

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
“КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО”
НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ ІНСТИТУТ ПРИКЛАДНОГО
СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ**

Кафедра математичних методів системного аналізу

«До захисту допущено»
Завідувач кафедри
Оксана ТИМОЩУК
«__» _____ 2026 р.

**Дипломна робота
на здобуття ступеня бакалавра
за освітньо-професійною програмою «Системний аналіз і управління»
спеціальності 124 Системний аналіз
на тему «Моделі та прогнози впливу антропогенних викидів
вуглекислого газу на зміну глобальної середньої температури поверхні
Землі»**

Виконала:

студентка IV курсу, групи КА-21
Акименко Валерія Максимівна _____

Керівник:

Старший викладач, доктор філософії,
Левенчук Людмила Борисівна _____

Консультант з економічного розділу:

Доцент кафедри ЕК, к.е.н.,
Рощина Надія Василівна _____

Консультант з нормоконтролю:

К.ф.-м.н., Статкевич Віталій Михайлович _____

Рецензент:

Доцент кафедри ІІІ, доктор філософії, доц.
Гуськова Віра Геннадіївна _____

Засвідчую, що у цій дипломній роботі
немає запозичень з праць інших авторів
без відповідних посилань.
Студентка _____

Київ – 2026 року

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
ІН Інститут прикладного системного аналізу
Кафедра математичних методів системного аналізу

Рівень вищої освіти – перший (бакалаврський)

Спеціальність – 124 Системний аналіз

Освітньо-професійна програма “Системний аналіз і управління”

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

Оксана ТИМОЩУК

«__» _____ 2026 р.

ЗАВДАННЯ

на дипломну роботу студентці

Акименко Валерії Максимівні

1. Тема роботи «Моделі та прогнози впливу антропогенних викидів вуглекислого газу на зміну глобальної середньої температури поверхні Землі», керівник роботи Левенчук Людмила Борисівна, старший викладач кафедри ММСА, доктор філософії, затверджені наказом по університету від «27» травня 2026 р. № 1944-с.
2. Термін подання студенткою роботи 10.06.2026 р.
3. Вихідні дані до роботи: історичні дані щодо глобальних антропогенних викидів CO₂; дані про атмосферну концентрацію CO₂; ряди глобальної середньорічної температурної аномалії; сценарні траєкторії майбутніх викидів CO₂ за сценаріями SSP/AR6; теоретичні відомості з кліматичного моделювання, аналізу часових рядів, регресійного моделювання, сценарного прогнозування та оцінювання якості моделей; програмні засоби Python для обробки даних, побудови моделей, виконання розрахунків і візуалізації результатів.
4. Зміст роботи: дослідження предметної області кліматичних змін та аналіз ролі антропогенних викидів CO₂ у зміні глобальної температури; визначення основних кліматичних показників дослідження; огляд теоретичних основ моделювання зв'язку між викидами CO₂, атмосферною концентрацією CO₂, радіаційним впливом і температурною аномалією; побудова базового прогнозу антропогенних викидів CO₂ за моделлю ARIMA; формування прогнозних сценаріїв викидів CO₂; регресійне моделювання переходу від викидів CO₂ до концентрації CO₂; розрахунок радіаційного впливу CO₂ для

базової та сценарних траєкторій; моделювання глобальної температурної аномалії на основі радіаційного впливу; прогнозування температурної аномалії за різними траєкторіями викидів CO₂; аналіз чутливості температурної аномалії до зміни рівня викидів CO₂; функціонально-вартісний аналіз програмного продукту.

5. Перелік ілюстративного матеріалу:

- таблиці з описом джерел даних і структури сформованої бази даних;
- таблиці результатів перевірки стаціонарності та підбору параметрів ARIMA-моделі;
- таблиці метрик якості побудованих моделей; таблиці порівняння моделей переходу від викидів CO₂ до концентрації CO₂;
- таблиці розрахунку радіаційного впливу та прогнозу температурної аномалії; графіки історичної динаміки антропогенних викидів CO₂, атмосферної концентрації CO₂, радіаційного впливу та глобальної температурної аномалії;
- кореляційна матриця кліматичних показників; графіки діагностики залишків моделей; графіки базової ARIMA-траєкторії та сценарних траєкторій викидів CO₂;
- графіки прогнозу радіаційного впливу та температурної аномалії до 2050 року; графіки аналізу чутливості; презентація до виступу.

6. Консультанти розділів роботи

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв
Економічний	Рощина Н.В., доц., к.е.н.		

7. Дата видачі завдання: 16 лютого 2026

Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання дипломної роботи	Термін виконання етапів роботи	Примітка
1	Аналіз наукових джерел з проблеми глобальних кліматичних змін, антропогенних викидів CO ₂ , концентрації CO ₂ в атмосфері та зміни глобальної середньорічної температури поверхні Землі	02.02.2026 – 16.02.2026	Виконано
2	Дослідження актуальності задачі моделювання впливу антропогенних викидів CO ₂ на зміну глобальної температурної аномалії	16.02.2026 – 23.02.2026	Виконано
3	Формулювання мети, об'єкта, предмета, завдань дослідження та постановка задачі дипломної роботи	23.02.2026 – 02.03.2026	Виконано
4	Розроблення методологічної схеми дослідження: вибір кліматичних показників, обґрунтування ARIMA-моделі, сценарного підходу, регресійного моделювання та розрахунку радіаційного впливу CO ₂	02.03.2026 – 30.03.2026	Виконано
5	Розроблення програмної реалізації для підготовки кліматичних даних, побудови базового прогнозу викидів CO ₂ , формування сценарних траєкторій, розрахунку концентрації CO ₂ , радіаційного впливу та температурної аномалії	30.03.2026 – 20.04.2026	Виконано
6	Підготовка теоретичного, модельного та практичного розділів дипломної роботи під час переддипломної практики	20.04.2026 – 18.05.2026	Виконано
7	Оформлення пояснювальної записки, таблиць, рисунків, переліку джерел посилання та додатків відповідно до вимог нормоконтролю	18.05.2026 – 05.06.2026	Виконано
8	Попередній захист дипломної роботи	08.10.2026	Виконано
9	Захист дипломної роботи	16.10.2026	

Студентка _____

(підпис)

Керівник роботи _____

(підпис)

_____ Валерія АКИМЕНКО

(ім'я, прізвище)

_____ Людмила ЛЕВЕНЧУК

(ім'я, прізвище)

РЕФЕРАТ

Дипломна робота: 175 с., 26 табл., 34 рис., 3 дод., 28 джерел.

АНТРОПОГЕННІ ВИКИДИ CO_2 , ГЛОБАЛЬНА ТЕМПЕРАТУРА, ТЕМПЕРАТУРНА АНОМАЛІЯ, КОНЦЕНТРАЦІЯ CO_2 , РАДІАЦІЙНИЙ ВПЛИВ, ARIMA, СЦЕНАРНИЙ АНАЛІЗ, SSP-СЦЕНАРІЇ, РЕГРЕСІЙНЕ МОДЕЛЮВАННЯ, PYTHON.

Об'єкт дослідження — зміна глобальної середньорічної температури поверхні Землі під впливом антропогенних викидів CO_2 .

Предмет дослідження — моделі та прогнозні сценарії впливу викидів CO_2 на атмосферну концентрацію, радіаційний вплив і температурну аномалію.

Мета роботи — побудувати моделі впливу антропогенних викидів CO_2 на глобальну температуру та сформулювати сценарні прогнози температурної аномалії.

У роботі проаналізовано тенденції глобальних кліматичних змін, визначено основні показники та сформовано модельний ланцюг: викиди CO_2 , концентрація CO_2 , радіаційний вплив, температурна аномалія. Для базового прогнозу викидів використано ARIMA-модель, а для врахування невизначеності — сценарії SSP1-2.6, SSP2-4.5 та SSP3-7.0. Побудовано регресійні моделі концентрації CO_2 , розраховано радіаційний вплив і змодельовано температурну аномалію.

Розроблено програмну реалізацію мовою Python для обробки кліматичних даних, побудови прогнозів, інтеграції сценаріїв, розрахунку концентрації CO_2 , радіаційного впливу й температурної аномалії та візуалізації результатів.

Практичне значення полягає у можливості використання підходу для аналізу зв'язку між викидами CO_2 і глобальною температурою, порівняння сценаріїв майбутніх викидів та оцінювання чутливості температурної аномалії.

ABSTRACT

Diploma thesis: 175 p., 26 tables, 34 figures, 3 appendices, 28 references.

ANTHROPOGENIC CO₂ EMISSIONS, GLOBAL TEMPERATURE, TEMPERATURE ANOMALY, CO₂ CONCENTRATION, RADIATIVE FORCING, ARIMA, SCENARIO ANALYSIS, SSP SCENARIOS, REGRESSION MODELING, PYTHON.

The object of the study is the change in the global mean surface temperature of the Earth under the influence of anthropogenic CO₂ emissions.

The subject of the study is the set of models and forecast scenarios of the impact of CO₂ emissions on atmospheric concentration, radiative forcing, and temperature anomaly.

The aim of the thesis is to develop models of the impact of anthropogenic CO₂ emissions on global temperature and to form scenario-based forecasts of temperature anomaly.

The thesis analyzes trends in global climate change, identifies the main indicators, and develops a modeling chain: CO₂ emissions, CO₂ concentration, radiative forcing, temperature anomaly. An ARIMA model is used for the baseline emissions forecast, while SSP1-2.6, SSP2-4.5, and SSP3-7.0 scenarios are applied to account for future uncertainty. Regression models of CO₂ concentration are developed, radiative forcing is calculated, and temperature anomaly is modeled.

A Python software implementation is developed for climate data processing, forecasting, scenario integration, calculation of CO₂ concentration, radiative forcing and temperature anomaly, as well as visualization of the results.

The practical significance lies in the possibility of using the proposed approach to analyze the relationship between CO₂ emissions and global temperature, compare future emissions scenarios, and assess the sensitivity of temperature anomaly.

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ.....	9
ВСТУП	11
РОЗДІЛ 1 ДОСЛІДЖЕННЯ ПРЕДМЕТНОЇ ОБЛАСТІ	13
1.1 Актуальність дослідження кліматичних змін.....	13
1.2 Основні кліматичні показники дослідження	14
1.3 Сучасний стан і тенденції глобальних кліматичних змін	15
1.3.1 Історична динаміка антропогенних викидів CO ₂	16
1.3.2 Динаміка глобальної температури та її зв'язок із викидами CO ₂ ...	16
1.4 Висновки до розділу 1	17
РОЗДІЛ 2 ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ТА МЕТОДИ МОДЕЛЮВАННЯ	
ВПЛИВУ ВИКИДІВ CO ₂ НА ГЛОБАЛЬНУ ТЕМПЕРАТУРУ	19
2.1 Загальна структура моделювання зв'язку між викидами CO ₂ та	
температурою	19
2.2 Огляд підходів до прогнозування кліматичних показників	23
2.3 Сценарний підхід у прогнозуванні кліматичних змін.....	26
2.4 Модель ARIMA для прогнозування антропогенних викидів CO ₂	31
2.5 Регресійне моделювання переходу від викидів CO ₂ до концентрації	
CO ₂	34
2.6 Розрахунок радіаційного впливу CO ₂	37
2.7 Моделювання зв'язку між радіаційним впливом та температурною	
аномалією	38
2.8 Критерії оцінювання якості моделей	43
2.9 Узагальнена методологічна схема дослідження	50
2.10 Висновки до розділу 2	54
РОЗДІЛ 3 РЕАЛІЗАЦІЯ МОДЕЛЕЙ ТА АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ	57
3.1 Обґрунтування вибору показників, даних і методів	57
3.2 Джерела даних та формування початкового набору	60

	8
3.3 Попередній аналіз історичних кліматичних показників	62
3.4 Побудова базового прогнозу антропогенних викидів CO ₂ за моделлю ARIMA.....	69
3.5 Формування прогнозних сценаріїв викидів CO ₂	77
3.6 Моделювання переходу від викидів CO ₂ до концентрації CO ₂	81
3.7 Розрахунок радіаційного впливу CO ₂ для базової та сценарних траєкторій.....	89
3.8 Моделювання температурної аномалії на основі радіаційного впливу	94
3.9 Прогноз температурної аномалії за різними траєкторіями викидів CO ₂	104
3.10 Аналіз чутливості температурної аномалії до зміни рівня викидів CO ₂	112
3.11 Обмеження побудованих моделей	117
3.12 Висновки до розділу 3	119
РОЗДІЛ 4 ФУНКЦІОНАЛЬНО-ВАРТІСНИЙ АНАЛІЗ ПРОГРАМНОГО ПРОДУКТУ	122
4.1 Постановка задачі проектування	123
4.2 Обґрунтування функцій програмного продукту	124
4.3 Обґрунтування системи параметрів програмного продукту	127
4.4 Аналіз експертного оцінювання параметрів	130
4.5 Аналіз рівня якості варіантів реалізації функцій.....	133
4.6 Економічний аналіз варіантів розробки програмного продукту	135
4.7 Вибір кращого варіанта програмного продукту за техніко-економічним рівнем.....	138
4.8 Висновки до розділу 4	139
ВИСНОВКИ.....	141
ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ	143
ДОДАТОК А ІЛЮСТРАТИВНИЙ МАТЕРІАЛ ДОПОВІДІ	147
ДОДАТОК Б СТАТИСТИЧНІ ДАНІ	154
ДОДАТОК В ФРАГМЕНТИ ПРОГРАМНОГО КОДУ	165

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

ACF — автокореляційна функція, Autocorrelation function.

ADF — розширений тест Дікі — Фуллера, Augmented Dickey — Fuller test

AIC — інформаційний критерій Акаїке, Akaike Information Criterion

AR6 — шостий оціночний звіт Міжурядової групи експертів зі зміни клімату.

ARIMA — авторегресійна інтегрована модель ковзного середнього, Autoregressive Integrated Moving Average

BIC — байєсівський інформаційний критерій Шварца, Bayesian Information Criterion

CO₂ — вуглекислий газ.

DW — статистика Дарбіна — Вотсона, Durbin — Watson statistic

IPCC — Міжурядова група експертів зі зміни клімату, Intergovernmental Panel on Climate Change

MAE — середня абсолютна похибка, Mean Absolute Error

MAPE — середня абсолютна відсоткова похибка, Mean Absolute Percentage Error

MSE — середньоквадратична похибка, Mean Squared Error

NOAA — Національне управління океанічних і атмосферних досліджень США, National Oceanic and Atmospheric Administration

PACF — часткова автокореляційна функція, Partial Autocorrelation Function

Q-Q графік — квантиль-квантильний графік, Quantile-Quantile plot

RMSE — корінь середньоквадратичної похибки, Root Mean Squared Error

R² — коефіцієнт детермінації.

SSP — спільні соціально-економічні траєкторії, Shared Socioeconomic Pathways

WMO — Всесвітня метеорологічна організація, World Meteorological Organization

ПП — програмний продукт.

ФВА — функціонально-вартісний аналіз.

КТЕР — коефіцієнт техніко-економічного рівня.

ВСТУП

Кліматичні зміни є однією з найактуальніших глобальних проблем сучасності, оскільки вони впливають на стан природних екосистем, соціально-економічний розвиток держав, продовольчу безпеку, здоров'я населення та довгострокову екологічну стабільність. Одним із ключових чинників сучасного глобального потепління є антропогенні викиди вуглекислого газу, що утворюються внаслідок спалювання викопного палива, промислових процесів, транспорту та інших видів господарської діяльності.

Дослідження зосереджується на моделюванні впливу антропогенних викидів CO_2 на зміну глобальної середньорічної температури поверхні Землі. Особливу увагу приділено таким показникам, як річні антропогенні викиди CO_2 , атмосферна концентрація CO_2 , радіаційний вплив та глобальна температурна аномалія. Використання математичних моделей дозволяє не лише проаналізувати історичну динаміку цих показників, а й оцінити можливі траєкторії їх зміни в майбутньому.

Для досягнення поставленої мети у роботі застосовано методи аналізу часових рядів, регресійне моделювання, сценарний підхід та фізично обґрунтовані залежності між концентрацією CO_2 , радіаційним впливом і температурною реакцією кліматичної системи. Базовий прогноз антропогенних викидів CO_2 побудовано за допомогою ARIMA-моделі, а для порівняння можливих варіантів майбутнього розвитку використано сценарії SSP1-2.6, SSP2-4.5 та SSP3-7.0. Обробка даних, побудова моделей, розрахунки та візуалізація результатів здійснювалися засобами мови програмування Python.

Робота структурована таким чином. У першому розділі розглянуто предметну область дослідження, актуальність кліматичних змін та основні кліматичні показники. У другому розділі наведено теоретичні основи й методи моделювання впливу викидів CO_2 на глобальну температуру. У третьому розділі реалізовано побудову моделей, сформовано базову та сценарні

прогнозі траєкторії, розраховано концентрацію CO₂, радіаційний вплив і температурну аномалію до 2050 року. У четвертому розділі виконано функціонально-вартісний аналіз програмного продукту.

РОЗДІЛ 1 ДОСЛІДЖЕННЯ ПРЕДМЕТНОЇ ОБЛАСТІ

1.1 Актуальність дослідження кліматичних змін

У ХХІ столітті кліматичні зміни постали серед одних з найважливіших глобальних проблем, впливаючи на екологічну безпеку, соціально-економічний розвиток держав та довгострокову стійкість природних і суспільних систем. За оцінками Міжурядової групи експертів зі зміни клімату, вплив людини на потепління атмосфери, океану та суходолу є беззаперечним, а середня глобальна температура поверхні у 2011 — 2020 роках була на $1,09\text{ }^{\circ}\text{C}$ вищою за рівень 1850 — 1900 років [2].

Актуальність цієї проблеми підтверджується також сучасними спостереженнями. За даними Всесвітньої метеорологічної організації, 2024 рік став найтеплішим у 175-річному ряді інструментальних спостережень: середня глобальна температура приземного шару повітря була на $1,55 \pm 0,13\text{ }^{\circ}\text{C}$ вищою за середній рівень 1850 — 1900 років [23].

Зростання глобальної температури має не лише фізичний, а й виразний прикладний вимір. Міжурядова група експертів зі зміни клімату зазначає, що зміна клімату вже спричинила широкомасштабні негативні наслідки для природних і людських систем, а ризики та втрати, пов'язані зі зміною клімату, зростають із кожним додатковим приростом глобальної температури. До сфер, які зазнають впливу, належать продовольча та водна безпека, здоров'я населення, екосистеми, інфраструктура й економіка [1].

У зв'язку з цим особливої важливості набувають дослідження, спрямовані на виявлення та кількісне оцінювання чинників, що визначають сучасне глобальне потепління. Одним із таких чинників є антропогенні викиди вуглекислого газу. Їх аналіз є необхідним для побудови моделей, які дають змогу оцінити характер впливу людської діяльності на зміну глобальної

середньорічної температури поверхні Землі, а також формувати прогнозні сценарії її динаміки [1; 2].

1.2 Основні кліматичні показники дослідження

У межах дослідження впливу антропогенних викидів вуглекислого газу на зміну глобальної середньорічної температури поверхні Землі доцільно використовувати показники, які безпосередньо відображають як інтенсивність антропогенного впливу, так і реакцію кліматичної системи на нього. З огляду на мету роботи, основними показниками є річні антропогенні викиди вуглекислого газу, кумулятивні антропогенні викиди вуглекислого газу та глобальна середньорічна температура поверхні Землі [2].

Першим ключовим показником є антропогенні викиди вуглекислого газу за рік. Цей показник відображає щорічний обсяг вуглекислого газу, що надходить в атмосферу внаслідок спалювання викопного палива, промислових процесів і змін землекористування. У сучасних кліматичних дослідженнях саме річні викиди CO_2 є базовою змінною для аналізу інтенсивності антропогенного навантаження та оцінювання його динаміки в часі [24].

Другим важливим показником є кумулятивні антропогенні викиди CO_2 . На відміну від річних викидів, цей показник відображає сумарний обсяг вуглекислого газу, накопичений унаслідок людської діяльності за тривалий період. Саме кумулятивні викиди мають особливе значення для аналізу довгострокового потепління. Згідно з оцінками Міжурядової групи експертів зі зміни клімату, між кумулятивними антропогенними викидами CO_2 та спричиненим ними глобальним потеплінням існує приблизно пропорційний зв'язок: кожні 1000 млрд т CO_2 кумулятивних викидів імовірно зумовлюють підвищення глобальної температури поверхні на 0,27 — 0,63 °C, з найкращою

оцінкою 0,45 °C [2]. Саме тому включення кумулятивних викидів до аналізу є важливим для побудови моделей довгострокового впливу CO₂ на температуру.

Третім основним показником є глобальна середньорічна температура поверхні Землі, або її аномалія відносно базового періоду. Цей показник використовується як інтегральна характеристика стану кліматичної системи та як результативна змінна в моделях дослідження. У сучасній кліматології для аналізу довгострокових змін температури широко застосовуються ряди температурних аномалій, оскільки саме вони дають змогу коректно простежити тенденцію глобального потепління та порівнювати різні часові періоди [25].

Отже, для досягнення мети дослідження найбільш доцільно використовувати три основні показники: річні антропогенні викиди CO₂, кумулятивні антропогенні викиди CO₂ та глобальну середньорічну температуру поверхні Землі. Саме така система показників найбільш повно відповідає темі роботи й дає змогу побудувати моделі та прогнози впливу викидів вуглекислого газу на зміну глобальної температури [2; 24; 25].

1.3 Сучасний стан і тенденції глобальних кліматичних змін

Сучасний стан глобальних кліматичних змін характеризується поєднанням двох довгострокових тенденцій: зростанням антропогенних викидів вуглекислого газу та підвищенням глобальної температури поверхні Землі. Саме аналіз цих тенденцій є важливим для розуміння сучасної кліматичної динаміки та побудови подальших моделей і прогнозів [2; 24].

1.3.1 Історична динаміка антропогенних викидів CO₂

Історична динаміка антропогенних викидів CO₂ тісно пов'язана з індустріалізацією, розвитком енергетики, транспорту та зростанням масштабів господарської діяльності. У сучасних кліматичних дослідженнях історичні ряди викидів розглядаються від початку індустріальної епохи, а для аналізу змін клімату часто використовуються дані починаючи з 1850 року [24].

За даними «Глобального вуглецевого бюджету 2024», сукупні антропогенні викиди CO₂ від викопного палива та змін землекористування за 1850 — 2023 роки становили 2605 ± 260 млрд т CO₂. Приблизно 70 % цього обсягу припало на період після 1960 року, а близько 34 % — на період після 2000 року. Це свідчить про істотне посилення антропогенного вуглецевого навантаження саме у новітній період [24].

Середньорічні обсяги антропогенних викидів також суттєво зросли. Якщо в 1960-х роках середній рівень сукупних викидів становив $4,6 \pm 0,7$ млрд т вуглецю на рік, то в 2014 — 2023 роках він зріс до $10,8 \pm 0,9$ млрд т вуглецю на рік, а у 2023 році досяг $11,1 \pm 0,9$ млрд т вуглецю, що відповідає $40,6 \pm 3,2$ млрд т CO₂ [24].

1.3.2 Динаміка глобальної температури та її зв'язок із викидами CO₂

Паралельно зі зростанням антропогенних викидів CO₂ упродовж індустріального та постіндустріального періодів спостерігається стійке підвищення глобальної температури поверхні Землі. Для аналізу цієї динаміки використовуються довгі часові ряди температурних аномалій. Одним із авторитетних джерел таких даних є температурний набір даних Berkeley Earth

для суходолу й океану, який охоплює період від 1850 року до сучасності та забезпечує майже глобальне покриття поверхні Землі [25].

Сучасні спостереження підтверджують стійкий характер глобального потепління. За даними Всесвітньої метеорологічної організації, 2024 рік став найтеплішим роком у 175-річному ряді спостережень, а всі роки періоду 2015 — 2024 увійшли до десятки найтепліших за всю історію інструментальних вимірювань. З огляду на це, є підстави сприймати підвищення температури не як короткострокове коливання, а як довготривалу тенденцію [23].

Наукове пояснення зв'язку між викидами CO_2 і глобальною температурою ґрунтується на висновках Міжурядової групи експертів зі зміни клімату щодо приблизно лінійної залежності між кумулятивними антропогенними викидами CO_2 та спричиненим ними потеплінням. Згідно з цими оцінками, кожні 1000 млрд т CO_2 кумулятивних викидів імовірно зумовлюють підвищення глобальної температури поверхні на $0,27$ — $0,63$ °C, з найкращою оцінкою $0,45$ °C. Саме тому в сучасних дослідженнях накопичені викиди CO_2 розглядаються як один із ключових індикаторів довгострокової зміни клімату [2].

Отже, сучасні тенденції глобальних кліматичних змін проявляються у стійкому зростанні антропогенних викидів CO_2 та одночасному підвищенні глобальної температури поверхні Землі. Взаємозв'язок між цими процесами формує предметну основу дослідження і обґрунтовує доцільність подальшого моделювання впливу викидів вуглекислого газу на зміну глобальної середньорічної температури [2; 23—25].

1.4 Висновки до розділу 1

У першому розділі було розглянуто предметну область дослідження та обґрунтовано актуальність вивчення впливу антропогенних викидів

вуглекислого газу на зміну глобальної середньорічної температури поверхні Землі. Показано, що проблема кліматичних змін має глобальний характер і є важливою як з наукової, так і з практичної точки зору, оскільки стосується стану природного середовища, соціально-економічного розвитку та довгострокової екологічної безпеки.

У межах розділу було визначено основні показники, що використовуються в дослідженні. До них віднесено річні антропогенні викиди CO_2 , кумулятивні антропогенні викиди CO_2 та глобальну середньорічну температуру поверхні Землі. Саме ці показники дають змогу охарактеризувати як інтенсивність антропогенного впливу, так і реакцію кліматичної системи на нього.

Також було розглянуто сучасний стан і основні тенденції глобальних кліматичних змін. Встановлено, що викиди вуглекислого газу мають довгострокову тенденцію до зростання, а зміна глобальної температури поверхні Землі характеризується стійким потеплінням. Це дає підстави розглядати антропогенні викиди CO_2 як один із ключових чинників сучасних кліматичних змін.

Отже, результати першого розділу сформували предметну основу дослідження, окреслили коло основних показників і підтвердили доцільність подальшого моделювання та прогнозування впливу антропогенних викидів вуглекислого газу на зміну глобальної середньорічної температури поверхні Землі.

РОЗДІЛ 2 ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ТА МЕТОДИ МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВУ ВИКИДІВ CO₂ НА ГЛОБАЛЬНУ ТЕМПЕРАТУРУ

2.1 Загальна структура моделювання зв'язку між викидами CO₂ та температурою

Моделювання зв'язку між антропогенними викидами вуглекислого газу та зміною глобальної середньорічної температури поверхні Землі є складною задачею, оскільки цей зв'язок не є миттєвим і прямолінійним у фізичному сенсі. Викиди CO₂, що виникають унаслідок спалювання викопного палива, виробництва цементу, змін у землекористуванні та інших видів господарської діяльності, спочатку впливають на концентрацію CO₂ в атмосфері. Далі зростання концентрації парникових газів змінює радіаційний баланс Землі, тобто посилює радіаційний вплив, а вже потім це відображається у зміні глобальної температури. У межах дослідження моделювання виконується не як безпосереднє встановлення залежності між річними викидами CO₂ і температурою, а як послідовне відображення основних етапів кліматичного механізму. На першому етапі аналізується вплив антропогенних викидів CO₂ на зміну його атмосферної концентрації. На другому етапі на основі концентрації CO₂ розраховується відповідний радіаційний вплив. На третьому етапі оцінюється зв'язок між радіаційним впливом і глобальною середньорічною температурною аномалією [1; 2]. За оцінками Міжурядової групи експертів зі зміни клімату, людська діяльність, насамперед через викиди парникових газів, однозначно спричинила глобальне потепління, а глобальна температура поверхні у 2011 — 2020 роках була приблизно на 1,1 °C вищою за рівень 1850 — 1900 років [1].

У межах даного дослідження загальна структура моделювання передбачає поєднання статистичного та фізично обґрунтованого підходів.

Статистична складова потрібна для аналізу історичних часових рядів і побудови прогнозу майбутніх значень показників, зокрема антропогенних викидів CO₂. Фізично обґрунтована складова використовується для того, щоб відобразити логіку кліматичної системи: збільшення концентрації CO₂ в атмосфері призводить до зміни радіаційного впливу, який, у свою чергу, пов'язаний зі зміною глобальної температури. Такий підхід дає змогу уникнути надмірного спрощення, коли температура напряму пояснюється лише річними викидами без урахування накопичувального характеру CO₂ в атмосфері.

Першим блоком моделі є блок даних про антропогенні викиди CO₂. Як вхідний показник може використовуватися річний обсяг глобальних антропогенних викидів CO₂, зокрема від спалювання викопного палива, промислових процесів і змін землекористування. Дані «Глобальний вуглецевий бюджет» використовуються в кліматичних дослідженнях для оцінювання глобального вуглецевого балансу, оскільки вони містять узгоджені оцінки викидів, атмосферного приросту CO₂, поглинання океаном і наземними екосистемами [3]. У «Глобальний вуглецевий бюджет 2023» зазначено, що сумарні антропогенні викиди CO₂ у 2023 році оцінювалися приблизно на рівні 40,9 млрд т CO₂, а кумулятивні антропогенні викиди за 1850 — 2022 роки становили близько 2550 ± 260 млрд т CO₂ [3].

Другим блоком є перехід від річних або кумулятивних викидів до атмосферної концентрації CO₂. Цей етап є важливим, оскільки температура реагує не стільки на конкретний обсяг викидів в окремому році, скільки на зміну складу атмосфери, сформовану накопиченням викидів за тривалий період. Частина антропогенних викидів залишається в атмосфері, а частина поглинається океаном і наземною біосферою. Міжурядова група експертів зі зміни клімату зазначає, що протягом останніх десятиліть океан і суходіл поглинали приблизно сталу частку антропогенних викидів CO₂, тоді як решта сприяла зростанню атмосферної концентрації [2]. Саме тому в моделі доцільно враховувати або фактичні дані про концентрацію CO₂, наприклад із

Глобальної лабораторії моніторингу NOAA, або будувати регресійну залежність концентрації від кумулятивних викидів [4].

Третім блоком моделі є розрахунок радіаційного впливу CO₂. Радіаційний вплив показує зміну енергетичного балансу кліматичної системи внаслідок зміни концентрації парникового газу. У праці Г. Мюре та співавторів запропоновано уточнені оцінки радіаційного впливу добре перемішаних парникових газів, зокрема формулу для CO₂ [5]:

$$\Delta F = 5,35 \cdot \ln\left(\frac{C}{C_0}\right)$$

де ΔF — зміна радіаційного впливу;

C — поточна концентрація CO₂;

C_0 — початкова концентрація CO₂.

Така форма залежності означає, що вплив CO₂ зростає не лінійно, а логарифмічно: кожне подальше збільшення концентрації має менший граничний ефект, ніж попереднє, однак загальний вплив продовжує зростати зі збільшенням концентрації.

Четвертим блоком є моделювання зв'язку між радіаційним впливом і глобальною температурною аномалією. Температурна аномалія в цьому дослідженні розглядається як відхилення глобальної середньорічної температури поверхні Землі від певного базового періоду. Для цього можуть використовуватися набори даних NASA GISTEMP v4 або Berkeley Earth, які містять історичні ряди глобальних температурних аномалій.

Зв'язок між радіаційним впливом і температурною аномалією може бути поданий у вигляді регресійної моделі. У найпростішому випадку температурна аномалія T_t у році t може бути описана як функція радіаційного впливу ΔF_t :

$$T_t = \alpha + \beta \Delta F_t + \varepsilon_t$$

де α — вільний член моделі;

β — коефіцієнт чутливості температури до зміни радіаційного впливу;

ε_t — випадкова похибка.

Однак для кліматичних часових рядів така модель може бути недостатньою, оскільки температура має інерційність: кліматична система реагує на зміну радіаційного впливу із затримкою через велику теплоємність океану. Тому в подальшому моделюванні доцільно враховувати лагові значення температури або радіаційного впливу, а також перевіряти залишки моделі на автокореляцію [6].

Узагальнена схема дослідження може бути представлена як послідовність таких етапів. Спочатку формується історичний набір даних, який містить річні значення антропогенних викидів CO_2 , концентрації CO_2 в атмосфері та температурної аномалії. Далі виконується попередня обробка даних: узгодження часових меж, перевірка пропущених значень, приведення одиниць вимірювання, побудова кумулятивних показників. Після цього будується прогноз викидів CO_2 , наприклад за допомогою моделей часових рядів або сценарного підходу. На основі прогнозних викидів оцінюється майбутня концентрація CO_2 , за нею розраховується радіаційний вплив, а на останньому етапі визначається прогноз температурної аномалії.

Важливою особливістю запропонованої структури є можливість сценарного моделювання. Оскільки майбутні викиди CO_2 залежать від соціально-економічного розвитку, енергетичної політики, темпів декарбонізації та технологічних змін, один прогноз не може повністю описати невизначеність майбутнього. Тому доцільно розглядати декілька сценаріїв: умовно базовий, оптимістичний і песимістичний. Такий підхід відповідає логіці сценарних кліматичних досліджень, які використовуються Міжурядовою групою експертів зі зміни клімату для аналізу можливих траєкторій майбутніх викидів і температурних змін [1; 7].

Отже, загальна структура моделювання у роботі ґрунтується на поєднанні даних про антропогенні викиди, атмосферну концентрацію CO_2 , радіаційний вплив і глобальну температурну аномалію. Така послідовність дозволяє врахувати як статистичні закономірності в історичних даних, так і фізичну логіку кліматичної системи. У подальших підрозділах буде

детальніше розглянуто окремі складові цієї структури: підходи до прогнозування кліматичних показників, сценарне моделювання, ARIMA-модель для прогнозування викидів CO₂, регресійний перехід від викидів до концентрації, розрахунок радіаційного впливу та оцінювання якості побудованих моделей.

2.2 Огляд підходів до прогнозування кліматичних показників

У кліматичних дослідженнях застосовуються різні підходи до прогнозування, вибір яких залежить від природи досліджуваного показника, доступності історичних даних, горизонту прогнозу та мети аналізу. Кліматичні показники можуть мати як поступову трендову динаміку, так і значну інерційність, автокореляцію, вплив зовнішніх факторів і залежність від майбутніх соціально-економічних умов. Тому для їх прогнозування використовують не один універсальний метод, а поєднання статистичних, сценарних і фізично обґрунтованих підходів [2].

Найбільш поширеними є методи часових рядів, регресійні моделі, сценарні підходи, спрощені фізико-статистичні моделі та комплексні кліматичні моделі. Методи часових рядів дають змогу аналізувати попередню динаміку показника та будувати прогноз на основі виявлених тенденцій, автокореляції та структурних особливостей ряду. До цієї групи належать трендові моделі, експоненційне згладжування, ARIMA та інші авторегресійні підходи [8; 9; 26].

