

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»**

**Навчально-науковий механіко-машинобудівний інститут
Кафедра динаміки і міцності машин та опору матеріалів**

До захисту допущено:

Завідувач кафедри

(підпис) Сергій ПИСКУНОВ

« ____ » _____ 2022 р.

**Дипломна робота
на здобуття ступеня бакалавра
за освітньо-професійною програмою «Динаміка і міцність машин»
спеціальності 131 «Прикладна механіка»
на тему: «Вибір і обґрунтування конструкційних параметрів двоступінчастого
редуктора випробувальної установки УСНС-2»**

Виконав (-ла): студент (-ка) IV курсу групи МП-81 Чіпенко Максим Денисович

(підпис)

Керівник: д.т.н., проф. Кривов Георгій Олексійович

(підпис)

Консультант з деталей машин: к.т.н., доц. Лавренко Ярослав Іванович

(підпис)

Консультант з теорії мех. і машин: к.т.н., доц. Заховайко Олександр Панасович

(підпис)

Консультант з будівельної механіки: д.т.н., проф. Пискунов Сергій Олегович

(підпис)

Консультант з теорії пружності: д.т.н., проф. Бабенко Андрій Єлісейович

(підпис)

Консультант з чисельних методів: д.т.н., проф. Рудаков Костянтин Миколайович

(підпис)

Консультант з теорії коливань: д.т.н., проф. Боронко Олег Олександрович

(підпис)

Рецензент: д.т.н., проф. Данильченко Юрій Михайлович

(підпис)

Засвідчую, що у цій дипломній роботі немає запозичень
з праць інших авторів без відповідних посилань.

Студент (-ка)

(підпис)

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
Навчально-науковий механіко-машинобудівний інститут
Кафедра динаміки і міцності машин та опору матеріалів

Рівень вищої освіти – перший (бакалаврський)

Спеціальність – 131 «Прикладна механіка»

Освітньо-професійна програма «Динаміка і міцність машин»

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

_____ Сергій ПИСКУНОВ
(підпис)

«___» _____ 2022 р.

ЗАВДАННЯ

на дипломну роботу студенту

Чіпенку Максиму Денисовичу

1. Тема роботи «Вибір і обґрунтування конструкційних параметрів двоступінчастого редуктора випробувальної установки УСНС-2», керівник роботи Кривов Георгій Олексійович, проф., д.т.н., затверджені наказом по університету від 07.06.2022 р. № 923-с.
2. Термін подання студентом роботи 10.06.2022 р.
3. Вихідні дані до роботи Установка УСНС-« для механічних випробувань матеріалів в умовах складного напруженого стану, максимальна осьова сила на захваті – 90 кН, швидкість робочого ходу активного захвата – 8 мм/хв.
4. Зміст роботи Вибір двигуна, розрахунок і проектування передач та валів редуктора, проектування корегованого евольвентного зачеплення, розрахунок круглої ступінчастої пластини, розв'язання осесиметричної задачі методами теорії пружності, розрахунок деформованого стану випробувального зразка, визначення власних частот та відповідних власних форм коливань вала.
5. Перелік ілюстративного матеріалу (із зазначенням презентацій тощо) 7 слайдів у презентації, записка містить 96 сторінок, 27 ілюстрації, 10 таблиць, додаток та 18 джерел використаної літератури.

6. Консультанти розділів роботи

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв
Деталі машин	Лавренко Я.І., доц.		
Теорія механізмів і машин	Заховайко О.П., доц..		
Будівельна механіка	Пискунов С.О., проф.		
Теорія пружності	Бабенко. А.Є., проф.		
Чисельні методи	Рудаков К.М., проф.		
Теорія коливань	Боронко О.О., проф.		

7. Дата видачі завдання 01.10.2021 р.

Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання дипломної роботи	Термін виконання етапів роботи	Примітка
1	Огляд літератури	01.12.2021 р.	
2	Виконання 1-2 розділів	01.02.2022 р.	
3	Виконання 3-4 розділів	01.04.2022 р.	
4	Виконання 5-7 розділів	01.06.2022 р.	
5	Передзахист	08.06.2022 р.	
6	Захист дипломної роботи	20.06.2022 р.	

Студент

Максим ЧІПЕНКО

Керівник

Георгій КРИВОВ

Анотація

Дана бакалаврська робота присвячена модифікації привода випробувальної установки УСНС-2 для механічних випробувань матеріалів в умовах складного напруженого стану.

В даній роботі проведено модифікацію приводу і редуктора установки шляхом вибору оптимальних вузлів та умов роботи. Спроектовані усі елементи приводу, за показниками якості зачеплення з використанням програмного забезпечення K-PRO було оптимізовано зубчасту передачу для підвищення її ефективності. Пливу, на якій фіксується дана установка було розраховано на міцність і жорсткість. Методами теорії пружності проведено розрахунки напружено-деформованого стану порожнистого нескінченного циліндра при його навантаженні на бічних поверхнях. За допомогою методу скінченних елементів та програмного комплексу Ansys Mechanical досліджено напружено-деформований стан тонкостінного зразка для випробувань на розтяг. Методами теорії коливань визначено власні частоти та форми коливань проміжного валу редуктора.

Записка містить 114 сторінок, 34 рисунки, 3 таблиці, додаток.

Ключові слова: *випробувальна установка, редуктора, кінематична схема, циліндрична передача, черв'ячна передача, розрахунок валів, підшипники, зразок, напружено-деформований стан, опорна плита, коливання, власні частоти, власні форми.*

Робота складається з текстової та графічної частини, містить додаток зі специфікаціями до креслень.

Annotation

This bachelor work is devoted to the modification of the drive of the testing machine SNT-10 for the mechanical testing of materials under complex stress-strain state.

In this work, the drive and gearbox were modified by selection of the most optimal details and their working conditions. All of the reduction gear units were designed and the gear train was improved via K-PRO software. Machine base plate strength and rigidity was calculated. Stress-strain state of a hollow infinite cylinder under surface axisymmetric load was calculated by the elasticity theory methods. With the help of finite element method and Ansys Mechanical software the stress-strain state of a thin-walled specimen for tensile tests was calculated. Intermediate shaft oscillation normal modes were determined with the help of oscillation theory methods.

The note contains 108 pages, 34 figures, 3 tables, an application.

Keywords: *test setup, reducer, kinematic scheme, cylindrical transmission, worm gear, calculation of shafts, substrates, sample, stress-strain state, base plate, oscillations, normal modes.*

The work consists of a text and graphic part, contains an application with drawings` specifications.

ЗМІСТ

1. ПРОЕКТУВАННЯ І РОЗРАХУНОК ПРИВОДА ВИПРОБУВАЛЬНОЇ УСТАНОВКИ УСНС-2.....	9
1.1. Опис прототипу та кінематична схема привода.....	9
1.2. Вибір двигуна.....	11
1.3. Кінематичний і силовий розрахунок привода	13
1.4. Розрахунок пасової передачі	14
2. РОЗРАХУНОК ПЕРЕДАЧ РЕДУКТОРА	17
2.1. Розрахунок передачі гвинт-гайка	17
2.1.1. Вибір матеріалів	17
2.1.2. Проектний розрахунок передачі гвинт-гайка.....	18
2.1.3. Перевірний розрахунок передачі на стійкість проти спрацювання витків	19
2.1.4. Перевірка гвинта на міцність	19
2.1.5. Перевірка гвинта на стійкість	20
2.1.6. Перевірка витків гайки на зріз	21
2.1.7. Визначення розмірів гайки	21
2.1.8. Визначення ККД передачі	21
2.2. Розрахунок циліндричної зубчастої передачі.....	22
2.2.1. Параметри навантаження зубчастої передачі.....	22
2.2.2. Матеріали зубчастих коліс	23
2.2.3. Допустимі напруження	23
2.2.4. Проектний розрахунок передачі	25
2.2.5. Попередні значення деяких параметрів передачі	26
2.2.6. Розрахунок активних поверхонь зубців на контактну міцність.....	
2.2.7. Розрахунок зубців шестерні та колеса на міцність при згині максимальним навантаженням.....	
2.2.8. Розрахунок параметрів зубчастої передачі.....	27
2.2.9. Розрахунок сил у зачепленні передачі	28
2.3. Розрахунок черв'ячної передачі	29
2.3.1. Параметри навантаження черв'ячної передачі.....	29
2.3.2. Матеріали для виготовлення черв'яка та черв'ячного колеса.....	30
2.3.3. Допустимі напруження для розрахунків черв'ячної передачі.....	30

2.3.4. Проектний розрахунок черв'ячної передачі	31
2.3.5. Попередні значення деяких параметрів передачі	31
2.3.6. Розрахунок зубців черв'ячного колеса на контактну витривалість	31
2.3.7. Розрахунок активних поверхонь зубців черв'ячного колеса на контактну міцність під дією максимального	31
2.3.8. Розрахунок зубців черв'ячного колеса на міцність при згині	31
2.3.9. Перевірка на міцність зубців при згині, при максимальним навантаженням.....	31
2.3.10 Розрахунок параметрів черв'ячної передачі.....	32
2.3.11. Сили у зачепленні черв'ячної передачі	33
2.3.12. ККД черв'ячної передачі	33
2.3.13. Перевірка черв'яка на жорсткість.....	33
3. РОЗРАХУНОК ВАЛІВ ТА ЇХ ОПОР	36
3.1. Розрахунок швидкохідного вала	36
3.2. Розрахунок проміжного вала	37
3.2.1. Проектний розрахунок і конструювання вала.....	37
3.2.2. Перевірка статичної міцності вала	38
3.2.3. Розрахунок вала на витривалість	41
3.2.4. Аналіз умов навантаження та вибір типу, розміри підшипників.....	42
3.2.5. Визначення розрахункового еквівалентного навантаження на підшипники	42
3.2.6. Розрахунок довговічності підшипника	43
3.3. Розрахунок тихохідного вала.....	43
3.4. Визначення кількості і сорту мастила	44
4. КОРЕГУВАННЯ ЕВОЛЬВЕНТНОГО ЗАЧЕПЛЕННЯ ЗУБЧАСТИХ КОЛІС	45
4.1. Показники якості зачеплення	45
4.2. Розрахунок передачі без корегування.....	46
4.3. Розрахунок скорегованої передачі	50
5. Розрахунок осесиметричної пластини на міцність та жорсткість.....	57
5.1. Перший розрахунок	59
5.2. Другий розрахунок	58
5.3. Розрахунок НДС пластини при заданому навантаженні	60
6. ЧИСЕЛЬНІ РОЗРАХУНКИ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ВИПРОБУВАЛЬНОГО ЗРАЗКА.....	62

6.1. Вибір зразка та його розрахункової моделі.....	62
6.2. Постановка крайової задачі	64
6.3. Отримання розв'язку крайової задачі з використанням методу скінченних елементів.....	66
6.4. Розрахункова схема та результати розрахунків.....	68
7. РОЗРАХУНОК ПРОТОТИПУ КОНСТРУКТИВНОГО ЕЛЕМЕНТА МЕТОДАМИ ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ	72
7.1. Постановка задачі та теоретичне підґрунтя.....	72
7.2. Крайові умови та розв'язання задачі	80
8. РОЗРАХУНОК ВЛАСНИХ ЧАСТОТ ТА ФОРМ КОЛИВАНЬ ПРОМІЖНОГО ВАЛУ	83
8.1. Крутильні коливання проміжного валу	85
8.1.1. Метод сил	85
8.1.2. Метод Релея.....	87
8.2. Згинальні коливання проміжного валу.....	88
8.2.1. Метод сил	88
8.2.2. Метод Релея	92
8.2.3. Метод Донкерлі	93
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ.....	94
ДОДАТКИ.....	95

1.Проектування і розрахунок привода випробувальної установки

УСНС-2

1.1. Опис прототипу та кінематична схема привода

Установка УСНС-2 призначена для статичних та малоциклових випробувань матеріалів за простого та складного навантаження в умовах плоского напруженого стану.

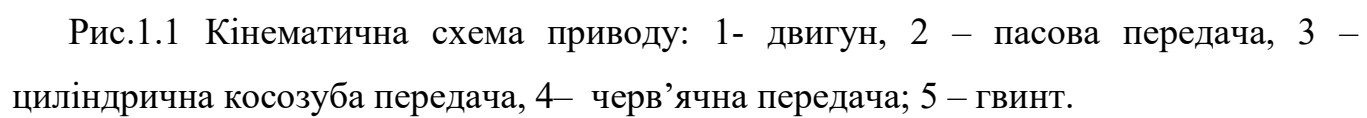
Станина 1, колони 2 , нерухомий хват 13 та рухомий хват 5 складають раму машини. На верхньому хваті закріплено динамометр 14, що являє собою пустотілий циліндр з наклеєними датчиками опору.

Захват 5 призначений для циліндричних зразків з головками. Динамометр 4 і нижній захват 5 центруються при зборці машини. Їх положення фіксується штифтами, що забезпечують точне центрування зразка.

Для випробування матеріалів, схильних до крихкого руйнування, встановлюється динамометр з пружними штифтами, придатними тільки для випробувань на розтяг.

Навантаження на зразок передається від захвату, що кріпиться з'єднаний з чрев'ячним редуктором 15 та циліндрично чевячним для передачі осьового навантаження та кручення відповідно.

Нижче показана схема привода, та редуктора який потрібно розрахувати і спроектувати рис.1.1.



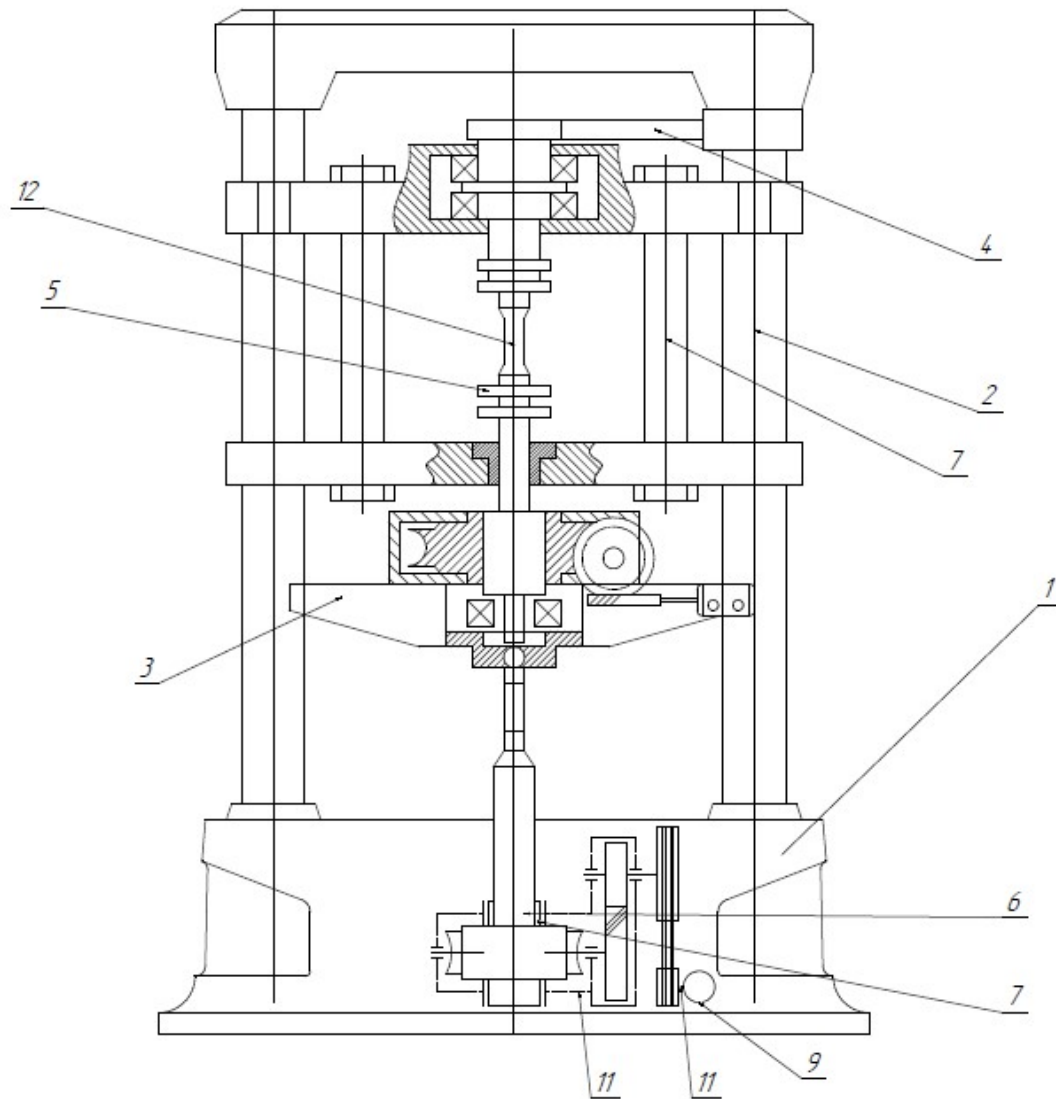


Рис. 1.2 установки: 1 – основа; 2 – колона; 3 – рухома траверса; 4 – динамометр; 5 – нижній захват; 6-гвинт; 7 – гайка с насадженням черв'яком, 9– двигун, 10- жорстка муфта 11- редуктор, 12-зразок, 13-нерухомий хват верхній, 14-стіл, 15- редуктор черв'ячний, редуктор циліндрично черв'ячний

1.2 Вибір двигуна

Розраховуємо номінальну потужність на валу двигуна:

$$P_n = F \cdot V = 90000 \cdot 8 \cdot 10^{-3} / 60 = 12 \text{ Вт};$$

Знайдемо ККД редуктора:

$$\eta = \eta_1 \eta_2 \eta_3 \eta_4 \eta_5^k, \text{ де:}$$

η_1 – ККД клинопасової передачі

η_2 – ККД косозубої циліндричної передачі

η_3 – ККД черв'ячної передачі 1 західної

η_4 – ККД передачі гвинт-гайка

η_5 – ККД однієї пари підшипників

k – кількість пар підшипників

$$\eta = 0,94 \cdot 0,7 \cdot 0,985 \cdot 0,4 \cdot 0,985^2 = 0,2465;$$

Визначаємо загальне орієнтовне передатне відношення привода:

$$i = i'_1 i'_2 i'_3, \text{ де}$$

i'_1 – орієнтовне передатне відношення клинопасової передачі

i'_2 – орієнтовне передатне відношення косозубої циліндричної передачі

i'_3 – орієнтовне передатне відношення черв'ячної передачі 1 західної

$$i = 4,5 \cdot 7,05 \cdot 63 = 2000;$$

Орієнтовна частота обертання валу двигуна

$$n'_{дв} = n i';$$

$$n = V / p_z = 8 / (10 \cdot 1) = 0,67;$$

$$n'_{дв} = 2000 \cdot 0,5 = 1332 \text{ хв}^{-1};$$

$$P_1 = 12 / 0,2465 = 48,66 \text{ Вт};$$

Приймаємо електродвигун 4А50В4У3 з параметрами:

$$P = 90 \text{ Вт}; n = 1370 \text{ хв}^{-1}. [1]$$

1.3. Кінематичний і силовий розрахунок привода

Обравши двигун уточнимо загальне передатне відношення привода

$$i = \frac{n_{дв}}{n} = \frac{1370}{0,67} = 2055$$

Обчислимо розбивку між окремими передачами, так щоб

$$i = i_1 i_2 i_3$$

i_1 – передатне відношення косозубої циліндричної передачі

i_2 – передатне відношення косозубої циліндричної передачі

i_3 – передатне відношення черв'ячної передачі 1 західної

Визначаємо кутові швидкості усіх валів привода:

$$\omega_1 = \omega_{дв} = \frac{\pi n}{30} = \frac{3,14 * 1370}{30} = 143,4 \text{ с}^{-1};$$

$$\omega_2 = \frac{\omega_1}{i_1} = \frac{143,4}{4,5} = 31,856 \text{ с}^{-1};$$

$$\omega_3 = \frac{\omega_2}{i_2} = \frac{31,856}{7,05} = 4,52 \text{ с}^{-1};$$

$$\omega_4 = \frac{\omega_3}{i_3} = \frac{4,52}{63} = 0,07 \text{ с}^{-1}$$

Знайдемо потужності:

$$P_k = P_{k-1} \eta_{k-1};$$

$$P_1 = 90 \text{ Вт};$$

$$P_2 = P_1 \eta_1 = 90 * 0,95 = 85,5 \text{ Вт};$$

$$P_3 = P_2 \eta_2 = 85,5 * 0,97 = 82,93 \text{ Вт};$$

$$P_4 = P_3 \eta_3 = 82,93 * 0,7 = 58,05 \text{ Вт}$$

Знайдемо крутні моменти:

$$T_1 = \frac{P_1}{\omega_1} = \frac{90}{143,4} = 0,63 \text{ Н * м};$$

$$T_2 = \frac{P_2}{\omega_2} = \frac{85,5}{31,856} = 2,68 \text{ Н * м};$$

$$T_3 = \frac{P_3}{\omega_3} = \frac{82,93}{4,52} = 18,35 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$T_4 = \frac{P_4}{\omega_4} = \frac{58,05}{0,07} = 809,2 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

Кінематичні та силові характеристики привода наведені в таблиці 1.1.

Таблиця 1.1 Кінематичні та силові характеристики привода

	Вали			
	I	II	III	IV
Передачі	Пасова	Косозуба циліндрична	Черв'ячна 1 західна	
η	0,95	0,97	0,7	
i	4,5	7,05	63	
ω , с ⁻¹	143,4	31,856	4,52	0,07
n , об/хв	1370	304,44	43,2	0.685
T , Н*м	0,627	2,68	18,35	809,2
P , Вт	90	85,5	82,93	58,05

2. РОЗРАХУНОК ПЕРЕДАЧ РЕДУКТОРА

2.1. РОЗРАХУНОК ПРЕДАЧІ ГВИНТ-ГАЙКА

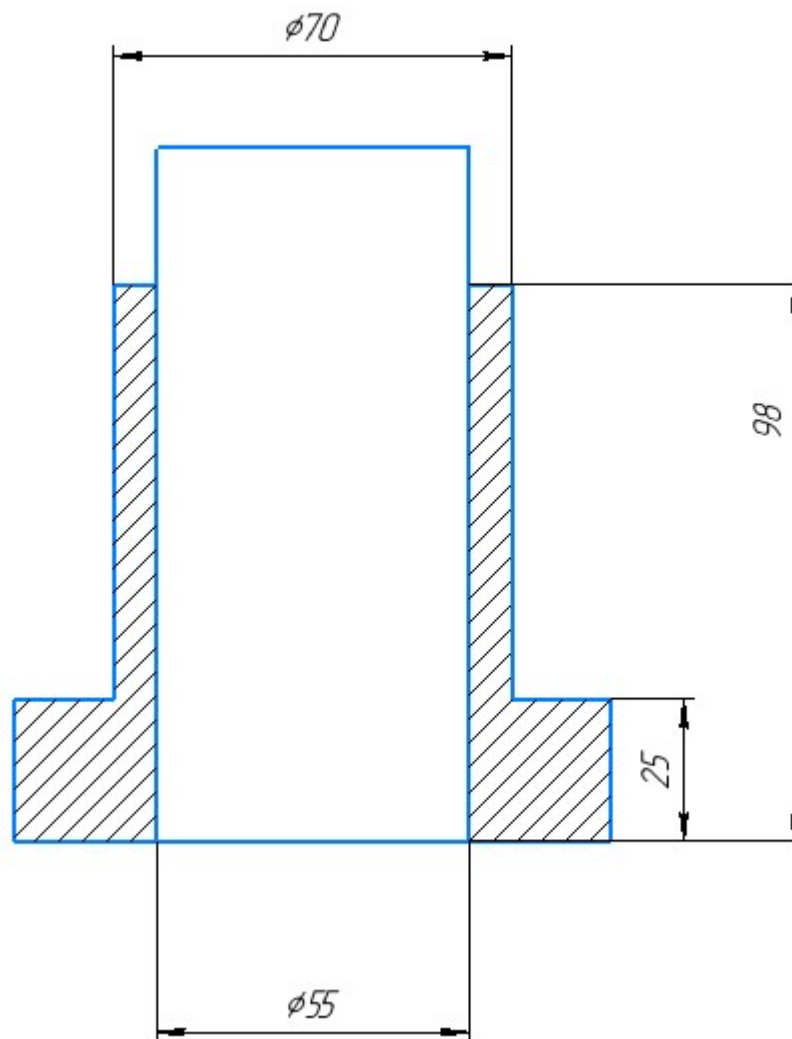


Рис. 1.4.1 Ескіз передачі гвинт-гайка

2.1.1. Вибір матеріалу

Вибираємо такі матеріали:

Гвинт: Сталь 40Х, $\sigma_B=980$ МПа, $\sigma_T=785$ МПа, $E=2,1 \cdot 10^5$

Гайка: БрО10Ф1, $\sigma_B=245$ МПа, $\sigma_T=140$ МПа, $E=1,0 \cdot 10^5$

2.2.2. Проектний розрахунок передачі гвинт-гайка

З умови стійкості різьби проти спрацювання середній діаметр різьби гвинта

$$d_2 \geq \sqrt{\frac{F_a}{\pi \cdot \psi_H \cdot \psi_h \cdot [p]}} \cdot \text{мм}$$

де F_a – осьове навантаження

$\psi_H = H/d_2$ – коефіцієнт висоти гайки, який для нероз’ємної гайки = 1,2...2,0;

$\psi_h = h/P$ – коефіцієнт висоти робочого профілю різьби (h – висота робочого профілю різьби, P – крок різьби), який для трапецеїдальної різьби = 0,5;

$[p]$ – допустимий тиск між робочими поверхнями різьби гвинта і гайки. Для пари загартована сталь – бронза $[p] = (12...15)$ МПа.

Приймаючи $\psi_H = 1,8$; $[p] = 12$ МПа, одержимо:

$$d_2 \geq \sqrt{\frac{90000}{3,14 \cdot 2 \cdot 0,5 \cdot 12}} = 48,87 \text{ мм.}$$

За ГОСТ 24737-81 підбираємо:

Для гвинта: середній діаметр $d_2 = 49$ мм; зовнішній діаметр $d = 55$ мм; внутрішній діаметр $d_1 = 42$ мм; крок $P = 12$ мм; висота робочого профілю $h = 6$ мм.

Для гайки: зовнішній діаметр $d' = 70$ мм; внутрішній діаметр $d'_1 = 56$ мм.

Висота гайки

$$H = \psi_H \cdot d_2 = 2 \cdot 49 = 98 \text{ мм.}$$

Число витків у гайці

$$z_g = \frac{H}{P} = \frac{98}{12} = 8,17 \text{ витка.}$$

$$z_g < z_{\max} = 12.$$

Кут підйому витків різьби

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{P}{\pi \cdot d_2} = \frac{12}{3,14 \cdot 49} = 0,078; \psi = 4,45^\circ.$$

Зведений кут тертя у різьбі при коефіцієнті тертя $f = 0,1$ для змащених сталевих деталей та куті нахилу робочої сторони профілю різьби $\delta = 15^\circ$

$$\operatorname{tg} \varphi' = \frac{f}{\cos \delta} = \frac{0,1}{\cos 15^\circ} = 0,10353; \varphi' = 5,91^\circ.$$

Оскільки $\varphi' > \psi$, умова самогальмування різьбової пари виконується.

2.1.3. Перевірний розрахунок передачі на стійкість проти спрацювання витків

Розрахунковий тиск:

$$p = \frac{F_a}{\pi \cdot d_2 \cdot h \cdot z_g} = \frac{90000}{3,14 \cdot 49 \cdot 6 \cdot 8,81} = 11,93 \text{ МПа.}$$

Стійкість витків проти спрацювання забезпечується, оскільки $p = 11,93 < [p] = 12$ МПа.

2.1.4. Перевірка гвинта на міцність

крутний момент, що виникає від дії пари сил тертя в різьбі

$$T_p = \frac{1}{2} F_a \cdot d_2 \cdot \operatorname{tg}(\psi - \varphi') = 403,511 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Умова міцності згідно з IV теорією міцності

$$\sigma_{\text{екв}} = \sqrt{\sigma^2 + 3 \cdot \tau^2} \leq [\sigma], \text{ МПа}$$

де $\sigma = 4 \cdot F_a / \pi \cdot d_1^2 = 64,99 \text{ Па}$ – нормальне напруження в тілі гвинта від дії осьової сили;

$\tau = 16 \cdot T_p / \pi \cdot d_1^3 = 27,75 \text{ Па}$ – максимальне дотичне напруження від дії крутного моменту.

Для сталі 40Х

$$[\sigma] = \frac{800}{2} = 400 \text{ МПа}.$$

Оскільки $\sigma < [\sigma] = 400 \text{ МПа}$, то статична міцність гвинта забезпечується.

2.1.5. Перевірка гвинта на стійкість

Гнучкість гвинта

$$\lambda = \frac{\nu \cdot l}{i_{\min}},$$

ν – коефіцієнт зведення довжини, що залежить від умов закріплення гвинта;

l – розрахункова довжина гвинта;

$i_{\min}$ – мінімальний радіус інерції поперечного перерізу гвинта.

$$\nu = 0,7.$$

Розрахункову довжину гвинта приймемо рівною

$$l = 0,8 \text{ м}.$$

Зведений момент інерції перерізу гвинта

$$I_{\text{зв}} = \frac{\pi \cdot d_1^4}{64} \left(0,4 + 0,6 \frac{d}{d_1} \right) = \frac{3,14 \cdot 42^4}{64} \left(0,4 + 0,6 \frac{55}{42} \right) = 181020 \text{ мм}^4.$$

Мінімальний радіус інерції

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{4 \cdot I_{\text{зв}}}{\pi \cdot d_1^2}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 181020}{3,14 \cdot 42^2}} = 11,43 \text{ мм.}$$

Гнучкість гвинта

$$\lambda = \frac{0,7 \cdot 0,8}{11,43 \cdot 10^{-3}} = 48,97.$$

Гранична гнучкість стержня із сталі 40Х

$$\lambda_{\text{гр}} = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_{\text{мц}}}} = 3,14 \sqrt{\frac{2,1 \cdot 10^5}{600}} = 58,74.$$

Оскільки $\lambda < \lambda_{\text{гр}}$, то критичну силу можна визначити за формулою Ясинського

$$F_{\text{кр}} = \frac{\pi \cdot d_1^2}{4} (a - \lambda \cdot b), \text{ Н}$$

де a, b – сталі матеріалу $a=345 \text{ Н/мм}^2$, $b=1,24 \text{ Н/мм}^2$;

$$F_{\text{кр}} = 1195169 \text{ Н.}$$

Коефіцієнт запасу

$$s_{\text{ст}} = \frac{F_{\text{кр}}}{F_a} = \frac{1195169}{90000} = 13,28.$$

Оскільки $s_{\text{ст}} > [s]_{\text{ст}}=4$, то умова стійкості гвинта виконується.

