НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»
ІНСТИТУТ ПРИКЛАДНОГО СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ
КАФЕДРА МАТЕМАТИЧНИХ МЕТОДІВ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ

На правах рукопису
УДК 519.2

До захисту допущено
В. о. завідувача кафедри ММСА
О.Л.Тимощук
«___» ____________ 2020 р.

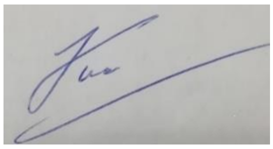
Магістерська дисертація

на здобуття ступеня магістра за спеціальністю 124 Системний аналіз
на тему: «Максимізація прибутковості фінансового інструмента шляхом знаходження оптимального моменту зупинки»

Виконав:
студент II курсу, групи КА-92мп
Прозур Віталій Олександрович _____________

Керівник:
доцент кафедри ММСА,
к. т. н., доц., Жиров О. Л. _____________

Рецензент:
доцент кафедри СП,
к. т. н., доц., Кисельов Г. Д.



Засвідчую, що у цій магістерській дисертації
немає запозичень з праць інших авторів
без відповідних посилань
Студент _____________

Київ
2020

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»
ІНСТИТУТ ПРИКЛАДНОГО СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ
КАФЕДРА МАТЕМАТИЧНИХ МЕТОДІВ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ

Рівень вищої освіти – другий (магістерський)

Спеціальність – 124 «Системний аналіз»

ЗАТВЕРДЖУЮ
В. о. завідувача кафедри ММСА

О.Л.Тимощук

«___»____________2020 р.

ЗАВДАННЯ
на магістерську дисертацію студента Прозура Віталія Олександровича

1. Тема дисертації «Максимізація прибутковості фінансового інструмента шляхом знаходження оптимального моменту зупинки», науковий керівник дисертації Жиров Олександр Леонідович, канд. техн. наук, доцент, затверджені наказом по університету від «02» листопада 2020 р. №3182-с

2. Термін подання студентом дисертації: 15.12.2020

3. Об'єкт дослідження: принципи розв'язання задач з пошуку моменту зупинки у фінансових інструментах.

4. Предмет дослідження: фінансові інструменти, та задачі пошуку моменту зупинки.

5. Перелік завдань, які потрібно розробити:

- дослідження фінансових інструментів, ринкових моделей та можливих рішень задач з пошуку моменту зупинки;

- пошук моментів зупинки в які власник опціонів американського типу зможе максимізувати свій прибуток.

6. Орієнтовний перелік ілюстративного матеріалу:

- схеми покупця і продавця опціону;
- схеми реалізації стратегій;
- приклади даних та інтерфейс програмного продукту;
- таблиці та графіки результатів.

7. Дата видачі завдання: 01.09.2020

Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання магістерської дисертації	Термін виконання етапів магістерської дисертації
1	Вступ дисертації. Формулювання об’єкта, предмета, цілі, завдань, новизни, практичної значущості результатів	01.09.2020 – 07.09.2020
2	Огляд літературно-інформаційних джерел, аналіз нормативної бази. Характеристика об’єкта	08.09.2020 – 25.09.2020
3	Збір статистичних даних. Аналіз можливих моделей для поставленої задачі	26.09.2020 – 18.10.2020
4	Вибір методів аналізу. Розробка програмного продукту	19.10.2020 – 09.11.2020
5	Стартап-проект	10.11.2020 – 17.11.2020
6	Аналіз отриманих результатів	18.11.2020 – 25.11.2020
7	Оформлення звіту, формулювання висновків. Перспективи розвитку отриманих рішень	26.11.2020 – 13.12.2020

Студент В. О. Прозур

Науковий керівник дисертації О. Л. Жиров

РЕФЕРАТ

Магістерська дисертація: 86 с., 23 табл., 18 рис., 40 джерел.

ФІНАНСОВІ ІНСТРУМЕНТИ, ПОШУК МОМЕНІТВ ЗУПИНКИ, МОДЕЛЬ БЛЕКА-ШОУЛЗА-МЕРТОНА, ВЕБ-СЕРВІС, КЛІЄНТСЬКИЙ ДОДАТОК

Об'єкт дослідження – дохідність ринкових опціонів.

Предметом дослідження є фінансові інструменти, та задачі пошуку моменту зупинки.

Актуальність дисертації полягає в тому що на даний момент фінансовий ринок в Україні все ще розвивається. Опціони нині ще не стали широко використовуватись, проте їм знаходять застосування у всьому світі та й з формуванням фінансового ринку вони стануть часто вживаними.

Завданням є розгляд різних ринкових моделей та пошук моментів зупинки в які власник опціонів американського типу зможе максимізувати свій прибуток.

В дисертації проведено дослідження фінансових інструментів, ринкових моделей та можливих рішень задач з пошуку моменту зупинки.

Розроблено систему програмної підтримки реалізації інтерфейсу для пошуку моменту зупинки в наявній моделі.

ABSTRACT

Master's thesis: 86 pages, 23 tables, 18 figures, 40 sources.

FINANCIAL INSTRUMENTS, SEARCH FOR MOMENTS STOPPING, BLACK–SCHOLES OPTION PRICING MODEL, WEB SERVICE, CLIENT APP

The object of research is the profitability of market options.

The subject of the research are financial instruments and tasks of finding the moment of stopping.

The urgency of the work is that at the moment the financial market in Ukraine is still developing. Options are not yet widely used, but they are used all over the world and with the formation of the financial market they will become widely used.

The task is to consider different market models and find stopping points in which the owner of American-type options will be able to maximize their profits.

The research of financial instruments, market models and possible solutions of problems on finding the stopping moment is carried out in the work.

A system of software support for the implementation of the interface for finding the stopping moment in the existing model has been developed.

ЗМІСТ

ВСТУП

Актуальність теми. На даний момент фінансовий ринок в Україні все ще розвивається. Опціони нині ще не стали широко використовуватись, проте їм знаходять застосування у всьому світі та й з формуванням фінансового ринку вони стануть часто вживаними.

Завданням є розгляд різних ринкових моделей та пошук моментів зупинки в які власник опціонів американського типу зможе максимізувати свій прибуток.

Метою дисертації являється дослідження моделей на предмет знаходження оптимальних моментів зупинки, зокрема моделі CRR зі стохастичною відсотковою ставкою та параметрами, оціненими по статистиці цін акцій на бірж.

Об'єктом дослідження є дохідність ринкових опціонів.

Предметом дослідження є дохідність опціонів американського типу в різних ринкових моделях, а також моделі CRR як з стохастичною ставкою, так і без неї.

Предметом дослідження є фінансові інструменти, та задачі пошуку моменту зупинки.

Інформаційну базу дослідження складають: інформація з Державної служби статистики України, Асоціації автовиробників України, державних відділів з питань банкрутства Міністерства юстиції України, наукові публікації, матеріали з мережі Інтернет, фінансова звітність обраних для аналізу підприємств.

1 ФІНАНСОВІ ІНСТРУМЕНТИ ТА МОДЕЛІ ВИЗНАЧЕННЯ ЇХ ВАРТОСТІ

1.1 Види фінансових інструментів

Перш ніж переходити до розгляду ринкових моделей, в першу чергу потрібно визначити основні терміни та означення. Для даної теми, безумовно, головним є поняття деривативa.

У найбільш широкому сенсі дериватив являє собою договір (контракт), за яким сторони отримують право або беруть зобов'язання виконати деякі дії щодо базового активу [1][2].

Згідно чинного законодавства України: «дериватив – це договір, який передбачає одне або декілька таких зобов'язань» [3]:

- необхідність будь-кого зі сторін одноразово чи регулярно оплачувати кошти (зокрема у випадку коли демонструються вимоги з іншого боку) в залежності від базового показника;

- необхідність однієї сторони реалізувати відсторонення базового активу на користь іншого боку у зазначений час майбутнього, зобов’язання іншої сторони погодитись і сплатити цей базовий актив;

- необхідність будь-кого зі сторін на умовах, які визначені під час складання договору, якщо буде пред'явлено вимогу іншою стороною у майбутньому придбати чи продати базовий актив або укласти новий дериватив.

При цьому договір, який відповідає вимогам, зазначеним вище, не є деривативом, якщо:

1) такий договір є договором купівлі-продажу (в тому числі поставки), в якому не міститься вказівки на те, що він є деривативом, який не відноситься до таких згідно з нормативно-правовими актами регуляторного органу та який задовольняє всі з нижческазаних критеріїв:

а) задовільнити обов’язки, які прописані у такому договорі, можна виключно відсторонивши базовий актив. У даному типі договору немає можливості виконати умови договору через виконання платежу будь-якої зі сторін на користь іншої відповідно до ціни базового активу на момент виконання;

б) в даному договорі не зазначено перспективи завершення зобов'язань через підписання нового договору на аналогічних умовах кількості та строків відсторонення базового активу (ціна за новим договором може бути зменшена або збільшена), за яким продавець за першим укладеним договором, стає покупцем, а покупець за первісним договором, тепер виступає як продавець;

2) такий договір є кредитним договором, договором позики, договором банківського вкладу/депозиту, рахунку у банку, поруки, гарантії, факторингу або страхування;

3) обов'язок сторін щодо сплати суми коштів, розмір якої змінюється в залежності від значення базового показника, з’являється через порушення зобов’язань даною стороною укладеного договору (компенсацією збитків, відшкодуванням нанесеної шкоди тощо).

Як вже раніше зазначалося, деривативи - це потужний інструмент хеджування, а також вони часто використовуються з метою спекуляцій [2][4]. Основна ідея похідних фінансових інструментів полягає в тому, що їх ціни «походять від" цін інших цінних паперів. Цими «іншими» цінними паперами можуть бути практично всі види активів: біржові індекси, звичайні акції, курси валют, дорогоцінні метали, а в разі опціонів - навіть ф'ючерси, які вже самі по собі похідні цінні папери. Актив, що лежить в основі деривативу, називають базовим активом.

Ще однією відмінною рисою даного виду інструментів є наявність дати виконання (експірації) і наявність заздалегідь обумовленої ціни (прийнято говорити: «ф'ючерсна ціна» для ф'ючерсних контрактів і ціна «страйк» для опціонів). Строго кажучи, клас похідних цінних паперів дуже широкий. Туди входять форварди, ф'ючерси, опціони, свопи та інші [4][5]. Варто зазначити, що в даному дослідженні не переслідується мета детально висвітлити кожен вид деривативів, в цьому випадку мова в основному піде про біржових контрактах, які характеризуються такими особливостями:

- підписання угод відбувається за допомогою автоматизованої системи, як правило, в біржовому залі;
- ціни характеризуються прозорістю і доступністю;
- контракти мають стандартизований вигляд;
- анонімність учасників ринку;
- відносно висока ступінь ліквідності, швидкість закриття позицій;
- торги ведуться за особливими правилами біржі і в обмежений проміжок часу;
- більшість контрактів не мають на увазі фізичну поставку активу.

Серед двох видів біржових деривативів на особливу увагу в контексті даної дисертації заслуговують опціони, так як визначення їх вартості та використання в портфелях цінних паперів представляється найбільш цікавим для вивчення.

Проте, не варто забувати і про ф'ючерси, які також активно використовуються в торгових стратегіях.

1.2 Ф'ючерси. Особливості та способи застосування

Ф'ючерсний контракт - це угода про покупку або продаж активу в певний час в майбутньому за певною ціною. Даний контракт строго стандартизований біржою, а продавець і покупець часто не знають один одного [6][7]. Найбільшими біржами, на яких полягають ф'ючерсні контракти, є Chicago Board of Trade (CBOT) і Chicago Mercantile Exchange (CME).

Графік profit / loss у ф'ючерсу гранично простий (Рис.1.1). Він практично не відрізняється від базового активу.

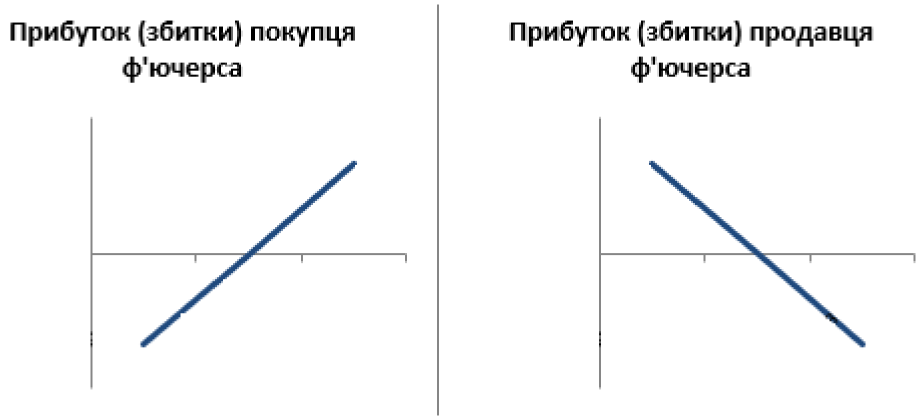


Рисунок 1.1 – Прибутки (збитки) покупця і продавця ф'ючерсного контракту.

На представлених графіках ціна виконання ф'ючерсного контракту дорівнює 85 у.о. Очевидно, що сума прибутків продавця і покупця дорівнює 0. Ф'ючерс може передбачати під собою поставку будь-якого товару, проте на сьогодні не більше 1% угод закінчуються такою поставкою, інші угоди завершують заліком до моменту закінчення контракту шляхом здійснення протилежної угоди.

Ф'ючерсний контракт вступає в дію за взаємною згодою, по суті, його не купують і не продають, причому гроші не переходять в інші руки. Обидві сторони вносять обов'язковий гарантійний внесок, відкриваючи так званий маржинальний рахунок. Внесок варіюється в межах 2-10% від вартості контракту, що, очевидно, значно менше, ніж безпосереднє придбання базового активу. З цим моментом пов'язана поява в структурі біржової торгівлі клірингової (розрахункової) палати (причому як для угод по ф'ючерсах, так і по опціонах). Тепер не трейдери торгують між собою, займаючи довгі і короткі позиції, а розрахункова палата стає продавцем і покупцем контракту.

Клірингова палата зобов'язана дотриматися зобов'язання ф'ючерсного контракту, це єдина сторона, яка може зазнати збитків, в разі невиконання зобов'язань когось з трейдерів [5][8].

В кінці кожного дня (а іноді кілька разів на день), клірингова палата проводить операцію клірингу, що припускає під собою внесення всього денного прибутку (збитку) на маржинальний рахунок обох сторін. Так, у разі збільшення ціни, на рахунок покупця контракту буде внесена сума рівна зміні ф'ючерсної ціни на базовий актив, помноженої на кількість контрактів. Рівно така ж сума спишеться з маржинального рахунку продавця ф'ючерсу.

У разі якщо трейдер накопичує постійні збитки, то ф'ючерсний рахунок може впасти нижче критичного значення, що зветься підтримуваною або варіаційною маржою. Її величина визначається у відсотках від вартості контракту і залежить від безлічі факторів, головний з яких - волатильність цін на даний актив. Якщо розмір маржинального рахунку буде менше розміру варіаційної маржі, тоді трейдер повинен ввести додаткову гарантійну маржу, в іншому випадку брокер закриє позицію.

Така система гарантує виконання трейдерами своїх зобов'язань, однак у історії був випадок, коли дана система давала збій. 19 жовтня 1987 року індекс S & P 500 впав більш ніж на 20%. Тоді учасники ринку, що тримали довгі позиції виявили у себе на маржинальних рахунках негативний баланс і просто вважали, що краще відмовитися від контрактів. В результаті чого багато брокерів не отримали грошей від своїх клієнтів, не змогли виконати зобов'язання за контрактами і розорилися.

Звернувши увагу на розмір гарантованого внеску, можна зробити однозначний висновок про причини популярності використання ф'ючерсних контрактів - ефект важеля. Наведемо простий приклад: припустимо, ціна лота ОВДП становить 10000 гривень. Розмір гарантованої внеску за ф'ючерсним контрактом становить 1000 гривень. У інвестора в розпорядженні є 10000 гривень на покупку одного з інструментів. Очевидно, що купуючи базовий актив, інвестор зможе придбати лише 1 лот, тоді як прибрати ф'ючерс на ОВДП - 10 лотів. Ризик втрат при виборі 2го варіанту буде набагато вище, а саме зміна на 1 пункт ціни активу буде давати прибуток або збиток в 10 разів більший, ніж при використанні першого варіанту. Важливо відзначити, що в силу властивості конвергенції ціна ф'ючерсу і ціна спот на момент погашення ф'ючерсного контракту сходяться. Можна зробити однозначний висновок про більшу привабливість ф'ючерсів для проведення спекулятивних операцій.

У загальному вигляді прибутковість від використання ф'ючерсного контракту можна представити у вигляді:

$$\mathrm{IR} = \frac{\mathrm{Ps} - \mathrm{Pb}}{\mathrm{MD}},$$

де IR – інвестиційна прибутковість;

Ps – ціна продажу;

Pb – ціна покупки;

MD – обов'язковий депозит (Margin Deposit).

Розглянемо ще один приклад, припустимо, якийсь інвестор володіє 1 лотом (100шт) ОВДП, поточна ціна спот якого становить 12400 гривень, однак він побоюється подальшого зниження ціни на даний актив. У цьому випадку він може зайняти коротку позицію по 1 ф'ючерсному контракту на ОВДП, таким чином захистивши свій портфель від будь-яких коливань ціни, так як на рахунку у інвестора до моменту закінчення ф'ючерсного контракту гарантовано буде перебувати сума в розмірі 12 400 гривень.

З позиції хеджування набагато цікавіше розглянути так званий базисний ризик. Базис - різниця між ф'ючерсної ціною і поточною ціною спот. І на цій різниці можна заробити. Повернемося до нашого прикладу: сьогоднішня ціна спот становить 124 гривні, а ф'ючерсна ціна (з поставкою в червні), припустимо, 129 гривень. Базис відповідно становить 129-124 = 5 гривень. Якщо завтра ф'ючерсна ціна складе 130 гривень, а ціна спот 126, то базис складе 4 гривні. У такому випадку дохід від утримання ОВДП складе 2х100 = 200, дохід від продажу ф'ючерсу 1х100 = 100, прибуток = 100 гривень.