Окрім класичних статистичних моделей, у сучасних дослідженнях часових рядів застосовуються також нейромережеві та генеративні підходи, зокрема моделі на основі архітектури кодувальник — декодувальник [27]. Такі методи можуть бути корисними для складних нелінійних динамічних процесів, однак у межах цієї роботи перевагу надано класичним статистичним

і фізично інтерпретованим моделям, оскільки вони дозволяють прозоро простежити послідовний перехід від викидів CO₂ до концентрації, радіаційного впливу та температурної аномалії.

Регресійні моделі застосовуються тоді, коли необхідно кількісно оцінити зв'язок між кількома змінними. У кліматичних дослідженнях вони можуть використовуватися для аналізу залежностей між антропогенними, атмосферними та температурними показниками. Перевагою таких моделей є інтерпретованість коефіцієнтів, однак їх застосування потребує перевірки статистичних припущень, зокрема щодо автокореляції залишків, мультиколінеарності та стабільності моделі [6].

Окреме місце займає сценарний підхід. Він є особливо важливим для кліматичних досліджень, оскільки майбутні кліматичні зміни залежать не лише від історичних тенденцій, а й від можливих траєкторій розвитку економіки, енергетики, технологій і кліматичної політики. Тому сценарії не слід розглядати як точні передбачення майбутнього. Вони є альтернативними варіантами можливого розвитку подій, які дозволяють порівнювати наслідки різних рівнів майбутніх викидів та оцінювати чутливість кліматичної системи до зміни ключових факторів [10; 7].

Крім статистичних методів, у кліматичному аналізі використовуються фізично обґрунтовані залежності. Вони дозволяють пов'язати між собою окремі кліматичні величини на основі відомих закономірностей. Наприклад, зміна концентрації парникових газів може бути пов'язана з радіаційним впливом, а радіаційний вплив — із температурною реакцією кліматичної системи. Такі залежності не замінюють повноцінні кліматичні моделі, але дають змогу побудувати зрозумілий і інтерпретований модельний ланцюг [5].

Найбільш складним підходом є використання комплексних кліматичних моделей. Вони описують взаємодію атмосфери, океану, суші, кріосфери та біогеохімічних циклів на основі фізико-математичних рівнянь. Такі моделі застосовуються у великих міжнародних кліматичних оцінках, зокрема у звітах Міжурядової групи експертів зі зміни клімату. Їхньою перевагою є високий

рівень фізичної деталізації, проте вони потребують значних обчислювальних ресурсів, спеціалізованого програмного забезпечення та великих масивів вхідних даних [2].

Основні підходи, що найчастіше використовуються у прогнозуванні кліматичних показників, наведено нижче.

1. Методи часових рядів використовуються для прогнозування окремих показників на основі їх попередньої динаміки. До них належать трендові моделі, експоненційне згладжування, ARIMA та споріднені методи. Вони добре підходять для рядів із вираженою інерційністю та довгостроковими тенденціями, але обмежено враховують зовнішні соціально-економічні зміни.
2. Регресійні моделі застосовуються для оцінювання кількісного зв'язку між залежною змінною та одним або кількома факторами. У кліматичних дослідженнях такі моделі корисні для побудови емпіричних залежностей між викидами, концентраціями парникових газів, радіаційним впливом і температурними показниками.
3. Сценарний підхід базується на формуванні кількох альтернативних траєкторій майбутнього розвитку. Він дозволяє аналізувати не один прогноз, а декілька можливих варіантів зміни кліматичних показників залежно від припущень щодо майбутніх викидів, технологічного розвитку та кліматичної політики.
4. Фізично обґрунтовані та фізико-статистичні моделі поєднують статистичні методи з окремими фізичними закономірностями кліматичної системи. Вони дозволяють зберегти інтерпретованість моделі та водночас врахувати причинно-наслідкову логіку між кліматичними показниками.
5. Комплексні кліматичні моделі є найдетальнішим інструментом прогнозування кліматичних змін. Вони використовуються для глобальних і регіональних кліматичних проєкцій, однак є складними у реалізації та потребують значних ресурсів.

Отже, прогнозування кліматичних показників може здійснюватися за допомогою різних методів — від простих трендових моделей до комплексних кліматичних систем. У наукових і прикладних дослідженнях часто доцільним є комбінований підхід, коли статистичні методи використовуються для аналізу історичних даних, сценарії — для врахування невизначеності майбутнього, а фізично обґрунтовані залежності — для забезпечення змістовної інтерпретації зв'язків між кліматичними показниками.

2.3 Сценарний підхід у прогнозуванні кліматичних змін

Сценарний підхід є одним із ключових інструментів прогнозування кліматичних змін, оскільки майбутній стан кліматичної системи залежить не лише від закономірностей, що спостерігалися в минулому, а й від майбутніх соціально-економічних, технологічних, енергетичних і політичних рішень. На відміну від класичного прогнозу, який зазвичай спрямований на отримання одного очікуваного значення показника, сценарний підхід передбачає побудову кількох можливих траєкторій розвитку. Кожна з таких траєкторій відповідає певному набору припущень щодо майбутніх умов. У звітах Міжурядової групи експертів зі зміни клімату сценарний аналіз використовується для оцінювання можливих шляхів зміни клімату, пом'якшення наслідків глобального потепління та досягнення довгострокових кліматичних цілей [10].

У кліматичних дослідженнях сценарії не слід трактувати як точні передбачення майбутнього. Вони є умовними проєкціями, які показують, як можуть змінюватися кліматичні показники за певних припущень щодо майбутніх викидів, енергетичної структури, економічного розвитку, демографічних змін і кліматичної політики. Тобто сценарій відповідає на питання не «що точно відбудеться», а «що може відбутися за певних умов».

Саме тому сценарний підхід є особливо важливим для аналізу кліматичних змін, де рівень невизначеності майбутнього є високим [7; 11].

У найзагальнішому вигляді сценарний прогноз можна подати як множину альтернативних траєкторій:

$$S = \{S_1, S_2, \dots, S_m\}$$

де S — множина сценаріїв;

S_i — окремий сценарій;

m — кількість розглянутих сценаріїв.

Кожен сценарій є послідовністю значень певного показника на прогнозному горизонті:

$$S_i = \{y_{t+1}^{(i)}, y_{t+2}^{(i)}, \dots, y_{t+h}^{(i)}\}$$

де $y_{t+h}^{(i)}$ — прогнозне значення показника в момент часу $t + h$ за сценарієм i ;

h — горизонт прогнозування.

У випадку кліматичних досліджень таким показником може бути обсяг викидів CO_2 , концентрація парникових газів, радіаційний вплив або температурна аномалія.

Сценарний прогноз можна розглядати як умовний прогноз, тобто прогноз, що залежить від заданого сценарію:

$$\hat{y}_{t+h}^{(i)} = E(y_{t+h} \mid S_i)$$

де $\hat{y}_{t+h}^{(i)}$ — очікуване прогнозне значення показника за сценарієм S_i .

Такий запис підкреслює, що результат прогнозування залежить від обраної траєкторії розвитку.

У кліматології сценарії часто будуються на основі поєднання соціально-економічних припущень і кліматичних параметрів. Одним із найбільш поширених підходів є використання SSP-сценаріїв, тобто спільних соціально-економічних траєкторій. SSP описують можливі напрями майбутнього соціально-економічного розвитку світу, зокрема відмінності у демографічній динаміці, економічному зростанні, технологічному розвитку, нерівності,

міжнародній співпраці та екологічній політиці. У роботі Ріахі та співавторів SSP розглядаються як набір узгоджених сценарних наративів, які дозволяють аналізувати різні рівні складності пом'якшення кліматичних змін та адаптації до них [11].

У сучасних кліматичних дослідженнях часто використовуються сценарії, які поєднують соціально-економічну траєкторію SSP із рівнем радіаційного впливу до кінця XXI століття. Наприклад, позначення SSP2-4.5 означає сценарій, що базується на соціально-економічній траєкторії SSP2 і відповідає приблизному рівню радіаційного впливу 4,5 Вт/м² до 2100 року. Аналогічно, SSP1-2.6 описує траєкторію з нижчим рівнем радіаційного впливу, а SSP3-7.0 — траєкторію з вищим рівнем викидів і радіаційного впливу. У межах проекту ScenarioMIP такі сценарії використовуються для формування кліматичних проєкцій у CMIP6 на основі альтернативних майбутніх траєкторій викидів і землекористування [12].

Сценарний підхід зручно розглядати як набір альтернативних значень вхідної змінної, яка надалі використовується в моделі. Якщо $E_t^{(i)}$ позначає обсяг викидів CO₂ у році t за сценарієм i , то для кожного сценарію формується окрема траєкторія:

$$E^{(i)} = \{E_{t+1}^{(i)}, E_{t+2}^{(i)}, \dots, E_{t+h}^{(i)}\}$$

Сценарні значення можуть бути використані як вхідні дані для розрахунку інших кліматичних показників.

Для порівняння сценаріїв часто використовують базову траєкторію, відносно якої оцінюються відхилення альтернативних сценаріїв. Якщо $T_t^{(base)}$ — температурна аномалія за базовим сценарієм, $T_t^{(i)}$ — температурна аномалія за сценарієм i , то різницю між ними можна визначити за формулою:

$$\Delta T_t^{(i)} = T_t^{(i)} - T_t^{(base)}$$

Додатне значення $\Delta T_t^{(i)}$ означає, що сценарій i призводить до вищої температурної аномалії порівняно з базовою траєкторією, а від'ємне значення

— до нижчої. Аналогічно можна порівнювати не лише температуру, а й викиди, концентрацію CO₂ або радіаційний вплив:

$$\Delta E_t^{(i)} = E_t^{(i)} - E_t^{(base)}$$

$$\Delta C_t^{(i)} = C_t^{(i)} - C_t^{(base)}$$

$$\Delta F_t^{(i)} = F_t^{(i)} - F_t^{(base)}$$

Такі порівняння дають змогу оцінити наскільки різні сценарні припущення впливають на кінцеві кліматичні показники.

У випадку, якщо для одного сценарію існує декілька модельних траєкторій, наприклад отриманих різними інтегрованими моделями оцінювання, доцільно використовувати узагальнені статистичні характеристики ансамблю. Нехай $y_{t,j}^{(i)}$ — значення показника у році t за сценарієм i , отримане з моделі j , де $j = 1, 2, \dots, n_j$. Тоді медіанну траєкторію сценарію можна записати за формулою:

$$\tilde{y}_t^{(i)} = \text{median} \left(y_{t,1}^{(i)}, y_{t,2}^{(i)}, \dots, y_{t,n_i}^{(i)} \right)$$

Сценарний підхід тісно пов'язаний з інтегрованими моделями оцінювання. Такі моделі поєднують економічні, енергетичні, технологічні, демографічні, земельні та кліматичні компоненти. Їх використовують для формування кількісних траєкторій викидів, енергоспоживання, структури виробництва, землекористування та інших показників. База сценаріїв AR6, розміщена Міжнародним інститутом прикладного системного аналізу, містить кількісні модельні сценарії, які були використані у Шостому оціночному звіті Робочої групи III Міжурядової групи експертів зі зміни клімату. За описом ПАСА, ця база містить сценарії щодо соціально-економічного розвитку, викидів парникових газів та секторних трансформацій в енергетиці, землекористуванні, транспорті й промисловості [7].

Важливою перевагою сценарного підходу є можливість аналізувати чутливість результатів до зміни ключових припущень. Наприклад, якщо різні сценарії задають різні рівні майбутніх викидів CO₂, то можна оцінити, як ці відмінності впливають на концентрацію CO₂, радіаційний вплив і

температурну аномалію. У загальному вигляді сценарну чутливість температури до зміни викидів можна подати як відношення різниці температурних результатів до різниці сценарних викидів за формулою:

$$K_t^{(i)} = \frac{T_t^{(i)} - T_t^{(base)}}{E_t^{(i)} - E_t^{(base)}}$$

де $K_t^{(i)}$ — умовний показник чутливості температурної аномалії до зміни викидів за сценарієм i .

Сценарний підхід також дозволяє відокремити дві різні задачі: статистичне прогнозування та аналіз можливих майбутніх умов. Статистична модель може бути корисною для побудови базового прогнозу на основі минулих даних, однак вона не завжди здатна врахувати майбутні політичні або технологічні зміни. Сценарії, навпаки, дозволяють безпосередньо задати альтернативні припущення щодо майбутнього розвитку. Саме тому в кліматичних дослідженнях сценарні проєкції часто розглядаються не як заміна статистичному прогнозуванню, а як його доповнення.

Однак, цей підхід має обмеження. По-перше, результати сценарного аналізу залежать від припущень, покладених в основу кожного сценарію. Якщо ці припущення змінюються, змінюються і прогностичні траєкторії. По-друге, сценарії не мають прямої імовірнісної інтерпретації, тобто не можна стверджувати, що один сценарій обов'язково є більш імовірним, ніж інший, якщо це спеціально не задано в методології дослідження. По-третє, сценарні дані можуть відрізнятися залежно від моделі, яка їх сформувала. Тому під час використання сценарних баз важливо зазначати джерело даних, обрані змінні, регіон, часовий горизонт і спосіб агрегування кількох модельних траєкторій.

Отже, сценарний підхід у прогнозуванні кліматичних змін є методологічно важливим, оскільки дозволяє враховувати невизначеність майбутнього розвитку та порівнювати наслідки різних траєкторій викидів. Він не замінює статистичні або фізичні моделі, а доповнює їх, надаючи альтернативні входні умови для подальших розрахунків. У кліматичних дослідженнях сценарії є інструментом аналізу можливих майбутніх станів

системи, оцінювання ризиків і порівняння впливу різних рівнів антропогенного навантаження на кліматичні показники.

2.4 Модель ARIMA для прогнозування антропогенних викидів CO₂

Моделі класу ARIMA є одним із найпоширеніших інструментів аналізу та прогнозування часових рядів. Їх доцільно застосовувати у випадках, коли досліджуваний показник має послідовну часову структуру, тобто його поточні значення частково залежать від попередніх значень і попередніх випадкових відхилень. Для антропогенних викидів CO₂ це є актуальним, оскільки їхня динаміка формується поступово під впливом довгострокових економічних, енергетичних і технологічних процесів. Історичні ряди глобальних викидів CO₂ мають виражений трендовий характер, що підтверджується даними «Глобального вуглецевого бюджету», де наведено довгі часові ряди викидів від викопного палива, промислових процесів і землекористування [3].

Абревіатура ARIMA розшифровується як авторегресійна інтегрована модель ковзного середнього. Загальна модель позначається як :

$$\text{ARIMA}(p, d, q)$$

де p — порядок авторегресійної частини;

d — порядок диференціювання;

q — порядок складової ковзного середнього.

Методологія ARIMA була системно розроблена у межах підходу Бокса — Дженкінса до аналізу часових рядів [8]. У сучасних підручниках із прогнозування ARIMA розглядається як базовий клас моделей для нестационарних рядів, які можна привести до стаціонарного вигляду шляхом диференціювання [9].

У подальшому вибір параметрів ARIMA-моделі здійснюється з урахуванням загальної методології аналізу часових рядів, яка передбачає

перевірку стаціонарності, аналіз автокореляційної структури, оцінювання параметрів моделі та перевірку залишків [26].

Авторегресійна частина моделі, або AR-компонента, описує залежність поточного значення ряду від його попередніх значень. Авторегресійна модель порядку p має вигляд:

$$y_t = c + \varphi_1 y_{t-1} + \varphi_2 y_{t-2} + \dots + \varphi_p y_{t-p} + \varepsilon_t$$

де y_t — значення часового ряду в момент часу t ;

c — стала;

$\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_p$ — параметри авторегресійної частини;

ε_t — випадкова похибка.

У контексті прогнозування викидів CO_2 авторегресійна складова дозволяє врахувати інерційність ряду: якщо викиди зростали або знижувалися в попередні роки, це може частково пояснювати їхню подальшу динаміку.

Складова ковзного середнього, або MA-компонента, описує залежність поточного значення ряду від попередніх випадкових похибок. Модель ковзного середнього порядку q можна записати за формулою:

$$y_t = \mu + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

де μ — середнє значення ряду;

$\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$ — параметри MA-компоненти;

ε_t — випадкова похибка в момент часу t .

У контексті прогнозування викидів CO_2 ця компонента дозволяє моделі враховувати вплив короткострокових викидів, наприклад, наслідки глобальних економічних криз, пандемій чи різких коливань цін на енергоносії. Реакція глобальної економіки на такі викиди зазвичай не зникає миттєво, а продовжує впливати на рівень викидів протягом кількох наступних років, що ефективно описується MA-складовою [9].

Інтегрована складова моделі вказує на порядок диференціювання, необхідний для зведення нестационарного часового ряду до стаціонарного вигляду. Більшість реальних макроекономічних та екологічних часових рядів, зокрема й абсолютні обсяги антропогенних викидів парникових газів, є

нестационарними. Вони мають яскраво виражений стохастичний або детермінований тренд, тобто їхнє середнє значення та дисперсія змінюються з часом. Застосування класичних моделей авторегресії до таких даних призводить до отримання статистично незначущих або хибних результатів [9].

Для усунення тренду застосовується операція взяття різниць. Перша різниця ряду обчислюється за формулою:

$$\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$$

де y_t — поточне значення ряду;

y_{t-1} — попереднє значення ряду.

Об'єднання всіх трьох компонент формує загальну модель ARIMA(p, d, q). З використанням оператора зсуву назад L, де $Ly_t = y_{t-1}$ математичну модель можна записати у компактному вигляді:

$$\left(1 - \sum_{i=1}^p \phi_i L^i\right) (1 - L)^d y_t = c + \left(1 + \sum_{j=1}^q \theta_j L^j\right) \epsilon_t$$

де L^i, L^j — лагові оператори відповідних порядків;

ϕ_j, θ_j — коефіцієнти авторегресії та ковзного середнього;

$(1 - L)^d y_t$ — стаціонарний ряд після d диференціювань.

Класична методологія побудови такої моделі передбачає чотири основні етапи [2; 3].

1. Ідентифікація моделі. Визначення порядку диференціювання d за допомогою тесту Дікі-Фуллера та попередній вибір p і q на основі графіків автокореляційної та часткової автокореляційної функцій.

2. Оцінювання параметрів — розрахунок коефіцієнтів ϕ та θ методом максимальної правдоподібності або найменших квадратів.

3. Діагностика — перевірка залишків моделі на відповідність властивостям «білого шуму» за допомогою тесту Льюнга-Бокса.

4. Прогнозування — генерація майбутніх значень ряду та побудова довірчих інтервалів прогнозу.

Для обрання найкращої специфікації серед кількох альтернатив використовуються інформаційні критерії: інформаційний критерій Акаїке та байєсівський інформаційний критерій Шварца [13]. Оптимальною вважається модель із найменшим значенням вказаних критеріїв, що забезпечує баланс між якістю та простотою моделі.

У дослідженнях глобальних кліматичних змін використання методології ARIMA для моделювання динаміки викидів вуглекислого газу є доцільним підходом для формування інерційних прогнозів. Модель здатна екстраполювати існуючі системні тенденції з урахуванням історичних взаємозв'язків, що створює підґрунтя для подальшого порівняння з нормативними сценарними траєкторіями [14].

2.5 Регресійне моделювання переходу від викидів CO₂ до концентрації CO₂

Наступним етапом у ланцюгу кліматичного моделювання є перехід від щорічних обсягів антропогенних викидів вуглекислого газу до його загальної концентрації в атмосфері. Цей зв'язок не є прямолінійним кумулятивним додаванням, оскільки глобальний вуглецевий цикл передбачає постійний обмін вуглецем між атмосферою, біосферою та гідросферою.

За оцінками Міжурядової групи експертів зі зміни клімату, лише близько 44 — 47% антропогенних викидів CO₂ залишаються в атмосфері, формуючи так звану «повітряну частку». Решта поглинається природними океанічними та наземними резервуарами [2]. Враховуючи цю динаміку, для переходу від викидів до концентрації в емпіричних дослідженнях застосовують економетричні та регресійні моделі різного рівня складності [15].

Базовий статистичний підхід передбачає моделювання щорічного приросту концентрації CO_2 як лінійної функції від поточних викидів. Така модель прямого впливу має вигляд:

$$\Delta C_t = \beta_0 + \beta_1 E_t + \epsilon_t$$

де ΔC_t — щорічний приріст атмосферної концентрації CO_2 у році t ;
 β_0 — вільний член регресії, що відображає базовий баланс вуглецевого циклу за відсутності антропогенних викидів;
 β_1 — коефіцієнт чутливості концентрації до обсягу поточних викидів;
 E_t — обсяг антропогенних викидів CO_2 у році t ;
 ϵ_t — випадкова похибка моделі.

Проте базова модель не враховує внутрішньої інерції вуглецевого циклу. Процеси поглинання CO_2 океаном і наземними екосистемами відбуваються з певною затримкою у часі. Викиди минулих періодів продовжують впливати на поточну здатність резервуарів поглинати вуглець [16]. Для врахування цієї динаміки використовується авторегресійна модель із розподіленими лагами, у якій приріст концентрації залежить як від поточних викидів, так і від приросту концентрації в попередньому році та обчислюється за формулою:

$$\Delta C_t = \beta_0 + \beta_1 E_t + \beta_2 \Delta C_{t-1} + \epsilon_t$$

де ΔC_{t-1} — приріст атмосферної концентрації CO_2 у попередньому році $t - 1$;
 β_2 — авторегресійний коефіцієнт, що кількісно описує інерційність та «пам'ять» вуглецевого циклу;

Саме лагова специфікація зазвичай демонструє найвищу прогностичну якість та найменшу середньоквадратичну похибку при тестуванні на історичних даних, оскільки вона найкраще апроксимує складні фізико-хімічні процеси обміну вуглецем за допомогою обмеженого набору статистичних параметрів [15]. Відповідно, загальний рівень концентрації CO_2 у будь-який розрахунковий рік визначається як сума базової концентрації та накопичених річних приростів можна записати у вигляді:

$$C_t = C_{t-1} + \Delta C_t \quad (2.1)$$

- де C_t — загальна атмосферна концентрація CO_2 у році t ;
 C_{t-1} — загальна атмосферна концентрація CO_2 у попередньому році
 $t - 1$;
 ΔC_t — змодельований приріст концентрації у поточному році.

Альтернативним підходом є макроскопічна кумулятивна модель, яка пов'язує абсолютний рівень концентрації не зі щорічними викидами, а з їхньою накопиченою масою за весь індустріальний період:

$$C_t = \alpha_0 + \alpha_1 \sum_{i=t_0}^t E_i + \eta_t$$

- де $\sum_{i=t_0}^t E_i$ — накопичена сума антропогенних викидів від базового року t_0 до року t ;
 α_0 — передіндустріальний рівень концентрації CO_2 ;
 α_1 — коефіцієнт кумулятивної чутливості;
 η_t — випадкова похибка.

Хоча кумулятивна модель є зручною для розрахунку загальних гранично допустимих обсягів вуглекислого газу для детального порічного сценарного прогнозування перевага віддається динамічним моделям, наприклад, лаговій регресії, оскільки вони краще реагують на раптові зміни в щорічних траєкторіях викидів, що є критично важливим при аналізі різних SSP-сценаріїв [2].

Попри високу статистичну значущість регресійних моделей, вони є емпіричними наближеннями, які базуються на припущенні, що поглинальна здатність океану та біосфери залишатиметься статистично стабільною. У складніших фізичних моделях земної системи для цього використовуються функції імпульсного відгуку, які враховують нелінійне насичення вуглецевих резервуарів при екстремально високих рівнях викидів [16]. Проте для горизонту прогнозування до 2050 року використання авторегресійних лагових моделей є достатньо надійним інструментом для переходу від щорічних

обсягів антропогенних викидів до загальної атмосферної концентрації вуглекислого газу.

2.6 Розрахунок радіаційного впливу CO₂

Радіаційний вплив є ключовим фізичним показником у кліматології, який кількісно оцінює енергетичний дисбаланс у кліматичній системі Землі, спричинений зміною певного фактора (у даному випадку — антропогенною емісією CO₂). Він вимірюється у ватах на квадратний метр (Вт/м²) і відображає різницю між вхідною сонячною радіацією та вихідним інфрачервоним випромінюванням Землі [2].

Збільшення концентрації парникових газів призводить до більшого поглинання вихідного теплового випромінювання та, відповідно, до нагрівання тропосфери. Однак залежність між концентрацією CO₂ та його радіаційним впливом не є лінійною. Це зумовлено фізичним явищем «насичення» смуг поглинання: молекули CO₂ інтенсивно поглинають інфрачервоне випромінювання на певних довжинах хвиль. Оскільки центральні частини цих смуг вже майже повністю насичені за поточних рівнів концентрації, кожна наступна додана до атмосфери молекула CO₂ має менший вплив на затримку тепла, ніж попередня [5].

Через цей ефект насичення зв'язок між концентрацією та радіаційним впливом має логарифмічний характер. Згідно з фундаментальними дослідженнями та методологією Міжурядової групи експертів зі зміни клімату, спрощений вираз для розрахунку радіаційного впливу вуглекислого газу має вигляд [6; 9]:

$$\Delta F = \alpha \ln \left(\frac{C}{C_0} \right) \quad (2.2)$$

де ΔF — зміна радіаційного впливу;

α — коефіцієнт пропорційності, що залежить від радіаційних властивостей газу;

C — поточна або прогнозна концентрація CO_2 в атмосфері;

C_0 — базова концентрація CO_2 в атмосфері.

Для практичних розрахунків у кліматичних моделях та сценаріях широко використовується емпірично встановлене значення коефіцієнта $\alpha = 5.35$.

Ця логарифмічна специфікація математично доводить, що для досягнення однакового приросту температури, який прямо пропорційний радіаційному впливу при вищих базових рівнях концентрації CO_2 потрібні значно більші обсяги антропогенних викидів, ніж при нижчих.

Розрахований таким чином порічний радіаційний вплив стає головною вхідною незалежною змінною для фінального етапу дослідження — регресійного моделювання глобальної температурної аномалії. Хоча повний кліматичний вплив включає також вплив інших парникових газів, аерозолів та сонячної активності, виділення суто вуглецевої компоненти дозволяє ізольовано оцінити чутливість кліматичної системи до реалізації різних сценаріїв емісії CO_2 [2].

2.7 Моделювання зв'язку між радіаційним впливом та температурною аномалією

Після розрахунку радіаційного впливу CO_2 наступним етапом кліматичного моделювання є оцінювання його зв'язку з глобальною середньорічною температурною аномалією. Температурна аномалія відображає не абсолютну температуру поверхні Землі, а її відхилення від певного базового кліматичного періоду. Такий підхід широко використовується у кліматичних дослідженнях, оскільки дозволяє

порівнювати динаміку температури у різні роки незалежно від локальних особливостей вимірювання абсолютних значень температури [2].

Радіаційний вплив є фізичним показником, який характеризує зміну енергетичного балансу кліматичної системи. Якщо радіаційний вплив має додатне значення, це означає, що система отримує більше енергії, ніж випромінює назад у космос, що створює передумови для потепління. Якщо ж радіаційний вплив є від'ємним, він сприяє охолодженню кліматичної системи. У випадку збільшення концентрації CO₂ радіаційний вплив є додатним, оскільки вуглекислий газ посилює поглинання вихідного інфрачервоного випромінювання Землі [2; 5].

Зв'язок між радіаційним впливом і температурною реакцією кліматичної системи може бути описаний через спрощену енергобалансову модель. У загальному вигляді така модель ґрунтується на тому, що зміна температури залежить від зовнішнього радіаційного впливу та кліматичного зворотного зв'язку. Спрощене рівняння енергетичного балансу можна записати у вигляді лінійного неоднорідного диференціального рівняння першого порядку:

$$C \frac{dT(t)}{dt} = F(t) - \lambda T(t) \quad (2.3)$$

де C — ефективна теплоємність кліматичної системи;

$T(t)$ — зміна глобальної температури або температурна аномалія в момент часу t ;

$F(t)$ — зовнішній радіаційний вплив;

λ — параметр кліматичного зворотного зв'язку.

У цьому рівнянні ліва частина описує зміну теплового стану кліматичної системи в часі, а права частина показує різницю між зовнішнім радіаційним впливом і стабілізуючим зворотним зв'язком. Чим більшим є радіаційний вплив, тим сильнішим є потепління. Водночас зі зростанням температури збільшується вихідне теплове випромінювання Землі, що частково компенсує зовнішній вплив [17].

У рівноважному стані зміна температури з часом дорівнює нулю. Тоді рівняння (2.3) можна спростити до вигляду:

$$F = \lambda T$$

Звідси рівноважна температурна реакція визначається за формулою:

$$T = \frac{F}{\lambda}$$

Ця залежність показує, що температурна відповідь кліматичної системи прямо пов'язана з величиною радіаційного впливу та обернено залежить від параметра кліматичного зворотного зв'язку. Проте в реальних умовах кліматична система не досягає рівноваги миттєво, оскільки океан має велику теплоємність і поглинає значну частину надлишкової енергії. Саме тому фактична температурна реакція може відставати від зміни радіаційного впливу [18].

З урахуванням інерційності кліматичної системи у прикладному моделюванні часто використовуються статистичні моделі, які пов'язують температурну аномалію не лише з поточним значенням радіаційного впливу, а й із його попередніми значеннями або згладженими показниками. Найпростішою специфікацією є лінійна регресійна модель, у якій температурна аномалія залежить від поточного радіаційного впливу:

$$T_t = \beta_0 + \beta_1 F_t + \varepsilon_t \quad (2.4)$$

де T_t — глобальна середньорічна температурна аномалія у році t ;

F_t — радіаційний вплив CO_2 у році t ;

β_0 — вільний член регресії;

β_1 — коефіцієнт температурної реакції на зміну радіаційного впливу;

ε_t — випадкова похибка моделі.

Коефіцієнт β_1 у такій моделі показує, на скільки градусів Цельсія в середньому змінюється температурна аномалія при збільшенні радіаційного впливу на 1 Вт/м^2 . Однак цей коефіцієнт не слід ототожнювати з повною рівноважною кліматичною чутливістю, оскільки регресійна модель є емпіричним наближенням і не враховує всіх фізичних процесів кліматичної

системи, зокрема впливу інших парникових газів, аерозолів, океанічної циркуляції та внутрішньої кліматичної мінливості.

Недоліком моделі (2.4) є те, що вона враховує лише поточний рівень радіаційного впливу. У реальній кліматичній системі температурна реакція має інерційний характер, тому поточна температура може залежати не тільки від поточного F_t , а й від попередніх значень радіаційного впливу. Для врахування цього може бути використана модель із лаговою змінною:

$$T_t = \beta_0 + \beta_1 F_t + \beta_2 F_{t-1} + \varepsilon_t$$

де F_{t-1} — радіаційний вплив у попередньому році;

β_2 — коефіцієнт впливу лагового значення радіаційного впливу.

Така специфікація дає змогу частково врахувати відкладену реакцію температури на зміну радіаційного впливу. Проте її застосування може створювати проблему мультиколінеарності, оскільки поточний та лаговий радіаційний вплив у кліматичних рядах зазвичай дуже сильно корелюють між собою. Це пов'язано з тим, що концентрація CO_2 і відповідний радіаційний вплив змінюються поступово, без різких коливань від року до року. За умов високої кореляції між пояснювальними змінними окремі коефіцієнти регресії можуть ставати нестійкими та складними для інтерпретації [13].

Альтернативним способом урахування інерційності кліматичної системи є використання ковзного середнього радіаційного впливу. Такий підхід дозволяє не включати в модель одночасно кілька майже однакових лагових змінних, а замінити їх одним згладженим показником. Ковзне середнє радіаційного впливу за m років можна записати за формулою:

$$\overline{F}_{t,m} = \frac{1}{m} \sum_{j=0}^{m-1} F_{t-j}$$

де $\overline{F}_{t,m}$ — ковзне середнє радіаційного впливу за m років;

F_{t-j} — значення радіаційного впливу з лагом j ;

m — довжина вікна згладжування.

У такому випадку регресійна модель температурної аномалії має вигляд:

$$T_t = \beta_0 + \beta_1 \overline{F}_{t,m} + \varepsilon_t$$

де $\overline{F}_{t,m}$ — згладжене значення радіаційного впливу.

Ця модель є зручною для інтерпретації, оскільки вона враховує не лише поточний радіаційний вплив, а його середнє значення за кілька попередніх років. Такий підхід відповідає фізичній логіці кліматичної інерції: глобальна температура реагує не на одиничне значення радіаційного впливу в конкретному році, а на накопичений і згладжений енергетичний дисбаланс за певний період.

У практичних кліматичних дослідженнях використання згладжених змінних є також корисним через наявність короткострокових коливань температури. Глобальна температурна аномалія змінюється не лише під впливом довгострокового зростання концентрації парникових газів, а й через внутрішню мінливість кліматичної системи, наприклад океанічні коливання, вулканічні виверження, аерозольні фактори та інші природні процеси [2]. Ковзне середнє дозволяє частково зменшити вплив короткострокового шуму та виділити довгостроковий зв'язок між радіаційним впливом і температурною аномалією.

Після побудови моделі зв'язку між радіаційним впливом і температурою її можна використовувати для сценарного прогнозування. Якщо для певного сценарію і вже визначено прогнозну концентрацію CO₂ та відповідний радіаційний вплив, то температурну аномалію можна оцінити за формулою:

$$\widehat{T}_t^{(i)} = \widehat{\beta}_0 + \beta_1 \widehat{F}_{t,m}^{(i)}$$

де $\widehat{T}_t^{(i)}$ — прогнозна температурна аномалія у році t за сценарієм i ;

$\widehat{F}_{t,m}^{(i)}$ — ковзне середнє радіаційного впливу за сценарієм i ;

$\widehat{\beta}_0$ та β_1 — оцінені параметри моделі.

Для порівняння сценаріїв може бути розрахована різниця температурної аномалії відносно базової траєкторії за формулою:

$$\Delta T_t^{(i)} = \widehat{T}_t^{(i)} - \widehat{T}_t^{(base)}$$

де $\Delta T_t^{(i)}$ — відхилення температурної аномалії за сценарієм i від базового сценарію;

$\widehat{T_t^{(base)}}$ — прогнозна температурна аномалія за базовою траєкторією.

Якщо $\Delta T_t^{(i)}$ має додатне значення, це означає, що відповідний сценарій призводить до вищої температурної аномалії порівняно з базовою траєкторією. Якщо значення є від'ємним, сценарій передбачає нижчу температурну аномалію.

Отже, моделювання зв'язку між радіаційним впливом і температурною аномалією є фінальним етапом переходу від антропогенних викидів CO_2 до оцінки кліматичної реакції. Радіаційний вплив виступає фізично обґрунтованою проміжною змінною, яка дозволяє пов'язати зміну концентрації CO_2 з температурною динамікою. Для цього можуть використовуватися регресійні моделі з поточним, лаговим або згладженим радіаційним впливом. Найбільш інтерпретованим підходом є використання ковзного середнього радіаційного впливу, оскільки воно враховує інерційність кліматичної системи та дозволяє аналізувати довгострокову температурну реакцію на зміну концентрації CO_2 .

