} = 1,07$ ;
- коефіцієнт, що враховує розподілення навантаження по ширині вінця  $K_{H\beta} = 1,1$ ;
- коефіцієнт, що враховує динамічне навантаження зубців в залежності від колової швидкості, твердості зубців колеса та ступеня точності  $K_{HV} = 1,03$ .

					<b>МП.82.1246Р.00.01.ПЗ</b>	Лист
						28
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		

Питома розрахункова колова сила:

$$\omega_{Ht} = \frac{F_t}{b_2} \cdot K_{H\alpha} \cdot K_{H\beta} \cdot K_{HV} = \frac{1441,8}{32} \cdot 1,07 \cdot 1,1 \cdot 1,03 = 53,47 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}; \quad (2.2.22)$$

Розрахункове контактне напруження:

$$\begin{aligned} \sigma_H &= Z_M \cdot Z_H \cdot Z_\varepsilon \sqrt{\frac{\omega_{Ht}}{d_1} \cdot \frac{U+1}{U}} = 275 \cdot 1,6815 \cdot 0,794 \sqrt{\frac{53,47}{40} \cdot \frac{4+1}{4}} = \\ &= 474,64 \text{ МПа}; \end{aligned} \quad (2.2.23)$$

Стійкість зубців проти втомного викришування їхніх поверхонь забезпечується, оскільки  $\sigma_H = 474,64$  МПа,  $[\sigma]_H = 486,81$  МПа  $\Rightarrow \sigma_H < [\sigma]_H$ .

### 2.2.7. Розрахунок допустимих поверхонь зубців на контактну міцність

Під час перенавантаження максимальне контактне напруження:

$$\sigma_{Hmax} = \sigma_H \sqrt{\frac{T_{2max}}{T_2}} = 474,64 \sqrt{\frac{57,66}{28,83}} = 671,241 \text{ МПа}. \quad (2.2.24)$$

Контактна міцність зубців забезпечується, оскільки:  $\sigma_{Hmax} < [\sigma]_{Hmax}$

### 2.2.8. Розрахунок зубців на витривалість при згині

Розрахунок зубців на витривалість:

- коефіцієнти форми зубців  $Y_{F1} = 4,01$  ;  $Y_{F2} = 3,61$ ;
- коефіцієнт перекриття зубців  $Y_\varepsilon = 1$ ;
- коефіцієнт, що враховує розподілення навантаження між зубцями  $K_{F\alpha} = \frac{[4+(\varepsilon_\alpha-1)(n_{CT}-5)]}{4 \cdot \varepsilon_\alpha} = \frac{[4+(1,64-1)(8-5)]}{4 \cdot 1,64} = 0,9$ ;
- коефіцієнт нерівномірності розподілення навантаження по ширині зубчастих вінців  $K_{F\beta} = 1,17$ ;
- коефіцієнт динамічного навантаження зубців в залежності від колової швидкості, твердості зубців колеса та ступеня точності  $K_{FV} = 1,06$ .

										Лист
										29
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата	МП.82.1246Р.00.01.ПЗ					

Питома розрахункова колова сила:

$$\omega_{Ft} = \frac{F_t}{b_2} \cdot K_{F\alpha} \cdot K_{F\beta} \cdot K_{FV} = \frac{1441,8}{31,5} \cdot 0,9 \cdot 1,17 \cdot 1,06 = 51,522 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}; \quad (2.2.25)$$

Розрахункове напруження згину у зубцях шестерні та колеса:

$$\sigma_{F1} = Y_{F1} \cdot Y_\varepsilon \cdot Y_\beta \cdot \frac{\omega_{Ft}}{m_n} = 4,01 \cdot 1 \cdot 0,9 \cdot \frac{51,522}{2} = 89,88 \text{ МПа}; \quad (2.2.26)$$

$$\sigma_{F2} = Y_{F2} \cdot Y_\varepsilon \cdot Y_\beta \cdot \frac{\omega_{Ft}}{m_n} = 3,61 \cdot 1 \cdot 0,9 \cdot \frac{51,522}{2} = 80,92 \text{ МПа}.$$

Стійкість зубців проти втомного руйнування при згині забезпечується.

### 2.2.9. Розрахунок зубців на міцність при згині максимальним навантаженням

Максимальні напруження згину при перевантаженні [1]:

$$\sigma_{F1max} = \sigma_{F1} \frac{T_{2max}}{T_2} = 91,29 \frac{57,66}{28,83} = 179,754 \text{ МПа}; \quad (2.2.27)$$

$$\sigma_{F2max} = \sigma_{F2} \frac{T_{2max}}{T_2} = 82,18 \frac{57,66}{28,83} = 161,823 \text{ МПа}.$$

Міцність зубців на згин при дії максимального навантаження також забезпечується, бо максимальні розрахункові напруження менші, ніж граничні напруження:

$$[\sigma]_{F1max} = 610,9 \text{ МПа}; [\sigma]_{F2max} = 534,54 \text{ МПа}. \quad (2.2.28)$$

$$[\sigma]_{F1max} = 610,9 \text{ МПа}; [\sigma]_{F2max} = 534,54 \text{ МПа}.$$

### 2.2.10. Розрахунок параметрів зубчатої передачі

1) Розміри елементів зубців:

а) висота головки зубця:

$$h_a = m_n = 2 \text{ мм};$$

									Лист
									30
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата	МП.82.1246Р.00.01.ПЗ				

б) висота ніжки зубця:

$$h_f = 1,25 \cdot m_n = 1,25 \cdot 2 = 2,5 \text{ мм};$$

в) кут профілю зубців:

$$\alpha_n = 20^\circ$$

2) Розміри вінців зубчастих коліс:

а) ділильні діаметри

$$d_1 = 40 \text{ мм};$$

$$d_2 = 160 \text{ мм};$$

б) діаметри впадин:

$$d_{f1} = d_1 - 2,5 \cdot m_n = 40 - 2,5 \cdot 2 = 35 \text{ мм};$$

$$d_{f2} = d_2 - 2,5 \cdot m_n = 155 \text{ мм}.$$

в) діаметри вершин зубців:

$$d_{\alpha 1} = d_1 + 2 \cdot m_n = 40,73 + 2 \cdot 2 = 44 \text{ мм};$$

$$d_{\alpha 2} = d_2 + 2 \cdot m_n = 164 \text{ мм}.$$

г) міжосьова відстань передачі:

$$a_\omega = \frac{m_n(z_1 + z_2)}{2 \cos 18,195^\circ} = \frac{2(19 + 76)}{2 \cdot 0,95} = 100 \text{ мм}.$$

### 2.2.11. Розрахунок сил у зачепленні передачі

Колова сила:  $F_t = 1441,8 \text{ Н};$

$$\text{Радіальна сила: } F_r = \frac{F_t \cdot \operatorname{tg} \alpha_n}{\cos \beta} = \frac{1441,8 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ}{0,95} = 581,373 \text{ Н}. \quad (2.2.29)$$

$$\text{Осьова сила: } F_a = F_t \cdot \operatorname{tg} \alpha_n = 473,9 \text{ Н}. \quad (2.2.30)$$

					<b>МП.82.1246Р.00.01.ПЗ</b>	Лист
						31
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		

### 3. РОЗРАХУНОК ВАЛІВ ТА ЇХ ОПОР

Вали двоступінчастих редукторів поділяються на вхідні (швидкохідні), вихідні (тихохідні) і проміжні. Більшість вхідних валів виконують у вигляді одного цілого з зубчастими вінцями (вал-шестерня).

#### 3.1. Розрахунок швидкохідного вала

##### 3.1.1. Проектний розрахунок і конструювання вала

Для виготовлення вала берем Сталь 3, для якої

$$\sigma_B = 400 \text{ МПа}; \sigma_T = 235 \text{ МПа}; [\tau] = 25 \text{ МПа}.$$

Діаметр вала з умови міцності на кручення попередньо визначимо для перерізів вала під зубчастими колесами.

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16T}{\pi[\tau]}} = 8 \cdot \sqrt[3]{T} = 8 \cdot \sqrt[3]{T} = 17,21 \text{ мм}; \quad (3.1.1)$$

Оберемо основні розміри для вала, які після перевірки можна буде скорегувати відповідно до отриманих даних та конструкційних міркувань.

З конструктивних міркувань оберемо  $d_B = 18 \text{ мм}$ .

Також вибираємо довжину ділянок вала (починаючи з вільного кінця):

$$l_1 = 36,5 \text{ мм}; l_2 = 20 \text{ мм}; l_3 = 67 \text{ мм}.$$

$d_{II} = 25 \text{ мм}$  - діаметр під підшипники.

##### 3.1.2. Підбір шпонки вхідного вала

Розрахунок шпонок на вхідному валу виходить зі значення  $T = 73,596 \text{ Н} \cdot \text{м}$ . За стандартом та з конструктивних міркувань, вибираємо шпонку з  $l_1 = 25 \text{ мм}$  (інші габарити взяті аналогічно до п. 3.2.8 проміжного вала)

#### 3.2. Розрахунок проміжного вала

##### 3.2.1. Проектний розрахунок і конструювання вала

Для виготовлення вала берем Сталь 45, для якої  $\sigma_B = 598 \text{ МПа}$ ;

$$\sigma_T = 363 \text{ МПа}; [\tau] = 23 \text{ МПа}.$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot T}{\pi \cdot [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 28810}{\pi \cdot 25}} = 18,55 \text{ мм}; \quad (3.2.1)$$

З конструктивних міркувань оберемо  $d = 20 \text{ мм}$ .

Також вибираємо довжину ділянок валу (починаючи з вільного кінця):

від лівого підшипника  $l_1 = 22 \text{ мм}$ ; між конічним колесом та шестернею  $l_2 = 20 \text{ мм}$ ; між шестернею та лівим підшипником  $l_3 = 12 \text{ мм}$ ; під підшипник  $l_4 = 12 \text{ мм}$ .

$d_{II} = 20 \text{ мм}$  - діаметр під підшипники.

									Лист
									32
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата	МП.82.1246Р.00.01.ПЗ				

### 3.2.2. Перевірка статичної міцності вала

Сили в кінчному зачепленні (Рис. 3.1.):

$$F_t^A = 523,4 \text{ Н} - \text{колова сила};$$

$$F_r^A = 60,3 \text{ Н} - \text{радіальна сила};$$

$$F_a^A = 180,47 \text{ Н} - \text{осьова сила}.$$

Сили в косоzubому циліндричному зачепленні:

$$F_t^B = 1441 \text{ Н} - \text{колова сила};$$

$$F_r^B = 581,37 \text{ Н} - \text{радіальна сила};$$

$$F_a^B = 473,9 \text{ Н} - \text{осьова сила}.$$

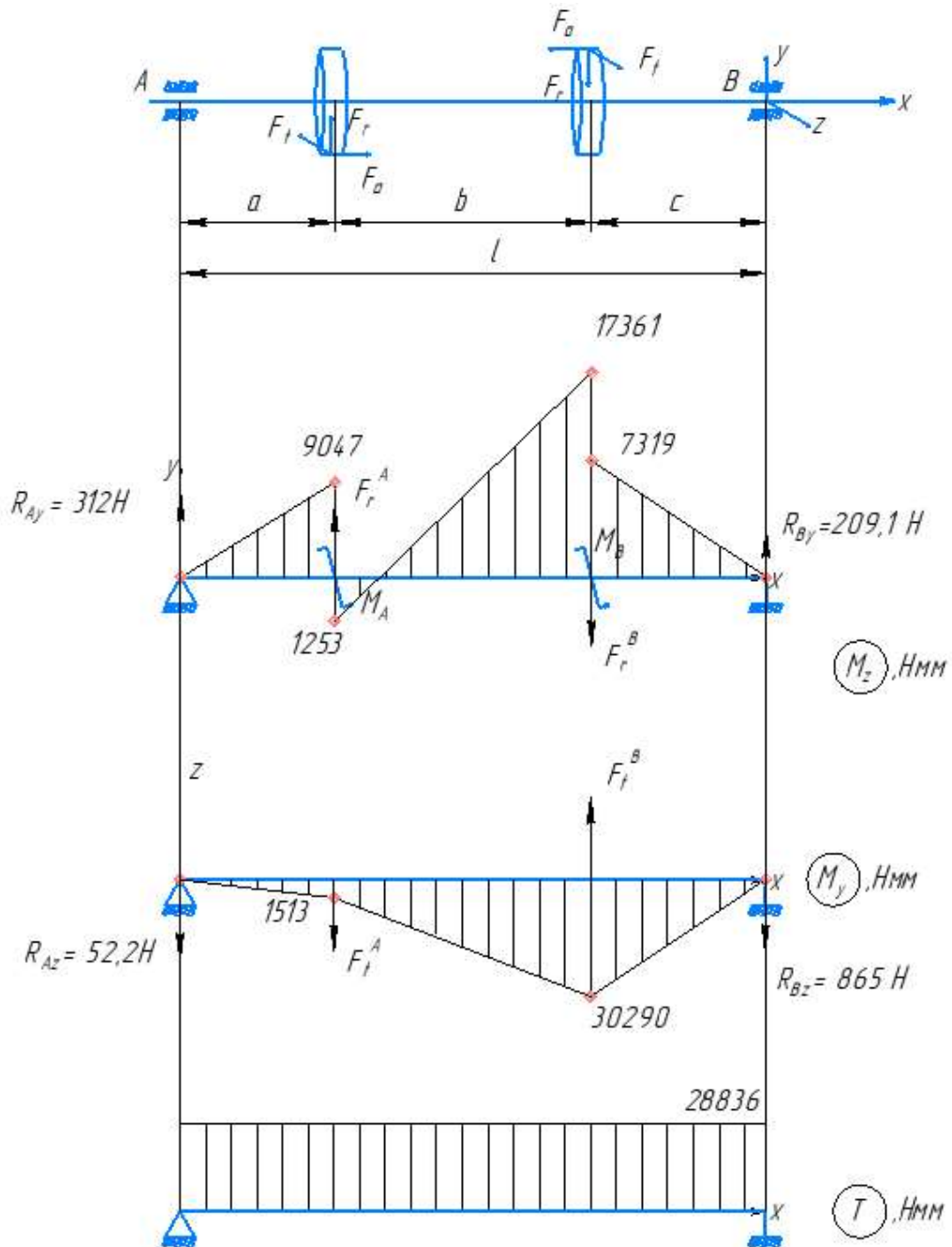


Рис. 3.1 Розрахункові схеми проміжного вала

Згинальний момент від сили  $F_{a2}$ :

$$M_A = F_a^A \frac{d_1}{2} = 180,7 \cdot 57 = 10300 \text{ Н} \cdot \text{мм};$$

$$M_B = F_a^B \frac{d_2}{2} = 473,9 \cdot 21,2 = 10042 \text{ Н} \cdot \text{мм}$$
(3.2.2)

У YX площині:

$$\sum M_A = (a + b + c)R_B^y - (a + b)F_r^B + aF_r^A = 0;$$

$$R_B^y = \frac{-aF_r^A + M_A + (a + b)F_r^B}{a + b + c} = 209,1 \text{ Н}$$

$$R_A^y = \frac{Mz2}{a} = 312 \text{ Н}$$

У ZX площині:

$$\sum M_A = lR_B^z + (a + b)F_t^B + aF_t^A = 0;$$

$$R_B^z = -\frac{(a + b)F_t^B + aF_t^A}{l} = -\frac{(29 + 50)1441 - 29 \cdot 523,4}{114} = -865 \text{ Н};$$

$$R_A^z = -52,2 \text{ Н}$$
(3.2.3)

$$M_I = \sqrt{(M_y^I)^2 + (M_z^I)^2} = \sqrt{30290^2 + 17361^2} = 34912,4 \text{ Нмм}$$

Номінальні напруження в перерізі, врахуємо зміну моментів опору від шпонки( див 3.2.3) :

$$\sigma_{зг} = \frac{M}{W_{ОН}} = \frac{31946}{785} = 22,771 \text{ МПа}$$

$$\sigma_c = \frac{4F_a^B}{3,14 \cdot d^2} = 0,965 \text{ МПа}$$

$$\tau = \frac{T}{W_{PH}} = \frac{28836}{1570} = 9,404 \text{ МПа}$$
(3.2.4)

За III-м критерієм міцності визначаємо еквівалентні напруження:

$$\sigma_{екв} = \sqrt{(\sigma_{зг} + \sigma_c)^2 + 4\tau^2} = \sqrt{(22,771 + 0,965)^2 + 4 \cdot 9,404^2} = 30,28 \text{ МПа}$$

Допустиме еквівалентне напруження:

$$[\sigma]_{екв} = 0,8\sigma_T = 0,8 \cdot 363 = 291 \text{ МПа}$$

Максимальне еквівалентне напруження при короткому перевантаженні:

$$\sigma_{екв}^{max} = \sigma_{екв} R_{II} = 28,48 \cdot 2,2 = 66,627 \text{ МПа}$$

					Лист
					34
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата	

Умова статичної міцності виконується, оскільки

$$\sigma_{\text{екв}}^{\text{max}} = 66,627 \text{ МПа}; [\sigma]_{\text{екв}} = 291 \text{ МПа} \Rightarrow \sigma_{\text{екв}}^{\text{max}} \leq [\sigma]_{\text{екв}}$$

### 3.2.3. Розрахунок вала на витривалість

Границя втоми матеріалу вала для симетричного циклу:

$$\begin{aligned}\sigma_{-1} &= 0,45\sigma_B = 0,45 \cdot 598 = 269 \text{ МПа} \\ \tau_{-1} &= 0,25\sigma_B = 0,25 \cdot 598 = 149,5 \text{ МПа}\end{aligned}\quad (3.2.5)$$

Амплітуди нормальних і дотичних напружень:

$$\begin{aligned}\sigma_a &= \frac{M}{W_{OH}} = \frac{31946}{1533,2} = 22,771 \text{ МПа} \\ \tau_a &= \frac{T}{2W_{PH}} = \frac{28836}{2 \cdot 3066,4} = 4,7 \text{ МПа}\end{aligned}\quad (3.2.6)$$

Відповідно моменти опору в небезпечному перерізу вала:

$$\begin{aligned}W_{OH} &= \frac{\pi d^3}{32} = \frac{3,14 \cdot 25^3}{32} = 1533,2 \text{ мм}^3 \\ W_{PH} &= \frac{\pi d^3}{16} = \frac{3,14 \cdot 25^3}{16} = 3066,4 \text{ мм}^3 \\ An &= \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 25^2}{4} = 490,625\end{aligned}\quad (3.2.7)$$

Середнє значення нормальних та дотичних напружень:

$$\begin{aligned}\sigma_m &= \frac{F_a^B}{An} = \frac{473,9}{490,625} = 0,966 \text{ МПа} \\ \tau_m &= \tau_a = 4,7 \text{ МПа}\end{aligned}\quad (3.2.8)$$

Коефіцієнти чутливості матеріалу вала до симетрії циклу напружень:

$$\begin{aligned}\psi_\sigma &= 0,02 + 2 \cdot 10^{-4} \sigma_B = 0,02 + 2 \cdot 10^{-4} \cdot 598 = 0,139 \\ \psi_\tau &= 0,5\psi_\sigma = 0,5 \cdot 0,14 = 0,07\end{aligned}$$

Коефіцієнт, що враховує вплив абсолютних розмірів перерізу вала

$$K_d = 0,9;$$

Коефіцієнти запасу міцності за нормальними і дотичними напруженнями :

$$\begin{aligned}S_\sigma &= \frac{\sigma_{-1}}{\frac{K_\sigma \sigma_a}{K_d} + \psi_\sigma \sigma_m} = 9,41 \\ S_\tau &= \frac{\tau_{-1}}{\frac{K_\tau \tau_a}{K_d} + \psi_\tau \tau_m} = \frac{149,5}{\frac{1,2 \cdot 2,63}{0,85} + 0,07 \cdot 2,63} = 24,09\end{aligned}\quad (3.2.9)$$

									Лист
									35
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата					

Сумарний коефіцієнт запасу:

$$S = \frac{S_\sigma S_\tau}{\sqrt{S_\sigma^2 + S_\tau^2}} = \frac{9,41 \cdot 24,09}{\sqrt{9,41^2 + 24,09^2}} = 8,765 \quad (3.2.10)$$

Загальний розрахунковий коефіцієнт запасу міцності

$S = 9,47 > [S]_{min} = 1,5$ , отже міцність вала у перерізі забезпечується.

### 3.2.4. Розрахунок вала на жорсткість

Для розрахунку прогину скористаємося методом Мора.