2.1.6. Перевірка витків гайки на зріз

Міцність витків гайки перевіряють за напруженням зрізу

$$\tau_{\text{зр}} = \frac{F_a}{\pi \cdot d \cdot k \cdot H} \leq [\tau]_{\text{зр}} = \frac{90000}{3,14 \cdot 55 \cdot 0,65 \cdot 98} = 8,18 \text{ МПа} \leq [\tau]_{\text{зр}},$$

d – зовнішній номінальний діаметр різьби гвинта, мм;

k – коефіцієнт повноти різьби $k=0,65$, для трапецеїдальної різьби;

H – висота гайки, мм.

Для гайки із бронзи $[\tau]_{\text{зр}}=25 \text{ МПа}$.

Оскільки $\tau_{\text{зр}} < [\tau]_{\text{зр}}=25 \text{ МПа}$, то умова міцності витків на зріз виконується.

2.1.7. Визначення розмірів гайки

Зовнішній діаметр гайки знаходять з умови міцності корпусу гайки на розтяг з урахуванням за допомогою коефіцієнта $\beta=1,3$ впливу закручування гайки моментом пари сил тертя в різьбі.

Допустимі напруження на розтяг для бронзи

$$[\sigma] = \frac{\sigma_T}{s} = \frac{140}{1,5} = 93,3 \text{ МПа.}$$

Зовнішній діаметр гайки

$$D \geq \sqrt{\frac{4 \cdot \beta \cdot F_a}{\pi \cdot [\sigma]} + (d')^2} = \sqrt{\frac{4 \cdot 1,3 \cdot 90000}{3,14 \cdot 93,3}} + 55^2 = 68,8 \text{ мм.}$$

Приймаємо $D=70$ мм.

Діаметр фланця знаходять з умови міцності на зминання його опорної поверхні. Допустиме напруження для пари бронза-сталь $[\sigma]_{зм}=40$ МПа

$$D_{\phi} \geq \sqrt{\frac{4 \cdot F_a}{\pi \cdot [\sigma]_{зм}}} + D^2 = \sqrt{\frac{4 \cdot 90000}{3,14 \cdot 40}} + 70^2 = 88,1 \text{ мм.}$$

Приймаємо діаметр фланця рівним $D_{\phi}=90$ мм.

$$\delta = (0,25 \dots 0,30)H, \text{ мм.}$$

Приймаємо $\delta=0,25 \cdot H=0,25 \cdot 68=25$ мм

Перевіряємо фланець на зріз

$$\tau_{зр} = \frac{F_a}{\pi \cdot D \cdot \delta} = \frac{90}{3,14 \cdot 80 \cdot 27} = 20,85 \text{ МПа} < [\tau]_{зр} = 25 \text{ МПа.}$$

2.1.8. Визначення ККД передачі

$$\eta_{г-г} = 0,95 \frac{\operatorname{tg} \psi}{\operatorname{tg}(\psi + \phi')} = \frac{0,95 \cdot 0,07}{(0,07 + 0,10316)} = 0,4.$$

2.2 РОЗРАХУНОК ЦИЛІНДРИЧНОЇ ЗУБЧАТОЇ ПЕРЕДАЧІ

Ескіз передачі наведено на Рис. 2.2.1

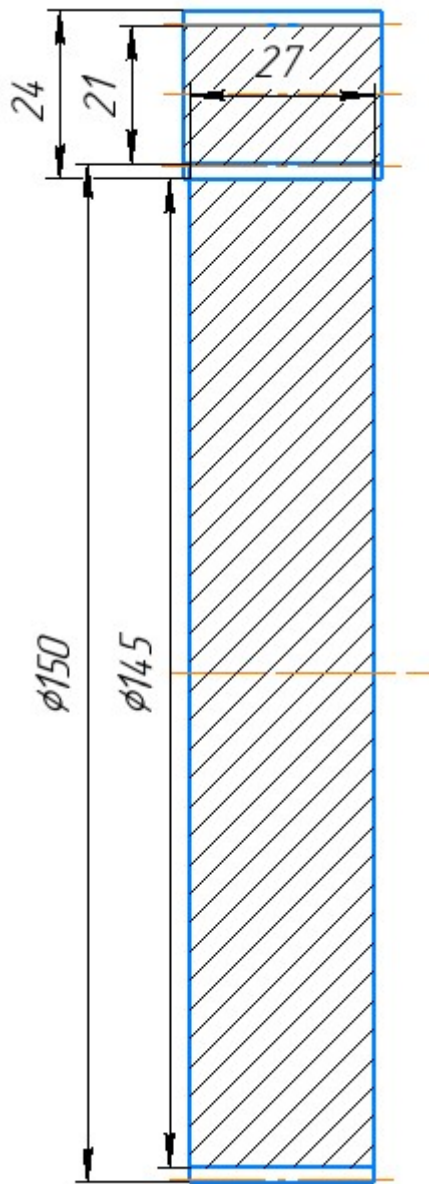


Рис. 2.2.1 Ескіз косозубої зубчастої циліндричної передачі

Вихідні дані для розрахунку косозубої циліндричної передачі редуктора:
 $T_2=3,012 \text{ Н} \cdot$

$$\omega_2=31,86 \text{ с}^{-1};$$

$$i_{\text{цк}}=7.05;$$

передача реверсивна; режим навантаження – середній нормальний (СН);
 можливі короточасні перевантаження до 200% від номінального; строк служби
 передачі $h=20000$ год.

2.2.1 Параметри навантаження зубчастої передачі

Рис. 1.5.1.14 Ескіз косозубої зубчастої циліндричної передачі

При короткочасному перевантаженні до 200% максимальний обертовий момент на ведучому валу

$$T_{2\max} = 2 \cdot T_2 = 2 \cdot 2,68 = 5,36 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

Сумарне число циклів навантаження зубців шестерні та колеса за строк служби передачі

$$N_{\Sigma 1} = \frac{1800 \cdot \omega_2 \cdot t_h}{\pi} = \frac{1800 \cdot 31,86 \cdot 20000}{3,14} = 3,65 \cdot 10^8 \text{ ц};$$

$$N_{\Sigma 2} = \frac{N_{\Sigma 1}}{i_{\text{цк}}} = \frac{3,65 \cdot 10^8}{7,05} = 5,182 \cdot 10^6 \text{ ц}.$$

Еквівалентні числа циклів навантаження для розрахунків на контактну втому N_{HE} і втому при згині N_{FE} з врахуванням коефіцієнтів інтенсивності $K_{\text{HE}}=0,18$; $K_{\text{FE}}=0,07$ для режиму навантаження Н

$$N_{\text{HE}1} = K_{\text{HE}} \cdot N_{\Sigma 1} = 0,18 \cdot 3,65 \cdot 10^8 = 0,657 \cdot 10^8 \text{ ц};$$

$$N_{\text{HE}2} = K_{\text{HE}} \cdot N_{\Sigma 2} = 0,18 \cdot 5,182 \cdot 10^6 = 0,933 \cdot 10^6 \text{ ц};$$

$$N_{\text{FE}1} = K_{\text{FE}} \cdot N_{\Sigma 1} = 0,07 \cdot 3,3 \cdot 10^8 = 0,231 \cdot 10^8 \text{ ц};$$

$$N_{\text{FE}2} = K_{\text{FE}} \cdot N_{\Sigma 2} = 0,07 \cdot 5,182 \cdot 10^6 = 0,363 \cdot 10^6 \text{ ц}.$$

2.2.2 Матеріали зубчастих коліс

Для виготовлення шестерні вибираємо леговану середньовуглецеву сталь марки 40Х (ГОСТ 5443-71) із термообробкою – поліпшення: твердість поверхні зубців $H_1=(269...302)$ НВ (середня $H_1=280$ НВ), границя міцності $\sigma_{B1}=900$ МПа, границя текучості $\sigma_{T1}=750$ МПа при діаметрі заготовки 125 мм.

Для виготовлення колеса вибираємо середньовуглецеву сталь марки 40Х (ГОСТ 1050-88) із термообробкою – поліпшення для якої: $H_2=(235...262)$ НВ (середня $H_2=245$ НВ), $\sigma_{B2}=790$ МПа, $\sigma_{T2}=640$ МПа при діаметрі до 280.

2.2.3 Допустимі напруження

а) Допустимі напруження на контактну витривалість.

Границі контактної витривалості поверхонь зубців шестерні і колеса залежно від виду термічної обробки та їх твердості

$$\sigma_{Hlimb1} = 2 \cdot H_1 + 70 = 2 \cdot 280 + 70 = 630 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{Hlimb2} = 2 \cdot H_2 + 70 = 2 \cdot 245 + 70 = 560 \text{ МПа}.$$

Бази випробувань для матеріалу шестерні і колеса

$$N_{HO1} = 30 \cdot H_1^{2,4} = 30 \cdot 280^{2,4} = 2,24 \cdot 10^7;$$

$$N_{HO2} = 30 \cdot H_2^{2,4} = 30 \cdot 245^{2,4} = 1,625 \cdot 10^7.$$

Оскільки $N_{HE1} > N_{HO1}$; $N_{HE2} > N_{HO2}$, то коефіцієнт довговічності для зубців шестерні та колеса $K_{HL} = 1$.

Приймаємо шорсткість поверхонь зубців $Ra = (1,25 \dots 0,63)$, тоді коефіцієнт який враховує шорсткість спряжених поверхонь зубців $Z_R = 1$. Для зубчастих коліс з однорідною структурою коефіцієнт запасу $s_H = 1,1$.

Допустимі контактні напруження

$$[\sigma]_{H1} = \frac{\sigma_{Hlimb1} \cdot Z_R \cdot K_{HL}}{s_H} = \frac{630 \cdot 1 \cdot 1}{1,1} = 572,727 \text{ МПа};$$

$$[\sigma]_{H2} = \frac{\sigma_{Hlimb2} \cdot Z_R \cdot K_{HL}}{s_H} = \frac{560 \cdot 1 \cdot 1}{1,1} = 509,09 \text{ МПа}.$$

Розрахункове допустиме контактне напруження

$$[\sigma]_H = 0,45 \cdot ([\sigma]_{H1} + [\sigma]_{H2}) = 0,45 \cdot (572,73 + 509,1) = 486,818 \text{ МПа}.$$

Перевіряємо умову

$$[\sigma]_H \leq 1,23 \cdot [\sigma]_{H2} = 1,23 \cdot 509,09 = 626,2 \text{ МПа}.$$

б) Допустиме граничне контактне напруження

$$[\sigma]_{Hmax} = 2,8 \cdot \sigma_{T2} = 2,8 \cdot 640 = 1792 \text{ МПа}.$$

в) Допустимі напруження на витривалість при згині.

Границі витривалості зубців при згині для бази випробувань $N_{FO} = 4 \cdot 10^6$

$$\sigma_{Flimb1} = 1,8 \cdot H_1 = 1,8 \cdot 280 = 504 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{Flimb2} = 1,8 \cdot H_2 = 1,8 \cdot 245 = 441 \text{ МПа}.$$

Оскільки $N_{FE1} > N_{FO}$; $N_{FE2} > N_{FO}$, то коефіцієнт довговічності для зубців шестерні та колеса $K_{FL} = 1$.

Коефіцієнт, що враховує зміну напряду навантаження для реверсивної передачі

$$K_{FC} = 1 - \gamma_{FC} \cdot \frac{T_2''}{T_2'},$$

де γ_{FC} – коефіцієнт, що враховує вид термічної обробки поверхні зубців після поліпшення, становить $\gamma_{FC}=0,35$;

T_2', T_2'' – обертові моменти, що навантажують передачу у протилежних напрямках, приймаємо однаковими;

$$K_{FC}=1-0,35 \cdot 1=0,65.$$

Приймаємо ймовірність неруйнування зубців рівною 0,99, тоді коефіцієнт запасу становить $s_F=2,2$.

Допустимі напруження на витривалість при згині

$$[\sigma]_{F1} = \frac{\sigma_{Flimb1} \cdot K_{FC} \cdot K_{FL}}{s_F} = \frac{504 \cdot 0,65 \cdot 1}{2,2} = 148,909 \text{ МПа};$$

$$[\sigma]_{F2} = \frac{\sigma_{Flimb2} \cdot K_{FC} \cdot K_{FL}}{s_F} = \frac{441 \cdot 0,65 \cdot 1}{2,2} = 130,295 \text{ МПа}.$$

г) Граничні допустимі напруження на згин для зубців шестерні та колеса.

Граничні напруження на згин для зубців після поліпшення, що не спричиняють залишкових деформацій або крихкої поломки зубців

$$\sigma_{FlimM1} = 4,8 \cdot H_1 = 4,8 \cdot 280 = 1344 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{FlimM2} = 4,8 \cdot H_2 = 4,8 \cdot 245 = 1176 \text{ МПа}.$$

Допустимі напруження на згин

$$[\sigma]_{F1 \max} = \frac{\sigma_{FlimM1}}{s_F} = \frac{1344}{2,2} = 610,91 \text{ МПа};$$

$$[\sigma]_{F2 \max} = \frac{\sigma_{FlimM2}}{s_F} = \frac{1176}{2,2} = 534,5 \text{ МПа}.$$

2.2.4 Проектний розрахунок передачі

Мінімальна міжосьова відстань передачі

$$a_{co \min} = K_a \cdot (i_{цк} + 1) \cdot \sqrt[3]{\frac{T_2 \cdot K_{H\beta}}{i_{цк} \cdot \psi_{ba} \cdot [\sigma]_H^2}}, \text{ мм}$$

де K_a – коефіцієнт, який для косозубих передач із сталевими колесами, становить $K_a=430$ МПа;

ψ_{ba} – коефіцієнт ширини зубчастого вінця колеса, який для косозубої передачі із стандартного ряду приймаємо рівним $\psi_{ba}=0,315$;

$$\psi_{bd} = 0,5 \cdot \psi_{ba} \cdot (i_{цк} + 1) = 0,5 \cdot 0,315 \cdot (7,05 + 1) = 1,267;$$

$K_{H\beta}$ – коефіцієнт, що враховує нерівномірність розподілу навантаження по ширині зубчастих вінців з твердістю $H \leq 350$ HB, залежно від параметра ψ_{bd} і схеми з консольним розміщенням зубчастого колеса відносно опор, становить $K_{H\beta}=1,25$;

$$a_{w\min} = 430 \cdot (7,05 + 1) \cdot \sqrt[3]{\frac{2,68 \cdot 1,3}{5 \cdot 7,05 \cdot 430^2}} = 65,02 \text{ мм.}$$

Вибираємо фактичну міжосьову відстань $a_w = 67$ мм (ГОСТ 2185-66). Кут нахилу лінії зубців $\beta = 20^\circ$.

З метою зменшення шуму у швидкохідній передачі число зубців шестерні приймаємо рівним $z_1 = 20$; колеса $z_2 = z_1 \cdot i_{\text{цк}} = 20 \cdot 7,05 = 141$.

Модуль зубців

$$m_n' = \frac{2 \cdot a_w \cdot \cos \beta}{z_1 + z_2} = \frac{2 \cdot 85 \cdot \cos 15^\circ}{20 + 141} = 0,075 \text{ мм.}$$

Приймаємо за стандартним рядом значення $m_n = 1$ (ГОСТ 9563-60).

Уточнюємо міжосьову відстань

$$a_w' = \frac{0,5 \cdot (z_1 + z_2) \cdot m_n}{\cos \beta} = \frac{0,5 \cdot (20 + 141) \cdot 1}{\cos 20^\circ} = 85 \text{ мм.}$$

Беремо $a_w' = 85 \text{ мм}$

2.2.5 Попередні значення деяких параметрів передачі

Ділильні діаметри шестерні і колеса

$$d_1 = \frac{m_n \cdot z_1}{\cos \beta} = \frac{1 \cdot 20}{\cos 15^\circ} = 24 \text{ мм;}$$

$$d_2 = \frac{m_n \cdot z_2}{\cos \beta} = \frac{1 \cdot 141}{\cos 15^\circ} = 150 \text{ мм.}$$

Ширина зубчастих вінців

$$b_2 = \psi_{ba} \cdot a_w = 0,315 \cdot 85 = 26,77 \text{ мм;}$$

$$b_1 = 1,075 b_2 = 28,11 \text{ мм.}$$

За нормальним рядом лінійних розмірів приймаємо рівними $b_1 = 27$ мм, $b_2 = 29$ мм (ГОСТ 6636-69).

Колова швидкість зубчастих коліс

$$V = 0,5 \cdot \omega_2 \cdot d_1 = 0,5 \cdot 31,865 \cdot 24 \cdot 10^{-3} = 0,33 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

В залежності від колової швидкості коліс вибираємо ступінь точності всіх показників зубчастих коліс і передач, рівним $p_{\text{СТ}} = 9$.

Еквівалентні числа зубців

$$z_{v1} = \frac{z_1}{\cos^3 \beta} = \frac{20}{\cos^3 20^\circ} = 17;$$

$$z_{v2} = \frac{z_2}{\cos^3 \beta} = \frac{80}{\cos^3 15^\circ} = 120.$$

Коефіцієнт торцевого перекриття

$$\varepsilon_\alpha = \left[1,88 - 3,2 \cdot \left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right) \right] \cdot \cos 20^\circ = \left[1,88 - 3,2 \cdot \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{141} \right) \right] \cdot \cos 20^\circ = 1,594.$$

Коефіцієнт осевого перекриття зубців

$$\varepsilon_\beta = \frac{b_2 \cdot \sin \beta}{\pi \cdot m_n} = \frac{27 \cdot \sin 15^\circ}{3,14 \cdot 1} = 7,15.$$

Колова сила у зачепленні зубчастих коліс

$$F_t = \frac{2 \cdot T_2}{d_1} = \frac{2 \cdot 2,68}{24 \cdot 10^{-3}} = 254,1 \text{ Н}.$$

Питома розрахункова колова сила

$$\sigma_{Ht} = \frac{F_t}{b_2} \cdot K_{H\alpha} \cdot K_{H\beta} \cdot K_{Hv} \cdot \frac{H}{MM}$$

де $K_{H\alpha}$ – коефіцієнт, що враховує нерівномірний розподіл навантаження між зубцями для косозубих коліс при $\varepsilon_\beta \leq 1$, становить $K_{H\alpha} = 1$;

$K_{H\beta}$ – коефіцієнт, що враховує нерівномірність розподілу навантаження по ширині зубчастих вінців;

K_{Hv} – коефіцієнт, що враховує динамічне навантаження зубців при $n_{ст} = 9$, твердості поверхні зубців $H \leq 350$ HB та коловій швидкості коліс $V = 0,33$ м/с для косозубої передачі, становить $K_{Hv} = 1,05$;

$$\sigma_{Ht} = \frac{254,11}{27} \cdot 1,13 \cdot 1,2 \cdot 1,05 = 11,414 \frac{H}{MM}.$$

Розрахункове контактне напруження

$$\sigma_H = Z_M \cdot Z_H \cdot Z_\varepsilon \cdot \sqrt{\frac{\sigma_{Ht}}{d_1} \cdot \frac{i_{цк} + 1}{i_{цк}}} \leq [\sigma]_H, \text{ МПа}$$

де Z_M – коефіцієнт, який враховує механічні властивості матеріалів зубчастих коліс для сталевих, становить $Z_M = 275$ МПа ;

Z_H – коефіцієнт форми спряжених поверхонь зубців для передач без зміщення $Z_H = 1,77 \cdot \cos \beta = 1,77 \cdot \cos 20^\circ = 1,67$;

Z_ε – коефіцієнт сумарної довжини контактних ліній для косозубих передач при $\varepsilon_\beta \geq 0,9$, становить

$$Z_\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_\alpha}} = \frac{1}{\sqrt{1,94}} = 0,791;$$

$$\sigma_H = 275 \cdot 1,67 \cdot 0,791 \cdot \sqrt{\frac{11,414}{24} \cdot \frac{7,05+1}{7,05}} = 286,75 \text{ МПа.}$$

Стійкість зубців проти втомного викривування їхніх активних поверхонь забезпечується, оскільки $\sigma_H < [\sigma]_H = 486,82 \text{ МПа}$.

2.2.6 Розрахунок активних поверхонь зубців на контактну міцність

Під час дії перевантаження максимальне контактне напруження

$$\sigma_{H\max} = \sigma_H \cdot \sqrt{\frac{T_{2\max}}{T_2}} = 486,82 \cdot \sqrt{2} = 688,46 \text{ МПа.}$$

Контактна міцність забезпечується, оскільки $\sigma_{H\max} < [\sigma]_{H\max} = 1790 \text{ МПа}$.

Питома розрахункова колова сила

$$\omega_R = \frac{F_t}{b_2} \cdot K_{Fa} \cdot K_{F\beta} \cdot K_{Fv} \cdot \frac{H}{\text{мм}}$$

де K_{Fa} – коефіцієнт, який розраховують за формулою

$$K_{Fa} = \frac{[4 + (\epsilon_\alpha - 1) \cdot (n_{CT} - 5)]}{4 \cdot \epsilon_\alpha} = \frac{[4 + (1,94 - 1) \cdot (9 - 7,05)]}{4 \cdot 1,94} = 1;$$

$K_{F\beta}$ – коефіцієнт, що враховує нерівномірність розподілу навантаження по ширині зубчастих вінців з твердістю $H \leq 350 \text{ НВ}$, залежно від параметра ψ_{bd} і схеми з консольним розміщенням зубчастого колеса відносно опор та валів на кулькових підшипниках, становить $K_{F\beta} = 1,22$;

K_{Fv} – коефіцієнт, що враховує динамічне навантаження зубців при $n_{CT} = 9$, твердості поверхні зубців $H \leq 350 \text{ НВ}$ та коловій швидкості коліс $V = 0,33 \text{ м/с}$ для косозубої передачі, становить $K_{Fv} = 1,02$;

$$\omega_R = \frac{254,11}{27} \cdot 1 \cdot 1,22 \cdot 1,02 = 11,81 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}.$$

Значення коефіцієнтів форми зубців Y_{F1} і Y_{F2} залежно від еквівалентного числа зубців z_v шестерні та колеса з урахуванням коефіцієнтів зміщення для некоригованих коліс, становлять $Y_{F1} = 4,3$; $Y_{F2} = 3,6$.

Коефіцієнти перекриття та нахилу зубців для косозубих передач, становлять $Y_\epsilon = 1$, $Y_\beta = (1 - \beta/140) = 0,866$ відповідно.

Розрахункове напруження згину у зубцях шестерні та колеса

$$\sigma_{F1} = Y_{F1} \cdot Y_\epsilon \cdot Y_\beta \cdot \frac{\omega_R}{m_n} = 4,3 \cdot 1 \cdot 0,866 \cdot \frac{11,81}{1} = 43,99 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{F2} = Y_{F1} \cdot Y_e \cdot Y_\beta \cdot \frac{\omega_{Ft}}{m_n} = 3,61 \cdot 1 \cdot 0,66 \cdot \frac{11,81}{1} = 36,83 \text{ МПа.}$$

Стійкість зубців проти втомного руйнування при згині забезпечується, оскільки розрахункові напруження згину менші від відповідних допустимих напружень $[\sigma]_{F1} = 148,91 \text{ МПа}$ та $[\sigma]_{F2} = 130,3 \text{ МПа}$.

2.2.7 Розрахунок зубців шестерні та колеса на міцність при згині максимальним навантаженням

Максимальні напруження згину при перевантаженні

$$\sigma_{F1 \max} = \sigma_{F1} \cdot \frac{T_{2 \max}}{T_2} = 43,99 \cdot 2 = 87,98 \text{ МПа;}$$

$$\sigma_{F2 \max} = \sigma_{F2} \cdot \frac{T_{2 \max}}{T_2} = 36,83 \cdot 2 = 73,65 \text{ МПа.}$$

Міцність зубців забезпечується, бо максимальні розрахункові напруження менші від гранично допустимих значень $[\sigma]_{F1 \max} = 610,91 \text{ МПа}$ та $[\sigma]_{F2 \max} = 534,54 \text{ МПа}$.

2.2.8 Розрахунок параметрів зубчатої передачі

Розміри елементів зубців

- висота головки зубця $h_a = m_n = 1 \text{ мм}$;
- висота ніжки $h_f = 1,25 \cdot m_n = 1,25 \cdot 1 = 1,25 \text{ мм}$;
- кут профілю зубців $\alpha_n = 20^\circ$.

Розміри вінців зубчастих коліс

- ділильні діаметри $d_1 = 24 \text{ мм}$, $d_2 = 150 \text{ мм}$;
- діаметри вершин зубців

$$d_{a1} = d_1 + 2 \cdot m_n = 24 + 2 \cdot 1 = 26 \text{ мм;}$$

$$d_{a2} = d_2 + 2 \cdot m_n = 150 + 2 \cdot 1 = 152 \text{ мм;}$$

- діаметри впадин

$$d_{f1} = d_1 - 2,5 \cdot m_n = 24 - 2,5 \cdot 1 = 21,5 \text{ мм;}$$

$$d_{f2} = d_2 - 2,5 \cdot m_n = 150 - 2,5 \cdot 1 = 147,5 \text{ мм;}$$

- міжосьова відстань $a_o = 63 \text{ мм}$.

2.2.9 Розрахунок сил у зачепленні передачі

Колова сила $F_t = 254,11$ Н.

Радіальна сила

$$F_r = \frac{F_t \cdot \operatorname{tg} \alpha_n}{\cos \beta} = \frac{254,11 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ}{\cos 20^\circ} = 97,66 \text{ Н.}$$

Осьова сила

$$F_a = F_t \cdot \operatorname{tg} \beta = 254,11 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ = 86,14 \text{ Н.}$$

2.3 РОЗРАХУНОК ЧЕРВ'ЯЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ (ОДНО ЗАХІДНА)

Ескіз передачі наведено на Рис. 2.3.1

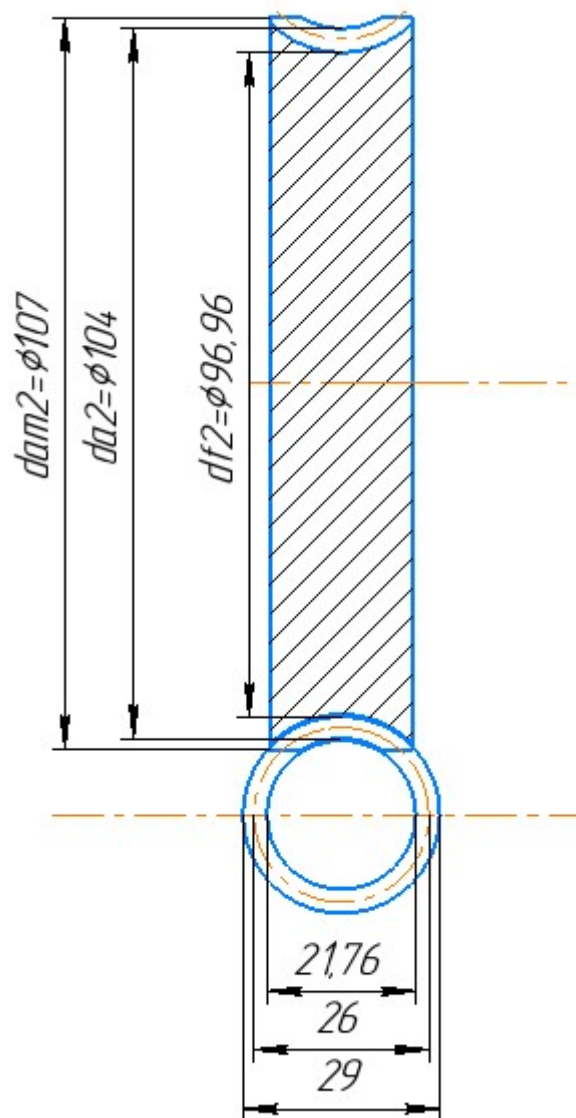


Рис. 2.3.1 Ескіз черв'ячної передачі

Вихідні дані:

Обертний момент на валу черв'яка: $T = 18,35 \text{ Н} \cdot \text{м}$

Обертний момент на валу колеса: $T = 809,19 \text{ Н} \cdot \text{м}$

Кутова швидкість: $\omega = 4,52 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$

Передатне відношення: $i = 63$

Архімедовий черв'як, передача реверсивна, режим навантаження – легкий, перевантаження – 150%, $h=10000$ год.

2.3.1 Параметри навантаження черв'ячної передачі

Кутова швидкість веденого вала:

$$\omega = 0,0717 \text{ рад/с}$$

Під час коротко часового перевантаження максимальний момент на веденому валу:

$$T_{2max} = 1.5 \cdot T = 27,5 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

Визначимо орієнтовну швидкість ковзання в зачепленні:

$$V_s = \frac{4 \cdot \omega}{10^3} \cdot \sqrt[3]{T} = 0,055 \text{ м/с}$$

Сумарне число циклів навантаження зубців колеса за строк служби:

$$N_{\Sigma 2} = 1800 \cdot \frac{\omega}{\pi} \cdot h = 2.6 \cdot 10^7$$

Для середнього нормального режиму навантаження при коефіцієнті інтенсивності $K_{FE} = 0.01$ еквівалентне число циклів навантаження зубців:

$$N_{FE} = K_{FE} N_{\Sigma 2} = 103,6 \cdot 10^4$$

2.3.2 Матеріали для виготовлення черв'яка і черв'ячного колеса

Для черв'яка беремо леговану сталь 40 Х, термообробка – гартування із відпусканням, твердість HRC 45. Робочі поверхні витків шліфовані.

Для черв'ячного колеса при $V_s = 0,055$ м/с вибираємо чавун СЧ18
 $\sigma_B = 355 \text{ МПа}$.

2.3.3 Допустимі напруження на контактну втому

$$[\sigma]_{F0} = 0,12\sigma_B = 42,6 \text{ МПа}.$$

Коефіцієнт довговічності

$$K_{FL} = \sqrt[9]{\frac{10^6}{N_{FE}}} = \sqrt[9]{\frac{10^6}{2,6 \cdot 10^7}} = 0,99$$

Враховуючи обмеження $0,54 < K_{FL} < 1$, беремо $K_{FL} = 0,99$. Тоді для зубців черв'ячного колеса допустиме напруження на втому при згині

$$[\sigma]_F = [\sigma]_{F0} \cdot K_{FL} = 42,6 \cdot 0,99 = 42,43 \text{ МПа}$$

Допустиме граничне напруження згину

$$[\sigma]_{F \max} = 0,75\sigma_B = 266,25 \text{ МПа}.$$

Уточнене значення допустимого контактного напруження

$$[\sigma]_H = 175 - V_s \cdot 35 = 173 \text{ МПа}$$

2.3.4 Проектний розрахунок передачі

Визначаємо міжосьову відстань з умови на контактну міцність

$$a_{\min} = K_a \left(\frac{Z_2}{q} + 1 \right)^3 \sqrt{\frac{T_{2H} \cdot K_{H\beta} \cdot q^2}{(Z_2 \cdot [\sigma_H])^2}}$$

Допоміжний коефіцієнт $K_a = 310 \text{ МПа}^{1/3}$ [2] – при сталевому черв'яку та бронзовому колесі.

