

НЕЧІТКИЙ МЕТОД ІНДУКТИВНОГО МОДЕЛЮВАННЯ З НЕЧІТКИМИ ВХІДНИМИ ЗМІННИМИ

Представлен нечеткий метод группового учета аргументов с нечеткими входами.

Fuzzy group method of data handling with fuzzy inputs is presented.

Вступ

Сьогодні прийняття кардинальних управлінських рішень – дуже відповідальне та має базуватися на достовірній інформації. Часто досягнути всю повноту доступної інформації одній людині не під силу. Тоді на допомогу їй приходять системи підтримки прийняття рішень, які базуються на математичних методах моделювання та прогнозування. Над написанням алгоритмів обробки інформації працює безліч вчених багатьох країн.

Дуже цінними у площині вирішення цих задач є результати розробки методу групового урахування аргументів (МГУА) [1,2] та нечіткого методу індуктивного моделювання Інститутом прикладного системного аналізу (ІПСА) [3]. Ці методи дозволяють будувати модель досліджуваного об'єкту використовуючи відносно малу кількість вхідної інформації.

Метод групового урахування аргументів у [1,2,3] розрахований на чіткі вхідні змінні. Однак дуже багато реальних задач сьогодні мають на вході нечітку інформацію.

Дана робота є результатом вирішення проблеми побудови моделі об'єкту, що описується нечіткими параметрами. Кінцевою метою досліджень у даному напрямку є отримання моделі об'єкту для прогнозування його поведінки у різних умовах, що описуються нечіткими параметрами.

Постановка задачі

Об'єкт, що досліджується, описується множиною параметрів $X = \{x_i | i = \overrightarrow{1, n}; y\}$. Де x_i – вхідні параметри, y – вихідний параметр.

Маємо множину вимірів параметрів $\Omega = \{X^{(k)} | k = \overrightarrow{1, N}\}$.

Значення (кількісне або якісне вираження) параметрів носить оціночний характер – є нечіткою величиною. Це може бути інтервал; впорядкована чи неупорядкована лінгвістична змінна; величини, параметри яких можуть бути виражені їх статистичними оцінками; нечіткі числа з

різними видами функції належності, які представлені параметрами цих розподілів.

Необхідно побудувати модель об'єкту $y = f(x_i | i = \overrightarrow{1, n})$.

Вихідним положенням будемо вважати повну відсутність уяви про структуру моделі та її належність до певного класу. Перелік параметрів, який визначено, може бути неповним та виключати базові параметри. В перелік можуть бути включені залежні між собою параметри.

Обґрунтування вибору напряму досліджень

За умов невідомої структури моделі потрібно використовувати метод що володіє алгоритмом самоорганізації. Одним з таких методів є Метод групового урахування аргументів. Для гарантованої побудови моделі зручно використовувати Нечіткий метод групового урахування аргументів. Від дозволяє побудувати модель навіть тоді, коли матриця вхідних параметрів є виродженою.

Однак обидва методи працюють лише з чіткими вхідними даними. При застосуванні цих методів, нечітка інформація, що міститься у вхідних параметрах, втрачається на етапі дефазифікації.

У статті [4] було модифіковано Метод групового урахування аргументів для використання нечіткої вхідної інформації. Перевагами такої модифікації стало зменшення ширини інтервалу прогнозу та підвищення коефіцієнту кореляції моделі з реальними даними. Недоліком методу стало підвищення ширини інтервалу на окремих прогнозованих точках.

Сподіваючись усунути недолік Методу групового урахування аргументів з нечіткими входами було вирішено модифікувати Нечіткий метод групового урахування аргументів для використання нечіткої інформації на вході.

Нечіткий метод групового урахування аргументів з нечіткими входами

Основна ідея методу

Маємо об'єкт, що характеризується множиною вхідних та вихідних параметрів $X = \{x_i | i = \overrightarrow{1, n}; y\}$. Де x_i – вхідні параметри, y – вихідний параметр та N спостережень $\Omega = \{X^{(k)} | k = \overrightarrow{1, N}\}$.