Основний момент інерції перерізу вала:

$$I = \frac{\pi d^4}{64} = \frac{3,14 \cdot 25^4}{64} = 19165,04 \text{ мм}^4; \quad E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа};$$

Прогин у YX площині:

$$y = \frac{1}{EI} (\omega_z^1 \cdot y1 + \omega_z^2 \cdot y2 + \omega_z^3 \cdot y3) = 0,00577 \text{ мм}$$

Прогин у ZX площині:

$$z = \frac{1}{EI} (\omega_y^1 \cdot y1 + \omega_y^2 \cdot y2 + \omega_y^3 \cdot y3) = 0,00205 \text{ мм}$$

Допустимий прогин вала  $[y] = 0,005m = \text{мм}$ ;

$$y = \sqrt{y_B^2 + y_T^2} = 0,00612$$

$$y = 0,00612 \text{ мм} \leq [y] = 0,015 \text{ мм};$$

Умова жорсткості виконується.

					МП.82.1246Р.00.01.ПЗ	Лист
						36
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		

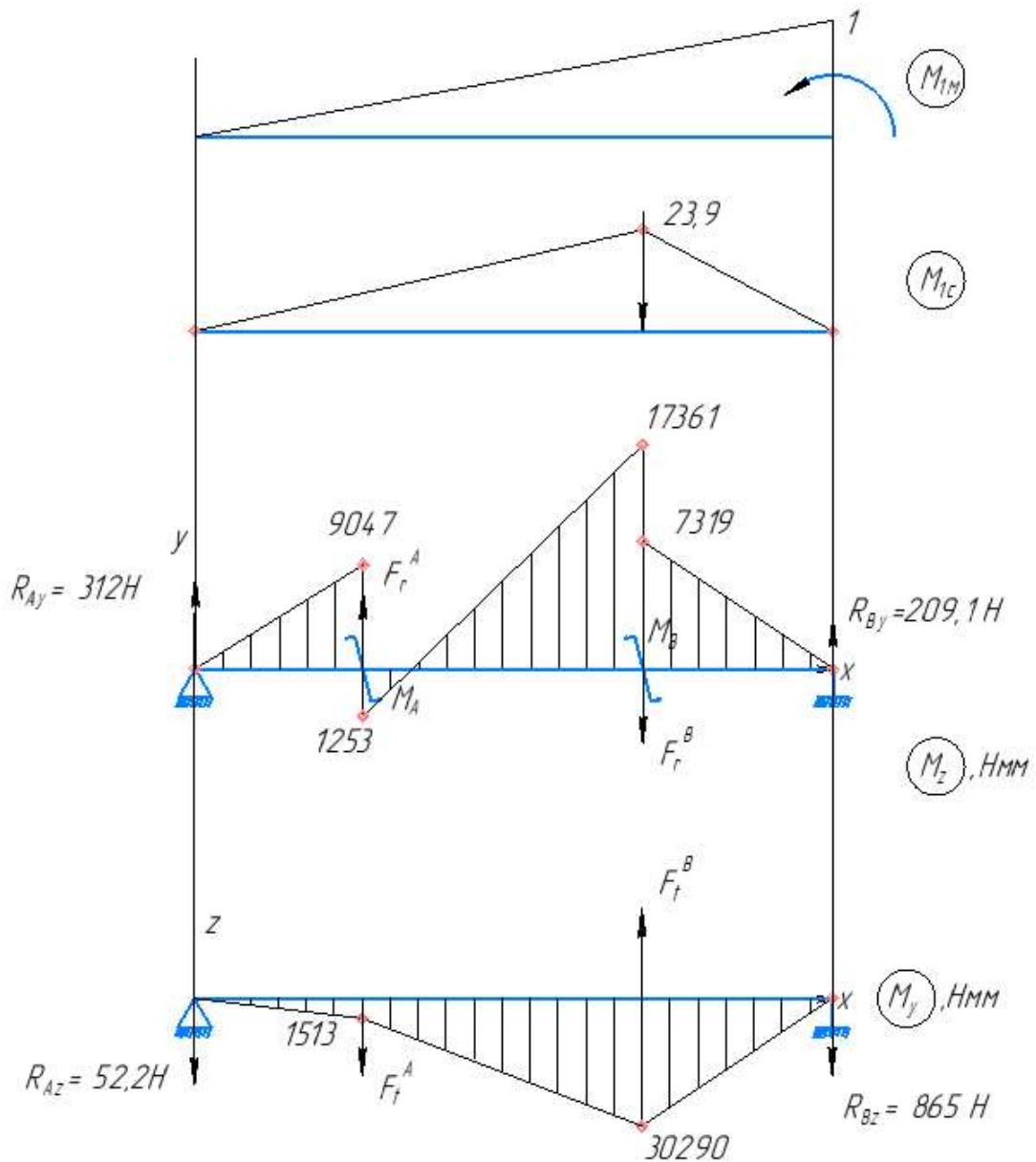


Рис. 3.2 Схеми розрахунку прогинів проміжного вала методом Верещагіна

Знайдемо кут повороту за рахунок прогину у точці В.

Прикладемо одиничний момент та скористаємося методом Верещагіна.

У YX площині:

$$\theta_y = \frac{1}{EI} (\omega_z^1 \cdot y1 + \omega_z^2 \cdot y2 + \omega_z^3 \cdot y3) = -0,00021 \text{ рад}$$

У ZX площині:

$$\theta_z = \frac{1}{EI} (\omega_y^1 \cdot y1 + \omega_y^2 \cdot y2 + \omega_y^3 \cdot y3) = 0,0000706 \text{ рад} \quad (3.2.11)$$

Таким чином загальний кут повороту  $\theta = \sqrt{\theta_z^2 + \theta_y^2} = 0,0002238 \text{ рад}$ .

Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата

Так як переріз валу не є постійним і місцево збільшується, так само як і має насадні елементи, кут прогину можна вважати  $\theta \approx 0,01$  рад. Умова жорсткості виконується.

### 3.2.5. Аналіз умов навантаження та вибір типу, розміри підшипників

Підбираємо підшипники кочення для вхідного валу редуктора за такими даними, одержаними при розрахунку валу:

$$R_A = \sqrt{R_{Ay}^2 + R_{Az}^2} = \sqrt{312^2 + 52,2^2} = 316,34 \text{ Н} \quad (3.2.12)$$

$$R_B = \sqrt{R_{By}^2 + R_{Bz}^2} = \sqrt{209,1^2 + 865^2} = 889,92 \text{ Н}$$

Осьове навантаження валу  $F_a = 473,9$  Н; діаметр цапф валу для підшипників  $d_n = 20$ ; кутова швидкість валу  $\omega = 73,53 \text{ с}^{-1}$  потрібна довговічність підшипників  $L_h = 10000$  год., при 90% надійності, типовий режим навантаження валу – середній нормальний (СН), короткочасне перевантаження до 150%, робоча температура підшипників до 50°C. В перерізі В (оскільки для опори є найбільшим навантаженням):

$$\frac{F_a}{R_B} = \frac{473,9}{889,92} = 0,53 > 0,35$$

В цьому випадку для опор валу використаємо радіальні кулькові підшипники серії 60104 для яких:  $C_0 = 4500$  Н;  $C_r = 9360$  Н

### 3.2.6. Визначення розрахункового еквівалентного навантаження на підшипник

Для типового режиму навантаження (СН) коефіцієнт інтенсивності:

$K_e = 0,57$ . Згідно з умови роботи підшипника, беремо:  $V = 1$  – обертання внутрішнього кільця підшипника  $K_\sigma = 1,5$  – коефіцієнт безпеки при короткочасних перевантаженнях до 150%,  $K_T = 1$  – температурний коефіцієнт до 50°C; параметр осьового навантаження  $e = 0,28$

В даному випадку  $R_r = R_B = 889,92$  та осьова сила  $F_a = 473,9$  Н. Так як навантаження є порівняно не великими, ми використаємо кулькові радіальні підшипники.

										Лист
										38
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата	МП.82.1246Р.00.01.ПЗ					

Маємо з відношення осьової сили і реакції:  $X = 0,4, Y = 1,5$ ;

Розрахункове еквівалентне навантаження на підшипники опори

$$R = (XVR_r + YR_a)K_\sigma K_T = (0,4 \cdot 1 \cdot 889,92 + 1,5 \cdot 473,9) \cdot 1,5 \cdot 1 = 1600,22 \text{ Н}$$
$$R_e = K_e R = 0,57 \cdot 1600,22 = 912,1 \text{ Н} \quad (3.2.13)$$

### 3.2.7. Розрахунок довговічності підшипника

Для 90%-ї надійності коефіцієнт  $a_1 = 1$ , а для звичайних умов експлуатації серійних кулькових радіально-упорних підшипників коефіцієнт  $a_{23} = 0,8$

Розрахунковий ресурс підшипників, млн. об,

$$L = a_1 a_{23} \left( \frac{C_r}{R_e} \right)^p = 1 \cdot 0,7 \cdot \left( \frac{9360}{912,1} \right)^3 = 864,47 \text{ млн. об} \quad (3.2.14)$$

Тут показник  $p = 3$  для кулькових підшипників

Розрахункова довговічність підшипника, год.

$$L_h = \frac{1745L}{\omega} = \frac{1745 \cdot 864,47}{24,596} = 61329 \text{ год} \quad (3.2.15)$$

Попередньо вибраний підшипник опори В вала має довговічність більшу від заданої потрібної. Для опори А вала беремо аналогічний підшипник.

### 3.2.8. Підбір і перевірка на міцність шпонки вала

Розрахунок шпонок на проміжному валу:

Вхідні дані:

- номінальний обертовий момент, що передається з'єднанням

$$T = 24,596 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

- діаметр вала  $d = 20 \text{ мм}$

- За діаметром вала  $d = 20 \text{ мм}$  знаходимо параметри шпонки  $b_{ш} = 6 \text{ мм}$ ,

$$t_1 = 3,5 \text{ мм} [\sigma]_{зм} = 100 \text{ МПа}$$

Робоча довжина шпонки

$$l_0 = \frac{2T}{d(b - t_1)[\sigma]_{зм}} = \frac{2 \cdot 24,596 \cdot 10^3}{20(6 - 3,5)100} = 9,84 \text{ мм} \quad (3.2.16)$$

За стандартом та з конструктивних міркувань, вибираємо шпонку з

$$l_1 = 18 \text{ мм}$$

									Лист
									39
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата	МП.82.1246Р.00.01.ПЗ				

### 3.3. Розрахунок тихохідного вала

#### 3.3.1. Проектний розрахунок і конструювання вала

Для виготовлення вала берем Сталь 45, для якої  $\sigma_B = 598$  МПа;

$\sigma_T = 363$  МПа;  $[\tau] = 25$  МПа.

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot T}{\pi \cdot [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 113600}{\pi \cdot 25}} = 28,5 \text{ мм}; \quad (3.3.1)$$

З конструктивних міркувань оберемо  $d = 35$  мм.

Також вибираємо довжину ділянок валу:

під шліцеве з'єднання  $l_1 = 36$  мм;

під кришку та підшипник  $l_2 = 31,5$  мм;  $l_3 = 13$  мм

підшипник – ребро  $l_3 = 48,5$  мм; ребро  $l_p = 8$  мм;

зубчате колесо – підшипник  $l_4 = 25,5$  мм.

$d_n = 30$  мм- діаметр під підшипники.

#### 3.3.2. Підбір і перевірка на міцність шліцевого з'єднання вала

Спочатку підберемо шліци з ГОСТ 21425-75 за допомогою заданого діаметру вала. В даному випадку виберемо шліцеве з'єднання 6x18x22.

Перевіримо на зминання зубці при  $[\sigma_{зм}] \approx 100$  МПа:

$$\sigma_{зм} = \frac{2T10^3}{d_{cp} h z L_{ст}} k_A = 90,15 \leq [\sigma_{зм}] \quad (3.3.2)$$

Отже, шліцеве з'єднання обрано правильно.

#### Визначення кількості і сорту мастила

Для заданого типу редуктора вибираємо ІРП-75 з урахуванням таких факторів, як колова швидкість. Об'єм мастильної ванни повинен бути таким, щоб на 1 кВт потужності на вхідному валу припадало не менше 0,5...0,8 л мастила. Потужність на швидкохідному валу складає 0,75 кВт, тому мінімальна кількість мастила складає 0,45 л.

Кількість мастила така, щоб глибина занурювання вінця досягала не більше двох висот зубця, отримали 1,5 л.

Змащування підшипників відбувається за рахунок ручного набивання їх густим пластичним змазочним матеріалом.

					МП.82.1246Р.00.01.ПЗ	Лист
						40
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		

## 4. ПРОЕКТУВАННЯ КОРЕГОВАНОГО ЕВОЛЬВЕНТНОГО ЗАЧЕПЛЕННЯ ЗУБЧАСТИХ КОЛІС

### 4.1. Мета проведення корегування

Циліндрична зубчата передача є складовою частиною приводу установки 1246Р. В першому розділі було визначено геометричні розміри відповідно до заданого крутного моменту, швидкості та частоти обертання вала. Під час розрахунків враховувались строк експлуатації, коефіцієнт перевантаження та режим роботи. Після цього було вирішено, що для виготовлення колеса та шестерні найбільш підходящою буде легвана сталь 40Х із термообробкою поліпшення.

При нарізанні колеса та шестерні не передбачалось зміщення інструменту, адже дані зубчасті колеса не були кореговані. Окрім цього, показники якості зачеплення не досліджувались. Тому завданням цього розділу є проведення перевірки показників якості зачеплення та її покращення шляхом підбору оптимальних коефіцієнтів зміщення.[5]

### 4.2. Вибір коефіцієнтів зміщення

Передача оптимізується за такими якісними показниками: коефіцієнт торцевого перекриття  $\varepsilon_\alpha$ , коефіцієнт питомого ковзання  $\lambda$  та коефіцієнт питомого тиску  $\theta$ .

Окрім перерахованих показників необхідно також враховувати коефіцієнт товщини зубця у вершині, бо надмірне загострення зубця може призвести до зменшення його міцності у вершині в початковий момент контакту.

Коефіцієнт торцевого перекриття вводиться для забезпечення неперервності зачеплення. Для циліндричної косозубої передачі, із ступенем точності  $n_{сг} = 8$  допустимі значення коефіцієнта торцевого перекриття будуть  $\varepsilon_\alpha \geq 1$ .

					МП.82.1246Р.00.01.ПЗ	Лист
						41
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		

При розрахунку за допомогою програми PROF-Z необхідно обирати найближчі значення коефіцієнтів питомого ковзання для колеса та шестерні. Також для врахування впливу кривизни профілів зубців на контактні напруження використовується коефіцієнт питомого тиску  $\theta$ .

При виборі коефіцієнтів зміщення мають виконуватись такі умови, а саме: має бути забезпечена неперервність зачеплення. При певному від'ємному значенні коефіцієнта зміщення відбувається підрізання ніжки зубця, а за додатного – можливе загострення головки. Такі процеси є неприпустимими.

Щоб уникнути цих проблем потрібно щоб коефіцієнти зміщення для шестерні та колеса були більші за  $x_{\min 1}$  та  $x_{\min 2}$ .

Загострення зубця характеризується коефіцієнтом товщини зубця, при чому граничні значення якого визначаються структурою матеріалу і видом його термообробки. Для термообробки поліпшення маємо  $S_{\alpha} \geq 0,25 \dots 0,3$ .

#### 4.3. Розрахунок параметрів не корегованої передачі

Порядок розрахунку:

1. Запуск програми PROF-Z
2. Внесення даних, а саме:
  - Кількість зубців  $z_1$  та  $z_2$  ;
  - Модуль зачеплення  $m$ ;
  - Кут нахилу зубців  $\beta$ ;
  - Міжосьову відстань  $a_w$ .

**Вхідні дані:**

Кількість зубів шестерні:  $z_1 = 19$

Число зубів колеса:  $z_2 = 76$

Модуль зачеплення:  $m = 2$  мм

Кут нахилу лінії зуба (град):  $\beta = 18,195^\circ$

Міжосьова відстань  $a_w = 100$  мм.

Задаємо діапазон зміни  $x_1$  в межах від 0 до 0.

Міжосьова відстань  $a_w = 100$  мм.

					МП.82.1246Р.00.01.ПЗ	Лист
						42
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		

Табл. 4.1. Показники якості не корегованого зачеплення

№	x1	x2	xk1	xk2	$\epsilon_a$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\theta$
1	0	0	0,752	0,847	1,564	3,3	0,231	0,368

$$x1_{\min} = -0,267 \quad x2_{\min} = -4,067$$

В результаті розрахунку були отримані значення коефіцієнту товщини зубця  $S_\alpha = 0,752$  і  $S_\alpha = 0,847$  для шестерні та колеса відповідно, що в свою чергу задовольняє умову не загострення для вибраного матеріалу. Аналогічно коефіцієнт перекриття нульового зміщення має значення  $\epsilon_\alpha = 1,564 > 1$ .

Розрахункові коефіцієнти ковзання зубчастої передачі без зміщення:  $\lambda_1 = 3,3$ ,  $\lambda_2 = 0,231$  така різниця вказує на те, що спрацювання колеса та шестерні відбуватиметься нерівномірно.

Розрахуємо інші параметри передачі приймаючи коефіцієнт зміщення шестерні  $x1 = 0$ .

Вибрані коефіцієнти зміщення:  $x1 = 0,000$  та  $x2 = 0,000$

#### Параметри з'єднання

Міжосьова відстань:  $a_w = 100$

Кут зачеплення (град):  $\alpha_{tw} = 20.963$

Висота зуба:  $h_i = 4.5$

Коефіцієнт торцевого перекриття:  $\epsilon_a = 1.564$

Коефіцієнт тиску в полюсі:  $\theta = 0.368$

#### Параметри шестерні

Радіус ділильного кола:  $r = 20$

Радіус початковій окружності:  $r_w = 20$

Радіус кола вершин:  $r_a = 22$

Радіус кола западин:  $r_f = 17.5$

Радіус основного кола:  $r_b = 18.676$

Коефіцієнт товщини по окружності вершин:  $s_k = 0.715$

Коефіцієнт питомого ковзання:  $\lambda = 3.3$



Табл. 4.3. Координати точок профілю зубця колеса

№	Г-д	x	y
1	Прхд	3,066	77,426
2	Прхд	2,673	77,541
3	Прхд	2,45	77,73
4	Прхд	2,34	77,893
5	Прхд	2,279	78,026
6	Прхд	2,241	78,142
7	Евлв	2,176	78,375
8	Евлв	2,105	78,614
9	Евлв	2,03	78,86
10	Евлв	1,95	79,113
11	Евлв	1,865	79,372
12	Евлв	1,775	79,638
13	Евлв	1,679	79,911
14	Евлв	1,578	80,19
15	Евлв	1,471	80,476
16	Евлв	1,359	80,767
17	Евлв	1,24	81,065
18	Евлв	1,115	81,37
19	Евлв	0,985	81,68
20	Евлв	0,847	81,996

#### 4.4. Розрахунок параметрів корегованої передачі

Проведемо корегування даної передачі. Для цього межі зміни коефіцієнта зміщення шестерні задаємо від 0 до 1. Отримані дані записуємо в Табл. 4.4.

Табл. 4.4. Показники якості корегованого зачеплення при  $0 \leq x_1 \leq 1$ 

№	x1	x2	xk1	xk2	ea	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\theta$
1	0	0	0,752	0,847	1,564	3,3	0,231	0,368
2	0,1	-0,1	0,717	0,857	1,546	2,395	0,255	0,368
3	0,2	-0,2	0,678	0,865	1,525	1,784	0,278	0,368
4	0,3	-0,3	0,636	0,872	1,502	1,344	0,302	0,368
5	0,4	-0,4	0,59	0,878	1,477	1,011	0,326	0,368
6	0,5	-0,5	0,541	0,882	1,45	0,751	0,351	0,368
7	0,6	-0,6	0,488	0,886	1,421	0,542	0,375	0,368
8	0,7	-0,7	0,432	0,888	1,389	0,371	0,4	0,368
9	0,8	-0,8	0,373	0,889	1,356	0,227	0,426	0,368
10	0,9	-0,9	0,311	0,889	1,32	0,105	0,452	0,368
11	1	-1	0,245	0,887	1,282	0	0,478	0,368

$$x_{1\min} = -0,267; x_{2\min} = -4,067$$

Звідси вибираємо новий діапазон коефіцієнту зміщення від 0,6 до 0,7.