Також за допомогою ф'ючерсів здійснюється так зване перехресне хеджування [6][9]. Воно виникає, коли базовий актив ф'ючерсу не збігається з хеджовоним активом. Наприклад, якась авіакомпанія переймається цінами на авіаційне паливо, проте ф'ючерси на даний актив не продаються, тоді компанія може використовувати ф'ючерсний контракт на поставку іншого палива, наприклад, дизеля або мазут.

Для здійснення необхідних операцій потрібно знайти значення коефіцієнта хеджування, який являє собою відношення розміру позиції, зайнятої за ф'ючерсним контрактом, до величини хеджовоного активу.

Оптимальне значення даного коефіцієнта знаходиться за формулою:

$$h^* = \rho \frac{\sigma_S}{\sigma_F},$$

де σ_S – стандартне відхилення ціни на спот S;

σ_F – стандартне відхилення зміни ф'ючерсної ціни F;

ρ – коефіцієнт кореляції між змінами ф'ючерсної ціни і цени спот.

Також при цьому, можна легко визначити ефективність хеджування, рівну величині ρ^2 і оптимальну кількість ф'ючерсних контрактів для хеджування:

$$N^* = \frac{h^* Q_A}{Q_F},$$

де Q_A – розмір хеджованої позиції;

Q_F – розмір ф'ючерсного контракту.

Окреме місце займають ф'ючерси на біржові індекси - надзвичайно популярний інструмент на сьогоднішній день. За своєю суттю вони є замінниками самих акцій. У зв'язку з цим, можна сказати, що ф'ючерс на індекс являє собою синтетичний портфель ринку акцій.

Замість торгівлі цінними паперами, досить зайняти позицію за ф'ючерсним контрактом на індекс [10][11]. При цьому операційні витрати будуть набагато нижче, ніж при торгівлі самими акціями, та й оцінити загальний стан справ на ринку, який надається індексами, часто виявляється сильно легше.

Біржові індекси відображають широкомасштабні ринкові зміни [9][12]. А ф'ючерсні позиції по ним можна досить швидко і недорого ліквідувати, в разі якщо тенденція розгорнеться не на користь інвестора. Більш того, іноді виникають ситуації, коли можна застосувати арбітражні операції в зв'язку з розбіжностями в рівнянні паритету. Арбітражери для здійснення таких операцій часто використовують торгових роботів і інші інструменти програмної торгівлі, що дозволяють скоординувати накази на покупку і продаж цілих портфелів.

Не дивлячись на широке розповсюдження і популярність ф'ючер, найбільш цікавими і складними фінансовими інструментами для дослідження опціонні контракти.

1.3 Опціони. Особливості та застосовувані стратегії

Опціон (option) - це похідний інструмент, що надає своєму власнику право покупки або продажу якогось активу, в певний час за встановленою ціною [13][14]. Продавець опціону при цьому приймає на себе зобов'язання здійснити операцію з активом на зазначених в опціонному контракті умовах.

У зв'язку з тим, що в даному випадку розглядаються тільки біржові опціони, важливо мати на увазі таку характеристику, як стандартизований опціонний контракт, що є біржовим інструментом, параметри якого визначаються і строго відповідають правилам, прийнятим організатором біржових торгів.

Як і будь-який дериватив, опціон має базовий актив, причому на сьогоднішній день переважна більшість опціонів мають своїм базовим активом ф'ючерсний контракт, акції або величину індексу.

Дата експірації для опціону - це така дата, встановлена в контракті, після якої покупець не має права вимагати від продавця виконання зобов'язань по опціонному контракту. У відповідність з використанням дати експірації опціону розрізняють два його види:

- американський опціонний контракт може бути виконаний власником протягом усього часу володіння з моменту покупки;

- європейський опціонний контракт може бути виконаний тільки на дату його експірації.

Ціна виконання для опціону, так звана ціна «страйк» - це обумовлена в параметрах контракту ціна базового активу, за якою власник може здійснити операцію при реалізації свого права.

Продавець опціону, продаючи право вимоги, отримує натомість премію. Про те від чого вона залежить, і які чинники впливають на розмір премії мова піде трохи пізніше.

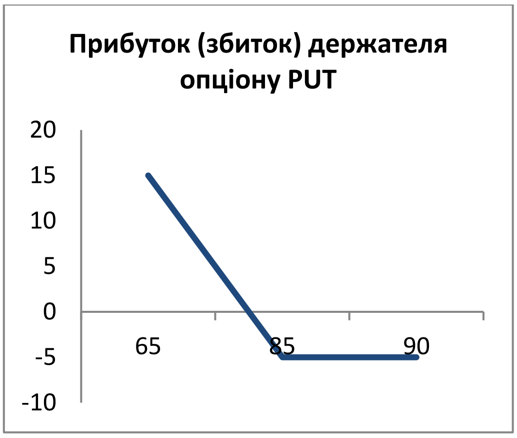
Опціон дає право на покупку або продаж якогось базового активу, в зв'язку з чим розрізняють опціони «CALL» і «PUT» [14][15]. Побудуємо графіки, що відображають отримання прибутку (збитку) держателем (покупцем) і передплатником (продавцем) опціону «CALL». (Рис. 1.2)

Рисунок 1.2 – Схема P / L покупця і продавця опціону CALL

Нехай на ринку торгується якийсь базовий актив, покупець опціону набуває право придбати певну кількість цього активу за ціною «страйк» = 85 у.о. Покупець заплатив премію в розмірі 5 у.о., що відображається на обох графіках. Потім, при ціні базового активу більше 85 у.о. покупець починає отримувати додатковий дохід, переходячи в точку беззбитковості, в нашому випадку неважко помітити, що точка беззбитковості досягається при ціні базового активу 90 у.о. Після проходження точки беззбитковості покупець починає отримувати прибуток, а продавець зазнає збитків. В даному випадку дуже важливим є той факт, що покупець, купуючи опціон, ризикує лише розміром сплаченої премії, тоді як збитки продавця можуть виявитися нескінченно великими. Але, тим не менше, опціони активно торгуються на ринках в усьому світі, а значить, у продавців є свої стратегії зниження ризиків таких втрат.

Опціон PUT відрізняється від CALL лише тим, що покупець набуває право продати базовий актив за ціною «страйк», а продавець - обов'язок його купити

[15][16][17]. Наведемо аналогічні графіки отримання доходу від продажу і покупки опціону PUT. (Рис. 1.3)



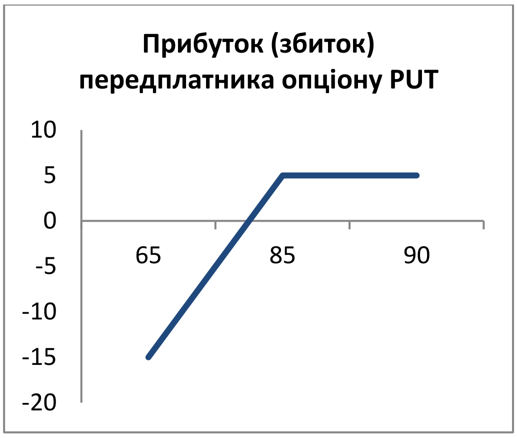


Рисунок 1.3 – Схема P / L покупця і продавця опціону CALL. (Складено автором за зразком)

На представлених графіках, очевидно, простежується дзеркальне відображення опціону CALL з тією лише різницею, що покупець опціону PUT в даній ситуації розраховує на подальші зниження ціни базового активу, тобто займає ведмежу позицію, в разі опціону CALL покупець розраховує на перевагу бичачих настроїв. Що стосується продавця PUT, то тут знову ми бачимо страшну перспективу в разі зниження ціни нижче страйку. Збитки продавця опціону обмежені лише ціною базового активу, що дорівнює 0, коли як в разі CALL, обмеження щодо збитків продавця - його власний рахунок. Зрозуміло, за таких ризиків навряд чи б торгівля опціонами розвивалася настільки сильно і досягла б сьогоднішніх масштабів.

Як покупці, так і продавці опціонів, здійснюють операції, дотримуючись певної стратегії, що дозволяє їм значно знижувати ризики. В даному дослідженні розглянемо різні за складністю стратегії з використанням опціонів, що дозволяють складати оптимальні портфелі, як з позиції покупця опціону, так і з боку продавця.

Почнемо з досить поширеною і нескладної стратегії «Стренгл (strangle)» [18][19], що передбачає одночасну покупку опціону PUT і CALL на один і той же актив з однією датою експірації, але різними страйками (Рис. 1.4). Доцільно використовувати таку стратегію в разі досить сильної волатильності, невизначеності ринку, коли інвестор припускає, що ціна може істотно зрушити, як вгору, так і вниз.

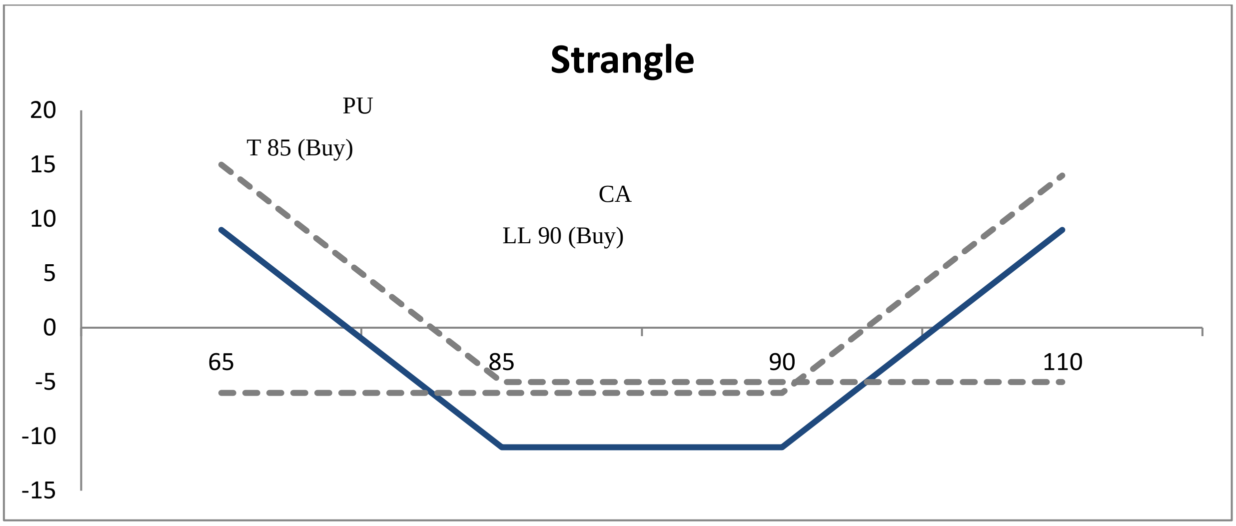


Рисунок 1.4 – Схема отримання прибутку від реалізації стратегії «Strangle»

Розглянемо реалізацію стратегії на умовному прикладі: інвестор набуває опціон CALL 90 за премію 6 у.о. і PUT вартістю 5 у.о. з ціною виконання 85. Очевидно, що витрати на дану стратегію складають 11 у.о., а точки беззбитковості досягаються при ціні активу 90 + 11 = 101 у.о. і 85-11 = 74 у.о. Дана стратегія доцільна на ринках із сильною волатильністю. Але в той же час, чим вище волатильність, тим більше варто опціон. Таким чином, прибуток про реалізацію стратегії безпосередньо залежить від ціни опціону, визначенню якої буде присвячена основна частина дисертації [20][21].

Наведемо приклад ще однієї складної (складеного) стратегії [18][22][23], званої «Метелик (butterfly)» (Рис. 1.5). Для цього необхідно купити 2 опціону

CALL, один з відносно високою ціною виконання, опціон поза грошей (OTM - Out The Money), інший - з відносно низькою, опціон у грошах (ITM - In The Money). А також продати 2 опціону CALL зі страйком, найбільш близьким до поточної ціни базово активу, опціон «на грошах» (ATM - At the Money).

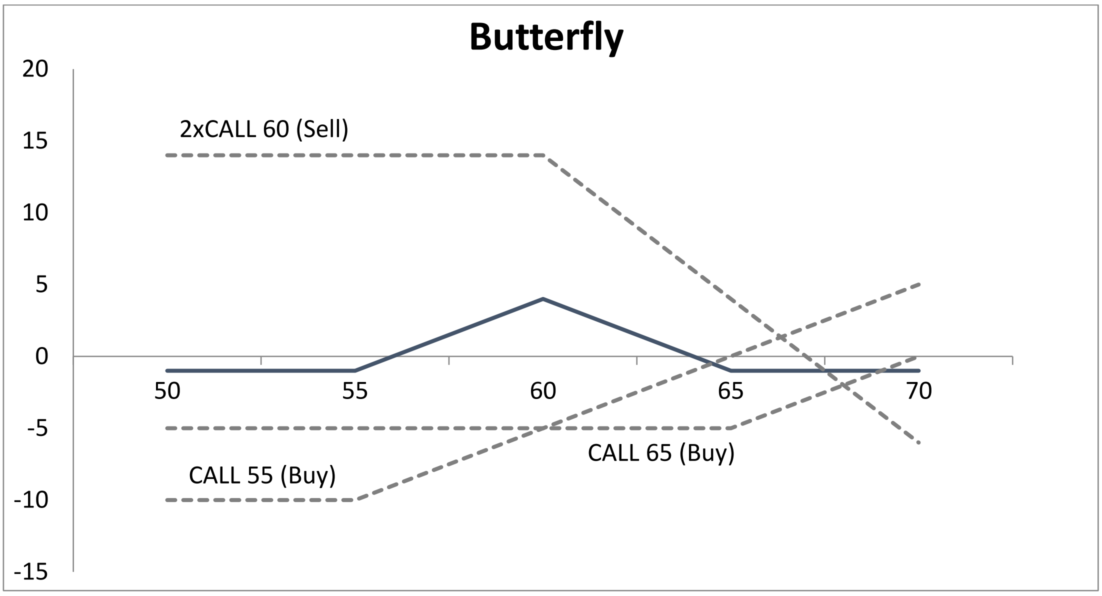


Рисунок 1.5 – Схема отримання прибутку від реалізації стратегії «Butterfly»

Наприклад, на даний момент базовий актив коштує 61 у.о., інвестор набуває опціон CALL 55 за ціною 10 у.о. і опціон CALL 65 з ціною 5 у.о. У той же час він продає 2 опціону CALL 60 по 7 у.о. кожен. Тоді вартість позиції складе: 10 + 5-7-7 = 1 у.о. Найбільша прибуток досягається, якщо ціна базового активу на момент експірації дорівнює 60 у.о., при цьому якщо ціна буде нижче 55 або вище 65, то інвестор ризикує втратити лише 1 умовну одиницю. Нульова прибуток спостерігається при ціні базового активу 56 або 64 у.о. При знаходженні всередині даного діапазону, інвестор буде отримувати прибуток.

Таким чином, стратегія метелик реалізується в очікуванні низької волатильності ринку. Також дана стратегія може бути складена за допомогою опціонів PUT, використовуючи схожу схему. Відзначимо, що даний приклад умовний і доцільність його практичної реалізації буде визначатися ціною конкретних біржових опціонів і розміром комісійних.

До цього моменту ми розглядали стратегії, в яких купувалися опціони з однією датою виконання. Однак, існують так звані «Календарні спреди (Calendar spreads) - стратегії, що використовують опціони з однаковими цінами виконання але різними термінами дії. Для цього треба продати CALL з певною ціною виконання і купити більш тривалий CALL з тим же страйком. Потім продати довгостроковий опціон в момент закінчення терміну короткострокового. (Рис. 1.6)

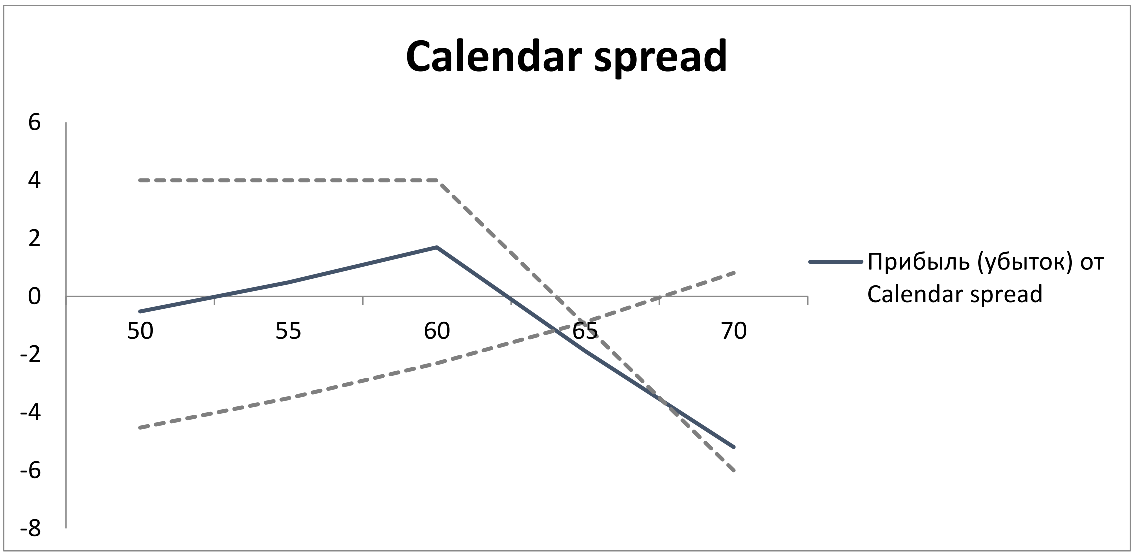


Рисунок 1.6 - Схема отримання прибутку від реалізації стратегії «Calendar spread»

Розглянемо умовний приклад: на даний момент базовий актив коштує 60 у.о., ціна більш тривалого за часом опціону більше, причини цього розглянемо трохи пізніше. Інвестор купує CALL 60 за ціною 10 у.о. і продає CALL 60 за ціною 4 у.о. ближчий до дати експірації. В даному випадку інвестор отримує прибуток, якщо ціна базового активу в момент виконання короткострокового опціону близька до ціни страйк. Така стратегія називається нейтральний календарний спред, також можна складати спреди на підвищення або пониження

[23][24][25]. Очевидно, що реалізація даної стратегії залежить від премії опціону і її зміні в часі.