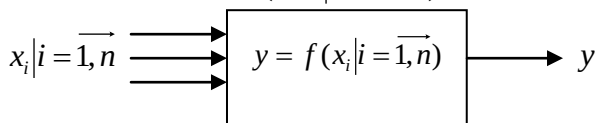


Рис. 1.

За результатами спостережень необхідно визначити $f(x_i | i = \overline{1, n})$.

Структура моделі $f(x_i | i = \overline{1, n})$ невідома.

Параметри $x_i | i = \overline{1, n}, y$ – нечіткі величини, кількісне або якісне вираження яких носить оціночний характер. Це можуть бути інтервали; впорядковані чи неупорядковані лінгвістичні змінні; випадкові величини, виражені їх статистичними оцінками; нечіткі числа, представлені видами функцій належності та їх параметрами.

Найбільш повна залежність між входами $x_i | i = \overline{1, n}$ та виходом y може бути представлена за допомогою узагальненого поліному Колмогорова-Габора:

$$y = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i x_i + \sum_{i=1}^n \sum_{i \leq j} a_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^n \sum_{i \leq j} \sum_{j \leq k} a_{ijk} x_i x_j x_k + \dots \quad (1),$$

де коефіцієнти $a, a_i, a_{ij}, a_{ijk}, \dots$ невідомі.

Нормування вхідних даних

Нормування вхідних даних проводиться зведенням всіх вхідних даних до інтервалів.

Зведення нечітких вхідних даних до інтервального виду проводиться за допомогою взяття інтервалу α -рівня від функцій належності нечітких величин.

Дійсні числа

Замінюються нечітким інтервалом шириною 0. Взяття α -рівня від такого числа завжди буде інтервалом шириною 0.

Нечіткі числа

Описуються своєю функцією належності та її параметрами. Взяття α -рівня від нечіткого числа буде інтервалом, який буде визначатися точками перетину лінії α -рівня з функцією належності.

Лінгвістичні змінні

Впорядковані лінгвістичні змінні, з N можливими значеннями $p = 1, 2, \dots, N$ – замінюються нечіткими числами з трикутною функцією належності, що має параметри A – центр та C – ширина інтервалу. При чому: $A = p, C = 2$.

Потім значення всіх інтервалів нормуються до інтервалу $[0.2; 0.8]$.

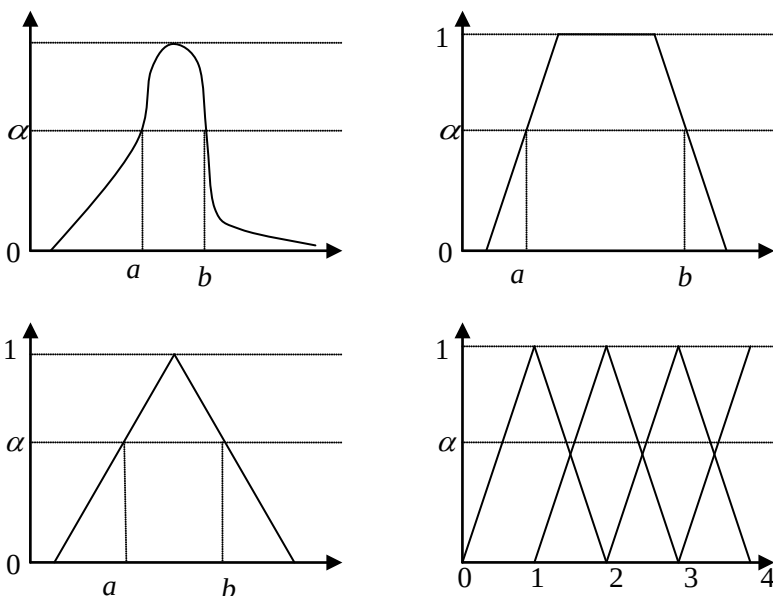


Рис. 2.

Основний алгоритм методу

Для побудови моделі метод використовує ідею самоорганізації та механізми живої природи – схрещування (гібридизацію) та селекцію (відбір).