2.8 Критерії оцінювання якості моделей

Оцінювання якості моделей є важливим етапом побудови прогнозної системи, оскільки дозволяє не лише порівняти декілька альтернативних специфікацій, а й перевірити, чи не залишає модель у похибках невраховану структуру даних. У задачах прогнозування кліматичних показників якості моделі доцільно оцінювати комплексно: за точністю прогнозу, статистичною адекватністю, поведінкою залишків та складністю самої моделі. Такий підхід

відповідає загальній методології аналізу часових рядів і прикладного прогнозування [8; 9].

Першою групою критеріїв є метрики прогнозової похибки. Вони показують, наскільки сильно прогнозні значення відрізняються від фактичних. Нехай y_t — фактичне значення показника у момент часу t , а $\hat{y}_t$ — відповідне прогнозне або змодельоване значення. Тоді залишок моделі визначається за формулою:

$$e_t = y_t - \hat{y}_t$$

Однією з найпростіших метрик є середня абсолютна похибка MAE, яка обчислюється як середнє абсолютне відхилення прогнозних значень від фактичних за формулою:

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n |y_t - \hat{y}_t|$$

де n — кількість спостережень.

Перевагою MAE є простота інтерпретації, оскільки вона вимірюється в тих самих одиницях, що й досліджуваний показник. Наприклад, якщо оцінюється прогноз концентрації CO₂, то MAE вимірюється у частинах на мільйон; якщо оцінюється температурна аномалія, то у градусах Цельсія.

Іншою поширеною метрикою є середньоквадратична похибка MSE, що обчислюється за формулою:

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (y_t - \hat{y}_t)^2$$

Оскільки MSE використовує квадрати похибок, ця метрика сильніше штрафує великі відхилення. Для зручнішої інтерпретації часто використовують корінь середньоквадратичної похибки RMSE :

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (y_t - \hat{y}_t)^2}$$

RMSE також вимірюється в одиницях початкової змінної, але є більш чутливою до великих помилок, ніж MAE. Тому RMSE доцільно застосовувати тоді, коли великі прогностні відхилення є особливо небажаними.

Для оцінювання відносної похибки прогнозу використовується середня абсолютна відсоткова похибка MAPE:

$$\text{MAPE} = \frac{100\%}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{y_t - \hat{y}_t}{y_t} \right|$$

MAPE показує середній відсоток відхилення прогнозу від фактичного значення. Ця метрика є зручною для порівняння моделей, побудованих для показників із різними одиницями вимірювання. Водночас її слід обережно застосовувати у випадках, коли фактичні значення можуть бути близькими до нуля, оскільки тоді відносна похибка може бути нестабільною [9].

Для регресійних моделей також використовується коефіцієнт детермінації R^2 , яку частку варіації залежної змінної пояснює модель:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{t=1}^n (y_t - \hat{y}_t)^2}{\sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y})^2}$$

де $\bar{y}$ — середнє фактичне значення показника.

Значення наближається до 1 тоді, коли модель добре пояснює варіацію залежної змінної. Проте високий R^2 не завжди означає високу прогностну якість, особливо для нестационарних часових рядів. Тому його потрібно розглядати разом з іншими метриками та діагностикою залишків [13].

Другою групою критеріїв є інформаційні критерії, які використовуються для вибору між альтернативними моделями з різною кількістю параметрів. Найчастіше застосовуються інформаційний критерій Акаїке та байєсівський інформаційний критерій. Критерій AIC має вигляд:

$$\text{AIC} = 2k - 2 \ln(L)$$

де L — максимальне значення функції правдоподібності моделі;

k — кількість оцінюваних параметрів.

Критерій BIC визначається за формулою:

$$\text{BIC} = k \ln(n) - 2 \ln(L)$$

де n — кількість спостережень.

Обидва критерії враховують не лише якість наближення моделі до даних, а й складність моделі. Чим менше значення AIC або BIC, тим кращим вважається баланс між точністю та кількістю параметрів. BIC зазвичай сильніше штрафує модель за складність, тому частіше віддає перевагу простішим специфікаціям [9; 13].

Третьою важливою складовою оцінювання є перевірка стаціонарності часових рядів. Для моделей ARIMA це особливо важливо, оскільки вони потребують приведення ряду до стаціонарного вигляду. Стаціонарним вважається такий часовий ряд, у якого математичне сподівання, дисперсія та автоковаріаційна структура не змінюються з часом. Для перевірки стаціонарності часто використовується розширений тест Дікі — Фуллера, або ADF-тест [19].

У спрощеному вигляді рівняння ADF-тесту можна записати за формулою:

$$\Delta y_t = \alpha + \beta t + \gamma y_{t-1} + \sum_{i=1}^k \delta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t$$

де Δy_t — перша різниця ряду;

α — стала;

β_t — трендова компонента;

y_{t-1} — лагове значення ряду;

Δy_{t-i} — лагові різниці;

k — кількість лагів;

ε_t — випадкова похибка.

Нульова гіпотеза ADF-тесту полягає в тому, що ряд має одиничний корінь, тобто є нестаціонарним. Якщо р-значення є меншим за обраний рівень значущості, наприклад 0,05, нульова гіпотеза відхиляється, і ряд можна вважати стаціонарним.

Четвертою групою критеріїв є аналіз залишків моделі. Залишки повинні бути близькими до білого шуму, тобто не мати систематичної структури,

тренду або суттєвої автокореляції. Формально властивості білого шуму можна записати як:

$$E(\varepsilon_t) = 0$$

$$\text{Var}(\varepsilon_t) = \sigma^2$$

$$\text{Cov}(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-k}) = 0, \quad k \neq 0$$

Перша умова означає нульове математичне сподівання похибок, друга — сталість дисперсії, третя — відсутність автокореляції між похибками на різних лагах. Якщо залишки моделі не відповідають цим умовам, це може свідчити про те, що модель не врахувала певну часову структуру або важливі пояснювальні фактори.

Для перевірки автокореляції залишків часто використовується тест Льюнга — Бокса. Його статистика має вигляд:

$$Q = n(n+2) \sum_{k=1}^h \frac{\widehat{\rho}_k^2}{n-k}$$

де n — кількість спостережень;

h — кількість лагів, що перевіряються;

$\widehat{\rho}_k^2$ — вибіркова автокореляція залишків на лагу k .

Нульова гіпотеза тесту полягає у відсутності автокореляції залишків до заданого лагу. Якщо p -значення тесту більше за 0,05, немає підстав стверджувати, що залишки мають статистично значущу автокореляцію [20].

Додатково для оцінювання автокореляції залишків може використовуватися статистика Дарбіна-Вотсона:

$$DW = \frac{\sum_{t=2}^n (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n e_t^2}$$

Значення DW близьке до 2 свідчить про відсутність суттєвої автокореляції першого порядку. Значення, істотно менші за 2, можуть вказувати на додатну автокореляцію, а значення, значно більші за 2, — на від'ємну автокореляцію [21].

Для перевірки нормальності залишків може застосовуватися тест Жарка — Бера. Його статистика визначається за формулою:

$$JB = \frac{n}{6} \left(S^2 + \frac{(K-3)^2}{4} \right)$$

де n — кількість спостережень;

S — коефіцієнт асиметрії;

K — коефіцієнт ексцесу.

Нульова гіпотеза тесту полягає в тому, що залишки мають нормальний розподіл. Якщо p -значення перевищує 0,05, немає підстав відхилити припущення про нормальність залишків [22]. Нормальність залишків є особливо важливою для інтерпретації довірчих інтервалів та статистичних тестів.

Для регресійних моделей із кількома пояснювальними змінними важливо також перевіряти мультиколінеарність. Мультиколінеарність виникає тоді, коли незалежні змінні сильно пов'язані між собою. Це не завжди суттєво погіршує прогностну якість моделі, але ускладнює інтерпретацію окремих коефіцієнтів. Для кількісної оцінки мультиколінеарності використовується показник VIF, який обчислюється за формулою:

$$VIF_j = \frac{1}{1 - R_j^2}$$

де R_j^2 — коефіцієнт детермінації допоміжної регресії, у якій j -та пояснювальна змінна пояснюється через інші незалежні змінні моделі.

Чим більшим є VIF, тим сильнішою є мультиколінеарність. Якщо значення VIF дуже велике, це означає, що відповідну змінну майже можна відтворити через інші незалежні змінні моделі [13].

Окрему увагу слід приділяти способу перевірки прогностної якості. Для цього дані часто поділяються на навчальну та тестову вибірки. Навчальна вибірка використовується для оцінювання параметрів моделі, а тестова — для перевірки її здатності прогнозувати нові значення. У випадку часових рядів важливо зберігати хронологічний порядок даних, тому випадкове перемішування спостережень зазвичай не застосовується. Якщо дані

охоплюють період від 1 до n , то навчальна вибірка може містити перші r спостережень, а тестова — решту:

$$\text{Train} = y_1, y_2, \dots, y_r$$

$$\text{Test} = y_{r+1}, y_{r+2}, \dots, y_n$$

Для часових рядів також може використовуватися валідація з розширюваним навчальним вікном. Її суть полягає в тому, що модель послідовно переоцінюється або оновлюється на розширюваному часовому вікні, після чого виконується прогноз на один або кілька кроків уперед. Такий підхід дає змогу перевірити стабільність прогнозової якості моделі в різних частинах часового ряду [9].

Схематично одноетапну валідацію з розширюваним навчальним вікном можна записати за формулою:

$$y_{t+1|t} = \widehat{f(y_1, y_2, \dots, y_t)}$$

де y_{t+1} — прогноз значення $t + 1$ побудований на основі інформації, доступної до моменту t ;
 f — прогнозна модель.

Після цього прогноз порівнюється з фактичним значенням y_{t+1} , і процедура повторюється для наступного моменту часу.

Отже, оцінювання якості моделей не може обмежуватися лише однією метрикою. Для ARIMA-моделей важливими є перевірка стаціонарності, вибір параметрів за AIC/BIC та аналіз залишків. Для регресійних моделей необхідно оцінювати якість, пояснювальну здатність, мультиколінеарність і поведінку залишків. Для прогнозних моделей загалом важливо перевіряти якість не лише на навчальній, а й на тестовій вибірці. Комплексне використання цих критеріїв дозволяє обґрунтовано обрати модель, яка є не лише точною за метриками, а й статистично адекватною та інтерпретованою.

2.9 Узагальнена методологічна схема дослідження

Узагальнена методологічна схема дослідження відображає архітектуру послідовних етапів, спрямованих на кількісне оцінювання причинно-наслідкового зв'язку між антропогенною емісією CO₂ та динамікою глобальної середньорічної температурної аномалії. Замість редукованого прямого моделювання «викиди — температура», у роботі імплементовано каскадний (поетапний) економетричний підхід. Він базується на інтеграції проміжних макропараметрів: атмосферної концентрації парникових газів та їхнього радіаційного впливу. Така декомпозиція дозволяє не лише згенерувати фінальний прогноз температурного відгуку, але й параметризувати кожен ланку вуглецево-кліматичного циклу.

Загальна логіка дослідження відповідає принципам системного підходу до прогнозування складних динамічних процесів в умовах невизначеності. У таких задачах важливим є не лише отримання точкового прогнозу, а й побудова послідовної схеми обробки даних, вибору моделей, оцінювання якості результатів і порівняння альтернативних траєкторій розвитку [28].

Запропонована методологія реалізується через наступну послідовність аналітичних процедур.

1. Формування репрезентативної емпіричної бази. До неї входять ретроспективні річні значення антропогенних викидів CO₂, його атмосферної концентрації та глобальної температурної аномалії. На цьому етапі здійснюється агрегація, часова гармонізація та перевірка даних на наявність аномалій чи пропусків. Якісна попередня обробка створює необхідне підґрунтя для коректного застосування апарату аналізу часових рядів.

2. Екстраполяція базової статистичної траєкторії емісії CO₂. З метою отримання інерційного прогнозу застосовується методологія ARIMA. Процедура включає перевірку вихідного ряду на стаціонарність, стабілізацію дисперсії шляхом логарифмування, застосування оператора різниць та

оптимізацію параметрів моделі за інформаційними критеріями. Отриманий статистичний прогноз слугує точкою відліку (еталон для порівняння) для подальшого порівняння зі сценарними даними.

3. Інтеграція нормативних кліматичних сценаріїв. Аналітичний простір розширюється шляхом залучення альтернативних траєкторій майбутньої емісії (підрозділ 2.3). Сценарний підхід дозволяє врахувати варіативність глобального соціально-економічного розвитку, енергетичного переходу та кліматичної політики. Комбінування статистичного прогнозу базової траєкторії зі сценаріями різного рівня інтенсивності формує комплексну базу для оцінювання кліматичних ризиків.

4. Регресійне оцінювання акумуляції CO_2 в атмосфері. Перехід від річних обсягів викидів до рівня атмосферної концентрації (підрозділ 2.5) здійснюється за допомогою динамічних моделей. Використання авторегресійної специфікації з розподіленими лагами дозволяє кількісно відобразити інерційність поглинальної здатності вуглецевого циклу. Загальний прогнозований рівень концентрації розраховується рекурсивно відповідно до формули (2.1).

5. Обчислення енергетичного дисбалансу (радіаційного впливу). Конвертація хімічного складу атмосфери у фізичний показник кліматичного впливу виконується за допомогою логарифмічної залежності (2.2). Цей етап є критично важливим, оскільки він враховує ефект спектрального насичення: кожна наступна одиниця емітованого CO_2 має менший маржинальний вплив на затримку інфрачервоного випромінювання.

6. Моделювання температурного відгуку кліматичної системи. На основі розрахованого радіаційного впливу будується економетрична модель глобальної температурної аномалії (підрозділ 2.7). Для апроксимації значної теплової інерції Світового океану застосовується згладжування радіаційного впливу за допомогою ковзного середнього. Це забезпечує статистично стійку оцінку довгострокової реакції клімату без надмірного ускладнення моделі.

7. Верифікація моделей та порівняльний сценарний аналіз. Фінальний етап передбачає перевірку адекватності всіх побудованих регресій (аналіз залишків на автокореляцію та гетероскедастичність) та зіставлення кінцевих результатів. Для кожної траєкторії розраховуються відповідні значення концентрації, впливу та температури, що дозволяє оцінити транзитну кліматичну чутливість до різних стратегій управління емісією.

Узагальнену структуру дослідження та взаємозв'язок його елементів наведено в таблиці 2.1.

Таблиця 2.1 — Узагальнена методологічна схема дослідження

Етап	Вхідні дані	Застосований метод / модель	Отриманий результат
1	Ретроспективні дані: викиди, концентрація, температура	Попередня обробка, гармонізація рядів динаміки	Єдина емпірична база дослідження
2	Історичний ряд антропогенних викидів CO ₂	Моделювання за алгоритмом Бокса — Дженкінса	Базовий статистичний прогноз емісії
3	Джерельні бази даних кліматичних сценаріїв	Сценарний аналіз	Набір альтернативних траєкторій майбутніх викидів
4	Прогнозні та сценарні обсяги викидів CO ₂	Авторегресійна лагова модель	Прогнозна атмосферна концентрація CO ₂

Продовження таблиці 2.1

Етап	Вхідні дані	Застосований метод / модель	Отриманий результат
5	Прогнозна атмосферна концентрація CO ₂	Логарифмічна специфікація радіаційного впливу	Радіаційний вплив CO ₂
6	Радіаційний вплив CO ₂	Регресійна модель на основі ковзного середнього	Прогноз глобальної середньорічної температурної аномалії
7	Результати моделювання за всіма сценаріями	Порівняльний аналіз, оцінювання чутливості	Оцінка кліматичних відхилень відносно базова траєкторія-прогнозу

Запропонована парадигма поєднує методи математичної статистики, нормативне сценарне планування та фізично обґрунтовані кліматичні закони. Ключовою перевагою такої архітектури є її висока наукова інтерпретованість. Кожна ланка моделі має чіткий фізичний та економічний зміст, що дозволяє дослідити не просто фінальну цифру температури у 2050 році, а весь механізм її формування.

Разом із тим, застосований підхід має певні структурні обмеження. Модель є ізольованою щодо вуглецевої компоненти і свідомо абстрагується від впливу інших парникових газів, сульфатних аерозолів та природної мінливості. Крім того, використані лінійні та псевдолінійні регресійні оцінки є емпіричними наближеннями, які не враховують імовірність проходження кліматичних критичних порогів кліматичної системи. Відповідно, результати

моделювання слід трактувати як оцінку макроскопічних трендів у межах заданого часового горизонту.

Отже, розроблена методологічна схема забезпечує надійний аналітичний інструментарій для трансляції антропогенного навантаження у кількісні кліматичні наслідки, створюючи базу для проведення обчислювальних експериментів у наступних розділах роботи.

2.10 Висновки до розділу 2

У другому розділі систематизовано теоретико-методологічні засади моделювання впливу антропогенної емісії вуглекислого газу на динаміку глобальної температурної аномалії. Доведено доцільність відмови від прямого редукованого моделювання на користь каскадного підходу, який описує кліматичний відгук як багатоетапний процес: трансляцію обсягів викидів у зміну атмосферної концентрації CO_2 , подальшу трансформацію хімічного складу у фізичний радіаційний вплив та, зрештою, формування температурної реакції системи.

На основі огляду сучасних методів кліматичного прогнозування встановлено, що розв'язання поставленої задачі потребує інтеграції різних аналітичних інструментів. Статистичний апарат часових рядів є ефективним для екстраполяції історичних тенденцій, регресійний аналіз забезпечує кількісну оцінку взаємозв'язків між макропараметрами, сценарне планування дозволяє керувати невизначеністю майбутнього, а імплементація фізичних закономірностей гарантує логічну узгодженість усього модельного ланцюга.

Значну увагу в розділі приділено специфіці сценарного підходу. Оскільки довгострокова динаміка клімату детермінується майбутніми трансформаціями в економіці, енергетиці, технологіях та регуляторній політиці, нормативні сценарії розглядаються не як точні передбачення, а як

набір імовірних траєкторій. Це дозволяє зіставити кліматичні наслідки за умов реалізації різних стратегій вуглецевого навантаження.

Як інструмент формування базового прогнозу емісії CO₂ обґрунтовано вибір моделі класу ARIMA. Її математичний апарат оптимально підходить для обробки нестационарних рядів, оскільки дозволяє одночасно враховувати внутрішню авторегресійну структуру системи, вплив минулих випадкових збурень та усувати стохастичні тренди шляхом диференціювання.

Деталізовано механізм переходу від щорічної емісії до загального рівня атмосферної концентрації вуглекислого газу. Показано, що через наявність природних поглиначів цей процес не є звичайним арифметичним накопиченням. Відповідно, для його формалізації доцільно застосовувати регресійні моделі, які здатні кількісно оцінити приріст концентрації з урахуванням інерційності вуглецевого циклу.

Проаналізовано фізичний зміст радіаційного впливу як ключового індикатора зміни енергетичного балансу планети. У розділі обґрунтовано необхідність використання логарифмічної залежності між концентрацією CO₂ та радіаційним впливом, що коректно відображає ефект насичення смуг поглинання парникових газів.

У контексті переходу від радіаційного впливу до температурної аномалії доведено потребу врахування високої теплової інерції кліматичної системи. Встановлено, що застосування згладжених показників дозволяє нівелювати короткострокові коливання та найбільш адекватно змодельовати поступовий температурний відгук Землі.

Сформовано комплексний набір критеріїв для верифікації побудованих моделей. Він охоплює метрики прогнозової похибки, інформаційні критерії вибору специфікацій та глибоку діагностику залишків. Такий багатокритеріальний контроль гарантує отримання не лише математично точних, але й статистично адекватних результатів.

На основі розглянутих методів синтезовано узагальнену методологічну схему дослідження. Вона являє собою сувору послідовність етапів: від

підготовки історичної бази та генерації ARIMA-прогнозу до інтеграції сценарних траєкторій і послідовного розрахунку концентрації, впливу та температури. Ця архітектура дозволяє органічно поєднати емпіричні дані та фізичні закони в єдиний модельно-аналітичний комплекс.

Підсумовуючи, другий розділ формує цілісний теоретико-методологічний фундамент роботи. Запропонована концепція створює необхідний інструментарій для переходу від аналізу ретроспективних даних до розрахунку майбутніх сценарних траєкторій. Саме вона є основою для програмної реалізації, проведення обчислювальних експериментів та оцінки кліматичної чутливості у наступному розділі дипломної роботи.

РОЗДІЛ 3 РЕАЛІЗАЦІЯ МОДЕЛЕЙ ТА АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ

3.1 Обґрунтування вибору показників, даних і методів

У практичній частині дослідження об'єктом аналізу є глобальні кліматичні процеси, пов'язані з антропогенними викидами вуглекислого газу та їхнім впливом на зміну глобальної середньорічної температурної аномалії. Такий вибір зумовлений тим, що CO_2 належить до основних антропогенних парникових газів, а його накопичення в атмосфері має тривалий вплив на енергетичний баланс кліматичної системи. За оцінками Міжурядової групи експертів зі зміни клімату, антропогенне зростання концентрацій парникових газів є головним чинником сучасного глобального потепління [1; 2].

На відміну від локальних або регіональних кліматичних показників, у роботі використано глобальні річні дані. Це дозволяє зосередитися не на короткострокових регіональних відхиленнях, а на загальній тенденції зміни кліматичної системи. Глобальна температурна аномалія є зручним інтегральним показником, оскільки відображає відхилення температури від базового кліматичного періоду та широко використовується у міжнародних кліматичних дослідженнях для оцінювання масштабів потепління.

Для практичної реалізації дослідження обрано систему показників, яка охоплює антропогенні викиди CO_2 , атмосферну концентрацію CO_2 , радіаційний вплив CO_2 та глобальну температурну аномалію. Такий набір змінних відповідає логіці поетапного моделювання кліматичного механізму. Антропогенна діяльність формує обсяг викидів CO_2 , частина цих викидів накопичується в атмосфері, збільшення концентрації змінює радіаційний баланс Землі, а радіаційний вплив, у свою чергу, пов'язаний із температурною реакцією кліматичної системи.

Річний обсяг антропогенних викидів CO_2 використовується як початкова змінна модельного ланцюга, оскільки саме зміна викидів визначає подальшу динаміку концентрації CO_2 в атмосфері. Цей показник характеризує безпосередній рівень антропогенного навантаження на кліматичну систему. Для аналізу історичних значень викидів доцільно використовувати дані «Глобальний вуглецевий бюджет», оскільки вони містять узгоджені оцінки глобальних антропогенних викидів CO_2 , атмосферного приросту та поглинання вуглецю океаном і наземними екосистемами [3].

Атмосферна концентрація CO_2 , що вимірюється у млн^{-1} , відображає накопичення вуглекислого газу в атмосфері та виступає важливою проміжною змінною між викидами і температурною реакцією. Температура реагує не лише на обсяг викидів в окремому році, а насамперед на зміну складу атмосфери, що формується протягом тривалого часу. Для цього етапу використовуються дані про концентрацію CO_2 , зокрема з Глобальна лабораторія моніторингу NOAA [4].

Радіаційний вплив CO_2 забезпечує перехід від хімічної характеристики атмосфери до фізичного показника, що описує зміну енергетичного балансу кліматичної системи. Його використання дозволяє не будувати надмірно спрощену пряму залежність між викидами та температурою, а врахувати фізичну логіку кліматичного процесу. Для розрахунку радіаційного впливу застосовується логарифмічна залежність, обґрунтована у працях Г. Мюре та співавторів і поширена у кліматичних оцінках [5].

Глобальна середньорічна температурна аномалія є кінцевою результативною змінною дослідження. Вона дає змогу оцінити, як зміни у викидах, концентрації CO_2 та радіаційному впливі проявляються у зміні глобальної температури. Використання саме температурної аномалії, а не абсолютної температури, є доцільним, оскільки цей показник краще відображає довгострокові зміни кліматичної системи відносно базового періоду.

Вибір методів дослідження зумовлений поетапною структурою моделювання. Для побудови базової статистичної траєкторії антропогенних викидів CO₂ використовується модель ARIMA. Її застосування є доцільним, оскільки ряд викидів має часову структуру, інерційність і довгострокову трендову динаміку. ARIMA-модель дозволяє сформувати базовий прогноз, побудований на основі історичних закономірностей, і використати його як статистичну траєкторію для подальшого порівняння зі сценарними прогнозами [8; 9].

Оскільки майбутні викиди CO₂ залежать не лише від історичної динаміки, а й від соціально-економічних, технологічних та політичних умов, у роботі також використовується сценарний підхід. Для цього залучаються сценарні дані база сценаріїв AR6, які дають змогу порівняти альтернативні траєкторії майбутніх викидів CO₂ [7]. Такий підхід дозволяє не обмежуватися одним статистичним прогнозом, а розглянути декілька можливих варіантів розвитку залежно від припущень щодо майбутньої кліматичної політики та рівня декарбонізації.

Для переходу від викидів CO₂ до атмосферної концентрації застосовується регресійне моделювання. Такий вибір пояснюється тим, що зв'язок між річними викидами та концентрацією не є простим механічним накопиченням: частина CO₂ залишається в атмосфері, а частина поглинається океаном і наземними екосистемами. Тому регресійна модель дозволяє емпірично описати залежність приросту концентрації від викидів і врахувати інерційність вуглецевого циклу [6; 13].

На основі прогнозної концентрації CO₂ розраховується радіаційний вплив, що забезпечує фізично обґрунтований перехід від концентрації парникового газу до зміни енергетичного балансу Землі. Після цього для оцінювання температурної реакції застосовується регресійна модель зв'язку між радіаційним впливом і температурною аномалією. З огляду на інерційність кліматичної системи в моделюванні розглядаються не лише поточні значення радіаційного впливу, а й лагові або згладжені показники.

Таким чином, вибір показників, даних і методів відповідає меті дослідження, оскільки дозволяє послідовно перейти від антропогенних викидів CO₂ до атмосферної концентрації, радіаційного впливу та прогнозу температурної аномалії. Запропонований підхід поєднує статистичне прогнозування, сценарний аналіз і фізично обґрунтовані залежності, що робить модель інтерпретованою та придатною для порівняння різних траєкторій майбутніх кліматичних змін.

3.2 Джерела даних та формування початкового набору

Для практичної реалізації дослідження було сформовано цілісний масив даних, що інтегрує ретроспективні кліматичні спостереження та прогнозні сценарні траєкторії. Основною вимогою до побудованої емпіричної бази стала повна часова синхронізація всіх показників, які було зведено до єдиного річного кроку для забезпечення коректності розрахунків у межах модельного ланцюга. Ретроспективні дані щодо антропогенних викидів вуглекислого газу було отримано з матеріалів проєкту «Глобальний вуглецевий бюджет» [3], що надає узгоджені оцінки глобальної емісії від спалювання палива та промислових процесів. Показники атмосферної концентрації CO₂ базуються на офіційних спостереженнях Глобальна лабораторія моніторингу NOAA [4], де рівень вмісту газу вимірюється у мільйонних частках (млн⁻¹). Температурна реакція системи описується через глобальну середньорічну аномалію, що відображає відхилення температури від багаторічного середнього значення обраного базового періоду у градусах Цельсія.

Окрім історичних рядів, інформаційну базу розширено за рахунок прогнозних сценаріїв майбутніх викидів із бази даних база сценаріїв AR6, підготовленої для Шостого оціночного звіту Міжурядової групи експертів зі зміни клімату [7]. Ці сценарні траєкторії слугують набором альтернативних

варіантів розвитку для подальшого порівняльного аналізу з інерційним статистичним прогнозом, згенерованим моделлю ARIMA. Процес формування фінального набору даних передбачав проведення комплексної попередньої обробки, під час якої первинні дані з вищою частотністю було усереднено до річних значень, а всі часові ряди об'єднано в єдину структуру за спільним полем року, залишаючи для моделювання лише суцільні інтервали без пропущених значень.

У межах препроцесингу особливу увагу було приділено стандартизації одиниць вимірювання, зокрема конвертації обсягів емісії з різних джерел до єдиного формату гігатонн вуглекислого газу (млрд т CO₂). Атмосферна концентрація зафіксована у одиницях млн⁻¹, а температурна аномалія — у градусах Цельсія. Значення радіаційного впливу (Вт/м²) не імпортувалися як готові дані, а розраховувалися аналітично на основі показників концентрації за допомогою логарифмічної функції, обґрунтованої у теоретичному розділі роботи. Оскільки в базі AR6 кожен сценарій може бути представлений результатами кількох моделей, для отримання узагальненої траєкторії та нівелювання специфічних відхилень окремих алгоритмів для кожного сценарію було обчислено медіанне значення викидів за кожним прогнозним роком. Узагальнену структуру та функціональне призначення сформованої бази даних представлено в таблиці 3.1.

Таблиця 3.1 — Структура сформованої бази даних

Показник	Джерело даних	Одиниця вимірювання	Призначення в моделі
Антропогенні викиди CO ₂	«Глобальний вуглецевий бюджет»	млрд т CO ₂ /рік	Початкова змінна для статистичного прогнозування та аналізу

Продовження таблиці 3.1

Показник	Джерело даних	Одиниця вимірювання	Призначення в моделі
Атмосферна концентрація CO ₂	Глобальна лабораторія моніторингу NOAA	млн ⁻¹	Проміжна змінна для переходу від обсягів емісії до радіаційного впливу
Глобальна температурна аномалія	Глобальні кліматичні датасети	°C	Кінцева результативна змінна модельного ланцюга
Сценарні траєкторії викидів CO ₂	база сценаріїв AR6 (IIASA)	млрд т CO ₂ /рік	Альтернативні траєкторії для порівняння з базовим ARIMA-прогнозом
Радіаційний вплив CO ₂	Розраховано аналітично на основі концентрації	Вт/м ²	Проміжна фізично обґрунтована змінна (енергетичний дисбаланс)

3.3 Попередній аналіз історичних кліматичних показників

Перед побудовою прогнозних моделей було виконано попередній аналіз історичних кліматичних показників. Метою цього етапу є виявлення основних тенденцій у даних, перевірка логічного зв'язку між змінними та обґрунтування подальшого використання моделей часових рядів і регресійного аналізу. Оскільки дослідження передбачає послідовний перехід від антропогенних викидів CO₂ до атмосферної концентрації CO₂, радіаційного впливу та

температурної аномалії, на цьому етапі було розглянуто історичну динаміку кожного з цих показників.

Початковий кліматичний набір даних охоплює період 1850 — 2024 років і містить 175 річних спостережень. До нього входять такі змінні: рік спостереження, глобальна температурна аномалія, річні антропогенні викиди CO_2 , кумулятивні викиди CO_2 , лагове значення викидів та атмосферна концентрація CO_2 . Така структура даних дозволяє аналізувати як окрему динаміку кожного показника, так і зв'язки між ними в межах єдиного модельного ланцюга.

Історична динаміка антропогенних викидів CO_2 демонструє виражену довгострокову тенденцію до зростання. Якщо у 1850 році річні викиди становили приблизно 196,85 млн т CO_2 , то у 2024 році вони досягли 38598,58 млн т CO_2 . Отже, за досліджуваний період обсяг річних антропогенних викидів збільшився у багато разів. Найбільш інтенсивне зростання спостерігається у другій половині XX століття та на початку XXI століття, що узгоджується з розвитком промисловості, енергетики, транспорту та збільшенням масштабів спалювання викопного палива. Графічно історичну динаміку антропогенних викидів CO_2 наведено на рисунку 3.1.

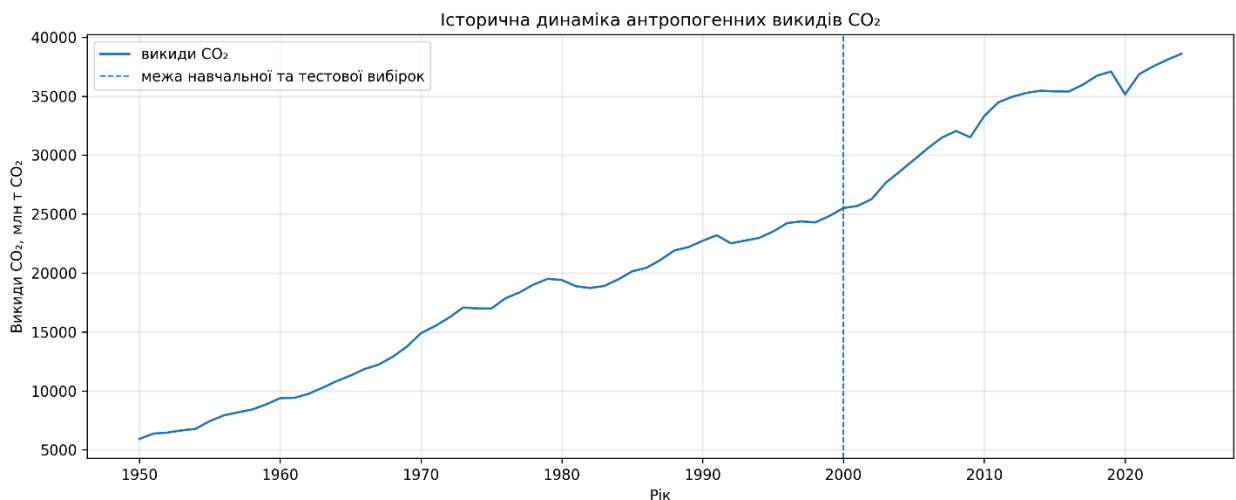


Рисунок 3.1 — Історична динаміка антропогенних викидів CO_2

Динаміка викидів CO_2 не є рівномірною: у ряді наявні короткострокові відхилення, які можуть бути пов'язані з економічними кризами, змінами у

структурі енергоспоживання, пандемічними обмеженнями та іншими зовнішніми чинниками. Однак загальний тренд залишається висхідним. Це свідчить про нестационарний характер ряду та обґрунтовує подальше застосування моделей часових рядів, зокрема ARIMA, для побудови базової статистичної траєкторії майбутніх викидів.

Атмосферна концентрація CO₂ має більш згладжену динаміку порівняно з річними викидами. У 1850 році концентрація CO₂ становила приблизно 285,45 млн⁻¹, а у 2024 році — 424,35 млн⁻¹. На відміну від річних викидів, цей показник не демонструє різких спадів, а змінюється поступово, що пояснюється накопичувальним характером вуглекислого газу в атмосфері. Частина антропогенних викидів поглинається океаном і наземними екосистемами, однак значна частина залишається в атмосфері та зумовлює подальше зростання концентрації CO₂ [3; 4]. Графічне представлення історичної динаміки атмосферної концентрації CO₂ наведено на рисунку 3.2.