Таким чином, похідні фінансові інструменти - невід'ємна складова в портфелі сучасного інвестора. Вони активно використовуються як в спекулятивних цілях, так і з метою хеджування ризиків на фінансових ринках [6][26]. Варто відзначити, що на відміну від звичних акцій, дані інструменти більш гнучкі, для їх використання потрібно набагато менше вкладень, вони мають гарну ліквідністю, і до того ж операційні витрати по ним нижче витрат, що виникають при роботі з акціями.

Широкий вибір стратегій з використанням деривативів дозволяє створювати оптимальний портфель і легко керувати ним. Використовуючи тільки лише дані інструменти в сукупності з хорошим знанням технічного аналізу та поточної ситуації, а також умінням створювати правильні логічні ланцюжки, можна стати успішним інвестором. При цьому важливим питанням в ефективності реалізації тих чи інших стратегій є визначення цін деривативів, мова про які піде в наступному розділі.

1.4 Оцінка ф'ючерсних контрактів

Для оцінки ціни ф'ючерсу найзручніше розглянути три ситуації:

1) актив не приносить доходу;

2) приносить відомий дохід, поточна вартість якого дорівнює I;

3) має відому прибутковість q.

У першому випадку ф'ючерсна ціна:

$$F_0 = S_0 e^{rT},$$

де S_0- ціна «спот» базового активу;

r - безризикова процентна ставка;

Т - термін до виконання контракту.

У разі, якщо $F_0 > S_0 e^{rT}$, то виникає можливість арбітражної операції, для здійснення якої необхідно купити сам базовий актив і продати ф'ючерс. Якщо ж $F_0 < S_0 e^{rT}$, то слід чинити з точністю навпаки. Відразу відзначимо одну важливу властивість ф'ючерсів, у міру наближення терміну виконання контракту, ф'ючерсна ціна і ціна спот зближуються, а в момент експірації вони дорівнюють один одному.

Сама ж ціна контракту на покупку дорівнює:

$$f = (F_0 - K)e^{-rT},$$

де K - ціна виконання (поставки).

Ціна на продаж, відповідно дорівнює:

$$f = (K - F_0)e^{-rT}.$$

У другому випадку ф'ючерсна ціна дорівнює

$$F_0 = (S_0 - I)e^{rT},$$

а ціна контракту на покупку:

$$f = (F_0 - K)e^{-rT} - I.$$

І, нарешті, в третьому варіанті:

$$F_0 = S_0 e^{(r-q)T},$$
$$f = S_0 e^{-qT} - Ke^{-rT}.$$

Серед всіх параметрів, використовуваних для оцінки ф'ючерсу суб'єктивним і найважливішим, є безризикова ставка. Її правильне виставлення багато в чому визначить прибутковість того чи іншого портфеля. Також дуже важливо адекватно прогнозувати майбутню ціну базового активи і ф'ючерсного контракту, пов'язаного з ним.

Дуже коротко розглянувши принцип виставлення ціни ф'ючерсу, переходимо до найцікавішого, на наш погляд, деривативу - опціонними контрактами, визначення ціни яких виявляється набагато складніше за своєю методологією, але в той же час є досить логічним

1.5 Біноміальна модель оцінки опціонів

Побудова біноміального дерева є найбільш поширеним методом оцінки опціонів, воно дозволяє визначити вартість американських опціонів, що є безперечною перевагою перед моделлю Блека-Шоулза-Мертона [16][27]. Сам метод заснований на припущенні про те, що ціна акції підпорядковується принципу випадкового блукання, а при нескінченно малому кроці часу - логнормальному розподілу.

Для початку розглянемо одноступеневою біноміальними модель. Відзначимо, що дана модель поширюється на фондові опціони. Нехай S_0 - поточна ціна акції, а f - поточна вартість фондового опціону. Час дії опціону - T, за цей час ціна акції може досягти рівня S_0u або ж впасти до S_0d. Де $u > 1$ $d < 1$. Якщо ціна акції збільшується до заданого значення, то опціон приносить дохід f_u, якщо ж вона знижується, то дохід дорівнює f_d.

Розглянемо якийсь портфель активів, що складається з довгої позиції по Δ акцій і короткої позиції по одному опціону. Раніше зазначалося, що інвестор, який продає опціон зацікавлений в тому, щоб обмежити ризик нескінченних втрат в разі руху ціни не в «його» сторону. Тобто необхідно знайти таку кількість акцій Δ, при якому портфель стане вільним від ризику.

Неважко помітити, що вартість портфеля в момент експірації опціону дорівнює $S_0 u\Delta - f_u$ в разі, якщо ціна акції зростає, і $S_0 d\Delta - f_d$ в іншому випадку. Прирівнявши дані вирази, отримаємо $\Delta = \frac{f_u - f_d}{S_0 u - S_0 d}$ - кількість акцій яке необхідно тримати в довгій позиції, щоб портфель був вільний від ризику. Величина дельта широко використовується при хеджуванні і є одним з «грецьких» коефіцієнтів, які відіграють найважливішу роль в управлінні портфелями. Тепер позначимо безризикову процентну ставку r, тоді вартість портфеля (дисконтована) дорівнює $(S_0 u\Delta - f_u)e^{-rT}$ а вартість створення портфеля $S_0\Delta - f$. Прирівнявши дані вирази, висловимо $f = S_0\Delta(1 - ue^{-rT}) + f_u e^{-rT}$. Тепер підставимо вираз для Δ, отримаємо:

$$f = e^{-rT}(pf_u + (1 - p)f_d),$$

де $p = \frac{e^{rT} - d}{u - d}$.

Таким чином, ми отримали формулу оцінки опціону для одноступінчастої біноміальної моделі. При цьому необхідно зробити важливе зауваження - дана формула отримана виходячи з припущення, що інвестори є ризик-нейтральними. Тобто не вимагають зростання очікуваної прибутковості для компенсації збільшеного ризику. Величина p являє собою ймовірність зростання ціни акції в ризик-нейтральному світі.

Ставлення людини до ризику не впливає на оцінку опціону. При зміні ціни базового активу, формула, що зв'язує ціну опціону і акції, виявляється постійною.

Ризик нейтральне оцінювання має 2 особливості:

1. Очікувана прибутковість базового активу дорівнює безризикової ставкою.

2. Ставка дисконтування, яка використовується для визначення виплати за опціоном, дорівнює безризикової ставкою.

Ризик-нейтральна оцінка - найважливіший результат, який носить універсальний характер. Якщо припустити, що світ є ризик-нейтральним, то ми отримаємо правильну ціну деривативу не тільки для ризик-нейтрального світу, але і для будь-якого іншого.

Розглянемо тепер двоступенева біноміальне дерево на конкретному прикладі (Рис 1.7).

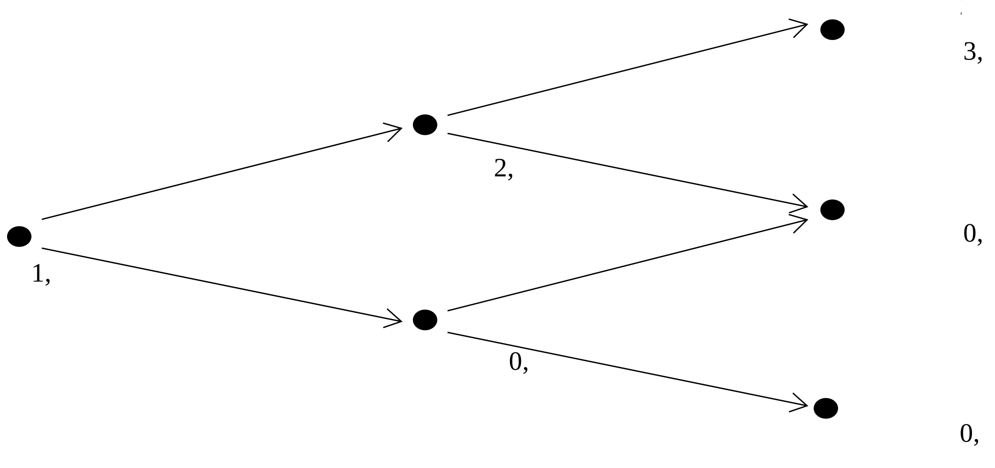


Рисунок 1.7 – Ціна акції і ціна опціону в двоступенчатому дереві. Вгорі кожного вузла - ціна акції, внизу - ціна опціону

Припустимо, що початкова ціна акції 20 у.о. (Рис. 1.7), в кожен з термінальних моментів часу вона або збільшується, або зменшується рівно на 10%. Ціна страйк опціону дорівнює 21 у.о., припустимо також, що безризикова прибутковість дорівнює 12% річних, а крок часу дорівнює 3ем місяців.

Розглянемо спочатку кінцеві вузли D, E, F всі ці точки припадають на дату погашення опціону. Ціна самого деривативу в них вважається не складно, вона дорівнює рівно тій виплати, яку приносить опціон. Наприклад, в точці D ціна опціону CALL $P_{CALL} = 24{,}2 - 21 = 3{,}2$у.о. (Ціна акції на момент експірації опціону за вирахуванням ціни страйк). У точках E і F опціон приносить збиток і не варто нічого. Однак, нас цікавить ціна опціону в початковий момент часу (точка A). Перейдемо до вузлів C і B. У точці C вартість опціону дорівнює 0, так як вона є попередником точок E і F. Ціна опціону в вузлі B знаходиться за формулами (1) і (2). У нашому випадку $u = 1{,}1, d = 0{,}9, r = 0{,}12, T = 3/12 = 0{,}25$. Тоді $p = 0.6523$, а ціна самого опціону CALL в точці B P_CALL = e ^ (- 0,12 * 3/12) $P_{CALL} = e^{-0{,}12*\frac{3}{12}}(0{,}6523 * 3{,}2 + 0{,}3477 * 0) = 2{,}0257$ у.о. Аналогічно, використовуючи формули (1) і (2) знайдемо ціну акції в початковий момент часу A, $P_{CALL} = 1{,}2823$. Відзначимо, що в цьому прикладі величини u і d однакові в кожному вузлі, а кроки за часом мають однакову довжину. В результаті ризик-нейтральна ймовірність, розрахована за формулою (2) приймає одне і те ж значення.

Раніше зазначалося, що біноміальні дерева дозволяють оцінювати ціну американського опціону. В силу обмеженості обсягу дослідження, скажемо лише те, що ціна американського опціону визначається як максимум з двох величин:

- вартість європейського опціону;

- виплата в разі дострокового погашення.

Особливе значення при оцінці опціонів мають так звані «Греки» (Greeks), одним з яких є коефіцієнт дельта (Δ), як було сказано раніше, цей коефіцієнт визначає, скільки акцій слід мати в портфелі кожного відповідного опціону, проданого без покриття, для того , щоб портфель був безризиковим. Також «якщо при роботі з опціоном «CALL» дельта коефіцієнт дорівнює 0,5, то це означає підвищення премії трейдера на половину пункту за кожен долар зростання вартості акцій або іншого цінного паперу».

Даних коефіцієнт розраховується за формулою $\Delta = \frac{f_u - f_d}{S_0 u - S_0 d}$, визначеною раніше. Неважко помітити, що при використанні біноміального дерева, дохід портфеля в кожній точці різний, а це означає, що змінюється сам коефіцієнт Δ. Таким чином, для того, щоб створити хедж вільний від ризику, «дельту» необхідно періодично коригувати.

При розгляді даного методу оцінки опціонів виникає питання: як в реальному житті можна визначити значення u і d, що відповідають за волатильність? При кроці по часу, що дорівнює Δt, волатильність враховується за формулами:

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}} \quad (1.1)$$

і

$$d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}} \quad (1.2).$$

Дані формули, а також:

$$p = \frac{a-d}{u-d}, \text{ де } a = e^{r\Delta t} \quad (1.3)$$

однозначно визначають дерево.

Розглянуті нами біноміальні моделі дуже прості і дають надзвичайно грубу оцінку при застосуванні їх на практиці. Зрозуміло, що ціна базового активу змінюється жоден і не два рази за період. Застосовуючи такі дерева на практиці, зазвичай беруть як мінімум 30 інтервалів довжиною Δt. У кожен момент часу дерево розбивається на 2 можливих варіанти, тоді число всіляких шляхів (траєкторій), які повинні бути розглянуті інвестором дорівнює 230, тобто близько мільярда.

Найважливіша властивість біноміального дерева полягає в тому, що формули (1.1) - (1.3) однозначно визначають дерево незалежно від кількості кроків. При оцінці європейських опціонів, ціна, розрахована за біноміальної моделі, при збільшенні кількості кроків за часом, сходиться до ціни Блека-Шоулза-Мертона, про яку піде мова вже в наступному параграфі.

Отже, біноміальна модель дає логічну і зрозумілу оцінку опціонного контракту. Виходячи з формул, що визначають биномиальное дерево (1.1) - (1.3), видно, що єдиним суб'єктивним параметром є безризикова ставка. Вибір цієї ставки буде визначальним для інвестора в питанні використання того чи іншого опціону в своєму портфелі активів.

Перед переходом до наступної глави розглянемо модель визначення ціни найпоширенішого опціонного контракту - опціону на ф'ючерс. Причина такої популярності полягає в тому, що в багатьох ситуаціях ф'ючерсні контракти більш ліквідні, ніж безпосередньо їх базові активи. Плюс до всього ф'ючерсна ціна відома відразу після закінчення торгів, а реальну ціну «спот» базового активу визначити не так просто. Ще один важливий момент полягає в тому, що виконання опціону не супроводжується, як правило, реальною поставкою, оскільки в більшості випадків відповідний ф'ючерсний контракт виконується достроково (закінчується раніше). І нарешті, опціони дешевше в плані транзакційних витрат [7][28][29].

До слова, про відмінні особливості побудови біноміального дерева для ф'ючерсного опціону:

$$p = \frac{a-d}{u-d},$$

де $a = e^{r\Delta t}$ набирає вигляду $p = \frac{1-d}{u-d}$, а замість фондових цін активів в вузлах дерева використовуються їх ф'ючерсні ціни F_T для кожного моменту часу.

Рівняння a = 1 виходить з того, що швидкість росту ф'ючерсної ціни в ризик-нейтральному світі повинна бути рівною нулю. Що в свою чергу пояснюється тим фактом, що $\widehat{E}\,(F_T) = F_0$, $\widehat{E}\,(F_T)$ - математичне очікування ф'ючерсної ціни активу в ризик-нейтральному світі.

1.6 Модель Блека-Шоулза-Мертона

На початку 1979-х років Фішер Блек, Майрон Шоулз і Роберт Мертон зробили фундаментальне відкриття, яке істотно вплинуло на теорію ціноутворення фондових опціонів [11][30]. У цьому розділі розглядається саме підхід Мертона, як вдосконалений варіант вихідної моделі. Модель поведінки ціни акції, яку використовували автори, заснована на припущенні про логнормальний розподіл цієї ціни:

$$\ln S_T = \ln S_0 + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)T,$$

де стандартне відхилення $\sigma\sqrt{T}$;

S_T – ціна акції в момент часу T;

μ – очікувана прибутковість акції за час T;

σ –волатильність ціни за той же період.

В силу наведених раніше формул і властивостей логнормального розподілу, $E(S_T) = S_0 e^{\mu T}$, що відповідає визначенню очікуваної прибутковості μ.

Дуже важливим є той факт, що, використовуючи модель Блека-Шоулза-Мертона, можна отримати ризик-нейтральну оцінку, рівно також як і при використанні біноміальних дерев. У рівняння моделі входять тільки ціна акції, час, волатильність і безризикова процентна ставка. Всі вони не залежать від ризикових переваг інвестора.

Ми свідомо пропускаємо процес виведення без того всім відомої формули, щоб зупинити увагу на більш суттєвих моментах. Отже, формули Блека-Шоулза-Мертона для обчислення початкових цін опціонів на покупку (C) і продаж (P) без дивідендних акцій мають вигляд:

$$C = S_0 N(d_1) - Ke^{-rT} N(d_2),$$
$$P = Ke^{-rT} N(-d_2) - S_0 N(-d_1),$$

де $d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r^2 + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$;

$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r^2 - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}$;

N (x) - інтегральна функція стандартизованого нормального розподілу. По суті це ймовірність того, що змінна зі стандартним нормальним розподілом менше величини x;

S_0 - первісна ціна акції;

K - ціна виконання опціону;

r - безризикова процентна ставка;

T - термін до закінчення опціону (в роках);

σ - стандартне відхилення безперервно нараховується прибутковості акції.

У ризик-нейтральних умовах очікувана вартість опціону CALL в момент його виконання дорівнює $\widehat{E}[\max(S_T - K, 0)]$, де E - математичне очікування в ризик-нейтральному світі. Для отримання величини С цей вислів слід дисконтувати, помноживши на величину e^{-rT}.

Формулу можна переписати в іншому вигляді:

$$C = e^{-rT}[S_0N(d_1)e^{rT} - KN(d_2)],$$

де $N(d_2)$ - ймовірність того, що в ризик-нейтральних умовах опціон буде виконаний.

Тоді $KN(d_2)$ - ціна виконання, помножена на ймовірність виплати. Величина $S_0N(d_1)e^{rT}$- це очікуване значення ціни базового активу на момент виконання Т.

Розглянемо тепер два досить цікавих властивостей представленої моделі:

1. Якщо ціна акції S_0 стає занадто високою, то опціон CALL обов'язково буде виконаний. Причому при дуже великому збільшенні ціни, числа $N(d_1)$ и $N(d_2)$ будуть прямувати до 1, а саме значення С до вираження $S_0 - Ke^{-rT}$, що нагадує собою ціну ф'ючерсного контракту з постачанням за ціною K.