Вся вибірка наявних даних (довжиною N) ділиться на навчальну та перевіірочну вибірки: $N_{навч}$ та $N_{перев}$.

На першому етапі, використовуючи навчальну вибірку, будуються прості моделі-претенденти $y1_s = f(x_i, x_j)$, $i \neq j$, $i, j = \overrightarrow{1, n}$, $s = \overrightarrow{1, C_n^2}$.

Серед них обираються F найкращих моделей за критерієм регулярності, який базується на умові найменшого середньоквадратичного відхилення границь інтервалу, що видає модель $[y_s; \bar{y}_s]$ від реального значення нормованого інтервалу $[y; \bar{y}]$ на перевіірочній вибірці $N_{перев}$:

$$\varepsilon_s^2 = \frac{1}{N_{перев}} \sum_{k=1}^{N_{перев}} \left(\left(\underline{y}^{(k)} - \underline{y}_s^{(k)} \right)^2 + \left(\bar{y}^{(k)} - \bar{y}_s^{(k)} \right)^2 \right) \quad (2),$$

де s – номер часткового опису, k – номер перевіірочної точки; $\underline{y}_s^{(k)}$, $\bar{y}_s^{(k)}$ – вихід s -го часткового опису на k -ій перевіірочній точці.

Найкращі F моделей передаються на вхід другого етапу побудови моделі: $y2_s = f(y1_i, y1_j), i \neq j, i, j = \overrightarrow{1, F}, s = \overrightarrow{1, C_F^2}$.

Після чого повторюємо процедуру побудови моделей-претендентів.

Після кожного етапу побудови моделей-претендентів та відбору найкращих, перевіряємо зменшення середнього критерію незміщеності для кращих моделей даного етапу складності r :

$$n(r)_{\text{сеп}}^{\text{незм}} = \frac{1}{F} \sum_{i=1}^F n(r)_i^{\text{незм}} \quad (3).$$

В основі критерію незміщеності є той дуже важливий факт, що для одного й того ж об'єкту дослідження, по різних вибірках даних, при інших рівних умовах, повинні бути отримані близькі моделі, що описують поведінку об'єкта. Критерій має наступний вигляд:

$$n_i^{\text{незм}} = \frac{1}{R_1 + R_2} \cdot \sum_{k=1}^{R_1+R_2} \left(\left(\underline{y}_{i_1}^{(k)} - \underline{y}_{i_2}^{(k)} \right)^2 + \left(\overline{y}_{i_1}^{(k)} - \overline{y}_{i_2}^{(k)} \right)^2 \right) \quad (4)$$

Тут R_1, R_2 – дві довільно обрані однакові за розмірами вибірки даних, що не перетинаються; $\underline{y}_{i_1}^{(k)}, \overline{y}_{i_1}^{(k)}, \underline{y}_{i_2}^{(k)}, \overline{y}_{i_2}^{(k)}$ – оцінки значень отримані на коефіцієнтах, що вираховані на моделях, отриманих відповідно на вибірці R_1 та R_2 .

Якщо $n(r)_{\text{сеп}}^{\text{незм}} > n(r-1)_{\text{сеп}}^{\text{незм}}$, або $\left| n(r)_{\text{сеп}}^{\text{незм}} - n(r-1)_{\text{сеп}}^{\text{незм}} \right| \leq \varepsilon$, де ε – заздалегідь прийнята мала величина точності, то це означає, що ми досягнули оптимального рівня складності моделі на $r-1$ етапі. У цьому випадку потрібно за модель об'єкту прийняти ту модель $r-1$ етапу, яка забезпечує мінімальне значення критерію регулярності.

Якщо $n(r-1)_{\text{сеп}}^{\text{незм}} - n(r)_{\text{сеп}}^{\text{незм}} > \varepsilon$, то необхідно продовжити будувати моделі-претенденти наступного етапу.