Число заходів черв'яка: $z_1 = 1$

Число зубців колеса: $z_2 = 63$

Коефіцієнт діаметра черв'яка:

$$q \geq 0,212 \cdot z_2 = 13,35$$

Вибираємо $q = 16$

Коефіцієнт деформації черв'яка: $\theta = 194$

Коефіцієнт x при легкому режимі навантаження: $x = 0,31$

Мінімальна міжосьова відстань черв'ячної передачі:

$$a_{wmin} = K_{\alpha} \left(\frac{z_2}{q} + 1 \right)^3 \sqrt{\frac{T_2 \cdot K_{H\beta} \cdot q^2}{(z_2 \cdot [\sigma]_H)^2}} = 310 \left(\frac{63}{16} + 1 \right)^3 \sqrt{\frac{27,5 \cdot 1 \cdot 16^2}{(63 \cdot 173,1)^2}} \\ = 52,12$$

Визначимо модуль черв'ячної передачі:

$$m' = \frac{2 \cdot a_{wmin}}{z_2 + q} = \frac{2 \cdot 52,12}{63 + 16} = 1,31$$

Виберемо стандартний модуль зачеплення: $m=1,6$ мм, $q=16$

Тоді ділильний діаметр

$$d_1 = m \cdot q = 1,6 \cdot 16 = 26 \text{ мм}$$

Ділильний кут підйому лінії витків черв'яка:

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{z_1}{q} = \frac{1}{16} = 0,06, \quad \gamma = 3,57^\circ$$

Швидкість ковзання в зачепленні:

$$V_s = \frac{\omega \cdot d_1}{2 \cos \gamma} = \frac{4,52 \cdot 26^{-3}}{2 \cos(3,57^\circ)} = 0,058 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

2.3.5 Попередні значення деяких параметрів передачі

а) Ділильні діаметри

$$d_1 = m \cdot q = 1,6 \cdot 16 = 26 \text{ мм}$$

$$d_2 = m \cdot z_1 = 16 \cdot 63 = 100 \text{ мм}$$

б) Діаметр вершин витків черв'яка та зубців колеса

$$d_{a1} = d_1 + 2 \cdot m = 26 + 2 \cdot 1,6 = 29 \text{ мм}$$

$$d_{a2} = d_2 + 2 \cdot m = 100 + 2 \cdot 1,6 = 104 \text{ мм}$$

в) Міжосьова відстань передачі

$$a_{\omega} = 0.5(d_1 + d_2) = 0.5 \cdot (26 + 100) = 63 \text{ мм}$$

г) Ширина вінця черв'ячного колеса:

$$b_2 \leq 0,75 \cdot d_{a1} = 0,75 \cdot 29 = 21 \text{ мм}$$

Приймаємо 21 мм

е) Еквівалентне число зубців черв'ячного колеса:

$$z_{v2} = \frac{z_2}{\cos^2 \gamma} = \frac{63}{\cos^2(3,57^\circ)} = 63,25$$

д) Колова сила, що діє на зубці колеса:

$$F_{t2} = \frac{2T_2}{d_2} = \frac{2 \cdot 27,52}{104 \cdot 10^{-3}} = 364,06 \text{ Н}$$

2.3.6 Розрахунок зубців черв'ячного колеса на контактну витривалість

Попередньо визначимо деякі коефіцієнти:

Коефіцієнт, що враховує властивості матеріалів черв'яка і вінця колеса, для пари сталі – чавун $Z_m = 210 \text{ МПа}$.

Коефіцієнт форми спряжених поверхонь витків і зубців $Z_h = 1,8$

Коефіцієнт сумарної довжини контактних ліній у зачепленні $Z_e = 0,75$.

З попередніх розрахунків $K_{hb} = 1$

Коефіцієнт динамічного навантаження для швидкості ковзання $V_s = 0,058 \text{ м/с}$.

Питома колова сила:

$$\omega_{nt} = \frac{F_{t2}}{b_2} \cdot K_{H\beta} \cdot K_{HV} = \frac{364,06}{22} \cdot 1 \cdot 1,25 = 21,67 \text{ Н/мм}$$

Розрахункове контактне напруження:

$$\sigma_H = Z_M \cdot Z_H \cdot Z_\varepsilon \sqrt{\frac{\omega_{Ht}}{d_2}} = 210 \cdot 1,8 \cdot 0,75 \sqrt{\frac{21,67}{104}} = 131,45 \text{ МПа}$$

Стійкість зубців проти заїдання і втомного викришування забезпечується, оскільки:

$$\sigma_H = 131,45 \text{ МПа} < [\sigma_H] = 173 \text{ МПа}$$

2.3.7 Розрахунок активних поверхонь зубців черв'ячного колеса на контактну міцність під дією максимального

$$\sigma_{Hmax} = \sigma_H \sqrt{\frac{T_{2max}}{T_2}} = 131,45 \sqrt{\frac{27,52}{18,34}} = 160,992 \text{ МПа}$$

Контактна міцність зубців забезпечується, оскільки:

$$\sigma_{Hmax} = 160,992 < [\sigma]_{Hmax} = 585,75$$

2.3.8. Розрахунок зубців черв'ячного колеса на міцність при згині

$$\sigma_F = Y_F \cdot Y_\varepsilon \cdot Y_\beta \cdot \frac{W_{Ft}}{m}$$

Деякі необхідні для розрахунку коефіцієнти, визначаємо з таблиці :

Коефіцієнт, що враховує форму зуба, береться з таблиць в залежності від еквівалентного числа зубців черв'яка $Y_F=1,36$.

Коефіцієнт, що враховує перекриття (береться з таблиць) $Y_\varepsilon=0,75$.

Коефіцієнт, що враховує кут нахилу зубців $Y_\beta=0,95$

Коефіцієнт динамічного навантаження $K_{fy}=K_{hv}=1,25$

Коефіцієнт, що враховує розподіл навантаження по ширині $K_{fb}=K_{hb}=1$

Питома колова сила:

$$\omega_{Ft} = \frac{F_{t2}}{b_2} \cdot K_{F\beta} \cdot K_{FV} = \frac{365,06}{21} \cdot 1 \cdot 1,25 = 21,67 \text{ Н/мм}$$

Розрахункове напруження згину

$$\sigma_F = Y_F \cdot Y_\varepsilon \cdot Y_\beta \cdot \frac{\omega_{Ft}}{m} = 1,36 \cdot 0,75 \cdot 0,95 \cdot \frac{21,67}{1,6} = 13,12 \text{ МПа}$$

Втомна міцність зубців при згині забезпечується, оскільки:

$$\sigma_F = 13,12 \text{ МПа} < [\sigma_F] = 42,43 \text{ МПа}$$

2.3.9. Перевірка на міцність зубців при згині, при максимальним навантаженням

$$\sigma_{Fmax} = \sigma_F \left(\frac{T_{3max}}{T_3} \right) = 19,69 \text{ МПа}$$

Міцність зубців забезпечується, оскільки:

$$\sigma_{Fmax} = 19,69 \text{ МПа} < [\sigma_{Fmax}] = 266,25 \text{ МПа}$$

2.3.10. Розрахунок параметрів черв'ячної передачі

1) Розміри елементів витків черв'яка та зубців черв'ячного колеса:

а) Висота головки витка черв'яка та зубців колеса

$$h_a = m = 1,6 \text{ мм}$$

б) Висота ніжки витка черв'яка та зубця черв'ячного колеса

$$h_f = 1,2 \cdot m = 1,2 \cdot 1,6 = 1,92 \text{ мм}$$

в) Висота витка черв'яка та зубця черв'ячного колеса

$$h = 2,2 \cdot m = 2,2 \cdot 1,6 = 3,52 \text{ мм}$$

г) Розрахункова товщина витка

$$s = 0,5\pi \cdot m = 0,5\pi \cdot 1,6 = 2,512 \text{ мм}$$

2) Розміри вінців черв'яка та черв'ячного колеса

а) Ділильні діаметри

$$d_1 = 26 \text{ мм}; d_2 = 100 \text{ мм}$$

б) Діаметри вершин

$$d_{a1} = 29 \text{ мм}; d_{a2} = 104 \text{ мм}$$

в) Діаметри западин

$$d_{f1} = d_1 - 2,4 \cdot m = 26 - 2,4 \cdot 1,6 = 21,76 \text{ мм}$$

$$d_{f2} = d_2 - 2,4 \cdot m = 100 - 2,4 \cdot 1,6 = 96,96 \text{ мм.}$$

г) Найбільший діаметр черв'ячного колеса

$$d_{am2} \leq d_{a2} + 2 \cdot m = 107 + 2 \cdot 1,6 = 107 \text{ мм}$$

д) Довжина нарізаної частини черв'яка

$$b_1 \geq (11 + 0,06 \cdot z_2) \cdot m + 25 = (11 + 0,06 \cdot 45) \cdot 1,0 + 25 = 48,648 \text{ мм}$$

Вибираємо 49 мм .

е) Ширина вінця черв'ячного колеса $b_2 = 21 \text{ мм}$.

є) Міжосьова відстань черв'ячної передачі

$$a_{\overline{w}} = 0,5 \cdot m \cdot (q + z_2) = 0,5 \cdot 1,6 \cdot (16 + 63) = 63,2 \text{ мм}$$

Приймаємо 63 мм

2.3.11. Розрахунок сил у зачепленні передачі

Компоненти сил у зачепленні:

а) Колова сила на колесі

$$F_{t2} = F_{a1} = 364,06 \text{ Н}$$

б) Радіальна сила на колесі

$$F_{r2} = F_{r1} = F_{t2} \cdot \operatorname{tg} \alpha = 364,06 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ = 132,5 \text{ Н}$$

в) Осьова сила на колесі

$$F_{a2} = F_{t1} = F_{t2} \cdot \operatorname{tg} \gamma = 117,997117 \cdot \operatorname{tg} 5,91^\circ = 22,75 \text{ Н}$$

2.3.12 ККД черв'ячної передачі

$$\eta = (0,95 \dots 0,96) \cdot \frac{\operatorname{tg} \gamma}{\operatorname{tg}(\gamma + \varphi')} = 0,73$$

2.3.13 Перевірка черв'яка на жорсткість

Рівнодійна колової та радіальної сил на черв'яку:

$$F = \sqrt{F_{t1}^2 + F_{r1}^2} = \sqrt{22,75^2 + 132,5^2} = 134,45 \text{ Н}$$

Осьовий момент інерції черв'яка:

$$J_0 = \frac{\pi \cdot d_{f1}^4}{64} = \frac{3,14 \cdot 22^4}{64} = 10999 \text{ мм}^4$$

Беремо наближено відстань між опорами черв'яка

$$l \approx 0,8 \cdot d_2 = 0,8 \cdot 104 = 138 \text{ мм}$$

За модуля пружності для сталі розрахункова стріла прогину черв'яка :

$$y = \frac{F \cdot l^3}{48 \cdot E \cdot J_0} = \frac{134,45 \cdot 138^3}{48 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 10999} = 0,00064 \text{ мм}$$

Допустима стріла прогину:

$$[y] = 0,01 \cdot 1,6 = 0,01 \cdot 1,0 = 0,016 \text{ мм}$$

Жорсткість черв'яка забезпечується, оскільки

$$y = 0,00064 \text{ мм} \leq [y] = 0,016 \text{ мм}$$

3 РОЗРАХУНОК ВАЛІВ ТА ЇХ ОПОР

3.1 Розрахунок швидкохідного вала

Для виготовлення вала призначаємо сталь 45,

для якої $\sigma_m = 363 \text{ МПа}$, а $\sigma_s = 598 \text{ МПа}$

Діаметр ділянки вала, на якій насаджується черв'як,

попередньо визначимо з умови на кручення. Визначимо діаметр за заниженим

$[\tau] = 25 \text{ МПа}$ і маємо:

$$d = \sqrt[3]{\frac{16T}{\pi[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 1,7699}{3,14 \cdot 25 \cdot 10^6}} = 9,8 \text{ мм}$$

Приймаємо $d = 10 \text{ мм}$ згідно рекомендацій

Ескіз валу буде виглядати так: на рис. 1.6.1.

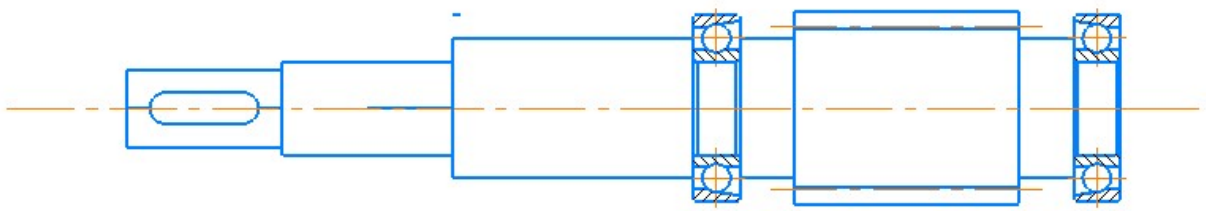


рис. 3.1.1. Ескіз вхідного валу

3.2. РОЗРАХУНОК ПРОМІЖНОГО ВАЛА

3.2.1. ПРОЕКТНИЙ РОЗРАХУНОК І КОНСТРУЮВАННЯ ВАЛА

Для виготовлення валу призначаємо сталь 45,

для якої $\sigma_T = 363 \text{ МПа}$, а $\sigma_s = 598 \text{ МПа}$

Діаметр ділянки валу, на якій насаджується черв'ячне колесо,

попередньо визначимо з умови на кручення. Визначимо діаметр за заниженим

$[\tau] = 25 \text{ МПа}$ і маємо:

$$d = \sqrt[3]{\frac{16T}{\pi[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 18,35}{3,14 \cdot 25 \cdot 10^6}} = 17,2 \text{ мм}$$

Приймаємо $d = 19 \text{ мм}$ згідно рекомендацій

Ескіз проміжного валу зображено на рис. 1.7.1.

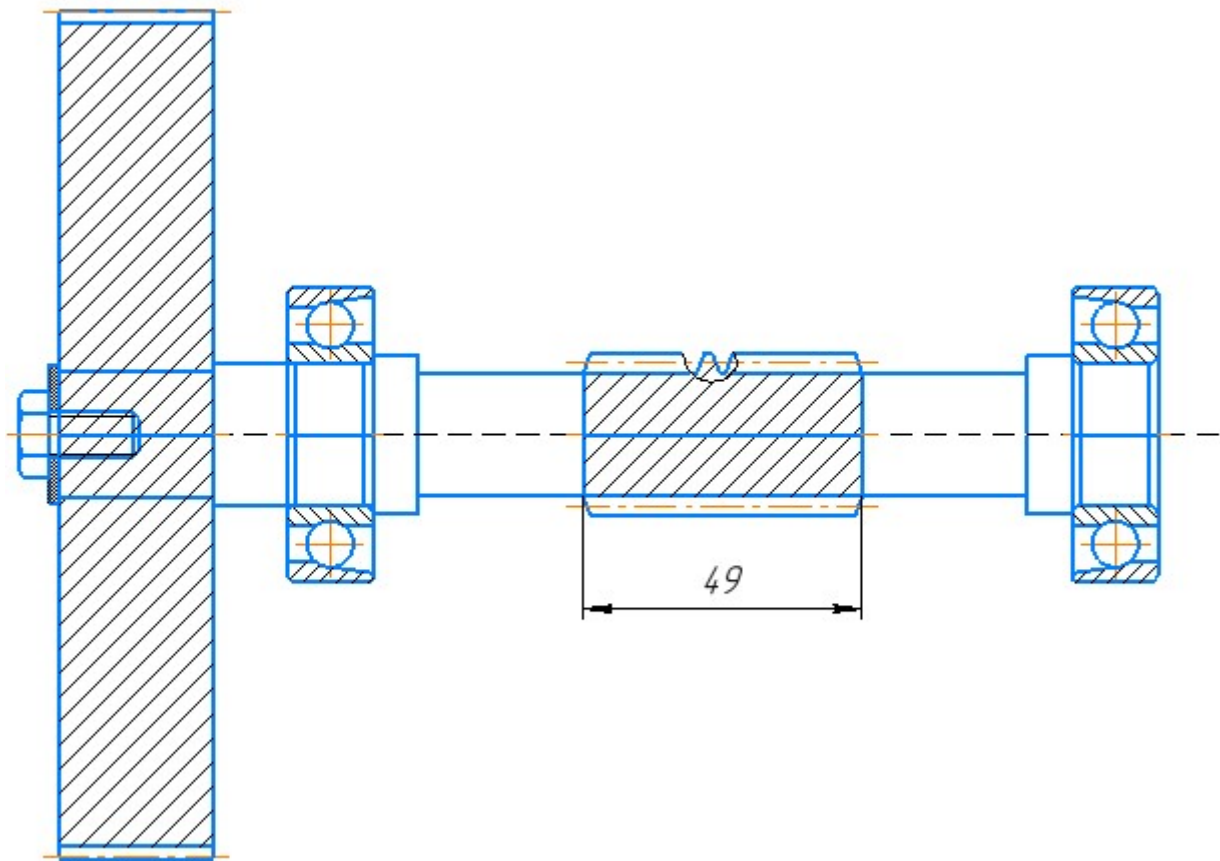


Рис. 3.2.1.Проміжний вал.

3.2.2. РОЗРАХУНОК ВАЛУ НА СТАТИЧНУ МІЦНІСТЬ

Сили у зачепленні візьмемо із попередніх розрахунків передач . Таким чином :

$$F_{t1} = 254,11H, F_{r1} = 97,65H, F_{a1} = 86,14H, T = 18,35H\text{м}$$

$$F_{t2} = 123,42H, F_{r2} = 132,5H, F_{a2} = 24,465H$$

$$M_{a1} = F_{a1} \cdot \frac{d_1}{2} = 1102,67H\text{мм}, M_{a2} = F_{a2} \cdot \frac{d_2}{2} = 2691,175H\text{мм}$$

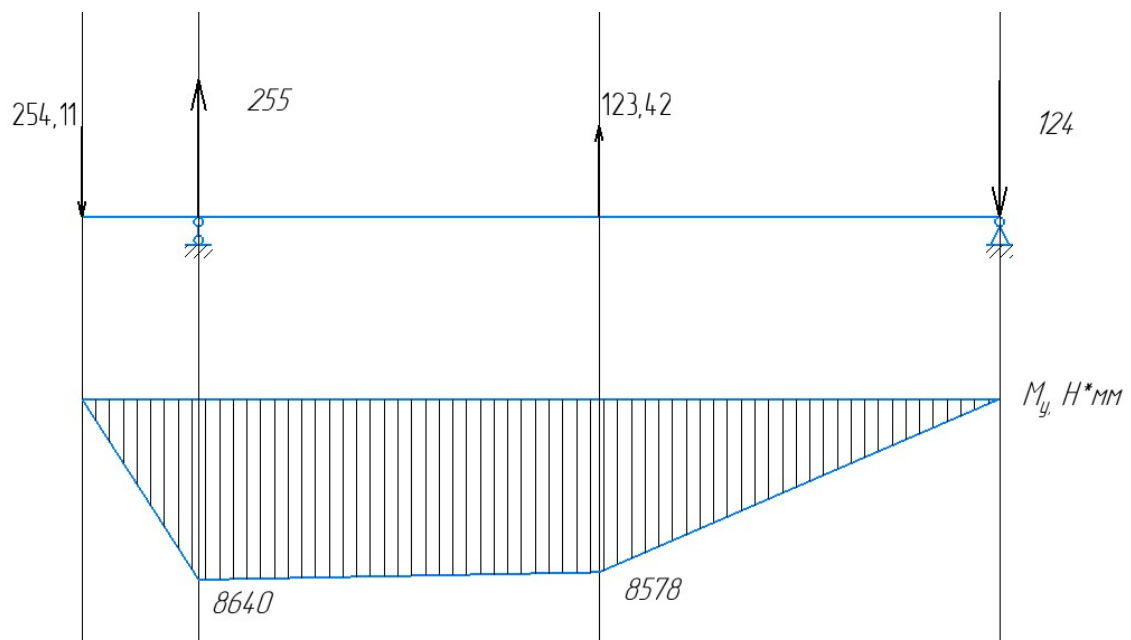
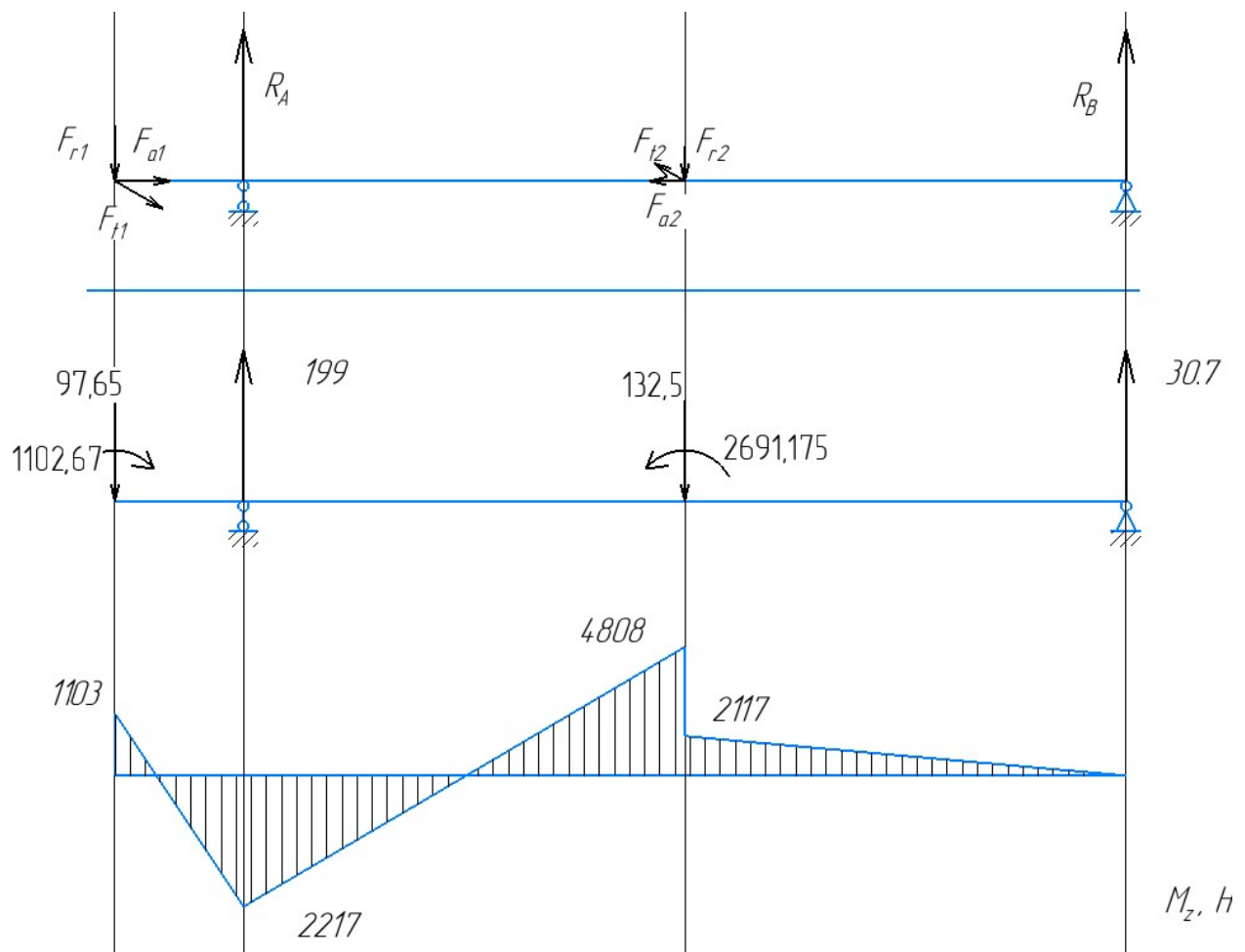
Реакції опор:

$$R_{Ax} = 255H$$

$$R_{Bx} = -124H$$

$$R_{By} = 30,7H$$

$$R_{Ay} = 199H$$



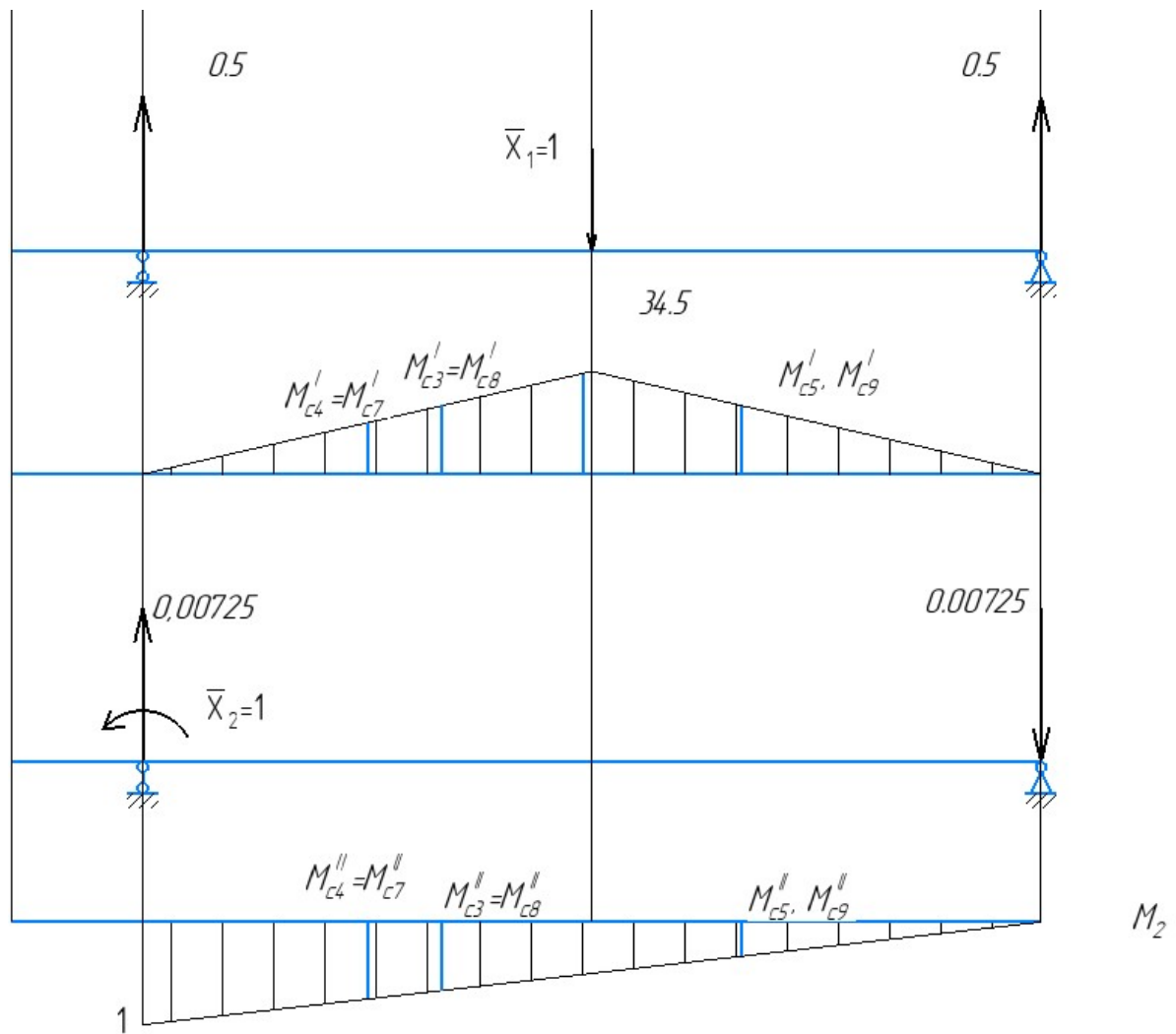


Рис. 1.7.2. Схема валу та епюри навантажень.

Небезпечний переріз по σ_{32} - переріз зліва.

$$M_{32} = \sqrt{(M_y^{max})^2 + (M_z^{max})^2} = \sqrt{(8640)^2 + (4808)^2} = 9887,7 \text{ Н} \cdot \text{мм}$$

$$\sigma_{32} = \frac{M_{32}}{W_0} = \frac{32 M_{32}}{\pi d_{r1}^3} = \frac{32 \cdot 9887,7}{3.14 \cdot 18^3} = 17,27 \text{ МПа}$$

$$\sigma_c = \frac{4 \cdot F_{a2}}{\pi d_{r1}^2} = \frac{4 \cdot 12.21463}{3.14 \cdot 25^2} = 0,96 \text{ МПа}$$

$$\tau = \frac{16 \cdot T}{\pi d_{r1}^3} = \frac{16 \cdot 55753.6}{3.14 \cdot 25^3} = 16,03 \text{ МПа}$$

$$\sigma_e = \sqrt{(\sigma_{32} + \sigma_c)^2 + 4\tau^2} = \sqrt{(19.0716 + 2.13071)^2 + 4 \cdot 9.09104^2} = 36,88 \text{ МПа}$$

$$\sigma_{Emax} = \sigma_e \cdot K_n = 36,88 \cdot 2.2 = 81,155 \text{ МПа}$$

Перевіримо, чи виконується умова статичної міцності:

$$\sigma_{E_{max}} \leq [\sigma]$$

$$\sigma_{E_{max}} = 81,155 \leq [\sigma] = 290,4 \text{ МПа}$$

Статична міцність вала забезпечується.

3.2.3. Перевірка статичної міцності вала

Границі втоми матеріалу вала:

$$\sigma_{-1} = 0,45\sigma_B = 0,45 \cdot 598 = 269,1 \text{ МПа}$$

$$\tau_{-1} = 0,25\sigma_B = 0,25 \cdot 598 = 149,5 \text{ МПа}$$

Перевіримо вал на втомну міцність в перерізі С.

Амплітуди нормальних і дотичних напружень:

$$\sigma_a = 19,0716 \text{ МПа}$$

$$\sigma_m = 2,13071 \text{ МПа}$$

$$\tau_a = \tau_m = \frac{\tau}{2} = 9,09104 \text{ МПа}$$

Ефективні коефіцієнти концентрації напружень: $K_\sigma = 1,46$; $K_\tau = 1,54$

Коефіцієнти, що враховують вплив асиметрії циклу напружень

$$\psi_\sigma = 0,02 + 2 \cdot 10^{-4}\sigma_B = 0,02 + 2 \cdot 10^{-4} \cdot 598 = 0,1396$$

$$\psi_\tau = 0,5\psi_\sigma = 0,0698$$

Коефіцієнт масштабного фактора: $K_d = 0,86$

Коефіцієнти запасу міцності за нормальними і дотичними напруженнями:

$$S_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{K_\sigma}{K_d} \sigma_a + \psi_\sigma \sigma_m} = 38,06$$

$$S_\tau = \frac{\tau_{-1}}{\frac{K_\tau}{K_d} \tau_a + \psi_\tau \tau_m} = 126,58$$

Сумарний коефіцієнт запасу:

$$S = \frac{S_\sigma S_\tau}{\sqrt{S_\sigma^2 + S_\tau^2}} = 36,1 > [S] = 1,5$$

Отже, втомна міцність вала в перерізі С забезпечена.