2. Якщо волатильність σ прагне до 0, то поточна вартість опціону CALL буде дорівнює $\max(S_0 - Ke^{-rT}, 0)$. Дійсно, при прагненні σ до 0, вираження $N(d_1)$ и $N(d_2)$ будуть прагнути до 1, у разі, якщо $S_0 > Ke^{-rT}$, при цьому вартість опціону дорівнює $S_0 - Ke^{-rT}$. Якщо $S_0 < Ke^{-rT}$, то $N(d_1)$ и $N(d_2)$ прагнуть до 0, і ціна самого опціону теж прагне до 0.

1.7 Альтернативи моделі Блека-Шоулза-Мертона

Розглянута раніше модель була заснована на тому, що ціна активу безперервно змінюється, і її майбутні значення мають логнормальний розподіл [14][30]. Однак, це не завжди так. Бувають ситуації, коли ціна активу змінюється безперервно, але не підкоряється законам геометричного броунівського руху або ж коли в деякі моменти часу ціна акції змінюється стрибкоподібно. А також може виникнути і третя ситуація, коли ціна активу завжди змінюється стрибкоподібно. Розглянемо 2 альтернативні моделі.

1.7.1 Модель дисперсії з постійною еластичністю

Ризик-нейтральний процес, що описує поведінку ціни акції S, має вигляд:

$$dS = (r - q)Sdt + \sigma S^{\alpha}dz,$$

де α -деяка константа (позитивна);

dz - винеровский процес.

Для розрахунків цін опціонів існують 2 можливі випадки:

1) якщо $\alpha < 1$, тоді при зменшенні ціни акції, її волатильність буде рости. Це створює розподіл ймовірностей з більш важким лівим хвостом;

2) якщо $\alpha > 1$, то волатильність буде рости зі збільшенням ціни акції, що створить розподіл з більш важким правим хвостом.

Формули для розрахунку цін опціонів виглядають наступним чином для першого випадку:

$$C = S_0 e^{-qT}[1 - \chi^2(a, b+2, c)] - Ke^{-rT}\chi^2(c, b, a),$$
$$P = Ke^{-rT}[1 - \chi^2(c, b, a)] - S_0 e^{-qT}[\chi^2(a, b+2, c)],$$

для другого випадку і

$$C = S_0 e^{-qT}[1 - \chi^2(c, -b, a)] - Ke^{-rT}\chi^2(a, 2-b, c),$$
$$P = Ke^{-rT}[1 - \chi^2(a, 2-b, c)] - S_0 e^{-qT}[\chi^2(c, -b, a)],$$

де $a = \frac{[Ke^{-(r-q)T}]^{2(1-\alpha)}}{(1-\alpha)^2 v}$;

$b = \frac{1}{1-\alpha}$;

$c = \frac{S^{2(1-\alpha)}}{(1-\alpha)^2 v}$;

$v = \frac{\sigma^2}{2(r-q)(a-1)}[e^{2(r-q)(\alpha-1)T} - 1]$.

Модель дисперсії з постійною еластичністю дуже добре застосовна для оцінки нестандартних, екзотичних опціонів [5][31][32]. Мінімізуючи середньоквадратичне відхилення модельних цін від ринкових, можна максимально точно апроксимувати вартість звичайних опціонів на акції.

1.7.2 Модель стрибкоподібної дифузії Мертона

Дана модель якраз підходить для ситуації, коли ціна активу змінюється безперервно, але іноді відчуває стрибкоподібні зміни [33][34].

Нехай: λ-середня кількість стрибків за рік, k-середня величина стрибка (в% від ціни активу). Імовірність стрибка протягом інтервалу Δt дорівнює λΔt, а середня швидкість росту активу в момент стрибка дорівнює λk.

Мертон в своїй роботі показав, що ціну європейського опціону можна обчислити за формулою:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-\lambda(1+k)T}(\lambda(1+k)T)^{n}}{n!} f_{n},$$

де змінна f_n - ціна опціону, визначена за формулою Блека-Шоулза-Мертона, коли дивідендна прибутковість активу дорівнює q, рівень мінливості $\sigma^2 + \frac{ns^2}{T}$, а безризикова ставка дорівнює $r = \lambda k + \frac{n*\ln(1+k)}{T}$.

На відміну від моделі Блека-Шоулза-Мертона, розподіл ймовірностей в даній моделі має більш важкі лівий і правий хвости, що дозволяє використовувати її для оцінки валютних опціонів [32][35]. При цьому вихідні параметри моделі повинні також мінімізувати середньоквадратичне відхилення модельних цін від ринкових.

Отже, ми розглянули основні сучасні моделі оцінки деривативів, основною з яких в даний час є модель Блека-Шоулза-Мертона [20][30][36]. З її допомогою оцінюється більшість опціонних контрактів на біржах. Також вона дозволяє будувати оптимальні портфелі з позиції ризик-нейтральних оцінок. Для оцінки нестандартних опціонів використовуються дещо інші моделі, які за своєю суттю є коригуваннями для рівняння Блека-Шоулза-Мертона.

Для найбільш точної оцінки деривативу інвестором слід визначити:

1) приблизну функцію розподілу базового активу;

2) подивитися, чи є скачки при зміні ціни;

3) розрахувати оптимальну для себе ставку дисконтування;

4) співвіднести отримані дані з теоретичними моделями оцінки.

Прийняти рішення про складання того чи іншого портфеля чи ні, при цьому не забуваючи про небезпеку продажу без покриття та з огляду на коефіцієнт Δ (дельта).

1.8 Висновки

Дано визначення фінансових інструментів, розглянуто їх види, історію та особливості. Визначено основні проблеми що постають перед учасниками торгів для максимізації прибутку.

Приведено перелік наявних засобів аналізу фінансових інструментів для кожного виду, визначено їх переваги та недоліки, а також популярні сценарії їх використання.

Розглянуто модель Блека-Шоулза, виділено її вагомість, із зазначенням переваг та недоліків даної моделі. Наведено наявні альтернативи та модифікації, проведено їх порівняння з оригінальною моделлю.

2 ЗАДАЧА ПОШУКУ МОМЕНТУ ЗУПИНКИ

2.1 Постановка задачі

Прибуток від реалізації опціону-кол європейського типу, в базисі якого лежить одна ціла акція, яку можна виразити у формі платіжної функції такого виду:

$$f = f(x_N) = (x_N - K)^+,$$

де $(y)^+ = max\{y, 0\}$ (також $(y)^- = max\{-y, 0\}$);

N - момент реалізації;

x_N - ціна акції, що знаходиться в базисі опціону, в момент N;

K – це ціна, яку затвердили в опціонному контракті.

Такий самий показник для опціону американського типу задається тепер системою платіжних функцій $\{f_n\}_{0 \le n \le N}$, які визначаються формулами:

$$f_n = f(x_n) = (x_n - K)^+.$$

Наша задача – задача пошуку оптимального моменту, в який держатель опціону мав би застосувати своє право на покупку(продаж) активу, який лежить в базисі опціону, для максимального прибутку.

Відповідь на ці питання дає теорія оптимальних правил зупинки [3], яка найбільш розвинута для випадку марковських випадкових послідовностей.

Візьмемо випадок з дискретним часом і скінченним часовим горизонтом ($N < \infty$). Таке рішення має в основі наступне. У випадку неперервності можна розглядати два підходи:

1) часова змінна (моменти, протягом яких діє опціонний контракт) належить скінченному проміжку $[0; T]$;

2) часова змінна належить нескінченному проміжку $[0; \infty]$.

Коли ціни акцій описуються однорідним марковським процесом з часовою змінною з нескінченного проміжку, тоді задачу можна вирішити. Для випадку скінченного часового проміжку це геть не так, так як доводиться постійно враховувати залишок часу $T - t$. В такому випадку замість граничної точки, яка є рішенням задачі про оптимальну зупинку, доведеться мати справу з граничною функцією, що викликає ряд проблем, головна з яких – неможливість знайти її аналітичний вигляд [3][37]. На практиці для розрахунків частіше використовують дискретизацію неперервного процесу.

Нехай задано фільтрований ймовірнісний простір $(\Omega, F, (F_n)_{0 \le n \le N}, P)$, $F_0 = \{\emptyset, \Omega\}$, $F_N = F$ і $f = (f_n, F_n)_{0 \le n \le N}$ - деяка стохастична послідовність на ньому, яку будемо інтерпретувати як функції платежів по опціону. Нехай також $E|f_n| < \infty$ для всіх $n \le N < \infty$. Тоді справедлива вартість опціону в момент n буде мати наступний вигляд:

$$V_n = sup\, Ef_\tau, \tag{2.1}$$

де sup береться по класу моментів зупинки $\mathfrak{M}_n^N = \{\tau : n \le \tau \le N\}$.

Рівність (2.1) має місце лише у тому випадку, коли математичні сподівання розраховуються відносно мартингальної (нейтральної до ризику) міри.

Нагадаємо, що моментом зупинки називається майже напевно скінченний марковський момент, тобто випадкова величина зі значеннями в $[0, \infty]$ така, що $\{\tau \le t\} \in F_t, t \in 0, \infty)$ і $P(\tau < \infty) = 1$.

Формула (2.1) є інтуїтивно зрозумілою: справедлива вартість опціону Американського типу – це максимальна очікувана дохідність опціону. Нехай момент, в який досягається максимальна очікувана дохідність, буде оптимальним моментом зупинки.

Формально це означає, що оптимальний в класі $\mathfrak{M}_n^N$ момент зупинки τ_n визначається властивістю:

$$Ef_{\tau_n} = V_n.$$

Проблема пошуку оптимальних моментів зупинки в цій магістерській дисертації розглядається для стандартної дифузійної моделі (B, S) -ринку, моделі CRR та CRR зі стохастичною відсотковою ставкою.

2.2 Оптимальна зупинка марковських випадкових послідовностей

Розглянемо структуру V_n. Скористаємось в першу чергу скінченністю часового горизонту, побудувавши на основі $f = (f_n)_{0 \le n \le N}$ рекурентну послідовність $\gamma = (\gamma_n)_{0 \le n \le N}$, починаючи з N:

$$\gamma_N = f_N,$$
$$\gamma_n = max(f_n, E(\gamma_{n+1}|F_n)), \tag{2.2}$$
$$\tau_n = min(i: n \le i \le N, f_i = \gamma_i), \tag{2.3}$$

для всіх $0 \le n \le N$.

Наступна теорема з [4] є однією з основних в теорії оптимальних правил зупинки.

Теорема 1. Послідовність $\gamma = (\gamma_n)_{0 \le n \le N}$, визначена співвідношеннями (2.2), і моменти τ_n, $0 \le n \le N$ мають наступні властивості:

1. $\tau_n \in \mathfrak{M}_n^N$;
2. $E\left(f_{\tau_n}|F_n\right) = \gamma_n$;

3. $E(f_\tau|F_n) \le E\left(f_{\tau_n}|F_n\right) = \gamma_n, \forall\tau \in \mathfrak{M}_n^N$;

4. $\gamma_n = \text{ess}\,sup \quad E(f_\tau|F_n), \tau \in \mathfrak{M}_n^N$. Як частковий випадок при $n = 0$ $\gamma_0 = sup \quad Ef_\tau = Ef_{\tau_n}, \tau \in \mathfrak{M}_n^N$;

5. $V_n = E\gamma_n$.

Доведення цієї теореми можна знайти в [4].

(1) слідує з визначення (2.3), так як для належності моменту τ_n до класу $\mathfrak{M}_n^N$ достатньо виконання умови $n \le \tau_n \le N$ і того, що момент τ_n є моментом зупинки.

(2) і (3) доводяться методом індукції назад, (4) слідує з (3), (5) слідує з (4) і (2.1).

З (4) і (5) слідує, що момент τ_n задовольняє умові (2.2), а отже являється оптимальним моментом зупинки в класі $\mathfrak{M}_n$.

В задачі з нескінченним часовим горизонтом $N = \infty$ дослідження структури ціни стає складнішим, так як неможливо побудувати $\gamma = (\gamma_n)_{0 \le n \le N}$ таким самим способом, не маючи кінцевого значення f_N. Разом з цим умова $N < \infty$ не надто урізає економічну інтерпретацію задачі, тому що опціон Американського типу звично має кінцевий термін погашення.

Накладемо на процес x_n вартість активу, що являється основою опціону, додаткову умову, тим самим дещо деталізувавши природу даного опціону. Припустимо що процес вартості активу це однорідний марківський процес $X = (x_n, F_n, P_x)$ з дискретним часом $n = 1,2\ldots$ та фазовим простором станів процесу (E, B) і сімейством ймовірнісних мір P_x на $F = \vee F_n$ для будь-якого стартового стану цього процесу $x \in E$.

Головний плюс марківського випадку заключається у вза'ємозв'язку математичного сподівання $E(f_\tau|F_n)$ та попередньої історії $x_i, 0 \le i < n$ тільки завдяки теперішньому моменту n, інакше кажучи через вартість x_n. Тоді ціну опціону V_n можна вважати функцією від нинішньої ціни активу, що лежить в його основі.

Для зручності замінимо систему платіжних функцій $\{f_n\}_{0\le n\le N}$ на одну функцію $f = f(x_n)$, де $f(x)$ - якась B - вимірна функція, $x \in E$.

Детально розглянемо підсумки теорії оптимальних правил зупинки для марківських випадкових процесів [2].

Обозначимо T як оператор переходу на наступний крок:

$$Tf(x) = E_x f(x_1),$$

де $E_x|f(x_1)| < \infty$;

E_x – це математичне сподівання за мірою P_x, $x \in E$.

Теорема 2. [3] Візьмемо $f = f(x)$ - де $B(\mathbb{R})$ це вимірна функція з $E_x f^-(x_k) < \infty, x \in E, k \le N,$

$$V_N(x) = sup\, E_x f(x_\tau)\,, \tau \in \mathfrak{M}_0^N$$

$$Qf(x) = max\big(f(x), Tf(x)\big)$$

$$\tau_0 = min(i{:}\, n \le i \le N, f(x_i) = V_{N-i}(x_i))$$

Тоді:

1. $V_N(x) = Q^N(x)$;

2. $V_N(x) = max(f(x), TV_{N-1}(x))$, де $V_0(x) = f(x)$;

3. В класі $\mathfrak{M}_0^N$ марківський момент τ_0 є оптимальним: $Ef(x_{\tau_0}) = V_N(x)$;

4. Послідовність $(V_{N-i}(x_i), F_i)_{0\le i\le N}$ утворює супермартингал при $\forall N \ge 0$.

Доведення теореми можна знайти в [3].

Приведемо приклад розрахунків. Нехай $N = 2$, $n = 0{,}1{,}2$. Тоді, враховуючи $Q^n g(x) = max(g(x), TQ^{n-1}g(x))$ (доведено в [3]), розрахуємо $V_2(x_0)$:

$$V_2(x_0) = Q^2 f(x_0) = max(f(x_0), TQf(x_0)) = max\big(f(x_0), E_{x_0} Qf(x_1)\big) =$$

$$= max\big(f(x_0), E_{x_0} max\big(f(x_1), E_{x_1} f(x_2)\big)\big)$$

Згідно теорії оптимальних правил зупинки марківських послідовностей та процесів знаємо, що функція $V(x)$ –мінімальна хвилююча мажоранта функції розрахунку $f(x)$ [2][4].

Функція $f(x)$ з $E_x|f(x_1)| < \infty, x \in E$ називається ексцесивною функцією для однорідного марковського процесу $X = (x_n, F_n, P_x)_{n\geq 0}, x \in E$, якщо вона задовольняє умові:

$$f(x) \geq Tf(x).$$

Якщо до того ж $f(x) \geq g(x), x \in E$ то функцію $f(x)$ називають ексцесивною мажорантою функції $g(x)$ [4].

Спираючись на першу теорему можемо звести області зупинки і відновлення досліджень для будь-якого з моментів $0 \leq n \leq N$:

$$D_n^N = \{x: x \in E, V_{N-n}(x) = f(x)\},$$
$$C_n^N = E \backslash D_n^N.$$

Порядок областей $D_0^N, D_1^N, \dots, D_N^N = E$ це ланцюг областей зупинки, а $C_0^N, C_1^N, \dots, C_N^N = \emptyset$ - ланцюг областей відновлення досліджень. Для даних областей є справедливим відношення:

$$D_0^N \subseteq D_1^N \subseteq \dots \subseteq D_N^N = E,$$
$$C_0^N \supseteq C_1^N \supseteq \dots \supseteq C_N^N = \emptyset.$$

Коли вартість x_n активу, який знаходиться в фундаменті досліджуваного опціону, влучає в необхідну область зупинки D_n^N, тоді цей момент часу n

являється найбільш підходящим в класі $\mathfrak{M}_n^N$, Якщо дивитись з економічної сторони, то це можна інтерпретувати як найбільшу дохідність в момент часу n відносно прогнозованої дохідності в прийдешніх моментах. Отже з цього можна зробити висновок, що опціон потрібно погасити саме в цей момент часу.

2.3 Дискретизація стандартної дифузійної моделі $(\boldsymbol{B}, \boldsymbol{S})$ -ринку через модель CRR

У випадку неперервного часу знаходження оптимальних моментів зупинки стає складною задачею, яку не завжди можна вирішити. Тому хорошим рішенням є дискретна апроксимація неперервних процесів [7][18][34]. Дискретним аналогом неперервної моделі Блека-Мертона-Шоулса є модель CRR. Розглянемо дискретний процес

$$S_{n+1} = b_{n+1} S_n, \tag{2.4}$$

де $n = 0..N$;

N - кінцевий термін погашення опціону;

$\{b_n\}_{n=1..N}$є однаково розподіленими бернулієвськими випадковими величинами з розподілом:

$$\begin{gathered} P(b = u) = p, \\ P(b = d) = 1 - p. \end{gathered} \tag{2.5}$$

Накладемо на геометричний броунівський рух біноміальну сітку виду так, як це зроблено в [35]. В моделі (2.3) 2 параметри: μ і σ, а в моделі (2.4) і (2.5) – 3: u, d і p.