Табл. 4.5. Показники якості корегованого зачеплення при  $0,6 \leq x_1 \leq 0,7$

№	x1	x2	xk1	xk2	ea	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\theta$
1	0,6	-0,6	0,488	0,886	1,421	0,542	0,375	0,368
2	0,61	-0,61	0,483	0,886	1,418	0,524	0,378	0,368
3	0,62	-0,62	0,478	0,886	1,414	0,505	0,38	0,368
4	0,63	-0,63	0,472	0,887	1,411	0,487	0,383	0,368
5	0,64	-0,64	0,466	0,887	1,408	0,47	0,385	0,368
6	0,65	-0,65	0,461	0,887	1,405	0,453	0,388	0,368
7	0,66	-0,66	0,455	0,887	1,402	0,436	0,39	0,368
8	0,67	-0,67	0,45	0,888	1,399	0,419	0,393	0,368
9	0,68	-0,68	0,444	0,888	1,396	0,403	0,395	0,368
10	0,69	-0,69	0,438	0,888	1,392	0,386	0,398	0,368
11	0,7	-0,7	0,432	0,888	1,389	0,371	0,4	0,368

Тепер виберемо ще один діапазон значень коефіцієнту зміщення від 0,68 до 0,69. (Табл. 4.6.)

Табл. 4.6. Показники якості корегованого зачеплення при  $0,68 \leq x_1 \leq 0,69$

№	x1	x2	xk1	xk2	ea	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\theta$
1	0,68	-0,68	0,444	0,888	1,396	0,403	0,395	0,368
2	0,681	-0,681	0,443	0,888	1,395	0,401	0,396	0,368
3	0,682	-0,682	0,443	0,888	1,395	0,399	0,396	0,368
4	0,683	-0,683	0,442	0,888	1,395	0,398	0,396	0,368
<b>5</b>	<b>0,684</b>	<b>-0,684</b>	<b>0,442</b>	<b>0,888</b>	<b>1,394</b>	<b>0,396</b>	<b>0,396</b>	<b>0,368</b>
6	0,685	-0,685	0,441	0,888	1,394	0,394	0,397	0,368
7	0,686	-0,686	0,441	0,888	1,394	0,393	0,397	0,368
8	0,687	-0,687	0,44	0,888	1,393	0,391	0,397	0,368
9	0,688	-0,688	0,439	0,888	1,393	0,39	0,397	0,368
10	0,689	-0,689	0,439	0,888	1,393	0,388	0,398	0,368
11	0,69	-0,69	0,438	0,888	1,392	0,386	0,398	0,368

$$x_{1\min} = -0,267; x_{2\min} = -4,067$$

Згідно з даними наведеними в табл. 4.6, вирівнювання коефіцієнтів ковзання  $\lambda_1$  та  $\lambda_2$  має місце при  $x_1 = 0,684$ . В такому випадку коефіцієнти товщини вершин зубців для шестерні і колеса будуть  $S_\alpha = 0,442$  і  $S_\alpha = 0,888$ , отже матеріал задовольняє умову не загострення зубців.

Коефіцієнт перекриття  $\varepsilon_\alpha = 1,394 > [\varepsilon_\alpha] = 1$ , що в свою чергу забезпечує неперервність зачеплення. Коефіцієнти питомого ковзання  $\lambda_1 = \lambda_2 = 0,396$ , тобто спрацювання буде рівномірне, що збільшить сумарний ресурс передачі.

Тепер розрахуємо інші параметри передачі в програмі, взявши коефіцієнт зміщення  $x_1 = 0,684$ .

### **Вхідні параметри**

Кількість зубів шестерні:  $z_1 = 19$

Число зубів колеса:  $z_2 = 76$

Модуль зачеплення:  $m = 2$

Кут нахилу лінії зуба (град):  $\beta_0 = 18.195$

Коефіцієнт зміщення шестерні:  $x_1 = 0.684$

Коефіцієнт зміщення колеса:  $x_2 = -0.684$

### **Параметри з'єднання**

Міжосьова відстань:  $a_w = 100$

Кут зачеплення (град):  $\alpha_{tw} = 20.963$

Висота зуба:  $h_i = 4.5$

Коефіцієнт торцевого перекриття:  $\varepsilon_a = 1.394$

Коефіцієнт тиску в полюсі:  $\theta = 0.368$

### **Параметри шестерні**

Радіус ділительного кола:  $r = 20$

Радіус початковій окружності:  $r_w = 20$

Радіус кола вершин:  $r_a = 23.368$

Радіус кола западин:  $r_f = 18.868$

Радіус основного кола:  $r_b = 18.676$

					<b>МП.82.1246Р.00.01.ПЗ</b>	<b>Лист</b>
<b>Зм.</b>	<b>Лист</b>	<b>№ документа</b>	<b>Підпис</b>	<b>Дата</b>		<b>47</b>

Радіус основного кола:  $r_b = 18.676$

Коефіцієнт товщини по окружності вершин:  $s_k = 0.42$

Коефіцієнт питомого ковзання:  $\lambda = 0.396$

### Параметри колеса

Радіус ділительного кола:  $r = 80$

Радіус початкової окружності:  $r_w = 80$

Радіус кола вершин:  $r_a = 80.632$

Радіус кола западин:  $r_f = 76.132$

Радіус основного кола:  $r_b = 74.705$

Коефіцієнт товщини по окружності вершин:  $s_k = 0.843$

Коефіцієнт питомого ковзання:  $\lambda = 0.396$

Отже обчислимо за допомогою програми координати двадцяти точок профілю зубців шестерні та колеса і запишемо їх відповідно у Табл. 4.7. і Табл. 4.8.

Табл. 4.7. Координати точок профілю зубця шестерні

№	Т-д	x	y
1	Прхд	2,984	18,689
2	Прхд	2,627	18,842
3	Прхд	2,443	19,036
4	Прхд	2,365	19,182
5	Прхд	2,331	19,283
6	Прхд	2,315	19,357
7	Евлв	2,279	19,547
8	Евлв	2,232	19,755
9	Евлв	2,173	19,981
10	Евлв	2,101	20,224
11	Евлв	2,015	20,484
12	Евлв	1,914	20,76
13	Евлв	1,796	21,051
14	Евлв	1,661	21,356
15	Евлв	1,506	21,675
16	Евлв	1,332	22,006
17	Евлв	1,138	22,349
18	Евлв	0,922	22,702
19	Евлв	0,683	23,065
20	Евлв	0,421	23,436

Табл. 4.8. Координати точок профілю зубця колеса

№	Г-д	x	y
1	Прхд	3,009	75,987
2	Прхд	2,565	76,121
3	Прхд	2,296	76,357
4	Прхд	2,145	76,592
5	Прхд	2,05	76,822
6	Прхд	1,984	77,059
7	Евлв	1,937	77,261
8	Евлв	1,886	77,47
9	Евлв	1,83	77,687
10	Евлв	1,771	77,911
11	Евлв	1,706	78,143
12	Евлв	1,637	78,382
13	Евлв	1,562	78,629
14	Евлв	1,483	78,883
15	Евлв	1,398	79,144
16	Евлв	1,308	79,412
17	Евлв	1,212	79,688
18	Евлв	1,11	79,97
19	Евлв	1,002	80,259
20	Евлв	0,888	80,555

За розрахованими програмою координатами точок профілів зубців шестерні і колеса зобразимо відповідно кореговані та не кореговані профілі зубців на рисунку 4.1.

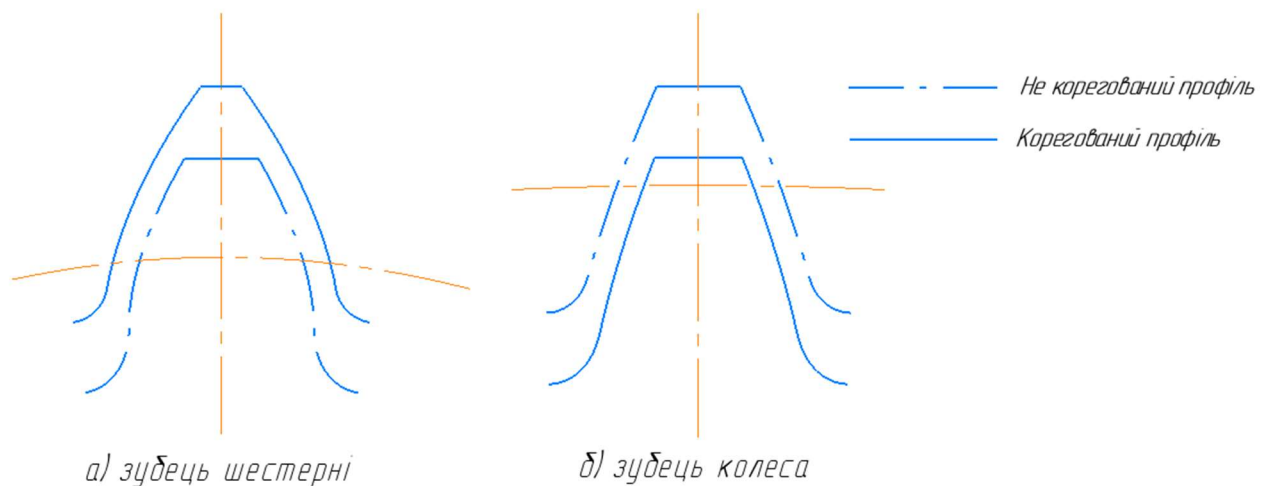


Рис. 4.1. Кореговані та не кореговані профілі зубців

#### 4.5. Висновки

Після проведення корегування були визначені коефіцієнти зміщення  $x_1 = 0,684$ ,  $x_2 = -0,684$ , при яких основні геометричні показники якості зачеплення зубчастої передачі мають оптимальні значення.

- 1) умова рівномірного спрацювання шестерні і колеса виконується, коефіцієнти ковзання однакові  $\lambda_1 = \lambda_2 = 0,396$ .
- 2) умова неперервності зачеплення виконується, так як  $\epsilon_\alpha = 1,394 > [\epsilon_\alpha] = 1$ .
- 3) загострення зубців відбувається в заданих межах для призначеного способу термообробки матеріалу, оскільки  $S_{\alpha 1} = 0,442 > 0,25$  і  $S_{\alpha 2} = 0,888 > 0,25$ .
- 4) підрізання зубців не відбувається, бо  $x_1 = 0,684 > x_{1min} = -0,267$  та  $x_2 = -0,684 > x_{2min} = -4,067$ .

Після корегування передачі знос шестерні та колеса є рівномірним, а отже, строк служби даної передачі буде більшим.

					МП.82.1246Р.00.01.ПЗ	Лист
						50
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		

## 5. ПРОЕКТУВАННЯ ТА РОЗРАХУНОК ОПОРНОЇ ПЛИТИ

### 5.1. Проектування плити

Для колової ступінчатої пластини необхідно розрахувати допустимі навантаження та побудувати епюри внутрішніх зусиль, прогинів, а також визначити допустиме навантаження використовуючи 4 теорію міцності[6,7].

$$[\sigma]=160 \text{ МПа}; E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}; \mu = 0,3$$

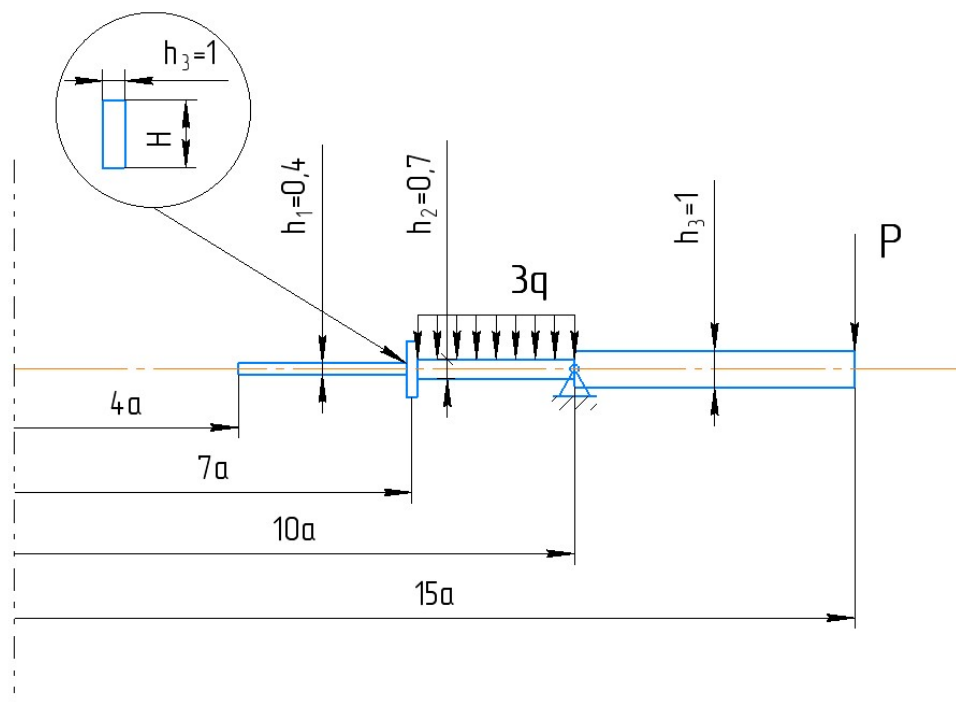


Рис. 5.1. Ступінчата пластина

Задані параметри:

$$a = 2 \text{ см}; h_1 = 0,4; h_2 = 0,7; h_3 = 1; P = 3q; H = 3h_1$$

Розв'яжемо дану задачу за допомогою методу двох розрахунків для симетричних пластин східчато-змінної товщини. Перший розрахунок проводиться за формулою:  $\bar{X}_{i2} = L_i \bar{X}_{i1}$ . Другий розрахунок:  $\bar{X}_{i2} = L_i \bar{X}_{i1} + R$ . Ці розрахунки потім узгоджуються за формулою  $X = C\bar{X} + \bar{\bar{X}}$ , де стала  $C$  знаходиться із граничних умов на кінці пластини.

									Лист
									51
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата					

Дод. позначення:

$L_i$  – матриця переходу;  $R_i$  – вектор навантаження;

$D_i$  – циліндрична жорсткість;  $\lambda_i$  – відношення радіусів.

Пластина складається з трьох ділянок для яких визначимо значення характеристики  $\lambda_i$ :

$$\begin{aligned}\lambda_1 &= \frac{r_{11}}{r_{12}} = \frac{4a}{7a} = 0,571 \\ \lambda_2 &= \frac{r_{21}}{r_{22}} = \frac{7a}{10a} = 0,7 \\ \lambda_3 &= \frac{r_{31}}{r_{32}} = \frac{10a}{15a} = 0,67\end{aligned}\tag{5.1.1}$$

Для спрощення розрахунків відразу визначимо відношення між циліндричними жорсткостями ділянок:

$$\begin{aligned}\frac{D_1}{D_2} &= \frac{h_1^3}{h_2^3} = \frac{0,4^3}{0,7^3} = 0,1865; \quad \frac{D_2}{D_1} = \frac{h_2^3}{h_1^3} = 5,36 \\ \frac{D_1}{D_3} &= \frac{h_1^3}{h_3^3} = \frac{0,4^3}{1^3} = 0,064; \quad \frac{D_3}{D_1} = \frac{h_3^3}{h_1^3} = 15,625\end{aligned}\tag{5.1.2}$$

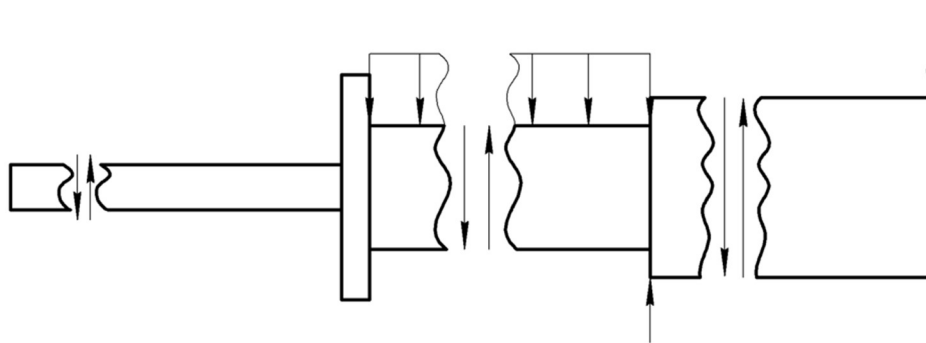


Рис. 5.2 Схема визначення поперечних сил

Знайдемо реакцію опори з умови рівноваги:

$$\sum F_y = R - 3q \cdot S - P = 0 \quad (5.1.3)$$

$$R = 3q \cdot S + P = 3q((10a)^2 - (7a)^2) \cdot \pi + 3q \cdot 2\pi \cdot 15a = 396\pi qa = 1244qa$$

Поперечні сили на початку ділянок:

$$P_{11} = 0; \quad P_{21} = 0;$$

$$P_{31} = R - 3q((10a)^2 - (7a)^2) \cdot \pi = 3q \cdot 2\pi \cdot 15a = 282,7qa;$$

Тепер визначимо матриці переходу між ділянками, у вигляді:

$$L_i = \begin{pmatrix} \psi_{\theta\theta}(\lambda_i) & \frac{D_1}{D_i} \psi_{\theta m}(\lambda_i) \\ \frac{D_i}{D_1} \psi_{r\theta}(\lambda_i) & \psi_{rm}(\lambda_i) \end{pmatrix} \quad (5.1.4)$$

Для першої ділянки ( $\lambda_1 = 0,571$ ):

$$L_1 = \begin{pmatrix} \psi_{\theta\theta}(0,571) & \psi_{\theta m}(0,571) \\ \psi_{r\theta}(0,571) & \psi_{rm}(0,571) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,5623 & 0,3367 \\ 0,3064 & 0,7643 \end{pmatrix}$$

Для другої ділянки ( $\lambda_2 = 0,7$ ):

$$L_2 = \begin{pmatrix} \psi_{\theta\theta}(0,7) & 0,1865\psi_{\theta m}(0,7) \\ 5,36\psi_{r\theta}(0,7) & \psi_{rm}(0,7) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,6685 & 0,0475 \\ 1,2435 & 0,8215 \end{pmatrix}$$

Для третьої ділянки ( $\lambda_3 = 0,67$ ):

$$L_3 = \begin{pmatrix} \psi_{\theta\theta}(0,67) & 0,064\psi_{\theta m}(0,67) \\ 15,625\psi_{r\theta}(0,67) & \psi_{rm}(0,67) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,6389 & 0,017 \\ 3,95 & 0,8056 \end{pmatrix}$$

Тепер для визначення матриці переходу через ребро  $L_p$  знайдемо момент інерції поперечного перерізу:

$$D_1 = \frac{Eh_1^3}{12(1-\mu^2)} = \frac{2 \cdot 10^4 \cdot 0,4^3}{12(1-0,3^2)} = 117,22 \text{ кН} \cdot \text{см} \quad (5.1.5)$$

$$J_x = \frac{1,2^3 \cdot 1}{12} = 0,144; \Rightarrow \frac{EJ_x}{RD_1} = \frac{2 \cdot 10^4 \cdot 0,144}{14 \cdot 117,22} = 1,755$$

									Лист
									53
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата	МП.82.1246Р.00.01.ПЗ				

Отже, матриця переходу через ребро буде мати вигляд:

$$L_p = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1,755 & 1 \end{pmatrix}$$

Визначення векторів навантаження для кожної з ділянок:

$$R_i = \begin{pmatrix} \frac{P_{i1}}{D_i} \psi_{\theta P}(\lambda_i) + \frac{q_1 r_{i2}^2}{D_i} \psi_{\theta q}(\lambda_i) \\ \frac{P_{i1}}{D_1} \psi_{rP}(\lambda_i) + \frac{q_1 r_{i2}^2}{D_1} \psi_{r q}(\lambda_i) \end{pmatrix} \quad (5.1.6)$$

$$R_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$R_2 = \begin{pmatrix} 0 + \frac{(-3q) \cdot (10a)^2}{D_1} 0,1865 \psi_{\theta q}(0,7) \\ 0 + \frac{(-3q) \cdot (10a)^2}{D_1} \psi_{r q}(0,7) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,424 \\ -22,5 \end{pmatrix} \frac{qa}{D_1}$$

$$R_3 = \begin{pmatrix} \frac{282,7qa}{D_1} 0,064 \psi_{\theta P}(0,67) + 0 \\ \frac{282,7qa}{D_1} \psi_{rP}(0,67) + 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,665 \\ 15,378 \end{pmatrix} \frac{qa}{D_1}$$

## 5.2. Перший розрахунок

Проводимо перший розрахунок, з урахуванням граничних умов та без урахування навантаження. Знайдемо вектори стану пластини, які в свою чергу характеризують напружений та деформований стан на кожній ділянці:

$$X = \bar{X} \cdot C + \bar{X} \quad (5.2.1)$$

Вектор  $\bar{X}$  виберемо з врахуванням того, що зовнішній край вільний. З чого випливає, що граничні умови на внутрішньому контурі:

$$\bar{X}_{11} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Обчислення векторів стану:

$$\begin{aligned}\bar{X}_{12} &= L_1 \cdot \bar{X}_{11} = \begin{pmatrix} 0,5623 & 0,3367 \\ 0,3064 & 0,7643 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,5623 \\ 0,3064 \end{pmatrix} \\ \bar{X}_{21} &= L_P \bar{X}_{12} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1,755 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,5623 \\ 0,3064 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,5623 \\ 1,2932 \end{pmatrix} \\ \bar{X}_{22} &= L_2 \bar{X}_{21} = \begin{pmatrix} 0,6685 & 0,0475 \\ 1,2435 & 0,8215 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,5623 \\ 1,2932 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,4373 \\ 1,7616 \end{pmatrix} = \bar{X}_{31} \\ \bar{X}_{32} &= L_3 \bar{X}_{31} = \begin{pmatrix} 0,6389 & 0,017 \\ 3,95 & 0,8056 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,4373 \\ 1,7616 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,3093 \\ 3,1464 \end{pmatrix}\end{aligned}\tag{5.2.2}$$

### 5.3. Другий розрахунок

В цьому розрахунку враховуємо крім граничних умов ще і навантаження.