Осьовий момент інерції перерізу вала

$$J = \frac{\pi \cdot d_{r1}^4}{64} = \frac{3,14 \cdot 18^4}{64} = 5150,4 \text{ мм}^4$$

Згідно зі способом Верещагіна прогин вала у вертикальній площині: y_e і кут нахилу перерізу θ_e

$$y = 0,0023; \theta = 0,0003;$$

Прогин вала y_z і кут нахилу перерізу θ_z у горизонтальній площині:

$$y = 0,0054; \theta = 0,0002;$$

Повний прогин вала:

$$y = \sqrt{y_e^2 + y_z^2} = \sqrt{0,0023^2 + 0,0054^2} = 0,00632 \text{ мм}$$

$$[y] = 0,01 \cdot m = 0,01 \cdot 1 = 0,01$$

$$y \leq [y]$$

Повний кут нахилу:

$$\theta = \sqrt{\theta_e^2 + \theta_z^2} = 0,00025 \text{ рад}$$

$$[\theta] = 0,01 \theta \leq [\theta]$$

Таким чином, жорсткість вала забезпечується.

3.2.4 Аналіз умов навантаження та вибір типу, розміри підшипників

Радіальні навантаження на підшипники на опорі А:

$$R_A = \sqrt{R_{Ay}^2 + R_{Az}^2} = \sqrt{199^2 + 255^2} = 323,46 \text{ Н}$$

$$R_B = \sqrt{R_{By}^2 + R_{Bz}^2} = \sqrt{124^2 + 30,7^2} = 127,744 \text{ Н}$$

Вибираємо роликові конічні підшипники 36205 ГОСТ 831-75

для якого $C_r = 16700 \text{ Н}$

Вихідні дані:

надійність – 90%

перевантаження – 200%

температура < 125 °С

$$L_h = 10000 \text{ год}$$

$$\omega = 0,0717 \text{ с}^{-1}$$

3.2.5 Визначення розрахункового еквівалентного навантаження на підшипники

Розрахункове навантаження:

$$R = (X \cdot V \cdot R_r + Y \cdot R_a) \cdot K_\sigma \cdot K_T$$

де коефіцієнт безпеки $K_\sigma = 1.5$, температурний коефіцієнт $K_T = 1$.

Для визначення X і Y з таблиць знаходимо:

$$e = 0,68$$

Знайдемо співвідношення осьового і радіального навантаження

$$\frac{F_a}{R_a} = 0.674$$

Оскільки $e \leq \frac{F_a}{R_a}$ то: $X = 0,4$; $Y = 0,72$.

Розрахункове навантаження:

$$R = 425,98 \text{ Н}$$

Еквівалентне розрахункове навантаження

$$R_E = R \cdot K_E = 1228.89 \cdot 0.57 = 242,81 \text{ Н}.$$

3.2.6 Розрахунок довговічності підшипника

Розрахуємо довговічність підшипника:

$$L = a_1 \cdot a_{23} \cdot \left(\frac{C_r}{R_E} \right)^p$$

Для звичайних умов експлуатації стандартних роликів конічних підшипників

$a_{23} = 0.6$ [1], при 90% надійності $a_1 = 1$. Для роликів степінь $p = \frac{10}{3}$.

$$L = a_1 \cdot a_{23} \cdot \left(\frac{C_r}{R_E} \right)^p = 1 \cdot 0.6 \cdot \left(\frac{44600}{700.21} \right)^{\frac{10}{3}} = 195209 \text{ об.}$$

Довговічність в годинах:

$$L_h = \frac{1745 \cdot L}{\omega} = \frac{1745 \cdot 195209}{0.071} = 4.7 \cdot 10^9 \text{ об.} > 10000 \text{ год.}$$

Отже, вибраний підшипник витримає навантаження.

3.3 Розрахунок тихохідного вала

Для виготовлення вала призначаємо сталь 45,

для якої $\sigma_T = 598 \text{ МПа}$, а $\sigma_s = 363 \text{ МПа}$

Діаметр ділянки вала, на якій насаджується черв'ячне колесо, попередньо визначимо з умови на кручення. Визначимо діаметр за заниженим $[\tau] = 25 \text{ МПа}$ і маємо:

$$d = \sqrt[3]{\frac{16T}{\pi[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 836.30457}{3.14 \cdot 25 \cdot 10^6}} = 53,75 \text{ мм}$$

Приймаємо $d = 80 \text{ мм}$ згідно рекомендації та конструкційних особливостей.

Ескіз вихідного валу зображено на рис. 1.8.1.

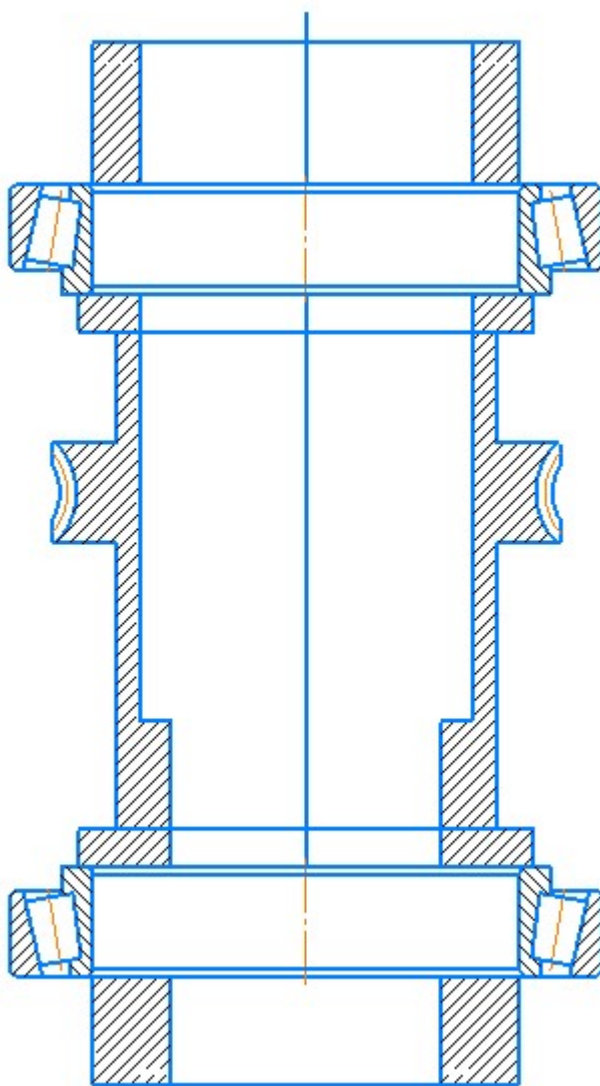


Рис. 1.8.1. Проміжний вал.

3.4 Визначення кількості і сорту мастила

Для заданого типу редуктора вибираємо ІРП-40 з урахуванням таких факторів, як швидкість ковзання у черв'ячній передачі. Змащування черв'ячних коліс

відбувається за рахунок окунання масла. Змашування підшипників здійснюється за допомогою окунання в мастило.

Кількість мастила така, щоб глибина занурювання черв'яка досягала повного занурювання витка. Підрахувавши об'єм dna корпусу ми отримали кількість мастила – 2,8 л.

4 КОРЕГУВАННЯ ЕВОЛВЕНТНОГО ЗАЧЕПЛЕННЯ ЗУБЧАСТИХ КОЛІС

Мета проведення корегування

Оскільки до складу приводу УСНС-2, що був розрахований та спроектований в розділі 1, входить циліндрична косозуба передача. Яка була розрахована та спроектована без корегування зубчастих коліс, з урахування режиму роботи та коефіцієнтів перевантаження, але показник якості не був при цьому перевірений. Метою цього розділу є проведення перевірки якості зачеплення та у разі потреби – проведення корегування для покращення цих показників

4.1 Показники якості зачеплення

Перевірку проводитимемо за такими показниками якості:

ε_{α} – коефіцієнт торцевого перекриття

λ – коефіцієнт питомого ковзання

θ – коефіцієнт питомого тиску

Коефіцієнт торцевого перекриття враховує безперервність і плавність зачеплення в передачі. Ці якості передачі забезпечуються перекриттям роботи однієї пари зубів роботою іншої пари. Для цього кожна наступна пара зубів повинна входити в зачеплення ще до того, як попередня пара вийде із зачеплення.

Для косозубого зачеплення коефіцієнт торцевого перекриття має бути більшим за 1.

Зазвичай його визначають за формулою:

$$\varepsilon_{\alpha} = \frac{z_1(\operatorname{tg} \alpha_{a1} - \operatorname{tg} \alpha_w) + z_2(\operatorname{tg} \alpha_{a2} - \operatorname{tg} \alpha_w)}{2\pi}$$

Де α_{a1} та α_{a2} – кути профілю вздовж кола вершин

α_w – кут зачеплення.

Коефіцієнт питомого ковзання характеризує ступінь ковзання коліс у процесі зачеплення.

$$\lambda_1 = \frac{V_{\text{ковз}}}{V_{K1}^T}, \lambda_2 = \frac{V_{\text{ковз}}}{V_{K2}^T}$$

Де $\vec{V}_{\text{ковз}} = \vec{V}_{K1} - \vec{V}_{K2}$ – швидкість ковзання в точці контакту,

V_{K1}^T – тангенціальна швидкість точки контакту.

Коефіцієнт питомого тиску враховує вплив кривини профілі зубців на контактні напруження.

$$\theta = \frac{m}{\rho_{зв}}$$

Де $\rho_{зв} = \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}$ – зведений радіус кривини профілів зубців у точці контакту.

При виборі коефіцієнтів зміщення мають виконуватися наступні умови: відсутність підрізання зубців та загострення їх вершин, неперервність зачеплення. Оскільки цей коефіцієнт впливає на форму зубця, за від'ємного значення відбувається підрізання, а за додатного можливе загострення головки, ми його обмежуємо границями

$$x_{min} \leq x \leq x_{\Delta}$$

Де x_{min} – найменший коефіцієнт зміщення вихідного контуру, за якого підрізання зубця відсутнє; x_{Δ} – найбільший коефіцієнт зміщення вихідного контуру, за якого відсутнє загострення зубця; x – коефіцієнт зміщення (x_1 або x_2).

Загострення зубця характеризується коефіцієнтом товщини зубця, граничні значення якого визначаються структурою матеріалу і видом термообробки. Оскільки для виготовлення зубчастого колеса та шестерні було обрано сталь 40Х із термообробкою поліпшення, будемо мати наступні допустимі коефіцієнти товщини зубця: $S_a \geq 0,25 \dots 0,3$.

4.2 Розрахунок передачі без корегування

Скористаємося програмою для обрахунків. Введемо наступні вхідні дані, які були розраховані в розділі 1:

Кількість зубів шестерні: $z_1 = 20$

Число зубів колеса: $z_2 = 141$

Модуль зачеплення: $m = 1$ мм

Кут нахилу лінії зуба (град): $\beta = 18,727^\circ$

Міжосьова відстань $a_w = 85$ мм.

Задаємо діапазон зміни x_1 в межах від 0 до 0.

x_1	x_2	x_k 1	x_k 2	e_a	λ_1	λ_2	θ
0	0	0,7 62	0,8 68	1,5 9	2,7 36	0,1 05	0,3 18
x_{1min}				x_{2min}			
-0,429				-9,071			

Таблица 2.1 Показники якості нескорегованого зачеплення

Вхідні параметри

Кількість зубів шестерні: $z_1 = 20$

Число зубів колеса: $z_2 = 141$

Модуль зачеплення: $m = 1$

Кут нахилу лінії зуба (град): $\beta_0 = 18.727$

Коефіцієнт зміщення шестерні: $x_1 = 0$

Коефіцієнт зміщення колеса: $x_2 = 0$

Результат

и

Параметри з'єднання

Міжосьова відстань: $a_w = 85$

Кут зачеплення (град): $\alpha_{tw} = 21.023$

Висота зуба: $h_i = 2.25$

Коефіцієнт торцевого перекриття: $e_a = 1.59$

Коефіцієнт тиску в полюсі: $\theta = 0.318$

Параметри шестерні

Радіус ділительного кола: $r = 10.559$

Радіус початковій окружності: $r_w = 10.559$

Радіус кола вершин: $r_a = 11.559$

Радіус кола западин: $r_f = 9.309$

Радіус основного кола: $r_b = 9.856$

Коефіцієнт товщини по окружності вершин: $s_k = 0.721$

Коефіцієнт питомого ковзання: $\lambda = 2.736$

Параметри колеса

Радіус ділительного кола: $r = 74.441$

Радіус початковій окружності: $r_w = 74.441$

Радіус кола вершин: $r_a = 75.441$

Радіус кола западин: $r_f = 73.191$

Радіус основного кола: $r_b = 69.486$

Коефіцієнт товщини по окружності вершин: $s_k = 0.822$

Коефіцієнт питомого ковзання: $\lambda = 0.105$

Як видно з розрахунку, отримані значення коефіцієнту товщини зубця $S_\alpha = 0,762$ для шестерні та $S_\alpha = 0,868$ для колеса задовольняють умову $S_\alpha \geq 0,25 \dots 0,3$.

Коефіцієнт перекриття нульового зміщення також задовольняє умову

$$\epsilon_\alpha = 1,59 > 1.$$

Розрахункові значення коефіцієнтів ковзання наразі сильно відрізняються $\lambda_1 = 2,736$ $\lambda_2 = 0,105$ через це зубці набагато швидше прийдуть в непридатність.

Розрахуємо інші параметри передачі, які потрібні для креслення профілю зубців.

Обчислюємо координати точок профілів зубців колеса та шестерні та вносимо дані у таблиці

Координати шестерні			
№	Т-д	х	у
1	Пр хд	1,3 94	9,1 97
2	Пр хд	1,1 7	9,2 95
3	Пр хд	1,0 45	9,4 41
4	Пр хд	0,9 84	9,5 83
5	Пр хд	0,9 55	9,7 21
6	Пр хд	0,9 46	9,8 62
7	Ев лв	0,9 45	9,9 05
8	Ев лв	0,9 41	9,9 61
9	Ев лв	0,9 34	10, 03
10	Ев лв	0,9 23	10, 112
11	Ев лв	0,9 07	10, 206
12	Ев лв	0,8 85	10, 312
13	Ев лв	0,8 55	10, 431
14	Ев лв	0,8 18	10, 561
15	Ев лв	0,7 72	10, 701
16	Ев лв	0,7 16	10, 853
17	Ев лв	0,6 5	11, 014

18	ЕВ ЛВ	0,5 73	11, 185
19	ЕВ ЛВ	0,4 83	11, 365
20	ЕВ ЛВ	0,3 81	11, 553

Табл. 2.2. Координати точок профілю зубця шестерні

Координати колеса			
№	Т- Д	х	у
1	Пр хД	1,5 61	73, 167
2	Пр хД	1,3 7	73, 219
3	Пр хД	1,2 61	73, 306
4	Пр хД	1,2 09	73, 378
5	Пр хД	1,1 81	73, 433
6	Пр хД	1,1 64	73, 478
7	ЕВ ЛВ	1,1 22	73, 606
8	ЕВ ЛВ	1,0 78	73, 737
9	ЕВ ЛВ	1,0 33	73, 869
10	ЕВ ЛВ	0,9 86	74, 003
11	ЕВ ЛВ	0,9 38	74, 139
12	ЕВ ЛВ	0,8 88	74, 276
13	ЕВ ЛВ	0,8 37	74, 416
14	ЕВ ЛВ	0,7 84	74, 557
15	ЕВ ЛВ	0,7 3	74, 7
16	ЕВ ЛВ	0,6 74	74, 844
17	ЕВ	0,6	74,

	ЛВ	16	991
	ЕВ	0,5	75,
18	ЛВ	57	139
	ЕВ	0,4	75,
19	ЛВ	96	288
	ЕВ	0,4	75,
20	ЛВ	34	44

Табл. 2.3. Координати точок профілю зубця колеса

4.3 Розрахунок скорегованої передачі

Оскільки ковзання надто відрізняються проведемо корегування даної передачі. Для цього знайдемо так межі зміни коефіцієнта зміцнення шестерні між 0 та 1 де значення коефіцієнтів ковзання будуть приблизно дорівнювати один одному .

Знову користуємося програмою для розрахунку та вводимо наступні вхідні дані:

Кількість зубів шестерні: $z_1 = 20$

Число зубів колеса: $z_2 = 141$

Модуль зачеплення: $m = 1$ мм

Кут нахилу лінії зуба (град): $\beta = 19,749^\circ$

Міжосьова відстань $a_w = 85$ мм.

Задаємо діапазон зміни x_1 в межах від 0 до 1.

№	x_1	x_2	x_k 1	x_k 2	e_a	λ_1	λ_2	θ
1	0	0	0,7 62	0,8 68	1,5 9	2,7 36	0,1 05	0,3 18
2	0,1	0,1	0,7 28	0,8 73	1,5 68	2,0 08	0,1 15	0,3 18
3	0,2	0,2	0,6 91	0,8 78	1,5 44	1,5 07	0,1 24	0,3 18
4	0,3	0,3	0,6 51	0,8 82	1,5 18	1,1 41	0,1 34	0,3 18
5	0,4	0,4	0,6 07	0,8 85	1,4 9	0,8 62	0,1 44	0,3 18
6	0,5	0,5	0,5 6	0,8 87	1,4 61	0,6 42	0,1 53	0,3 18
7	0,6	0,6	0,5 1	0,8 89	1,4 3	0,4 65	0,1 63	0,3 18
8	0,7	0,7	0,4 57	0,8 9	1,3 97	0,3 18	0,1 72	0,3 18
9	0,8	0,8	0,4 91	0,8 91	1,3 63	0,1 95	0,1 82	0,3 18
10	0,9	0,9	0,3 41	0,8 91	1,3 28	0,0 9	0,1 91	0,3 18
11	1	-1	0,2	0,8	1,2	0	0,2	0,3

			78	9	9		01	18
x1 min	x2 min							
- 0,429	- 9,071							

Табл. 2.4. Показники якості корегованого зачеплення при $0 \leq x_1 \leq 1$

З таблиці 2.4 видно, що показники коефіцієнтів ковзання починають вирівнюватися в діапазоні $0.8 \leq x_1 \leq 0.9$

Обрахуємо показники в цьому діапазоні.

№	x1	x2	xk		ea	λ_1	λ_2	θ
			1	2				
1	0,8	- 0,8	0,4	0,8 91	1,3 63	0,1 95	0,1 82	0,3 18
2	0,8 1	- 0,81	0,3 94	0,8 91	1,3 6	0,1 84	0,1 83	0,3 18
3	0,8 2	- 0,82	0,3 89	0,8 91	1,3 56	0,1 73	0,1 84	0,3 18
4	0,8 3	- 0,83	0,3 83	0,8 91	1,3 53	0,1 62	0,1 85	0,3 18
5	0,8 4	- 0,84	0,3 77	0,8 91	1,3 49	0,1 51	0,1 86	0,3 18
6	0,8 5	- 0,85	0,3 71	0,8 91	1,3 46	0,1 41	0,1 87	0,3 18
7	0,8 6	- 0,86	0,3 65	0,8 91	1,3 42	0,1 3	0,1 88	0,3 18
8	0,8 7	- 0,87	0,3 59	0,8 91	1,3 38	0,1 2	0,1 89	0,3 18
9	0,8 8	- 0,88	0,3 53	0,8 91	1,3 35	0,1 1	0,1 89	0,3 18
10	0,8 9	- 0,89	0,3 47	0,8 91	1,3 31	0,1	0,1 9	0,3 18
11	0,9	- 0,9	0,3 41	0,8 91	1,3 28	0,0 9	0,1 91	0,3 18
x1 min	x2 min							
- 0,429	- 9,071							

Табл. 2.5. Показники якості корегованого зачеплення при $0.8 \leq x_1 \leq 0.9$

З таблиці 2.5 видно, що показники коефіцієнтів ковзання починають вирівнюватися в діапазоні $0.81 \leq x_1 \leq 0.82$

Обрахуємо показники в цьому діапазоні.

№	x_k		x_k		e_a	λ_1	λ_2	θ
	x_1	x_2	1	2				
1	0,8 1	- 0,81	0,3 94	0,8 91	1,3 6	0,1 84	0,1 83	0,3 18
2	0,8 11	- 0,811	0,3 94	0,8 91	1,3 59	0,1 83	0,1 83	0,3 18
3	0,8 12	- 0,812	0,3 93	0,8 91	1,3 59	0,1 82	0,1 83	0,3 18
4	0,8 13	- 0,813	0,3 93	0,8 91	1,3 59	0,1 8	0,1 83	0,3 18
5	0,8 14	- 0,814	0,3 92	0,8 91	1,3 58	0,1 79	0,1 83	0,3 18
6	0,8 15	- 0,815	0,3 92	0,8 91	1,3 58	0,1 78	0,1 83	0,3 18
7	0,8 16	- 0,816	0,3 91	0,8 91	1,3 58	0,1 77	0,1 83	0,3 18
8	0,8 17	- 0,817	0,3 9	0,8 91	1,3 57	0,1 76	0,1 83	0,3 18
9	0,8 18	- 0,818	0,3 9	0,8 91	1,3 57	0,1 75	0,1 84	0,3 18
10	0,8 19	- 0,819	0,3 89	0,8 91	1,3 57	0,1 74	0,1 84	0,3 18
11	0,8 2	- 0,82	0,3 89	0,8 91	1,3 56	0,1 73	0,1 84	0,3 18
x_1 min		x_2 min						
-		-						
0,429		9,071						

Табл. 2.6. Показники якості корегованого зачеплення при $0.81 \leq x_1 \leq 0.82$

Отже з таблиці 2.6 видно що показники коефіцієнтів ковзання вирівнюються при $x_1=0.811$, та дорівнюють 0.183.

Перевіримо також отримані значення коефіцієнту товщини зубця. $S_{\alpha} = 0,394$ для шестерні та $S_{\alpha} = 0,891$ для колеса. Бачимо що вони задовольняють умову $S_{\alpha} \geq 0,25 \dots 0,3$.

Коефіцієнт перекриття нульового зміщення також задовольняє умову

$$\varepsilon_{\alpha} = 1,359 > 1.$$

Розрахуємо інші параметри передачі, які потрібні для креслення профілю зубців.

Вхідні параметри

Кількість зубів шестерні: $z_1 = 20$

Число зубів колеса: $z_2 = 141$

Модуль зачеплення: $m = 1$
 Кут нахилу лінії зуба (град): $\beta_0 = 18.727$
 Коефіцієнт зміщення шестерні: $x_1 = 0.811$
 Коефіцієнт зміщення колеса: $x_2 = -0.811$

Результат

и

Параметри з'єднання

Міжосьова відстань: $a_w = 85$
 Кут зачеплення (град): $\alpha_{tw} = 21.023$
 Висота зуба: $h_i = 2.25$
 Коефіцієнт торцевого перекриття: $e_a = 1.359$
 Коефіцієнт тиску в полюсі: $\theta = 0.318$

Параметри шестерні

Радіус ділительного кола: $r = 10.559$
 Радіус початковій окружності: $r_w = 10.559$
 Радіус кола вершин: $r_a = 12.37$
 Радіус кола западин: $r_f = 10.12$
 Радіус основного кола: $r_b = 9.856$
 Коефіцієнт товщини по окружності вершин: $s_k = 0.373$
 Коефіцієнт питомого ковзання: $\lambda = 0.183$

Параметри колеса

Радіус ділительного кола: $r = 74.441$
 Радіус початковій окружності: $r_w = 74.441$
 Радіус кола вершин: $r_a = 74.63$
 Радіус кола западин: $r_f = 72.38$
 Радіус основного кола: $r_b = 69.486$
 Коефіцієнт товщини по окружності вершин: $s_k = 0.844$
 Коефіцієнт питомого ковзання: $\lambda = 0.183$

Обчислюємо координати точок профілів зубців колеса та шестерні та вносимо дані у таблиці

Координати шестерні			
№	Т-д	х	у
1	Пр хд	1,5 22	10, 043
2	Пр хд	1,3 46	10, 116
3	Пр	1,2	10,

	хД	54	209
4	Пр хД	1,2 16	10, 277
5	Пр хД	1,1 99	10, 322
6	Пр хД	1,1 9	10, 354
7	ЕВ ЛВ	1,1 66	10, 458
8	ЕВ ЛВ	1,1 36	10, 569
9	ЕВ ЛВ	1,1	10, 689
10	ЕВ ЛВ	1,0 58	10, 815
11	ЕВ ЛВ	1,0 08	10, 949
12	ЕВ ЛВ	0,9 52	11, 09
13	ЕВ ЛВ	0,8 88	11, 237
14	ЕВ ЛВ	0,8 15	11, 39
15	ЕВ ЛВ	0,7 34	11, 548
16	ЕВ ЛВ	0,6 43	11, 713
17	ЕВ ЛВ	0,5 43	11, 882
18	ЕВ ЛВ	0,4 34	12, 055
19	ЕВ ЛВ	0,3 14	12, 233
20	ЕВ ЛВ	0,1 84	12, 414

Табл. 2.7. Координати точок профілю зубця шестерні

Координати колеса			
№	Т- д	х	у
1	Пр хД	1,5 43	72, 311
2	Пр хД	1,3 34	72, 368

3	Пр хД	1,2 1	72, 47
4	Пр хД	1,1 43	72, 566
5	Пр хД	1,1 01	72, 653
6	Пр хД	1,0 72	72, 737
7	ЕВ ЛВ	1,0 37	72, 857
8	ЕВ ЛВ	1	72, 978
9	ЕВ ЛВ	0,9 62	73, 101
10	ЕВ ЛВ	0,9 22	73, 226
11	ЕВ ЛВ	0,8 82	73, 354
12	ЕВ ЛВ	0,8 39	73, 483
13	ЕВ ЛВ	0,7 95	73, 614
14	ЕВ ЛВ	0,7 5	73, 747
15	ЕВ ЛВ	0,7 03	73, 881
16	ЕВ ЛВ	0,6 55	74, 018
17	ЕВ ЛВ	0,6 05	74, 157
18	ЕВ ЛВ	0,5 53	74, 297
19	ЕВ ЛВ	0,5	74, 439
20	ЕВ ЛВ	0,4 45	74, 583

Табл. 2.8. Координати точок профілю зубця колеса

За даними отриманими за допомогою програми, зображуємо профілі скорегованих і нескорегованих зубців колеса та шестерні.

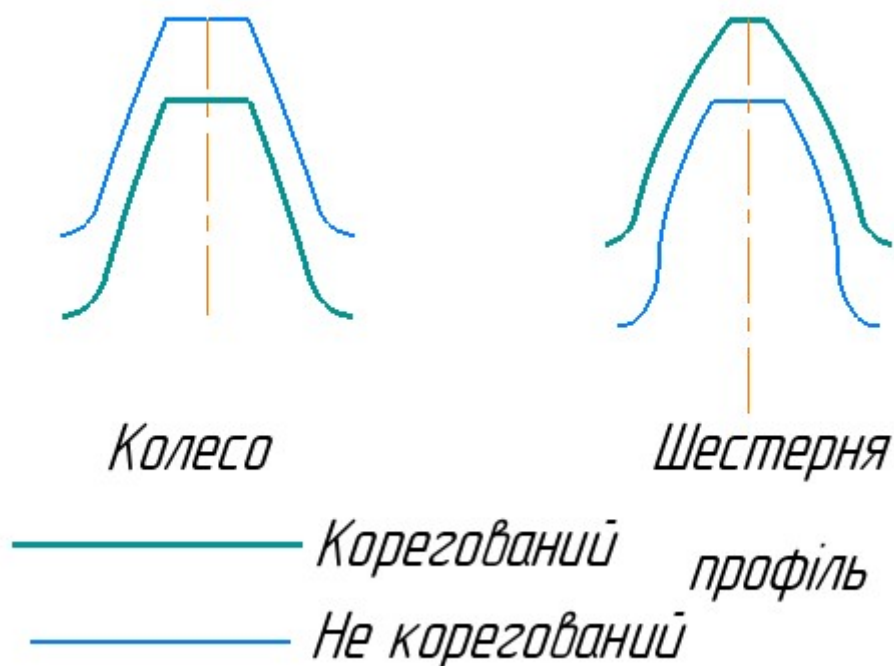


Рис. 2.1. Кореговані та не кореговані профілі зубців шестерні та колеса.

2.5 Висновок

За допомогою програми було проведено корегування косозубого зачеплення. Були визначені наступні показники якості зачеплення:

- Коефіцієнти ковзання $\lambda_1 = \lambda_2 = 0,183$.
- Коефіцієнт перекриття нульового зміщення $\varepsilon_\alpha = 1,359 > 1$.
- Коефіцієнти товщини зубця $S_\alpha = 0,373$ для шестерні та $S_\alpha = 0,844$ для колеса задовільняють умові $S_\alpha \geq 0,25 \dots 0,3$ при поліпшені.

Оскільки ми скорегували нашу передачу, то зубці будуть зношуватися рівномірно, що збільшить строк служби устаткування.

Параметр	Некорегована	Скорегована
x1	0	0.811
x2	0	-0.811
ε_α	1.59	1.359
λ_1	2.736	0.183
λ_2	0.105	0.183
θ	0.318	0.318
$S_{\alpha 1}$	0.721	0.373
$S_{\alpha 2}$	0.822	0.844

Таблиця 2.9 Порівняння параметрів некоригованої та коригованої передачі.