Отже ми маємо 1 степінь свободи при апроксимації, тому доцільно зафіксувати d відносно u:

$$d = \frac{1}{u}. \tag{2.6}$$

Далі розглянемо математичне сподівання:

$$E(S_{t+\Delta t}) = puS_t + (1-p)dS_t. \tag{2.7}$$

Потрібно, щоб математичні сподівання процесів (2.4) і (2.5) у вузлах біноміальної сітки з кроком Δt співпадали. Тому, враховуючи (2.3) і (2.7), отримаємо

$$puS_t + (1-p)dS_t = e^{\mu \Delta t} S_t.$$

Розв’язавши це рівняння відносноp, знайдемо безарбітражну(risk-neutral) ймовірнісну міру для моделі (2.4) і (2.5) за умови, що вона є дискретною апроксимацією моделі (2.3):

$$p = \frac{e^{\mu \Delta t} - d}{u - d}. \text{ (2.8)}$$

Розглядаючи дисперсії, можна дійти до таких співвідношень

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}},$$
$$d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}. \tag{2.9}$$

Співвідношення (2.4),(2.5),(2.8),(2.9) є моделлю Кокса-Росса-Рубінштейна (CRR: Cox, Ross, Rubinstein). Банківський рахунок еволюціонує тривіальним способом:

$$B_t = B_0 e^{rn},$$

де $n = 0..N$.

Можемо прийняти параметр B_0 як $B_0 = 1$, так як цей параметр не становить значущого економічного значення, і в такому випадку ми не втратимо загального вигляду моделі.

За умови $d = \frac{1}{u}$ простір станів процесу S_n виглядає так:

$$S_{ji} = S_0 u^i d^{j-i}, \tag{2.10}$$

де $j = 0..N$;

$i = 0..j$;

j є часовим параметром, в моделі геометричного броунівського руху моменту j відповідає момент $j\Delta t$;

i указує на номер вузла біноміальної сітки, нумерація починається з найменшого можливого значення S_j.

2.4 Вирішення задачі оптимальної зупинки в моделі CRR

Розглянемо та застосуємо марківський варіант теорії найбільш вдалих норм зупинки [36]. Отримані висновки зазначено у попередньому розділі в другій теоремі. Натомість загального невизначеного марківського процесу x_n, що розглядався в другій теоремі, тепер отримали визначений біноміальний процес S_n, що може бути визначеним на множині означеною формулою (2.10).

Функція платежу $f(.)$ для опціону-CALL:

$$f(S_n) = \frac{(S_n - K)^+}{B_n} = e^{-(r+a)n\triangle t}(S_n - K)^+,$$

для опціону-PUT:

$$f(S_n) = \frac{(K - S_n)^+}{B_n} = e^{-(r+a)n\triangle t}(K - S_n)^+.$$

В цих платіжних функціях фігурує новий параметр a - зовнішньо задана ставка додаткового дисконту. В економічній інтерпретації цей параметр слід розуміти як відображення суб'єктивних поглядів власника опціону, який хоче швидше отримати дохід, для того, щоб, наприклад, вкласти його в інший проект, за його оцінкою більш прибутковий, ніж банківський рахунок. В такому випадку основна ставка дисконту r, яка є річною банківською відсотковою ставкою по депозитах при неперервній виплаті відсотків, не може охопити всі інтереси власника опціону. Для цього вводиться додатковий дисконт a.

Будемо шукати вартість опціону $V_N(S_0)$ та оптимальний момент зупинки τ_0 за допомогою теореми 2. Але замість того, щоб N разів використовувати оператор Q, як це пропонується в пункті (1), краще використаємо властивість (2):

$$V_N(S_n) = max(f(S_n), TV_{N-1}(S_n)),$$

де $V_0(S_n) = f(S_n)$.

Треба почати з кінця, і, рухаючись назад у часі, встановлювати вартість опціону $V_{N-n}(S_n)$.

На кожному кроці кожному вузлові біноміальної сітки відповідатиме своя вартість $V_{N-j}^{i}(S_{ji})$. Так, на першому кроці $j = N$:

$$V_{N-j}^{i}\left(S_{ji}\right) = {V_0}^{i}\left(S_{ji}\right) = f\left(S_{ji}\right), i = 0..j,$$

На другому кроці $j = N - 1$:

$$V_{N-j}^{i}\left(S_{ji}\right) = V_{N-1}^{i}\left(S_{N-1,i}\right) = max\left(f(S_{N-1,i}), TV_{N-j}^{i}(S_{N-1,i})\right) =$$
$$= max\left(f(S_{N-1,i}), TV_1^{i}(S_{N-1,i})\right),$$
$$TV_1^{i}\left(S_{N-1,i}\right) = EV_0^{i}\left(S_{N,i}\right) = Ef(S_{N,i}) = p \cdot f\left(S_{N,i+1}\right) + (1-p) \cdot f\left(S_{N,i}\right) =$$
$$= e^{-(r+a)\triangle t}\left(p \cdot \left(u \cdot S_{N-1,i} - K\right)^{+} + (1-p) \cdot \left(d \cdot S_{N-1,i} - K\right)^{+}\right),$$
$$V_{N-j}^{i}\left(S_{ji}\right) =$$
$$= max\left(f(S_{N-1,i}), e^{-(r+a)\triangle t}\left(p \cdot \left(u \cdot S_{N-1,i} - K\right)^{+} + (1-p)\left(d \cdot S_{N-1,i} - K\right)^{+}\right)\right),$$
$$i = 0..j.$$

І так далі. В загальному випадку маємо:

$$V_{N-j}\left(S_{ji}\right) = max\left(f(S_{j,i}), e^{-(r+a)\triangle t}\left(p \cdot u \cdot V_{N-j-1}\left(S_{j+1,i+1}\right) + \right.\right.$$
$$\left.\left. +(1-p) \cdot d \cdot V_{N-j-1}\left(S_{j+1,i}\right)\right)\right),$$

де $j = N..0, i = 0..j$.

На кроці $j = 0$ залишиться один вузол, значення вартості в якому $V_N^0(S_{0,0})$ і буде справедливою вартістю опціону. Тепер розглянемо питання знаходження оптимальних моментів зупинки.

При відсутності додаткового дисконту $a = 0$ задача має тривіальний розв'язок. Оскільки ми припустили, що ринок є безарбітражним, послідовність $\frac{S_n}{B_n}$ є мартингалом. Тоді послідовність $f(S_n) = e^{-(r+a)n\triangle t}(S_n - K)^+ = \frac{(S_n-K)^+}{B_n}$ є субмартингалом, так як послідовність $\frac{K}{B_n} = e^{-rn\triangle t}K$ є спадною. Значить, платіжна функція у випадку американського опціону-колл в середньому зростає і оптимальним моментом зупинки буде кінцевий момент дії опціону $\tau_0 = N$.

Для американського опціону-пут платіжна функція $f(S_n) = e^{-(r+a)n}(K - S_n)^+ = \frac{(K-S_n)^+}{B_n}$ в силу аналогічних міркувань утворює супермартингал, а тому оптимальним моментом зупинки буде перший момент, в який можливо отримати додатній дохід:

$$\tau_0 = min(n: 0 \leq n \leq N, f(S_n) > 0).$$

Випадок $a > 0$ є куди більш цікавішим і вимагає побудови областей зупинки D_0^N і областей продовження спостережень C_0^N.

2.5 Модель CRR зі стохастичною відсотковою ставкою

У наведених вище моделях Блека-Мертона-Шоулса та CRR відсоткова ставка банківського вкладу припускається постійною і відомою [3][4]. Насправді це є досить сильним припущенням, тому що термін дії опціонного контракту може бути досить тривалим. Тому доцільно відсоткову ставку r зробити внутрішньою змінною моделі [37]. Тоді, в силу припущення про безарбітражність ринку, розподіл величини відносного приросту ціни акції буде змінюватись (згідно з формулою (2.8)).

Існує багато моделей еволюції відсоткових ставок. Візьмемо стохастичну модель Мертона:

$$dr(t) = \alpha dt + \gamma dW_t,$$

де W_t - вінерівський процес, заданий на стохастичному базисі $(\Omega, F, (F_t)_{t\geq 0}, P)$;

параметри α і γ припускаються відомими.

В дискретному варіанті:

$$r_{n+1} = r_n + \alpha \bigtriangleup t + \varepsilon_n,$$

де ε - незалежні випадкові величини з розподілом $N(0,\bigtriangleup t\gamma^2)$.

В формулу для r_n єдине джерело випадковості (нормально розподілені величини ε) входять «з запізненням» на один крок. Це означає, що r_n є F_{n-1}- вимірною випадковою величиною. Це означає, що в будь-який момент nвідоме значення відсоткової ставки для наступного моменту $n+1$, але значення для моментів $n+2, n+3..$ залишається невідомим. Таким чином введена відсоткова ставка є стохастичною, але в той же час задовольняє розумним уявленням про те, що учасники ринку мають знати значення відсоткової ставки хоча б для наступного моменту.

В такому випадку для того, щоб забезпечити безарбітражність ринку, ми будемо мати справу з послідовністю ймовірностей переходів $\{p_n\}_{n=1..N}$для процесу S_n.

Дійсно, розглянемо питання про безарбітражність цього ринку. Скористаємось мартингальним критерієм, згідно з яким послідовність дисконтованих цін має задовольняти умови:

$$E\left|\frac{S_n}{B_n}\right| < \infty, n = 1..N,$$
$$E\left(\frac{S_n}{B_n}|F_m\right) = \frac{S_m}{B_m}, \forall n > m,\ n, m = 1..N.$$

Перша умова виконується внаслідок бернулієвського розподілу величин $\{b_n\}_{n=1..N}$. Для виконання другої умови необхідно (але не достатньо) виконання хоча б рівностей:

$$E\left(\frac{S_{n+1}}{B_{n+1}}|F_n\right) = \frac{S_n}{B_n}.$$

Звідси можна отримати ймовірності переходів p_n для кожного кроку:

$$\frac{p_{n+1}uS_n + (1 - p_{n+1})dS_n}{B_n e^{r_{n+1}\triangle t}} = \frac{S_n}{B_n},$$
$$p_{n+1}u + (1 - p_{n+1})d = e^{r_{n+1}\triangle t},$$
$$p_{n+1} = \frac{e^{r_{n+1}\triangle t} - d}{u - d}.$$

Ймовірності для наступних кроків $p_{n+2}, p_{n+3}\dots$ треба розраховувати використовуючи замість r_{n+1} величини $Er_{n+2}, Er_{n+3}\dots$В загальному випадку:

$$Er_n = r_1 + \alpha(n-1) \triangle t.$$

Таким чином кінцевий варіант моделі ринку акцій для розрахунків оптимальних моментів погашення та справедливої вартості опціонів американського типу є трохи модифікована модель CRR:

$$S_{n+1} = b_{n+1}S_n,$$
$$B_n = e^{r_n n \triangle t},$$
$$r_{n+1} = r_n + \alpha \triangle t + \varepsilon_n.$$

Розподіл бернулієвських випадкових величин b_n залежить від r_n та σ через формули. Таким чином зовнішніми параметрами в цій моделі є $\sigma,\ \alpha,\ \gamma$ та величина кроку дискретизації Δt.

2.6 Висновки

Визначено задачу пошуку моменту зупинки для максимізації прибутку, сформовоно її аналітичний вигляд, показано її економічний зміст. Розглянуто оптимальні моменти зупинки в макровських випадкових процесах.

Описано складність розв’язання даної задачі в неперервному вигляді та рішення цієї проблеми у вигляді дисретизації стандартної дифузійної функції до CRR моделі.

3 ПРИКЛАД МАКСИМІЗАЦІЇ ПРИБУТКУ ШЛЯХОМ ЗНАХОДЖЕННЯ ОПТИМАЛЬНОГО МОМЕНТУ ЗУПИНКИ

3.1 Огляд даних

Для проведення розрахунків необхідно взяти інформацію щодо фінансових інструментів за обширний період часу. Для цього ми звернулись до даних з української фондової біржі. В минулому під біржею сприймали фізичне місце чи будівлю, де в визначені години біржеві торгівці та посередники зустрічалися для підписання договорів щодо деяких товарів чи цінних паперів. Зараз же біржеві торги виглядають по іншому: з використанням спеціалізованих програм онлайн. Не дивлячись на вище сказане об’єми онлайн торгів великі, що обумовлено світовою популярністю інтернет-трейдингу. В Україні ж ці технології не дуже розвинені, як і сама біржова торгівля. Тому для розгляду було відібрано найпопулярніші інструменти на біржі, так як їх обсяги торгів достатньо високими (табл 3.1).

Таблиця 3.1 – Відібрані акції

Назва Акцій	Номінал	Тикер	Назва емітенту
Райфайзен банк Аваль	0,1	BAVL	Райффайзен Банк Аваль, АТ
Укрнафта	0,25	UNAF	Укрнафта, ПАТ
Центренерго	1,3	CEEN	Центренерго, ПАТ

Давайте розглянемо динаміку торгів за період з 1 січня 2019 року по 31 грудня 2019 року. Нижче наведено графіки що наглядно відображають зміни в ціні на акцій Райфайзен банк Аваль (Рис. 3.1), Укрнафти (Рис. 3.2) та Центренерго (Рис. 3.3).