Алгоритм побудови моделі-претенденту

Модель-претендент будується з використанням поняття лінійної інтервальної моделі:

$$Y = A_0 + A_1 z_1 + \dots + A_m z_m; \quad (5)$$

змінні $z_1 \dots z_m$ – нечіткі числа інтервального вигляду, що описуються парою параметрів $z_i = [\underline{z}_i, \overline{z}_i]$.

A_0 – нечітке число інтервального вигляду, що описуються парою параметрів $A_0 = (a_0, c_0)$, $c_0 > 0$. a_0 – центр інтервалу, c_0 – його ширина;

A_i – нечіткі числа інтервального вигляду, що описуються парою параметрів $A_i = [\underline{a}_i, \overline{a}_i]$.

Тоді Y – нечітке інтервальне число, параметри якого визначаються наступним чином:

$$\text{Ліва границя інтервалу: } \underline{y} = \sum_{i=1}^m \hat{a}_i \underline{z}_i + \sum_{i=1}^m \underline{a}_i \hat{z}_i + a_0 - \frac{c_0}{2}; \quad (6)$$

$$\text{Права границя інтервалу: } \bar{y} = \sum_{i=1}^m \hat{a}_i \bar{z}_i + \sum_{i=1}^m \bar{a}_i \hat{z}_i + a_0 + \frac{c_0}{2} \quad (7),$$

$$\text{де } \hat{a}_i = \frac{\underline{a}_i + \bar{a}_i}{2}, \quad \hat{z}_i = \frac{\underline{z}_i + \bar{z}_i}{2}.$$

Для того, щоб інтервальна модель (5) була коректна, необхідно, щоб справжнє значення залежної величини навчальної вибірки $Y_k = \left(\underline{y}^{(k)}, \bar{y}^{(k)} \right)$ належало інтервалу, що визначається формулами (6), (7):

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^m \hat{a}_i \underline{z}_i^{(k)} + \sum_{i=1}^m \underline{a}_i \hat{z}_i^{(k)} + a_0 - \frac{c_0}{2} \leq \underline{y}^{(k)} \\ \sum_{i=1}^m \hat{a}_i \bar{z}_i^{(k)} + \sum_{i=1}^m \bar{a}_i \hat{z}_i^{(k)} + a_0 + \frac{c_0}{2} \geq \bar{y}^{(k)} \end{cases} \quad k = \overline{1, M} \quad (8)$$

При побудові моделі оптимальної складності будемо розглядати часткові описи наступного вигляду:

$$A_0 + A_1 x_1 + A_2 x_2 + A_3 x_1 x_2 + A_4 x_1^2 + A_5 x_2^2 \quad (9)$$

Через це, змінні z_i з формул (5)–(8) записуються наступним чином:

$$z_1 = x_1, z_2 = x_2, z_3 = x_1 x_2, z_4 = x_1^2, z_5 = x_2^2 \quad (10)$$

де $z_i = x_j x_k$ – нечітке число інтервального вигляду ліва границя інтервалу якого $\underline{z}_i = \hat{x}_j \underline{x}_k + \underline{x}_j \hat{x}_k$, права $\bar{z}_i = \hat{x}_j \bar{x}_k + \bar{x}_j \hat{x}_k$.

Метод оцінювання параметрів лінійної інтервальної моделі

Нехай маємо M вимірів $(n+1)$ -ї змінної, при чому перші n – незалежні вхідні змінні, а $(n+1)$ -ша залежить від них, при чому характер залежності невідомий. Оцінювання параметрів лінійної інтервальної моделі для часткового опису зводиться до знаходження параметрів $\bar{a}_i, \underline{a}_i, a_0$ та c_0 , таких, що виконуються наступні умови:

1. Точні значення функціонально залежної величини $\left[\underline{y}^{(k)}, \bar{y}^{(k)} \right]$ повинні знаходитись в інтервалі $\left[\underline{y}(z^{(k)}), \bar{y}(z^{(k)}) \right]$;

2. Ширина інтервалу $\left[\underline{y}(z^{(k)}), \overline{y}(z^{(k)}) \right]$ повинна бути мінімізована.