5 РОЗРАХУНОК ОСЕСИМЕТРИЧНОЇ ПЛАСТИНИ НА МІЦНІСТЬ ТА ЖОРСТКІСТЬ

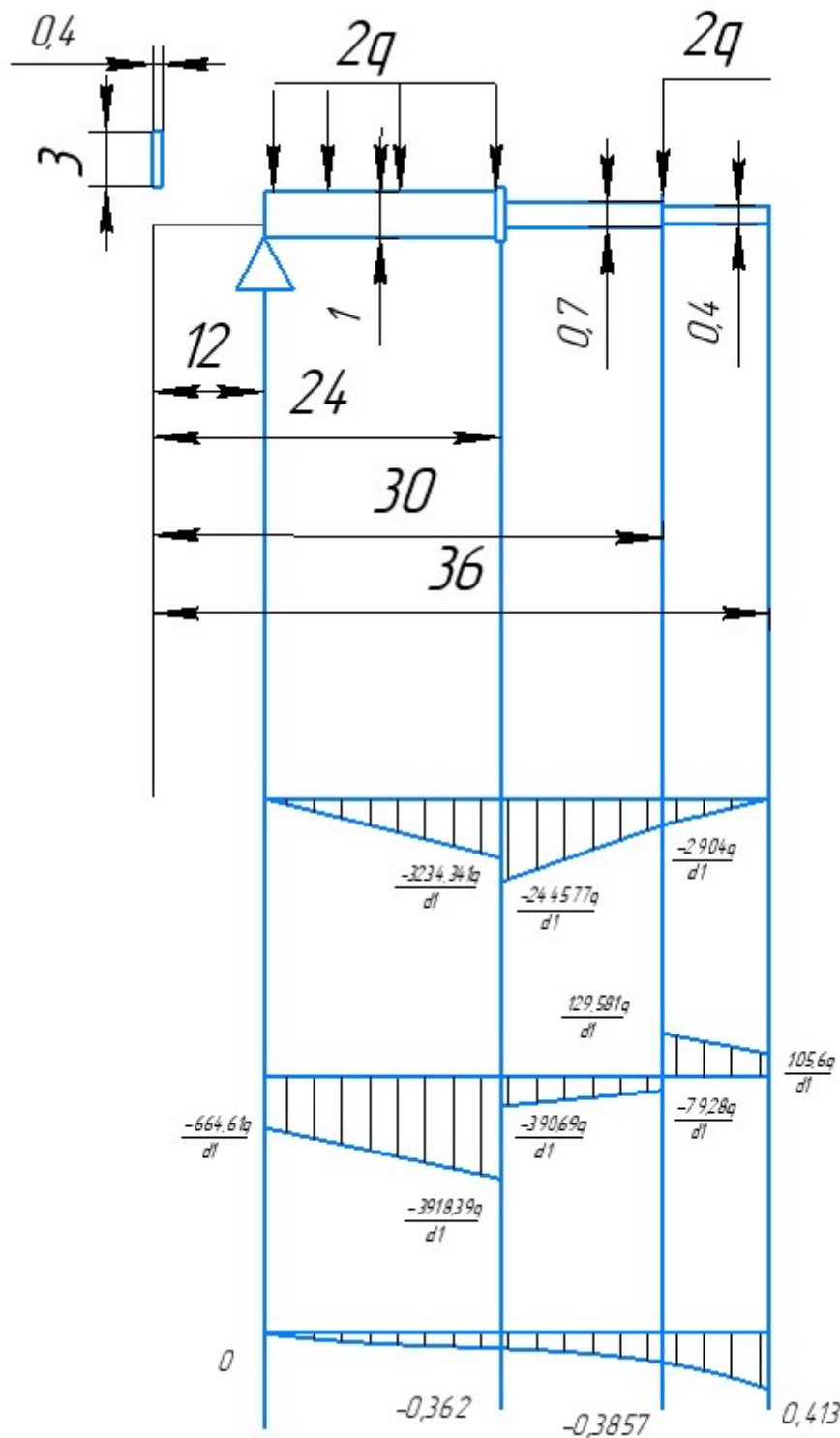


Рисунок 3.1 Схема плити та епюри моментів та переміщень

Напружено-деформований стан плити можна знайти за допомогою модифікованого метода початкових параметрів в формі метода двох розрахунків.

Для початку потрібно знайти реакцію в опорі

1) Обчислення реакції в опорі:

$$R_x = R \cdot \pi \cdot 50 = 3q\pi(30^2 - 24^2) + 3q \cdot 2\pi = 1152q\pi$$

- 2) Знаходимо характеристики ділянок (жорсткість D_i , матриці переходу L_i , початкові сили P_i , вектори навантажень R_i):

$$D_1 = \frac{2 \cdot 10^4 \cdot 1}{12(1 - 0.3^2)} = 1831.5$$

$$\lambda_1 = \frac{12}{24} = 0.5$$

$$\lambda_2 = \frac{24}{30} = 0.8$$

$$\lambda_3 = \frac{30}{36} = 0.83$$

$$\frac{D_2}{D_1} = 0.343$$

$$\frac{D_1}{D_2} = 2.91$$

$$\frac{D_3}{D_1} = 0.064$$

$$\frac{D_1}{D_3} = 15.625$$

Матриця переходу знаходиться за такою формулою:

$$L_i = \begin{vmatrix} \psi_{\vartheta\vartheta}(\lambda_i) & \frac{D_1}{D_2} \psi_{\vartheta m}(\lambda_i) \\ \frac{D_2}{D_1} \psi_{r\vartheta}(\lambda_i) & \psi_{rm}(\lambda_i) \end{vmatrix}$$

Знайдемо матриці переходу для кожної ділянки пластини:

$$L_1 = \begin{vmatrix} 0.5125 & 0.375 \\ 0.3412 & 0.7375 \end{vmatrix}$$

$$L_2 = \begin{vmatrix} 0.766 & 0.5238 \\ 0.056 & 0.874 \end{vmatrix}$$

$$L_3 = \begin{vmatrix} 0.7928 & 2.49 \\ 0.0092 & 0.884 \end{vmatrix}$$

$$P_{11} = R_x = 1152q\pi$$

$$P_{21} = R_x = 1152q\pi$$

$$P_{31} = +3q\pi(30^2 - 24^2) - 3q \cdot 60\pi + R_x = 0$$

Вектор навантажень знаходять за наступною формулою:

$$R_i = \begin{pmatrix} \frac{P_{i1}}{D_1} \cdot \psi_{\vartheta\vartheta}(\lambda_i) + \frac{q_i \cdot r_i^2}{D_1} \cdot \psi_{\vartheta q}(\lambda_i) \\ \frac{P_{i1}}{D_1} \cdot \psi_{r\vartheta}(\lambda_i) + \frac{q_i \cdot r_i^2}{D_1} \cdot \psi_{rq}(\lambda_i) \end{pmatrix}$$

Знайдемо вектори навантажень нашої пластини:

$$R_1 = \frac{1}{D_1} (1152q\pi \cdot 0.5125 + 0) = \frac{q}{D_1} (1854,8)$$

$$R_2 = \frac{1}{D_1} (1152q\pi \cdot 0.766 + 0) = \frac{q}{D_1} (2772,24)$$

$$R_3 = 0$$

Ребро:

$$X_{31} = L_p X_{22}$$

$$L_p = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{EI_x}{RD_1} & 1 \end{pmatrix}$$

$$I_x = \frac{3^3 \cdot 0.4}{12} = 0,9 \text{ см}^4$$

$$D_1 = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)} = \frac{2 \cdot 10^4 \cdot 0.9^3}{12(1-0.32^2)} = 49450,55 \text{ кН} \cdot \text{см}$$

$$\frac{EI_x}{RD_1} = \frac{2 \cdot 10^4 \cdot 0.9}{12 \cdot 49450,55} = 0.03$$

$$L_p = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0.03 & 1 \end{pmatrix}$$

5.1 Перший розрахунок

Перший розрахунок $\{\bar{X}\}_{i2} = [L]_i \{\bar{X}\}_{i1}$

$$\{\bar{X}\}_{11} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\{\bar{X}\}_{12} = [L]_1 \{\bar{X}\}_{11} = \begin{vmatrix} 0.5125 & 0.375 \\ 0.3412 & 0.7575 \end{vmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.5125 \\ 0.3412 \end{Bmatrix}$$

$$\{\bar{X}\}_{21} = [L]_p \{\bar{X}\}_{12} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0.03 & 1 \end{vmatrix} \begin{Bmatrix} 0.5125 \\ 0.3412 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.5125 \\ 0.3565 \end{Bmatrix}$$

$$\{\bar{X}\}_{22} = [L]_2 \{\bar{X}\}_{21} = \begin{vmatrix} 0.766 & 0.5238 \\ 0.056 & 0.874 \end{vmatrix} \begin{Bmatrix} 0.5125 \\ 0.3565 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.5739 \\ 0.34 \end{Bmatrix} = \{\bar{X}\}_{31}$$

$$\{\bar{X}\}_{32} = [L]_3 \{\bar{X}\}_{31} = \begin{vmatrix} 0.7928 & 2.49 \\ 0.0092 & 0.884 \end{vmatrix} \begin{Bmatrix} 0.5739 \\ 0.34 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1.305 \\ 0.305 \end{Bmatrix}$$

5.2 Другий розрахунок

$$\{\bar{\bar{X}}\}_{i2} = [L]_i \{\bar{\bar{X}}\}_{i1} + \{R\}_i$$

$$\{\bar{\bar{X}}\}_{11} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\{\bar{\bar{X}}\}_{12} = [L]_1 \{\bar{\bar{X}}\}_{11} + \{R\}_1 = \frac{q}{D_1} (1854,8)$$

$$\begin{aligned}\{\bar{X}\}_{21} &= [L]_p \{\bar{X}\}_{11} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0.03 & 1 \end{pmatrix} \cdot \frac{q}{D_1} \begin{pmatrix} 1854,8 \\ 1234,85 \end{pmatrix} = \frac{q}{D_1} \begin{pmatrix} 1854,8 \\ 1290,484 \end{pmatrix} \\ \{\bar{X}\}_{22} &= [L]_2 \{\bar{X}\}_{21} + \{R\}_2 = \begin{vmatrix} 0.766 & 0.5238 \\ 0.056 & 0.874 \end{vmatrix} \cdot \frac{q}{D_1} \begin{pmatrix} 1854,8 \\ 1290,484 \end{pmatrix} + \frac{q}{D_1} \begin{pmatrix} 2772,24 \\ 203,032 \end{pmatrix} \\ &= \frac{q}{D_1} \begin{pmatrix} 4868,972 \\ 1434,969 \end{pmatrix} = \{\bar{X}\}_{31} \\ \{\bar{X}\}_{32} &= [L]_3 \{\bar{X}\}_{31} = \begin{vmatrix} 0.7928 & 2,49 \\ 0.0092 & 0.884 \end{vmatrix} \cdot \frac{q}{D_1} \begin{pmatrix} 4868,972 \\ 1434,969 \end{pmatrix} = \frac{q}{D_1} \begin{pmatrix} 7433,193 \\ 1313,307 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

- 3) Урахування граничної умови на зовнішньому контурі пластини (радіальний момент на вільному краї має дорівнювати нулю)

$$4) \frac{\dot{M}r}{D_1} \cdot C + \frac{\ddot{M}r}{D_1} = 0$$

$$0.305 \cdot C + \frac{q}{D_1} (1313,307) = 0$$

$$C = \frac{-4305,924q}{D_1}$$

5.3 Розрахунок НДС пластинки при заданому навантаженні

- 5) Визначення повних векторів стану для ділянок з урахуванням константи C

$$\{X\} = \{\bar{X}\} \cdot C + \{\bar{X}\}$$

$$\begin{aligned}\{X\}_{11} &= \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \cdot \frac{-4305,924q}{D_1} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = -\frac{q}{D_1} \begin{Bmatrix} -4305,924 \\ 0 \end{Bmatrix} \\ \{X\}_{12} &= \begin{Bmatrix} 0.5125 \\ 0.3412 \end{Bmatrix} \cdot \frac{-4305,924q}{D_1} + \frac{q}{D_1} \begin{pmatrix} 1854,8 \\ 1234,85 \end{pmatrix} = \frac{q}{D_1} \begin{Bmatrix} -351,986 \\ -234,341 \end{Bmatrix} \\ \{X\}_{21} &= \begin{Bmatrix} 0.5125 \\ 0.3565 \end{Bmatrix} \cdot \frac{-4305,924q}{D_1} + \frac{q}{D_1} \begin{pmatrix} 1854,8 \\ 1290,484 \end{pmatrix} = \frac{q}{D_1} \begin{Bmatrix} -351,986 \\ -244,577 \end{Bmatrix} \\ \{X\}_{22} &= \begin{Bmatrix} 0.5739 \\ 0.34 \end{Bmatrix} \cdot \frac{-4305,924q}{D_1} + \frac{q}{D_1} \begin{pmatrix} 4868,972 \\ 1434,969 \end{pmatrix} = \frac{q}{D_1} \begin{Bmatrix} 2374,55 \\ -29,04 \end{Bmatrix} \\ \{X\}_{32} &= \begin{Bmatrix} 1,305 \\ 0.305 \end{Bmatrix} \cdot \frac{-4305,924q}{D_1} + \frac{q}{D_1} \begin{pmatrix} 7433,193 \\ 1313,307 \end{pmatrix} = \frac{q}{D_1} \begin{Bmatrix} 1813,962 \\ 0 \end{Bmatrix}\end{aligned}$$

- 6) Визначення колових згинаючих моментів $M_t = \mu M_r + D_i(1 - \mu^2) \frac{\vartheta}{r}$

$$\begin{aligned}\left(\frac{M_t}{D_1}\right)_{11} &= 0.3 \cdot 0 + 1(1 - 0.3^2) \cdot \frac{-730.35q}{D_1} = \frac{-664.61q}{D_1} \\ \left(\frac{M_t}{D_1}\right)_{12} &= 0.3 \cdot \frac{0q}{D_1} + 1(1 - 0.3^2) \cdot \frac{-4305.924q}{D_1} = \frac{-3918,39q}{D_1} \\ \left(\frac{M_t}{D_1}\right)_{21} &= 0.3 \cdot \frac{-234,341q}{D_1} + 1(1 - 0.3^2) \cdot \frac{-351,986q}{D_1} = \frac{-390.69q}{D_1}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\left(\frac{M_t}{D_1}\right)_{22} &= 0.3 \cdot \frac{-244,577q}{D_1} + 0.343(1 - 0.3^2) \cdot \frac{-351,986q}{D_1} = \frac{-79,28q}{D_1} \\ \left(\frac{M_t}{D_1}\right)_{31} &= 0.3 \cdot \frac{-29,04q}{D_1} + 0.064(1 - 0.3^2) \cdot \frac{2374,55q}{D_1} = \frac{129,581q}{D_1} \\ \left(\frac{M_t}{D_1}\right)_{33} &= 0.3 \cdot \frac{0q}{D_1} + 0.064(1 - 0.3^2) \cdot \frac{1813,962q}{D_1} = \frac{105,6q}{D_1}\end{aligned}$$

7) Визначення допустимого навантаження

$$\sigma_{IVeKB} = \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_t^2 - \sigma_r \sigma_t} = \frac{6}{h^2} \sqrt{M_r^2 + M_t^2 - M_r M_t} \leq [\sigma]$$

$$(\sigma_{IVeKB})_{12} = 2043,089q$$

$$(\sigma_{IVeKB})_{22} = 14335,21q$$

$$(\sigma_{IVeKB})_{32} = 633,84q$$

$$(\sigma_{IVeKB})_{12} = 14335,2q \leq [\sigma] = 16 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} \rightarrow q = 0.0011 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}$$

$$w_{11} = 0$$

$$w_{12} = w_{11} - 24^2 \psi_{w\vartheta}(0.5) \cdot \frac{-4305,92q}{D_1} - 24^4 \psi_{wq}(0.5) \frac{-2q}{D_1} = 0$$

$$w_{12} = -0,362$$

$$\begin{aligned}w_{22} = w_{31} = w_{21} - 30^2 \psi_{w\vartheta}(0.8) \cdot \frac{-351986q}{D_1} - 30^2 \psi_{wm}(0.8) \cdot \frac{-244,577q}{D_1} \cdot 2,91 \\ - \frac{1152q\pi}{D_1} \cdot 2,91 \cdot 30^2 \psi_{wp}(0.08)\end{aligned}$$

$$w_{22} = w_{31} = -0.3857$$

$$\begin{aligned}w_{32} = w_{31} - 36^2 \psi_{w\vartheta}(0.83) \cdot \frac{2374,559q}{D_1} - 36^2 \psi_{wm}(0.83) \cdot \frac{-29,049q}{D_1} \cdot 15,625 \\ - \frac{-2q}{D_1} \cdot 15,625 \cdot \psi_{wp}(0,83) \cdot 36^2\end{aligned}$$

$$w_{32} = -0.413$$

6. ЧИСЕЛЬНІ РОЗРАХУНКИ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ВИПРОБУВАЛЬНОГО ЗРАЗКА

6.1 Вибір типу зразка та його конструювання

Для початку потрібно визначитися із типом зразка, який підійде до нашої установки. Так як ми використовуємо установку УСНС-2, яка використовується для дослідження матеріалів за складного напруженого стану, то виберемо згідно до рекомендацій трубчастий зразок.

Для того щоб визначити геометричні характеристики, скористаємося формулами опору матеріалів.

Початкові дані (для дослідження за розтяг):

- Модуль Юнга матеріалу $E = 1.7 \cdot 10^5$ МПа.
- Коефіцієнт Пуассона матеріалу $\mu = 0.24$.
- Границя міцності матеріалу $\sigma_b = 1350$ МПа.
- Максимально допустимий коефіцієнт концентрації напружень у перехідній зоні зразка $\alpha = 1.05$.
- Максимальна осьова сила $N_{max} = 50$ кН.
- Гарантований запас потужності устаткування $k = 2$

Знаходимо максимальну силу, яку можна прикласти до зразка:

$$N = \frac{N_{max}}{k} = \frac{50000}{2} = 25000 \text{ Н.}$$

Максимальне напруження, яке може бути досягнуте в трубчастій частині зразка, без врахування концентрації напружень:

$$\sigma_{max} = \frac{\sigma_b}{\alpha} = \frac{1350}{1.05} = 1285,71 \text{ МПа.}$$

Площа поперечного перерізу зразка:

$$A = \frac{N}{\sigma_{max}} = \frac{25000}{1285,71} = 19,44 \text{ мм}^2$$

Так як в нас зразок трубчастої форми, то нам потрібно визначити два незалежних розміри, а саме внутрішній d_v та зовнішній d_n діаметри (або середній діаметр D та товщину стінки δ).

Площа перерізу трубки визначається за наступною формулою:

$$A = \frac{\pi(d_n^2 - d_v^2)}{4} = \pi \frac{d_n + d_v}{2} \frac{d_n - d_v}{2} = \pi D \delta$$

Де

$$D = \frac{d_{\text{н}} + d_{\text{в}}}{2}$$

$$\delta = \frac{d_{\text{н}} - d_{\text{в}}}{2}$$

За рекомендаціями відношення D до δ приймають в діапазоні від 15 до 20. Беремо відношення D до $\delta = 20$.

Тоді:

$$A = 20\pi\delta^2$$

Отже маємо:

$$\delta = \sqrt{A/(20\pi)} = \sqrt{19.44/(20\pi)} = 0.55 \text{ мм}$$

Тоді $D = 20\delta = 11 \text{ мм}$, $d_{\text{в}} = D - \delta = 11 - 0.55 = 10.45 \text{ мм}$. Тоді $d_{\text{н}} = d_{\text{в}} + 2\delta = 11.5 \text{ мм}$.

В таблиці стандартних розмірів підюираємо

Отже, $D = 10.5 \text{ мм}$, $\delta = 1 \text{ мм}$, $d_{\text{в}} = 10 \text{ мм}$, $d_{\text{н}} = 11 \text{ мм}$.

Початкові дані (для дослідження на кручення):

- Модуль Юнга матеріалу $E = 1.7 \cdot 10^5 \text{ МПа}$.
- Коефіцієнт Пуассона матеріалу $\mu = 0.24$.
- Границя міцності матеріалу $\sigma_{\text{в}} = 1350 \text{ МПа}$.
- Максимально допустимий коефіцієнт концентрації напружень у перехідній зоні зразка $\alpha = 1.05$.
- Максимальний крутний момент $M_{\text{max}} = 0.3 \text{ кН*м}$.
- Гарантований запас потужності устаткування $k = 2$

Максимальний крутний момент, який можна прикласти до зразка:

$$M_k = \frac{M_{\text{max}}}{k} = \frac{300}{2} = 150 \text{ Н * м} = 150000 \text{ Н * мм}$$

Максимальне напруження, яке може бути досягнуте в трубчастій частині зразка, без врахування концентрації напружень:

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{\sigma_{\text{в}}}{\alpha} = \frac{1350}{1.05} = 1285.71 \text{ МПа}$$

Момент спротиву перерізу зразка при крученні знайдемо з виразу:

$$\frac{W_k}{\sqrt{3}} = \frac{M_k}{\sigma_{\text{max}}} = \frac{150000}{1285.71} = 116.66 \text{ мм}^3$$

$$W_k = 375\sqrt{3} = 202.07 \text{ мм}^3$$

Також момент спротиву перерізу трубки при крученні дорівнює:

$$W_k = \frac{\pi D^2 \delta}{2}$$

Візьмемо відношення D до $\delta = 20$.

Тоді:

$$W_k = 200\pi\delta^3$$

Отже маємо:

$$\delta = \sqrt[3]{W_k / 200\pi} = \sqrt[3]{202.07 / (200\pi)} = 0.68 \text{ м}$$

Тоді $D = 20\delta = 13.6 \text{ мм}$, $d_{\text{в}} = D - \delta = 13.6 - 0.68 = 12.92 \text{ мм}$. Тоді $d_{\text{н}} = d_{\text{в}} + 2\delta = 14.28 \text{ мм}$.

Так як таких величин немає в таблицях стандартних розмірів, то візьмемо найближчі значення.

Отже, $D = 14.5 \text{ мм}$, $\delta = 1 \text{ мм}$, $d_{\text{в}} = 15 \text{ мм}$, $d_{\text{н}} = 14 \text{ мм}$.

Тож, геометричні характеристики:

- Середня лінія циліндра $D = 10.5 \text{ мм}$.
- Товщина стінки циліндра $\delta = 1 \text{ мм}$.
- Внутрішній діаметр зразка $d_{\text{в}} = 10 \text{ мм}$.
- Зовнішній діаметр циліндра $d_{\text{н}} = 11 \text{ мм}$.
- Діаметр голівки $D_{\text{гол}} = 32 \text{ мм}$.
- Довжина голівки $L_{\text{гол}} = 20 \text{ мм}$.
- Робоча довжина зразка (циліндра) $L_{\text{цил}} = 5d_{\text{н}} = 55 \text{ мм}$.
- Загальна довжина зразка $L = 220 \text{ мм}$.
- Кут нахилу перехідної частини зразка $\alpha \approx 7^\circ$.
- Радіуси заокруглень перехідної частини зразка:
 $r_1 = 30 \text{ мм}$, (для отримання задовільного значення коефіцієнта концентрації напружень $\alpha \leq 1.05$ призначаємо $r_1 > d_{\text{н}}$) ; $r_2 = 2 \text{ мм}$.

Сила, діюча на зразок:

$$F = \left(\frac{\sigma_{\text{в}}}{\alpha} \right) A = \left(\frac{1350}{1.05} \right) 19.44 = 25000 \text{ Н}$$

6.2 Постановка крайової задачі пружності

В даній роботі потрібно отримати значення коефіцієнта концентрації напружень α , який буде реалізовуватися в зразку, щоб порівняти його з допустимим. Для цього потрібно розв'язати крайову задачу лінійної пружності, тобто розрахувати напружено-деформований стан зразка. Результати – поля переміщень, деформацій, напружень.

Сформулюємо постановку задачі та метод її розв'язування.

Прийmemo, що розглядається тіло об'ємом Ω , обмежене поверхнею S ; фізичні величини: напруження, деформації, зусилля, переміщення; застосовуються Лагранжеві координати; матеріал вважається ізотропним, а деформації – малими.

Припустимо, що в початковий момент t_0 в актуальному тілі переміщення $U_i(\vec{x}, t_0)$, деформації $\varepsilon_{ij}(\vec{x}, t_0)$, напруження $\sigma_{mn}(\vec{x}, t_0)$ мають нульові значення. Нехай після цього в об'ємі тіла Ω , а також на частині його поверхні $S_G = S_U \cup S_P$ за деякий проміжок часу відбудеться зміна навантажень, тобто на час t прикладемо: $\bar{P}_m(\vec{x}, t)$ – поверхневі сили на S_P ; відбулися переміщення $\bar{U}_i(\vec{x}, t)$ на S_U . Тоді для визначення в кожній точці тіла величин: $U_i(\vec{x}, t)$ – переміщень, $\varepsilon_{ij}(\vec{x}, t)$ – деформацій, $\sigma_{mn}(\vec{x}, t)$ – напружень маємо наступну крайову задачу:

- рівняння рівноваги як окремий випадок рівняння руху:

$$\nabla_n \sigma_{mn} = 0; \quad (5.2.1)$$

- геометричні (для малих деформацій):

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(\nabla_i U_j + \nabla_j U_i), \quad (5.2.2)$$

а також присутні тільки пружні деформації:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e; \quad (5.2.3)$$

- фізичні рівняння:

$$\varepsilon_{ij}^e = C_{ijmn} \sigma_{mn}; \quad (5.2.4)$$

де C_{ijmn} – тензор модулів піддатливості.

Додатково залучаються ГУ на S_U та S_P :

$$U_i|_{S_U} = \bar{U}_i; \quad (5.2.5)$$

$$\sigma_{mn} \nu_n \big|_{S_p} = \bar{P}_m. \quad (5.2.6)$$

Для отримання розв'язку крайової задачі зазвичай застосовують принцип можливих переміщень.

Для отримання рівняння принципу можливих переміщень використовують співвідношення (5.2.1), (5.2.2), (5.2.6), властивості симетрії тензора напружень $\sigma_{mn} = \sigma_{nm}$ і теорема Гауса-Остроградського. В підсумку отримують наступний функціонал відносно варіацій переміщень і зв'язаних із ними деформацій

$$F = \int_{\Omega} \sigma_{mn} \delta \varepsilon_{mn} d\Omega - \int_{S_p} \bar{P}_m \delta U_m dS = 0, \quad (5.2.7)$$

що в поєднанні з кінематичними ГУ (5.2.5) на поверхні S_U визначає незліченну множину можливих (віртуальних) напружено-деформованих станів. Дійсний НДС є одним з віртуальних, але він додатково задовольняє фізичним рівнянням зв'язків $\sigma_{mn} \propto \varepsilon_{mn}$, тобто (5.2.4).

6.3 Метод розв'язування крайової задачі лінійної пружності

Застосуємо метод скінченних елементів. Спочатку перейдемо до матричних позначень.

Закон Гука (5.2.4) запишемо у вигляді

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon^e\}, \quad (5.3.1)$$

де $[D]$ – матриця модулів пружності.

У випадку пружної ізотропії матеріалу матриця

$$[D] = 2G \cdot \begin{pmatrix} a & b & b & 0 & 0 & 0 \\ b & a & b & 0 & 0 & 0 \\ b & b & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c \end{pmatrix} \quad (5.3.2)$$

де $2G = E/(1 + \mu)$; $a = (1 - \mu)/(1 - 2\mu)$; $b = \mu/(1 - 2\mu)$; $c = 0,5$; E – модуль Юнга; μ – коефіцієнт Пуассона.

Всі деформації – пружні:

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon^e\} \quad (5.3.3)$$

Враховуючи (5.3.3), запишемо вираз (5.3.1) у вигляді:

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} \quad (5.3.4)$$

Геометричні рівняння (5.2.2) отримують вигляд:

$$\{\varepsilon\} = [B]\{q\}_e, \quad (5.3.5)$$

де $\{q\}_e = \{(q^1, q^2, q^3)_1, \dots, (q^1, q^2, q^3)_M\}^T = \{q_1, q_2, \dots, q_{3M}\}^T$ – вектор переміщень в вузлах СЕ; $[B]$ – матриця диференціювання за глобальними координатами, пов'язана лише з типом СЕ і системою глобальних координат.

Функціонал (5.2.7) з урахуванням можливості суперпозиції робіт по СЕ, зумовленої тим, що СЕ взаємодіють один з одним у вузлах і не перетинаються, записується так:

$$F = \sum_e \int_{\Omega^e} \{\delta q\}_e^T [B]^T [D] [B] \{q\}_e d\Omega - \sum_e \int_{S_p^e} \{\delta q\}_e^T [\phi]^T \{p\} dS = 0 \quad (5.3.6)$$

де позначено вектори навантажень $\{p\} = \{\bar{p}_1, \bar{p}_2, \bar{p}_3\}^T$; S_p^e – сторона СЕ, що виходить на S_p тіла; знак $\sum_e$ означає додавання по всіх СЕ, що містять актуальний ступінь свободи вузла.

Оскільки в підінтегральних виразах є вектори $\{\delta q\}_e^T$ і $\{q\}_e$, що не залежать від параметрів інтегрування, їх можна винести за межі інтегралів. З (5.3.6), згрупувавши інтеграли, отримаємо:

$$F = \sum_e \{\delta q\}_e^T \int_{\Omega^e} [B]^T [D] [B] d\Omega \cdot \{q\}_e + \sum_e \{\delta q\}_e^T \int_{S_p^e} [\phi]^T \{p\} dS = 0 \quad (5.3.7)$$

Позначимо:

$$[K]_e = \int_{\Omega^e} [B]^T [D] [B] d\Omega, \quad (5.3.8)$$

$$\{P\}_e = \int_{S_p^e} [\phi]^T \{p\} dS. \quad (5.3.9)$$

Тоді

$$F = \sum_e \{\delta q\}_e^T ([K]_e \{q\}_e - \{P\}_e) = 0 \quad (5.3.10)$$

Оскільки варіації переміщень – довільні, то отримали СЛАР вигляду

$$[K]\{q\} = \{P\} \quad (5.3.11)$$

відносно глобального вектора приростів дійсних переміщень $\{q\}_e$ у вузлах СЕ сітки. В (5.3.10) позначено додавання за ступенями свободи вузлів: $[K] = \sum_e [K]_e$; $\{P\} = \sum_e \{P\}_e$. Вектор $\{P\}$ зумовлюється зовнішніми силовими навантаженнями. У СЛАР ще необхідно врахувати кінематичні ГУ (5.2.5).

6.4 Розрахункова схема та результати розрахунків

Розглядаємо розтяг зразка, який має робочу частину у вигляді тонкостінної трубки. Використовуючи симетрію зразка, будемо розглядати тільки половину його довжини. Силу, яка розтягує зразок, задаємо у вигляді розподіленого навантаження, що діє на поверхню голівки. Характер закріплення приймаємо такий, щоб були відсутні поворот та переміщення перпендикулярно до площини розсічення, в циліндричній системі координат.