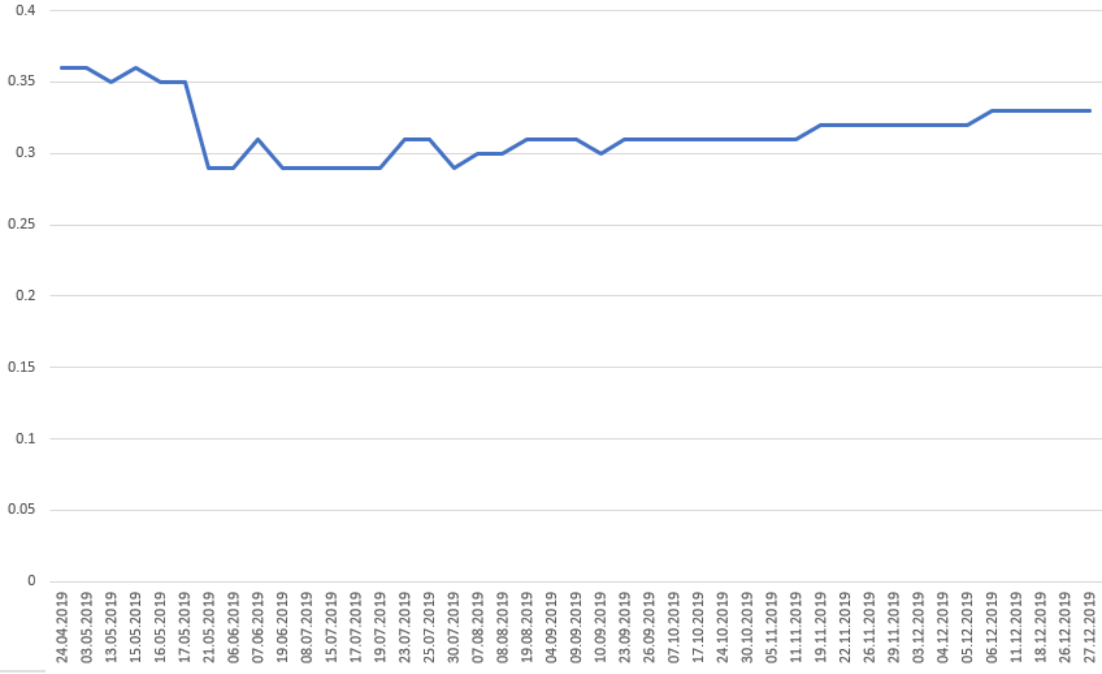


Рисунок 3.1 – Динаміка ціни акцій Райфайзен Банк Аваль

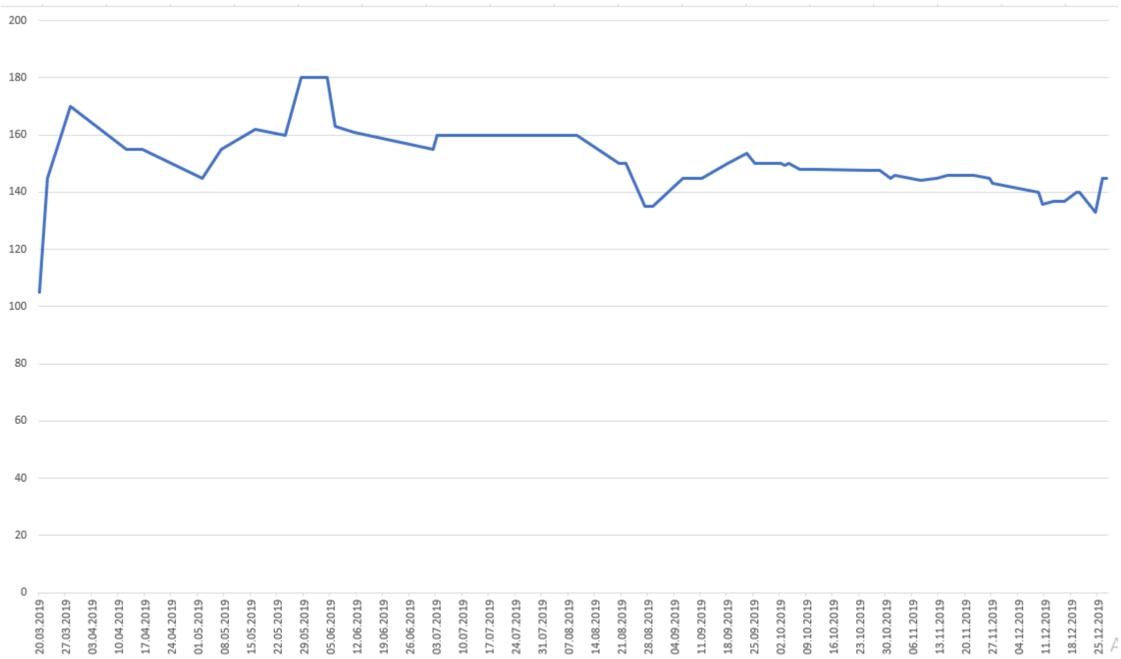


Рисунок 3.2 – Динаміка ціни акцій Укрнафти

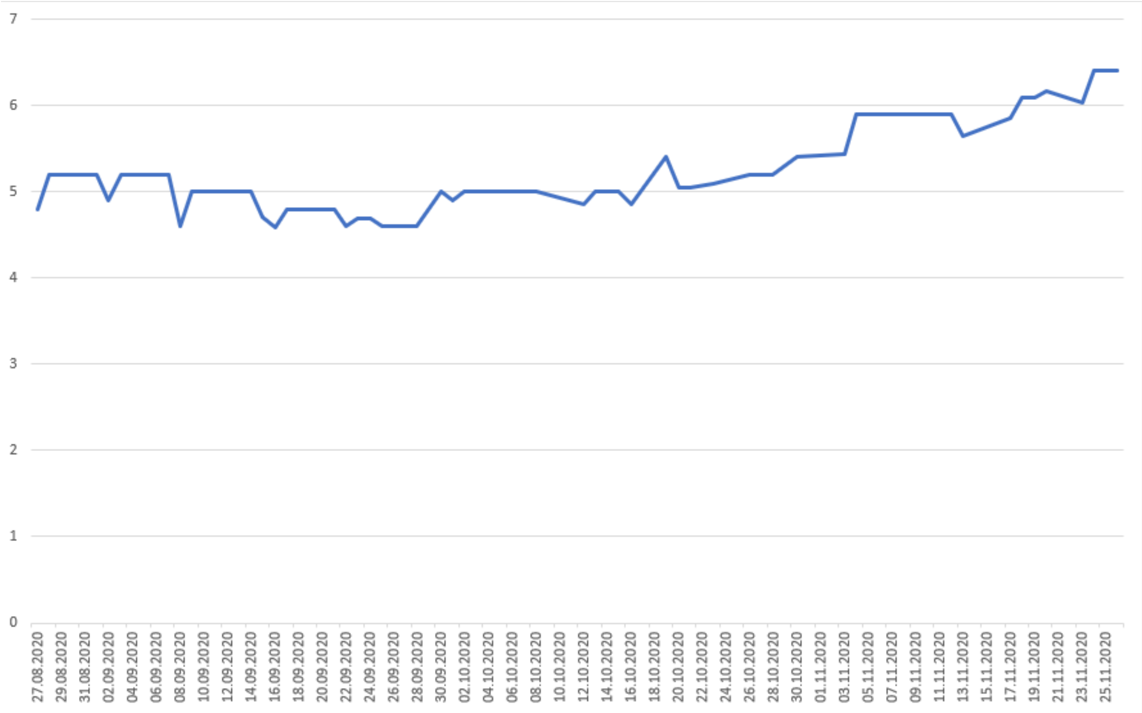


Рисунок 3.3 – Динаміка ціни акцій Центренерго

З даних графіків наглядно видно, що даними інструментами відносно активно торгують, а їх ціна доволі динамічно змінюється.

3.2 Побудова моделі

Припустимо, що цей часовий ряд є вибіркою з реалізації процесу ціни акцій стандартної дифузійної моделі:

$$S_t = S_0 e^{(\mu - \frac{\sigma^2}{2})t + \sigma W_t}.$$

Постає задача оцінки параметрів. Запишемо попереднє рівняння у дискретній формі з кроком Δt:

$$S_{t+\Delta t} = S_t e^{\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)\Delta t + \sigma(W_{t+\Delta t} - W_t)},$$

$$\frac{S_{t+\Delta t}}{S_t} = e^{\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)\Delta t + \sigma(W_{t+\Delta t} - W_t)}.$$

Приріст вінерівського процесу $W_{t+\Delta t} - W_t$, як відомо, є нормально розподіленою випадковою величиною $N(0, \Delta t)$. Тому отримуємо:

$$\frac{S_{t+\Delta t}}{S_t} = e^{N(\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)\Delta t, \sigma^2 \Delta t)}.$$

Величина $\frac{S_{t+\Delta t}}{S_t}$ має логнормальний розподіл:

$$\frac{S_{t+\Delta t}}{S_t} \sim LogN(\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)\Delta t, \sigma^2 \Delta t).$$

Для зручності перейдемо до нормального закону:

$$ln\frac{S_{t+\Delta t}}{S_t} \sim N(\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)\Delta t, \sigma^2 \Delta t).$$

Тепер, скориставшись статистикою, можна отримати оцінки для μ і σ.

$$\sigma = \sqrt{\frac{var \ln\frac{S_{n+1}}{S_n}}{\Delta t}},$$

$$\mu = \frac{mean \ln\frac{S_{n+1}}{S_n}}{\Delta t} + \frac{\sigma^2}{2},$$

де mean – середнє;

var – вибіркова дисперсія.

Для перевірки адекватності отриманих моделей скористаємось критерієм згоди Пірсона (напр., [10][37]). Нам треба перевірити, чи дійсно величини $\ln\frac{S_{n+1}}{S_n}$ розподілені за законом $N(mean\ln\frac{S_{n+1}}{S_n}, var\ln\frac{S_{n+1}}{S_n})$. Для цього треба підрахувати значення критерію:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n}\frac{(p_i^{theor} - p_i^{emp})^2}{p_i^{theor}},$$

де $p_i^{theor} = \int_{x_i-1}^{x_i} f(x)dx$ – теоретична ймовірність потрапляння величини до і-го інтервалу (в нашому випадку $f(x)$ – функція щільності нормального розподілу);

$p_i^{emp} = \frac{n_i}{N}$ - частота потрапляння до і-го інтервалу (n_i – кількість потрапляння до i -го інтервалу, N - кількість спостережень).

Правило критерію говорить: якщо отримана статистика перевищує квантиль закону розподілу χ^2 заданого рівня значимості α з $(k - p - 1)$ рівнями свободи, де k – число спостережень або число інтервалів, p – кількість оцінюваних параметрів закону розподілу, то гіпотеза H_0 відкидається. В протилежному випадку гіпотезаH_0 приймається на заданому рівні значимості α.

В нашому випадку гіпотеза H_0 заключається в тому, що

$$ln\frac{S_{n+1}}{S_n} \sim N(mean\ln\frac{S_{n+1}}{S_n}, var\ln\frac{S_{n+1}}{S_n}).$$

Для тесту використовувались 10 інтервалів, тому число степенів свободи - 7.

Можемо прийняти гіпотезу H_0 для акцій Західенерго і Мотор Січ з рівнем значимості 0,99 і акцій Укрсоцбанк з рівнем значимості 0,95. Це підтверджує адекватність отриманих моделей.

Тепер треба перейти від стандартної дифузійної моделі до біноміальної:

$$S_{n+1} = b_{n+1} S_n,$$
$$P(b = u) = p,$$
$$P(b = d) = 1 - p.$$

Використаємо для цього параметризацію Кокса-Росса-Рубіншейна (2.8)(2.9):

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}},$$
$$d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}},$$
$$p = \frac{e^{\mu\sqrt{\Delta t}} - d}{u - d}.$$

В якості S_0 візьмемо останні значення часових рядів. Нехай опціони дійсні протягом 4 місяців $T = 4/12$. Візьмемо біноміальне дерево з $N = 10$ кроками. Тоді $\Delta t = \frac{T}{N} = 0{,}033$. Ціну виконання K будемо встановлювати дещо вищою, ніж S_0.

Нагадаємо, що відсоткова ставка в нашій версії CRR еволюціонує згідно з формулою:

$$r_{n+1} = r_n + \alpha\Delta t + \varepsilon_n, \qquad \varepsilon_n \sim N(0, \Delta t\gamma^2).$$

Візьмемо такі параметри для розрахунків відсоткової ставки: $r_n = 0.15, \alpha = 0.1, \gamma = 0.02$.

На рис. 3.4 зображено одну з реалізацій стохастичної відсоткової ставки

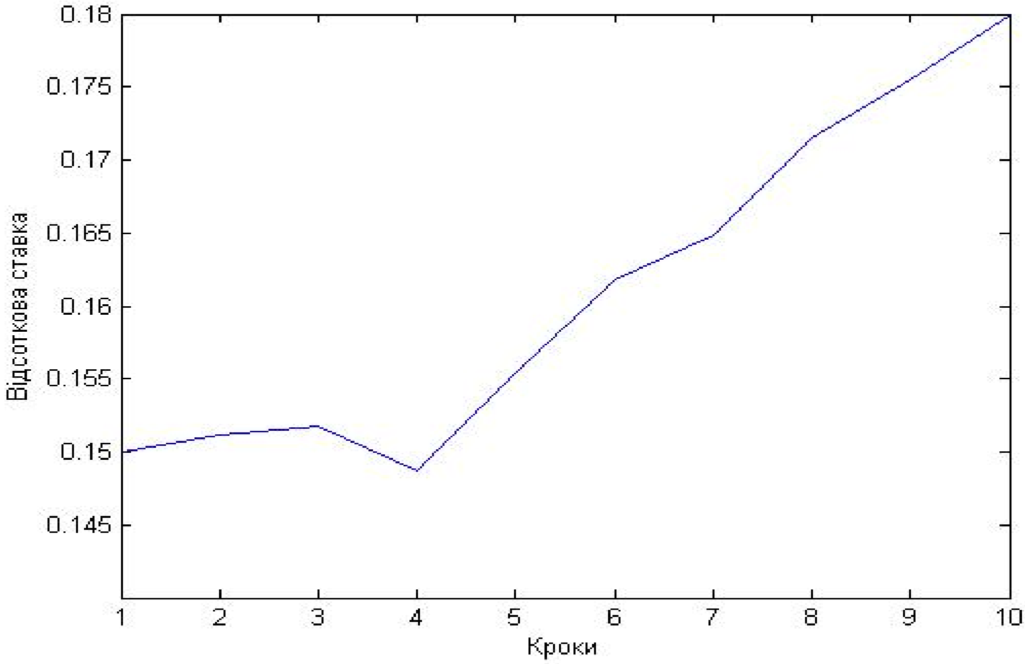


Рисунок 3.4 – Одна з реалізацій стохастичної відсоткової ставки

Для розрахунків в момент $n = 0$ ми маємо розглядати стохастичну відсоткову ставку через математичні сподівання процесу для кожного з моментів n:

$$Er_n = r_0 + n\alpha\Delta t.$$

Графік поведінки стохастичної відсоткової ставки «в середньому» зображено на рис. 3.5.

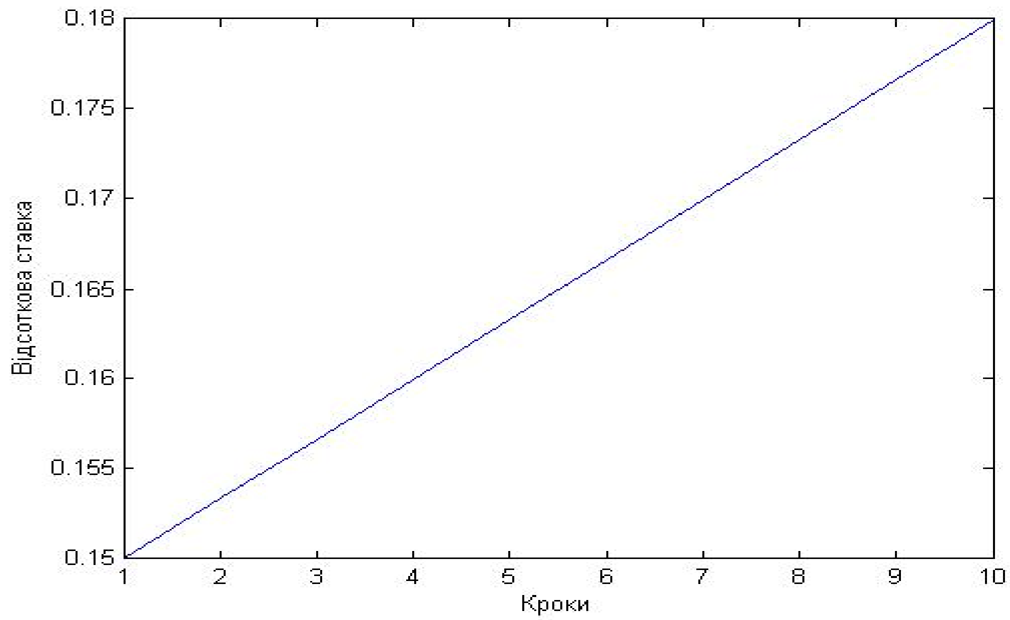


Рисунок 3.5 – Поведінка стохастичної відсоткової ставки «в середньому»

3.3 Розрахунок областей зупинки

Для розв'язання цієї задачі виконавцем магістерської дисертації було модуль на платформі .NET.

Таким чином розрахунок областей зупинки та продовження спостережень залежить від:

- параметрів руху цін акцій: μ, σ;
- параметрів руху відсоткової ставки: r_0, α;
- параметрів опціонного контракту: S_0, K, T;
- параметрів розрахунку: N, a.

Побудуємо області зупинки та відновлення досліджень для опціонів-колл на кожну з трьох акцій з параметрами S_0 і K. Додатковий дисконт a будемо вважати рівним 0. Розглянемо спочатку випадок змінної, але не стохастичної відсоткової ставки, тому що стохастична відсоткова ставка веде за собою принципове ускладнення розрахунків, визвано тим, що математичні сподівання Er_n буду змінюватися на кожному кроці і області зупинки і відновлення досліджень доведеться постійно перераховувати [38][39]. Для того, щоб відсоткова ставка була змінною, але не стохастичною, достатньо взяти $\gamma = 0$.

Почнемо з того, що розрахуємо значення ціни акції S_n^i у кожному вузлі біноміального дерева.

Отже обчислимо будь-якому з вузлів біноміального дерева величину платежів:

$$f_n^i = f\left(S_n^i\right) = e^{-r_n n\Delta t}(S_n^i - K)^+.$$

Потім обчислимо значення величин $V_{N-n}\left(S_n^i\right)$, що демонструють приналежність обраного вузла (n, i) до області зупинки чи області відновлення досліджень.

За формулою з другої теореми:

$$\tau_0 = \min\left(n{:}\, 0 \le n \le N, f\left(S_n^i\right) = V_{N-n}\left(S_n^i\right)\right),$$

є можливість дослідити момент n на те чи є він найкращим для припинення пошуку спираючись те, що вартість акцій влучить в і-ий вузол біноміального дерева, тобто при $S_n = S_n^i$. Так само можна визначити область, до якої має відношення і-й вузол – області зупинки D_n або області відновлення досліджень C_n.

Тепер тільки потрібно інтерпретувати результати пошуку для неперервної торгівлі. Щоб виконати дану дію потрібно пересилити дискретність розглядаємої моделі CRR у часі та у множині станів [40].

По часовій шкалі будемо вважати вузол біноміального дерева не точкою $n\Delta t$, а проміжком $\left(n\Delta t - \frac{\Delta t}{2}, n\Delta t + \frac{\Delta t}{2}\right]$. По грошовій шкалі підемо таким самим шляхом, взявши замість S_n^i півінтервали $(\frac{S_n^i+S_n^{i-1}}{2}, \frac{S_n^i+S_n^{i+1}}{2}]$. При такому підході кожним вузлом біноміального дерева буде не точка, а прямокутник в просторі часгроші.

У результаті розрахунків можна побачити, що області зупинки та відновлення досліджень мають тривіальний вигляд – власник опціону має тримати опціон до кінця і виконувати його лише в дату закриття. В цих випадках опціон американського типу «співпадає» з опціоном європейського типу. Це пояснюється тим, що процес ціни в цих випадках в середньому зростає швидше, ніж процес банківського рахунку, тому найбільшою очікуваною дисконтованою дохідністю володіє останній момент, тобто дата закриття.

Якщо тепер ми візьмемо стохастичну відсоткову ставку, тобто $\gamma > 0$, математичні сподівання будуть розраховуватись за формулою:

$$Er_n = r_k + (n-k)\alpha\Delta t,$$

де k – номер кроку, на якому «фізично» знаходиться спостерігач.

Очевидно, що на різних кроках ми будемо мати різні математичні сподівання значень відсоткової ставки на наступних кроках. Це природньо, тому що вони залежать від попередньої реалізації процесу через значення r_k – значення, з якого виходить процес в момент k. Тому величини виплат $f(S_n^i)$ доведеться постійно перераховувати. Для k-го кроку доведеться перерахувати значення $f(S_n^i)$ для всіх $n > k$ і вже тоді по отриманих значеннях $V_{N-k}(S_k^i)$ визначити області зупинки та відновлення досліджень. Тобто розрахунок проходить по мірі реалізації процесу стохастичної відсоткової ставки.

3.4 Огляд програмного продукту

Дану задачу було реалізовано на крос-платформному середовищі .NET 5. Завдяки цьому середовищу можна зручно будувати Web API. У ході розробки математичного модулю було використано бібліотеку з відритим вихідним кодом MathNet.Numerics, а точніше її модуль Statistics, що сильно спрощує роботу з даними.

З розробленим API можна взаємодіяти напряму за допомогою Http запитів. Також для спрощення тестування було створено інтерфейс за допомогою Swagger. Нижче показано специфікацію (рис. 3.6).

Рисунок 3.6 – Специфікація API

Для зручності поширення розробленої логіки, в процесі розробки вона була винесена в окремий модуль, що дає можливість в майбутньому легко перевикористати її в інших проектах. Нижче показано структуру додатку (рис. 3.7).