Так як зовнішній край не має закріплення, то вектор  $\bar{X}_{11}$  прийме вигляд:

$$\begin{aligned}\bar{X}_{11} &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \bar{X}_{12} &= L_1 \bar{X}_{11} + R_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \bar{X}_{21} &= L_P \bar{X}_{12} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \bar{X}_{22} &= L_2 \bar{X}_{21} + R_2 = R_2 = \begin{pmatrix} -0,424 \\ -22,5 \end{pmatrix} \frac{qa}{D_1} = \bar{X}_{31} \\ \bar{X}_{32} &= L_3 \bar{X}_{31} + R_3 = \begin{pmatrix} 0,6389 & 0,017 \\ 3,95 & 0,8056 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -0,424 \\ -22,5 \end{pmatrix} \frac{qa}{D_1} + \begin{pmatrix} 1,665 \\ 15,378 \end{pmatrix} \frac{qa}{D_1} = \\ &= \begin{pmatrix} -0,4869 \\ -4,4228 \end{pmatrix} \frac{qa}{D_1}\end{aligned}\tag{5.3.1}$$

Узгодимо 2 попередні розв'язки ( $X = \bar{X}C + \bar{X}$ ), але спершу розрахуємо константу  $C$  з граничних умов:

$$\begin{pmatrix} M_r \\ D_1 \end{pmatrix}_{32} = \begin{pmatrix} \bar{M}_r \\ \bar{D}_1 \end{pmatrix}_{32} \cdot C + \begin{pmatrix} \bar{M}_r \\ \bar{D}_1 \end{pmatrix}_{32}\tag{5.3.2}$$

$$3,1464 \cdot C + (-4,4228) \frac{qa}{D_1} = 0$$

$$C = \frac{4,4228 qa}{3,1464 D_1} = 1,406 \frac{qa}{D_1}$$

Визначення повних векторів стану для ділянок:

$$\begin{aligned} X_{11} &= \bar{X}_{11} \cdot 1,406 \frac{qa}{D_1} + \bar{\bar{X}}_{11} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot 1,406 \frac{qa}{D_1} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,406 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{qa}{D_1} = \begin{pmatrix} 2,812 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1} \\ X_{12} &= \begin{pmatrix} 0,5623 \\ 0,3064 \end{pmatrix} \cdot 1,406 \frac{qa}{D_1} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,7904 \\ 0,4307 \end{pmatrix} \frac{qa}{D_1} = \begin{pmatrix} 1,5808 \\ 0,8614 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1} \\ X_{21} &= \begin{pmatrix} 0,5623 \\ 1,2932 \end{pmatrix} \cdot 1,406 \frac{qa}{D_1} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,7904 \\ 1,8182 \end{pmatrix} \frac{qa}{D_1} = \begin{pmatrix} 1,5808 \\ 3,6364 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1} \\ X_{22} &= \begin{pmatrix} 0,4373 \\ 1,7616 \end{pmatrix} \cdot 1,406 \frac{qa}{D_1} + \begin{pmatrix} -0,424 \\ -22,5 \end{pmatrix} \frac{qa}{D_1} = \begin{pmatrix} 0,1908 \\ -20,023 \end{pmatrix} \frac{qa}{D_1} = \begin{pmatrix} 0,3816 \\ -40,046 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1} \\ &= X_{31} \\ X_{32} &= \begin{pmatrix} 0,3093 \\ 3,1464 \end{pmatrix} \cdot 1,406 \frac{qa}{D_1} + \begin{pmatrix} -0,4869 \\ -4,4228 \end{pmatrix} \frac{qa}{D_1} = \begin{pmatrix} 0,0514 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{qa}{D_1} = \begin{pmatrix} 0,1028 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1} \end{aligned} \quad (5.3.3)$$

#### 5.4. Опис НДС пластини

Визначення головних згинальних моментів на початку і у кінці ділянок:

$$\left( \frac{M_t}{D_1} \right)_{ij} = \mu \left( \frac{M_r}{D_1} \right)_{ij} + \left( \frac{\theta}{r} \right)_{ij} (1 - \mu^2) \frac{D_i}{D_1} \quad (5.3.4)$$

$$\left( \frac{M_t}{D_1} \right)_{11} = \mu \left( \frac{M_r}{D_1} \right)_{11} + \frac{D_1}{D_1} (1 - \mu^2) \left( \frac{\theta}{r} \right)_{11} = 0 + (1 - 0,3^2) \cdot 1,406 \frac{qa}{D_1} = 1,2794 \frac{qa}{D_1}$$

$$\left( \frac{M_t}{D_1} \right)_{12} = 0,3 \cdot 0,4307 \frac{qa}{D_1} + 1 \cdot (1 - 0,3^2) \cdot 0,7904 \frac{qa}{D_1} = 0,8484 \frac{qa}{D_1}$$

$$\left( \frac{M_t}{D_1} \right)_{21} = 0,3 \cdot 1,8182 \frac{qa}{D_1} + 5,36 \cdot (1 - 0,3^2) \cdot 0,7904 \frac{qa}{D_1} = 4,4 \frac{qa}{D_1}$$

$$\left( \frac{M_t}{D_1} \right)_{22} = 0,3 \cdot (-20,023) \frac{qa}{D_1} + 5,36 \cdot (1 - 0,3^2) \cdot 0,1908 \frac{qa}{D_1} = -5,0763 \frac{qa}{D_1}$$

										Лист
										56
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата	МП.82.1246Р.00.01.ПЗ					

$$\left(\frac{M_t}{D_1}\right)_{31} = 0,3 \cdot (-20,023) \frac{qa}{D_1} + 15,625 \cdot (1 - 0,3^2) \cdot 0,1908 \frac{qa}{D_1} = -3,294 \frac{qa}{D_1}$$

$$\left(\frac{M_t}{D_1}\right)_{32} = 0,3 \cdot 0 + 15,625 \cdot (1 - 0,3^2) \cdot (-0,0514) \frac{qa}{D_1} = -0,73 \frac{qa}{D_1}$$

Визначення прогинів на початку і у кінці ділянок:

$$\Delta_i = (w_{i2} - w_{i1}) \quad (5.3.5)$$

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= -r_{12}^2 \cdot \psi_{w\theta}(\lambda_1) \left(\frac{\theta}{r}\right)_{11} - \left(\frac{M_r}{D_1}\right)_{11} \frac{D_1}{D_1} \cdot r_{12}^2 \cdot \psi_{wm}(\lambda_1) - \frac{P_{11}}{D_1} r_{12}^2 \psi_{wp}(\lambda_1) - \frac{q}{D_1} r_{12}^2 \\ &\cdot \psi_{wq}(\lambda_1) = -r_{12}^2 \cdot \left( \psi_{w\theta}(\lambda_1) \left(\frac{\theta}{r}\right)_{11} + \frac{q}{D_1} \cdot \psi_{wq}(\lambda_1) \right) = \\ &= -r_{12}^2 \left( 0,2359 \cdot 1,406 \frac{qa}{D_1} + \frac{q}{D_1} 0,115 \cdot 10^{-2} \right) = -0,66346 \frac{qr_{12}^2}{D_1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta_2 &= -r_{22}^2 \cdot \psi_{w\theta}(\lambda_2) \left(\frac{\theta}{r}\right)_{21} - \left(\frac{M_r}{D_1}\right)_{21} \frac{D_1}{D_2} \cdot r_{12}^2 \cdot \psi_{wm}(\lambda_2) - \frac{P_{21}}{D_1} r_{22}^2 \psi_{wp}(\lambda_2) \\ &- \frac{q}{D_1} r_{22}^2 \\ \cdot \psi_{wq}(\lambda_2) &= -r_{22}^2 \left( 0,2029 \cdot 0,7904 \frac{qa}{D_1} + 1,8182 \frac{qa}{D_1} \cdot 0,1865 \cdot 0,0401 + \frac{q}{D_1} \cdot 2,94 \cdot \right. \\ &\left. \cdot 10^{-4} \right) = -0,34797 \frac{qr_{12}^2}{D_1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta_3 &= -r_{32}^2 \cdot \psi_{w\theta}(\lambda_3) \left(\frac{\theta}{r}\right)_{31} - \left(\frac{M_r}{D_1}\right)_{31} \frac{D_1}{D_3} \cdot r_{32}^2 \cdot \psi_{wm}(\lambda_3) - \frac{P_{31}}{D_1} r_{32}^2 \psi_{wp}(\lambda_2) = \\ &= -r_{32}^2 \left( 0,211 \cdot 0,1908 \frac{qa}{D_1} + (-20,023) \frac{qa}{D_1} \cdot 0,064 \cdot 0,0459 + \frac{282,7qa}{D_1} \right. \\ &\left. \cdot 0,00112 \right) = -0,5961 \frac{qr_{12}^2}{D_1} \end{aligned}$$

										Лист
										57
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата						

Так як між 2 та 3 ділянками розташована опора тоді  $w_{22} = w_{31} = 0$

$$w_{21} = w_{31} - \Delta_2 = 0,34797 \frac{qr_{22}^2}{D_1} \quad (5.3.6)$$

$$w_{11} = w_{21} - \Delta_1 = 1,0114 \frac{qr_{22}^2}{D_1}$$

Визначення найбільших напружень на початку та кінці ділянок за IV теорією міцності:

$$\sigma_{IV_{екв}} = \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_t^2 - \sigma_r \sigma_t} = \frac{6}{h^2} \sqrt{M_r^2 + M_t^2 - M_r M_t} \leq [\sigma] \quad (5.3.7)$$

$$(\sigma_{IV_{екв}})_{11} = \frac{6qa}{h_1^2} \sqrt{0 + 1,2794^2 - 0} = 95,955q$$

$$(\sigma_{IV_{екв}})_{12} = \frac{6qa}{h_1^2} \sqrt{0,4307^2 + 0,8484^2 - 0,4307 \cdot 0,8484} = 56,124q$$

$$(\sigma_{IV_{екв}})_{21} = \frac{6qa}{h_2^2} \sqrt{1,8182^2 + 4,4^2 - 1,8182 \cdot 4,4} = 93,7784q$$

$$\begin{aligned} (\sigma_{IV_{екв}})_{22} &= \frac{6qa}{h_2^2} \sqrt{(-20,023)^2 + (-5,076)^2 - (-20,023) \cdot (-5,076)} \\ &= 441,552q \end{aligned}$$

$$(\sigma_{IV_{екв}})_{31} = \frac{6qa}{h_3^2} \sqrt{(-20,023)^2 + (-3,294)^2 - (-20,023) \cdot (-3,294)} = 223,15q$$

$$(\sigma_{IV_{екв}})_{32} = \frac{6qa}{h_3^2} \sqrt{0 + (-0,73)^2 - 0 \cdot (-0,73)} = 8,76q$$

Отже, тепер можна визначити допустимий параметр  $[q]$ :

$$(\sigma_{IV_{екв}})_{22} = 441,552q \leq [\sigma] = 16 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}$$

$$q \leq \frac{16}{441,552} = 0,0362 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}$$

					МП.82.1246Р.00.01.ПЗ	Лист
						58
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		

Далі для побудови епюр зведемо всі необхідні данні до таблиць 5.1 та 5.2.

Номер ділянки	r(см)	$M_r\left(\frac{q}{D_1}\right)$	$M_t(q)$	$\theta\left(\frac{q}{D_1}\right)$	$w\left(\frac{qr_{22}^2}{D_1}\right)$	$\sigma_{\text{екв}}(q)$
11	8	0	2,5588	2,812	1,0114	95,955
12	14	0,8614	1,6968	1,5808	0,3479	56,124
21	14	3,6364	8,8	1,5808	0,3479	93,778
22	20	-40,046	-10,151	0,3816	0	441,55
31	20	-40,046	-6,588	0,3816	0	223,15
32	30	0	-1,46	0,1028	0,5961	8,76

Таблиця 5.1. Первинні дані для побудови епюр

Номер	r(см)	$M_r, \text{кН*см}$	$M_t, \text{кН * см}$	$\theta, \text{град}$	w, см	$\sigma_{\text{екв}}$ кН/см <sup>2</sup>
11	8	0	0,09262	0,008684	0,124936	3,4735
12	14	0,0003	0,06142	0,004881	0,042975	2,0316
21	14	0,0011	0,31856	0,004881	0,042975	3,3947
22	20	-0,012	-0,36746	0,001178	0	15,984
31	20	-0,012	-0,23848	0,001178	0	8,078
32	30	0	-0,05285	3,174E-04	0,07363	0,3171

Таблиця 5.2. Дані з урахуванням коефіцієнтів

					Лист
<b>МП.82.1246Р.00.01.ПЗ</b>					59
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата	

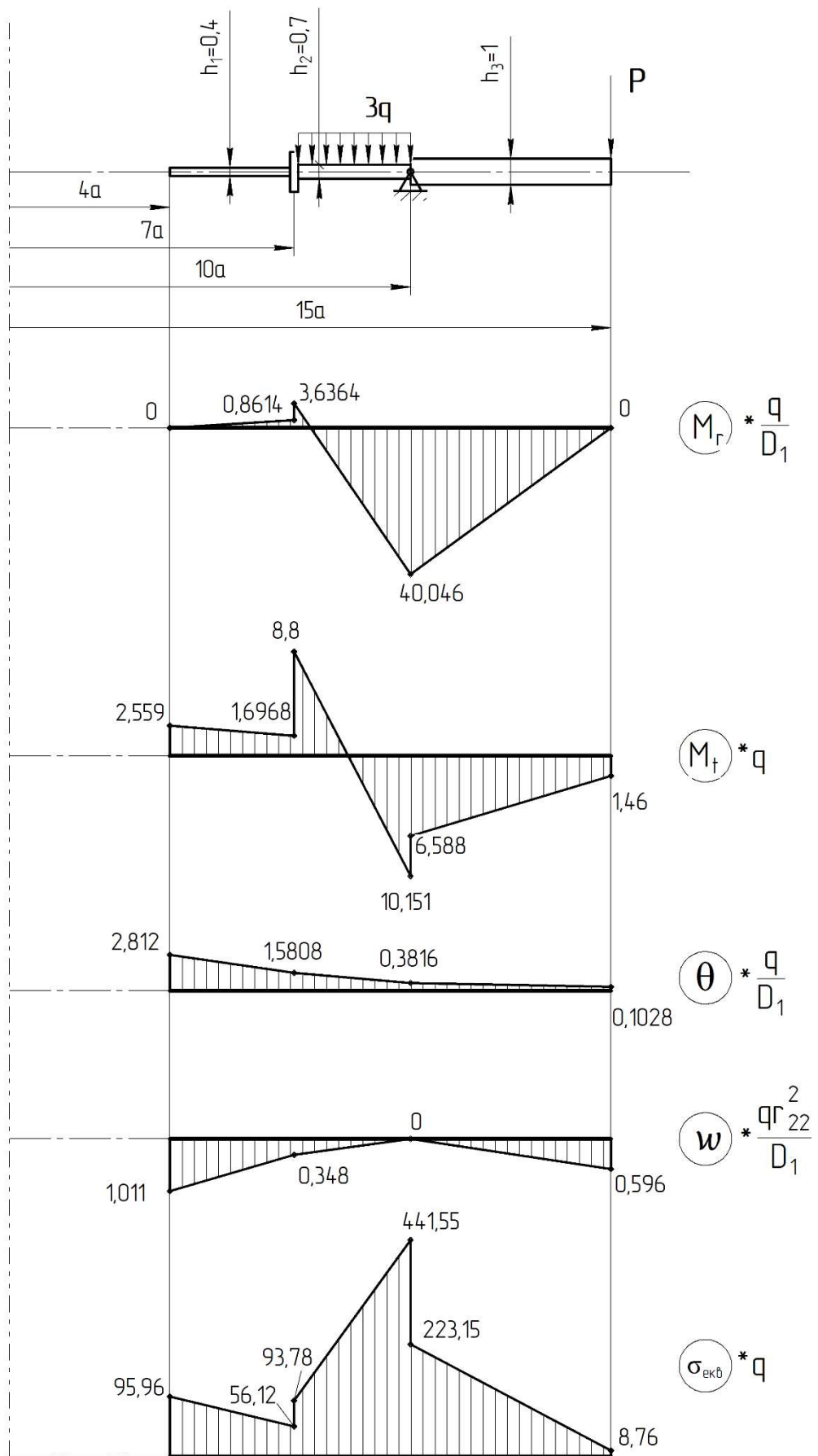


Рис. 5.3 Епюри

Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата

МП.82.1246Р.00.01.ПЗ

Лист

60

## 6. ПРОЕКТУВАННЯ ВИПРОБУВАЛЬНОГО ЗРАЗКА ТА ПРОВЕДЕННЯ ЧИСЕЛЬНОГО РОЗРАХУНКУ ЙОГО НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ

### 6.1 Вибір типу зразка та його конструювання

Першим кроком є вибір типу зразка згідно з типом установки. Оскільки ми розглядаємо установку 1246Р, призначену для високотемпературних випробувань зразків на розтяг в умовах вакууму, то обираємо трубчастий зразок для розтягу. Для визначення геометричних характеристик скористаємось формулами опору матеріалів.

Маємо такі вхідні дані:

- Модуль Юнга матеріалу  $E = 2.0 \cdot 10^5$  МПа
- Коефіцієнт Пуассона матеріалу  $\mu = 0.27$
- Границя міцності матеріалу  $\sigma_B = 1100$  МПа
- Максимально допустимий коефіцієнт концентрації напружень у перехідній зоні зразка  $\alpha = 1.05$
- Максимальна осьова сила устаткування  $N_{\max} = 60$  кН
- Гарантований запас потужності устаткування  $k = 2.5$ .

Опираючись на умову міцності, обираємо необхідну площу поперечного перерізу трубчастого зразка.