Такі вимоги можуть бути зведені до наступної задачі лінійного програмування:

$$\begin{aligned} \min & \left(\sum_{k=1}^M \left(\left(\sum_{i=1}^n \hat{a}_i \underline{z}_i^{(k)} + \sum_{i=1}^n \bar{a}_i \hat{z}_i^{(k)} \right) - \left(\sum_{i=1}^n \hat{a}_i \underline{z}_i^{(k)} + \sum_{i=1}^n \underline{a}_i \hat{z}_i^{(k)} \right) \right) + Mc_0 \right) \\ & \sum_{i=1}^n \hat{a}_i \underline{z}_i^{(k)} + \sum_{i=1}^n \underline{a}_i \hat{z}_i^{(k)} + a_0 - \frac{c_0}{2} \leq \underline{y}^{(k)} \\ & \sum_{i=1}^n \hat{a}_i \overline{z}_i^{(k)} + \sum_{i=1}^n \bar{a}_i \hat{z}_i^{(k)} + a_0 + \frac{c_0}{2} \geq \overline{y}^{(k)} \\ & k = \overline{1, M} \\ & c_0 \geq 0 \end{aligned} \tag{11}$$

Згрупувавши невідомі:

$$\begin{aligned} \min & \left(\sum_{k=1}^M \left(\left(\sum_{i=1}^n \frac{\underline{a}_i + \bar{a}_i}{2} \underline{z}_i^{(k)} + \sum_{i=1}^n \bar{a}_i \hat{z}_i^{(k)} \right) - \right. \right. \\ & \left. \left. - \left(\sum_{i=1}^n \frac{\underline{a}_i + \bar{a}_i}{2} \underline{z}_i^{(k)} + \sum_{i=1}^n \underline{a}_i \hat{z}_i^{(k)} \right) \right) + Mc_0 \right) \\ & \sum_{i=1}^n \frac{\underline{a}_i + \bar{a}_i}{2} \underline{z}_i^{(k)} + \sum_{i=1}^n \underline{a}_i \hat{z}_i^{(k)} + a_0 - \frac{c_0}{2} \leq \underline{y}^{(k)} \\ & \sum_{i=1}^n \frac{\underline{a}_i + \bar{a}_i}{2} \overline{z}_i^{(k)} + \sum_{i=1}^n \bar{a}_i \hat{z}_i^{(k)} + a_0 + \frac{c_0}{2} \geq \overline{y}^{(k)} \\ & k = \overline{1, M} \\ & c_0 \geq 0 \\ \min & \left(\sum_{i=1}^n \bar{a}_i \left(\sum_{k=1}^M \underline{z}_i^{(k)} \right) - \sum_{i=1}^n \underline{a}_i \left(\sum_{k=1}^M \underline{z}_i^{(k)} \right) + Mc_0 \right) \\ & \sum_{i=1}^n \bar{a}_i \frac{\underline{z}_i^{(k)}}{2} + \sum_{i=1}^n \underline{a}_i \left(\underline{z}_i^{(k)} + \frac{\overline{z}_i^{(k)}}{2} \right) + a_0 - \frac{c_0}{2} \leq \underline{y}^{(k)} \quad k = \overline{1, M} \quad c_0 \geq 0 \\ & \sum_{i=1}^n \bar{a}_i \left(\underline{z}_i^{(k)} + \frac{\underline{z}_i^{(k)}}{2} \right) + \sum_{i=1}^n \underline{a}_i \frac{\overline{z}_i^{(k)}}{2} + a_0 + \frac{c_0}{2} \geq \overline{y}^{(k)} \end{aligned}$$