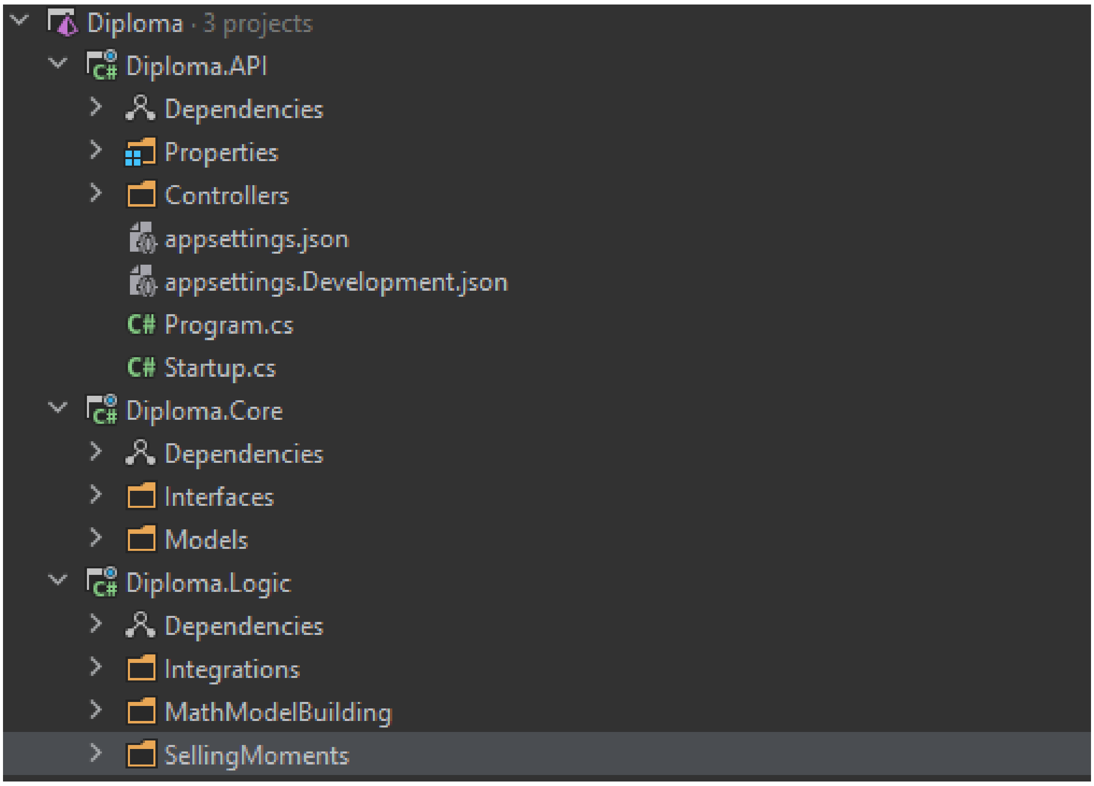


Рисунок 3.7 – Структура програми

Також в ході розробки стало зрозуміло, що для зручності використання необхідно створити інтуїтивний та простий користувацький інтерфейс, бо навряд чи хтось буде використовувати Http запити чи інтерфейс згенерований Swagger.

Для розробки користувацького інтерфейсу було обрано популярний JavaScript фреймворк – ReactJs.

При відкритті сайту відразу видно головний екран (рис. 3.8), де за допомогою пошукового рядку можна легко знайти за ключовими словами потрібну інформацію про біржові символи (рис. 3.9).

Рисунок 3.8 – Головний екран

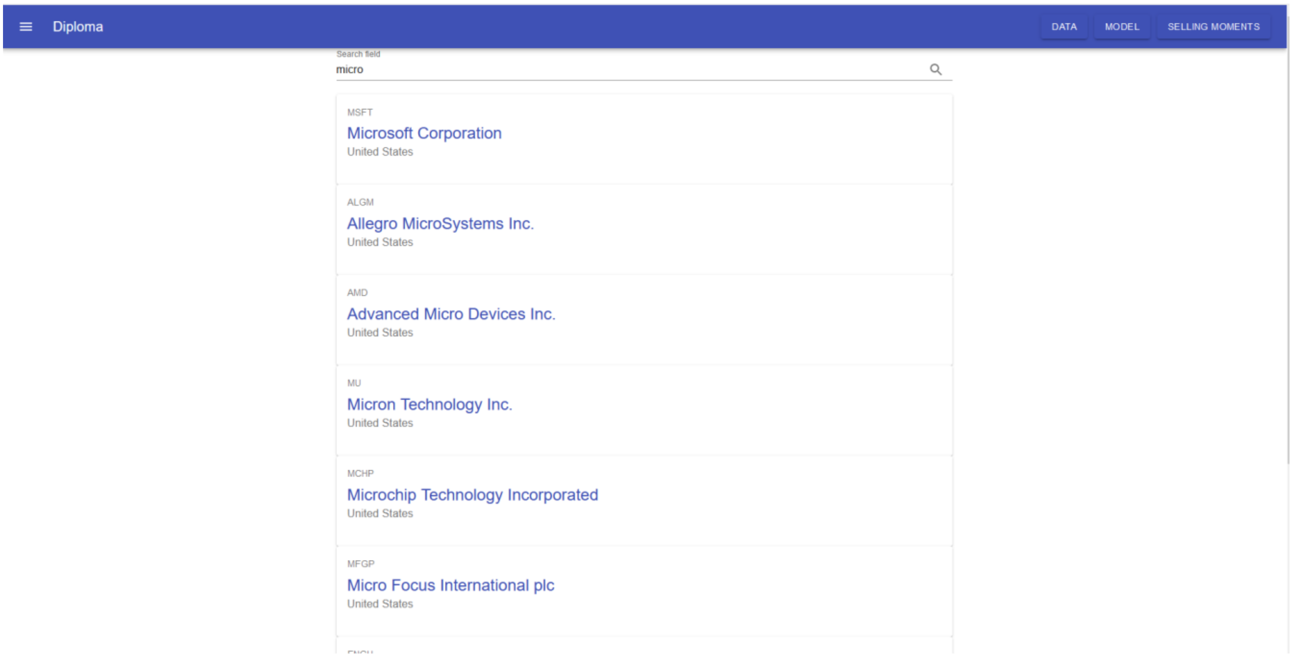


Рисунок 3.9 – Приклад використання пошуку

При натисненні на посилання з назвою компанії можна перейти на сторінку з деталями про неї, графіком її акцій та можливістю ці самі дані завантажити (рис. 3.10). Також на цьому екрані можна побудувати моделі для обраної акції та отримати моменти зупинки/продажу (рис. 3.11).

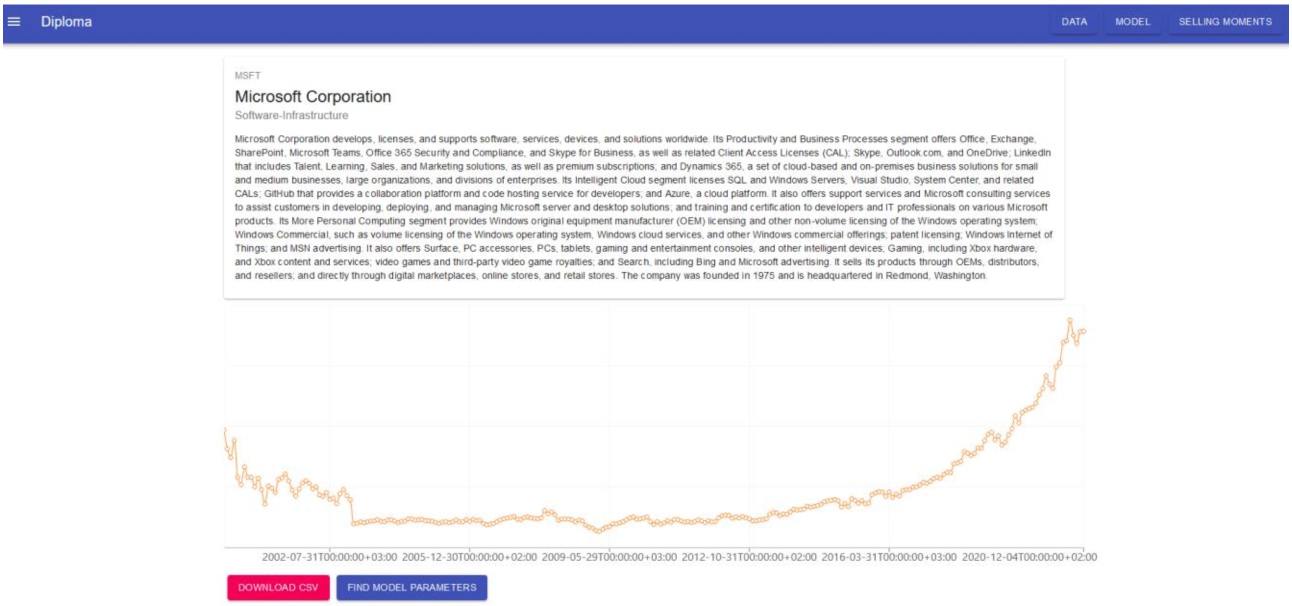


Рисунок 3.10 – Екран з деталями акції та моделями

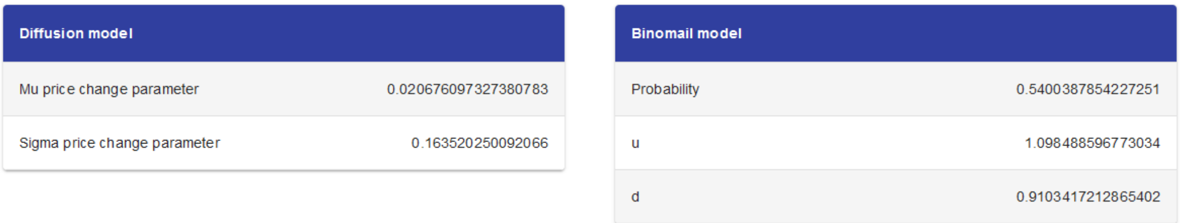


Рисунок 3.11 – Екран з результатами побудови моделей

3.5 Висновки

Проведено огляд даних, опис їх джерел, аргументовано причини їх вибору та вибору періоду часу. Також продемонстровано динаміку зміни цін на акції та показано обширність торгів обраними інструментами.

Описано алгоритми побудови моделей та розрахунку областей зупинки. Показано особливості їх реалізації.

Продемонстровано розроблений програмний інтерфейс, надано способи взаємодії користувача з розробленим програмний модулем, доведено його зручність та придатність для використання.

4 РОЗРОБЛЕННЯ СТАРТАП-ПРОЕКТУ

4.1 Опис ідеї проекту

У межах даної магістерської дисертації було розроблено програмний модуль, що можна використовувати для пошуку моментів зупинки в фінансових інструментах, що допоможе приймати рішення, що максимізують прибутки. Можливі напрямки застосування та їх вигода для користувача відображені в таблиці 4.1.

Таблиця 4.1 – Опис ідеї стартап-проекту

Зміст ідеї	Напрямки застосування	Інтерес для користувача
Програмний модуль для пошуку моменту зупинки фінансового інструменту	1. Аналіз конкретного фінансового інструменту «вручну» користувачем	Програма з якою можна взаємодіяти через зручний користувацький інтерфейс
	2. Використання програмного модулю окремо для інтеграції в більш складні платформи на .NET з аналізу фінансових інструментів	Програмний модуль, що можна легко інтегрувати в будь яку платформу розроблену на платформі .NET
	3. Інтеграція з будь якою платформою за допомогою REST API	Зручний API, для інтеграції з будь якою платформою

На відміну від рішень конкурентів дана реалізація направлена не тільки на взаємодію з користувачем, а й на зручну та швидку інтеграцію в будь-яке існуюче програмне рішення. Аналіз потенційних техніко-економічних переваг даної ідеї зображено в таблиці 4.2.

Таблиця 4.2 – Аналіз потенційних техніко-економічних переваг даної ідеї

№	Техніко-економічні характеристики ідеї	(потенційні) товари/концепції конкурентів		W (слабка сторона)	N (нейтральна сторона)	S (сильна сторона)
		Мій проект	Платформи для аналізу фінансового інструменту			
1	Функціонал	Виключно функціонал з пошуку моменту зупинки	Широкий функціонал для аналізу фінансового інструменту	Мало функціоналу порівняно з конкурентами	Наявний функціонал працює	Простота функціоналу спрощує взаємодію користувача з системою
2	Ціна	Низька	Висока	Куплений користувачем продукт може розчарувати скудністю функціоналу	Ціна справедлива відносно наданих Функціональних можливостей	Низька ціна
3	Гнучкість	Можливість інтегруватися з будь якою системою, можливість самостійного використання	Заточеність на використання користувачами через програмний інтерфейс	Конкурентні рішення краще підходять для окремо користувача – трейдера	Можливість інтегруватися з будь якою системою	Краща інтеграція в існуючі системи

4.2 Технологічний аудит ідеї проекту

Як технологію реалізації було обрано платформу .NET, як сучасне крос-платформне рішення з відкритим кодом, що підтримується одним з лідерів ринку – компанією Microsoft (табл. 4.3).

Таблиця 4.3 – Опис технологій для реалізації проекту

№	Ідея проекту	Технології її реалізації	Наявність технологій	Доступність технологій
1	Веб – інтерфейс	ASP.NET MWC	Наявні	Доступні
2	Користувацький Інтерфейс	HTML+ CSS + JS	Наявні	Доступні

Отже, реалізація даного проекту можлива.

4.3 Аналіз ринкових можливостей запуску стартап-проекту

Для аналізу ринкових можливостей запуску цього проекту необхідно розуміти попит на ринку у даній сфері (табл. 4.4).

Таблиця 4.4 – Аналіз попиту

№	Показники стану ринку	Характеристика
1	Кількість головних гравців, од	21
2	Загальний обсяг продаж, грн/ум.од	~1000000
3	Динаміка ринку (якісна оцінка)	Стагнує
4	Наявність обмежень для входу (вказати характер обмежень)	Відсутні
5	Специфічні вимоги до стандартизації та сертифікації	Відсутні
6	Середня норма рентабельності в галузі (або по ринку), %	~7%

Отже, даний ринок привабливий, оскільки середня норма рентабельності вище за банківські вклади. Проте необхідно зважати на велику кількість потужних конкурентних рішень

Проведемо аналіз та визначемо потенційних груп клієнтів (табл. 4.5).

Таблиця 4.5 – Потенційні групи клієнтів

Потреба, що формує ринок	Цільова аудиторія (цільові сегменти ринку)	Відмінності у поведінці різних потенційних цільових груп клієнтів	Вимоги споживачів до товару
Потреба в допомозі прийнятті рішень для трейдерів	- трейдери; - інші платформи для аналізу фінансових інструментів.	- окремий користувач; - інша платформа для підтримки прийняття рішень.	- стабільність якість підрахунків; -низький відсоток похибок.

Проведемо огляд ринкового серидовища (його загроз (табл. 4.6) та можливостей(табл. 4.7)), всі визначені в таблицях фактори відсортовано в порядку зменшення значущості.

Таблиця 4.6 – Фактори загроз

№	Фактор	Зміст загрози	Можлива реакція
1	Ціна	Наявність безкоштовних або дешевших альтернатив	Зниження вартості п перехід на інші моделі поширення
2	Перенасичення ринку	Велика кількість потужних конкурентів	Агресивна реклама перехід на іншу модель поширення (наприклад чистий b2b)

Таблиця 4.7 – Фактори можливостей

№	Фактор	Зміст можливості	Можлива реакція
1	Вихід на ринок нових платформ для аналізу фінансового інструменту	Можливість продати своє рішення як програмний модуль для нових компаній	Інтеграція з новими платформами
2	Зростання зацікавленості трейдингом (зокрема в Україні)	Можливість продати свій продукт новим користувачам	Відкриття курсів трейдингу від компанії з обширним використанням нашого продукту

Визначимо загальні риси конкуренції на ринку (табл. 4.8).

Таблиця 4.8 – Аналіз конкуренції на ринку

№	Особливості конкурентного середовища	В чому проявляється дана характеристика	Вплив на діяльність підприємства
1	Вказати тип конкуренції	чиста	Якість продукту
2	За рівнем конкурентної боротьби	національний	Агресивна реклама
3	Конкуренція за видами товарів	Товарно-видова	Перевага в простоті інтеграції порівняно з іншими продуктами
4	За характером конкурентних переваг	цінова	Нижча ціна
5	За інтенсивністю	Не марочна	-
6	За галузевою ознакою	внутрішньогалузева	Якість продукту

Проаналізуємо конкуренції в галузі для обраного стартап проекту (табл. 4.9).

Таблиця 4.9 – Аналіз конкуренції в галузі за М. Портером

Складові аналізу	Відповідь	Висновки
Прямі конкуренти в галузі	«Алор-Тик», Maple	Боротьба не буде інтенсивною, так як дані рішення концентруються на роботі виключно з клієнтом в той час як наш проект більше орієнтований на інтеграцію з іншими платформами
Потенційні конкуренти	-	Можливості для входу в ринок є. Потенційним конкурентом можуть бути ті ж самі аналітичні платформи, при умові що вони перенесуть свої рішення в веб API
Постачальники	Вплив постачальників мінімальний (постачальників технологій)	Постачальники не диктують умов на ринку
Клієнти	Клієнт повністю обирає більш цікавий йому продукт	Обмеження щодо використання інструменту напряму користувачем, оскільки можна замінити наш продукт більш функціональним продуктом конкурента
Клієнти Товари-замінники	- більший функціонал; - кращий інтерфейс користувача	Клієнти диктують умови на ринку. Серед них є як найнижча ціна так і найвища якість продукту. Це зумовлено високою конкуренцією

Отже, можемо зробити висновок щодо принципової можливості роботи на ринку з огляду на конкурентну ситуацію. Судячи з наведеної таблиці – це можливо, особливо при умові розповсюдження за допомогою інтеграції. Для цього потрібно також забезпечити максимально можливість швидкість обробки запитів та мінімальний відсоток похибок.

Також не завадять зручні та продумані інтерфейси. Також важливими факторами є гнучкість та доступність для всіх можливих груп користувачів та широта функціоналу. Обґрунтуємо фактори конкурентоспроможності (табл. 4.10) та проаналізємо сильні та слабкі сторони даного проекту (табл. 4.11).