Максимальна сила, що може бути прикладена до зразка:

$$N = \frac{N_{\max}}{k} = \frac{60000}{2,5} = 24000 \text{ Н.}$$

Максимальне напруження, яке може бути досягнуте в трубчастій частині зразка (без врахування концентрації напружень):

$$\sigma_{\max} = \frac{\sigma_B}{\alpha} = \frac{1100}{1.05} = 1048 \text{ МПа.}$$

Площа поперечного перерізу зразка:

$$A = \frac{N}{\sigma_{\max}} = \frac{24000}{1048} \approx 22,9 \text{ мм}^2$$

					МП.82.1246Р.00.01.ПЗ	Лист
						61
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		

Оскільки зразок має трубчастий переріз, необхідно визначити два незалежних розміри: внутрішній  $d_B$  та наріжний  $d_H$  діаметри (або середній діаметр  $D$  та товщина стінки трубки  $\delta$ ), оскільки площа перерізу трубки визначається як:

$$A = \pi(d_H^2 - d_B^2) / 4 = \pi \frac{(d_H + d_B)(d_H - d_B)}{2} = \pi D \delta$$

де введено наступні позначення:

$$D = (d_H + d_B) / 2;$$

$$\delta = (d_H - d_B) / 2.$$

Для трубчатого зразка при його розтягу рекомендують прийняти співвідношення  $D / \delta \approx (15 \dots 20)$ , прийmemo  $D / \delta = 20$ , тоді  $A = 20\pi\delta^2$  і отримуємо, що  $\delta = \sqrt{A / (20\pi)}$ . Отже:

$$\delta = \sqrt{A / (20\pi)} = \sqrt{22,9 / (20 \cdot 3,14)} \approx 0,604 \text{ мм}$$

Приймаємо  $\delta = 0,6$  мм, тоді  $D = 20\delta = 12$  мм;  $d_B = D - \delta = 11,4$  мм. Однак такого стандартного розміру немає. Приймаємо тоді найближче стандартне значення внутрішнього діаметра  $d_B = 12$  мм і  $\delta = 0,6$  мм (це робимо для економії часу та грошей при виготовленні зразка, а також для врахування запасу потужності). Отже, отримали  $d_H = d_B + 2\delta = 13,2$  мм, тоді  $D = 12,6$  мм. При таких значеннях  $k = 2,454$ , де похибка, відносно потрібного значення  $k = 2,5$ , менше 2%. Призначимо інші розміри робочої частини зразка на розтяг:

- Діаметр голівки:  $D_{\text{гол}} = 20$  мм.
- Довжина голівки:  $L_{\text{гол}} = 20$  мм.
- Робоча пів-довжина зразка (циліндра):  $L_{\text{цил}} = 5d_H = 66$  мм.
- Загальна довжина зразка:  $L = 172$  мм.
- Кут нахилу перехідної частини зразка:  $\theta = 4^\circ$

									Лист
									62
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата					

МП.82.1246Р.00.01.ПЗ

- Радіуси заокруглень перехідної частини зразка:  $r_1 = 27$  мм,  $r_2 = 2$  мм.

Пояснення: для отримання задовільного значення коефіцієнта концентрації напружень  $\alpha \leq 1.05$  рекомендують призначати  $r_1 > 2d_H$ .

## 6.2 Постановка крайової задачі пружності

В даній роботі потрібно отримати значення коефіцієнта концентрації напружень  $\alpha$ , який буде реалізовуватися в зразку, щоб порівняти його з допустимим. Для цього потрібно розв'язати крайову задачу лінійної пружності, тобто розрахувати напружено-деформований стан зразка. Результати – поля переміщень, деформацій, напружень.

Сформулюємо постановку задачі та метод її розв'язування.

Прийmemo, що розглядається тіло об'ємом  $\Omega$ , обмежене поверхнею  $S$ ; фізичні величини: напруження, деформації, зусилля, переміщення; застосовуються Лагранжеві координати; матеріал вважається ізотропним, а деформації – малими.

Припустимо, що в початковий момент  $t_0$  в актуальному тілі переміщення  $U_i(\vec{x}, t_0)$ , деформації  $\varepsilon_{ij}(\vec{x}, t_0)$ , напруження  $\sigma_{mn}(\vec{x}, t_0)$  мають нульові значення. Нехай після цього в об'ємі тіла  $\Omega$ , а також на частині його поверхні  $S_G = S_U \cup S_P$  за деякий проміжок часу відбудеться зміна навантажень, тобто на час  $t$  прикладемо:  $\bar{P}_m(\vec{x}, t)$  – поверхневі сили на  $S_P$ ; відбулися переміщення  $\bar{U}_i(\vec{x}, t)$  на  $S_U$ . Тоді для визначення в кожній точці тіла величин:  $U_i(\vec{x}, t)$  – переміщень,  $\varepsilon_{ij}(\vec{x}, t)$  – деформацій,  $\sigma_{mn}(\vec{x}, t)$  – напружень маємо наступну крайову задачу:

- рівняння рівноваги як окремий випадок рівняння руху:

$$\nabla_n \sigma_{mn} = 0; \quad (6.2.1)$$

- геометричні (для малих деформацій):

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(\nabla_i U_j + \nabla_j U_i), \quad (6.2.2)$$

										Лист
										63
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата						

а також присутні тільки пружні деформації:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e; \quad (6.2.3)$$

- фізичні рівняння:

$$\varepsilon_{ij}^e = C_{ijmn} \sigma_{mn}; \quad (6.2.4)$$

де  $C_{ijmn}$  – тензор модулів піддатливості.

Додатково залучаються ГУ на  $S_U$  та  $S_P$ :

$$U_i|_{S_U} = \bar{U}_i; \quad (6.2.5)$$

$$\sigma_{mn} \nu_n|_{S_P} = \bar{P}_m. \quad (6.2.6)$$

Для отримання розв'язку крайової задачі зазвичай застосовують принцип можливих переміщень.

Для отримання рівняння принципу можливих переміщень використовують співвідношення (6.2.1), (6.2.2), (6.2.6), властивості симетрії тензора напружень  $\sigma_{mn} = \sigma_{nm}$  і теорема Гауса-Остроградського. В підсумку отримують наступний функціонал відносно варіацій переміщень і зв'язаних із ними деформацій

$$F = \int_{\Omega} \sigma_{mn} \delta \varepsilon_{mn} d\Omega - \int_{S_P} \bar{P}_m \delta U_m dS = 0, \quad (6.2.7)$$

що в поєднанні з кінематичними ГУ (6.2.5) на поверхні  $S_U$  визначає незліченну множину можливих (віртуальних) напружено-деформованих станів. Дійсний НДС є одним з віртуальних, але він додатково задовольняє фізичним рівнянням зв'язків  $\sigma_{mn} \propto \varepsilon_{mn}$ , тобто (6.2.4).

### 6.3 Метод розв'язування крайової задачі лінійної пружності

Застосуємо метод скінченних елементів. Спочатку перейдемо до матричних позначень.

Закон Гука (6.2.4) запишемо у вигляді

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon^e\}, \quad (6.3.1)$$

де  $[D]$  – матриця модулів пружності.

У випадку пружної ізотропії матеріалу матриця

$$[D] = 2G \cdot \begin{pmatrix} a & b & b & 0 & 0 & 0 \\ b & a & b & 0 & 0 & 0 \\ b & b & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c \end{pmatrix} \quad (6.3.2)$$

де  $2G = E/(1 + \mu)$ ;  $a = (1 - \mu)/(1 - 2\mu)$ ;  $b = \mu/(1 - 2\mu)$ ;  $c = 0,5$ ;  $E$  – модуль Юнга;  $\mu$  – коефіцієнт Пуассона.

Всі деформації – пружні:

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon^e\}. \quad (6.3.3)$$

Враховуючи (6.3.3), запишемо вираз (6.3.1) у вигляді:

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\}. \quad (6.3.4)$$

Геометричні рівняння (6.2.2) отримують вигляд:

$$\{\varepsilon\} = [B]\{q\}_e, \quad (6.3.5)$$

де  $\{q\}_e = \{(q^1, q^2, q^3)_1, \dots, (q^1, q^2, q^3)_M\}^T = \{q_1, q_2, \dots, q_{3M}\}^T$  – вектор переміщень в вузлах SE;  $[B]$  – матриця диференціювання за глобальними координатами, пов'язана лише з типом SE і системою глобальних координат.

Функціонал (6.2.7) з урахуванням можливості суперпозиції робіт по СЕ, зумовленої тим, що СЕ взаємодіють один з одним у вузлах і не перетинаються, записується так:

$$F = \sum_e \int_{\Omega^e} \{\delta q\}_e^T [B]^T [D] [B] \{q\}_e d\Omega - \sum_e \int_{S_p^e} \{\delta q\}_e^T [\phi]^T \{p\} dS = 0 \quad (6.3.6)$$

де позначено вектори навантажень  $\{p\} = \{\bar{p}_1, \bar{p}_2, \bar{p}_3\}^T$ ;  $S_p^e$  – сторона СЕ, що виходить на  $S_p$  тіла; знак  $\sum_e$  означає додавання по всіх СЕ, що містять актуальний ступінь свободи вузла.

Оскільки в підінтегральних виразах є вектори  $\{\delta q\}_e^T$  і  $\{q\}_e$ , що не залежать від параметрів інтегрування, їх можна винести за межі інтегралів. З (6.3.6), згрупувавши інтеграли, отримаємо:

$$F = \sum_e \{\delta q\}_e^T \int_{\Omega^e} [B]^T [D] [B] d\Omega \cdot \{q\}_e + \sum_e \{\delta q\}_e^T \int_{S_p^e} [\phi]^T \{p\} dS = 0 \quad (6.3.7)$$

Позначимо:

$$[K]_e = \int_{\Omega^e} [B]^T [D] [B] d\Omega, \quad (6.3.8)$$

$$\{P\}_e = \int_{S_p^e} [\phi]^T \{p\} dS. \quad (6.3.9)$$

Тоді

$$F = \sum_e \{\delta q\}_e^T ([K]_e \{q\}_e - \{P\}_e) = 0 \quad (6.3.10)$$

Оскільки варіації переміщень – довільні, то отримали СЛАР вигляду

$$[K] \{q\} = \{P\} \quad (6.3.11)$$

відносно глобального вектора приростів дійсних переміщень  $\{q\}_e$  у вузлах СЕ сітки. В (5.3.10) позначено додавання за ступенями свободи вузлів:

$$[K] = \sum_e [K]_e;$$

$\{P\} = \sum_e \{P\}_e$ . Вектор  $\{P\}$  зумовлюється зовнішніми силовими навантаженнями. У СЛАР ще необхідно врахувати кінематичні ГУ (6.2.5).

#### 6.4 Розрахункова схема

Розглядаємо розтяг зразка, який має робочу частину у вигляді тонкостінної трубки. Використовуючи симетрію зразка, тобто будемо розглядати тільки половину довжини зразка. Силу, яка розтягує зразок, задаємо у вигляді розподіленого навантаження, що діє на поверхню голівки. Характер закріплення приймаємо такий, щоб були відсутні поворот та переміщення перпендикулярно до площини розсічення, в циліндричній системі координат.

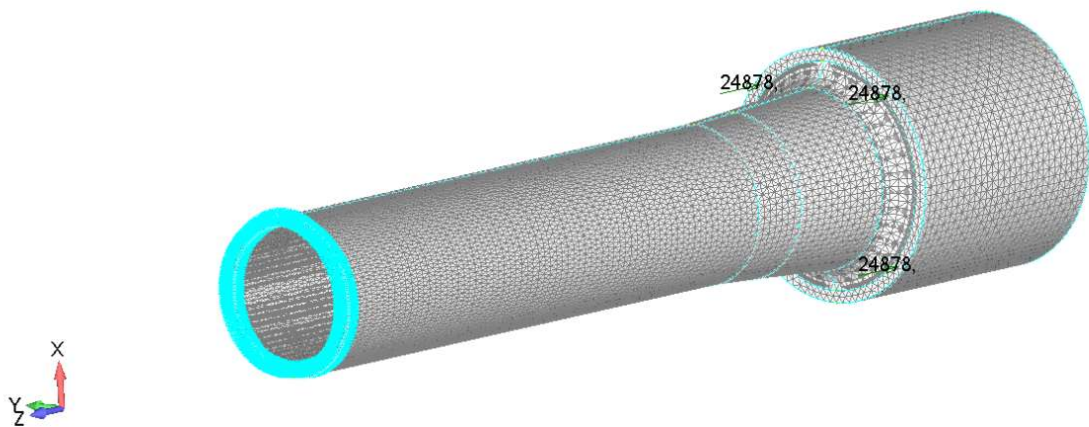


Рис. 6.1. Розрахункова схема зразка

Скінченно-елементна сітка зроблена в автоматичному режимі на основі геометрії використовуючи корекцію розміру сітки по товщині трубки, щоб було не менше двох скінченних елементів.

## 6.5 Результати розрахунків

За допомогою програмного забезпечення FEMAP отримали напружено-деформований стан зразка в пружній області.

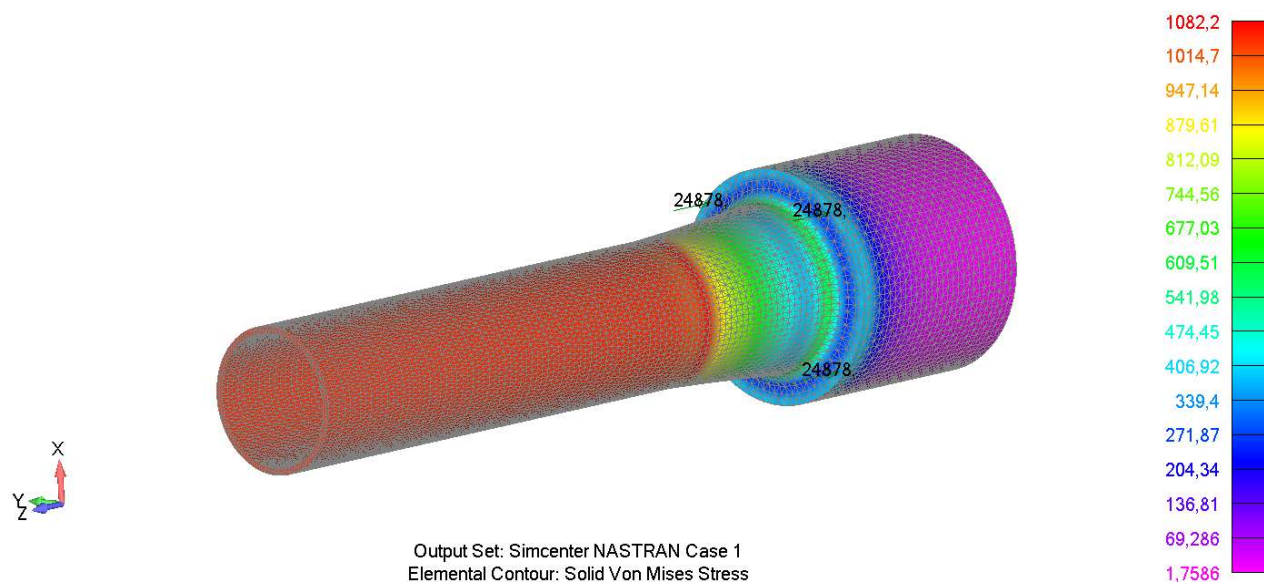


Рис.6.2. Розподіл напружень за Мізесом (МПа) від зусилля, що розтягує

Обчислимо коефіцієнт концентрації напружень за Мізесом для заокруглення.

Для цього побудували графіки рис.6.3 розподілу цих напружень у вузлах, вздовж двох ліній, що зображені на рис. 6.4.

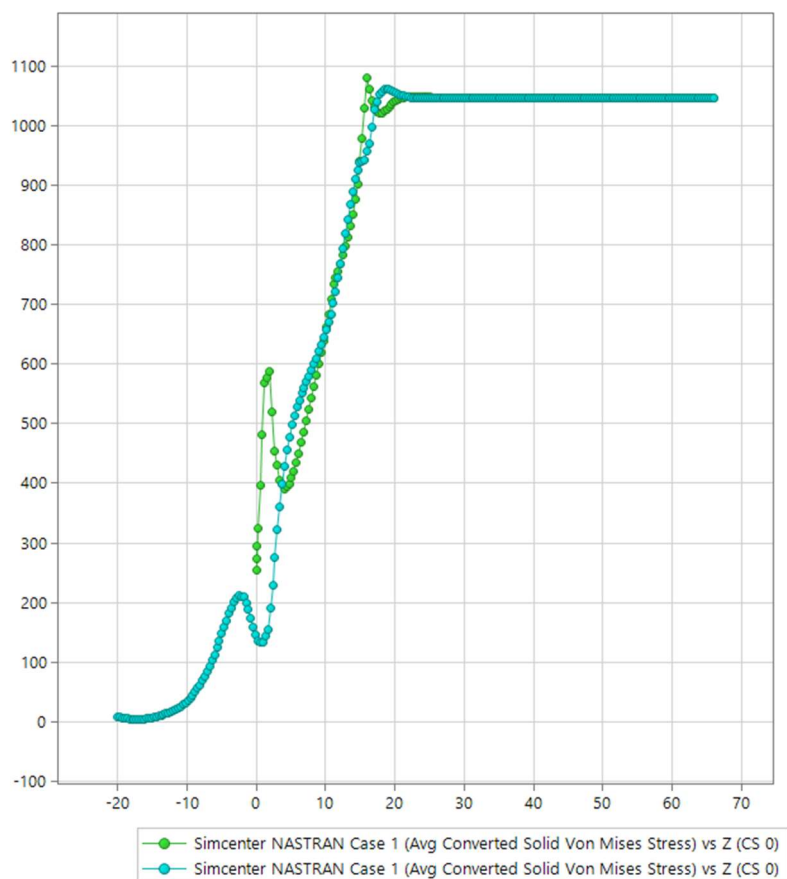


Рис.6.3. Графіки розподілу напружень за Мізесом, МПа

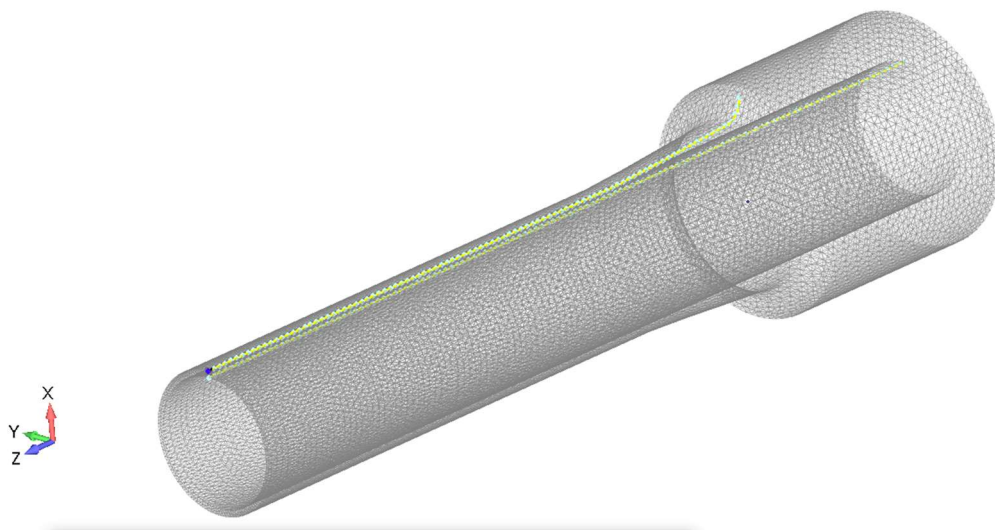


Рис. 6.4. Розташування вузлів, для яких побудовані графіки розподілу напружень за Мізесом

Отримали, що  $\alpha = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{nom}} = \frac{1081}{1048} \approx 1,031 < 1,05$ .

Отже, великої концентрації напружень не виникає, тобто зразок спроектовано правильно.

									Лист
									69
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата	МП.82.1246Р.00.01.ПЗ				

## 7. РОЗРАХУНОК ПРОТОТИПУ КОНСТРУКТИВНОГО ЕЛЕМЕНТА МЕТОДАМИ ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ

### 7.1. Постановка задачі

Визначити напружено-деформований стан при крученні моментом стержня з шліцом, якщо  $R_1 = 45$ ,  $R_2 = 50$ .