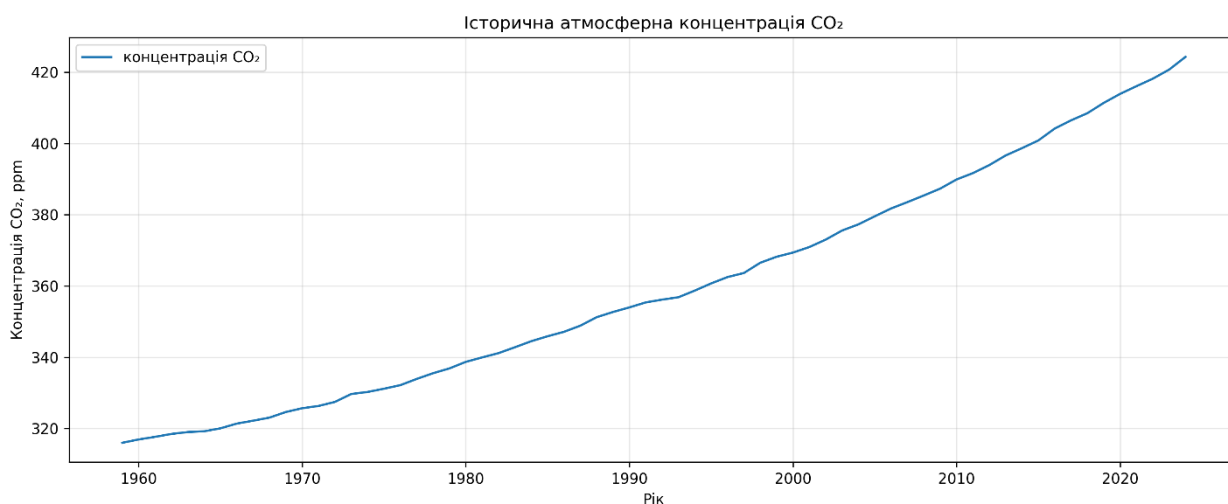


Рисунок 3.2 — Історична атмосферна концентрація CO₂

Особливість концентрації CO₂ як кліматичного показника полягає в її інерційності. Навіть якщо річні викиди у певні роки знижуються або зростають повільніше, загальна концентрація CO₂ в атмосфері продовжує збільшуватися через накопичення попередніх викидів. Саме тому для подальшого моделювання переходу від викидів до концентрації доцільно

використовувати не лише поточні значення викидів, а й показники, що враховують динаміку попередніх років.

На основі атмосферної концентрації CO_2 було розраховано радіаційний вплив. Для цього використано логарифмічну залежність, описану у підрозділі 2.6. Радіаційний вплив показує зміну енергетичного балансу кліматичної системи внаслідок збільшення концентрації CO_2 . У 1850 році розраховане значення радіаційного впливу становило приблизно $0,14 \text{ Вт/м}^2$, а у 2024 році — близько $2,26 \text{ Вт/м}^2$. Отже, зростання концентрації CO_2 супроводжується посиленням додатного радіаційного впливу. Розраховану історичну динаміку радіаційного впливу CO_2 наведено на рисунку 3.3.

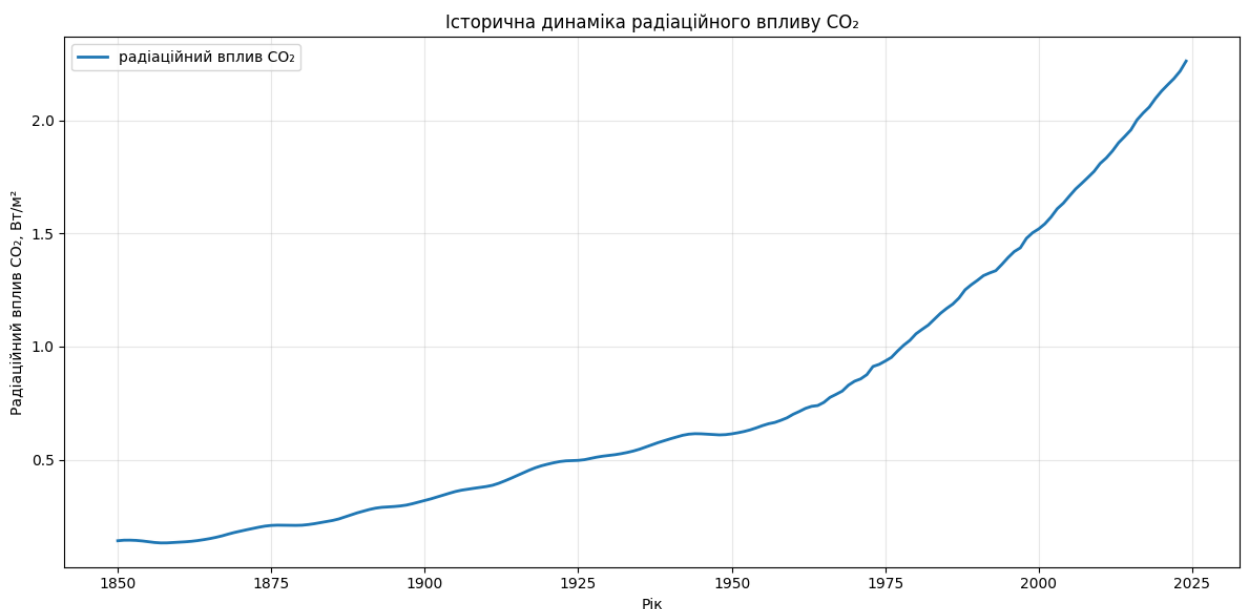


Рисунок 3.3 — Історична динаміка радіаційного впливу CO_2

Динаміка радіаційного впливу загалом повторює тенденцію концентрації CO_2 , але через логарифмічний характер залежності її зростання є більш згладженим. Це означає, що кожне наступне збільшення концентрації CO_2 має менший граничний ефект, ніж попереднє, однак загальний радіаційний вплив продовжує зростати зі збільшенням концентрації. У межах дослідження цей показник використовується як проміжна фізично обґрунтована змінна між концентрацією CO_2 та температурною аномалією [5].

Глобальна температурна аномалія також демонструє загальну тенденцію до зростання. У 1850 році значення температурної аномалії становило приблизно $-0,43\text{ }^{\circ}\text{C}$, тоді як у 2024 році воно досягло приблизно $1,17\text{ }^{\circ}\text{C}$. Таким чином, за досліджуваний період спостерігається суттєве підвищення глобальної температури відносно базового періоду. Водночас температурний ряд є більш мінливим, ніж ряди концентрації CO_2 або радіаційного впливу. Історичну динаміку глобальної температурної аномалії наведено на рисунку 3.4.

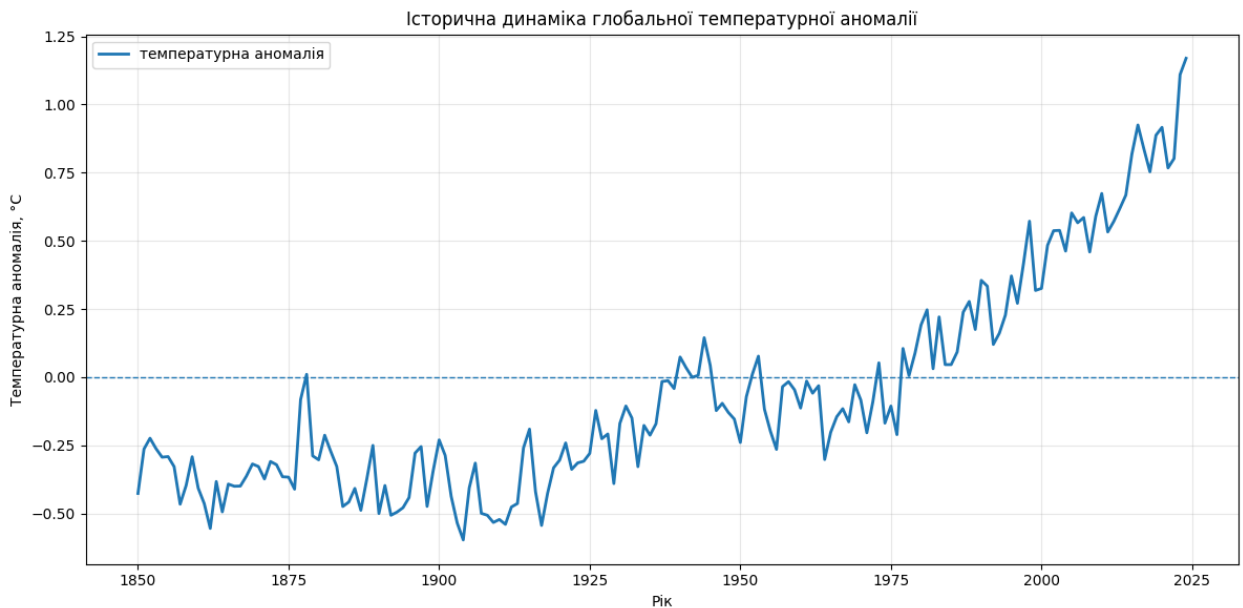


Рисунок 3.4 — Історична динаміка глобальної температурної аномалії

Короткострокові коливання температурної аномалії є очікуваними, оскільки глобальна температура залежить не лише від концентрації CO_2 , а й від багатьох інших факторів: внутрішньої кліматичної мінливості, океанічних процесів, вулканічної активності, аерозолів, сонячної мінливості та інших природних і антропогенних чинників. Проте довгострокова висхідна тенденція температурної аномалії узгоджується зі зростанням концентрації CO_2 і відповідного радіаційного впливу.

Для попередньої кількісної оцінки взаємозв'язків між показниками було розглянуто кореляції між антропогенними викидами CO_2 , концентрацією CO_2 , радіаційним впливом і температурною аномалією. За період 1850 — 2024 років

кореляція між викидами CO₂ та концентрацією CO₂ становить приблизно 0,989, між концентрацією CO₂ та радіаційним впливом — 0,999, між радіаційним впливом і температурною аномалією — 0,944. Це свідчить про наявність сильного додатного зв'язку між основними показниками. Кореляційну матрицю між основними історичними кліматичними показниками наведено в таблиці 3.2.

Таблиця 3.2 — Кореляція між основними історичними кліматичними показниками

Показник	Викиди CO ₂	Концентрація CO ₂	Радіаційний вплив CO ₂	Температурна аномалія
Викиди CO ₂	1	0,989	0,99	0,928
Концентрація CO ₂	0,989	1	0,999	0,948
Радіаційний вплив CO ₂	0,99	0,999	1	0,944
Температурна аномалія	0,928	0,948	0,944	1

Водночас ці значення слід інтерпретувати обережно, оскільки всі розглянуті часові ряди мають виражений довгостроковий тренд. Висока кореляція між трендовими рядами не означає повного причинного пояснення температурної динаміки лише через CO₂. Однак у межах попереднього аналізу такі результати підтверджують логічну узгодженість обраного модельного ланцюга: зростання антропогенних викидів супроводжується зростанням концентрації CO₂, збільшення концентрації призводить до посилення радіаційного впливу, а зростання радіаційного впливу пов'язане з підвищенням глобальної температурної аномалії.

Додатково було розглянуто зв'язок між радіаційним впливом CO₂ та температурною аномалією. На діаграмі розсіювання, наведеній на рисунку 3.5, спостерігається загальна додатна залежність: зі збільшенням радіаційного впливу температурна аномалія в середньому також зростає. Водночас точки не

лежать на одній прямій, що свідчить про наявність короткострокових коливань температури та вплив факторів, які не враховуються безпосередньо в CO₂-орієнтованій моделі.

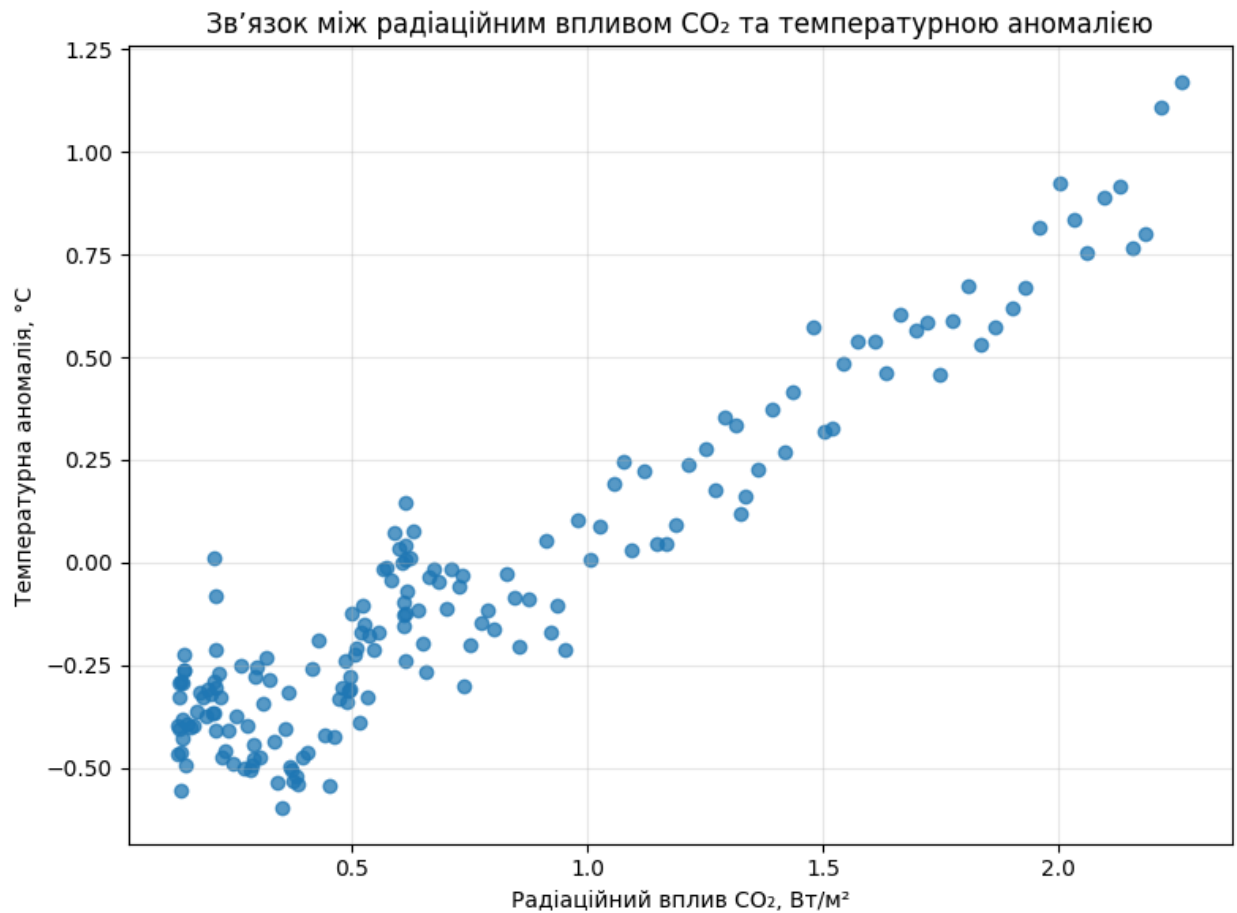


Рисунок 3.5 — Зв'язок між радіаційним впливом CO₂ та температурною аномалією

Отже, попередній аналіз історичних кліматичних показників підтвердив наявність стійких довгострокових тенденцій у даних. Річні антропогенні викиди CO₂ мають висхідний і нестационарний характер, що обґрунтовує використання ARIMA-моделі для побудови базового прогнозу. Атмосферна концентрація CO₂ змінюється поступово та має інерційний характер, що підтримує доцільність регресійного моделювання з урахуванням попередньої динаміки. Радіаційний вплив CO₂ є фізично змістовною проміжною змінною, а температурна аномалія, попри короткострокові коливання, демонструє

довгострокове зростання. Це створює основу для подальшої побудови моделей і сценарного аналізу в наступних підрозділах.

3.4 Побудова базового прогнозу антропогенних викидів CO₂ за моделлю ARIMA

Для побудови базової прогнозної траєкторії антропогенних викидів CO₂ було використано модель ARIMA. На відміну від сценарних траєкторій, які ґрунтуються на припущеннях щодо майбутньої кліматичної політики, технологічних змін та соціально-економічного розвитку, ARIMA-прогноз формується лише на основі історичної динаміки самого часового ряду. Тому в межах дослідження така траєкторія розглядається як базова статистична лінія порівняння, або базова траєкторія, з якою надалі зіставляються сценарні прогнози викидів CO₂.

Для моделювання було використано річний часовий ряд антропогенних викидів CO₂. З метою перевірки прогнозної здатності моделі дані було поділено на навчальну та тестову вибірки. Навчальний період охоплював 1950 — 2000 роки, а тестовий період — 2001 — 2024 роки. Такий поділ дозволяє оцінити, наскільки добре модель, побудована на попередніх історичних даних, відтворює подальшу динаміку викидів.

Перед побудовою ARIMA-моделі було виконано перевірку стаціонарності ряду за допомогою розширеного тесту Дікі — Фуллера. Результати показали, що початковий ряд викидів CO₂ є нестаціонарним: p -значення становило приблизно 0,6999, що перевищує рівень значущості 0,05. Після застосування першого диференціювання p -значення зменшилося до приблизно 0,000053, що свідчить про досягнення стаціонарності. Отже, для подальшого моделювання було використано порядок інтегрування $d = 1$.

Результати перевірки стаціонарності наведено в таблиці 3.3.

Таблиця 3.3 — Результати перевірки стаціонарності ряду
антропогенних викидів CO₂

Ряд даних	ADF- статистика	p- значен ня	K-ть лагів	K-ть спостережень	Критичне значення 1%	Критичне значення 5%	Критичне значення 10%
Річні викиди CO ₂	-1,1374	0,6999	4	46	-3,5813	-2,9268	-2,6015
Перша різниця річних викидів CO ₂	-4,8063	0,00005 3	0	49	-3,5715	-2,9226	-2,5993
Логарифм річних викидів CO ₂	-2,4300	0,1335	1	49	-3,5715	-2,9226	-2,5993
Перша різниця логарифма річних викидів CO ₂	-4,5632	0,00015 1	0	49	-3,5715	-2,9226	-2,5993

Оскільки часовий ряд викидів має значний масштаб значень і довгострокову зростаючу динаміку, у процесі моделювання також було розглянуто логарифмоване представлення ряду. Логарифмування дозволяє зменшити вплив масштабу та зробити модель стабільнішою щодо відносних змін показника. Після побудови прогнозу результати було повернуто до початкової шкали вимірювання, тобто до млн т CO₂.

Після визначення порядку диференціювання було виконано підбір параметрів ARIMA(p, d, q). Оскільки за результатами тестування встановлено $d=1$, порівнювалися моделі з різними значеннями авторегресійного параметра p та параметра ковзного середнього q . Для вибору моделі використовувалися інформаційні критерії AIC і BIC, а також якість відтворення даних на тестовому періоді. За результатами перебору найкращою специфікацією було

обрано модель ARIMA(1,1,2), яка мала найкраще співвідношення між якістю та складністю.

Порівняння результатів підбору параметрів наведено в таблиці 3.4.

Таблиця 3.4 — Результати підбору параметрів ARIMA-моделі для прогнозування викидів CO₂

p	d	q	AIC	BIC
1	1	2	-228,3529	-220,7048
2	1	1	-227,1752	-219,5271
1	1	1	-226,7154	-220,9793
3	1	1	-226,6601	-217,1000
1	1	3	-225,1482	-215,5881
3	1	2	-225,1262	-213,6541
2	1	2	-225,1090	-215,5489
2	1	3	-224,8940	-213,4219
3	1	3	-222,9271	-209,5430
3	1	0	-222,5696	-214,9216
1	1	0	-221,3074	-217,4834
2	1	0	-220,5402	-214,8041
0	1	3	-210,3875	-202,7394
0	1	2	-209,5453	-203,8093
0	1	1	-204,6809	-200,8568
0	1	0	-181,7900	-179,8780

Обрана модель ARIMA(1,1,2) була перевірена на тестовому періоді 2001 — 2024 років. Значення середньої абсолютної похибки становило приблизно 2914,71 млн т CO₂, корінь середньоквадратичної похибки — приблизно 3176,42 млн т CO₂, а середня абсолютна відсоткова похибка — приблизно 8,45%. Для глобального ряду антропогенних викидів, який залежить від економічних, енергетичних і політичних факторів, такий рівень відносної похибки є прийнятним для побудови базової статистичної траєкторії.

Метрики якості обраної моделі наведено в таблиці 3.5.

Таблиця 3.5 — Метрики якості ARIMA(1,1,2) на тестовому періоді

MAE	RMSE	MAPE, %	Найкращий порядок моделі	AIC на навчальній вибірці	BIC на навчальній вибірці
2642,5383	2899,8690	7,6971	ARIMA(1,1,2)	-228,3529	-220,7048

Додатково ARIMA-модель було порівняно з простішими базовими підходами, зокрема наївною моделлю, моделлю із дрейфом та моделлю Хольта. За значенням RMSE обрана ARIMA-модель показала кращий результат, що підтверджує доцільність її використання саме як базової прогностної моделі для ряду антропогенних викидів CO₂. На рисунку 3.6 наведено порівняння фактичних значень викидів CO₂ на тестовому періоді та прогнозу, отриманого за моделлю ARIMA(1,1,2).

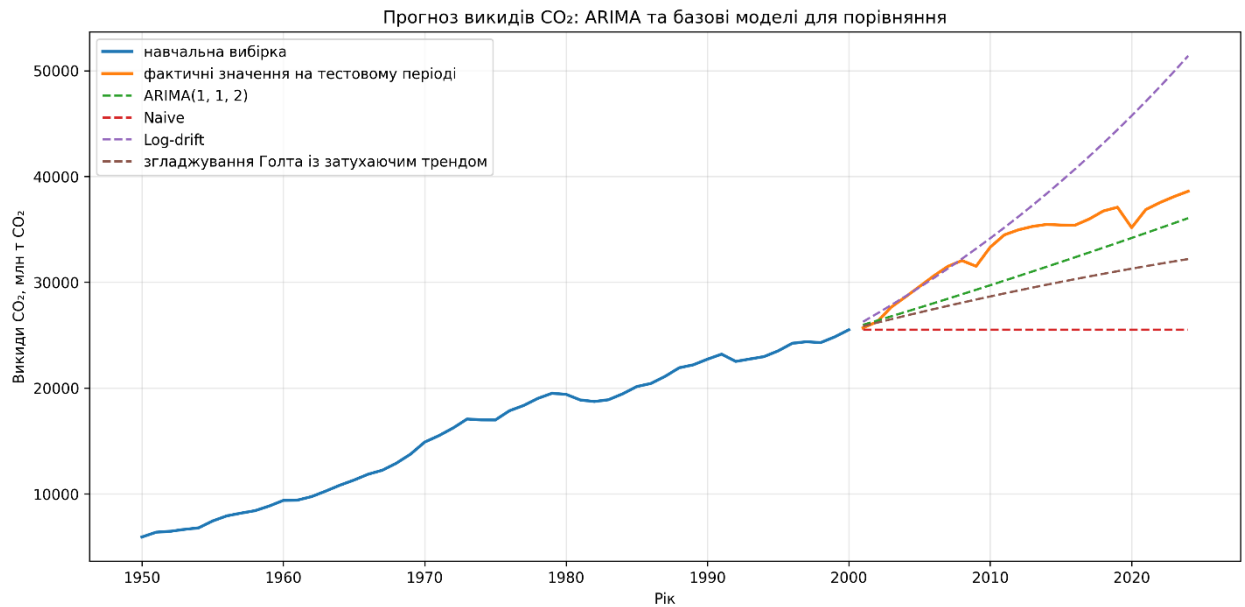


Рисунок 3.6 — Порівняння ARIMA(1,1,2) з базовими моделями прогнозування викидів CO₂ на тестовому періоді

З рисунка 3.6 видно, що модель загалом відтворює напрям динаміки викидів на тестовому інтервалі, хоча не може повністю врахувати окремі короткострокові відхилення. Це є очікуваним, оскільки ARIMA-модель

використовує лише внутрішню часову структуру ряду та не враховує зовнішні фактори, такі як економічні кризи, зміни енергетичної політики, пандемічні обмеження або технологічні зрушення.

Для перевірки адекватності моделі було виконано діагностику залишків $ARIMA(1,1,2)$. Залишки моделі не повинні містити значущої автокореляції, оскільки її наявність свідчила б про те, що модель не врахувала частину часової структури ряду. Також важливо, щоб залишки не мали вираженого тренду або систематичного зміщення, а їхній розподіл був наближеним до нормального.

Динаміку залишків моделі у часі наведено на рисунку 3.7.

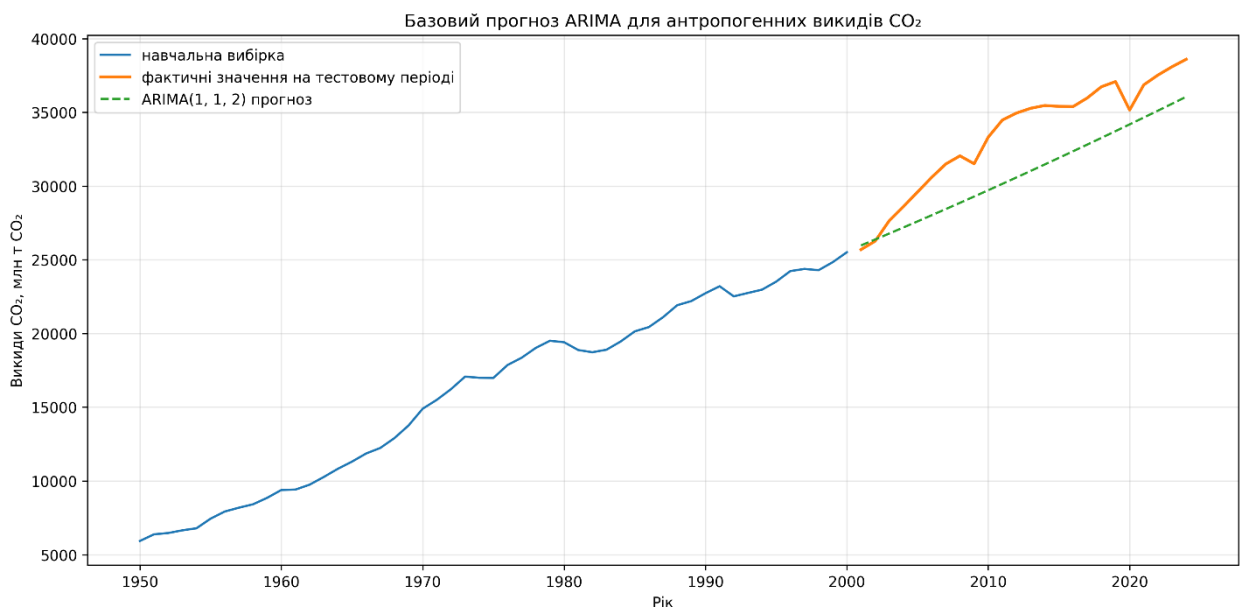


Рисунок 3.7 — Прогноз антропогенних викидів CO₂ на тестовому періоді за моделлю $ARIMA(1,1,2)$

З рисунка 3.7 видно, що залишки коливаються навколо нульового рівня та не демонструють очевидного стійкого тренду. Це свідчить про те, що модель загалом коректно відтворює основну часову структуру ряду антропогенних викидів CO₂.

Для додаткової перевірки форми розподілу залишків було побудовано гістограму, яку наведено на рисунку 3.8.

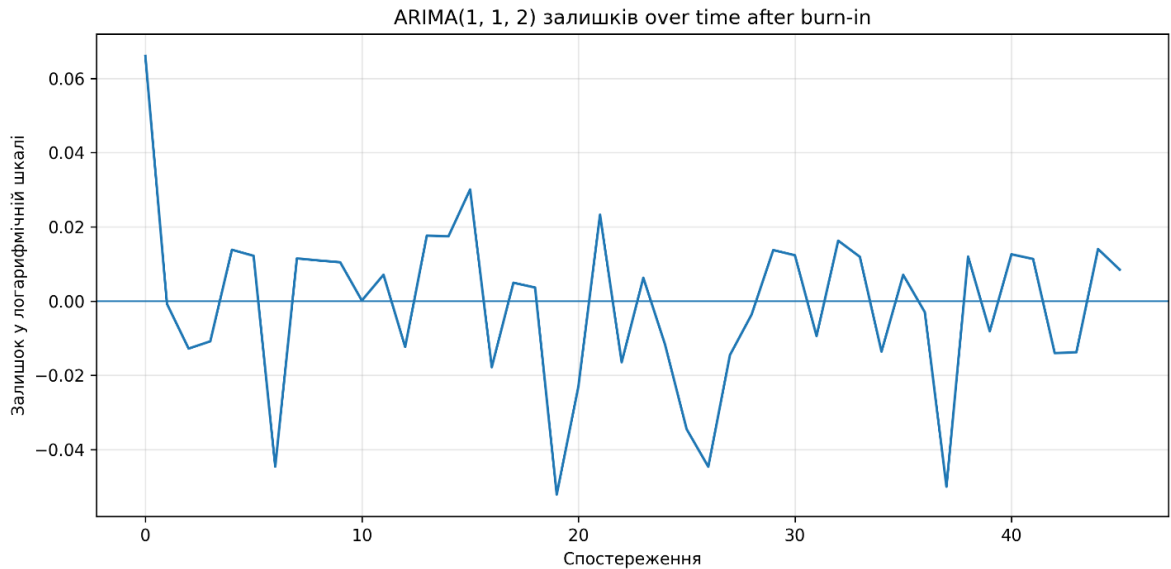


Рисунок 3.8 — Динаміка залишків моделі ARIMA(1,1,2) у часі

Для додаткової перевірки розподілу залишків було побудовано гістограму на рис. 3.9. Вона дає змогу оцінити, чи зосереджені похибки моделі поблизу нульового значення та чи немає вираженого систематичного зміщення

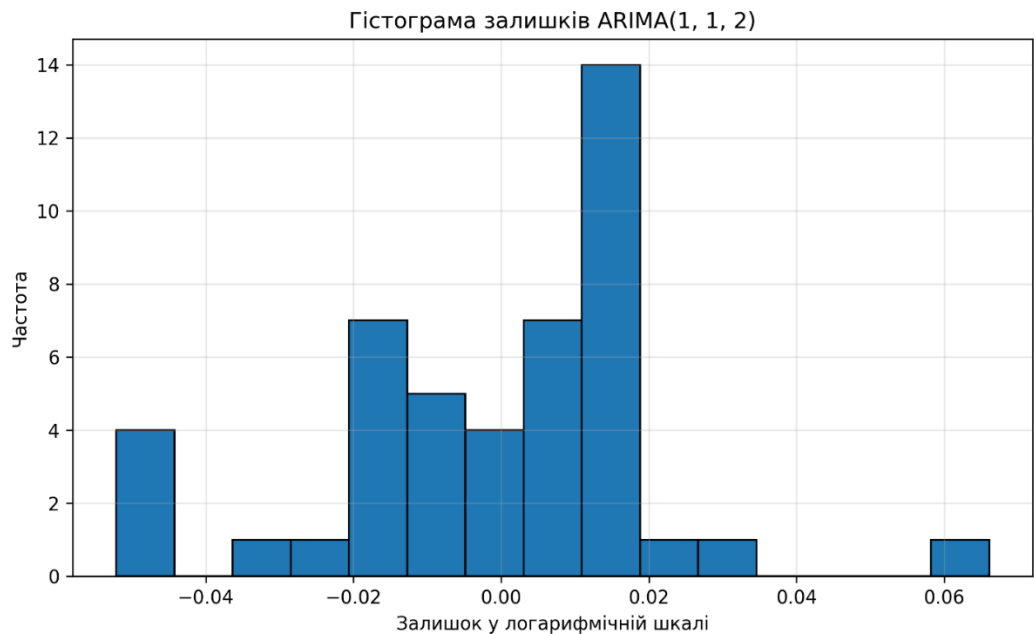


Рисунок 3.9 — Гістограма залишків моделі ARIMA(1,1,2)

Гістограма залишків показує, що більшість похибок зосереджена поблизу нульового значення. Це свідчить про відсутність значного

систематичного зміщення прогнозу. Разом із тим можливі окремі відхилення, що є очікуваним для ряду глобальних викидів, на який можуть впливати зовнішні економічні та політичні чинники.

Наближеність залишків до нормального розподілу також було перевірено за допомогою Q-Q графіка, наведеного на рисунку 3.10.

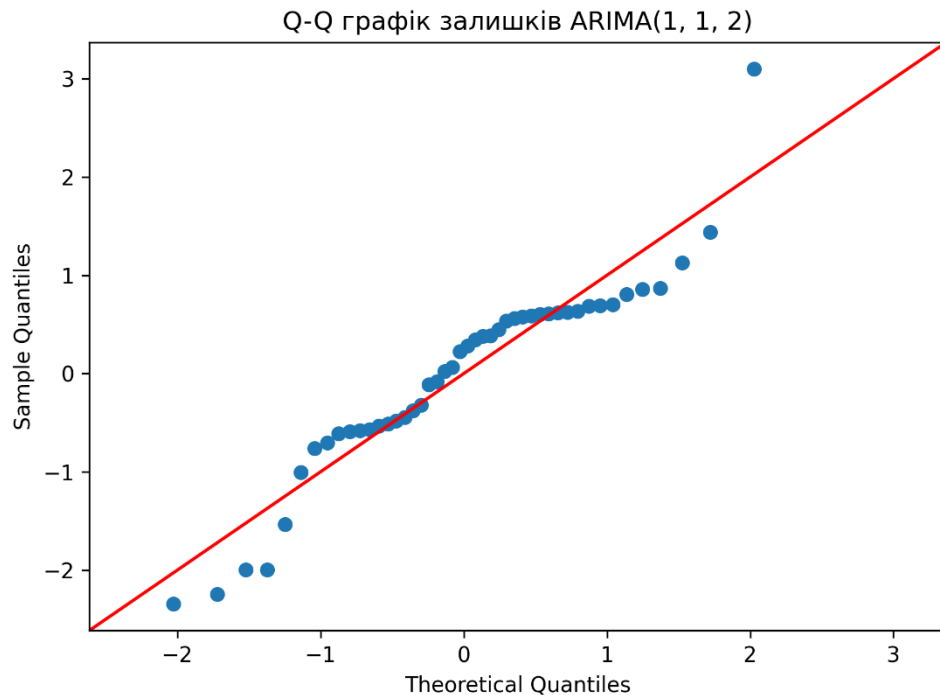


Рисунок 3.10 — Q-Q графік залишків моделі ARIMA(1,1,2)

Q-Q графік свідчить, що розподіл залишків загалом є близьким до нормального, хоча на краях розподілу можуть спостерігатися окремі відхилення. Це узгоджується з результатами тесту Жарка — Бера: р-значення становить приблизно 0,1854, що перевищує рівень значущості 0,05. Отже, немає підстав відхиляти припущення про наближеність залишків до нормального розподілу.

Для перевірки автокореляційної структури залишків було побудовано графіки ACF та PACF, наведені на рисунках 3.11 і 3.12.