Таблиця 4.10 - Обґрунтування факторів конкурентоспроможності

№	Фактор конкурентоспроможності	Обґрунтування
1	Швидкодія	Чим швидше працює продукт, тим більш задоволені клієнти, так як ніхто не любить очікувати
2	Низька кількість помилок	Так як система повинна допомагати приймати рішення щодо фінансової діяльності клієнта, необхідно забезпечити максимально безпомилкову її роботу, так як помилки дуже критичні і можуть коштувати великих репутаційних втрат
3	Гарний інтерфейс	Гарні інтерфейси допоможуть покращити досвід взаємодії з програмою
4	Гнучкість та доступність	Важливо заточити програмний модуль не тільки для інтеграції з іншими платформами, а й для роботи вручну, так як це як мінімум демонструє функціонал партнерам, та дає змогу залучити додаткові прибутки від користувача
5	Функціонал	Чим більше функцій пропонуватиме система, тим більш цікавою та конкурентоспроможною вона буде

Таблиця 4.11 – Аналіз сильних та слабких сторін стартап-проекту

№	Фактор конкурентоспроможності	Бали	Рейтинг товарів-конкурентів						
			-3	-2	-1	0	+1	+2	+3
1	Швидкодія	3				+			
2	Низька кількість помилок	4						+	
3	Гарний інтерфейс	1			+				
4	Гнучкість та доступність	6							+
5	Функціонал	6	+						

Проведемо SWOT-аналіз стартапу (табл. 4.12) та перевіримо альтернативи ринкового впровадження проекту (табл. 4.13).

Таблиця 4.12 – SWOT- аналіз стартап-проекту

Сильні сторони: Гнучкість та доступність, низька кількість помилок	Слабкі сторони: Функціонал, Швидкодія
Можливості: Вихід на ринок нових платформ для аналізу фінансового інструменту, Зростання зацікавленості трейдингом (зокрема в Україні)	Загрози: Перенасичення ринку, ціна

Таблиця 4.13 – Альтернативи ринкового впровадження стартап-проекту

№	Альтернатива (орієнтовний комплекс заходів) ринкової поведінки	Ймовірність отримання ресурсів	Строки реалізації
1	Покращення інтерфейсу	100%	3 місяці
2	Розширення функціоналу	100%	2 роки
3	Покращення швидкодії	30%	6 місяців

Отже, з розглянутих альтернатив найбільш ефективно буде зосередитись на розширенні функціоналу та покращенні інтерфейсу.

4.4. Розроблення ринкової стратегії проекту

Розроблення ринкової стратегії першим кроком передбачає визначення стратегії охоплення ринку: опис цільових груп потенційних споживачів (табл. 4.14).

Таблиця 4.14 – Опис цільових груп потенційних споживачів

№	Опис профілю цільової групи потенційних клієнтів	Готовність споживачів сприйняти продукт	Орієнтовний попит в межах цільового сегменту	Інтенсивність конкуренції в сегменті	Простота входу у сегмент
1	Трейдери новачки	Висока	Високий	Висока	Середня
2	Трейдери професіонали	Низька	Низький	Висока	Середня
3	Інші платформи	Високий	Середній	Низький	Проста

Які цільові групи обрано: трейдери-новачки та інші платформи. Отже, як видно з наведеної таблиці, компанія буде працювати з кількома сегментами ринку, розробляючи для них окремо програми ринкового впливу, а отже вона буде використовувати вона стратегію диференційованого маркетингу.

Для цього необхідно описати цільові групи потенційних споживачів (табл. 4.15) та визначити базову стратегію конкурентної поведінки для проекту (табл. 4.16).

Таблиця 4.15 – Опис цільових груп потенційних споживачів

Обрана альтернатива розвитку проекту	Стратегія охоплення ринку	Ключові конкурентоспроможні позиції	Базова стратегія розвитку
Програмний модуль для знаходження моменту зупинки фінансового інструменту	Диференційна	Гнучкість, простота входу та інтеграції	Стратегія диференціації

Таблиця 4.16 – Визначення базової стратегії конкурентної поведінки

Чи є проект «першопрохідцем» на ринку?	Чи буде компанія шукати нових споживачів, або забирати існуючих у конкурентів?	Чи буде компанія копіювати основні характеристики товару конкурента, і які?	Стратегія конкурентної поведінки*
Ні	Так	Так (функціональне різноманіття)	Стратегія наслідування лідеру

На основі вимог споживачів з обраних сегментів до постачальника (стартап-компанії) та до продукту (табл. 4.5), а також в залежності від обраної базової стратегії розвитку (табл. 4.15) та стратегії конкурентної поведінки (табл. 4.16) розробляється стратегія позиціонування (табл. 4.17). що полягає у формуванні ринкової позиції (комплексу асоціацій), за яким споживачі мають ідентифікувати торгівельну марку/проект.

Таблиця 4.17 – Визначення стратегії позиціонування

Вимоги до товару цільової аудиторії	Базова стратегія розвитку	Ключові конкурентоспроможні позиції власного стартап проекту	Вибір асоціацій, які мають сформувати комплексну позицію власного проекту (три ключових)
- стабільність; - якість підрахунків; -низький відсоток похибок	Стратегія диференціації	Стратегія наслідування лідеру	Швидко, зручно, легко

4.5 Розроблення маркетингової програми стартап-проекту

Першим кроком є формування маркетингової концепції товару, який отримає споживач. Для цього у табл. 4.18 ми підсумуємо результати попереднього аналізу конкурентоспроможності товару.

Таблиця 4.18 – Формування маркетингової концепції товару

Потреба	Вигода, яку пропонує товар	Ключові переваги перед конкурентами (існуючі або такі, що потрібно створити
Аналіз фінансового інструменту	Простота, зручність, інтеграція в інші платфоми	Націленість на інтеграцію функціоналу в будь-які платформи

Надалі розробимо трирівнева маркетингову модель товару: уточнюємо ідею продукту, його фізичні складові, особливості процесу його надання (табл. 4.19).

Таблиця 4.19 – Трирівнева маркетингова модель товару

Рівні товару	Сутність та складові
I. Товар за задумом	Аналіз фінансового інструменту
II. Товар у реальному виконанні	Властивості
	1. Гнучкість 2. Простота
III. Товар із підкріпленням	Особиста увага до кожного клієнта та заточеність під конкретні вимоги бізнесу при інтеграції
	Гарантії безперебійної роботи з низькою кількістю помилок
За рахунок чого потенційний товар буде захищено від копіювання: комплексне поєднання властивостей і характеристик, закладене на другому та третьому рівнях товару	

Наступним кроком є визначення цінових меж, якими необхідно керуватись при встановленні ціни на потенційний товар (остаточне визначення ціни відбувається під час фінансово-економічного аналізу проекту), яке передбачає аналіз ціни на товари-аналоги або товари субститути, а також аналіз рівня доходів цільової групи споживачів (табл. 4.20).

Таблиця 4.20 – Аналіз ціни на товари-аналоги

Рівень цін на товаризамінники	Рівень цін на товарианалоги	Рівень доходів цільової групи споживачів	Верхня та нижня межі встановлення ціни на товар/послугу
~500$	0	Від 300$	Від 0 до 100$

Наступним кроком є визначення оптимальної системи збуту, в межах якого приймається рішення (табл. 4.21).

Таблиця 4.21 – Оптимальна система збуту

Специфіка закупівельної поведінки цільових клієнтів	Функції збуту, які має виконувати постачальник товару	Глибина каналу збуту	Оптимальна система збуту
Збувати своїми силами	-	-	Вертикальна

Останньою складової маркетингової програми є розроблення концепції маркетингових комунікацій, що спирається на попередньо обрану основу для позиціонування, визначену специфіку поведінки клієнтів (табл. 4.22).

Таблиця 4.22 – Концепція маркетингових комунікацій

Специфіка поведінки цільових клієнтів	Канали комунікацій, якими користуються цільові клієнти	Ключові позиції, обрані для позиціонування	Завдання рекламного повідомлення	Концепція рекламного звернення
Для інтернет трейдерів спілкування онлайн, іншим платформам для аналізу фінансового інструменту живе спілкування	Інтернет (різноманітні сайти присвячені темам торгівлі)	Швидкга та зручна платформа для аналізу фінансового інструменту	Необхідно показати простоту інтеграції та якість продукту	Одночасне нагалошення на швидкості та якості і на можливості не тільки інтегруватися з системою а й використовувати її власноруч, з коробки.

4.6 Висновки

Отже, можна зазначити, що є всі можливості для реалізації даного проекту, на нього буде попит, але при цьому варто зважати що сам ринок дещо стагнує. Найкращим варіантом впровадження для даного продукту буде сконцентруватися на інтеграціях з іншими платформами та на рекламі платформи для трейдерів-новачків, так як трейдери професіонали наврядчи будуть безпричинно змінювати свій інструмент на менш надійний та популярний.

Не дивлячись на високу конкуренцію та бар’єр, впровадження проекту у вигляді модулю для інтеграції з іншими платформами є перспективним.

На основі зазначеного вище можна сказати що подальша імплементація є доцільною.

ВИСНОВКИ

В даній магістерській дисертації досліджено задачу знаходження моментів зупинки для здобуття максимально очікуваний дохід для володаря опціону американського типу. Розглядаєма задача це дослідження пошуку найоптимальніших моментів зупинки і вона розв'язується в межах теорії оптимальних правил зупинки. В даній магістерській дисертації задача досліджувалась в межах стандартної дифузійної моделі, але у зв'язку з ускладненістю і неможливість в деяких випадках розв'язку у неперервних у часі моделях ринку, для розв'язку ми перейшли до дискретної подібності стандартної дифузійної моделі (моделі CRR). Далі модель CRR була поповнена стохастичною відсотковою ставкою і задачу пошуку оптимальних моментів зупинки було вирішено, виведено області зупинки і відновлення досліджень.

Модель CRR є вигідною для розв'язку за її допомогою задач пошуку оптимальних моментів зупинки у зв'язку з тим, що множина станів, в яких може перебувати біноміальний процес (якому підпорядковується еволюційний розвиток цін акцій в CRR), зліченна, а на скінченному інтервалі – скінченна. Через це в моделі CRR є можливість перевірити усі стани та з'ясувати, які саме входять до області зупинки на якому кроці. У разі інших марківських процесів, наприклад MA(1) або ARMA(1), що містять множину станів потужності континууму, обчислення стає набагато складніше, так як вже немає можливості перерахувати всі можливі стани та виникає необхідність вираховувати межі, що розмежовують області зупинки та відновлення досліджень в фазовому просторі.

Стохастичну відсоткову ставку було введено по причині того, що вона більш адекватно відображає реальність, ніж постійна або детермінована відсоткова ставка. Строки дійсності опціонів можуть бути досить великими, наприклад, в цій роботі розглядались опціони зі строком 4 місяці. Протягом такого періоду значення відсоткової ставки може зазнати суттєвих змін, особливо в періоди нестабільності.

Проте введення стохастичної відсоткової ставки не слід розглядати як суттєве підвищення ефективності і правдоподібності розрахунків. Корисність такого кроку скоріше зосереджується в ідейному аспекті, тому що така модель є більш загальною і більш адекватно відображає реальність. Тому хоча стохастична відсоткова ставка призводить до ускладнення моделі, але в світлі того, що задачею моделювання є якомога точніше відтворення властивостей реальних об’єктів, такий крок є виправданим.

Описаний в теоретичній частині підхід було застосовано для розрахунків опціонів на акції трьох емітентів, які торгуються на Українській біржі – Укрнафта, Центренерго та банк Аваль.

Досліджений в теорії магістерської дисертації метод у зв’язці з використанням теорії оптимальних правил зупинки має можливість бути застосованим ще й у задачах інвестування. Щоб можна було більш широко використовувати отриманні знання необхідний прогрес у теорії оптимальних правил зупинки. Тоді з’явиться можливість її використання для немарківських випадкових процесів у неперервному часі та послідовностей.

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Гіхман І. І., Скороход А. В. Введення у теорію випадкових процесів. Москва: Наука, 1977. 278 с.

2. Brandimarte P. Numerical Methods in Finance and Economics. A MATLAB-Based Introduction. Second edition. Hoboken, New Jersey: A John Wiley & Sons, 2006. 347 p.

3. Лі Ч. Ф., Фіннерті Дж. І. Фінанси корпорацій: теорія, методи та практика. Москва: ИНФРА-М, 2000. 470 с.

4. Перша фондова торговельна система. URL: http://www.pfts.com (дата звернення: 10.11.2020).

5. Все про інвестиційні фонди та компанії по управлінню активами. URL: http://www.investfunds.com.ua (дата звернення: 24.11.2020).

6. Ширяєв А.Н. Стохастичні основи фінансової математики. Том 1. Москва: ФАЗИС, 1998. 512 с.

7. Ширяєв А.Н. Стохастичні основи фінансової математики. Том 2. Москва: ФАЗИС, 1998. 544 с.

8. Ширяєв А.Н. Статистичний послідовний аналіз. Москва: Наука, 1976. 374 с.

9. Гіхман І. І., Скороход А. В. Введення у теорію випадкових процесів. Москва: Наука, 1977. 278 с.

10. Гихман И.И., Скороход А.В., Ядренко М.И. Теория вероятностей и математическая статистика. Киев: Вища школа, 1979. 408 с.

11. Боди З., Кейн А., Маркус А.Д. Принципы инвестиций. Москва, Видавничий будинок «Вільямс», 2002. 984 с.

12. Лук'яненко І., Краснікова Л. Економетрика. Київ: Знання, 1998. 493с.

13. Про державне регулювання ринку цінних паперів в Україні: Закон України від 30.10.1996 No475/96-ВР із змінами та доповненнями. URL: zakon1.rada.gov.ua (дата звернення: 18.10.2020).

14. Про цінні папери та фондовий ринок:. Закон України від 23.02.2006No3480-IV. URL: zakon1.rada.gov.ua (дата звернення: 18.10.2020).

15. Воронин А.А., Губко М.В., Мишин С.П., Новиков Д.А. Математические модели организаций: Учебное пособие. Москва: Ленанд, 2008. 360 с.

16. Іващук Н.Л. Способи оцінювання азіацьких опціонів. *Регіональна економіка.* 2008. №1. С. 197-205.

17. Деривативи: біржові та небіржові деривативи. URL: http://www.finansy.asia/press-release/derivativy-birzhevye-i-vnebirzhevye-derivativy (дата звернення: 19.10.2020).

18. Hull J. Options, futures and other derivatives. Boston: Pearson Education Intrnational, 2009. 800 p.

19. Cox J.C., Ross S.A., Rubinstein M. Option Pricing: A Simplified Approach. *Journal of Financial Economics*. 1979. Vol. 7. P. 229–263.

20. Медведев Г. А. Математичні основи фінансової економіки: навч. посіб. Мінск: Науково методичний центр «Електрона книга БГУ», 2003. 256 с.

21. Лялин В. О. Рынок ценных бумаг в вопросах и ответах. Учебное пособие. Москва: Проспект, 2014. 400 с.

22. Щестюк Н. Ю. Оцінка справедливої ціни опціонів в модифікаціях моделі Хейді—Леоненка. *Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія Фіз.-мат. науки.* 2014. № 11. С. 223–236.

23. Øksendal B., Sulem A.S. Applied Stochastic Control of Jump Diffusions. Dordrecht : Springer, 2006. 214 p.

24. Karatzas I., Shreve S.E. Methods of Mathematical Finance. Springer: Springer Book Archive, 1998. 470 p.

25. Енциклопедія ризику/ Конвертовані облігації. URL: http://www.riskglossary.com (дата звернення: 08.11.2020).

26. Black F., Scholes M. The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of Potitical Economy*. 1973. Vol. 81. P. 637-654.

27. Васильченко З. М., Базарний Д.Б. Оцінювання вартості банківського бізнесу як об'єктивна передумова здійснення угод злиття та поглинання у банківському секторі. *Вісник Академії праці і соціальних відносин.* 2009. № 2. С. 65–70.

28. Диха М. В., Мороз В.С. Економетрія: навчальний посібник. Київ: «Центр учбової літератури», 2016. 206 с.

29. Про похідні фінансові інструменти. URL: https://ips.ligazakon.net/document/NT0531 (дата звернення: 28.10.2020).

30. Peskir, Goran; Shiryaev, Albert (англ.)русск.. Optimal Stopping and Free-Boundary Problems (неопр.). — 2006. — T. Lectures in Mathematics. ETH Zürich. — ISBN 978-3-7643-2419-3. — doi:10.1007/978-3-7643-7390-0.

31. Диха М.В. Концептуальні засади макроекономічного моделювання соціально-економічних процесів. *Вісник Хмельницького національного університету.* 2012. № 6. С. 215–223.

32. Наконечний С. І., Терещенко Т.О., Романюк Т.П. Економетрія: Навчальний посібник. Київ: КНЕУ, 1997. 352 с.

33. Пробоїв О.А. Структуровані фінансові продукти: поняття і архітектура. Сьома Всеукраїнська науково-практична інтернет-конференція „Україна наукова" (20-22 грудня 2010 р.). URL: http://intkonf.org/kand-ekon-nauk-proboyiv-oa-strukturovani-finansovi-produkti-ponyattya-i-arhitektura (дата звернення: 01.11.2020).

34. Black-Scholes: The maths formula linked to the financial crash. URL: https://www.bbc.com/news/magazine-17866646 (дата звернення: 15.11.2020).

35. Аналітичний огляд за 2007-2008 роки. Українська фондова біржа. URL: www.ukrse.kiev.ua (дата звернення: 22.10.2020).

36. Державна комісія з державних цінних паперів та фондового ринку. URL: www.ssmsc.gov.ua (дата звернення: 22.10.2020).

37. Шелудько В.М. Фінансовий ринок: Навч. Посібник.- 2-ге вид., випр. і доп. Київ: Знання-Прес, 2003. 535 с.

38. Кашпір Р., Матвієнко П. Похідні фінансові інструменти в управлінні ризиками комерційних банків. *Банківська справа.* 1998. №2. С. 8–16.

39. Михальский В. Причини та особливості застосування валютних опціонів в умовах обмежених ресурсів. *Ринок цінних паперів України.* 2007. №9-10. С. 13-16.

40. Сохацька О. Застосування опціонів у корпоративному управлінні. *Економіст.* 2001. №3 С. 34-39.

41. Шарп У.Ф., Александер Г.Дж., Бейли Дж.В. Инвестиции. Москва, 1997. С. 635–683.