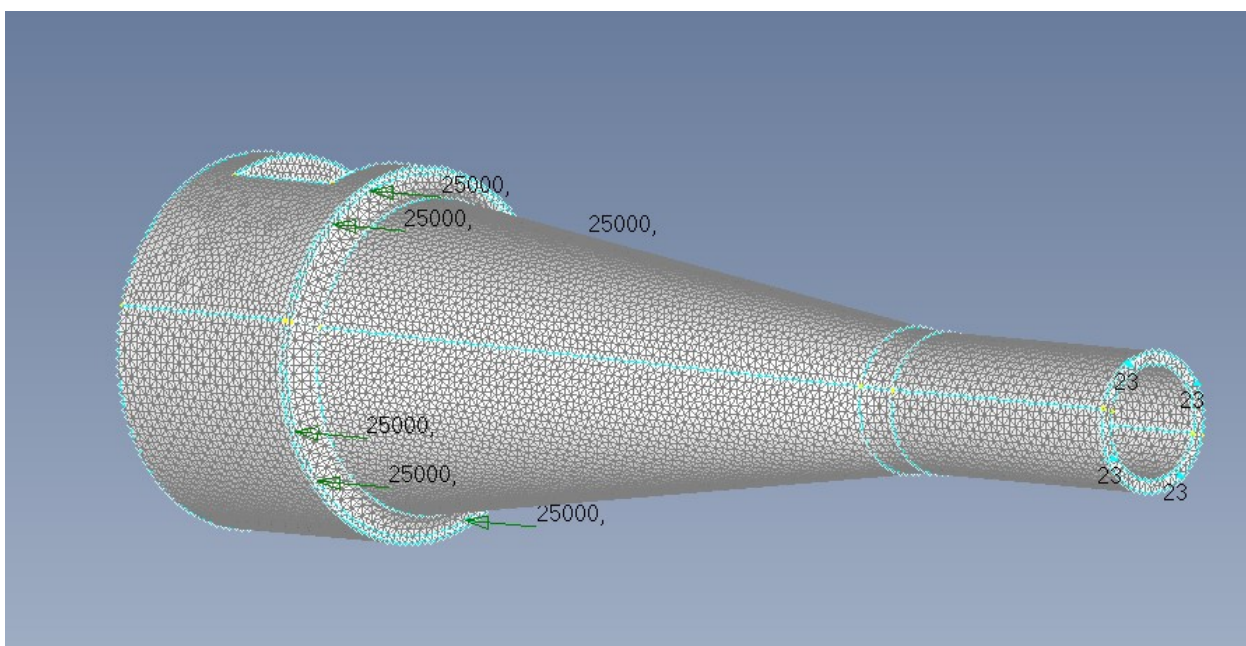


Рис. 5.1. Розрахункова схема зразка

Скінченно-елементна сітка зроблена в автоматичному режимі на основі геометрії за таку умову, щоб по товщині трубки зразка було не менше двох скінченних елементів.

За допомогою програмного забезпечення FEMAP отримали напружено-деформований стан зразка в пружній області.

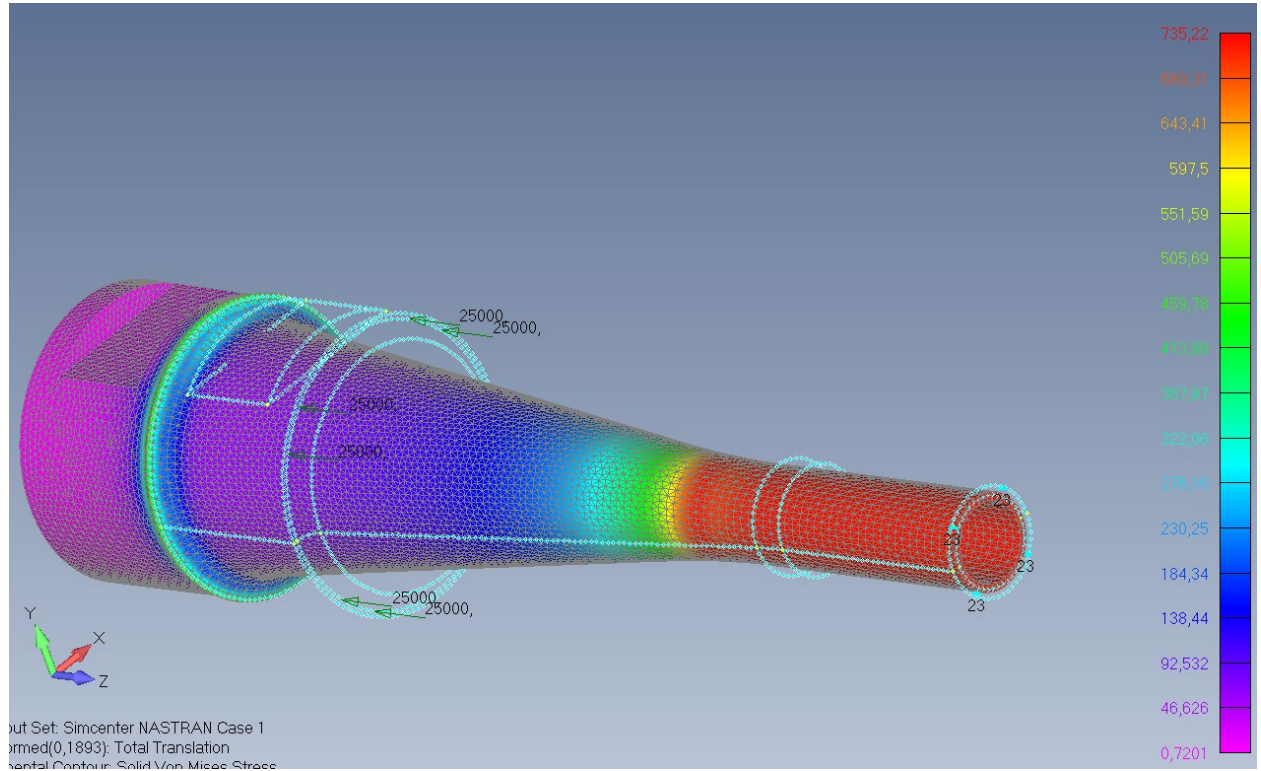
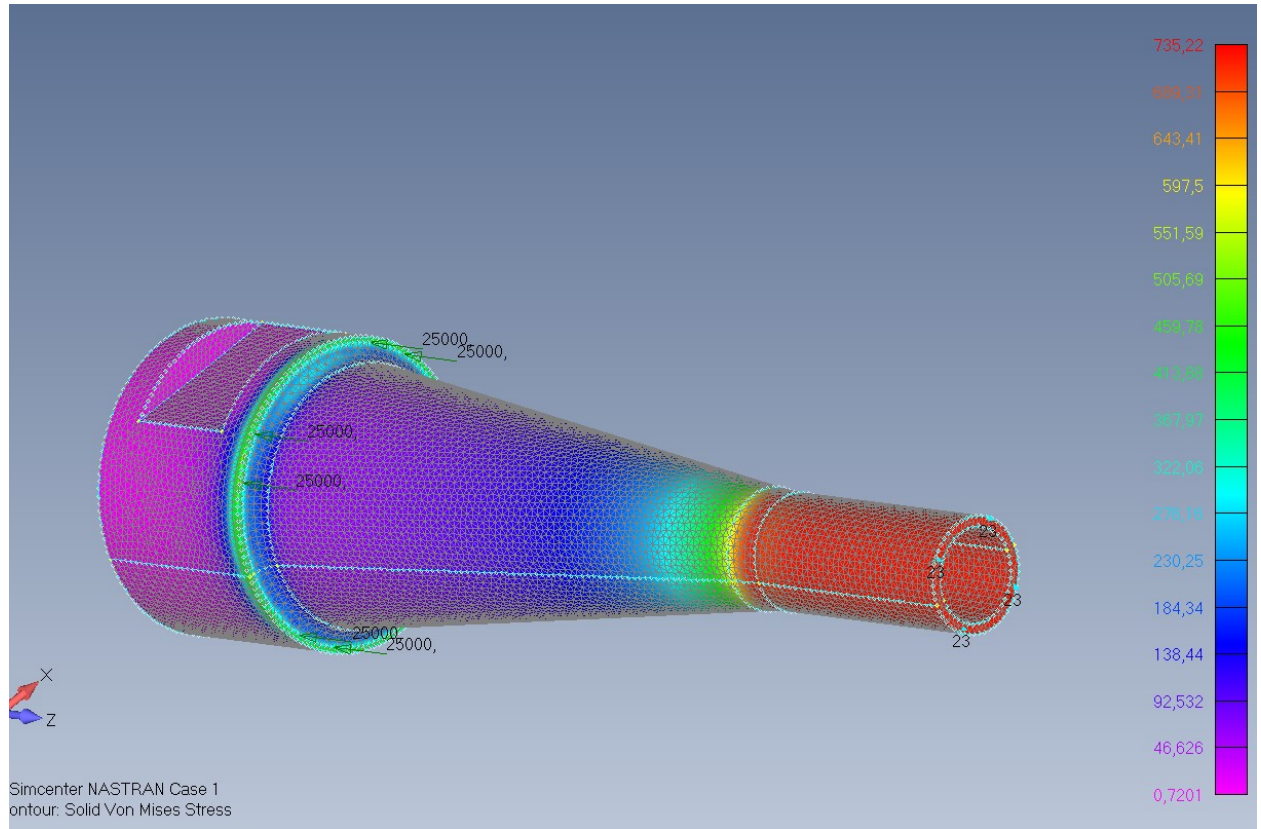


Рис.5.2. Розподіл напружень за Мізесом (МПа) від зусилля, що розтягує
Обчислимо коефіцієнт концентрації напружень за Мізесом для заокруглення.

Для цього побудували графіки рис.5.3 розподілу цих напружень у вузлах, вздовж двох ліній, що зображені на рис. 5.4.

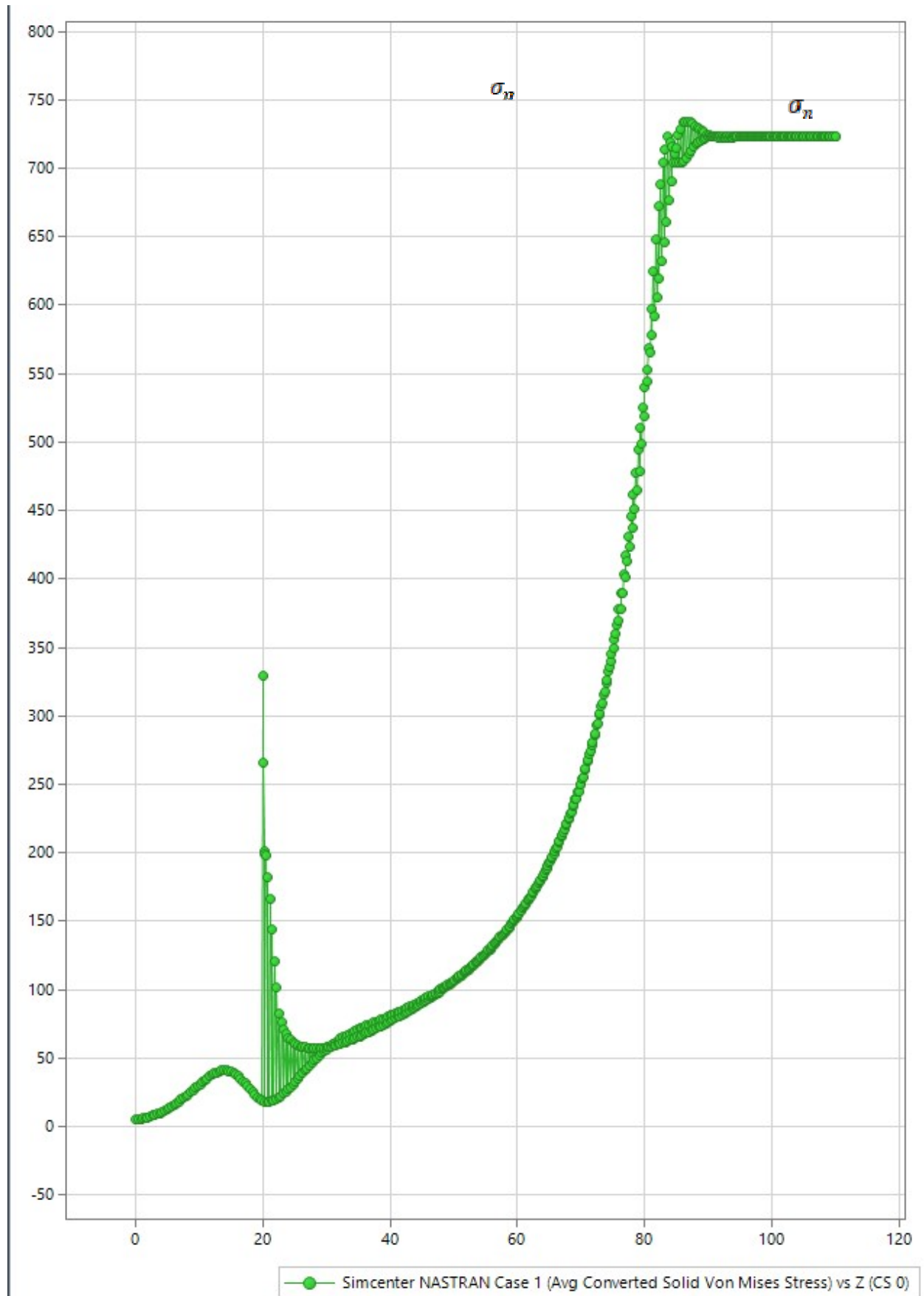


Рис.5.3. Графіки розподілу напружень за Мізесом, МПа

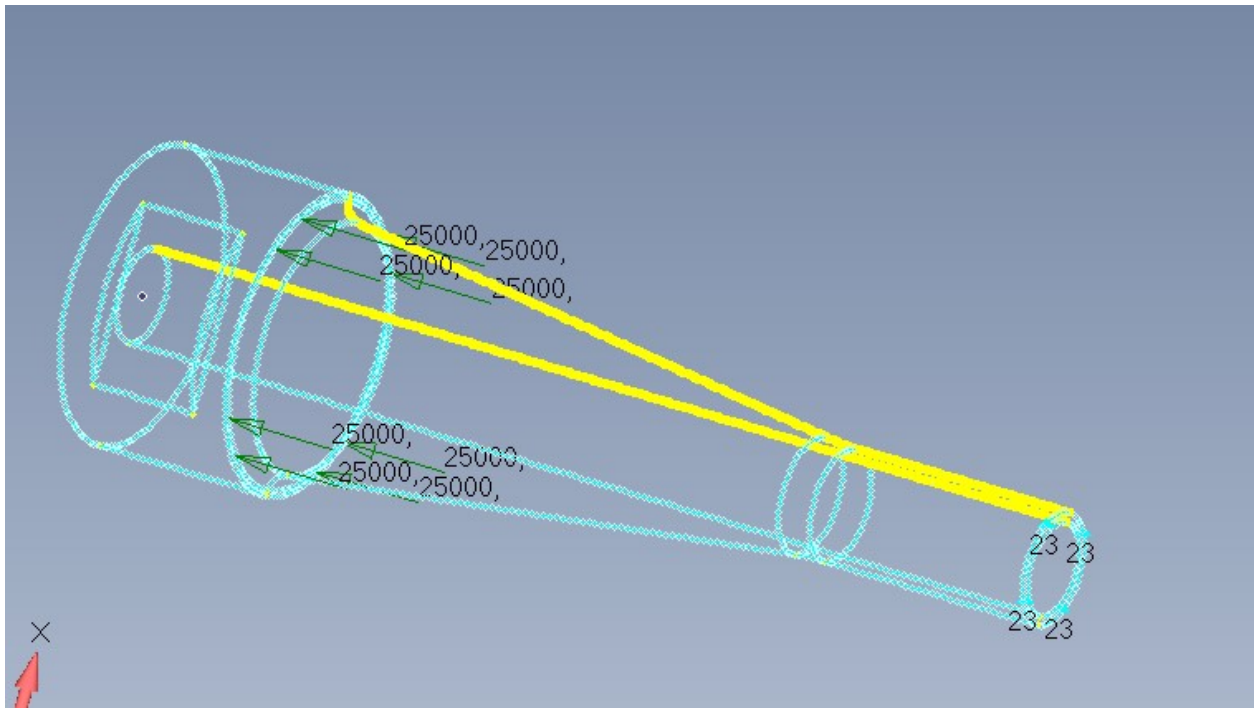


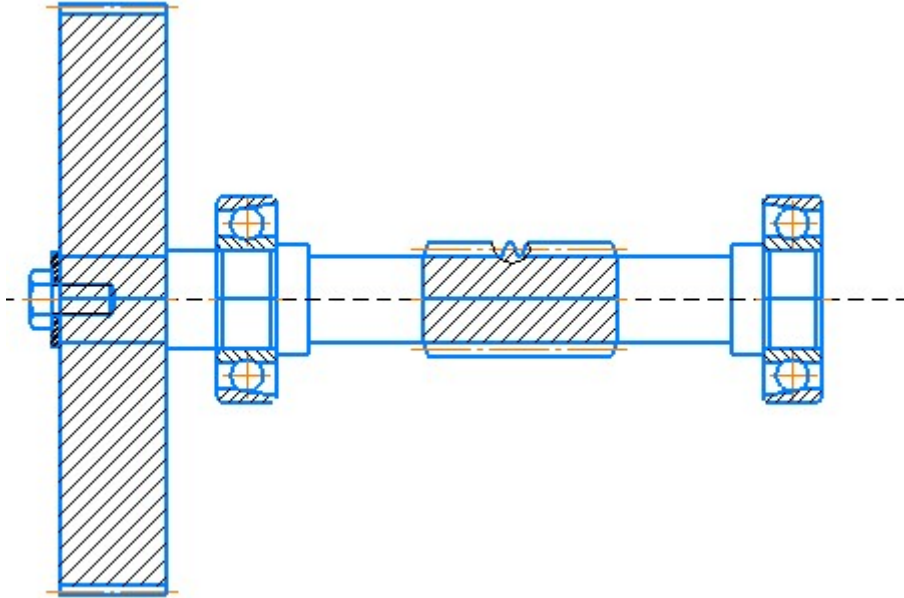
Рис.5.4. Розташування вузлів, для яких побудовані графіки розподілу напружень за Мізесом

Отримали, що $\alpha = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\text{ном}}} = \frac{740}{725} = 1,02 < 1,05$. Отже, немає великої концентрації напружень, тобто зразок спроектовано вірно

7. РОЗРАХУНОК ПРОТОТИПУ КОНСТРУКТИВНОГО ЕЛЕМЕНТА МЕТОДАМИ ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ

Початкові дані

Розглядається вал редуктора установки УСНС-2 при крученні моментом під час роботи.



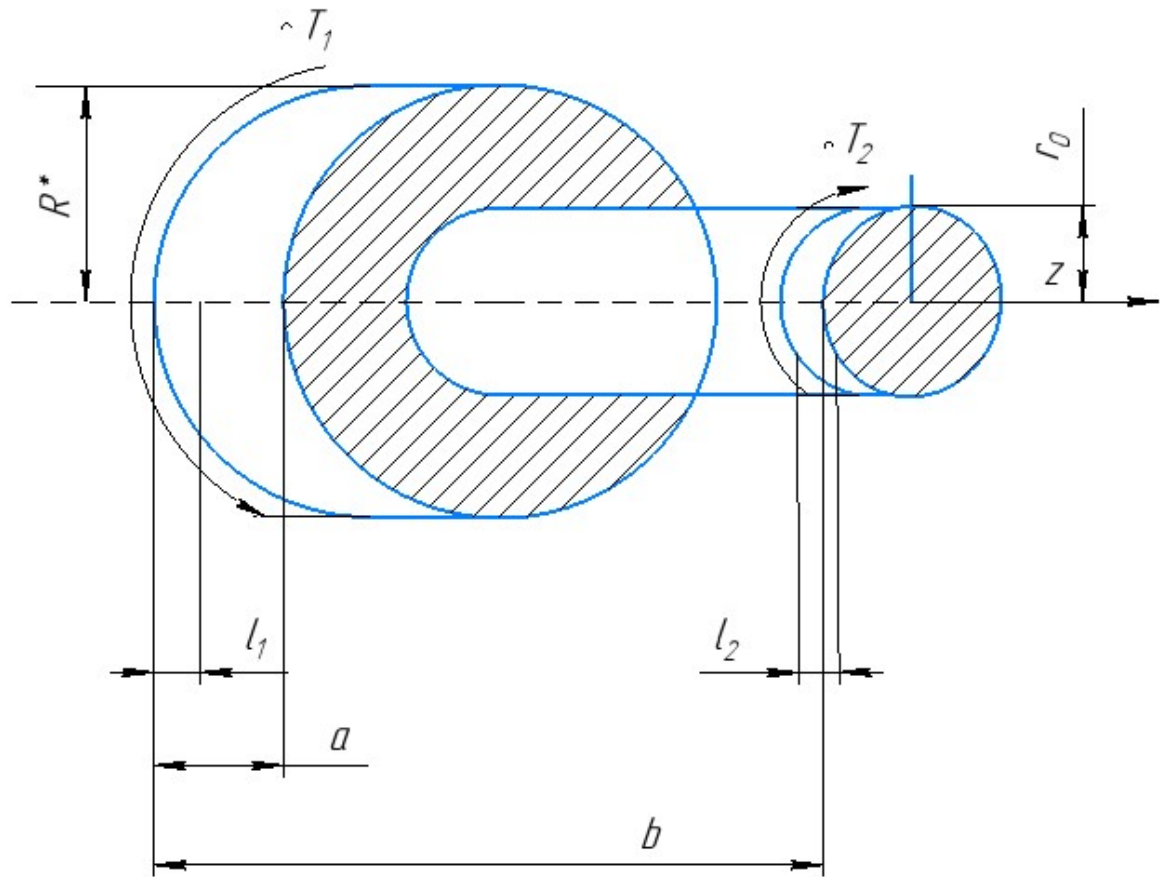


Рис. 7.1 Схema перерізу

Розміри $R=a=r_0$, $b=6r_0$, $l_2=2l_1=r_0$

7.1 Постановка задачі та теоретичне підґрунтя

Постановка задачі

Розглянемо стержень з ступінчастим осьовим перетином, будемо використовувати циліндричну систему координат r та z , де вісь z суміщена з віссю стержня.

В циліндричних координатах функція напружень $\Phi(r,z)$, в області осьового перетину стержня задовольняє рівняння

$$\frac{d^2 \Phi}{dr^2} + \frac{d^2 \Phi}{dz^2} - 3r \frac{d\Phi}{dr} = 0 \quad (1.1)$$

На контурі осьового перетину - граничній умові

$$\Phi[r(s), z] = - \int_{\theta}^{\theta} T_n(s) r^2(s) ds \quad (1.2)$$

$$\text{Де, } T_n = \tau_{\varphi r} \frac{dz}{ds} - \tau_{\varphi z} \frac{dr}{ds} \quad (1.3)$$

Проекція повного напруження на нормаль до контуру осевого перетину на відстані s по довжині, яка утворюючої стержня,

$$\tau_{r\varphi} = -\frac{1}{r^2} \frac{d\Phi}{dz} \quad \left. \vphantom{\tau_{r\varphi}} \right\} \quad (1.4)$$

$$\tau_{z\varphi} = \frac{1}{r^2} \frac{d\Phi}{dr}$$

$r(s)$ -радіус стержня в перетині S

Нехай навантаження, яка скручує стержень, на його поверхні і торці розподілена згідно закону

$$\left. \begin{aligned} \tau_{z\varphi}(r, 0) &= \varphi_1(r) & (0 \leq r \leq R), \\ \tau_{r\varphi}(R, z) &= \varphi_2(z) & (0 \leq z \leq a), \\ \tau_{z\varphi}(r, a) &= \varphi_3(r) & (0 \leq r \leq R), \\ \tau_{r\varphi}(r_0, z) &= \varphi_4(z) & (0 \leq z \leq b), \\ \tau_{z\varphi}(r, b) &= \varphi_5(r) & (0 \leq r \leq r_0), \end{aligned} \right\} \quad (1.5)$$

На осі суцільного стержня напруги $\tau_{r\varphi}$ та $\tau_{z\varphi}$ повинні дорівнювати нулю, оскільки навантаження, яке скручує, розподілено симетрично відносно осі стержня. Отже, з формули (1.4) слідує, що

$$\Phi(0, z) = C_0 = \text{const} \quad (1.6)$$

Причому можна прийняти $C_0 = 0$ тобто

$$\Phi(0, z) = 0 \quad (1.7)$$

Функції $\{\varphi_i\} (i = 1, 2, \dots)$ частково-безперервні и маю обмежену зміну в відповідних інтервалах. При таких припущеннях функції $\varphi_2(z)$ та $\varphi_4(z)$ в точках безперервності можуть бути представлені в вигляді рядів Фур'є

$$\left. \begin{aligned} \varphi_2(z) &= \frac{c_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} c_k \cos \frac{k\pi z}{a} & (0 < z < a) \\ \varphi_4(z) &= \frac{g_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} g_k \cos \frac{k\pi(z-a)}{b-a} & (0 < z < b) \end{aligned} \right\} \quad (1.8)$$

а функції $\varphi_1(r)$, $\varphi_3(r)$, $\varphi_5(r)$ - в вигляді рядів Фур'є-Діні

$$\varphi_1(r) = \begin{cases} a_0 r + \sum_{k=1}^{\infty} a_k J_1(\mu_k \frac{r}{r_0}) & (0 < r < r_0) \\ b_0 r + \sum_{k=1}^{\infty} b_k W_1(\lambda_k r) & (r_0 < r < R) \end{cases}$$

$$\varphi_3(r) = f_0 r + \sum_{k=1}^{\infty} f_k W_1(\lambda_k r) \quad (r_0 < r < R)$$

$$\varphi_5(r) = q_0 r + \sum_{k=1}^{\infty} q_k J_1(\mu_k \frac{r}{r_0}) \quad (0 < r < r_0)$$

де числа $\{\mu_k\}$ та $\{\lambda_k\}$ відповідно корені рівнян

$$J_2(x) = 0, \quad J_2(r_0 x) Y_2(Rx) - J_2(Rx) Y_2(r_0 x) = 0 \quad (1.10)$$

Функція $W_1(\lambda_k r)$ ($i = 1, 2, \dots$) визначається виразом

$$W_1(\lambda_k r) = \frac{J_1(\lambda_k r)}{J_2(\lambda_k R)} - \frac{Y_1(\lambda_k r)}{Y_2(\lambda_k R)} \quad (1.11)$$

де $J_i(x)$ та $Y_i(x)$ -функції Бесселя i -го порядку першого и другого роду відповідно. Функція $W_i(x)$ задовольняє тим же рекурентним формулам, що і функції $J_i(x)$ та $Y_i(x)$, скориставшись інтегралом Ломмеля отримаємо для функції $W_i(x)$

$$\begin{aligned} \int_{r_0}^R x W_1(\lambda_k x) W_1(\lambda_p x) dx &= \frac{\lambda_k}{\lambda_p} \int_{r_0}^R x W_2(\lambda_k x) W_2(\lambda_p x) dx = \\ &= \begin{cases} 0 & \text{при } p \neq k, \\ w_k & \text{при } p = k, \end{cases} \quad (1.12) \end{aligned}$$

Де

$$w_k = \frac{1}{2} \{ [R W_1(\lambda_k R)]^2 - [r_0 W_1(\lambda_k r_0)]^2 \} \quad (1.13)$$

Формули (1.2) та (1.3) дають змогу, виходячи з значень дотичних напружень, що даються відношеннями (1.5), (1.8) та (1.9) на контурі осьового перетину стержня, отримати значення функції напружень $\Phi(r, z)$ на границі осьового перетину при умові, що $\Phi(r, z) = 0$. Дійсно, при $z = 0$ формула (1.2) приймає вигляд

$$\Phi(r, 0) = \int_0^r \tau_{\varphi z}(r, 0) r^2 dr \quad (0 \leq r < r_0) \quad (1.14)$$

Підставивши

$$\tau_{\varphi z}(r, 0) = \varphi_1(r) = a_0 r + \sum_{k=1}^{\infty} a_k J_1(\mu_k \frac{r}{r_0})$$

Та проінтегрувавши, отримаємо

$$\Phi(r, 0) = \frac{a_0 r^4}{4} + r_0 r^2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{a_k}{\mu_k} J_2(\mu_k \frac{r}{r_0}) \quad (0 \leq r \leq r_0) \quad (1.15)$$

Проінтегрувавши по контуру осового перетину далі, маємо

$$\Phi(r, 0) = \frac{a_0 r^4}{4} + \frac{b_0}{4} (r^4 - r_0^4) + r^2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{b_k}{\lambda_k} W_2(\lambda_k r) \quad (1.16)$$

$$(r_0 \leq r \leq R)$$

$$\Phi(R, z) = \frac{a_0 r_0^4}{4} + \frac{b_0}{4} (R^4 - r_0^4) - \frac{c_0 R^3 z}{2} - \frac{a R^3}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{c_k}{k} \sin \frac{k \pi z}{a}$$

$$(0 \leq z \leq a) \quad (1.17)$$

$$\Phi(r, a) = \frac{a_0 r_0^4}{4} + \frac{b_0}{4} (R^4 - r_0^4) + \frac{f_0}{4} (r^4 - R^4) - \frac{c_0 a R^2}{2} +$$

$$+ r^2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{f_k}{\lambda_k} W_2(\lambda_k r) \quad (r_0 \leq r \leq R)$$

$$(1.18)$$

$$\Phi(r_0, z) = \frac{a_0 r_0^4}{4} + \frac{b_0 - f_0}{4} (R^4 - r_0^4) - \frac{c_0 a R^2}{2} - \frac{g_0 r_0^2}{2} (z - a) -$$

$$- \frac{r_0^2 (b - a)}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{g_k}{k} \sin \frac{k \pi (z - a)}{b - a} \quad (a \leq z \leq b)$$

$$(1.19)$$

$$\Phi(r, b) = \frac{(a_0 - q_0) r_0^4}{4} + \frac{b_0 - f_0}{4} (R^4 - r_0^4) - \frac{c_0 a R^2}{2} - \frac{g_0 r_0^2 (b - a)}{2} + \frac{q_0}{4} r^4 +$$

$$+ r_0 r^2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{q_k}{\mu_k} J_2\left(\mu_k \frac{r}{r_0}\right) \quad (0 \leq r \leq r_0)$$

$$(1.20)$$

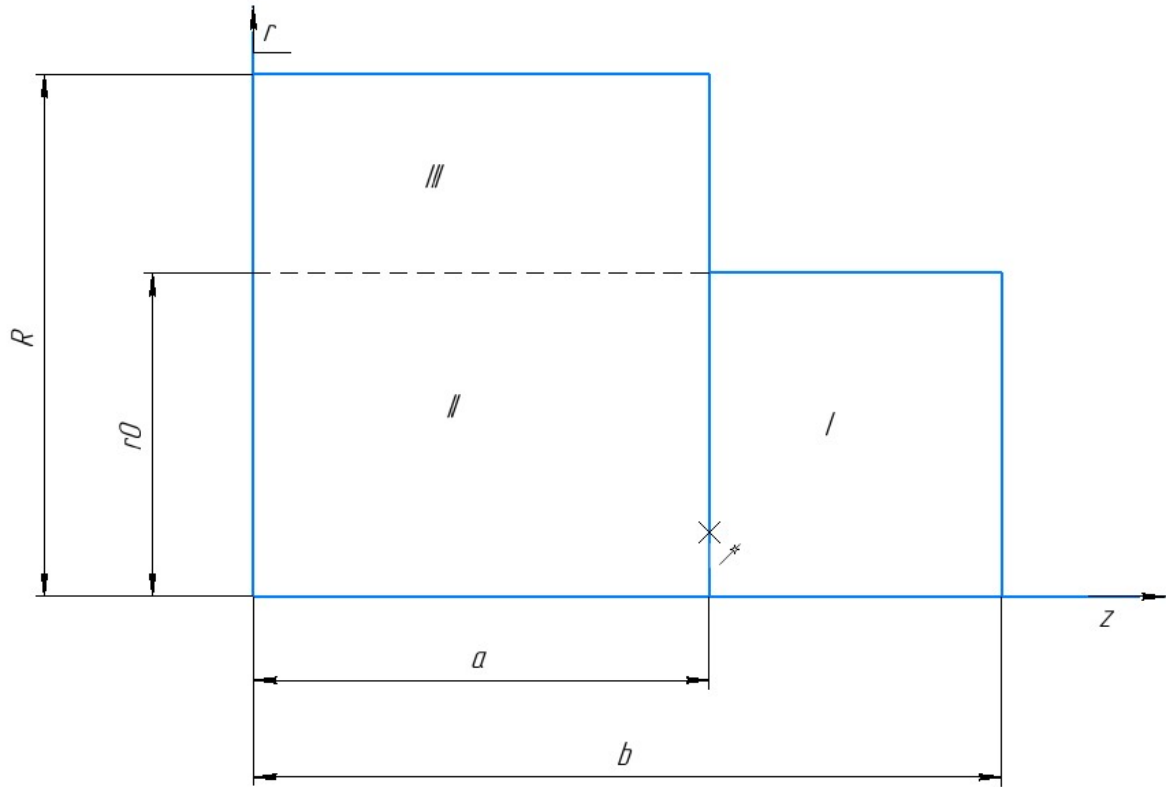
При цьому всі фігуруючі в (1.15)-(1.20) розклади рівномірно сходяться в відповідних замкнутих інтервалах.