Оскільки на параметри $\bar{a}_i$, $\underline{a}_i$ та a_0 не накладаються умови невід'ємності, то для розв'язку задачі оцінювання параметрів більш зручно перейти до двоїстої задачі лінійного програмування:

$$\begin{aligned} & \max \left(- \sum_{k=1}^M \underline{y}^{(k)} \cdot \delta_k + \sum_{k=1}^M \bar{y}^{(k)} \cdot \delta_{k+M} \right) \\ & - \sum_{k=1}^M \frac{\underline{z}_i^{(k)}}{2} \delta_k + \sum_{k=1}^M \left(\frac{\bar{z}_i^{(k)}}{2} + \frac{\underline{z}_i^{(k)}}{2} \right) \delta_{k+M} = \sum_{k=1}^M \bar{z}_i^{(k)} \\ & \dots \\ & - \sum_{k=1}^M \left(\frac{\underline{z}_i^{(k)}}{2} + \frac{\bar{z}_i^{(k)}}{2} \right) \delta_k + \sum_{k=1}^M \frac{\bar{z}_i^{(k)}}{2} \delta_{k+M} = - \sum_{k=1}^M \underline{z}_i^{(k)} \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} & \dots \\ & - \sum_{k=1}^M \delta_k + \sum_{k=1}^M \delta_{k+M} = 0 \\ & \frac{1}{2} \sum_{k=1}^M \delta_k + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^M \delta_{k+M} \leq M \\ & \delta_k \geq 0 \end{aligned}$$

Ця задача завжди має розв'язок. У відповідності до теореми двоїстості, оптимальні рішення прямої та двоїстої задачі співпадають. Тому, розв'язавши двоїсту задачу симплекс-методом та знайшовши оптимальні значення двоїстих змінних, ми зможемо знайти значення змінних $\bar{a}_i$, $\underline{a}_i$,

a_0 , c_0 , $i = 1, C_{r+1}^2$, тобто визначити параметри лінійної інтервальної моделі.

Порівняння математичної складності методів побудови моделей-претендентів

Параметр →	Складність математичної задачі знаходження моделі-претенденту	Обмеження на вхідні дані	Кількість параметрів математичної моделі
Метод ↓			
МГУА з нечіткими входами	Зводиться до задачі лінійного програмування	Немає	$n+1$
НМГУА з нечіткими входами	Зводиться до задачі лінійного програмування	Немає	$2(n+1)$

Де n – кількість вхідних змінних у задачі.

Висновки

Задача знаходження моделі об'єкту розбивається на певну кількість задач лінійного програмування, що вирішуються двоїстим симплекс методом. Зважаючи на умови їх постановки, ці задачі завжди мають розв'язок.

За своєю складністю отриманий метод суттєво не відрізняється від Методу групового урахування аргументів з нечіткими входами. Відмінність у тому, що підчас побудови моделі-претенденту кількість змінних у задачі лінійного програмування НМГУАнв удвічі більша у порівнянні з чітким методом. Однак це не суттєво впливає на складність вирішення таких задач.

Напрямок подальших досліджень

Провести розробку програмного продукту. Побудувати модель конкретного економічного об'єкту. Отримати прогноз за допомогою отриманої моделі. Порівняти отримані результати з методом групового урахування аргументів з нечіткими входами за середньоквадратичним відхиленням, коефіцієнтом кореляції та середньою шириною прогнозованого інтервалу. Порівняти результати роботи методу на різних видах часткових описів.

Перелік посилань на літературні джерела

1. Ивахненко А.Г., Зайченко Ю.П., Димитров В.Д. Принятие решений на основе самоорганизации. М.:Соврадио, 1967г
2. Іваненко О.Г., Іваненко Г.О. Індуктивні методи прогнозування та аналізу складних економічних систем. – К., НІСД, 1997 р.
3. Зайченко Ю.П., Кебкел О.Г., Крачковський В.Ф. Нечіткий метод групового врахування аргументів та його застосування в задачах прогнозування макроекономічних показників. //Наукові вісті НТУУ «КПІ», №2, 2000р. с.18-26.
4. Пінчук Д.А. Розробка та дослідження методу індуктивного моделювання з нечіткими вхідними змінними. // Системні дослідження та інформаційні технології.// Системні дослідження та інформаційні технології, №1, 2008р.
5. Yuriy Zaychenko. The Fuzzy Group Method of Data Handling with Fuzzy Input Variables. //Fifth International Conference "Information Research applications", proceedings vol.1-pp99-110-2007, ITHEA, Sofia, 2007.