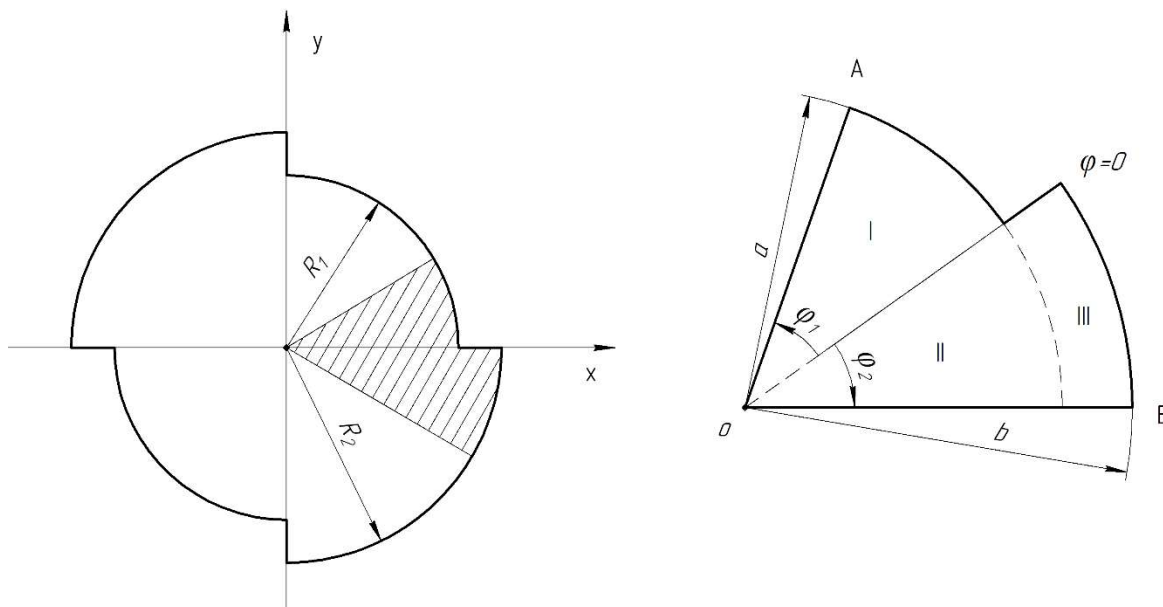


Рис 7.1 Стержень з шліцом

Для визначення функції напружень  $U(r, \varphi)$ , використаємо симетрію області поперечного перерізу стержня.

Розглянемо  $\frac{1}{2n}$  – у частину поперечного перерізу,  $n = 2$  ( $n$  – число зубів)

Розбиваємо  $\frac{1}{2n}$  – у частину області на найпростіші секторальні області I, II, III. I припустимо, що в цих областях функція  $U(r, \varphi)$  приймають відповідні значення  $U_1(r, \varphi)$ ,  $U_2(r, \varphi)$  і  $U_3(r, \varphi)$ .

Переходимо до змінної

$$t = \ln \frac{r}{a}; r = ae^t, \quad (7.1.1)$$

і представимо функції  $U_i(r, \varphi)$  ( $i = 1, 2, 3$ ) у вигляді

$$U_i[r(t), \varphi] = -\frac{a^2 e^{2t}}{2} + \Phi_i(t; \varphi), \quad (7.1.2)$$

Отримуємо диференціальне рівняння для визначення функцій  $\Phi_i(t, \varphi)$  та умови:

					<b>МП.82.1246Р.00.01.ПЗ</b>	Лист 70
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		

$$\left\{ \begin{array}{l} \left( \frac{\partial \Phi_1}{\partial \varphi} \right)_{\varphi=\varphi_1} = \Phi_1(0; \varphi) - \frac{a^2}{2} = \left( \frac{\partial \Phi_2}{\partial \varphi} \right)_{\varphi=-\varphi_2} = 0 \\ \left( \frac{\partial \Phi_3}{\partial \varphi} \right)_{\varphi=\varphi_2} = \Phi_3(t; 0) - \frac{a^2 e^{2t}}{2} = \Phi_3(t; \varphi) - \frac{b^2}{2} = 0 \\ \Phi_1(t; 0) = \Phi_2(t; 0); \quad \left( \frac{\partial \Phi_1}{\partial \varphi} \right)_{\varphi=0} = \left( \frac{\partial \Phi_2}{\partial \varphi} \right)_{\varphi=0} \\ \Phi_2(0; \varphi) = \Phi_3(0; \varphi); \quad \left( \frac{\partial \Phi_2}{\partial t} \right)_{t=0} = \left( \frac{\partial \Phi_3}{\partial t} \right)_{t=0} \end{array} \right. \quad (7.1.3)$$

де

$$\varphi_1 = \frac{\pi}{\alpha n}; \varphi_2 = \frac{\pi}{n} \left( 1 - \frac{1}{\alpha} \right), \quad (7.1.4)$$

$\alpha$  – постійне число, що характеризує ширину виїмки або зубця ( $1 \leq \alpha < 1$ ).

Шукаємо функції  $\Phi_i(t, \varphi)$  у вигляді наступних рядів і інтегралів Фур'є:

$$(7.1.5) \quad \Phi_1(t; \varphi) = \sum_{k=1}^{\infty} A_k^{(1)} e^{\alpha k t} \sin \alpha_k \varphi + \int_0^{\infty} [C^{(1)}(z) \operatorname{sh} z \varphi + D^{(1)}(z) \operatorname{ch} z \varphi] \cdot \sin z t dz$$

$$(0 \leq \varphi \leq \varphi_1; -\infty < t \leq 0)$$

$$(7.1.6) \quad \Phi_2(t; \varphi) = \sum_{k=1}^{\infty} A_k^{(2)} e^{\lambda k t} \sin \lambda_k \varphi + \int_0^{\infty} [C^{(2)}(z) \operatorname{sh} z \varphi + D^{(2)}(z) \operatorname{ch} z \varphi] \cdot \sin z t dz$$

$$(-\varphi_2 \leq \varphi \leq 0; -\infty < t \leq 0)$$

$$\Phi_3(t; \varphi) = \sum_{k=1}^{\infty} [A_k^{(3)} \operatorname{sh} \lambda_k \varphi + B_k^{(3)} \operatorname{ch} \lambda_k t] \sin \lambda_k \varphi$$

$$+ \sum_{k=1}^{\infty} [C_k^{(3)} \operatorname{sh} \beta_k \varphi + D_k^{(3)} \operatorname{ch} \beta_k t] \sin \beta_k \varphi$$

$$(-\varphi_2 \leq \varphi \leq 0; 0 < t \leq t_1) \quad (7.1.7)$$

Де

$$\alpha_k = \frac{(2k-1)\pi}{2\varphi_1}, \lambda_k = \frac{(2k-1)\pi}{2\varphi_2}; \beta_k = \frac{k\pi}{t_1}; t_1 = \ln \frac{b}{a} \quad (7.1.8)$$

Невизначені коефіцієнти  $A_k^{(i)}, B_k^{(3)}, C_k^{(3)}, D_k^{(3)}, C_k^{(i)}(z)$  і  $D_k^{(i)}(z)$  підлягають визначенню з умов (7.1.3)

## 7.2. Визначення коефіцієнтів інтегрування

Використовуючи вирази (7.1.5) - (7.1.7) отримаємо співвідношення для визначення коефіцієнтів інтегрування:

$$\left\{ \begin{aligned}
 C^{(1)}(z)chz\varphi_1 + D^{(1)}(z)shz\varphi_1 &= 0; A_k^{(1)} = \frac{\alpha^2}{\alpha_k\varphi_1} \\
 C^{(2)}(z)chz\varphi_2 + D^{(2)}(z)shz\varphi_2 &= 0 \\
 C_k^{(3)}ch\beta_k\varphi + D_k^{(3)}sh\beta_k\varphi &= 0 \\
 D_k^{(3)} &= \frac{\alpha^2\beta_k}{t_1(4 + \beta_k^2)} [(-1)^{k+1}e^{2t_1} + 1] \\
 A_k^{(3)}sh\lambda_k t_1 + B_k^{(3)}ch\lambda_k t_1 &= -\frac{b^2}{\lambda_k\varphi_2}, \\
 D_k^{(1)}(z) = D^{(2)}(z), B_k^{(3)} &= A_k^{(2)} \\
 C^{(2)}(z) - C^{(1)}(z) &= -\frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\alpha_k A_k^{(1)}}{\alpha_k^2 + z^2} + \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\alpha_k A_k^{(2)}}{\alpha_k^2 + z^2} \\
 A_k^{(2)} - A_k^{(3)} &= -\frac{2}{\pi} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{\beta_p D_p^{(3)}}{\beta_p^2 + \gamma_k^2} + \frac{2}{\varphi_2} \int_0^{\infty} \frac{z D^{(2)}(z)}{z^2 + \lambda_k^2} dz
 \end{aligned} \right. \quad (7.2.1)$$

При визначенні коефіцієнтів була використана формула сінус-перетворення Фур'є

$$\left\{ \begin{aligned}
 f(t) &= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\infty} B(z) \sin zt dz \quad (-\infty < t < 0) \\
 B(z) &= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_{-\infty}^0 f(t) \sin zt dt = -\sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\infty} f(-t) \sin zt dt
 \end{aligned} \right. \quad (7.2.2)$$

З співвідношень (7.2.9) коефіцієнти  $A_k^{(1)}$ ,  $D_k^{(3)}$  і  $C_k^{(3)}$  визначаються безпосередньо; коефіцієнти  $B_k^{(3)}$  і  $A_k^{(3)}$  виражаються через  $A_k^{(2)}$ ,  $D^{(1)}(z)$ ,  $C^{(1)}(z)$  і  $C^{(2)}(z)$  – через  $D^{(2)}(z)$ . Для їх визначення маємо наступну систему рівнянь:

$$\left\{ \begin{aligned} D^{(2)}(z) &= \frac{2}{\pi(th(z\varphi_2) + th(z\varphi_1))} \sum \frac{\lambda_k A_k^{(2)}}{\lambda_k^2 + z^2} - \frac{a^2 th(z\varphi_1)}{\pi z (th(z\varphi_2) + th(z\varphi_1))} \\ &\quad (0 < z < \infty) \\ A_k^{(2)} &= \frac{2}{\varphi_2(1 + cth(\lambda_k t_1))} \int_0^\infty \frac{z D^{(2)}(z)}{z^2 + \lambda_k^2} dz - \frac{b^2}{\lambda_k \varphi_2 (sh \lambda_k t_1 + ch \lambda_k t_1)} - \\ &\quad - \frac{a^2}{\varphi_2 (\lambda_k^2 - 4) (1 + cth(\lambda_k t_1))} \cdot \\ &\quad \cdot \left[ e^{2t_1} \left( \frac{2}{sh 2t_1} - \frac{\lambda_k}{sh \lambda_k t_1} \right) + \lambda_k cth(\lambda_k t_1) - 2cth(2t_1) \right] \end{aligned} \right. \quad (7.2.3)$$

Введемо нові невідомі:

$$\begin{cases} \pi z D^{(2)}(z) = X(z) - a^2 \\ \lambda_k \varphi_2 A_k^{(2)} = \chi Y_k - a^2 \end{cases} \quad (7.2.4)$$

Тоді систему (7.1.11) можна записати так:

$$\begin{cases} X(z) = \sum_{p=1}^{\infty} a_p(z) Y_p \quad (0 < z < \infty) \\ Y_p = \int_0^\infty b_p(z) X(z) dz + Q_p \end{cases} \quad (7.2.5)$$

Де в свою чергу  $a_p$  та  $b_p$  набуватимуть вигляду:

$$a_p(z) = \frac{2\chi z}{\varphi_2(thz\varphi_1 + thz\varphi_2)(\lambda_p^2 + z^2)} \quad (7.2.6)$$

$$b_p(z) = \frac{2\lambda_p}{\chi\pi(1 + cth\lambda_p t_1)(\lambda_p^2 + z^2)}$$

$$Q_p = - \frac{2\lambda_p r_2^2}{\chi(\lambda_p^2 - 4)(1 + cth\lambda_p t_1)} \cdot \left[ 1 + \frac{2}{\lambda_p} \left( cth\lambda_p t_1 - \frac{e^{2t_1}}{sh\lambda_p t_1} \right) \right] \quad (7.2.7)$$

Для визначення  $X(z)$  і  $Y_k$  методом послідовного приближення, необхідно, щоб сума модулів коефіцієнтів першої системи і інтеграл від модулів коефіцієнтів другої системи були менші одиниці. Ця умова для систем (7.2.3) виконується при відповідному виборі значення  $\chi$ .

$$\sum_{p=1}^{\infty} |a_p(z)| = \frac{2\chi z}{\varphi_2(thz\varphi_1 + thz\varphi_2)} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{1}{(\lambda_p^2 + z^2)} = \frac{\chi th\varphi_2 z}{thz\varphi_1 + thz\varphi_2} \leq \chi \quad (7.2.8)$$

$$\int_0^{\infty} |b_p(z)| dz = \frac{2\lambda_p}{\chi\pi(1 + cth\lambda_p t_1)} \int_0^{\infty} \frac{dz}{(\lambda_p^2 + z^2)} = \frac{1}{\chi(1 + cth\lambda_p t_1)} \leq \frac{1}{2\chi} \quad (7.2.9)$$

Так як

$$\begin{cases} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{1}{(\lambda_p^2 + z^2)} = \frac{\varphi_2}{2z} th\varphi_2 z \\ \int_0^{\infty} \frac{dz}{(\lambda_p^2 + z^2)} = \frac{\pi}{2\lambda_p} \end{cases} \quad (7.2.10)$$

Тоді число  $\chi$  вибираємо:  $\chi = \frac{\sqrt{2}}{2}$  (також всі вільні члени системи обмежені зверху і при  $p \rightarrow \infty$  будуть прямувати до 0)

### 7.3. Визначення функції напружень

Підставивши коефіцієнти інтегрування з (7.2.1) в (7.1.5)-(7.1.7), отримаємо функції  $\Phi_i(t; \varphi)$  наступні вирази:

$$\Phi_1(t; \varphi) = -\frac{a^2}{\pi} \operatorname{arctg} \left( \frac{\sin \frac{\pi\varphi}{2\varphi_1}}{\sin \frac{\pi t}{2\varphi_1}} \right) + \int_0^{\infty} D^{(2)}(z) \cdot \frac{chz(\varphi_1 - \varphi)}{chz\varphi_1} \sin z t dz \quad (7.3.1)$$

$(0 \leq \varphi \leq \varphi_1; -\infty < t \leq 0)$

$$\Phi_2(t; \varphi) = \sum_{k=1}^{\infty} A_k^{(2)} e^{\lambda_k t} \sin \lambda_k \varphi + \int_0^{\infty} D^{(2)}(z) \cdot \frac{chz(\varphi_2 + \varphi)}{chz\varphi_2} \sin z t dz \quad (7.3.2)$$

$(-\varphi_2 \leq \varphi \leq 0; -\infty < t \leq 0)$

$$\Phi_3(t; \varphi) = -\frac{b^2}{\varphi_2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{sh\lambda_k t}{\lambda_k sh\lambda_k t_1} \sin \lambda_k \varphi +$$

$$+ \sum_{k=1}^{\infty} A_k^{(2)} \frac{sh\lambda_k(t - t_1)}{sh\lambda_k t_1} \sin \lambda_k \varphi + \frac{a^2}{t_1} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\beta_k ch\beta_k(\varphi_2 + \varphi)}{(4 + \beta_k^2) ch\beta_k \varphi_2} [1 + (-1)^{k+1} e^{2t_1}] \sin \beta_k t \quad (7.3.3)$$

$(-\varphi_2 \leq \varphi \leq 0; 0 \leq t \leq t_1)$

Замінивши коефіцієнти  $A^{(2)}$  і  $D^{(2)}(z)$  через коефіцієнти  $Y_k$  і  $X(z)$  і виконавши певні перетворення, визначимо кінцеві вирази для функцій  $\Phi_i(t, \varphi)$  ( $i = 1, 2, 3$ ):

$$\Phi_1(t; \varphi) = \frac{a^2}{2} + \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{X(z) \operatorname{ch} z(\varphi_1 - \varphi)}{z \operatorname{ch} z \varphi} \operatorname{sin} z t dz$$

$$(0 \leq \varphi \leq \varphi_1; -\infty < t \leq 0) \quad (7.3.4)$$

$$\Phi_2(t; \varphi) = \frac{a^2}{2} + \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{X(z) \operatorname{ch} z(\varphi_1 - \varphi)}{z \operatorname{ch} z \varphi} \operatorname{sin} z t dz + \frac{\chi}{\varphi_2} \sum_{k=1}^\infty \frac{Y_k e^{\lambda_k t}}{\lambda_k} \operatorname{sin} \lambda_k \varphi$$

$$(-\varphi_2 \leq \varphi \leq 0; -\infty < t \leq 0) \quad (7.3.5)$$

$$\Phi_3(t; \varphi) = \frac{a^2}{2} + \frac{b^2 - a^2}{2t_1} t + \frac{\chi}{\varphi_2} \sum_{k=1}^\infty \frac{Y_k \operatorname{sh} \lambda_k (t_1 - t)}{\lambda_k \operatorname{sh} \lambda_k t_1} \operatorname{sin} \lambda_k \varphi$$

$$- \frac{4a^2}{t_1} \sum_{k=1}^\infty \frac{1 + (-1)^{k+1} e^{2t_1}}{(4 + \beta_k^2) \beta_k} \cdot \frac{\operatorname{ch} \beta_k (\varphi_2 + \varphi)}{\operatorname{ch} \beta_k \varphi} \operatorname{sin} \beta_k t$$

$$(-\varphi_2 \leq \varphi \leq 0; 0 \leq t \leq t_1) \quad (7.3.6)$$

При чому:

$$\int_0^\infty \frac{\operatorname{ch} z(\alpha - \varphi)}{z \operatorname{ch} z \alpha} \operatorname{sin} z t dz = -\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \left( \frac{\operatorname{sin} \frac{\pi \varphi}{2\alpha}}{\operatorname{sh} \frac{\pi t}{2\alpha}} \right)$$

$$(0 \leq \varphi \leq \alpha; t < 0)$$

#### 7.4. Визначення жорсткості при крученні

Жорсткість при крученні визначається за формулою:

$$C = 2G \iint_{\Omega} U(r, \varphi) r dr d\varphi = 4nG \iint_{\Omega} U(t, \varphi) a^2 e^2 dt d\varphi \quad (7.4.1)$$

де  $\Omega$  – площа всього перерізу стержня, а  $\Omega^*$  – площа  $\frac{1}{2n}$  частини області перерізу.

Підставимо (7.1.3), (7.3.4) - (7.3.6) в (7.4.1) і виконавши інтегрування, для жорсткості при крученні круглого стержня с повздожніми пазами отримаємо наступну формулу:

$$C = G a^4 K \left( \frac{b}{a} \right) \quad (7.4.2)$$

де

										Лист
										75
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата						



$$\tau_{z\varphi}(t, \varphi) = -G\theta \frac{e^{-t}}{a} \left[ -a^2 e^{2t} \frac{b^2 - a^2}{2t_1} - \frac{\chi}{\varphi_2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{Y_k \operatorname{ch} \lambda_k (t_1 - t)}{\lambda_k \operatorname{sh} \lambda_k t_1} \sin \lambda_k \varphi - \right. \\ \left. - \frac{4a^2}{t_1} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{[1 + (-1)^{k+1} e^{2t_1}] \operatorname{ch} \beta_k (\varphi_2 + \varphi)}{(4 + \beta_k^2) \operatorname{ch} \beta_k \varphi_2} \cos \beta_k t \right] \quad (7.5.5)$$

$(-\varphi_2 \leq \varphi \leq 0; 0 \leq t \leq t_1)$

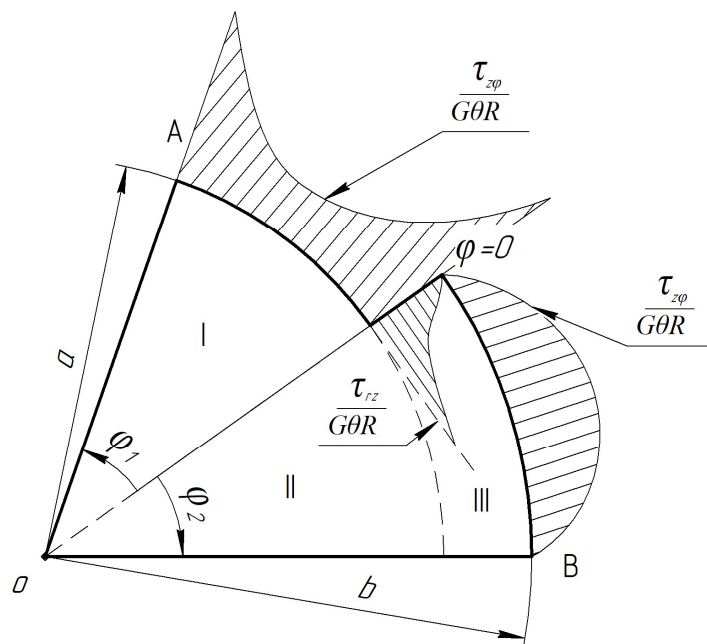
За цими формулами можна визначити дотичні напруження  $\tau_{rz}$  і  $\tau_{z\varphi}$  в точці перерізу крученого стержня. (враховуючи  $\chi = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , або 1)

При побудові епюр  $\tau_{z\varphi}$  для поверхні зубця  $t = t_1 = \ln \frac{b}{a} = 0,1053$ , аналогічно для поверхні западини  $t = \ln \frac{a}{b} = 0$ . Також незалежні компоненти  $Y_k$  та  $X_k$  приймаються рівними  $-0,4069a^2$  та  $-0,2174a^2$  відповідно (в посиланні [13]).