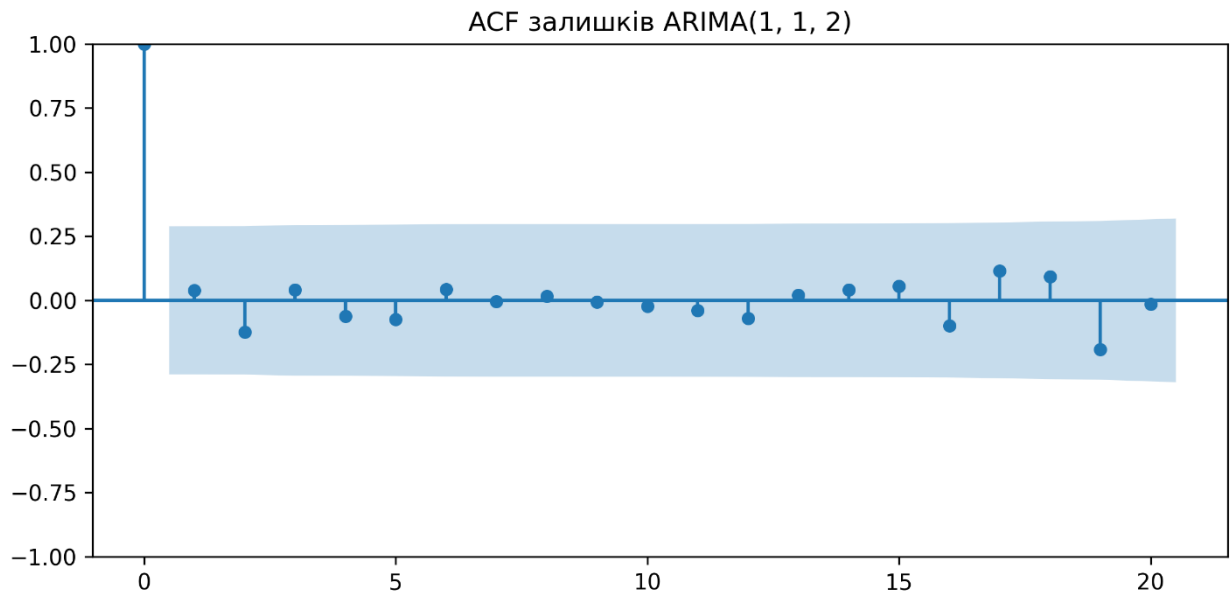


Рисунок 3.11 — ACF залишків моделі ARIMA(1,1,2)

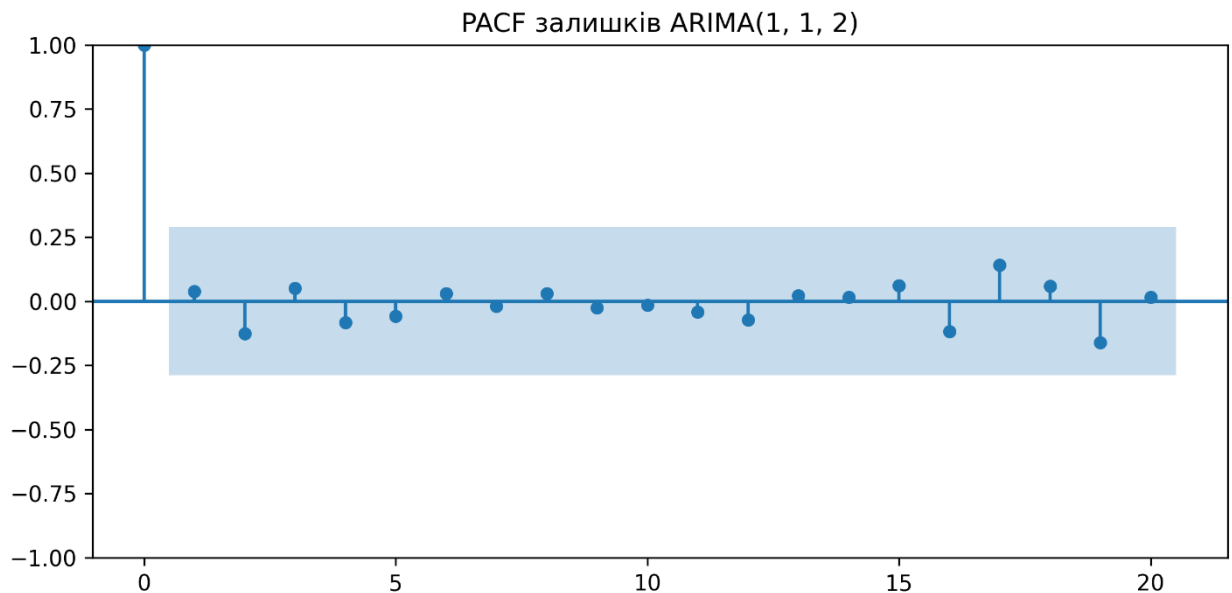


Рисунок 3.12 — PACF залишків моделі ARIMA(1,1,2)

Графіки ACF та PACF не вказують на наявність суттєвої автокореляції залишків. Це підтверджується результатами тесту Льюнга — Бокса, для якого р-значення становить приблизно 0,9986. Оскільки це значення значно перевищує 0,05, немає підстав відхиляти гіпотезу про відсутність автокореляції залишків.

Отже, результати діагностики свідчать, що залишки моделі ARIMA(1,1,2) не містять суттєвої неврахованої часової структури, а їхній розподіл є достатньо близьким до нормального. Це підтверджує прийнятність

моделі для формування базового статистичного прогнозу антропогенних викидів CO₂. Водночас модель слід інтерпретувати саме як статистичне продовження історичної тенденції, а не як повноцінний сценарій майбутнього розвитку, оскільки вона не враховує можливих змін кліматичної політики, структури енергетики або технологічних інновацій.

3.5 Формування прогнозних сценаріїв викидів CO₂

Після побудови базової статистичної траєкторії антропогенних викидів CO₂ за моделлю ARIMA до дослідження було додано офіційні сценарні траєкторії майбутніх викидів. Необхідність використання сценарного підходу зумовлена тим, що майбутня динаміка викидів CO₂ не може бути повністю описана лише продовженням історичного тренду. На неї впливають кліматична політика, темпи декарбонізації, розвиток енергетичних технологій, структура світової економіки, зміни у споживанні енергії та міжнародна координація дій щодо обмеження зміни клімату. Тому сценарії у кліматичних дослідженнях розглядаються не як точні передбачення майбутнього, а як умовні траєкторії, що відображають різні можливі варіанти розвитку подій [7; 10].

У роботі використано сценарні дані з бази сценаріїв AR6, підготовленої Міжнародним інститутом прикладного системного аналізу та використаної у межах Шостого оціночного звіту Міжурядової групи експертів зі зміни клімату. Ця база містить велику кількість модельних траєкторій, які описують можливі варіанти майбутнього розвитку глобальної економіки, енергетики, землекористування та викидів парникових газів. Для цієї дипломної роботи з неї було відібрано глобальні траєкторії антропогенних викидів CO₂, оскільки дослідження спрямоване на аналіз зв'язку між глобальними викидами, концентрацією CO₂, радіаційним впливом і температурною аномалією [7].

Для подальшого аналізу було обрано три сценарні траєкторії, які репрезентують різні рівні майбутніх викидів CO₂: SSP1-2.6, SSP2-4.5 та SSP3-7.0. Ці сценарії належать до сімейства спільних соціально-економічних траєкторій, тобто спільних соціально-економічних траєкторій, які використовуються у сучасних кліматичних дослідженнях для аналізу можливих варіантів розвитку людства та їхнього впливу на кліматичну систему [11; 12].

Сценарій SSP1-2.6 відповідає траєкторії з нижчим рівнем майбутніх викидів і передбачає активніші заходи зі скорочення викидів та перехід до більш сталого розвитку. У контексті даної роботи він використовується як низьковуглецева траєкторія, що дозволяє оцінити наслідки істотнішого обмеження антропогенного навантаження на кліматичну систему.

Сценарій SSP2-4.5 розглядається як проміжна траєкторія. Він відображає розвиток, за якого скорочення викидів відбувається помірно, без різкого переходу до низьковуглецевої економіки. У роботі цей сценарій використовується як середній варіант майбутньої динаміки викидів CO₂.

Сценарій SSP3-7.0 представляє траєкторію високих викидів. Він пов'язаний із повільнішим скороченням використання викопного палива, складнішими умовами міжнародної кліматичної координації та вищим рівнем майбутнього антропогенного навантаження. У дослідженні цей сценарій використовується для оцінювання наслідків збереження високих викидів CO₂.

Характеристику використаних прогнозних траєкторій наведено в таблиці 3.6.

Таблиця 3.6 — Характеристика використаних прогнозних траєкторій викидів CO₂

Траєкторія	Джерело / метод формування	Зміст траєкторії	Призначення дослідження в
Базова траєкторія ARIMA	Власна статистична модель	Продовження історичної динаміки викидів CO ₂	Лінія порівняння для сценаріїв
SSP1-2.6	база сценаріїв AR6	Низьковуглецева траєкторія зі скороченням викидів	Оцінка наслідків зниженого рівня майбутніх викидів
SSP2-4.5	база сценаріїв AR6	Проміжна траєкторія майбутніх викидів	Оцінка помірного сценарію розвитку
SSP3-7.0	база сценаріїв AR6	Траєкторія високих викидів	Оцінка наслідків збереження високого антропогенного навантаження

Перед використанням у моделі сценарні дані було попередньо опрацьовано. Оскільки у базі AR6 для одного сценарію може бути наведено кілька модельних реалізацій, для кожної сценарної групи було сформовано узагальнену траєкторію. Для цього значення викидів було приведено до єдиної одиниці вимірювання, після чого для кожного року було визначено типове значення відповідного сценарію. Такий підхід дозволяє зменшити вплив окремих крайніх модельних оцінок і отримати репрезентативну траєкторію для подальшого порівняння.

Оскільки сценарні дані подаються не завжди з річним кроком, для узгодження з базовим ARIMA-прогнозом було сформовано річні значення сценарних траєкторій до 2050 року. Це забезпечило єдину часову структуру для всіх прогнозних рядів і дало змогу надалі використовувати їх у однаковому

модельному ланцюгу: від викидів CO₂ до концентрації CO₂, радіаційного впливу та температурної аномалії.

Результат порівняння базової ARIMA-траєкторії та сценарних траєкторій викидів CO₂ наведено на рисунку 3.13.

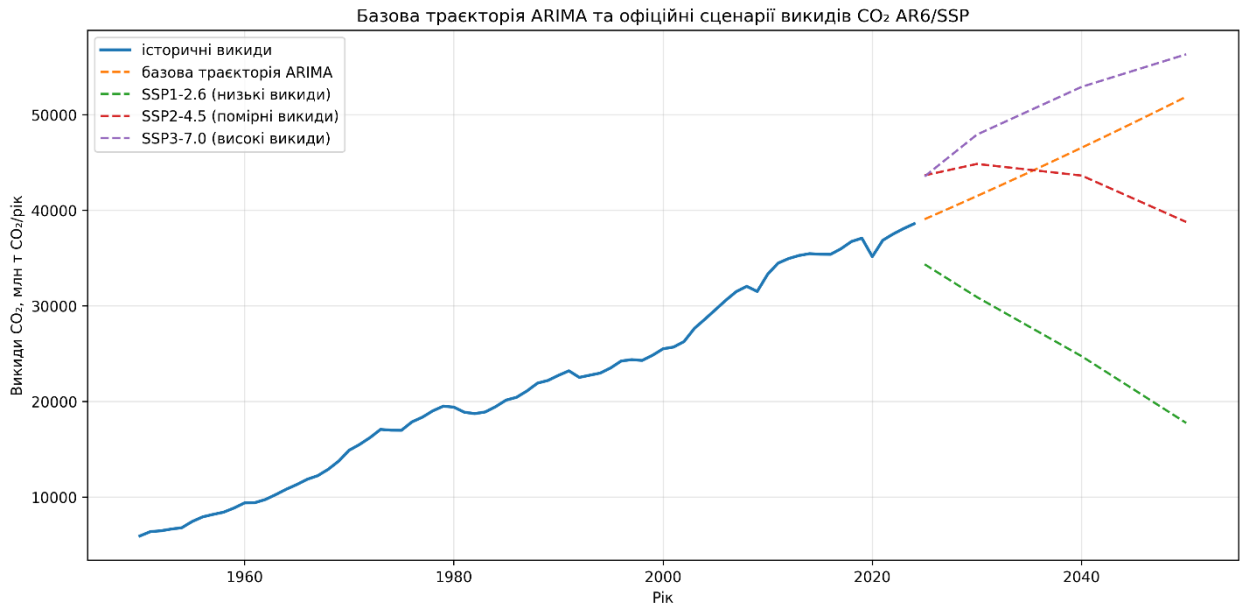


Рисунок 3.13 — Базова ARIMA-траєкторія та сценарні траєкторії викидів CO₂ до 2050 року

З рисунка 3.13 видно, що прогнозні траєкторії суттєво відрізняються залежно від припущень щодо майбутнього розвитку. Базова ARIMA-траєкторія продовжує історичну тенденцію та не враховує можливих структурних змін у світовій енергетиці чи кліматичній політиці. Натомість сценарій SSP1-2.6 демонструє нижчий рівень майбутніх викидів, що відповідає траєкторії активнішого скорочення антропогенного навантаження. SSP2-4.5 займає проміжне положення, тоді як SSP3-7.0 відображає вищий рівень майбутніх викидів.

Сформований набір прогнозних траєкторій має важливе значення для подальших етапів дослідження. Для кожної траєкторії надалі розраховується відповідна атмосферна концентрація CO₂, радіаційний вплив та прогнозна температурна аномалія. Завдяки цьому можна оцінити не лише відмінності у самих викидах, а й те, як різні рівні майбутнього антропогенного

навантаження трансформуються у фізичні та температурні кліматичні показники.

Отже, у цьому підрозділі було сформовано набір прогнозних траєкторій викидів CO₂, який поєднує власну базову ARIMA-траєкторію та офіційні сценарні дані AR6/SSP. Такий підхід дозволяє порівняти статистичне продовження історичної динаміки з альтернативними варіантами майбутнього розвитку, а також створює основу для подальшого моделювання концентрації CO₂, радіаційного впливу та температурної аномалії.

3.6 Моделювання переходу від викидів CO₂ до концентрації CO₂

Після формування базової та сценарних траєкторій антропогенних викидів CO₂ наступним етапом дослідження є моделювання переходу від річних викидів до атмосферної концентрації CO₂. Цей етап є необхідним, оскільки глобальна температура не реагує безпосередньо лише на обсяг викидів в окремому році. Температурна реакція кліматичної системи пов'язана насамперед із накопиченням вуглекислого газу в атмосфері, яке формується під впливом багаторічної динаміки викидів, природного поглинання океаном і наземними екосистемами, а також інерційності вуглецевого циклу [3; 16].

У межах практичної реалізації було побудовано декілька регресійних моделей, які описують зв'язок між антропогенними викидами CO₂ та атмосферною концентрацією CO₂. Для оцінювання моделей використано історичний період, у якому одночасно доступні дані про викиди та концентрацію CO₂. Після формування приросту концентрації початковий модельний період охоплює 1959 — 2024 роки. Навчальна вибірка використовувалася для оцінювання параметрів моделей, а тестова — для перевірки їхньої здатності відтворювати подальшу динаміку концентрації.

У роботі було порівняно три специфікації. Перша модель описує приріст концентрації CO₂ лише через поточні річні викиди. Друга модель додатково враховує лагове значення приросту концентрації, тобто попередню зміну концентрації CO₂. Така специфікація дозволяє частково врахувати інерційність вуглецевого циклу. Третя модель пов'язує абсолютний рівень концентрації CO₂ з кумулятивними антропогенними викидами. Усі ці підходи мають змістовне обґрунтування, однак відрізняються за здатністю відтворювати коротко- та середньострокову динаміку концентрації CO₂.

Результати порівняння моделей наведено в таблиці 3.7.

Таблиця 3.7 — Порівняння моделей переходу від викидів CO₂ до концентрації CO₂

Модель	MAE, млн ⁻¹	RMSE, млн ⁻¹	R ²	Висновок
Лагова модель приросту концентрації	0,3549	0,4222	0,9993	Обрана модель
Базова модель приросту концентрації	0,3619	0,4357	0,9992	Дещо нижча якість
Кумулятивна модель концентрації	2,3972	2,7201	0,9706	Гірше відтворює тестовий період

Як видно з таблиці 3.7, найкращі результати за значеннями MAE та RMSE показала лагова модель приросту концентрації CO₂. Її середня абсолютна похибка становить приблизно 0,355 млн⁻¹, а корінь середньоквадратичної похибки — близько 0,422 млн⁻¹. Це свідчить про високу якість відтворення концентрації CO₂ на тестовому періоді. Базова модель приросту концентрації має близькі, але дещо гірші результати, тоді як кумулятивна модель демонструє значно більші похибки.

Перевага лагової моделі пояснюється тим, що вона враховує не лише поточний рівень викидів, а й попередню динаміку приросту концентрації. Це є важливим для кліматичних даних, оскільки атмосферна концентрація CO₂ змінюється поступово та має інерційний характер. Навіть за коливань річних

викидів концентрація не реагує миттєво, оскільки значна частина вуглекислого газу залишається в атмосфері, а частина поглинається природними резервуарами [3; 16].

Кумулятивна модель має зрозуміле фізичне тлумачення, оскільки концентрація CO_2 справді пов'язана з накопиченими викидами. Проте у межах тестового прогнозування вона виявилася менш точною. Це можна пояснити тим, що кумулятивні викиди мають дуже сильний довгостроковий тренд і гірше відтворюють щорічні зміни концентрації на коротшому тестовому інтервалі. Тому для подальших розрахунків було обрано саме лагову модель приросту концентрації CO_2 .

Графічне порівняння фактичної концентрації CO_2 та значень, отриманих за різними моделями на тестовому періоді, наведено на рисунку 3.14.

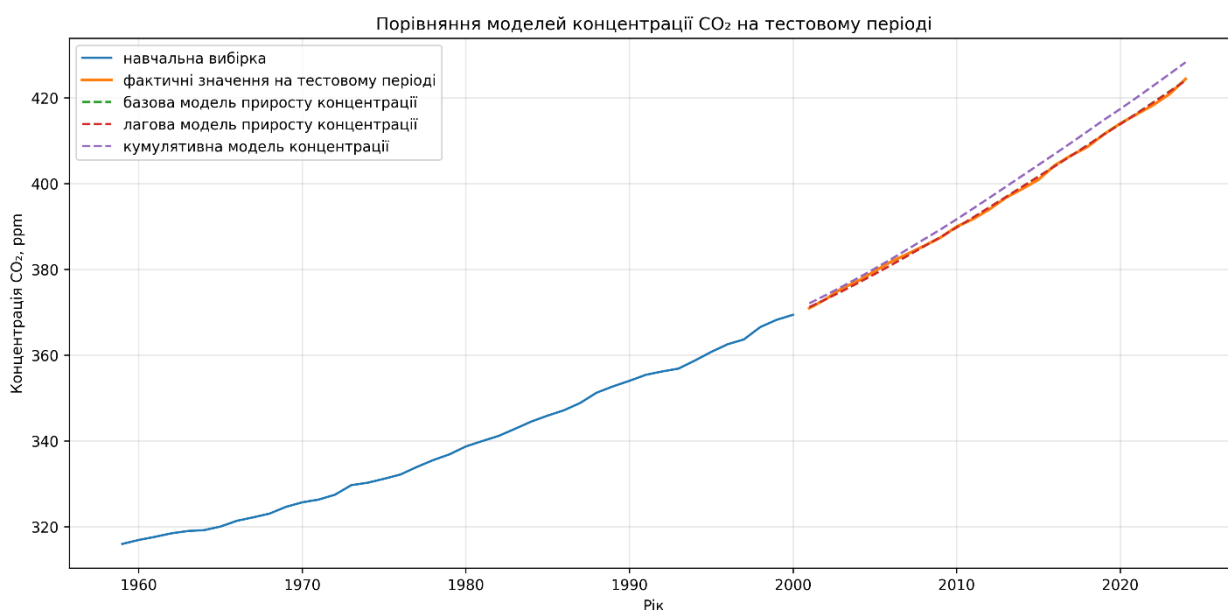


Рисунок 3.14 — Порівняння моделей концентрації CO_2 на тестовому періоді

З рисунка 3.14 видно, що лагова модель приросту концентрації найкраще узгоджується з фактичною траєкторією концентрації CO_2 на тестовому періоді. Вона коректно відтворює плавне зростання концентрації та не створює значних систематичних відхилень. Базова модель також демонструє близькі результати, однак дещо поступається за числовими

метриками. Кумулятивна модель відхиляється від фактичної траєкторії сильніше, що підтверджує результати кількісного порівняння.

Для перевірки адекватності обраної моделі було виконано діагностику залишків. Основні діагностичні показники наведено в таблиці 3.8.

Таблиця 3.8 — Діагностика залишків лагової моделі приросту концентрації CO₂

Показник	Значення	Інтерпретація
Статистика Дарбіна — Вотсона	1,9441	Значення близьке до 2
р-значення тесту Льюнга — Бокса	0,0162	Є ознаки залишкової автокореляції
р-значення тесту Жарка — Бера	0,6144	Немає підстав відхиляти нормальність залишків
Середнє залишків	≈ 0	Відсутнє систематичне зміщення
Стандартне відхилення залишків	0,4544	Помірний масштаб залишкових відхилень

Результати діагностики свідчать, що залишки обраної моделі мають середнє, близьке до нуля, а тест Жарка — Бера не дає підстав відхиляти припущення про їхню наближеність до нормального розподілу. Значення статистики Дарбіна — Вотсона також є близьким до 2, що вказує на відсутність вираженої автокореляції першого порядку. Водночас р-значення тесту Льюнга — Бокса становить приблизно 0,0162, тобто на деяких лагах у залишках може зберігатися статистично значуща автокореляція. Це означає, що модель не повністю відображає всю часову структуру приросту концентрації CO₂.

Динаміку залишків обраної моделі наведено на рисунку 3.15.



Рисунок 3.15 — Динаміка залишків лагової моделі приросту концентрації CO_2 у часі

З рисунка 3.15 видно, що залишки коливаються навколо нульового рівня, однак можуть мати окремі періоди послідовних відхилень. Це узгоджується з результатом тесту Льюнга — Бокса та свідчить про те, що модель варто розглядати як емпіричне наближення, а не як повну фізичну модель вуглецевого циклу.

Гістограму залишків наведено на рисунку 3.16.

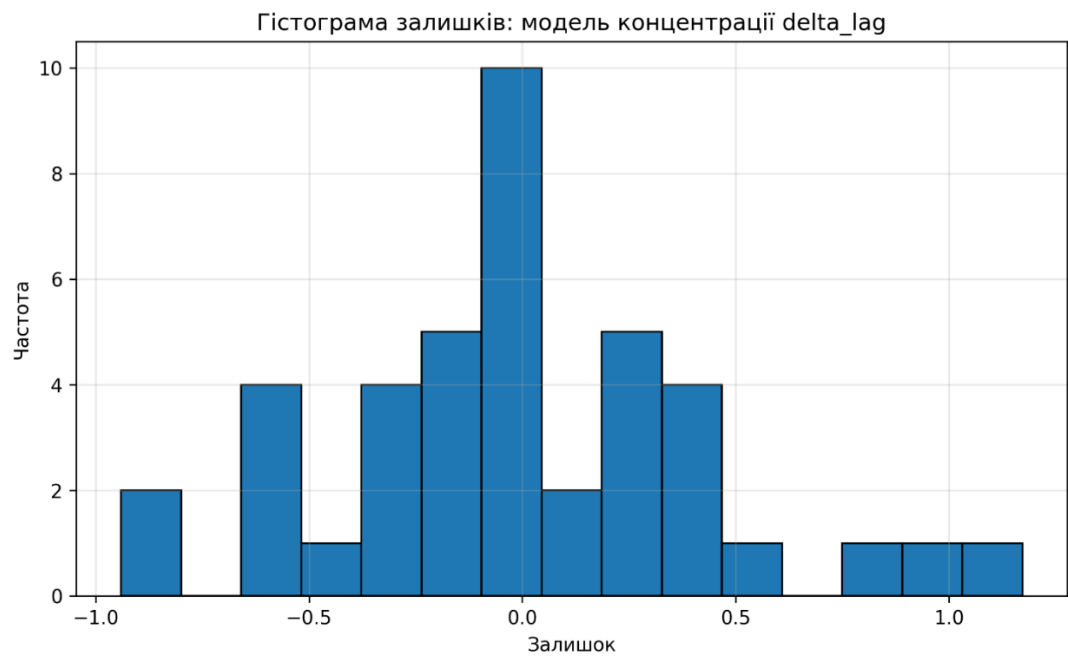


Рисунок 3.16 — Гістограма залишків лагової моделі приросту концентрації CO_2

Гістограма залишків свідчить, що більшість похибок зосереджена поблизу нульового значення, а значного систематичного зміщення не спостерігається. Це підтверджує прийнятність моделі для прогнозного використання в межах обраного горизонту.

Додатково було побудовано Q-Q графік залишків, наведений на рисунку 3.17.

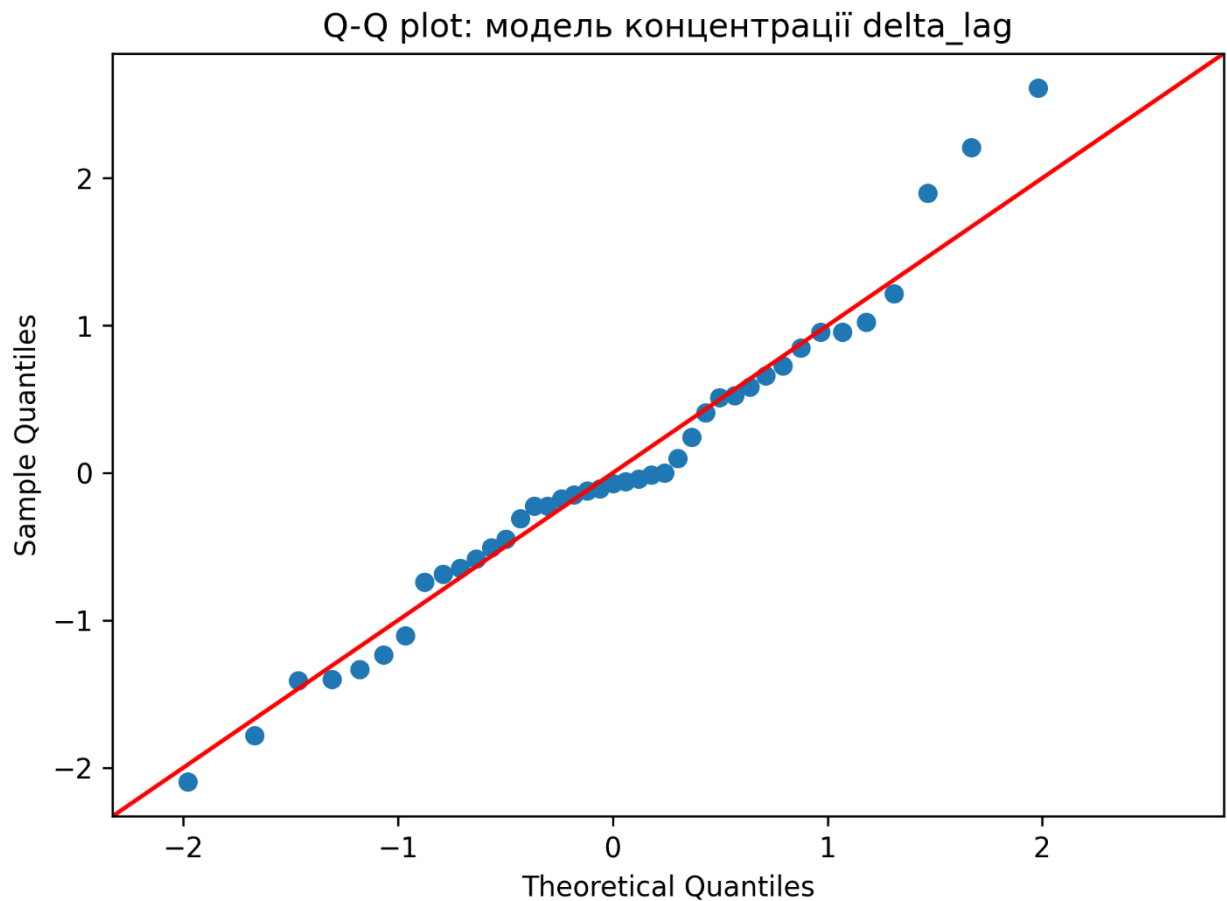


Рисунок 3.17 — Q-Q графік залишків лагової моделі приросту концентрації CO_2

Q-Q графік загалом підтверджує наближеність залишків до нормального розподілу, що також узгоджується з р-значенням тесту Жарка — Бера. Окремі відхилення на краях розподілу є допустимими для реальних кліматичних рядів, які можуть містити вплив зовнішніх факторів і короткострокових коливань.

Для аналізу автокореляційної структури залишків було побудовано графіки ACF та PACF, наведені на рисунках 3.18 і 3.19.

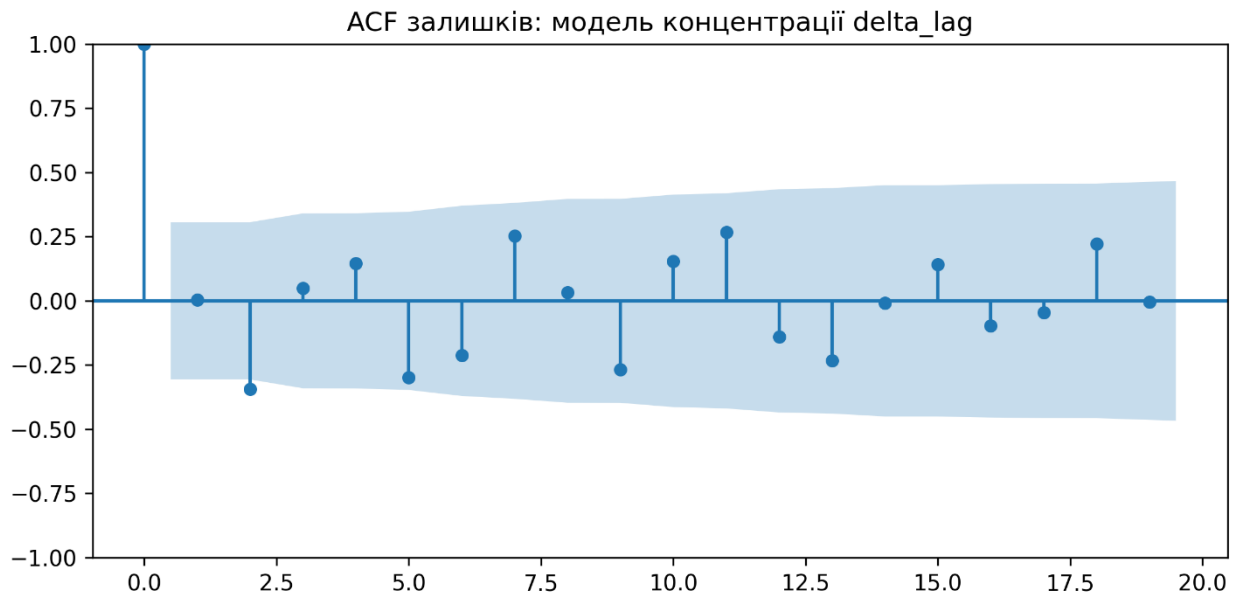


Рисунок 3.18 — ACF залишків лагової моделі приросту концентрації CO₂

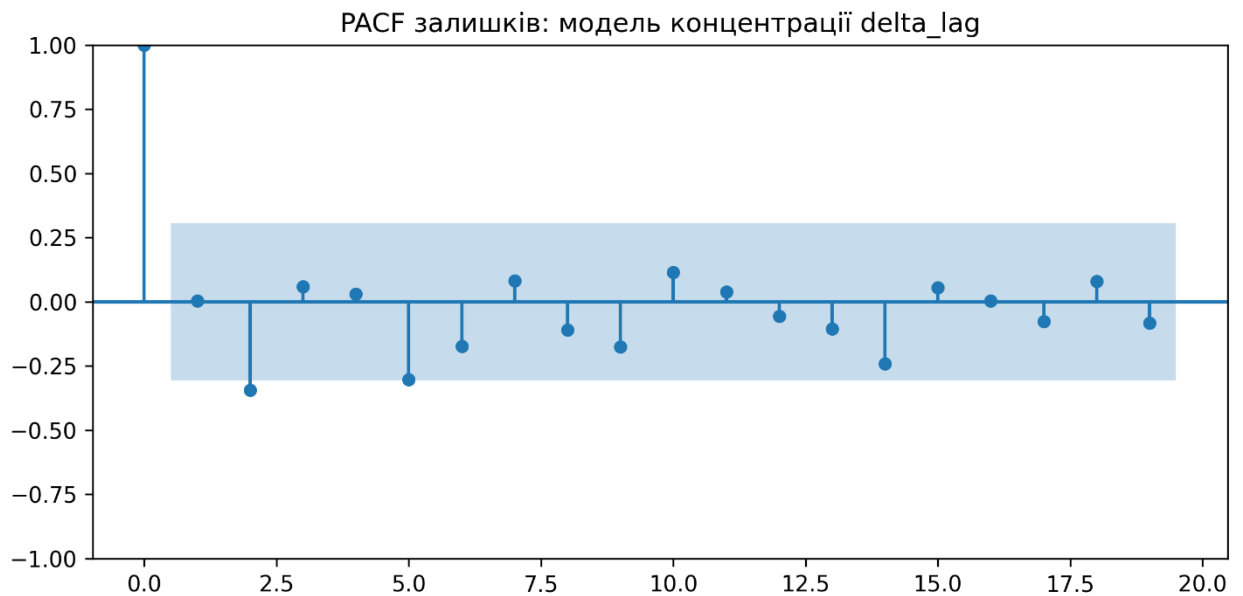


Рисунок 3.19 — PACF залишків лагової моделі приросту концентрації CO₂

Графіки ACF та PACF дають змогу оцінити, чи залишилася у похибках неврахована часова структура. Попри високу якість моделі за MAE та RMSE, результат тесту Льюнга — Бокса вказує на те, що певна залишкова автокореляція все ще може бути присутньою. Тому результати моделі концентрації слід інтерпретувати обережно: вона є достатньо точною для сценарного аналізу та подальшого розрахунку радіаційного впливу, однак не замінює повноцінні фізичні моделі вуглецевого циклу.

Після вибору лагової моделі її було використано для розрахунку майбутньої концентрації CO_2 за кожною прогнозною траєкторією викидів. Отримані значення концентрації надалі виступають вхідними даними для розрахунку радіаційного впливу CO_2 та побудови прогнозу температурної аномалії.

Отже, у цьому підрозділі було побудовано та порівняно декілька моделей переходу від антропогенних викидів CO_2 до атмосферної концентрації CO_2 . Найкращою за прогнозною точністю виявилася лагова модель приросту концентрації, яка враховує як поточні викиди, так і попередню динаміку концентрації. Попри наявність певної залишкової автокореляції, модель демонструє низькі похибки на тестовому періоді та є придатною для подальшого сценарного моделювання.

3.7 Розрахунок радіаційного впливу CO_2 для базової та сценарних траєкторій

Після побудови прогнозних значень атмосферної концентрації CO_2 для базової ARIMA-траєкторії та сценаріїв SSP наступним етапом дослідження є розрахунок радіаційного впливу CO_2 . Цей етап є необхідним, оскільки саме радіаційний вплив виступає проміжною фізично обґрунтованою змінною між концентрацією парникового газу в атмосфері та температурною реакцією кліматичної системи.