Оскільки $\Phi(0, b) = 0$, то формула (1.20) дає

$$\frac{(a_0 - q_0) r_0^4}{4} + \frac{b_0 - f_0}{4} (R^4 - r_0^4) - \frac{c_0 a R^2}{2} - \frac{g_0 r_0^2 (b - a)}{2} = 0 \quad (1.21)$$

Отримана рівність (1.21) є рівнянням рівноваги діючих на стержень моментів.

Розбивши область, обмежену осовим перетином стержня на три частини



і поклавши, що

$$\Phi(r, z) = \begin{cases} \Phi_1(r, z) \text{ в області } I \\ \Phi_2(r, z) \text{ в області } II \\ \Phi_3(r, z) \text{ в області } III \end{cases} \quad (1.22)$$

із співвідношень (1.4),(1.5),(1.7),(1.8) та (1.9) отримаємо наступні граничні умови для функцій Φ_1, Φ_2, Φ_3 :

$$\Phi_1(0, z) = 0 \quad (a \leq z \leq b)$$

$$\left(\frac{d\Phi_1}{dr}\right)_{z=b} = q_0 r^3 + r^2 \sum_{k=1}^{\infty} q_k J_1\left(\mu_k \frac{r}{r_0}\right) \quad (0 < r < r_0)$$

$$\left(\frac{d\Phi_1}{dz}\right)_{r=r_0} = -\frac{g_0 r_0^2}{2} - r_0^2 \sum_{k=1}^{\infty} g_k \cos \frac{k\pi(z-a)}{b-a} \quad (a < z < b)$$

(1.23)

$$\Phi_2(0, z) = 0 \quad (0 \leq z \leq a)$$

$$\left(\frac{d\Phi_2}{dr}\right)_{z=0} = a_0 r^3 + r^2 \sum_{k=1}^{\infty} a_k J_1\left(\mu_k \frac{r}{r_0}\right) \quad (0 < r < r_0)$$

(1.24)

$$\begin{aligned}
\left(\frac{d\Phi_3}{dr}\right)_{z=a} &= f_0 r^3 + r^2 \sum_{k=1}^{\infty} f_k W_1(\lambda_k r) \quad (r_0 < r < R) \\
\left(\frac{d\Phi_3}{dz}\right)_{r=R} &= -\frac{c_0 R^2}{2} - R^2 \sum_{k=1}^{\infty} c_k \cos \frac{k\pi z}{a} \quad (0 < z < a) \\
\left(\frac{d\Phi_3}{dr}\right)_{z=0} &= b_0 r^3 + r^2 \sum_{k=1}^{\infty} b_k W_1(\lambda_k r) \quad (r_0 < r < R)
\end{aligned} \tag{1.25}$$

Крім того, на суміжних сторонах областей I та II, II та III повинні виконуватись умови сполучення

$$\Phi_1(r, a) = \Phi_2(r, a), \Phi_2(r_0, z) = \Phi_3(r_0, z) \tag{1.26}$$

$$\left(\frac{d\Phi_1}{dr}\right)_{z=a} = \left(\frac{d\Phi_2}{dr}\right)_{z=a}, \left(\frac{d\Phi_2}{dr}\right)_{r=r_0} = \left(\frac{d\Phi_3}{dr}\right)_{r=r_0} \tag{1.27}$$

I. Визначення функції напружень

Функції Φ_1, Φ_2, Φ_3 можна представити у вигляді наступних виразів:

$$\begin{aligned}
\Phi_1(r, z) &= r^4 \left(A^{(1)} z + B^{(1)} \right) + r^2 \sum_{k=1}^{\infty} \left(A_k^{(1)} sh \mu_k \frac{z}{r_0} + \right. \\
&\quad \left. + B_k^{(1)} ch \mu_k \frac{z}{r_0} \right) J_2 \left(\mu_k \frac{r}{r_0} \right) + r^2 \sum_{k=1}^{\infty} C_k^{(1)} I_2 \left(\frac{k\pi r}{b-a} \right) sin \frac{k\pi(z-a)}{b-a}
\end{aligned} \tag{1.28}$$

$$\begin{aligned}
\Phi_2(r, z) &= r^4 \left(A^{(2)} z + B^{(2)} \right) + r^2 \sum_{k=1}^{\infty} \left(A_k^{(2)} sh \mu_k \frac{z}{r_0} + \right. \\
&\quad \left. + B_k^{(2)} ch \mu_k \frac{z}{r_0} \right) J_2 \left(\mu_k \frac{r}{r_0} \right) + r^2 \sum_{k=1}^{\infty} C_k^{(2)} I_2 \left(\frac{k\pi r}{a} \right) sin \frac{k\pi z}{a}
\end{aligned} \tag{1.29}$$

$$\begin{aligned}
\Phi_3(r, z) &= r^4 \left(A^{(3)} z + B^{(3)} \right) + C^{(3)} z + D^{(3)} + r^2 \sum_{k=1}^{\infty} \left(A_k^{(3)} sh \lambda_k z + \right. \\
&\quad \left. + B_k^{(3)} ch \lambda_k z \right) W_2(\lambda_k r) + \\
&\quad + r^2 \sum_{k=1}^{\infty} \left[C_k^{(3)} I_2 \left(\frac{k\pi r}{a} \right) + D_k^{(3)} K_2 \left(\frac{k\pi r}{a} \right) \right] sin \frac{k\pi z}{a}
\end{aligned} \tag{1.30}$$

Задовільнивши рівняння (1.23)-(1.26) , отримаємо для постійних інтегрування наступні вирази:

$$A^{(1)} = \frac{g_0}{2r_0^2}, B^{(1)} = \frac{q_0}{4} + \frac{g_0 b}{2r_0^2} \quad (1.31)$$

$$B_k^{(1)} = \frac{r_0 q_k}{\mu_k} \operatorname{sch} \frac{\mu_k b}{r_0} - A_k^{(1)} \operatorname{th} \frac{\mu_k b}{r_0}, C_k^{(1)} = -\frac{(b-a) q_k}{k\pi I_2\left(\frac{k\pi r_0}{b-a}\right)}$$

$$A^{(2)} = \frac{q_0 - a_0}{4a} + \frac{g_0(b-a)}{2ar_0^2}, B^{(2)} = \frac{a_0}{4},$$

$$A_k^{(2)} = -A_k^{(1)} \operatorname{sh} \frac{\mu_k}{r_0} (b-a) \operatorname{sch} \frac{\mu_k b}{r_0} \operatorname{csch} \frac{\mu_k a}{r_0} +$$

$$+ \frac{r_0}{\mu_k} \operatorname{cth} \frac{\mu_k a}{r_0} (q_k \operatorname{sch} \frac{\mu_k b}{r_0} - a_k),$$

$$B_k^{(2)} = \frac{a_k r_0}{\mu_k},$$

$$C_k^{(2)} = -C_k^{(3)} \frac{\Delta\left(\frac{k\pi R}{a}, \frac{k\pi r_0}{a}\right)}{K_2\left(\frac{k\pi R}{a}\right) I_2\left(\frac{k\pi r_0}{a}\right)} - C_k \frac{a K_2\left(\frac{k\pi r_0}{a}\right)}{k\pi K_2\left(\frac{k\pi R}{a}\right) I_2\left(\frac{k\pi r_0}{a}\right)}$$
(1.32)

$$A^{(3)} = \frac{f_0 - b_0}{4}, C^{(3)} = \frac{R^4(f_0 - b_0)}{4a} - \frac{c_0 R^2}{2}, B^{(3)} = \frac{b_0}{4},$$

$$D^{(3)} = \frac{a_0 - b_0}{4} r_0^4, A_k^{(3)} = \frac{f_k - b_k \operatorname{ch} \lambda_k a}{\lambda_k \operatorname{sh} \lambda_k a}, B_k^{(3)} = \frac{b_k}{\lambda_k},$$

$$D_k^{(3)} = -C_k \frac{a}{k\pi K_2\left(\frac{k\pi R}{a}\right)} - C_k^{(3)} \frac{I_2\left(\frac{k\pi r_0}{a}\right)}{K_2\left(\frac{k\pi R}{a}\right)}$$
(1.33)

При цьому використано нерівність (1.21) та позначення:

$$\Delta(x, y) = I_2(x) K_2(y) - I_2(y) K_2(x) \quad (1.34)$$

Підставивши знайдені значення (1.31)-(1.33) в вирази (1.28)-(1.30), приведемо останні до вигляду

$$\Phi_1(r, z) = r^4 \left[\frac{q_0}{4} + \frac{g_0(b-z)}{2r_0^2} \right] + r^2 \sum_{k=1}^{\infty} \left[\frac{r_0 q_k \operatorname{ch} \frac{\mu_k z}{r_0}}{\mu_k \operatorname{ch} \frac{\mu_k b}{r_0}} - \right.$$

$$\left. - A_k^{(1)} \frac{\operatorname{sh} \frac{\mu_k(b-z)}{r_0}}{\operatorname{ch} \frac{\mu_k b}{r_0}} \right] J_2\left(\mu_k \frac{r}{r_0}\right) - \frac{(b-a)r^2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{g_k I_2\left(\frac{k\pi r}{b-a}\right)}{k I_2\left(\frac{k\pi r_0}{b-a}\right)} \sin \frac{k\pi(z-a)}{b-a}$$
(1.35)

$$\begin{aligned}\Phi_2(r, z) = & r^4 \left[\left(\frac{q_0 - a_0}{4} + \frac{g_0(b-a)}{2r_0^2} \right) \frac{z}{a} + \frac{a_0}{4} \right] + \\ & + r^2 \sum_{k=1}^{\infty} \left[\frac{a_k r_0 \operatorname{sh} \frac{\mu_k(a-z)}{r_0}}{\mu_k \operatorname{sh} \frac{\mu_k a}{r_0}} - A_k^{(1)} \frac{\operatorname{sh} \frac{\mu_k(b-a)}{r_0} \operatorname{sh} \frac{\mu_k z}{r_0}}{\operatorname{sh} \frac{\mu_k a}{r_0} \operatorname{ch} \frac{\mu_k b}{r_0}} + \frac{q_k r_0}{\mu_k} \operatorname{cth} \frac{a \mu_k \operatorname{sh} \frac{\mu_k z}{r_0}}{r_0 \operatorname{ch} \frac{\mu_k b}{r_0}} \right] J_2 \left(\mu_k \frac{r}{r_0} \right) - \\ & - r^2 \sum_{k=1}^{\infty} \left[C_k^{(3)} \frac{\Delta \left(\frac{k\pi R}{a}, \frac{k\pi r_0}{a} \right)}{K_2 \left(\frac{k\pi R}{a} \right)} + C_k \frac{a K_2 \left(\frac{k\pi r_0}{a} \right)}{k\pi K_2 \left(\frac{k\pi R}{a} \right)} \right] \frac{I_2 \left(\frac{k\pi r}{a} \right)}{I_2 \left(\frac{k\pi r_0}{a} \right)} \sin \frac{k\pi z}{a}\end{aligned}\quad (1.36)$$

$$\begin{aligned}\Phi_3(r, z) = & r^4 \left[\frac{f_0 - b_0}{4a} z + \frac{b_0}{4} \right] + \frac{R^2}{4a} (f_0 - b_0) R^2 - 2ac_0] z + \frac{a_0 - b_0}{4} r_0^4 + \\ & + r^2 \sum_{k=1}^{\infty} f_k \operatorname{sh} \lambda_k z + b_k \operatorname{sh} \lambda_k (a - z) \left] \frac{W_2(\lambda_k r)}{\lambda_k \operatorname{sh} \lambda_k a} + r^2 \sum_{k=1}^{\infty} \left[C_k^{(3)} \frac{\Delta \left(\frac{k\pi r}{a}, \frac{k\pi R}{a} \right)}{K_2 \left(\frac{k\pi R}{a} \right)} - \right. \\ & \left. \frac{c_k a K_2 \left(\frac{k\pi r}{a} \right)}{k\pi K_2 \left(\frac{k\pi R}{a} \right)} \right] \sin \frac{k\pi z}{a}\end{aligned}\quad (1.37)$$

Задовільнивши першу з умов (1.27), отримаємо

$$\begin{aligned}r^4 \left(\frac{a_0 - q_0}{4a} - \frac{g_0 b}{2ar_0} \right) = & r^2 \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{q_k - a_k \operatorname{ch} \frac{\mu_k b}{r_0}}{\operatorname{sh} \frac{\mu_k a}{r_0} \operatorname{ch} \frac{\mu_k b}{r_0}} - \right. \\ & - A_k^{(1)} \frac{\mu_k}{r_0} \operatorname{th} \frac{\mu_k b}{r_0} \operatorname{csch} \frac{\mu_k a}{r_0} \left. \right) J_2 \left(\mu_k \frac{r}{r_0} \right) + r^2 \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ g_k \frac{I_2 \left(\frac{k\pi r}{b-a} \right)}{I_2 \left(\frac{k\pi r_0}{b-a} \right)} + \right. \\ & + \frac{(-1)^{k+1}}{a I_2 \left(\frac{k\pi r_0}{a} \right)} \left[C_k^{(3)} k\pi \Delta \left(\frac{k\pi r}{a}, \frac{k\pi R}{a} \right) + a c_k K_2 \left(\frac{k\pi r_0}{a} \right) \right] \frac{I_2 \left(\frac{k\pi r}{a} \right)}{K_2 \left(\frac{k\pi R}{a} \right)} \left. \right\}\end{aligned}\quad (1.38)$$

Помноживши це співвідношення на $\frac{1}{r} J_2 \left(\mu_k \frac{r}{r_0} \right)$, проінтегрувавши отриманий вираз по r в межах від 0 до r_0

та переходячи від невідомих коефіцієнтів $A_k^{(1)}$ та $C_k^{(3)}$ до F_k та L_k де

$$\begin{aligned}(-1)^{k+1} \left[k\pi C_k^{(3)} \Delta \left(\frac{k\pi R}{a}, \frac{k\pi r_0}{a} \right) + a c_k K_2 \left(\frac{k\pi r_0}{a} \right) \right] &= \alpha F_k K_2 \left(\frac{k\pi r_0}{a} \right), \\ r_0 J_1(\mu_k) \left[q_k \operatorname{ch} \frac{\mu_k a}{r_0} - A_k^{(1)} \frac{\mu_k}{r_0} \operatorname{sh} \frac{\mu_k(b-a)}{r_0} \right] &= L_k \operatorname{sh} \frac{\mu_k a}{r_0} \operatorname{sh} \frac{\mu_k(b-a)}{r_0} \operatorname{cth} \frac{\mu_k b}{r_0}\end{aligned}\quad (1.39)$$

отримаємо для визначення нових невідомих F_k та L_k наступну нескінченну систему лінійних рівнянь:

$$L_p = \sum_{k=1}^{\infty} a_{pk} F_k + \beta_p \quad (p=1,2,\dots) \quad (1.40)$$

де

$$a_{pk} = \frac{2\mu_p a}{ar_0} \frac{1}{(\frac{\mu_p}{r_0})^2 + (\frac{k\pi}{a})^2}, \quad (1.41)$$

$$\beta_p = a_p r_0 J_1\left(\mu_p\right) \operatorname{csch} \frac{\mu_p a}{r_0} + q_p r_0 J_1\left(\mu_p\right) \operatorname{csch} \frac{\mu_p (b-a)}{r_0} + [(q_0 - a_0)r_0^2 + 2g_0 b] \frac{r_0}{\mu_p a} + \frac{2\mu_p}{r_0} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{g_k}{(\frac{\mu_p}{r_0})^2 + (\frac{k\pi}{b-a})^2}, \quad (1.42)$$

Аналогічним чином, задовільнивши другій із умов (1.27), після перетворень з використанням рекурентного співвідношення для бesselевих функцій та формули Вронського

$$K_{n+1}(x)I_n(x) + K_n(x)I_{n+1}(x) = \frac{1}{x} \quad (1.46)$$

$$F_p = \sum_{k=1}^{\infty} c_{pk} L_k + \gamma_p \quad (p=1,2,\dots) \quad (1.43)$$

де

$$c_{pk} = \frac{2}{a} \left(\frac{p\pi}{a}\right)^2 \Delta\left(\Delta\left(\frac{p\pi R}{a}, \frac{p\pi r_0}{a}\right) \frac{I_2\left(\frac{p\pi r_0}{a}\right)}{I_2\left(\frac{k\pi R}{a}\right)} \times \right. \\ \left. sh \frac{\mu_k a}{r_0} sh \frac{\mu_k (b-a)}{r_0} \operatorname{csch} \frac{\mu_k b}{r_0} \frac{1}{(\frac{\mu_p}{r_0})^2 + (\frac{p\pi}{a})^2} \right. \\ , \quad (1.44)$$

$$\gamma_p = \frac{2}{a} \left(\frac{p\pi}{a}\right)^2 \Delta\left(\Delta\left(\frac{p\pi R}{a}, \frac{p\pi r_0}{a}\right) \frac{I_2\left(\frac{p\pi r_0}{a}\right)}{I_2\left(\frac{k\pi R}{a}\right)} \{ (q_0 - f_0)r^2 + 2g_0(b-a) + \right. \\ \left. + (-1)^{p+1}(a_0 - b_0)r_0^2 + r_0 \left(\frac{p\pi}{a}\right)^2 (-1)^{p+1} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{a_k J_1(\mu_k)}{(\frac{\mu_k}{r_0})^2 + (\frac{p\pi}{a})^2} - \right. \\ \left. - r_0 \left(\frac{p\pi}{a}\right)^2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{f_k + (-1)^{p+1} b_k}{\lambda_k^2 + (\frac{p\pi}{a})^2} W_1(\lambda_k^2 r_0) \} + (-1)^{p+1} \frac{a I_2\left(\frac{p\pi r_0}{a}\right)}{\alpha I_2\left(\frac{k\pi R}{a}\right)} c_p \right. \\ , \quad (1.45)$$

Сукупність двох нескінченних систем рівнян (1.40) та (1.43) можна привести до однієї системи

$$Z_p = \sum_{k=1}^{\infty} A_{pk} Z_k + B_p \quad (p = 1, 2, \dots) \quad (1.46)$$

7.2. Крайові умови та розв'язання задачі

Навантаження прикладені до стержня по наступному закону

$$\tau_{z\varphi}(r, 0) = 0, (0 \leq r \leq R)$$

$$\tau_{z\varphi}(r, a) = 0, (r_0 \leq r \leq R)$$

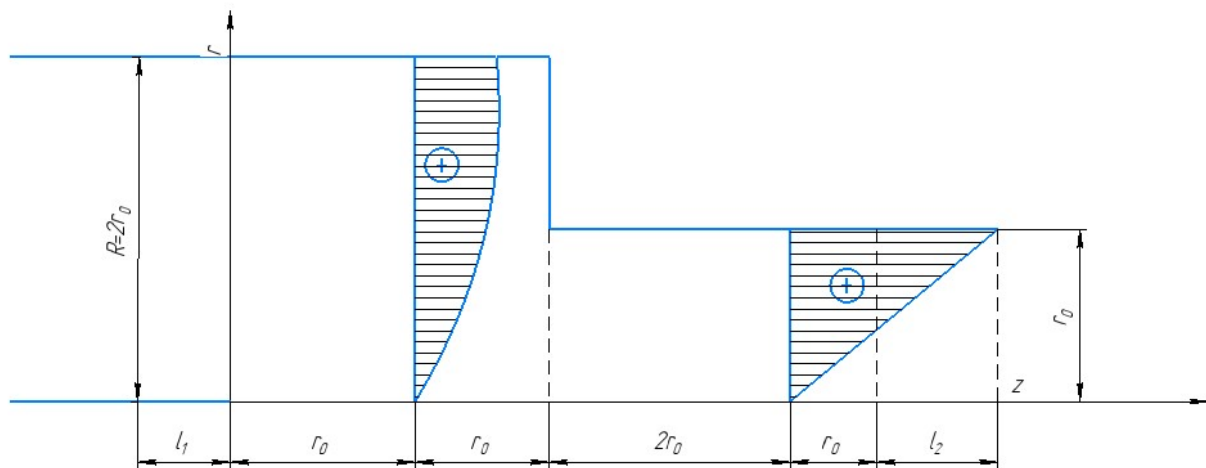
$$\tau_{z\varphi}(r, b) = 0, (0 \leq r \leq r_0)$$

$$\tau_{r\varphi}(R, z) = -T_1, (0 \leq z \leq l_1)$$

$$\tau_{r\varphi}(R, z) = 0, (l_1 \leq z \leq a)$$

$$\tau_{r\varphi}(r_0, 0) = 0, (a \leq z \leq b - l_2)$$

$$\tau_{r\varphi}(r_0, 0) = T_2, (b - l_2 \leq z \leq b)$$



Рси. 7.2.2 Епюри напружень $\tau_{z\varphi}$

З епюри видно, що напруження $\tau_{z\varphi}$ розподіленні не лінійно в безпосередній близькості до спряження двох частин валу з різними діаметрами.

8. РОЗРАХУНОК ВЛАСНИХ ЧАСТОТ ТА ФОРМ КОЛИВАНЬ ПРОМІЖНОГО ВАЛУ

8.1. Крутильні коливання проміжного валу

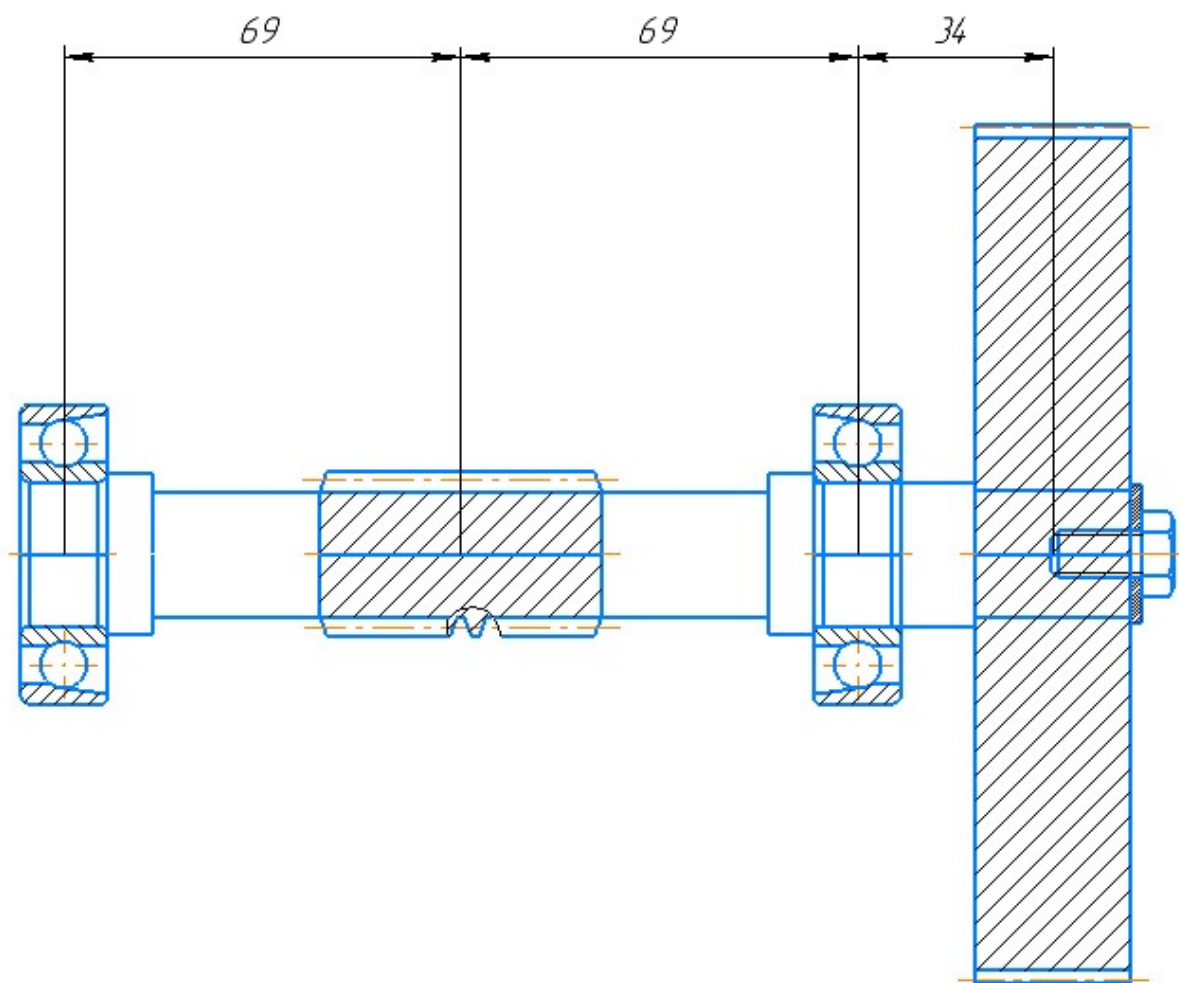


рис. 6.1. Креслення валу

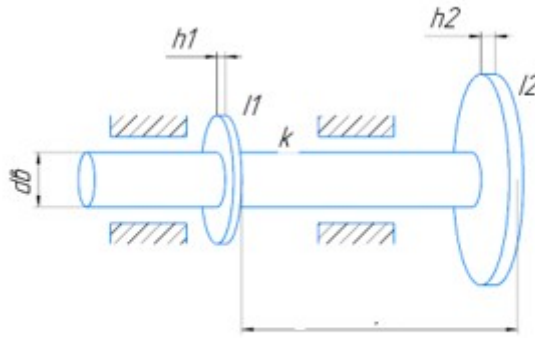


рис.6.2 Розрахункова схема

φ_1, φ_2 — кути повороту відповідно шестерні та черв'ячного колеса, які являють собою узагальнені координати;

матеріал колеса — сталь 40Х;

матеріал черв'яка — сталь 40Х;

значення густини матеріалів:

- для сталі $\rho_{1,2} = 7,85 \cdot 10^3 \frac{\text{Н} \cdot \text{с}^2}{\text{м}^4}$,

для обох матеріалів $G = 8 \cdot 10^4 \text{ МПа}$;

жорсткість стержня визначається по формулі $k = \frac{G \cdot I_P}{l}$,

де I_P - полярний момент інерції, який знаходиться по формулою:

$$I_P = \frac{\pi \cdot d_B^4}{32} = \frac{\pi \cdot (18 \cdot 10^{-3})^4}{32} = 1.0306 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4$$

де d_B - діаметр вала.

$$k = \frac{G \cdot I_P}{l} = \frac{8 \cdot 10^{10} \cdot 1.0306 \cdot 10^{-8}}{103 \cdot 10^{-3}} = 8 \cdot 10^4 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

Значення I_1, I_2 — осьових моментів інерції для черв'яка та колеса знайдемо за формулою:

$$I_1 = \frac{\pi \rho_1 h_1 D_1^4}{32} = \frac{3,14 \cdot 7,85 \cdot 10^3 \cdot 49 \cdot 10^{-3} (26 \cdot 10^{-3})^4}{32} = 1.475 \cdot 10^{-5} \text{ Н} \cdot \text{с}^2 \cdot \text{м};$$

$$I_2 = \frac{\pi \rho_2 h_2 D_2^4}{32} = \frac{3,14 \cdot 7,85 \cdot 10^3 \cdot 27 \cdot 10^{-3} (149 \cdot 10^{-3})^4}{32} = 1.02 \cdot 10^{-2} \text{ Н} \cdot \text{с}^2 \cdot \text{м}.$$

де D_1, D_2 — відповідно значення діаметрів черв'яка та колеса,

h_1, h_2 — відповідно їх ширина.