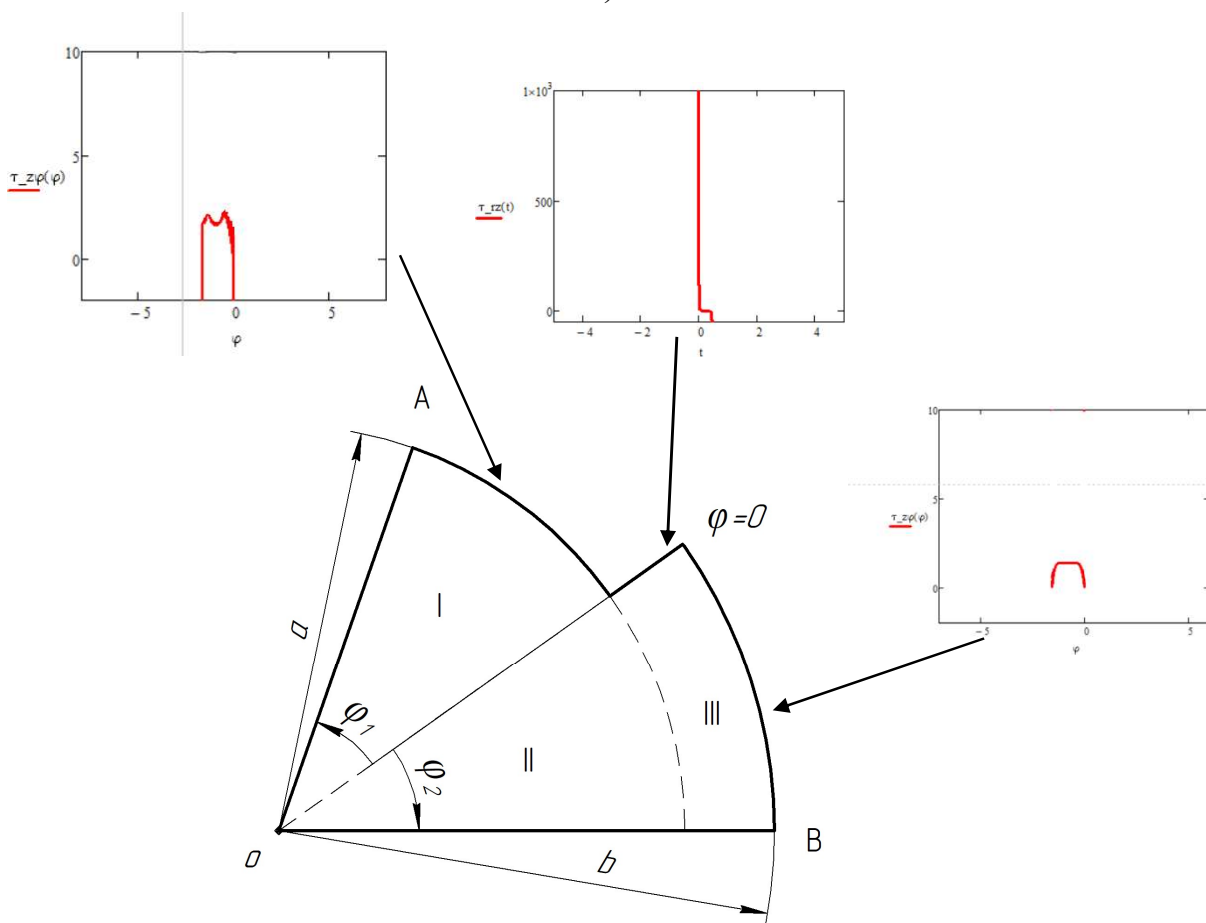
Отже, використовуючи обчислювальну програму Mathcad отримаємо епюри дотичних напружень (рис. 7.2 (б)).

					МП.82.1246Р.00.01.ПЗ	Лист
						77
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		

## 7.6. Графічне відображення навантажень



а)



б)

Рис 7.2 а) епюри напружень на границях перерізу; б) епюри напружень створені в програмі Mathcad;

Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата

МП.82.1246Р.00.01.ПЗ

Лист

78

## 8. РОЗРАХУНКИ ВЛАСНИХ ЧАСТОТ ТА ВІДПОВІДНИХ ВЛАСНИХ ФОРМ КРУТИЛЬНИХ КОЛИВАНЬ СИСТЕМИ З ДВОМА СТУПЕНЯМИ ВІЛЬНОСТІ

### 8.1 Крутильні коливання проміжного вала

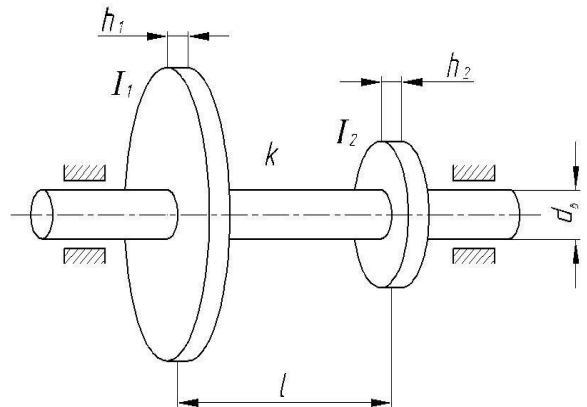
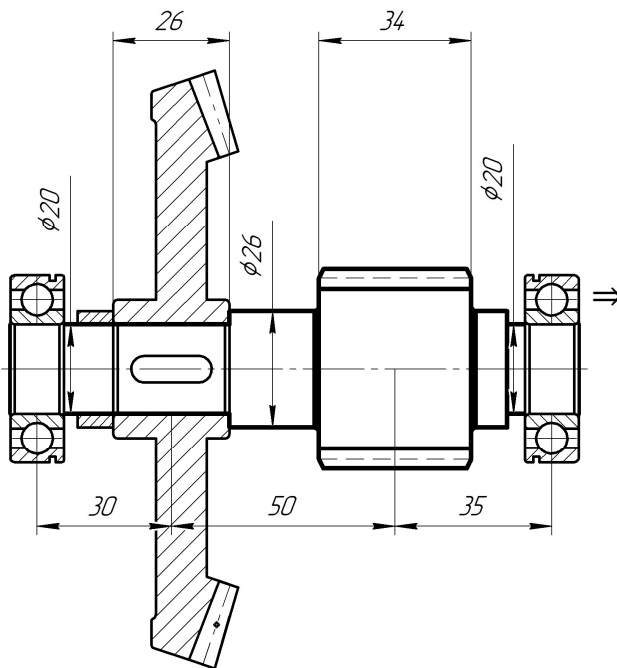


Рис. 8.1. Вал зі зосередженими масами

Рис. 8.2 (розрахункова схема)

$\phi_1, \phi_2$  – кути повороту відповідно кінцевого колеса та шестерні, які являють собою узагальнені координати;

- матеріал колеса – сталь 40Х;
- матеріал шестерні – сталь 40Х;

Значення густини матеріалів:

- для сталі  $\rho = 7,85 \times 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ ;
- для обох матеріалів  $G = 8 \cdot 10^4 \text{ МПа}$ ;

жорсткість вала визначається по формулі:  $k = \frac{G \cdot I_P}{l}$ ,

де  $I_P$  - полярний момент інерції, який можна знайти за формулою:

$$I_P = \frac{\pi \cdot d_B^4}{32} = \frac{\pi \cdot (26 \cdot 10^{-3})^4}{32} = 0.448 \cdot 10^{-7} \text{ м}^4 \quad (8.1.1)$$

де  $d_B$  - діаметр вала.

					<b>МП.82.1246Р.00.01.ПЗ</b>	Лист 79
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		

$$k = \frac{G \cdot I_P}{l} = \frac{8 \cdot 10^{10} \cdot 0.448 \cdot 10^{-7}}{50 \cdot 10^{-3}} = 0.71 \cdot 10^5 \text{ Н} \cdot \text{м}; \quad (8.1.2)$$

Значення  $I_1, I_2$  – осьових моментів інерції для конічного колеса та шестерні знайдемо за формулою:

$$I_1 = \frac{\pi \rho_1 h_1 D_1^4}{32} = \frac{3,14 \cdot 7,85 \cdot 10^3 \cdot 26 \cdot 10^{-3} (114 \cdot 10^{-3})^4}{32} = 3.383 \cdot 10^{-3} \text{ М}^4; \quad (8.1.3)$$

$$I_2 = \frac{\pi \rho_2 h_2 D_2^4}{32} = \frac{3,14 \cdot 7,85 \cdot 10^3 \cdot 34 \cdot 10^{-3} (44.3 \cdot 10^{-3})^4}{32} = 0.1 \cdot 10^{-3} \text{ М}^4.$$

де  $D_1, D_2$  – відповідно значення діаметрів шестерні та черв'ячного колеса,  $h_1, h_2$  – відповідно їх ширина.

Запишемо вирази для кінетичної та потенціальної енергій:

$$T = \frac{1}{2} \cdot I_1 \cdot \dot{\phi}_1^2 + \frac{1}{2} \cdot I_2 \cdot \dot{\phi}_2^2; \quad (8.1.4)$$

$$\Pi = \frac{1}{2} k (\phi_2 - \phi_1)^2.$$

Підставляючи значення кінетичної і потенціальної енергій до рівняння Лагранжа другого роду  $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_j} = 0$  для двох узагальнених координат

і відповідно, отримаємо систему рівнянь у вигляді:

$$\begin{cases} I_1 \ddot{\phi}_1 + k \phi_1 - k \phi_2 = 0 \\ I_2 \ddot{\phi}_2 - k \phi_1 + k \phi_2 = 0 \end{cases} \quad (8.1.5)$$

Складемо матриці інерції та жорсткості:

$$[a] = \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \quad [c] = \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix}$$

Запишемо рівняння вільних коливань у матричному вигляді:

$$\begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{\phi}_1 \\ \ddot{\phi}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (8.1.6)$$

Рішення шукаємо у вигляді:  $\{ \varphi \} = \{ \Phi \} \cos(\omega t - \beta)$

$$-\omega^2 \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (8.1.7)$$

$$\begin{bmatrix} k - \omega^2 I_1 & -k \\ -k & k - \omega^2 I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Прирівнявши детермінант до 0 отримаємо:

$$\det \begin{bmatrix} k - \omega^2 I_1 & -k \\ -k & k - \omega^2 I_2 \end{bmatrix} = 0;$$

$$(k - \omega^2 I_1)(k - \omega^2 I_2) - k^2 = 0; \quad (8.1.8)$$

$$k^2 - \omega^2 k I_1 - \omega^2 k I_2 + \omega^4 I_1 I_2 - k^2 = 0.$$

Знайдемо корені цього рівняння  $\omega^4 I_1 I_2 - \omega^2 k(I_1 + I_2) = 0;$

$$\omega^2 [\omega^2 I_1 I_2 - k(I_1 + I_2)] = 0; \quad (8.1.9)$$

$$\omega^2 = \begin{cases} 0 \\ \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} \end{cases} \quad \begin{cases} \omega_1^2 = 0 \\ \omega_2^2 = \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} = \frac{0.71 \cdot 10^5 (3.383 + 0.1) \cdot 10^{-3}}{3.383 \cdot 0.1 \cdot 10^{-6}} = 73.1 \times 10^6 c^{-2}; \end{cases}$$

Підставляючи значення частот матимемо:

- у першому випадку  $\omega_1^2 = 0$

$$\begin{bmatrix} k - \omega^2 I_1 & -k \\ -k & k - \omega^2 I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_{11} = 1 \\ \Phi_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$k - k\Phi_{12} = 0 \quad \Rightarrow \quad \Phi_{12} = 1 \quad (8.1.10)$$

$$\begin{Bmatrix} \Phi_{11} \\ \Phi_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

- у другому випадку  $\omega_2^2 = \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2}$

$$\begin{bmatrix} k - \left( \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} \right) I_1 & -k \\ -k & k - \left( \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} \right) I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_{21} = 1 \\ \Phi_{22} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (8.1.11)$$

$$k - \frac{k(I_1 + I_2)}{I_2} - k\Phi_{22} = 0 \quad \Rightarrow \quad \Phi_{22} = -\frac{I_1}{I_2} = -\frac{3.383}{0.1} = -33.83$$

Зобразимо знайдені значення форм коливань в графічному вигляді:

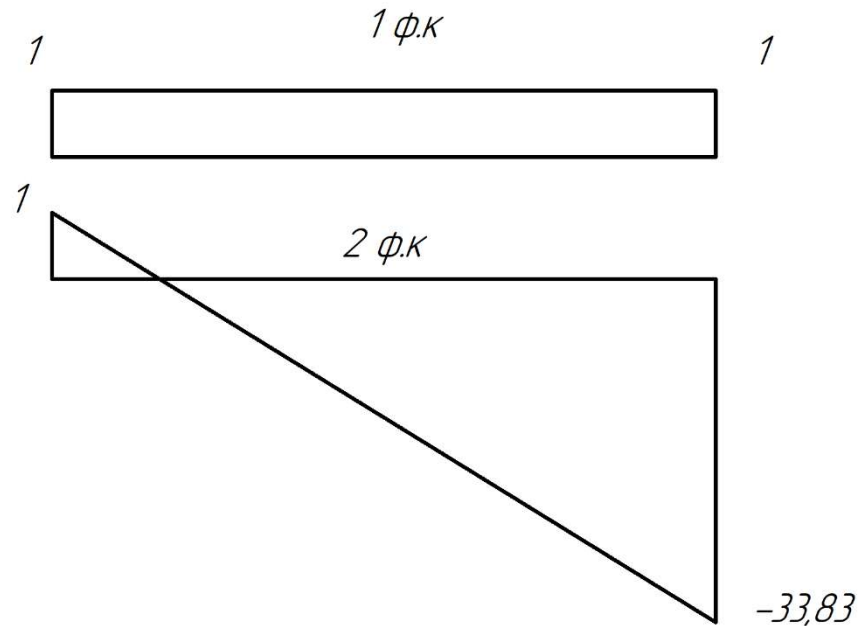


Рис. 8.3.

Оскільки однією з властивостей власних форм коливань є їх ортогональність, а саме:

$$\begin{aligned} \{\Phi\}_i^T [c] \{\Phi\}_s &= 0 \\ \{\Phi\}_i^T [a] \{\Phi\}_s &= 0 \end{aligned} \quad (8.1.12)$$

- У першому випадку перевірка:

$$\{1 \quad 1\} \cdot \begin{bmatrix} 3.383 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 3.383 \\ -0.1 \end{Bmatrix} = \{1 \quad 1\} \begin{Bmatrix} 3.383 \\ -3.383 \end{Bmatrix} = 3.383 - 3.383 = 0;$$

- У другому випадку перевірка:

$$\begin{aligned} \{1 \quad 1\} \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ I_1 \\ -I_2 \end{Bmatrix} &= \{1 \quad 1\} \begin{Bmatrix} k + k \frac{I_1}{I_2} \\ -k - k \frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix} \\ &= 0.71 \cdot 10^5 \left(1 + \frac{3.383}{0.1}\right) - 0.71 \cdot 10^5 \left(1 + \frac{3.383}{0.1}\right) = 0 \end{aligned} \quad (8.1.13)$$



Момент інерції:

$$I = \frac{\pi \cdot d_B^4}{64} = \frac{\pi \cdot (26 \cdot 10^{-3})^4}{64} = 2,242 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4$$

$$EI = 2.1 \cdot 10^{11} \cdot 2,242 \cdot 10^{-8} = 4708,65 \text{ Н} \cdot \text{м}^2$$

Знайдемо переміщення  $\delta_{11}, \delta_{12}, \delta_{21}, \delta_{22}$ . Побудуємо епюри (рис. 8.5) від дії одиничних сил  $\bar{X}_1 = 1, \bar{X}_2 = 1$  відповідно.

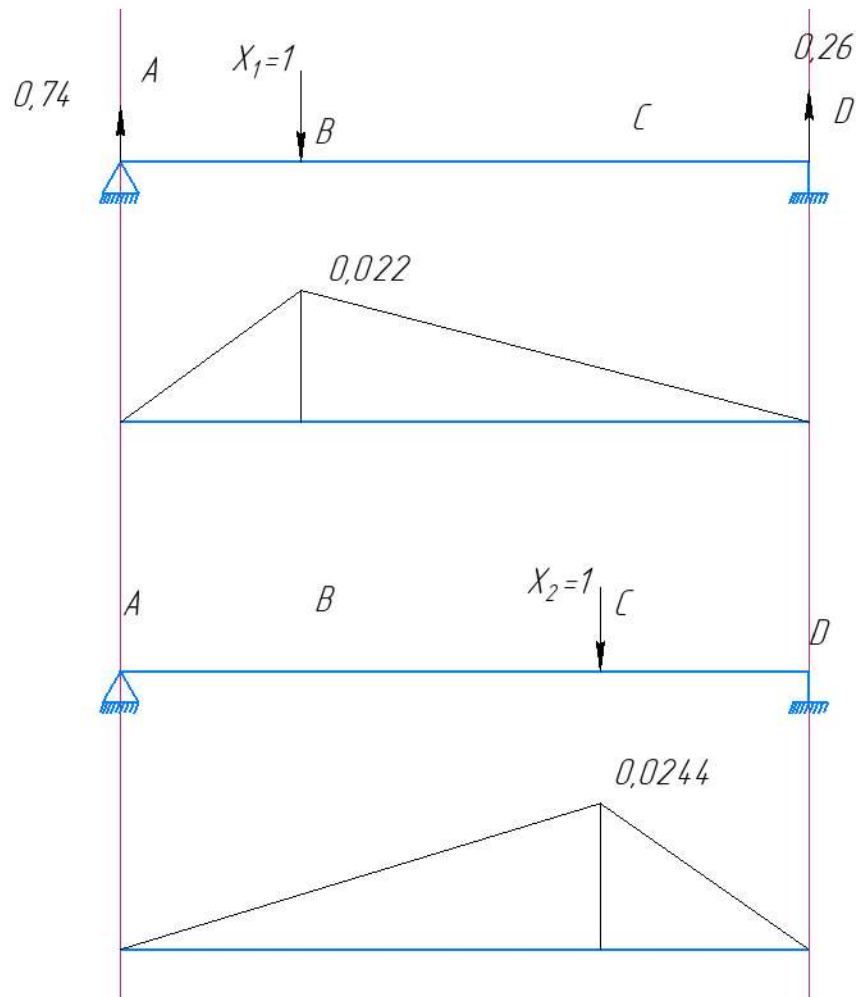


Рис. 8.5. Епюри моментів від одиничних сил

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} (0.484 + 1.37) = 1,85 \times 10^{-5} \frac{1}{EI} = 3,93 \cdot 10^{-8} \text{ м}$$

$$\delta_{12} = \frac{1}{EI} (0.202 + 1.22 + 0.26) = \frac{1}{EI} \cdot 1,68 \cdot 10^{-5} = 3,57 \cdot 10^{-8} \text{ м} \quad (8.2.2)$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{EI} (1.594 + 0.695) = 2.29 \cdot 10^{-5} \frac{1}{EI} = 4,86 \cdot 10^{-8} \text{ м}$$

Запишемо диференційні рівняння в переміщеннях:

$$\begin{cases} w_1 = -\ddot{w}_1 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - \ddot{w}_2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ w_2 = -\ddot{w}_1 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 - \ddot{w}_2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 \end{cases} \quad (8.2.3)$$

Шукаємо переміщення у вигляді:

$$w_i = W_i \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad (8.2.4)$$

Підставимо (8.2.4) в (8.2.3) отримаємо:

$$\begin{cases} (\omega^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) \cdot W_1 + \omega^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \cdot W_2 = 0 \\ \omega^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 \cdot W_1 + (\omega^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \cdot W_2 = 0 \end{cases} \quad (8.2.5)$$

Оскільки маємо отримати не тривіальний розв'язок маємо, що детермінант останньої матриці (8.2.5) має бути рівний нулю:

$$\det \begin{bmatrix} (\omega^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} = 0 \quad (8.2.6)$$

Розкриваючи визначник, отримуємо характеристичне рівняння відносно  $\omega^2$ , з якого знаходимо  $\omega^2_1, \omega^2_2$ :

$$\begin{aligned} (\omega^2 m_1 \delta_{11} - 1)(\omega^2 m_2 \delta_{22} - 1) - \omega^4 m_1 m_2 \delta_{12} \delta_{21} &= 0; \\ \omega^4 m_1 m_2 \delta_{11} \delta_{22} - \omega^2 m_1 \delta_{11} - \omega^2 m_2 \delta_{22} + 1 - \omega^4 m_1 m_2 \delta_{12} \delta_{21} &= 0; \\ \omega^4 (m_2 \delta_{11} \delta_{22} - \delta_{12} \delta_{21}) m_1 m_2 - \omega^2 (m_2 \delta_{22} + m_1 \delta_{11}) + 1 &= 0; \end{aligned} \quad (8.2.7)$$

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{m_2 \delta_{22} + m_1 \delta_{11} \mp \sqrt{(m_2 \delta_{22} + m_1 \delta_{11})^2 - 4(m_1 m_2 \delta_{11} \delta_{22} - m_1 m_2 \delta_{12}^2)}}{2(m_1 m_2 \delta_{11} \delta_{22} - m_1 m_2 \delta_{12}^2)};$$

Визначили власні частоти:  $\omega_1^2 = 0,907 \cdot 10^7 c^{-2}$ ,  $\omega_2^2 = 1,7825 \cdot 10^{10} c^{-2}$

$\omega_1 = 3285 c^{-1}$ ,  $\omega_2 = 13551 c^{-1}$

Знаходимо власні форми коливань та перевіряємо умови ортогональності. Оскільки кожній частоті відповідає своя форма коливань, то розглянемо два можливих випадки, підставляючи до відповідної матриці значення знайдених раніше двох частот та знайдемо  $W_{1i}, W_{2i}$

$$\begin{bmatrix} (\omega_i^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega_i^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega_i^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega_i^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_{1^3} \\ W_{2^3} \end{Bmatrix} = 0 \quad (8.2.8)$$

При  $\omega_1 = 3285 \text{ c}^{-1}$  і нормованій  $W_n = 1$  отримаємо з розв'язку рівняння таку першу власну форму:

$$\begin{bmatrix} (\omega_1^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega_1^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega_1^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega_1^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_{11} \\ W_{21} \end{Bmatrix} = 0$$

$$W_{11} = 3,46$$

Тоді, перша форма коливань:

$$\{W\}_1 = \begin{Bmatrix} 1 \\ 3,46 \end{Bmatrix}$$

Аналогічно при  $\omega_2 = 13551 \text{ c}^{-1}$  і нормованій  $W_{12} = 1$

$$\begin{bmatrix} (\omega_2^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega_2^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega_2^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega_2^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_{11} \\ W_{22} \end{Bmatrix} = 0$$

$$W_{21} = -5,396$$

Тоді, друга форма коливань:

$$\{W\}_2 = \begin{Bmatrix} 1 \\ -5,396 \end{Bmatrix}$$

Оскільки однією з властивостей власних форм коливань є їх ортогональність, то перевіримо виконання цієї умови.