Радіаційний вплив характеризує зміну енергетичного балансу Землі внаслідок зміни концентрації парникового газу та вимірюється у Вт/м^2 . У випадку CO_2 збільшення концентрації в атмосфері посилює поглинання вихідного інфрачервоного випромінювання, що створює додатний енергетичний дисбаланс і сприяє підвищенню глобальної температури поверхні Землі [2; 5].

Для розрахунку радіаційного впливу CO₂ нагадаємо, що логарифмічна залежність між концентрацією CO₂ та зміною радіаційного балансу, яка була детально розглянута у розділі 2, див., зокрема, формулу (2.2), має вид:

$$\Delta F = 5,35 \ln \left(\frac{C}{C_0} \right)$$

де ΔF — зміна радіаційного впливу;

C — поточна або прогнозна концентрація CO₂ в атмосфері;

C_0 — базова концентрація CO₂ в атмосфері.

У практичній реалізації базове значення концентрації C_0 прийнято на рівні 278 млн⁻¹. Такий підхід відповідає загальній логіці кліматичних розрахунків, де радіаційний вплив визначається відносно доіндустріального рівня концентрації CO₂. Використання логарифмічної форми залежності є важливим, оскільки вплив CO₂ на радіаційний баланс не зростає лінійно зі збільшенням концентрації. Це означає, що кожне наступне однакове абсолютне збільшення концентрації CO₂ створює менший граничний приріст радіаційного впливу, ніж попереднє, хоча загальний вплив продовжує зростати [5].

Розрахунок було виконано для всіх прогнозних траєкторій, сформованих у попередніх підрозділах: базової статистичної траєкторії ARIMA, а також сценаріїв SSP1-2.6, SSP2-4.5 і SSP3-7.0. Сценарії SSP використовуються для опису альтернативних соціально-економічних і емісійних траєкторій майбутнього розвитку. У межах цієї роботи SSP1-2.6 розглядається як низьковуглецева траєкторія, SSP2-4.5 — як проміжний сценарій, а SSP3-7.0 — як траєкторія високих майбутніх викидів [7; 11; 12].

Результати розрахунку концентрації CO₂ та відповідного радіаційного впливу для окремих років прогнозного періоду наведено в таблиці 3.9.

Таблиця 3.9 — Радіаційний вплив CO₂ за базовою та сценарними траєкторіями

Рік	Траєкторія	Концентрація CO ₂ , млн ⁻¹	Радіаційний вплив CO ₂ , Вт/м ²
2030	Базова траєкторія ARIMA	440,54	2,463
Рік	Траєкторія	Концентрація CO ₂ , млн ⁻¹	Радіаційний вплив CO ₂ , Вт/м ²
2030	SSP1-2.6, низькі викиди	437,61	2,427
2030	SSP2-4.5, помірні викиди	442,06	2,481
2030	SSP3-7.0, високі викиди	442,63	2,488
2040	Базова траєкторія ARIMA	470,09	2,810
2040	SSP1-2.6, низькі викиди	456,53	2,654
2040	SSP2-4.5, помірні викиди	471,56	2,827
2040	SSP3-7.0, високі викиди	476,25	2,880
2050	Базова траєкторія ARIMA	502,95	3,172
2050	SSP1-2.6, низькі викиди	471,25	2,824
2050	SSP2-4.5, помірні викиди	499,01	3,130

Продовження таблиці 3.9

Рік	Траєкторія	Концентрація CO ₂ , млн ⁻¹	Радіаційний вплив CO ₂ , Вт/м ²
2050	SSP3-7.0, високі викиди	512,48	3,272

Як видно з таблиці 3.9, у 2030 році відмінності між траєкторіями залишаються відносно невеликими. Радіаційний вплив CO₂ змінюється від 2,427 Вт/м² за сценарієм SSP1-2.6 до 2,488 Вт/м² за сценарієм SSP3-7.0. Це пояснюється інерційним характером атмосферної концентрації CO₂: навіть за різних майбутніх траєкторій викидів концентрація не змінюється миттєво, оскільки вона формується під впливом уже накопичених попередніх викидів.

До 2040 року різниця між сценаріями стає більш помітною. За низьковуглецевим сценарієм SSP1-2.6 радіаційний вплив становить 2,654 Вт/м², тоді як за сценарієм високих викидів SSP3-7.0 він досягає 2,880 Вт/м². Таким чином, на цьому етапі вже проявляється накопичувальний ефект різних траєкторій майбутніх викидів: чим довше зберігається розрив між сценаріями, тим сильніше він відображається на концентрації CO₂ та відповідному радіаційному впливі.

Найбільші відмінності спостерігаються наприкінці прогнозного горизонту. У 2050 році за базовою траєкторією ARIMA концентрація CO₂ становить 502,95 млн⁻¹, що відповідає радіаційному впливу 3,172 Вт/м². За сценарієм SSP1-2.6 концентрація є нижчою — 471,25 млн⁻¹, а радіаційний вплив становить 2,824 Вт/м². Натомість за сценарієм SSP3-7.0 концентрація зростає до 512,48 млн⁻¹, а радіаційний вплив — до 3,272 Вт/м². Різниця між низьковуглецевою та високовуглецевою траєкторіями у 2050 році становить приблизно 0,449 Вт/м².

Графічне представлення майбутнього радіаційного впливу CO₂ за базовою та сценарними траєкторіями наведено на рисунку 3.20.

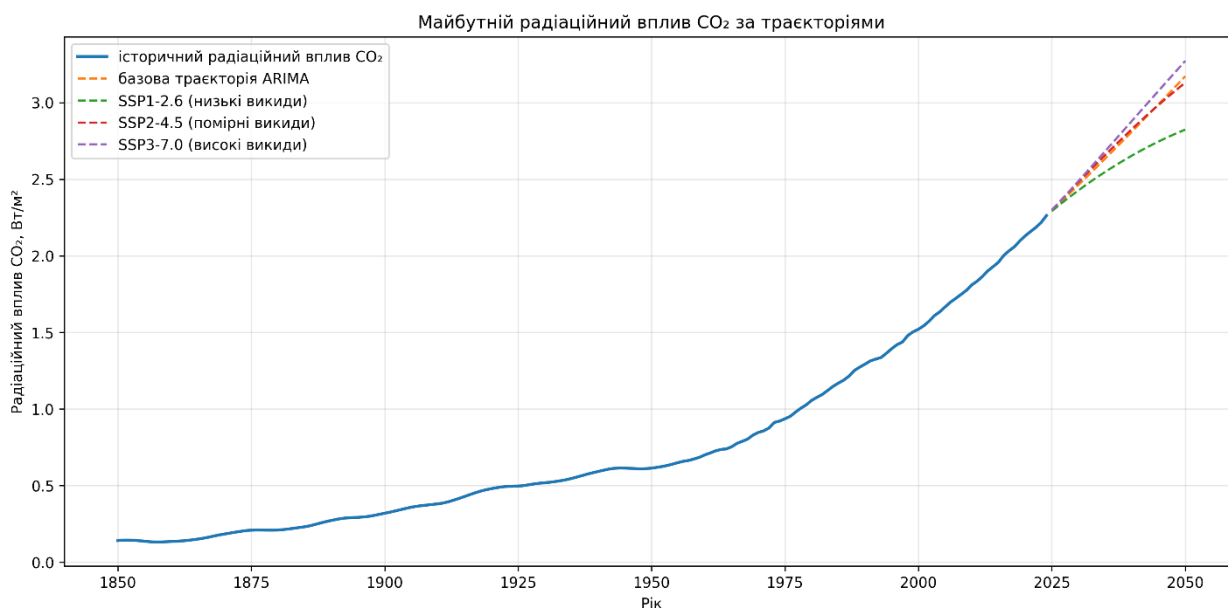


Рисунок 3.20 — Майбутній радіаційний вплив CO₂ за траєкторіями

З рисунка 3.20 видно, що всі розглянуті траєкторії демонструють зростання радіаційного впливу CO₂ упродовж прогностичного періоду. Водночас темпи цього зростання суттєво відрізняються. Найнижчу траєкторію формує сценарій SSP1-2.6, який відповідає нижчому рівню майбутніх викидів. Найвищу траєкторію формує сценарій SSP3-7.0, що відображає збереження високого антропогенного навантаження. Базова ARIMA-траєкторія займає проміжне положення, однак у довгостроковій перспективі наближається до сценарію помірних викидів SSP2-4.5.

Отримані результати підтверджують, що різні траєкторії майбутніх викидів CO₂ поступово трансформуються у відмінності не лише концентрації CO₂, а й радіаційного впливу. Оскільки радіаційний вплив є безпосереднім фізичним показником зміни енергетичного балансу Землі, саме він використовується на наступному етапі як вхідна змінна для моделювання температурної аномалії.

Важливо зазначити, що в межах цієї роботи розраховується лише радіаційний вплив CO₂. Повний антропогенний радіаційний вплив включає також інші парникові гази, аерозолі, зміни землекористування та інші чинники. Однак фокус дослідження спрямований саме на вплив CO₂, тому

виділення вуглецевої компоненти дозволяє ізольовано оцінити внесок різних траєкторій антропогенних викидів CO_2 у подальшу зміну кліматичних показників [2].

Отже, у цьому підрозділі було виконано перехід від прогнозної концентрації CO_2 до радіаційного впливу для базової та сценарних траєкторій. Розрахунки показали, що за всіма траєкторіями радіаційний вплив CO_2 продовжує зростати до 2050 року, однак його рівень суттєво залежить від майбутньої динаміки викидів. Найменше зростання спостерігається за сценарієм SSP1-2.6, а найбільше — за сценарієм SSP3-7.0. Отримані значення радіаційного впливу використовуються в наступному підрозділі для моделювання глобальної температурної аномалії.

3.8 Моделювання температурної аномалії на основі радіаційного впливу

Після розрахунку радіаційного впливу CO_2 наступним етапом дослідження є побудова моделі зв'язку між цим показником і глобальною середньорічною температурною аномалією. Радіаційний вплив у цьому випадку виступає фізично обґрунтованою пояснювальною змінною, що характеризує зміну енергетичного балансу кліматичної системи внаслідок зростання концентрації CO_2 в атмосфері [2; 5].

Глобальна температурна аномалія не реагує на зміну радіаційного впливу миттєво. Це пояснюється інерційністю кліматичної системи, зокрема високою теплоємністю Світового океану, який поглинає значну частину надлишкової енергії та уповільнює температурну реакцію. Тому в моделюванні було розглянуто не лише поточне значення радіаційного впливу, а й лагове значення та згладжений показник у вигляді ковзного середнього. Такий підхід відповідає теоретичній логіці, описаній у підрозділі 2.7, де

наголошувалося на необхідності врахування відкладеної температурної реакції кліматичної системи [17; 18].

Для побудови температурної моделі було сформовано окремий набір даних, що містить річні значення глобальної температурної аномалії, атмосферної концентрації CO₂ та розрахованого на її основі радіаційного впливу CO₂. Період моделювання охоплює 1958 — 2024 роки, оскільки саме з цього періоду наявні узгоджені дані щодо атмосферної концентрації CO₂. Для перевірки прогностної якості моделі дані було поділено на навчальну та тестову вибірки: навчальний період охоплював 1958 — 2000 роки, а тестовий — 2001 — 2024 роки.

У роботі було розглянуто три специфікації регресійної моделі.

1. Модель із поточним радіаційним впливом CO₂;
2. Модель із поточним і лаговим радіаційним впливом CO₂;
3. Модель із 5-річним ковзним середнім радіаційного впливу CO₂.

Перша специфікація описує температурну аномалію як функцію поточного значення радіаційного впливу за формулою (див. також розділ 2):

$$T_t = \alpha + \beta F_t + \varepsilon_t$$

де T_t — глобальна температурна аномалія у році t ;

F_t — радіаційний вплив CO₂ у році t ;

α — вільний член моделі;

β — коефіцієнт температурної реакції на зміну радіаційного впливу;

ε_t — випадкова похибка моделі.

Друга специфікація додатково враховує лагове значення радіаційного впливу за формулою (див. також розділ 2):

$$T_t = \alpha + \beta_1 F_t + \beta_2 F_{t-1} + \varepsilon_t$$

де F_t — поточний радіаційний вплив CO₂;

F_{t-1} — радіаційний вплив CO₂ у попередньому році;

β_1 — коефіцієнт при поточному радіаційному впливі;

β_2 — коефіцієнт при лаговому радіаційному впливі.

Така модель формально враховує відкладену реакцію температури на зміну радіаційного впливу. Проте через плавний характер зміни концентрації CO₂ поточний і лаговий радіаційний вплив майже повністю корелюють між собою. У побудованому наборі даних кореляція між F_t та F_{t-1} становить приблизно 0,9999, а значення VIF для цієї специфікації перевищує 42591. Це свідчить про дуже сильну мультиколінеарність, через яку окремі коефіцієнти моделі стають нестійкими та складними для змістовної інтерпретації [6;13].

Третя специфікація використовує 5-річне ковзне середнє радіаційного впливу за формулою (див. також розділ 2):

$$F_t^{\text{MA5}} = \frac{1}{5} \sum_{j=0}^4 F_{t-j}$$

де F_t^{MA5} — 5-річне ковзне середнє радіаційного впливу CO₂ у році t ;

F_{t-j} — значення радіаційного впливу CO₂ з лагом j ;

$j = 0,1,2,3,4$ — роки, що входять до п'ятирічного вікна згладжування.

Тоді модель температурної аномалії має вигляд за формулою (див. також розділ 2):

$$T_t = \alpha + \beta F_t^{\text{MA5}} + \varepsilon_t$$

де T_t — глобальна температурна аномалія у році t ;

F_t^{MA5} — 5-річне ковзне середнє радіаційного впливу CO₂;

α — вільний член моделі;

β — коефіцієнт температурної реакції на зміну згладженого радіаційного впливу;

ε_t — випадкова похибка моделі.

Цей підхід дозволяє врахувати інерційність кліматичної системи без одночасного включення до моделі кількох майже ідентичних пояснювальних змінних. Згладжений радіаційний вплив відображає не одиничне значення впливу в конкретному році, а середній енергетичний дисбаланс за останні п'ять років. Саме тому така модель є більш інтерпретованою для подальшого сценарного прогнозування.

Результати порівняння трьох температурних моделей на тестовому періоді наведено в таблиці 3.10.

Таблиця 3.10 — Порівняння моделей температурної аномалії на основі радіаційного впливу CO₂

Модель	Пояснювальні змінні	MAE, °C	RMSE, °C	R ²	Оцінка реакції на 1 Вт/м ²	Оцінка реакції на подвоєння CO ₂ , °C
Модель із поточним і лаговим радіаційним впливом	F_t, F_{t-1}	0,0854	0,1072	0,6900	0,5818	2,1526
Модель із 5-річним ковзним середнім радіаційного впливу	F_t^{MA5}	0,0928	0,1181	0,6241	0,6853	2,5355
Модель із поточним радіаційним впливом	F_t	0,0948	0,1215	0,6020	0,6599	2,4417

Як видно з таблиці 3.10, найменше значення RMSE має модель із поточним і лаговим радіаційним впливом — 0,1072 °C. Однак її не було обрано як фінальну через надзвичайно високу мультиколінеарність між пояснювальними змінними. За таких умов модель може демонструвати кращі числові метрики на тестовому періоді, але її коефіцієнти не мають стійкої змістовної інтерпретації. Це є суттєвим обмеженням, оскільки в межах

дипломної роботи важливо не лише отримати точний прогноз, а й зберегти зрозумілу логіку переходу від радіаційного впливу до температурної реакції.

Фінальною для подальшого аналізу було обрано модель із 5-річним ковзним середнім радіаційного впливу. Її RMSE становить $0,1181\text{ }^{\circ}\text{C}$, що лише незначно гірше за модель із лаговим фактором, однак вона має суттєво кращу інтерпретованість. Вільний член моделі становить приблизно $-0,6205$, а коефіцієнт при 5-річному ковзному середньому радіаційного впливу дорівнює приблизно $0,6853$. Це означає, що збільшення згладженого радіаційного впливу CO_2 на 1 Вт/м^2 у межах побудованої емпіричної моделі пов'язане із середнім зростанням температурної аномалії приблизно на $0,685\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Окремо було оцінено наближену температурну реакцію на подвоєння концентрації CO_2 . Для цього використано стандартне наближення, за якого подвоєння концентрації CO_2 відповідає радіаційному впливу близько $3,7\text{ Вт/м}^2$. У межах обраної моделі така реакція становить приблизно $2,54\text{ }^{\circ}\text{C}$. Це значення не слід ототожнювати з повною рівноважною кліматичною чутливістю, оскільки модель є емпіричною, враховує лише CO_2 -компоненту та не включає всі чинники кліматичної системи. Проте отримана оцінка є змістовною як характеристика температурної реакції в межах побудованого статистичного зв'язку між CO_2 -впливом і температурною аномалією.

Графічне порівняння фактичної температурної аномалії та прогнозів за трьома моделями на тестовому періоді наведено на рисунку 3.21.

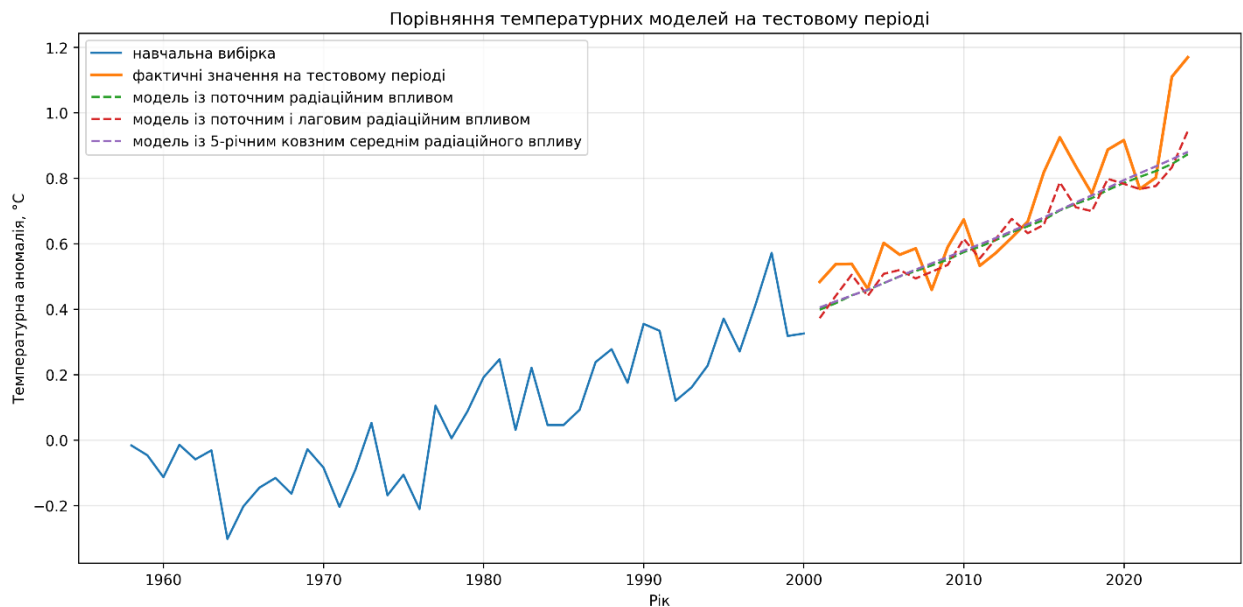


Рисунок 3.21 — Порівняння температурних моделей на тестовому періоді

З рисунка 3.21 видно, що всі три моделі загалом відтворюють довгострокову висхідну тенденцію температурної аномалії. Водночас короткострокові коливання температури відтворюються не повністю, що є очікуваним результатом. Глобальна температура залежить не лише від концентрації CO_2 та відповідного радіаційного впливу, а й від інших факторів: внутрішньої кліматичної мінливості, вулканічної активності, аерозолів, сонячної мінливості, океанічних процесів та інших природних і антропогенних чинників [2]. Тому побудована модель має розглядатися як оцінка довгострокової температурної реакції на CO_2 -компоненту радіаційного впливу, а не як повна кліматична модель.

Для перевірки статистичної адекватності фінальної моделі було виконано діагностику її залишків. Основні результати наведено в таблиці 3.11.

Таблиця 3.11 — Діагностика залишків фінальної температурної моделі

Показник	Значення	Інтерпретація
Статистика Дарбіна — Вотсона	1,6134	Помірне наближення до відсутності автокореляції першого порядку

Продовження таблиці 3.11

Показник	Значення	Інтерпретація
р-значення тесту Льюнга — Бокса	0,1007	Немає підстав відхиляти гіпотезу про відсутність автокореляції залишків
р-значення тесту Жарка — Бера	0,4909	Немає підстав відхиляти нормальність залишків
Середнє залишків	≈ 0	Відсутнє систематичне зміщення
Стандартне відхилення залишків	0,1045	Помірний масштаб залишкових відхилень

Результати діагностики свідчать, що залишки фінальної температурної моделі загалом відповідають вимогам статистичної адекватності. р-значення тесту Льюнга — Бокса становить 0,1007, тобто перевищує рівень значущості 0,05. Це означає, що немає підстав стверджувати про наявність статистично значущої автокореляції залишків. р-значення тесту Жарка — Бера становить 0,4909, що також перевищує 0,05, тому немає підстав відхиляти припущення про наближеність залишків до нормального розподілу [20; 22]. Значення статистики Дарбіна — Вотсона дорівнює 1,6134, що не є ідеально близьким до 2, однак не свідчить про критичну автокореляцію першого порядку [21]. Динаміку залишків фінальної температурної моделі наведено на рисунку 3.22.

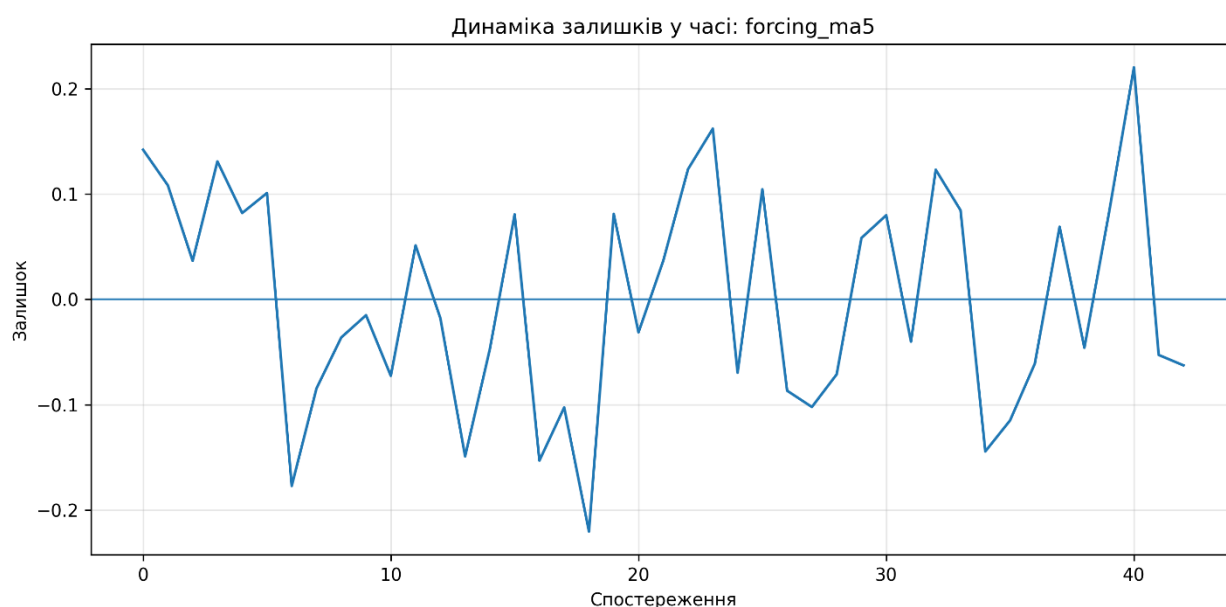


Рисунок 3.22 — Динаміка залишків фінальної температурної моделі у часі

З рисунка 3.22 видно, що залишки коливаються навколо нульового рівня та не мають очевидного стійкого тренду. Це свідчить про відсутність значного систематичного зміщення у моделі. Разом із тим окремі відхилення є очікуваними, оскільки температура формується не лише під впливом CO_2 , а й під дією інших кліматичних факторів.

Гістограму залишків наведено на рисунку 3.23.

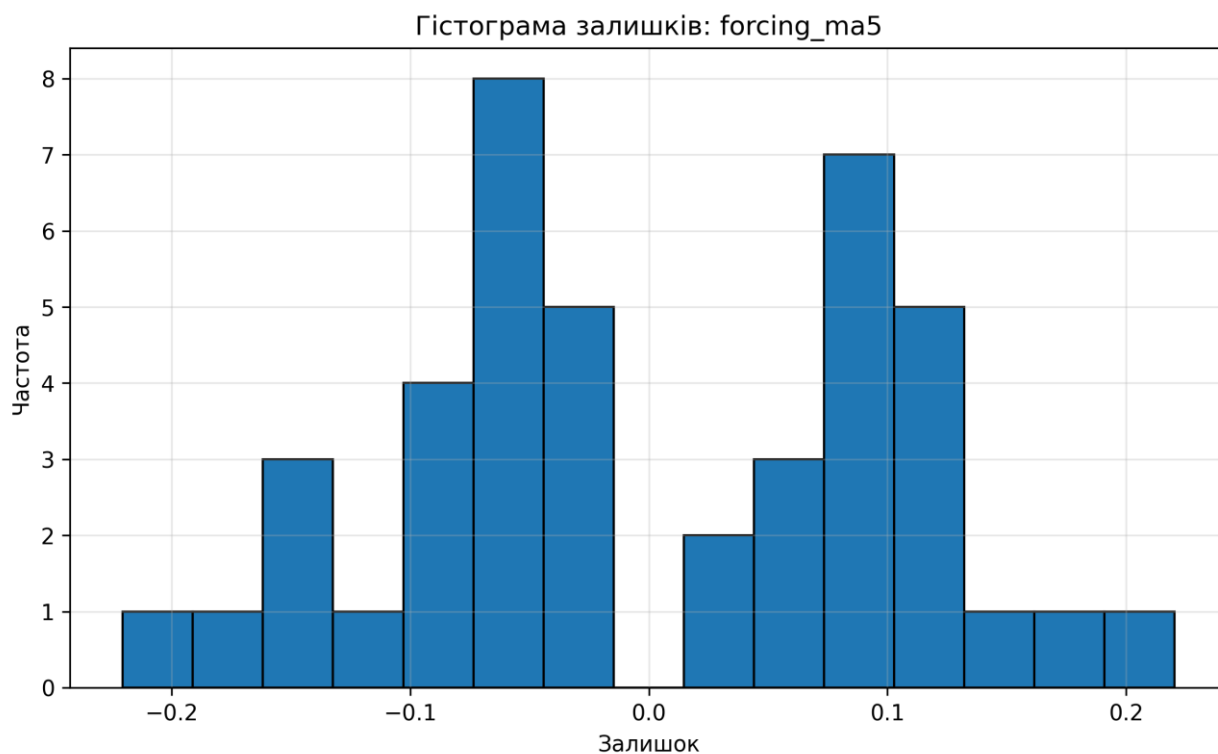


Рисунок 3.23 — Гістограма залишків фінальної температурної моделі

Гістограма показує, що більшість залишків зосереджена поблизу нульового значення, а їхній розподіл не має вираженого асиметричного зміщення. Це узгоджується з результатом тесту Жарка — Бера та підтверджує прийнятність моделі для подальшого прогнозного використання.

Для аналізу автокореляційної структури залишків було побудовано графіки ACF та PACF, наведені на рисунках 3.24 і 3.25.

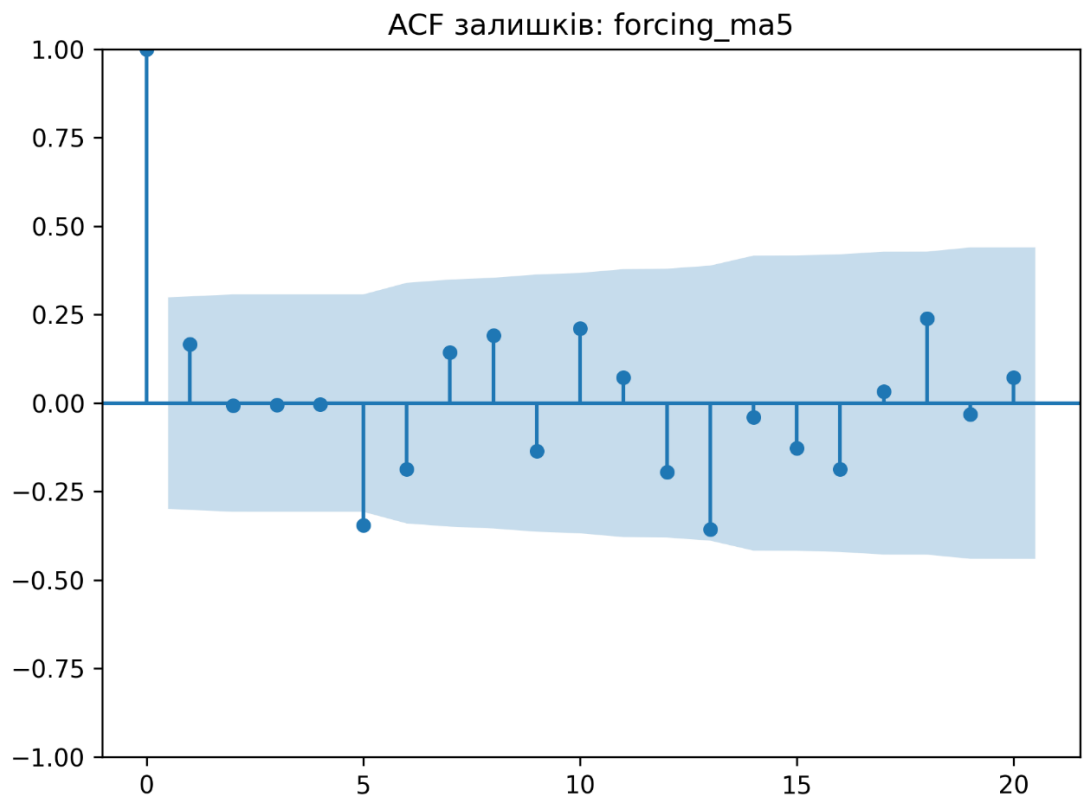


Рисунок 3.24 — ACF залишків фінальної температурної моделі

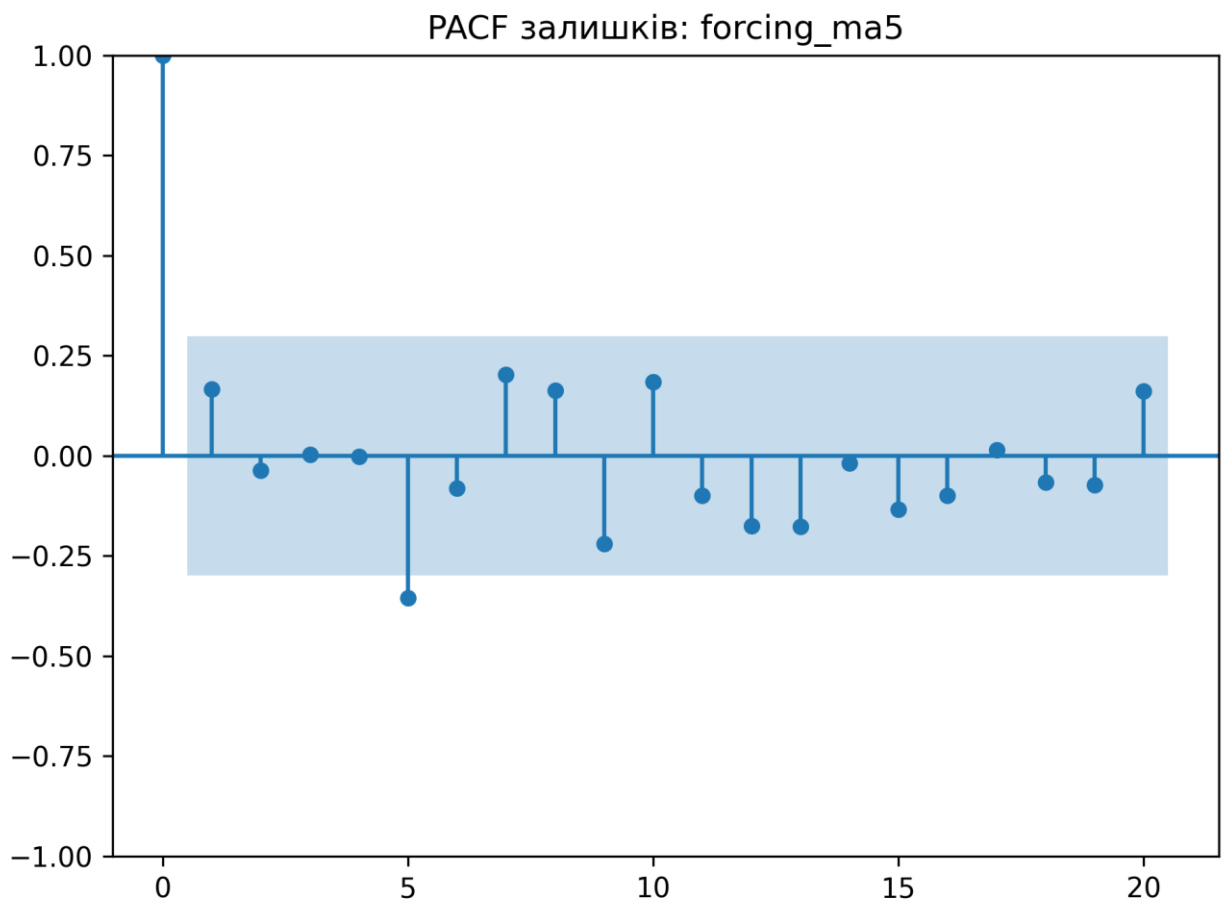


Рисунок 3.25 — PACF залишків фінальної температурної моделі

Графіки ACF та PACF використовуються для візуальної перевірки наявності залишкової часової структури в похибках моделі. Результати не вказують на критичну невраховану автокореляцію, що також узгоджується з результатом тесту Льюнга — Бокса. Отже, фінальна модель із 5-річним ковзним середнім радіаційного впливу є достатньо статистично адекватною для подальшого сценарного прогнозування температурної аномалії.

Після вибору та перевірки фінальної температурної моделі її було застосовано до прогнозних значень радіаційного впливу CO₂, отриманих у попередньому підрозділі для базової ARIMA-траєкторії та сценаріїв SSP1-2.6, SSP2-4.5 і SSP3-7.0. Для кожної траєкторії було сформовано відповідний ряд 5-річного ковзного середнього радіаційного впливу, після чого за оціненим рівнянням розраховано прогнозні значення температурної аномалії. Детальні результати сценарного прогнозу температури наведено в наступному підрозділі.