Запишемо вирази для кінетичної та потенціальної енергії:

$$T = \frac{1}{2} \cdot I_1 \cdot \dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2} \cdot I_2 \cdot \dot{\varphi}_2^2;$$

$$\Pi = \frac{1}{2} k (\varphi_2 - \varphi_1)^2.$$

Підставляючи значення кінетичної і потенціальної енергій до рівняння Лагранжа другого роду $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \tau}{\partial \dot{q}_j}\right) - \frac{\partial \tau}{\partial q_j} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_j} = 0$ для двох узагальнених координат і відповідно, отримаємо систему рівнянь у вигляді:

$$\begin{cases} I_1 \ddot{\varphi}_1 + k\varphi_1 - k\varphi_2 = 0 \\ I_2 \ddot{\varphi}_2 - k\varphi_1 + k\varphi_2 = 0 \end{cases}$$

Складемо матриці інерції та жорсткості:

$$[a] = \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \quad [c] = \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix}$$

Запишемо рівняння вільних коливань у матричному вигляді:

$$\begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{\varphi}_1 \\ \ddot{\varphi}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Рішення шукаємо у вигляді: $\{\varphi\} = \{F\} \cos(\omega t - \beta)$

$$-\omega^2 \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} k - \omega^2 I_1 & -k \\ -k & k - \omega^2 I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Прирівнявши детермінант до нуля отримаємо:

$$\det \begin{bmatrix} k - \omega^2 I_1 & -k \\ -k & k - \omega^2 I_2 \end{bmatrix} = 0;$$

$$(k - \omega^2 I_1)(k - \omega^2 I_2) - k^2 = 0;$$

$$k^2 - \omega^2 k I_1 - \omega^2 k I_2 + \omega^4 I_1 I_2 - k^2 = 0.$$

$$\text{Знайдемо корені цього рівняння } \omega^4 I_1 I_2 - \omega^2 k(I_1 + I_2) = 0;$$

$$\omega^2 [\omega^2 I_1 I_2 - k(I_1 + I_2)] = 0;$$

$$\omega^2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \omega_1^2 = 0 \\ \omega_2^2 = \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} = \frac{2.54 \cdot 10^4 (1.475 \cdot 10^{-5} + 1.02 \cdot 10^{-2}) \cdot 10^{-2}}{1.475 \cdot 10^{-5} \cdot 1.02 \cdot 10^{-2}} = 1.724 \cdot 10^6 \text{ c}^{-2} \end{bmatrix}$$

8.1.1. Метод сил

Будемо розглядати два можливих випадки. Підставляючи значення частот :

для першого випадку маємо:

$$\omega_1^2 = 0$$

$$\begin{bmatrix} k - \omega^2 I_1 & -k \\ -k & k - \omega^2 I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_{11} = 1 \\ F_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$k - k F_{12} = 0 \Rightarrow F_{12} = 1$$

$$\begin{Bmatrix} F_{11} \\ F_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

для другого випадку:

$$\omega_2^2 = \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2}$$

$$\begin{bmatrix} k - \left(\frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} \right) I_1 & -k \\ -k & k - \left(\frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} \right) I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_{21} \\ F_{22} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$k - \frac{k(I_1 + I_2)}{I_2} - k F_{22} = 0 \Rightarrow$$

$$F_{22} = -\frac{I_1}{I_2} = -\frac{1.475 \cdot 10^{-5} \cdot 10^{-3}}{1.02 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-3}} = -1.44 \cdot 10^{-3}$$

Покажемо обчислені власні форми коливань у графічному вигляді:

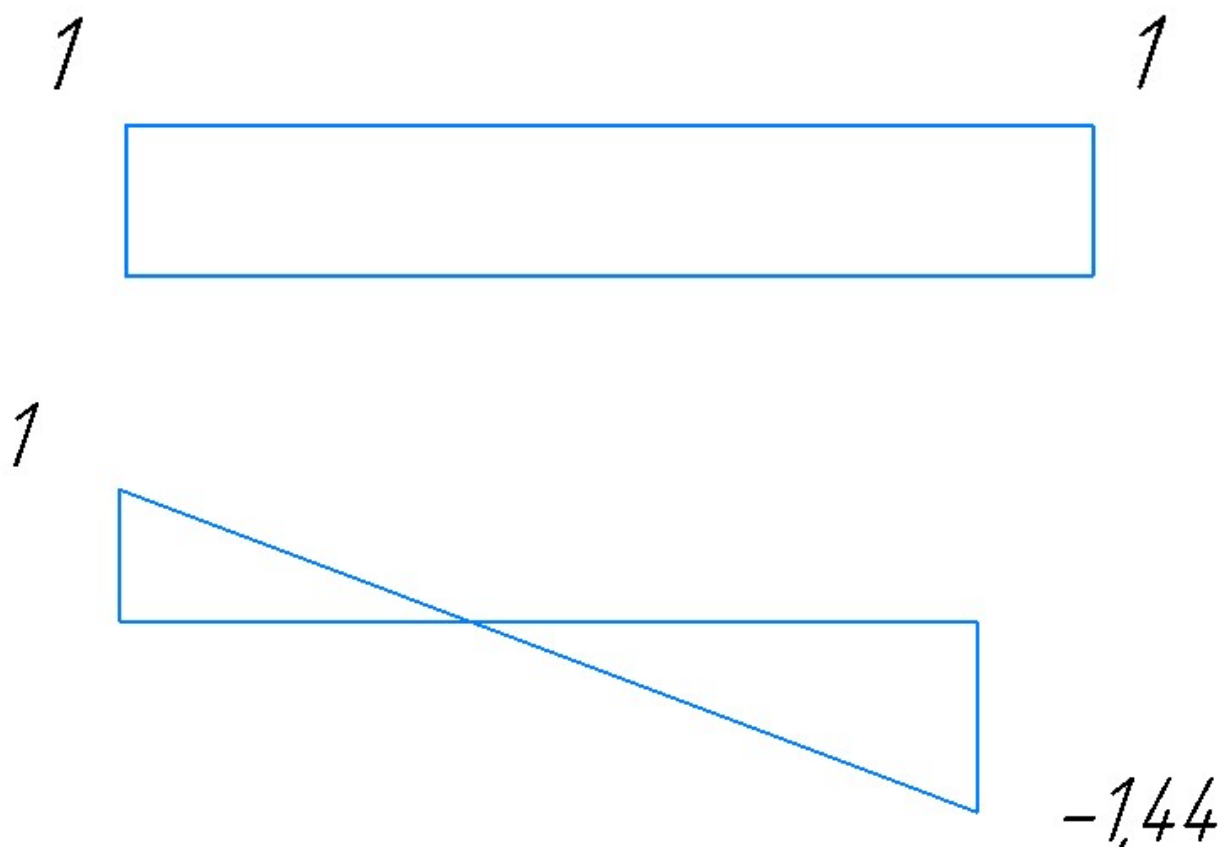


Рис.6.3 Форми коливань

Умови ортогональності:

$$\{F\}_l^T [c] \{F\}_s = 0$$

$$\{F\}_l^T [a] \{F\}_s = 0$$

Перший випадок:

$$\begin{aligned} \{1 \quad 1\} \cdot \begin{bmatrix} 1.475 \cdot 10^{-5} & 0 \\ 0 & 1.02 \cdot 10^{-2} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ -1.44 \cdot 10^{-3} \end{Bmatrix} &= \{1 \quad 1\} \cdot \begin{Bmatrix} I_1 \\ -I_1 \end{Bmatrix} \\ &= 1.475 \cdot 10^{-5} - 1.475 \cdot 10^{-5} = 0 \end{aligned}$$

Другий випадок:

$$\omega_2^2 = \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2}$$

$$\begin{bmatrix} k - \left(\frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} \right) I_1 & -k \\ -k & k - \left(\frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} \right) I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_{21} \\ F_{22} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$k - \frac{k(I_1 + I_2)}{I_2} - k F_{22} = 0 \quad \Rightarrow$$

$$F_{22} = -\frac{I_1}{I_2} = -\frac{1.475 \cdot 10^{-5} \cdot 10^{-3}}{1.02 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-3}} = -1.44 \cdot 10^{-3}$$

8.1.2 Метод Релея

Використовуючи метод Релея знайдемо значення власних частот використовуючи

формулу $\omega_l^2 = \frac{\{F\}_l^T [c] \{F\}_l}{\{F\}_l^T [a] \{F\}_l}$; підставляючи відповідні значення отримаємо:

$$\omega_1^2 = \frac{\{1 \quad 1\} \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}}{\{1 \quad 1\} \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}} = \frac{\{1 \quad 1\} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}}{\{1 \quad 1\} \begin{Bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{Bmatrix}} = 0;$$

$$\begin{aligned}\omega_2^2 &= \frac{\begin{Bmatrix} 1 & -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix}}{\begin{Bmatrix} 1 & -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix}} = \frac{\begin{Bmatrix} 1 & -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} k + k\frac{I_1}{I_2} \\ k - k\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix}}{\begin{Bmatrix} 1 & -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} I_1 \\ -I_1 \end{Bmatrix}} = \frac{k\left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right) + \frac{I_1}{I_2}k\left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)}{I_1 \cdot \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)} \\&= \frac{k\left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)\left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)}{I_1 \cdot \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)} = \frac{k \cdot \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)}{I_1} = k\left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2}\right) = \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 \cdot I_2} = \\&= \frac{2.54 \cdot 10^4 \cdot (1.475 \cdot 10^{-5} + 1.02 \cdot 10^{-2}) \cdot 10^{-3}}{1.475 \cdot 10^{-5} \cdot 1.02 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-6}} = 1.7245 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-2};\end{aligned}$$

Отже, $\begin{cases} \omega_1 = 0 \\ \omega_2 = \sqrt{1.7245 \cdot 10^{12}} = 1.3132 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1} \end{cases}$

8.2.1. Метод сил

$$m = \rho V$$

$$m_1 = 7.85 \cdot 10^3 [3,14 \cdot (13 \cdot 10^{-3} - 11 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 49 \cdot 10^{-3}] = 0,004 \text{ кг}$$

$$m_2 = 7.85 \cdot 10^3 [3,14 \cdot (75 \cdot 10^{-3} - 11 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 27 \cdot 10^{-3}] = 267 \text{ кг}$$

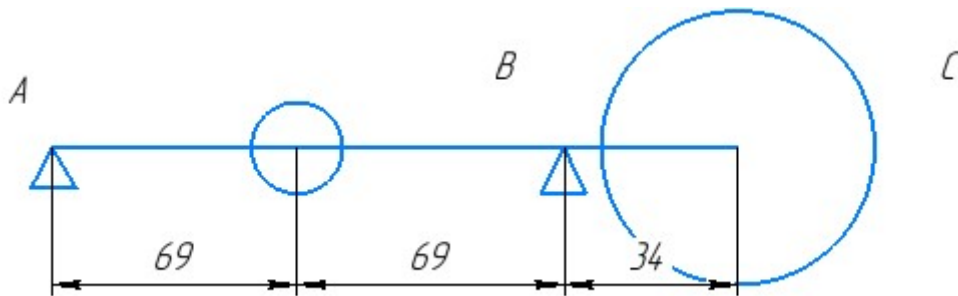


Рис. 6.4 Система з двома ступенями свободи

$$EI = 2 \cdot 10^{11} \cdot 1.15 \cdot 10^{-8} = 2299 \text{ Н} \cdot \text{м}^2$$

Момент інерції:

$$I = \frac{\pi \cdot d_B^4}{64} = \frac{\pi \cdot (22 \cdot 10^{-3})^4}{64} = 1.15 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4$$

Знайдемо переміщення $\delta_{11}, \delta_{12}, \delta_{21}, \delta_{22}$.

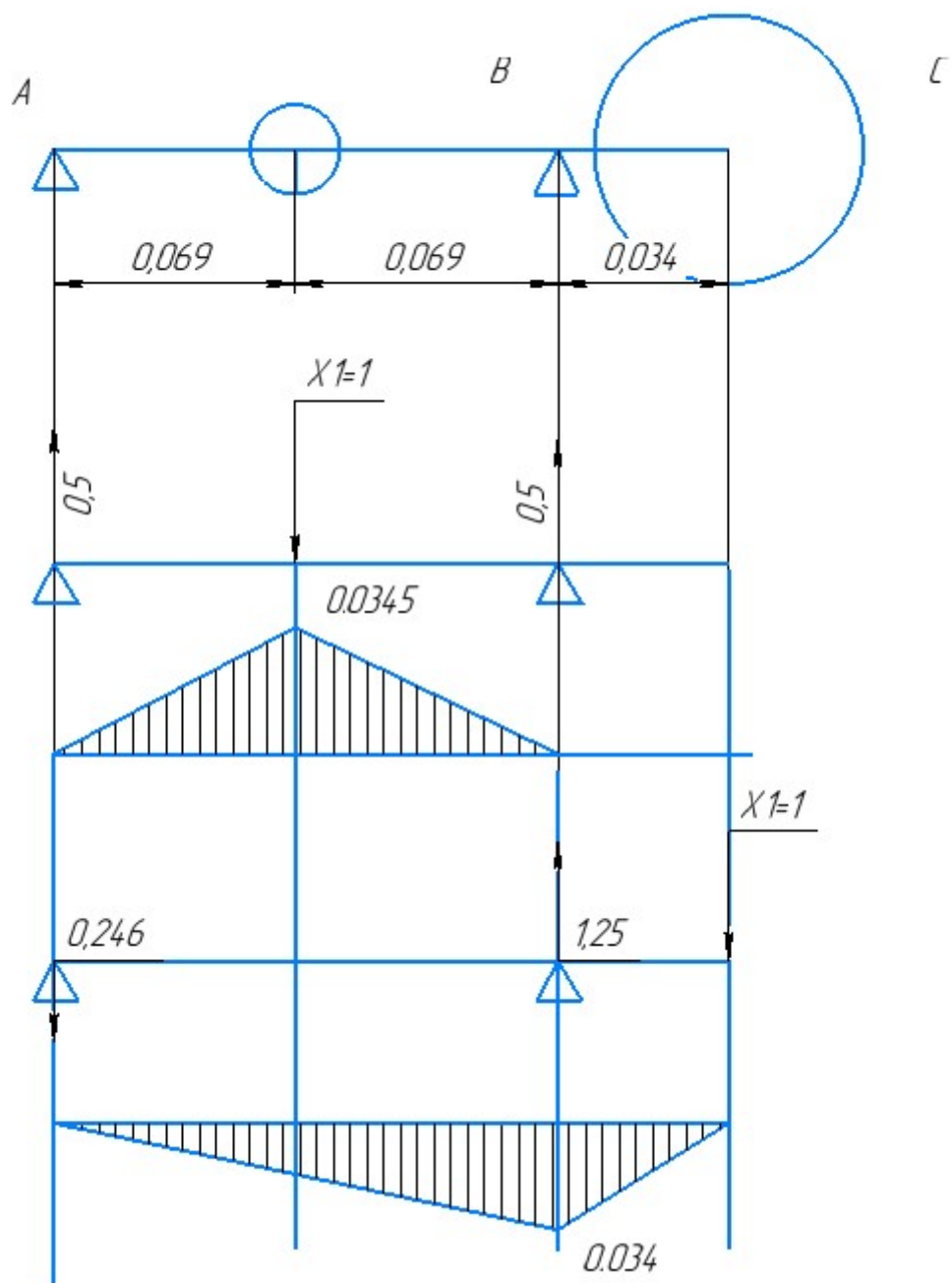


Рис. 6.5 Епюри моментів від одиничних сил

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \left(\frac{2}{3} \cdot 0,0345 \cdot 0,0345 \cdot 0,069 \cdot 0,5 \right) = \frac{1}{EI} \cdot 17,52 \cdot 10^{-5} = 2,381 \cdot 10^{-8}$$

$$\delta_{12} = \frac{1}{EI} \left(\frac{1}{2} \cdot 0,0345 \cdot 0,069 \cdot \frac{1}{3} \cdot 0,034 + \frac{1}{2} \cdot 0,0345 \cdot 0,069 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,034 \right) = 1,76 \cdot 10^{-8}$$

$$\delta_{12} = \frac{1}{EI} \left(\frac{1}{2} \cdot 0,034 \cdot 0,138 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,034 + \frac{1}{2} \cdot 0,034 \cdot 0,034 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,034 \right) = 2,88 \cdot 10^{-8}$$

Запишемо диференційні рівняння в переміщеннях:

$$\begin{cases} \ddot{w}_1 = -\ddot{w}_1 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - \ddot{w}_2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \ddot{w}_2 = -\ddot{w}_1 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 - \ddot{w}_2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 \end{cases}$$

Шукаємо переміщення у вигляді

$$w_i = W_i \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

Підставимо та отримаємо:

$$\begin{cases} (\omega^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) \cdot W_1 + \omega^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \cdot W_2 = 0 \\ \omega^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 \cdot W_1 + (\omega^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \cdot W_2 = 0 \end{cases}$$

Оскільки маємо отримати не тривіальний розв'язок маємо, що детермінант останньої матриці має бути рівний нулю:

$$\det \begin{bmatrix} (\omega^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} = 0$$

Розкриваючи визначник, отримуємо характеристичне рівняння відносно ω^2 , з якого знаходимо ω^2_1, ω^2_2 :

$$\begin{aligned} (\omega^2 m_1 \delta_{11} - 1)(\omega^2 m_2 \delta_{22} - 1) - \omega^4 m_1 m_2 \delta_{12} \delta_{21} &= 0; \\ \omega^4 m_1 m_2 \delta_{11} \delta_{22} - \omega^2 m_1 \delta_{11} - \omega^2 m_2 \delta_{22} + 1 - \omega^4 m_1 m_2 \delta_{12} \delta_{21} &= 0; \\ \omega^4 (\delta_{11} \delta_{22} - \delta_{12} \delta_{21}) m_1 m_2 - \omega^2 (m_2 \delta_{22} + m_1 \delta_{11}) + 1 &= 0; \end{aligned}$$

Визначили власні частоти:

$$\omega_1 = 108166 \text{ c}^{-1}, \omega_2 = 3420,52$$

Знаходимо власні форми коливань та перевіряємо умови ортогональності.

Оскільки кожній частоті відповідає своя форма коливань, то розглянемо два можливих випадки, підставляючи до відповідної матриці значення знайдених двох частот та знайдемо W_{1i}, W_{2i} .

$$\begin{bmatrix} (\omega_i^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega_i^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega_i^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega_i^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_{1i} \\ W_{2i} \end{Bmatrix} = 0$$

При $\omega_1 = 108166c^{-1}$ і нормованій $W_{11} = 1$ отримаємо з розв'язку рівняння таку першу власну форму:

$$\begin{bmatrix} (\omega_1^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega_1^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega_1^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega_1^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_{11} \\ W_{21} \end{Bmatrix} = 0$$

$$W_{21} = -0,0002$$

Аналогічно при $\omega_2 = 3420.52c^{-1}$ і нормованій $W_{12} = 1$

$$\begin{bmatrix} (\omega_2^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega_2^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega_2^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega_2^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_{12} \\ W_{22} \end{Bmatrix} = 0$$

$$W_{22} = 1.796$$

Оскільки однією з властивостей власних форм коливань є їх ортогональність, то перевірмо виконання цієї умови:

$$\{W\}_2^T \{W\}_1 = 0$$

$$\{W\}_1 = \begin{Bmatrix} 1 \\ -1.33 \end{Bmatrix}, \{W\}_2 = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1.796 \end{Bmatrix}.$$

$$\cdot \{1 \quad -0.0002\} \begin{bmatrix} 0.0004 & 0 \\ 0 & 2.7 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ 1.796 \end{Bmatrix} = -0.0009 \approx 0$$

Зобразимо отримані власні форми згинальних коливань на рисунку:

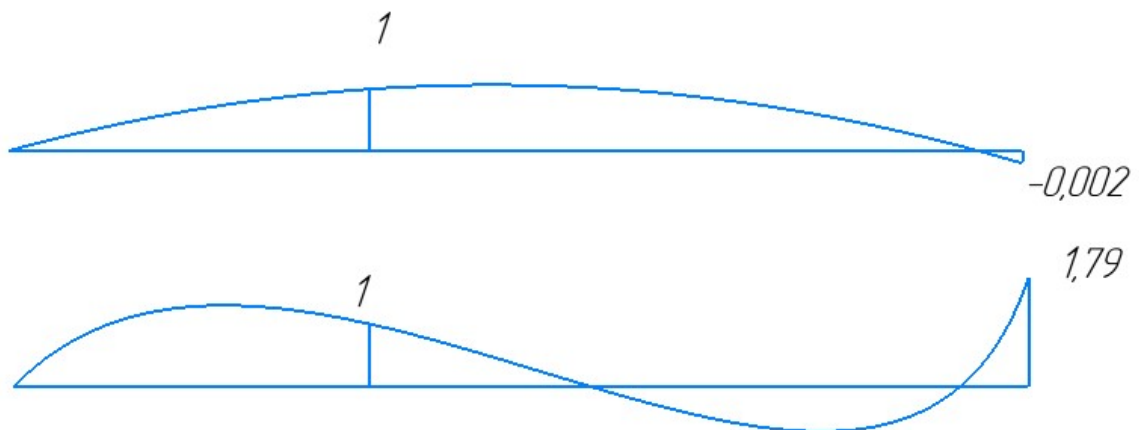


Рис.6.6. Власні форми коливань

8.2.2. Метод Релея

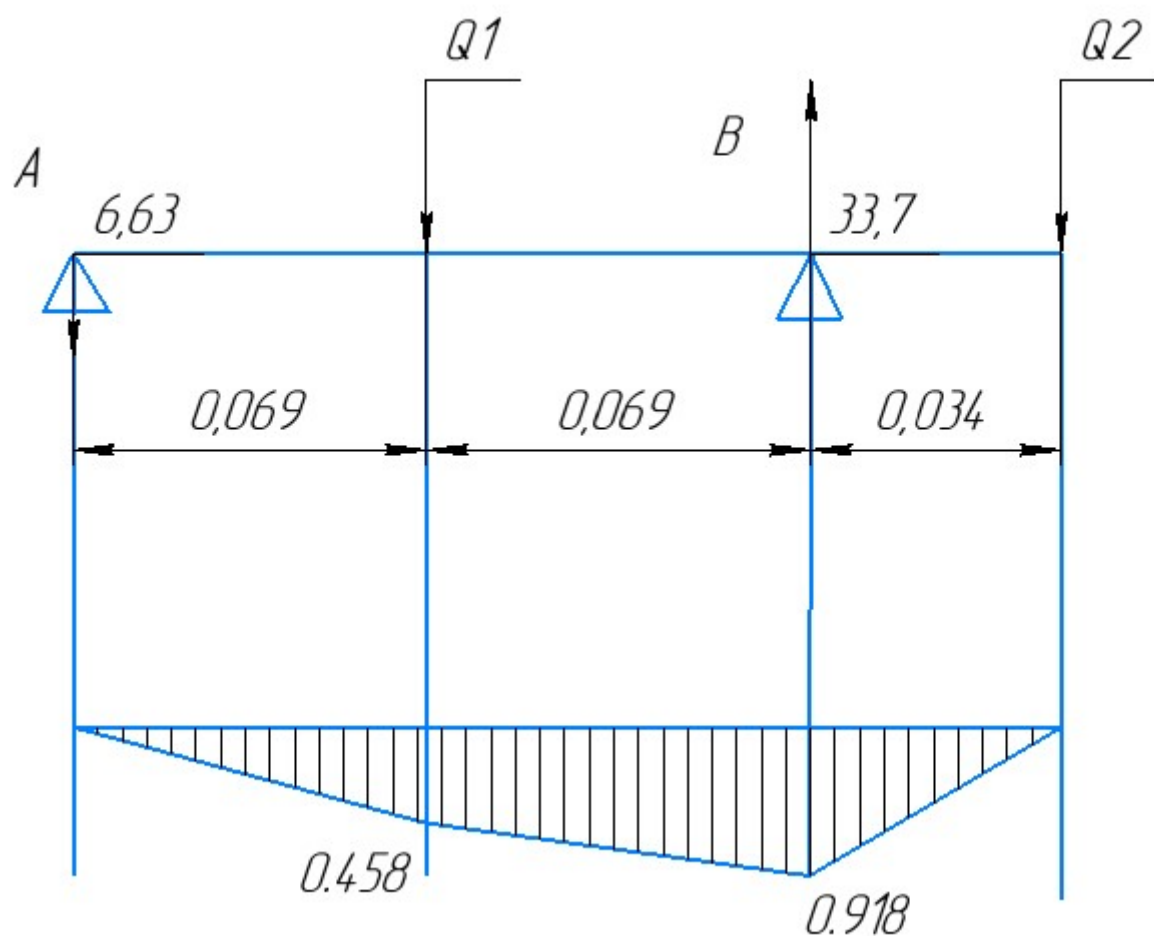


Рис. 6.7 Система з двома ступенями свободи
(маси замінили силами)

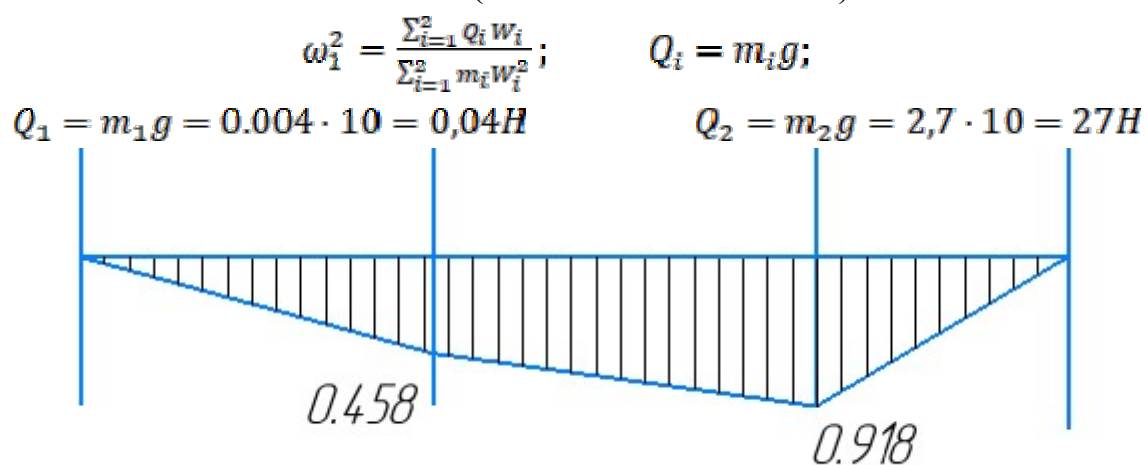


Рис. 6.8 Епюри моментів

$$W_1 = \frac{1}{EI} \cdot \left[0,69 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,0508 \cdot 0,337 \cdot 0,5 + \frac{0,090998 \cdot 0,337}{6} \right. \\ \left. \cdot (2 \cdot 0,0508 + 0,003087) - \frac{2}{3} \cdot 0,003087 \cdot 0,5 \cdot 0,005887 \cdot 0,0218 \right] \\ = 3,02753 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$$W_2 = \frac{1}{EI} \cdot \left[-0,10686 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,01306 \cdot 0,337 \cdot 0,5 - \frac{0,090998 \cdot 0,337}{6} \right. \\ \left. \cdot (2 \cdot 0,01306 + 0,024181) + \frac{0,005887 \cdot 0,218}{6} \right. \\ \left. \cdot (2 \cdot 0,024181 + 0,0249) + 0,024875 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,0249 \cdot 0,0218 \cdot 0,5 \right] \\ = -6,98 \cdot 10^{-8} \text{ м}$$

$$\omega_1^2 = \frac{6,867 \cdot 3,02753 \cdot 10^{-7} + 0,878 \cdot (-6,98 \cdot 10^{-8})}{0,6867 \cdot (3,02753 \cdot 10^{-7})^2 + 0,0878 \cdot (-6,98 \cdot 10^{-8})^2} = 3,18402 \cdot 10^7 \text{ с}^{-2} \\ \omega_1 = 108700 \text{ с}^{-1}$$

8.2.3 Метод Донкерлі

$$\frac{1}{\omega_1^2} = \frac{1}{(\omega'_1)^2} + \frac{1}{(\omega'_2)^2};$$

$$\frac{1}{(\omega'_1)^2} = m_1 \delta_{11} = 0,004 \cdot \frac{1}{EI} \cdot 17,52 \cdot 10^{-5} = 3,14947 \cdot 10^{-8}$$

$$\frac{1}{(\omega'_2)^2} = m_2 \delta_{22} = 2,7 \cdot \frac{1}{EI} \cdot 4,459 \cdot 10^{-5} = 1,02487 \cdot 10^{-9}$$

$$\frac{1}{\omega_1^2} = 3,14947 \cdot 10^{-8} + 1,02487 \cdot 10^{-9} = 3,25196 \cdot 10^{-8}$$

$$\omega_1 = 107842 \text{ с}^{-1},$$

Для порівняння, значення першої власної частоти згинальних коливань:

- методом сил: $\omega_1 = 108166 \text{ с}^{-1}$

- методом Релея: $\omega_1 = 108700 \text{ с}^{-1}$

- методом Донкерлі: $\omega_1 = 107842 \text{ с}^{-1}$

Похибка результатів:

$$\delta_{\text{Релея}} = \left| \frac{108700 - 108166}{108166} \right| \cdot 100\% = 4\%$$

$$\delta_{\text{Донкері}} = \left| \frac{107842 - 108166}{108166} \right| \cdot 100\% = 1\%$$

Список використаної літератури

1. *Иванов М.Н.* Детали машин: Учебник для вузов. Изд. 6-е. – М.: Высш. шк., 1998.
2. *Решетов Д.Н.* Детали машин: Учебник для вузов. Изд. 4-е – М.: Высш. шк., 1989.
3. *Заблонский К.И.* Детали машин: Учебник для вузов. – К.: Вища шк., 1985.
4. *Павлище В.Т.* Основы конструирования та розрахунок деталей машин: Підручник для вузів. – К.: Вища шк., 1993.
5. *Гузенков П.Г.* Детали машин: Учебник для вузов. - М.: Высш. шк., 1982.
6. *Дунаев П.Ф., Леликов О.П.* Конструирование узлов и деталей машин. Изд. 6-е. – М.: Высш. шк., 2000.
7. *Проектирование механических передач: Учебно-справочное пособие/ Под ред. С.А. Чернавского.* Изд. 6-е. – М.: Машиностроение, 1984.
8. *Киркач Н.Ф., Баласанян Р.А.* Расчёт и проектирование деталей машин. – Х.: Основа, 1991.
9. *Детали машин. Атлас конструкций/ Под ред. Д.Н. Решетова.* Изд. 5-е в двух частях. – М.: Машиностроение, 1992.
10. *Цехнович Л.И., Петриченко И.П.* Атлас Конструкций редукторов. – К.: Вища шк., 1990.
11. *Дьяченко С.К., Столбовой С.В.* Детали машин. Атлас конструкций. – К.: Техника, 1984.
12. *Зубчатые передачи: Справ./ Под ред. Е.Г. Гинзбурга.* – Л.: Машиностроение, 1980.
13. *Анурьев В.И.* Справочник конструктора-машиностроителя. Изд. 7-е. В 3-х т. – М.: Машиностроение 1992.
14. *Орлов Н.И.* Основы конструирования. В 2-х т. – М.: Машиностроение, 1988.
15. *Справочник металлиста. В 5-и т./ Под ред. С.А. Чернавского.* – М.: Машиностроение, 1976.
16. *Перель Л.Я.* Подшипники качения. – М.: Машиностроение, 1983.
17. *Спицын Н.А. и др.* Расчёт и выбор подшипников качения: Справочник. – М.: Машиностроение, 1974.
18. *Арутюнян, Н.Х.; Абрамян, Б.Л.* Кручение упругих тел - М.: Физматлит, 1963
19. *Поляков В.С., Барбаиш И.Д.* Муфты. – Л.: Машиностроение, 1973.
20. *Курсовое проектирование деталей машин: Учебн. пособие для студентов машиностроительных спец. вузов. / Под ред. В.Н. Кудрявцева.* – Л.: Машиностроение, 1984.
21. *Проектирование электромеханического привода машины для исследований механических свойств материалов. Методические указания к курсовому проектированию по динамике и основам проектирования машин / Сост. Заховайко А.А.* – К.: КПИ, 1988.
22. *Розрахунок та конструювання зубчастих передач. Методичні вказівки до виконання розрахунково-графічних робіт з дисципліни „Деталі машин” /Уклад.: В.А. Стадник, А.К. Скуратовський.* – К.: ІВЦ „Політехніка”, 2003.

23. *Розрахунок та конструювання черв'ячних передач. Методи вказівки до виконання розрахунково-графічних робіт з курсу „Деталі машин”* /Уклад. В.А. Стадник, - К.: ІВЦ „Політехніка”, 2004.