Перевірка умови ортогональності:

$$\{W\}_1^T [m] \{W\}_2 = 0 \quad (8.2.9)$$

$$\{1 \quad 3,46\} \cdot \begin{bmatrix} 2,01 & 0 \\ 0 & 0,41 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ -5,396 \end{Bmatrix} \approx 0$$

					МП.82.1246Р.00.01.ПЗ	Лист
						86
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		

Зобразимо отримані власні форми згинальних коливань на рисунку 8.6.:

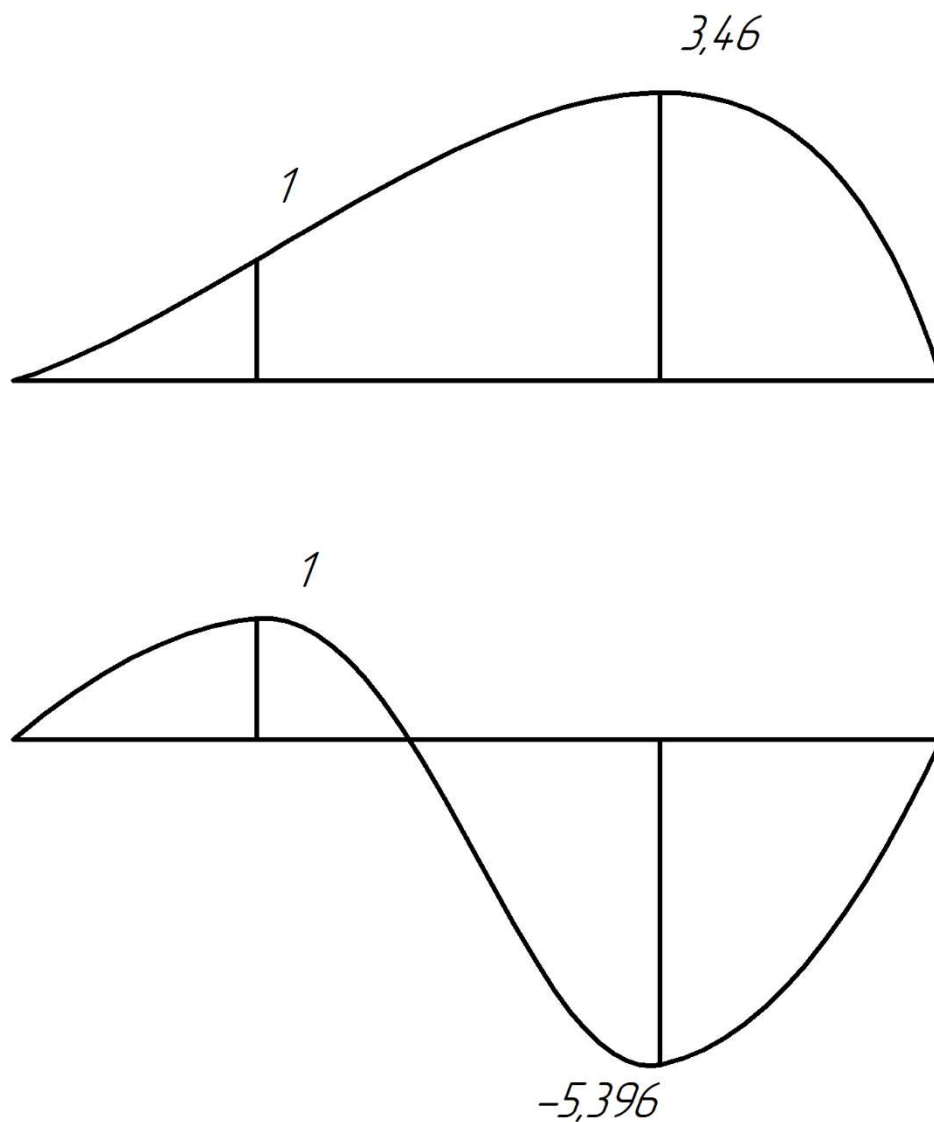


Рис. 8.6. Власні форми коливань

### 8.3. Метод Релея

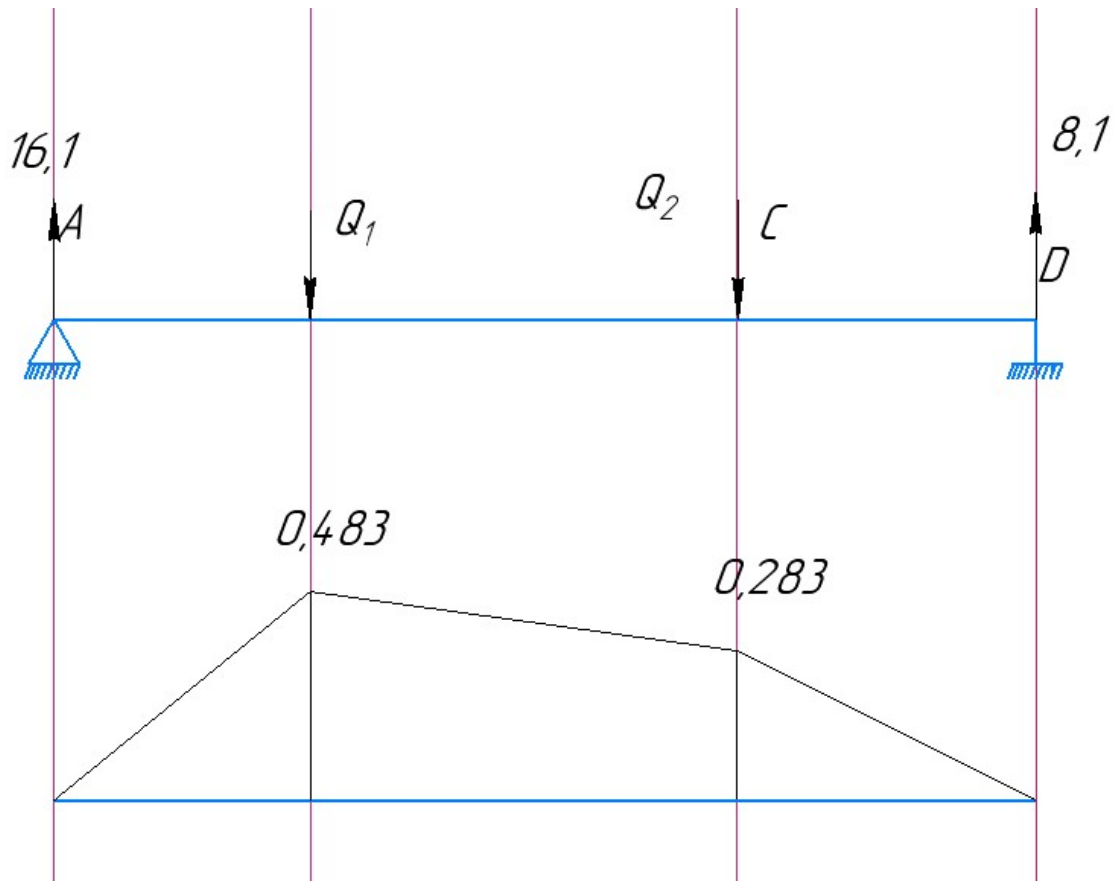


Рис. 8.7 Епюри моментів зовнішніх сил

$$\omega_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^2 P_i \cdot W_i}{\sum_{i=1}^2 m_i \cdot W_i^2} \quad (8.3.1)$$

$$P_i = m_i \cdot g, P_1 = 20,1, P_2 = 4,1$$

Значення  $W_i$  [м] знаходимо за допомогою методу Верещагіна.

$$W_1 = \frac{1}{EI} (0,106 + 0,278 + 0,0299) = 0,4139 \frac{1}{EI} = 87,92 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$$W_2 = \frac{1}{EI} (0,0444 + 0,279 + 0,0506) = 0,375 \frac{1}{EI} = 79,65 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$$\begin{aligned} \omega_1^2 &= \frac{\sum_{i=1}^2 P_i \cdot W_i}{\sum_{i=1}^2 m_i \cdot W_i^2} = \frac{P_1 \cdot W_1 + P_2 \cdot W_2}{m_1 \cdot W_1^2 + m_2 \cdot W_2^2} = \\ &= \frac{20,1 \cdot 87,92 \cdot 10^{-6} + 4,1 \cdot 79,65 \cdot 10^{-6}}{2,01 \cdot 87,92^2 \cdot 10^{-12} + 0,41 \cdot 79,65^2 \cdot 10^{-12}} \end{aligned} \quad (8.3.2)$$

$$\omega_1^2 = 0,115 \cdot 10^8 \text{ c}^{-2}$$

$$\omega_1 = 3391,7 \text{ c}^{-1}$$

Визначимо похибку:  $\Delta = \left| \frac{\omega_{\text{м.сил}} - \omega_{\text{реллея}}}{\omega_{\text{м.сил}}} \right| = 5,1\%$

#### 8.4. Визначення першої власної частоти методом Донкерлі

$$\frac{1}{\omega_1^2} = \frac{1}{(\omega_1')^2} + \frac{1}{(\omega_2')^2}; \quad (8.4.1)$$

$$\frac{1}{(\omega_1')^2} = m_1 \delta_{11} = 7.899 \cdot 10^{-8} \quad (8.4.2)$$

$$\frac{1}{(\omega_2')^2} = m_2 \delta_{22} = 1.992 \cdot 10^{-8}$$

$$\frac{1}{\omega_1^2} = 4.381 \cdot 10^{-8}$$

$$\omega_1^2 = 1.02 \cdot 10^7 \text{ c}^{-2}, \quad \omega_1 = 3193 \text{ c}^{-1}.$$

Визначимо похибку:  $\Delta = 2,7\%$

Для порівняння, значення першої власної частоти згинних коливань:

- методом сил :  $\omega_1 = 3285 \text{ c}^{-1}$
- методом Реллея:  $\omega_1 = 3391,5 \text{ c}^{-1}$
- методом Донкерлі:  $\omega_1 = 3191 \text{ c}^{-1}$

## Список літератури

1. Курмаз Л.В. “Конструирование узлов и деталей машин” вища шк., 2007
2. Павлице В.Т. Основи конструювання та розрахунків деталей машин: Підручник для вузів. – К.: Вища шк., 1993.
3. Проектування привода випробувальної машини. Методичні вказівки до курсового проектування з деталей машин / Укл. Ковальчук Б.І., Заховайко А.А. – К.: НТУУ "КПІ", 2004.
4. Киркач Н.Ф., Баласанян Р.А. Расчет и проектирование деталей машин. – Х.: Основа, 1991.
5. Профілювання циліндричного евольвентного зачеплення з використанням персональної ЕОМ. Методичні вказівки до курсового проекту з дисципліни "Теорія механізмів і машин" для студентів спеціальності "Динаміка і міцність машин" / Укл.: О.П.Заховайко, О.Б.Овсієнко, О.М.Протащук та ін.- К.: НТУУ "КПІ", 2000. – 40 с.
6. Чемерис О.М. Методичні вказівки до розв'язування задач симетричного згину круглих пластин з дисципліни "Будівельна механіка машин" для студентів спеціальності ДММ. – К.: КПІ, 1992.
7. Опір матеріалів / Підручник. Під ред. Г.С.Писаренка. К.: Вища школа, 1993. – 655 с.
8. Рудаков К.М. Конспект лекцій з дисципліни "Числові методи в динаміці та міцності машин". Частина I. К.: НТУУ "КПІ", НВЦ "Надійність", 2000. – 105 с.
9. Рудаков К.М. Конспект лекцій з дисципліни "Числові методи в динаміці та міцності машин". Частина II. К.: НТУУ "КПІ", НВЦ "Надійність", 2000. – 105 с.
10. Рудаков К.М. FEMAP. Геометричне та скінченно-елементне моделювання конструкцій для розрахунків у MSC.Nastran: Посібник. – К.: НТУУ „КПІ”, 2005. – 210 с. (ел. версія).
11. Лурье А.И. Теория упругости. – М.: Наука, 1970
12. Рекач В.Г. Руководство к решению задач по теории упругости. – М.: Высшая школа, 1966.
13. Арутюнян, Абрамян Кручение упругих тел. – М.: Физматлит, 1963. – 68с

					МП.82.1246Р.00.01.ПЗ	Лист
						90
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		

14. Василенко М.В., Алексейчук О.М. Теорія коливань і стійкості руху: Підручник. –Київ: Вища шк., 2004. – 525с.
15. А.Є. Бабенко, М.І. Бобир, О.О. Боронко, С.І. Трубачев ”ТЕОРІЯ КОЛИВАНЬ ТА СТІЙКОСТІ РУХУ” збірник завдань до курсового проектування та практичних занять 2010р.
16. Положення про організацію дипломного проектування та державну атестацію студентів НТУУ «КПІ»./Уклад. В.Ю. Угольніков. За аг. Ред.. Ю.І.Якименка – К:ВПК «Політехніка», 2006. – 84с.

					МП.82.1246Р.00.01.ПЗ	Лист
						91
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		



Форм.	Зона	Поз.	Позначення	Найменування	Кіл.	Примітка.	
				<u>Документація</u>			
A1			МП82.1246Р.00.01.СК	Редуктор конічно-циліндричний	1		
	1		МП82.1246Р.00.01.01	Корпус	1		
	2		МП82.1246Р.00.01.02	Кришка	1		
	3		МП82.1246Р.00.01.03	Вал швидкохідний	1		
	4		МП82.1246Р.00.01.04	Вал проміжний	1		
	5		МП82.1246Р.00.01.05	Вал тихохідний	1		
	6		МП82.1246Р.00.01.06	Конічна шестерня	1		
	7		МП82.1246Р.00.01.07	Конічне колесо	1		
	8		МП82.1246Р.00.01.08	Шестерня циліндрична косозуба	1		
	9		МП82.1246Р.00.01.09	Колесо циліндричне косозубе	1		
				Дистаційне кільце			
	10		МП82.1246Р.00.01.10	34x42x12	2		
	11		МП82.1246Р.00.01.11	45x55x12	2		
	12		МП82.1246Р.00.01.12	30x42x12,5	1		
	13		МП82.1246Р.00.01.13	20x28x10	1		
	14		МП82.1246Р.00.01.14	25x31x18	1		
	15		МП82.1246Р.00.01.15	Масловказівник	1		
	16		МП82.1246Р.00.01.16	Оглядове вікно	1		
	17		МП82.1246Р.00.01.17	Масловідбійне кільце			
	18		МП82.1246Р.00.01.18	Стакан	1		
<b>МП.82.1246Р.00.01.Д</b>							
З	Арк.	№ докум.	Підп.	Дат			
Розроб.	Когут В. П.				Літ.	Лист	Арк-ів
Перев.					У	93	3
Н.конт					НТУУ «КПІ» ММІ. гр. МП-82		
Затв.							
<b>Редуктор конічно-циліндричний</b>							

Форм.	Зона	Поз.	Позначення	Найменування	Кіл.	Примітка.
				<u>Стандартні вироби</u>		
				Кришки ГОСТ 11641-73		
		19		2-55x26	1	
		20		2-52x21	1	
				Кришки ГОСТ 18511-73		
		21		22-55	1	
		22		22-42	2	
				Пробка ГОСТ 380-2005		
		23		1-М12x1	1	
				Підшипник ГОСТ 7242-81		
		24		60104	2	
		25		60106	2	
				Підшипник		
				ГОСТ 27365-87		
		26		3007105А	2	
				Шпонки ГОСТ 23360-78		
		27		6x6,3x18	1	
		28		8x7,3x24	1	
		29		6x6x25	1	
		30		Шліцеве з'єднання		
				6x18x22x5 ГОСТ 1139-58	1	
				Кільця сальникові		
				ГОСТ 6308-71		
		31		20	1	
		32		25	1	

					<b>МП.82.1246Р.00.01.Д</b>			
3	Арк.	№ докум.	Підп.	Дат				
Розроб.	Когут В. П.				у		94	3
Перев..					<b>Редуктор конічно-циліндричний</b> НТУУ «КПІ» ММІ, гр. МП-82			
Н.конт								
Затв.								

Форм.	Зона	Поз.	Позначення	Найменування	Кіл.	Примітка.
				Гайка ГОСТ 8530-90		
		33		КМ 5	1	
				Гвинт ГОСТ Р ИСО 4018		
		34		М6 x 25	20	
				Болт ГОСТ 7796-70		
		35		М12x1,25-6gx60	6	
		36		М12x1,25-6gx35	2	
		37		М12x1,25-6gx55	4	
				Болт ГОСТ 15589-70		
		38		М6x16	4	
				Шайба ГОСТ 10450-78		
		39		С 12.37	12	
				Шайба ГОСТ 11371-78		
		40		2.6.37	4	
				Гайка ГОСТ 2524-70		
		41		М12x1,25-6Н	12	
				Прокладка		
				ГОСТ 26-2001-83		
		42		12x22	1	
		43		60x100	1	
		44		57x82	1	
		45		42x70	2	
		46		47x78	2	
		47		Маслянка 1,2	1	
				ГОСТ 20905-75		
				<u>Матеріали</u>		
				Масило ІРП-75, 1,5 л		

					<b>МП.82.1246Р.00.01.Д</b>			
3	Арк.	№ докум.	Підп.	Дат				
Розроб.	Когут В. П.							
Перев.								
Н.конт								
Затв.								
					<b>Редуктор конічно-циліндричний</b>			
					у		95	3
					<b>НТУУ «КПІ» ММІ, гр. МП-82</b>			