Отже, у цьому підрозділі було побудовано та порівняно декілька моделей зв'язку між радіаційним впливом CO₂ і глобальною температурною аномалією. Найкращу якість за RMSE показала модель із поточним і лаговим радіаційним впливом, однак через надмірну мультиколінеарність вона не була обрана для фінального аналізу. Фінальною стала модель із 5-річним ковзним середнім радіаційного впливу, яка поєднує прийнятну прогнозну якість, статистичну адекватність та змістовну інтерпретацію. Саме ця модель використовується далі для побудови прогнозу температурної аномалії за різними траєкторіями майбутніх викидів CO₂.

3.9 Прогноз температурної аномалії за різними траєкторіями викидів CO₂

Після побудови фінальної температурної моделі було виконано прогноз глобальної середньорічної температурної аномалії за різними траєкторіями майбутніх викидів CO₂. На цьому етапі попередньо отримані прогнозні значення концентрації CO₂ та радіаційного впливу було використано як вхідні дані для моделі температурної аномалії, обраної у підрозділі 3.8.

Для прогнозування застосовано модель із 5-річним ковзним середнім радіаційного впливу CO₂. Її використання є доцільним, оскільки вона дозволяє врахувати інерційність кліматичної системи та згладити короткострокові коливання радіаційного впливу. Такий підхід відображає фізичну особливість кліматичної реакції: глобальна температура реагує не лише на поточне значення радіаційного впливу, а на накопичений енергетичний дисбаланс за попередні роки [2; 17; 18].

Прогноз було сформовано для чотирьох траєкторій:

- 1) Базова траєкторія ARIMA;
- 2) SSP1-2.6 — сценарій низьких викидів;
- 3) SSP2-4.5 — сценарій помірних викидів;
- 4) SSP3-7.0 — сценарій високих викидів.

Базова траєкторія ARIMA відображає статистичне продовження історичної динаміки антропогенних викидів CO₂. Натомість сценарії SSP репрезентують альтернативні варіанти майбутнього соціально-економічного та енергетичного розвитку, які використовуються у сучасних кліматичних дослідженнях та сценарних оцінках Міжурядової групи експертів зі зміни клімату [7; 10—12].

Результати прогнозування температурної аномалії для ключових років прогнозного періоду наведено в таблиці 3.12.

Таблиця 3.12 — Прогноз температурної аномалії за різними траєкторіями викидів CO₂

Рік	Траєкторія	Викиди CO ₂ , млн т CO ₂	Концентрація CO ₂ , млн ⁻¹	Радіаційний вплив CO ₂ , Вт/м ²	Температурна аномалія, °C
2030	Базова траєкторія ARIMA	41494,27	440,54	2,463	1,021
2030	SSP1-2.6, низькі викиди	30923,34	437,61	2,427	1,007
2030	SSP2-4.5, помірні викиди	44855,85	442,06	2,481	1,030
2030	SSP3-7.0, високі викиди	47925,14	442,63	2,488	1,032
2040	Базова траєкторія ARIMA	46552,51	470,09	2,810	1,257
2040	SSP1-2.6, низькі викиди	24738,90	456,53	2,654	1,170
2040	SSP2-4.5, помірні викиди	43640,99	471,56	2,827	1,271
2040	SSP3-7.0, високі викиди	52917,62	476,25	2,880	1,299

Продовження таблиці 3.12

Рік	Траєкторія	Викиди CO ₂ , млн т CO ₂	Концентрація CO ₂ , млн ⁻¹	Радіаційний вплив CO ₂ , Вт/м ²	Температурна аномалія, °C
2050	Базова траєкторія ARIMA	51888,75	502,95	3,172	1,503
2050	SSP1-2.6, низькі викиди	17749,85	471,25	2,824	1,294
2050	SSP2-4.5, помірні викиди	38782,37	499,01	3,130	1,485
2050	SSP3-7.0, високі викиди	56327,08	512,48	3,272	1,568

Як видно з таблиці 3.12, у 2030 році відмінності між температурними прогнозами за різними траєкторіями є ще відносно невеликими. За базовою траєкторією ARIMA температурна аномалія становить приблизно 1,021 °C. За сценарієм SSP1-2.6 вона є дещо нижчою — 1,007 °C, тоді як за сценаріями SSP2-4.5 та SSP3-7.0 становить відповідно 1,030 °C та 1,032 °C. Незначний розрив між траєкторіями на початку прогнозного періоду пояснюється інерційністю кліматичної системи та накопичувальним характером концентрації CO₂.

До 2040 року різниця між сценаріями стає помітнішою. За низьковуглецевою траєкторією SSP1-2.6 прогнозована температурна аномалія становить 1,170 °C, тоді як за сценарієм SSP3-7.0 вона досягає 1,299 °C. Отже, різниця між низьким і високим сценаріями у 2040 році становить близько

0,129 °C. Це свідчить про поступове посилення впливу різних траєкторій викидів на температурну реакцію кліматичної системи.

Найбільш виразні відмінності спостерігаються у 2050 році. За базовою траєкторією ARIMA температурна аномалія досягає 1,503 °C. За сценарієм SSP1-2.6 вона становить 1,294 °C, що на 0,209 °C нижче від базової траєкторії. За сценарієм SSP2-4.5 температурна аномалія становить 1,485 °C, тобто майже наближається до базового прогнозу. Найвищий результат отримано для сценарію SSP3-7.0 — 1,568 °C, що на 0,065 °C вище за базову траєкторію.

Графічне представлення прогнозу температурної аномалії за всіма траєкторіями наведено на рисунку 3.26.

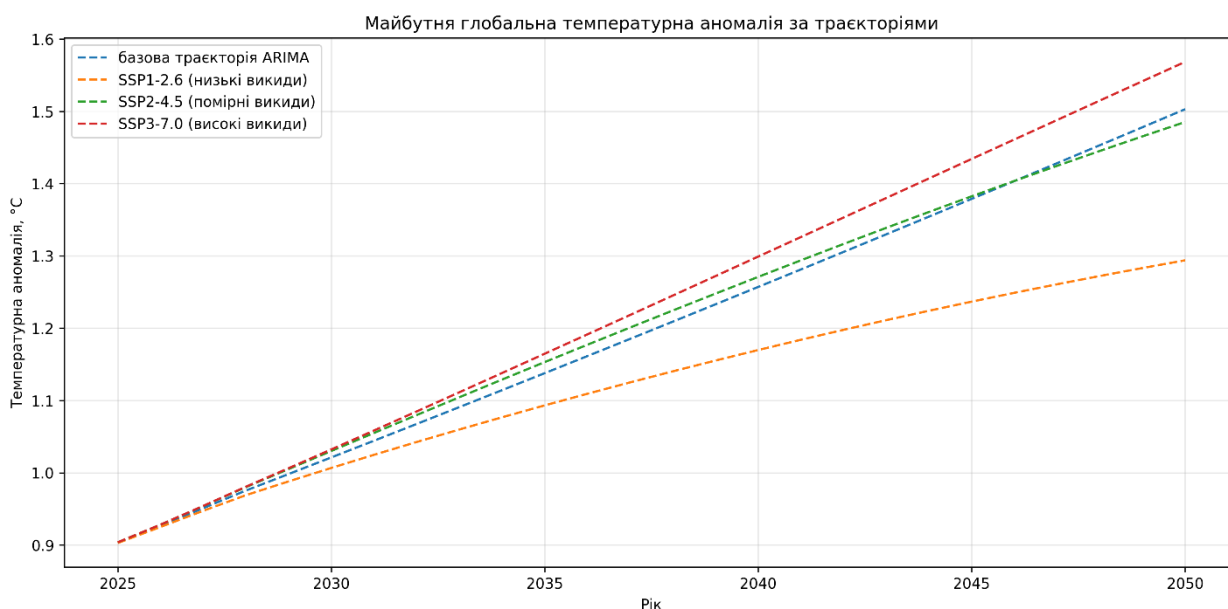


Рисунок 3.26 — Майбутня глобальна температурна аномалія за траєкторіями

З рисунка 3.26 видно, що всі траєкторії демонструють зростання температурної аномалії до 2050 року. Водночас темпи зростання відрізняються залежно від рівня майбутніх викидів CO₂. Найнижчі значення температурної аномалії формуються за сценарієм SSP1-2.6, який передбачає істотніше скорочення викидів. Найвищу температурну траєкторію формує SSP3-7.0, що відповідає збереженню високого рівня антропогенного навантаження. Базова ARIMA-траєкторія займає проміжне положення та у

2050 році є ближчою до сценарію SSP2-4.5, ніж до низьковуглецевого SSP1-2.6.

Для кращого порівняння сценаріїв було також розраховано відхилення температурної аномалії від базової траєкторії ARIMA. Результати для 2050 року наведено в таблиці 3.13.

Таблиця 3.13 — Відхилення температурної аномалії від базової траєкторії у 2050 році

Траєкторія	Температурна аномалія, °C	Відхилення від базової траєкторії, °C	Уникнене потепління відносно базової траєкторії, °C
Базова траєкторія ARIMA	1,503	0,000	0,000
SSP1-2.6, низькі викиди	1,294	-0,209	0,209
SSP2-4.5, помірні викиди	1,485	-0,018	0,018
SSP3-7.0, високі викиди	1,568	0,065	-0,065

Як видно з таблиці 3.13, найбільше зниження температурної аномалії порівняно з базовою траєкторією забезпечує сценарій SSP1-2.6. У 2050 році його реалізація відповідає приблизно 0,209 °C уникненого потепління відносно базового ARIMA-прогнозу. Сценарій SSP2-4.5 також дає нижче значення температурної аномалії порівняно з базовою траєкторією, однак різниця є незначною — близько 0,018 °C. Натомість сценарій SSP3-7.0 призводить до вищої температурної аномалії, ніж базовий прогноз, із перевищенням приблизно на 0,065 °C.

Графік уникненого потепління відносно базової ARIMA-траєкторії наведено на рисунку 3.27.

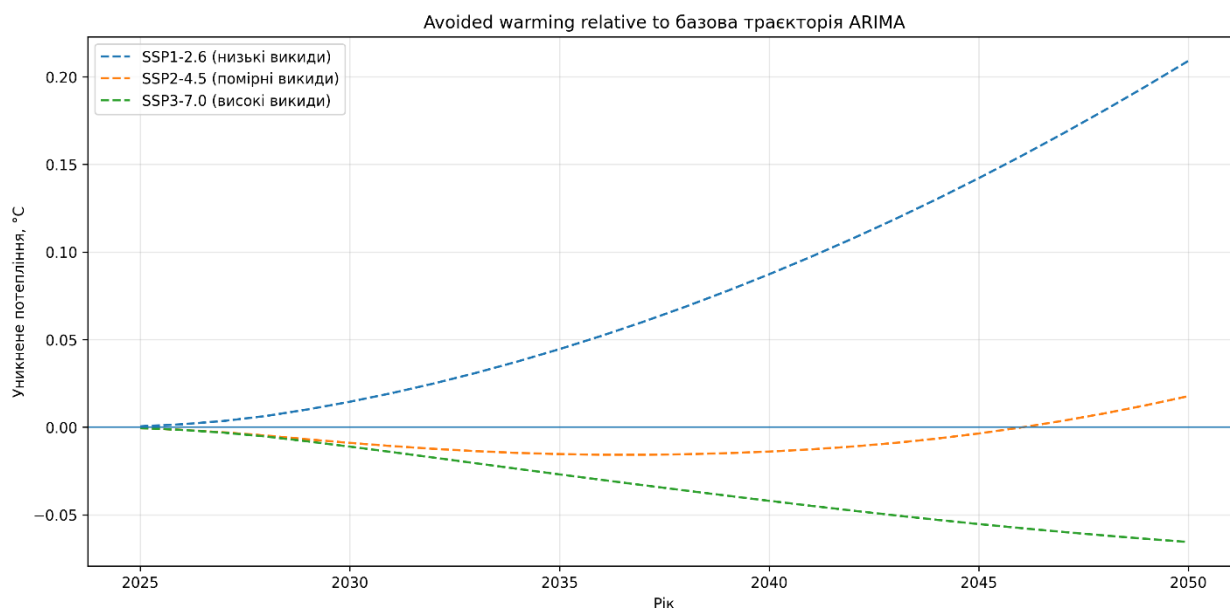


Рисунок 3.27 — Уникнене потепління відносно базової траєкторії ARIMA

З рисунка 3.27 видно, що ефект нижчих викидів накопичується поступово. У сценарії SSP1-2.6 різниця з базовою траєкторією зростає протягом прогнозного періоду, що свідчить про довгострокову користь скорочення викидів CO₂. Для сценарію SSP2-4.5 відхилення залишається набагато меншим, оскільки ця траєкторія ближча до базового статистичного прогнозу. Сценарій SSP3-7.0, навпаки, формує додаткове потепління порівняно з базовою траєкторією.

Окреме порівняння прогнозованих температурних аномалій у 2050 році наведено на рисунку 3.28.

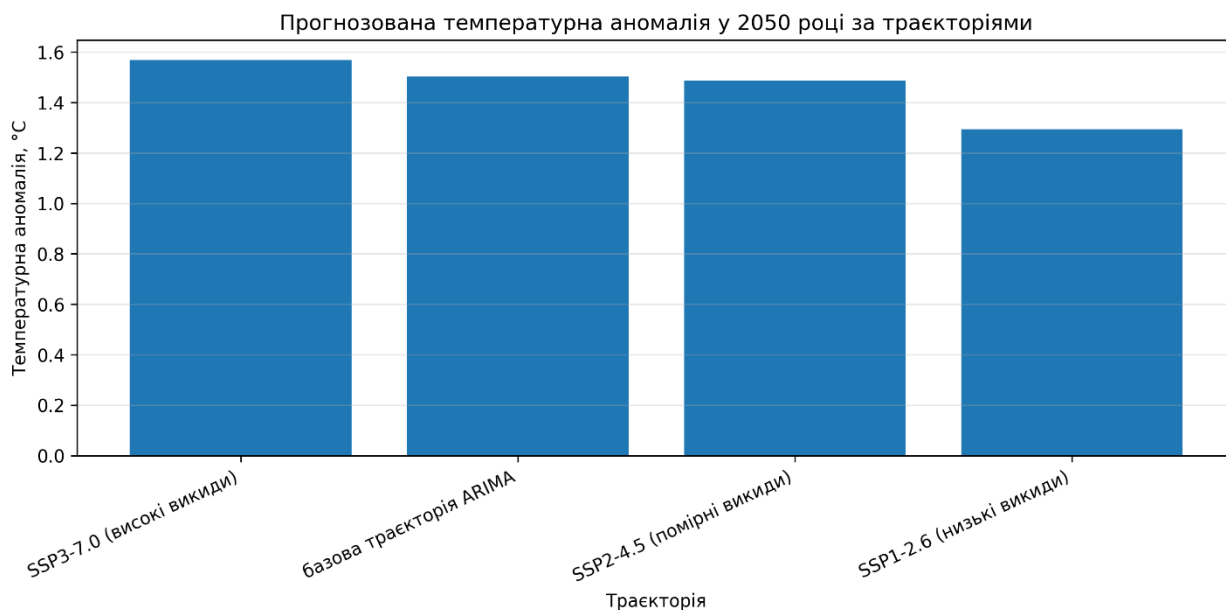


Рисунок 3.28 — Прогнозована температурна аномалія у 2050 році за траєкторіями

Рисунок 3.28 підтверджує, що до кінця прогнозного горизонту різниця між сценаріями стає суттєвою. Найнижчий рівень температурної аномалії відповідає SSP1-2.6, а найвищий — SSP3-7.0. Це узгоджується з попередніми етапами моделювання: нижчі викиди призводять до нижчої концентрації CO₂, меншого радіаційного впливу та, відповідно, нижчої температурної аномалії.

Оскільки прогноз температурної аномалії має невизначеність, додатково було побудовано наближений 95% прогнозний інтервал для базової ARIMA-траєкторії. Для цього використано стандартне відхилення залишків фінальної температурної моделі на тестовому періоді. Такий підхід не є повною імовірнісною кліматичною проекцією, однак дозволяє оцінити можливий діапазон відхилень навколо точкового прогнозу. Графічне представлення прогнозу температурної аномалії за базовою ARIMA-траєкторією з наближеним 95% інтервалом наведено на рисунку 3.29.

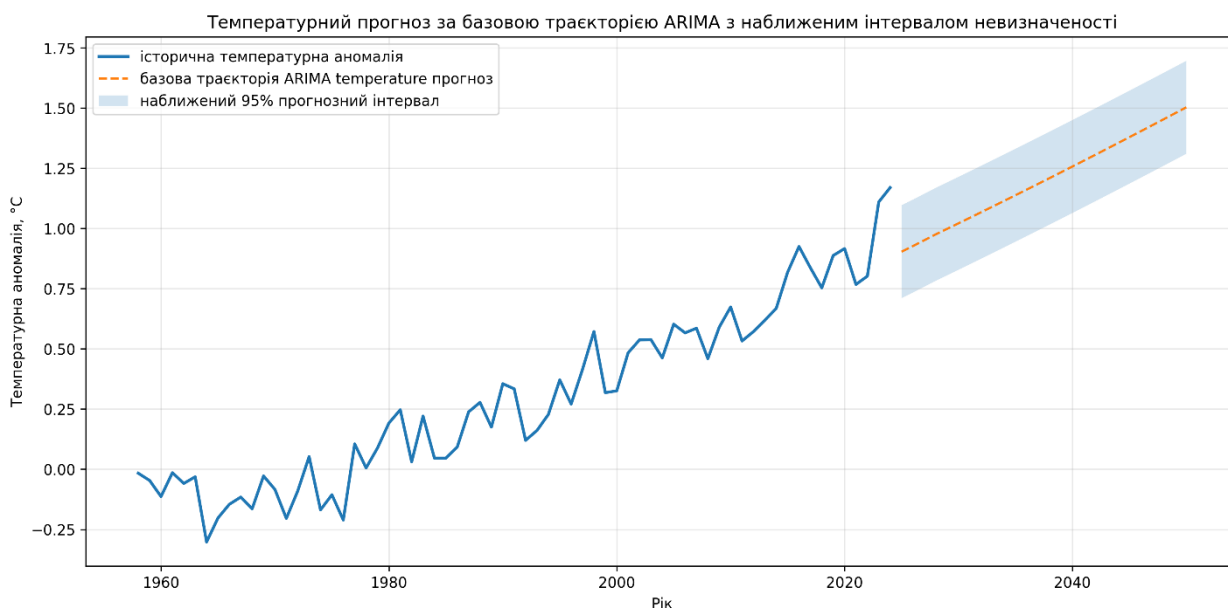


Рисунок 3.29 — Прогноз температурної аномалії за базовою траєкторією ARIMA з наближеним 95% інтервалом

З рисунка 3.29 видно, що точковий прогноз температурної аномалії за базовою траєкторією має стійку тенденцію до зростання, а прогнозний інтервал відображає можливий діапазон статистичної невизначеності моделі. Навіть з урахуванням цього інтервалу загальний напрям прогнозу залишається висхідним, що узгоджується з результатами сценарного аналізу та підтверджує збереження тенденції до подальшого зростання температурної аномалії за умови продовження високого рівня антропогенних викидів CO₂.

Водночас варто зазначити, що отримані значення не є повним прогнозом глобальної температури з урахуванням усіх кліматичних чинників. Модель зосереджена саме на CO₂-компоненті та не включає вплив метану, закису азоту, аерозолів, змін сонячної активності, вулканічних вивержень і внутрішньої кліматичної мінливості. Тому результати слід інтерпретувати як оцінку температурної реакції, пов'язаної з різними траєкторіями антропогенних викидів CO₂, а не як повну кліматичну проєкцію.

Отже, у цьому підрозділі було виконано прогноз температурної аномалії за базовою ARIMA-траєкторією та сценаріями SSP1-2.6, SSP2-4.5 і SSP3-7.0. Результати показали, що за всіма розглянутими траєкторіями температурна

аномалія продовжує зростати до 2050 року. Найнижчий рівень потепління формується за сценарієм SSP1-2.6, тоді як найвищий — за SSP3-7.0. Порівняння з базовою траєкторією показало, що реалізація низьковуглецевого сценарію може зменшити прогнозовану температурну аномалію у 2050 році приблизно на 0,209 °C, що підтверджує важливість скорочення антропогенних викидів CO₂ для обмеження майбутнього потепління.

3.10 Аналіз чутливості температурної аномалії до зміни рівня викидів CO₂

Після побудови прогнозу температурної аномалії за різними траєкторіями викидів CO₂ доцільно оцінити, наскільки сильно зміна рівня майбутніх викидів впливає на кінцевий температурний результат. Для цього в роботі було проведено аналіз чутливості температурної аномалії до відхилення сценарних викидів від базової ARIMA-траєкторії.

У межах цього підрозділу чутливість розглядається не як універсальна фізична константа, а як прикладний сценарний показник, що характеризує результат саме побудованого модельного ланцюга. Він показує, як різниця у викидах між сценарієм і базовою траєкторією трансформується у різницю атмосферної концентрації CO₂, радіаційного впливу та температурної аномалії. Такий підхід дозволяє оцінити не лише фінальний температурний ефект, а й проміжні етапи, через які зміна антропогенного навантаження впливає на кліматичну систему.

Для кожної сценарної траєкторії відхилення викидів CO₂ від базової ARIMA-траєкторії було розраховано за формулою:

$$\Delta E_t^{(ie))} = E_t^{(i)} - E_t^{(base)}$$

де $\Delta E_t^{(i)}$ — відхилення викидів CO₂ за сценарієм і від базової траєкторії у році t ;

$E_t^{(i)}$ — обсяг викидів CO_2 за сценарієм i ;

$E_t^{(\text{base})}$ — обсяг викидів CO_2 за базовою ARIMA-траєкторією.

Аналогічно відхилення концентрації CO_2 , радіаційного впливу та температурної аномалії було визначено за формулами:

$$\Delta C_t^{(i)} = C_t^{(i)} - C_t^{(\text{base})}$$

$$\Delta F_t^{(i)} = F_t^{(i)} - F_t^{(\text{base})}$$

$$\Delta T_t^{(i)} = T_t^{(i)} - T_t^{(\text{base})}$$

де $\Delta C_t^{(i)}$ — відхилення концентрації CO_2 за сценарієм i від базової траєкторії;

$\Delta F_t^{(i)}$ — відхилення радіаційного впливу за сценарієм i від базової траєкторії;

$\Delta T_t^{(i)}$ — відхилення температурної аномалії за сценарієм i від базової траєкторії.

Для кількісної інтерпретації сценарної чутливості було також розраховано відношення зміни температурної аномалії до зміни викидів, нормованої на 1000 млн т CO_2 , за формулою:

$$S_t^{(i)} = \Delta T_t^{(i)} / (\Delta E_t^{(i)} / 1000)$$

де $S_t^{(i)}$ — сценарний показник чутливості температурної аномалії до зміни викидів, $^{\circ}\text{C}$ на 1000 млн т CO_2 ;

$\Delta T_t^{(i)}$ — відхилення температурної аномалії від базової траєкторії;

$\Delta E_t^{(i)}$ — відхилення викидів від базової траєкторії, млн т CO_2 .

Аналогічно було розраховано показники зміни концентрації та радіаційного впливу на 1000 млн т CO_2 різниці викидів. Ці показники не слід трактувати як сталі коефіцієнти кліматичної системи. Вони є узагальненими характеристиками чутливості в межах побудованих сценаріїв і залежать від року, рівня викидів, накопиченої концентрації CO_2 та нелінійної логарифмічної залежності між концентрацією і радіаційним впливом.

Результати аналізу чутливості для 2050 року наведено в таблиці 3.14.

Таблиця 3.14 — Зведення чутливості температурної аномалії до зміни рівня викидів CO₂ у 2050 році

Траєкторія	Викиди CO ₂ , млн т CO ₂	Відхилення викидів від базової траєкторії, млн т CO ₂	Відхилення концентрації CO ₂ , млн ⁻¹	Відхилення радіаційного впливу, Вт/м ²	Відхилення температури, °C	Зміна температури на 1000 млн т CO ₂ різниці викидів
Базова траєкторія ARIMA	51888,75	0,00	0,00	0,000	0,000	—
SSP1-2.6, низькі викиди	17749,85	-34138,90	-31,70	-0,348	-0,209	0,0061
SSP2-4.5, помірні викиди	38782,37	-13106,38	-3,94	-0,042	-0,018	0,0014
SSP3-7.0, високі викиди	56327,08	4438,32	9,53	0,100	0,065	0,0148

Як видно з таблиці 3.14, найбільше відхилення викидів від базової траєкторії у 2050 році спостерігається для сценарію SSP1-2.6. У цьому сценарії річні викиди CO₂ є нижчими за базову ARIMA-траєкторію приблизно на 34138,90 млн т CO₂. Це призводить до зменшення атмосферної концентрації CO₂ на 31,70 млн⁻¹, зниження радіаційного впливу на 0,348 Вт/м² і зниження температурної аномалії на 0,209 °C порівняно з базовою траєкторією. Отже, сценарій низьких викидів демонструє найбільший ефект зменшення майбутнього потепління.

Сценарій SSP2-4.5 також передбачає нижчі викиди порівняно з базовою траєкторією, однак різниця є меншою. У 2050 році викиди за цим сценарієм нижчі на 13106,38 млн т CO₂, але відповідне зниження температурної аномалії становить лише 0,018 °C. Такий результат пояснюється тим, що на температуру впливає не лише поточне значення викидів у конкретному році, а

й попередня траєкторія концентрації CO₂ та згладжений радіаційний вплив, тому навіть помітне зниження річних викидів не завжди миттєво трансформується у пропорційне зниження температурної аномалії.

Для сценарію SSP3-7.0 у 2050 році викиди перевищують базову траєкторію на 4438,32 млн т CO₂. Це супроводжується підвищенням концентрації CO₂ на 9,53 млн⁻¹, збільшенням радіаційного впливу на 0,100 Вт/м² і зростанням температурної аномалії на 0,065 °C порівняно з базовим прогнозом. Хоча абсолютне перевищення викидів у цьому сценарії є меншим, ніж скорочення викидів у SSP1-2.6, температурний ефект на кожні 1000 млн т CO₂ різниці викидів є більшим. Це пояснюється нелінійністю всього модельного ланцюга та залежністю результату від попередньої накопиченої траєкторії.

Для глибшої інтерпретації результатів важливо враховувати, що річні викиди CO₂ впливають на температуру не напряму. Спочатку вони змінюють атмосферну концентрацію CO₂, далі концентрація через логарифмічну залежність визначає радіаційний вплив, а вже після цього радіаційний вплив впливає на температурну аномалію. Крім того, фінальна температурна модель використовує 5-річне ковзне середнє радіаційного впливу, тому температурна реакція є згладженою і відкладеною в часі.

Це означає, що чутливість температурної аномалії до зміни річних викидів не є сталою. Вона змінюється залежно від того, наскільки довго сценарій відхиляється від базової траєкторії, яким є накопичений рівень концентрації CO₂ та на якому етапі прогнозного горизонту виконується порівняння. Саме тому в таблиці 3.14 значення зміни температури на 1000 млн т CO₂ різниці викидів відрізняються між сценаріями.

Для сценарію SSP1-2.6 у 2050 році цей показник становить приблизно 0,0061 °C на 1000 млн т CO₂ різниці викидів. Для SSP2-4.5 він є нижчим — приблизно 0,0014 °C, тоді як для SSP3-7.0 становить близько 0,0148 °C. Відмінність між цими значеннями пов'язана з тим, що сценарії мають різні часові профілі викидів, а не лише різні кінцеві значення у 2050 році.

Порівняння сценаріїв також показує, що найбільш суттєвий вплив на зниження температурної аномалії має раннє та тривале скорочення викидів. Саме такий характер має сценарій SSP1-2.6: він формує нижчу траєкторію викидів, що поступово накопичується у вигляді нижчої концентрації CO₂, меншого радіаційного впливу та нижчої температурної аномалії. Натомість сценарії, близькі до базової траєкторії, дають значно менший ефект у межах прогнозного горизонту до 2050 року.

Результати аналізу чутливості підтверджують, що температурна реакція кліматичної системи має інерційний характер. Навіть суттєве скорочення викидів не призводить до миттєвого зниження температурної аномалії, оскільки в атмосфері вже накопичена значна кількість CO₂. Водночас довгострокове утримання нижчого рівня викидів поступово зменшує радіаційний вплив і дає помітний ефект у кінці прогнозного горизонту.

Отже, у цьому підрозділі було оцінено чутливість температурної аномалії до зміни рівня антропогенних викидів CO₂. Результати показали, що найсильніше зниження температурної аномалії порівняно з базовою траєкторією забезпечує сценарій SSP1-2.6. У 2050 році він дозволяє зменшити прогнозовану температурну аномалію приблизно на 0,209 °C відносно базового ARIMA-прогнозу. Сценарій SSP2-4.5 має значно менший пом'якшувальний ефект, тоді як SSP3-7.0 призводить до додаткового зростання температурної аномалії. Отримані результати підтверджують, що зниження майбутніх викидів CO₂ є важливим чинником обмеження подальшого потепління, однак його температурний ефект проявляється поступово через інерційність вуглецевого циклу та кліматичної системи.

3.11 Обмеження побудованих моделей

Побудований у роботі модельний ланцюг дозволяє послідовно перейти від антропогенних викидів CO_2 до атмосферної концентрації CO_2 , радіаційного впливу та прогнозної температурної аномалії. Такий підхід є зрозумілим і зручним для сценарного аналізу, однак він має низку обмежень, які необхідно враховувати під час інтерпретації отриманих результатів.

Насамперед дослідження зосереджене лише на CO_2 -компоненті кліматичного впливу. У реальній кліматичній системі глобальна температура формується під дією не тільки вуглекислого газу, а й інших парникових газів, аерозолів, змін землекористування, вулканічної активності, сонячної мінливості та внутрішніх коливань кліматичної системи [2]. У межах цієї роботи ці фактори не моделюються окремо, тому отримані температурні прогнози слід розглядати як оцінку впливу саме різних траєкторій антропогенних викидів CO_2 , а не як повну кліматичну проєкцію.

Другим важливим обмеженням є спрощений характер побудованого модельного ланцюга. Перехід від викидів CO_2 до концентрації CO_2 здійснюється за допомогою емпіричної регресійної моделі, а перехід від концентрації до радіаційного впливу — за логарифмічною залежністю. Такі підходи є обґрунтованими для прикладного аналізу, однак вони не відтворюють усю складність вуглецевого циклу та фізичних процесів у кліматичній системі. Зокрема, у моделі не враховуються детальні механізми поглинання CO_2 океаном і наземними екосистемами, можливе насичення природних поглиначів та складні процеси радіаційного переносу [3; 5; 16].

Окреме обмеження пов'язане з використанням ARIMA-моделі для формування базової траєкторії викидів CO_2 . Така модель ґрунтується лише на історичній часовій структурі ряду і не враховує зовнішні чинники, які можуть суттєво змінити майбутню динаміку викидів: кліматичну політику, розвиток відновлюваної енергетики, технологічні зміни, економічні кризи або

геополітичні події [8; 9]. Тому базову ARIMA-траєкторію доцільно трактувати не як реальний сценарій майбутнього, а як статистичну лінію порівняння.

Сценарні траєкторії SSP також мають умовний характер. Вони не є точними передбаченнями майбутнього, а описують альтернативні варіанти розвитку залежно від припущень щодо соціально-економічних умов, енергетики, технологій і кліматичної політики [7; 10—12]. Відповідно, результати для SSP1-2.6, SSP2-4.5 і SSP3-7.0 слід інтерпретувати як сценарні оцінки, а не як прогнози з наперед визначеною ймовірністю реалізації.

Ще одним важливим обмеженням є емпіричний характер температурної моделі. Температурна аномалія в роботі моделюється на основі 5-річного ковзного середнього радіаційного впливу CO₂. Така модель дозволяє врахувати інерційність кліматичної системи та є зручною для подальшого прогнозування, однак вона не є повною енергобалансовою або кліматичною моделлю. У ній не моделюються окремо теплообмін між атмосферою та океаном, кліматичні зворотні зв'язки, регіональні особливості потепління, аерозольний вплив і природна мінливість. Тому отриманий коефіцієнт температурної реакції не слід ототожнювати з повною рівноважною кліматичною чутливістю [17; 18].

Також слід враховувати, що всі розрахунки виконані на основі глобальних річних даних. Такий рівень узагальнення є доцільним для аналізу довгострокових глобальних тенденцій, однак він не дозволяє робити висновки щодо регіональних, сезонних або короткострокових кліматичних змін. Отримані результати стосуються саме глобальної середньорічної температурної аномалії.

Крім того, прогнозний горизонт обмежено 2050 роком. Це дає змогу порівняти наслідки різних траєкторій викидів у середньостроковій перспективі, однак не охоплює повний довгостроковий ефект кліматичної інерції. Частина температурної реакції на зміну концентрації CO₂ може проявитися вже після завершення обраного періоду прогнозування, особливо у другій половині XXI століття.

Отже, основні обмеження побудованих моделей пов'язані зі спрощенням реальної кліматичної системи, фокусом лише на CO_2 , використанням емпіричних залежностей, умовністю сценарних траєкторій і обмеженим горизонтом прогнозування. Попри це, запропонований підхід є придатним для досягнення мети дослідження, оскільки дозволяє прозоро та послідовно оцінити, як різні траєкторії антропогенних викидів CO_2 можуть впливати на концентрацію CO_2 , радіаційний вплив і глобальну температурну аномалію.

3.12 Висновки до розділу 3

У третьому розділі проведено практичну апробацію розробленої методики та реалізовано повний модельний ланцюг для кількісного оцінювання впливу антропогенної емісії вуглекислого газу на динаміку глобальної температури. На відміну від спрощених підходів, у роботі було послідовно імплементовано етапи прогнозування викидів, розрахунку їхньої концентрації в атмосфері, визначення радіаційного впливу та фінального моделювання температурної аномалії. Попередній аналіз історичних даних підтвердив наявність стійких висхідних трендів для всіх досліджуваних показників, а кореляційний аналіз продемонстрував тісний статистичний зв'язок між накопиченням CO_2 в атмосфері та посиленням енергетичного дисбалансу кліматичної системи.

Для формування базової траєкторії антропогенної емісії було ідентифіковано та побудовано модель $\text{ARIMA}(1,1,2)$. Ця модель продемонструвала високу прогностичну якість на тестовому інтервалі та була використана як інерційний сценарій (базова траєкторія). Водночас з метою врахування майбутньої невизначеності у дослідження інтегровано офіційні сценарні траєкторії SSP1-2.6 , SSP2-4.5 та SSP3-7.0 , які відображають різні

стратегії глобальної декарбонізації. Зіставлення ARIMA-прогнозу зі сценарними даними показало, що збереження існуючих історичних тенденцій без радикальних політичних змін найближче відповідає сценарію помірних викидів.

На етапі моделювання атмосферної концентрації CO₂ було доведено перевагу лагової регресійної специфікації. Завдяки врахуванню інерційності вуглецевого циклу ця модель показала найкращі значення метрик MAE, RMSE та R². Подальший розрахунок радіаційного впливу на основі прогнозової концентрації за логарифмічною залежністю підтвердив, що розбіжності у рівнях емісії за різними сценаріями поступово трансформуються у суттєві відмінності в енергетичному навантаженні на атмосферу до 2050 року. Найбільший приріст радіаційного впливу зафіксовано для траєкторії SSP3-7.0, тоді як сценарій SSP1-2.6 продемонстрував потенціал до стабілізації показника.

При побудові фінальної температурної моделі ключовим рішенням стало використання 5-річного ковзного середнього радіаційного впливу. Попри високу якість лагових моделей, їх було відхилено через критичну проблему мультиколінеарності. Обрана модель MA5 дозволила адекватно описати теплову інерцію Світового океану та забезпечила високу фізичну інтерпретованість результатів. Прогнозний аналіз температурної аномалії до 2050 року показав, що за сценарієм SSP1-2.6 нагрівання може бути обмежене на рівні, суттєво нижчому за інерційну траєкторію ARIMA, із різницею приблизно 0,209 °C. У той же час сценарій високих викидів SSP3-7.0 веде до найбільш інтенсивного зростання аномалії, що перевищує 1,56 °Cі відносно доіндустріального рівня.

Завершальний аналіз чутливості підтвердив, що хоча ефект від скорочення викидів проявляється із затримкою через інерційність клімату, він є критично важливим для запобігання екстремальному потеплінню. Визначені обмеження роботи, такі як фокус виключно на CO₂ та емпіричний характер моделей, не знижують цінності отриманих результатів для досягнення мети

дипломної роботи. У підсумку було сформовано комплексну базу для сценарного аналізу, що дозволяє чітко простежити механізм трансформації антропогенного навантаження у конкретні зміни глобальної температури, що повністю відповідає поставленим науково-практичним завданням.

РОЗДІЛ 4 ФУНКЦІОНАЛЬНО-ВАРТІСНИЙ АНАЛІЗ ПРОГРАМНОГО ПРОДУКТУ

У цьому розділі розроблена система моделювання та прогнозування впливу антропогенних викидів CO₂ на зміну глобальної середньої температури поверхні Землі розглядається як програмний продукт. Програмний продукт поєднує обробку кліматичних часових рядів, побудову базової ARIMA-траєкторії викидів, інтеграцію сценарних даних, регресійний перехід від викидів до концентрації CO₂, розрахунок радіаційного впливу та прогноз температурної аномалії.

Економічне обґрунтування є необхідним, оскільки програмний продукт має не лише забезпечувати коректність математичних розрахунків, а й бути доцільним з погляду трудомісткості, вартості розробки, зручності використання та потенційної практичної користі. Результати такої системи можуть використовуватися для навчальних, дослідницьких і аналітичних задач, пов'язаних із вивченням кліматичних змін та оцінюванням наслідків різних траєкторій майбутніх викидів CO₂.

Для оцінювання програмного продукту використовується функціонально-вартісний аналіз, який дає змогу порівняти можливі варіанти реалізації основних функцій, визначити найбільш значущі технічні параметри, оцінити рівень якості розробки та зіставити його з витратами на створення програмного забезпечення.

4.1 Постановка задачі проектування

Метою проектування є створення програмного продукту для автоматизованого аналізу кліматичних даних і побудови прогнозних траєкторій температурної аномалії на основі антропогенних викидів CO₂. Програмний продукт має забезпечувати виконання повного модельного ланцюга: завантаження та попередню обробку даних, побудову моделей, перевірку якості результатів, формування сценарних прогнозів і візуалізацію отриманих результатів.

Задача проектування полягає у виборі такого варіанта реалізації, який забезпечує достатню точність і статистичну обґрунтованість результатів за прийнятних витрат часу та ресурсів. Оскільки всі складові програмного продукту взаємопов'язані, окремі рішення щодо вибору середовища реалізації, методу моделювання та способу аналізу результатів впливають на якість усієї системи.

До програмного продукту висуваються такі технічні вимоги.

1. Функціонування на персональному комп'ютері зі стандартним набором програмних компонентів.
2. Можливість роботи з табличними кліматичними даними та сценарними рядами.
3. Автоматизоване виконання основних розрахунків без ручного дублювання операцій.
4. Наявність графічного представлення результатів моделювання та прогнозування.
5. Можливість подальшого розширення коду для додавання нових сценаріїв або моделей.
6. Мінімізація витрат на впровадження за рахунок використання відкритих інструментів.

4.2 Обґрунтування функцій програмного продукту

Головна функція F_0 полягає у створенні програмного продукту, який реалізує моделювання впливу антропогенних викидів CO_2 на глобальну температурну аномалію та дає змогу порівнювати базову статистичну траєкторію з альтернативними сценаріями майбутніх викидів.

У межах головної функції виокремлено наступні три основні підфункції.

1. F_1 — вибір мови програмування та середовища реалізації;
2. F_2 — вибір методу моделювання та прогнозування кліматичних показників;
3. F_3 — вибір підходу до аналізу, діагностики та візуалізації результатів.

Для кожної підфункції розглянуто декілька можливих варіантів реалізації.

Для функції F_1 розглянуто два варіанти: Python як універсальне середовище для наукових обчислень, роботи з часовими рядами, статистичного моделювання та побудови графіків; R як статистичне середовище, що має розвинені засоби аналізу даних, але є менш зручним для інтеграції з іншими компонентами програмного продукту.

Для функції F_2 розглянуто три варіанти: каскадний підхід, що поєднує ARIMA-прогноз викидів, регресійне моделювання концентрації, розрахунок радіаційного впливу та сценарний аналіз; спрощений сценарно-трендовий підхід; лінійна регресія як базовий інструмент перевірки окремих залежностей.

Для функції F_3 розглянуто три варіанти: автоматизована діагностика залишків і метрик якості; порівняння отриманих результатів із сценарними траєкторіями; ручний аналіз графіків і таблиць без повної автоматизації.

Варіанти реалізації основних функцій наведені у морфологічній карті системи на рисунку 4.1.



Рисунок 4.1 — Морфологічна карта програмного продукту

На основі морфологічної карти сформовано позитивно-негативну матрицю варіантів реалізації основних функцій програмного продукту, наведену в таблиці 4.1.

Таблиця 4.1 — Позитивно-негативна матриця варіантів реалізації функцій

Функція	Варіант	Переваги	Недоліки
F ₁	А — Python	Широкий набір бібліотек для часових рядів, регресійного аналізу, сценарного моделювання та візуалізації; відкритість і відтворюваність розрахунків.	Потребує налаштування середовища, встановлення пакетів і контролю версій бібліотек.
F ₁	Б — R	Сильна статистична база, зручність для класичного аналізу часових рядів і побудови графіків.	Менш зручна інтеграція з універсальними програмними компонентами та середовищами виконання коду.
F ₂	А — каскадна модель ARIMA + регресії + сценарії	Відображає логіку кліматичного процесу: викиди → концентрація → радіаційний вплив → температура; забезпечує інтерпретованість.	Потребує більшого обсягу коду, перевірки кількох моделей і узгодження часових рядів.
F ₂	Б — сценарно-трендовий підхід	Простий у реалізації, дає змогу швидко порівнювати декілька траєкторій майбутнього розвитку.	Має нижчу пояснювальну здатність, слабше враховує проміжні фізичні показники.
F ₂	В — лінійна регресія	Найпростіший варіант, може бути використаний як базова модель для попередньої перевірки залежностей.	Не враховує інерційність часових рядів, сценарну невизначеність і нелінійність окремих кліматичних зв'язків.

Продовження таблиці 4.1

Функція	Варіант	Переваги	Недоліки
F ₃	А — автоматизована діагностика	Дозволяє системно перевіряти похибки, залишки, автокореляцію, нормальність і якість прогнозу.	Потребує додаткового коду для формування таблиць, тестів і графіків.
F ₃	Б — порівняння зі сценаріями	Забезпечує змістовну інтерпретацію результатів і порівняння базової траєкторії з альтернативними сценаріями.	Залежить від якості та повноти сценарних даних.
F ₃	В — ручний аналіз	Може використовуватися для швидкого перегляду результатів без складної автоматизації.	Підвищує ризик помилок, ускладнює відтворюваність і масштабування аналізу.

За результатами аналізу для подальшого розгляду обрано два наступні конкурентні варіанти реалізації програмного продукту.

1. F₁A — F₂A — F₃A: Python, каскадне моделювання з ARIMA, регресійним блоком, розрахунком радіаційного впливу та автоматизованою діагностикою.

2. F₁A — F₂Б — F₃A: Python, спрощений сценарно-трендовий підхід та автоматизована діагностика результатів.

4.3 Обґрунтування системи параметрів програмного продукту

Для оцінювання технічного рівня програмного продукту сформовано систему параметрів у таблиці 4.2, що відображає основні вимоги до розробки.

Вони характеризують складність реалізації, витрати часу та якість отриманих прогнозів.

У межах аналізу використано такі параметри:

X_1 — гіпотетичний обсяг коду програми;

X_2 — час на попередню обробку даних і моделювання;

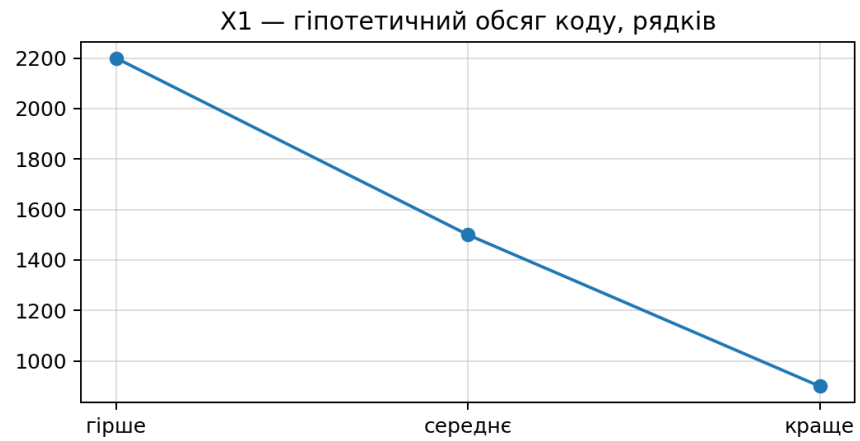
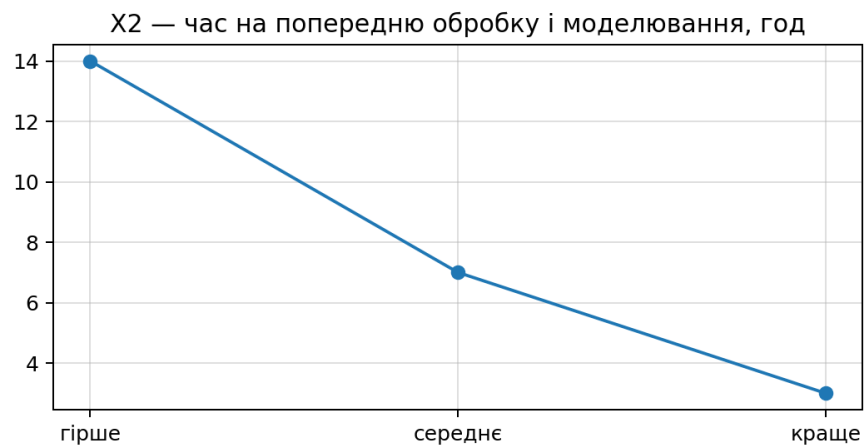
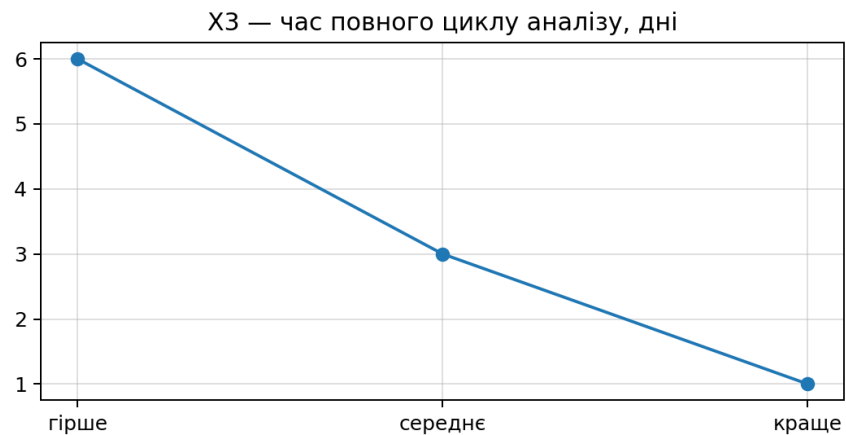
X_3 — час, необхідний для виконання повного циклу аналізу;

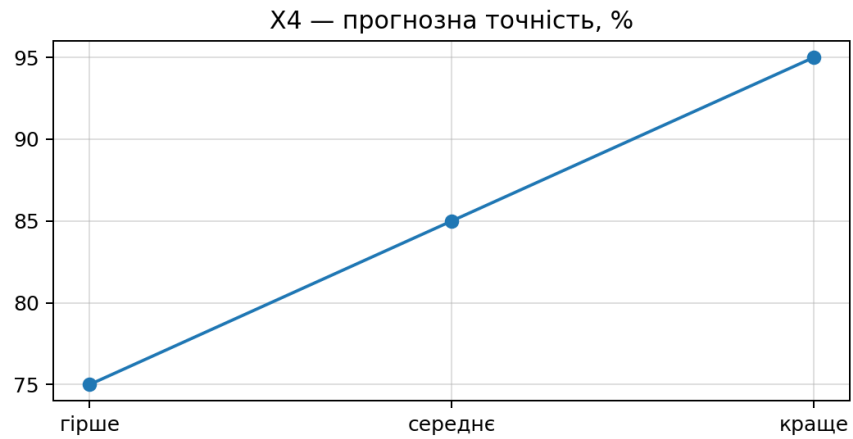
X_4 — прогнозна точність і статистична придатність моделі.

Таблиця 4.2 — Основні параметри програмного продукту

Назва параметра	Умовне позначення	Одиниця вимірювання	Гірше	Середнє	Краще
Гіпотетичний обсяг коду програми	X_1	рядки коду	2200	1500	900
Час на попередню обробку та моделювання	X_2	години	14	7	3
Час повного циклу аналізу	X_3	дні	6	3	1
Прогнозна точність моделі	X_4	відсотки	75	85	95

Графічні характеристики параметрів наведено на рисунках 4.2 — 4.5.

Рисунок 4.2 — X_1 , гіпотетичний обсяг коду програмиРисунок 4.3 — X_2 , час на попередню обробку та моделюванняРисунок 4.4 — X_3 , час повного циклу аналізу

Рисунок 4.5 — X_4 , прогнозна точність моделі

4.4 Аналіз експертного оцінювання параметрів

Для визначення відносної важливості параметрів використано експертне ранжування. Оцінювання виконано умовною експертною групою з семи осіб у таблиці 4.3. Нижчий ранг відповідає більшій важливості параметра для якості програмного продукту.

Таблиця 4.3 — Результати ранжування параметрів

Параметр	Назва параметра	Одиниця вимірювання	1	2	3	4	5	6	7	R_i	Δ_i	Δ_i^2
X_1	Обсяг програмного коду	рядки	4	4	3	4	4	3	4	26	8,5	72,25
X_2	Час на обробку та моделювання	години	3	3	4	3	3	4	3	23	5,5	30,25

Продовження таблиці 4.3

Параметр	Назва параметра	Одиниця вимірювання	1	2	3	4	5	6	7	R _i	Δi	Δi ²
X ₃	Час повного циклу аналізу	дні	2	2	2	2	1	2	2	13	-4,5	20,25
X ₄	Прогнозна точність моделі	відсотки	1	1	1	1	2	1	1	8	-9,5	90,25
Разом			10	10	10	10	10	10	10	70	0	213,00

Перевірка узгодженості експертних оцінок виконується за коефіцієнтом конкордації Кендалла (4.1). Загальна сума рангів становить 70, середня сума рангів для одного параметра — 17,5, а сума квадратів відхилень дорівнює 213.

$$W = \frac{12S}{N^2(n^3 - n)} = \frac{12 \cdot 213}{7^2 \cdot (4^3 - 4)} = 0,869 \quad (4.1)$$

Оскільки отримане значення $W = 0,869$ є достатньо високим, експертні оцінки можна вважати узгодженими та придатними для подальшого використання.

Для деталізації визначення вагомості параметрів відповідно до методики ФВА додатково виконано попарне порівняння параметрів. Під час порівняння використано шкалу переваг: 1,5 — перший параметр важливіший за другий; 1,0 — параметри рівнозначні; 0,5 — перший параметр менш важливий за другий. Результати попарного порівняння наведено в таблиці 4.4.

Таблиця 4.4 — Попарне порівняння параметрів програмного продукту

Параметри	Кінцева оцінка	Числове значення коефіцієнта переваги
X ₁ та X ₂	X ₂ важливіший	0,5
X ₁ та X ₃	X ₃ важливіший	0,5
X ₁ та X ₄	X ₄ важливіший	0,5

Продовження таблиці 4.4

Параметри	Кінцева оцінка	Числове значення коефіцієнта переваги
X_2 та X_3	X_3 важливіший	0,5
X_2 та X_4	X_4 важливіший	0,5
X_3 та X_4	X_4 важливіший	0,5

На основі отриманих числових значень сформовано матрицю попарних переваг і розраховано відносні коефіцієнти вагомості параметрів. Результати розрахунку наведено в таблиці 4.5.

Таблиця 4.5 — Розрахунок коефіцієнтів вагомості параметрів

Параметр	X_1	X_2	X_3	X_4	b_i	K_{vi}
X_1	1,0	0,5	0,5	0,5	2,5	0,16
X_2	1,5	1,0	0,5	0,5	3,5	0,22
X_3	1,5	1,5	1,0	0,5	4,5	0,28
X_4	1,5	1,5	1,5	1,0	5,5	0,34
Разом					16,0	1,00

Отримані значення демонструють, щонайбільшу вагомість має прогнозна точність моделі, далі — час повного циклу аналізу, час попередньої обробки та моделювання, а найменшу вагомість має обсяг програмного коду. Для збереження узгодженості з подальшими розрахунками використано округлені коефіцієнти вагомості, подані в таблиці 4.5. Для подальших розрахунків використано коефіцієнти вагомості параметрів, наведені в таблиці 4.6.

Таблиця 4.6 — Коефіцієнти вагомості параметрів програмного продукту

Параметр	Назва параметра	Коефіцієнт вагомості
X_1	Обсяг програмного коду	0,16
X_2	Час на попередню обробку та моделювання	0,22

Продовження таблиці 4.6

Параметр	Назва параметра	Коефіцієнт вагомості
X_3	Час повного циклу аналізу	0,27
X_4	Прогнозна точність моделі	0,35

4.5 Аналіз рівня якості варіантів реалізації функцій

Рівень якості варіантів реалізації оцінюється через бальну оцінку параметрів з урахуванням їхньої вагомості. Коефіцієнт технічного рівня для окремого варіанта визначається за формулою (4.2):

$$K_T(j) = \sum_{i=1}^n K_{vi} \cdot B_i \quad (4.2)$$

де K_{vi} — коефіцієнт вагомості i -го параметра;

B_i — бальна оцінка i -го параметра для відповідного варіанта реалізації.

На основі визначених коефіцієнтів вагомості та бальних оцінок параметрів було розраховано показники рівня якості для окремих варіантів реалізації функцій програмного продукту. У таблиці 4.7 наведено абсолютні значення параметрів, відповідні бальні оцінки, коефіцієнти вагомості та отримані коефіцієнти рівня якості для кожного варіанта реалізації.

Таблиця 4.7 — Розрахунок показників рівня якості варіантів реалізації функцій

Основна функція	Варіант реалізації	Параметр	Абсолютне значення	Бальна оцінка	Коефіцієнт вагомості	Коефіцієнт рівня якості
F_1	A — Python	X_1	1100 рядків	24	0,16	3,84

Продовження таблиці 4.7

Основна функція	Варіант реалізації	Параметр	Абсолютне значення	Бальна оцінка	Коефіцієнт вагомості	Коефіцієнт рівня якості
F ₂	А — каскадна модель	X ₄	92 %	32	0,35	11,20
F ₂	Б — сценарно-трендовий підхід	X ₄	82 %	22	0,35	7,70
F ₃	А — автоматизована діагностика	X ₃	2 дні	30	0,27	8,10
F ₃	Б — ручний аналіз	X ₃	4 дні	18	0,27	4,86

Для першого варіанта реалізації F₁A — F₂A — F₃A коефіцієнт технічного рівня становить:

$$K_{к1} = 3,84 + 11,20 + 8,10 = 23,14$$

Для другого варіанта реалізації F₁A — F₂B — F₃A коефіцієнт технічного рівня становить:

$$K_{к2} = 3,84 + 7,70 + 8,10 = 19,64$$

Отже, за технічним рівнем кращим є перший варіант реалізації, оскільки він має вищий коефіцієнт якості. Його перевага пояснюється використанням повного каскадного модельного ланцюга, який забезпечує кращу інтерпретованість та повніше відображає логіку кліматичного процесу.

4.6 Економічний аналіз варіантів розробки програмного продукту

Для визначення вартості розробки програмного продукту спочатку оцінюється трудомісткість основних робіт. У межах розробки виділено три завдання.

1. Розробка структури програмного продукту та логіки модельного ланцюга.
2. Програмна реалізація модулів обробки даних, моделювання та прогнозування.
3. Тестування, перевірка якості моделей, побудова графіків і підготовка результатів.

Загальна трудомісткість визначається з урахуванням базової трудомісткості, поправочних коефіцієнтів складності, використання стандартних модулів та математичного забезпечення за формулою:

$$T_o = T_p \cdot K_p \cdot K_{ск} \cdot K_m \cdot K_{ст} \cdot K_{ст.м.} \quad (4.3)$$

Оцінку трудомісткості основних робіт з розробки програмного продукту наведено в таблиці 4.8.

Таблиця 4.8 — Оцінка трудомісткості розробки програмного продукту

Завдання	Базова трудомісткість, людино-дні	Коефіцієнти, що враховуються	Підсумкова трудомісткість, людино-дні
Проектування структури моделі	45	$K_p = 1,20$; $K_{ст} = 0,90$	48,60
Програмна реалізація модулів	38	$K_p = 1,25$; $K_{ст} = 0,72$	34,20
Тестування та оформлення результатів	18	$K_p = 1,05$; $K_{ст} = 0,71$	13,40
Разом			96,20

Сумарна трудомісткість першого варіанта становить 96,20 людино-днів, або 769,60 людино-годин. Для другого варіанта, що передбачає спрощений сценарно-трендовий підхід, трудомісткість оцінено у 83,20 людино-днів, або 665,60 людино-годин.

У розробці умовно беруть участь один програміст із місячним окладом 40000 грн та один аналітик з моделювання кліматичних даних із місячним окладом 35000 грн. Середня погодинна ставка розраховується за формулою (4.4):

$$C_{\text{ч}} = \frac{M}{T_{\text{р.м.}} \cdot t} = \frac{40000 + 35000}{2 \cdot 18 \cdot 8} = 260,42 \text{ грн/год} \quad (4.4)$$

Заробітна плата розробників з урахуванням додаткової заробітної плати визначається за формулою (4.5):

$$C_{\text{зп}} = C_{\text{ч}} \cdot T \cdot K_{\text{д}} \quad (4.5)$$

Відрахування на єдиний соціальний внесок становлять 22 % від фонду заробітної плати. Витрати на машинний час визначаються як добуток вартості однієї машино-години та трудомісткості робіт. Для розрахунків прийнято вартість однієї машино-години 217,07 грн/год. Накладні витрати становлять 67 % від заробітної плати.

Деталізацію розрахунку вартості однієї машино-години наведено в таблиці 4.9. Розрахунок виконано з урахуванням тарифу на електроенергію 13,64 грн/кВт·год. Ефективний фонд часу роботи ПК прийнято на рівні 1645,60 год на рік, середньоспоживчу потужність ПК — 0,20 кВт.

Таблиця 4.9 — Розрахунок вартості однієї машино-години роботи ПК

Показник	Значення, грн
Заробітна плата обслуговування ПК з урахуванням додаткової заробітної плати	183600,00
Єдиний соціальний внесок, 22 %	40392,00
Амортизаційні відрахування	23000,00
Витрати на ремонт і профілактику	4600,00
Витрати на електроенергію: $1645,60 \cdot 0,20 \cdot 13,64$	4489,20

Продовження таблиці 4.9

Показник	Значення, грн
Накладні витрати	101129,19
Річні експлуатаційні витрати ПК	357210,39
Вартість однієї машино-години: 357210,39 / 1645,60	217,07

Таким чином, прийняте у подальших розрахунках значення 217,07 грн/год узгоджується з розрахунком річних експлуатаційних витрат ПК і враховує заданий тариф електроенергії 13,64 грн/кВт·год. Розрахунок вартості розробки програмного продукту за двома варіантами реалізації наведено в таблиці 4.10.

Таблиця 4.10 — Розрахунок вартості розробки програмного продукту

Стаття витрат	Варіант 1, грн	Варіант 2, грн
Заробітна плата розробників	225471,64	195002,50
Єдиний соціальний внесок, 22 %	49603,76	42900,55
Витрати на машинний час	167057,07	144481,79
Накладні витрати	151066,00	130651,67
Загальна вартість розробки	593198,46	513036,51

Отримані результати показують, що другий варіант є дешевшим, оскільки має нижчу трудомісткість. Однак він поступається першому за технічним рівнем і повнотою відображення кліматичного механізму. Тому остаточний вибір має здійснюватися не лише за вартістю, а за співвідношенням технічного рівня та витрат.

4.7 Вибір кращого варіанта програмного продукту за техніко-економічним рівнем

Для вибору оптимального варіанта використовується коефіцієнт техніко-економічного рівня, який визначається як відношення коефіцієнта технічного рівня до вартості реалізації за формулою (4.6):

$$K_{\text{тер}} = \frac{K_{\text{к}}}{C_{\text{пп}}} \quad (4.6)$$

Для першого варіанта реалізації отримуємо:

$$K_{\text{тер1}} = \frac{23,14}{593198,46} = 3,90 \cdot 10^{-5}$$

Для другого варіанта реалізації отримуємо:

$$K_{\text{тер2}} = \frac{19,64}{513036,51} = 3,83 \cdot 10^{-5}$$

Попри те, що другий варіант має нижчу загальну вартість розробки, перший варіант демонструє вищий техніко-економічний рівень. Це пояснюється тим, що його вища функціональна якість і наукова інтерпретованість компенсують додаткові витрати на реалізацію. Для дипломної роботи, у якій важливими є не лише числові прогнози, а й пояснювана послідовність переходу від викидів CO₂ до температурної аномалії, перший варіант є більш доцільним. Порівняння варіантів реалізації програмного продукту за техніко-економічним рівнем наведено в таблиці 4.11.

Таблиця 4.11 — Порівняння варіантів за техніко-економічним рівнем

Показник	Варіант 1	Варіант 2
Комбінація функцій	F ₁ A — F ₂ A — F ₃ A	F ₁ A — F ₂ Б — F ₃ A
Коефіцієнт технічного рівня	23,14	19,64
Вартість розробки, грн	593198,46	513036,51
Коефіцієнт техніко-економічного рівня	$3,90 \cdot 10^{-5}$	$3,83 \cdot 10^{-5}$

Отже, кращим варіантом реалізації програмного продукту є перший варіант, що передбачає використання Python, каскадного модельного підходу та автоматизованої діагностики результатів. Саме цей варіант забезпечує найкращий баланс між функціональністю, точністю, інтерпретованістю та витратами на розробку.

4.8 Висновки до розділу 4

У четвертому розділі було виконано функціонально-вартісний аналіз програмного продукту, призначеного для моделювання та прогнозування впливу антропогенних викидів CO₂ на зміну глобальної середньої температури поверхні Землі. Програмний продукт розглянуто як систему, що забезпечує обробку кліматичних даних, побудову базової ARIMA-траєкторії, інтеграцію сценарних даних, розрахунок концентрації CO₂, радіаційного впливу та температурної аномалії.

У межах аналізу було визначено основні функції програмного продукту, побудовано морфологічну карту, сформовано позитивно-негативну матрицю та обрано два варіанти реалізації для подальшого порівняння. Для оцінювання технічного рівня визначено систему параметрів: обсяг програмного коду, час на попередню обробку та моделювання, час повного циклу аналізу і прогнозу точність моделі.

За допомогою експертного ранжування встановлено, що найбільш вагомим параметром є прогнозна точність моделі, оскільки саме вона визначає прикладну цінність програмного продукту. Також важливими є час повного циклу аналізу та можливість автоматизованої перевірки якості результатів.

Економічний аналіз показав, що повний каскадний варіант реалізації потребує більших витрат, однак забезпечує вищий технічний рівень і кращу змістовну інтерпретацію результатів. Розрахунок коефіцієнта техніко-

економічного рівня підтвердив доцільність вибору першого варіанта реалізації: Python, каскадне моделювання та автоматизована діагностика результатів.

Таким чином, обраний варіант програмного продукту є раціональним з погляду співвідношення функціональних можливостей і вартості. Він відповідає задачам дипломної роботи, забезпечує відтворюваність розрахунків і може бути використаний як основа для подальшого розширення моделі, зокрема додавання нових кліматичних сценаріїв, інших парникових газів або додаткових показників невизначеності.

ВИСНОВКИ

Дослідження, виконане у межах дипломної роботи, було зосереджене на моделюванні впливу антропогенних викидів вуглекислого газу на зміну глобальної середньорічної температури поверхні Землі. Актуальність роботи зумовлена тим, що зростання концентрації CO₂ в атмосфері є одним із ключових чинників сучасного глобального потепління, а кількісне оцінювання цього впливу є важливим для аналізу можливих кліматичних наслідків у майбутньому.

У роботі було розглянуто основні кліматичні показники, що характеризують послідовний механізм впливу антропогенних викидів на кліматичну систему: річні викиди CO₂, атмосферну концентрацію CO₂, радіаційний вплив та глобальну температурну аномалію. Такий підхід дозволив не обмежуватися прямою залежністю між викидами та температурою, а побудувати поетапний модельний ланцюг, який краще відображає фізичну логіку кліматичних процесів.

У межах практичної частини було сформовано історичний набір кліматичних даних, виконано попередній аналіз динаміки показників та побудовано базову прогностну траєкторію антропогенних викидів CO₂ за допомогою ARIMA-моделі. Для перевірки якості моделі було проведено аналіз стаціонарності, підбір параметрів за інформаційними критеріями, оцінювання прогностної похибки та діагностику залишків. Додатково до базового прогнозу було використано сценарні траєкторії SSP1-2.6, SSP2-4.5 та SSP3-7.0, що дало змогу порівняти різні варіанти майбутнього розвитку залежно від рівня антропогенних викидів.

Для переходу від викидів CO₂ до атмосферної концентрації було побудовано та порівняно декілька регресійних моделей. Найкращою за прогностними метриками виявилася лагова модель приросту концентрації CO₂, яка враховує як поточні викиди, так і попередню динаміку концентрації. На основі прогностної концентрації було розраховано радіаційний вплив CO₂,

після чого побудовано модель температурної аномалії на основі 5-річного ковзного середнього радіаційного впливу. Такий підхід дозволив частково врахувати інерційність кліматичної системи.

Отримані результати показали, що за всіма розглянутими траєкторіями до 2050 року зберігається тенденція до зростання концентрації CO₂, радіаційного впливу та глобальної температурної аномалії. Найнижчі прогнози значення температурної аномалії отримано для сценарію SSP1-2.6, який передбачає активніше скорочення викидів. Найвищі значення характерні для сценарію SSP3-7.0, що відповідає збереженню високого рівня антропогенного навантаження. Це підтверджує, що траєкторія майбутніх викидів CO₂ суттєво впливає на подальшу зміну глобальної температури.

Розрахунки, моделювання та візуалізацію результатів було реалізовано засобами мови програмування Python. Розроблений програмний продукт забезпечує обробку кліматичних даних, побудову базового ARIMA-прогнозу, інтеграцію сценарних траєкторій, розрахунок концентрації CO₂, радіаційного впливу та температурної аномалії, а також порівняння результатів за різними сценаріями.

Практичне значення роботи полягає у можливості використання запропонованого підходу для аналізу взаємозв'язку між антропогенними викидами CO₂ та глобальною температурою, оцінювання наслідків різних сценаріїв майбутніх викидів і дослідження чутливості температурної аномалії до зміни рівня антропогенного навантаження.

У подальших дослідженнях доцільно розширити модель, включивши вплив інших парникових газів, аерозолів, природної кліматичної мінливості та океанічних процесів. Також перспективним є використання складніших нелінійних моделей, ансамблевих підходів і порівняння отриманих результатів із повноцінними кліматичними моделями, що дозволить підвищити точність і повноту прогнозування кліматичних змін.

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Climate Change 2023: Synthesis Report. Summary for Policymakers / IPCC. Geneva : Intergovernmental Panel on Climate Change, 2023. URL: <https://www.ipcc.ch/report/ar6/syr/summary-for-policymakers/> (дата звернення: 10.05.2026).
2. Climate Change 2021: The Physical Science Basis. Working Group I Contribution to the Sixth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change / IPCC. Cambridge : Cambridge University Press, 2021. URL: <https://www.ipcc.ch/report/ar6/wg1/> (дата звернення: 12.05.2026).
3. Friedlingstein P., O'Sullivan M., Jones M. W. et al. Global Carbon Budget 2023. Earth System Science Data. 2023. Vol. 15. P. 5301–5369. DOI: <https://doi.org/10.5194/essd-15-5301-2023>.
4. Lan X., Tans P., Thoning K. W. Trends in globally-averaged CO₂ determined from NOAA Global Monitoring Laboratory measurements. NOAA Global Monitoring Laboratory. URL: <https://gml.noaa.gov/ccgg/trends/global.html> (дата звернення: 10.05.2026).
5. Myhre G., Highwood E. J., Shine K. P., Stordal F. New estimates of radiative forcing due to well mixed greenhouse gases. Geophysical Research Letters. 1998. Vol. 25, No. 14. P. 2715–2718. DOI: <https://doi.org/10.1029/98GL01908>.
6. Wooldridge J. M. Introductory Econometrics: A Modern Approach. 7th ed. Boston : Cengage Learning, 2020. 816 p. URL: <https://www.cengage.com/c/introductory-econometrics-a-modern-approach-7e-wooldridge/9781337558860/> (дата звернення: 13.05.2026).
7. Byers E., Krey V., Kriegler E. та ін. AR6 Scenarios Database. International Institute for Applied Systems Analysis, 2022. DOI: <https://doi.org/10.5281/zenodo.7197970> .
8. Box G. E. P., Jenkins G. M., Reinsel G. C., Ljung G. M. Time Series Analysis: Forecasting and Control. 5th ed. Hoboken : John Wiley & Sons, 2015. 712

p. URL: <https://www.wiley.com/en-us/Time+Series+Analysis%3A+Forecasting+and+Control%2C+5th+Edition-p-9781118675021> (дата звернення: 09.05.2026).

9. Hyndman R. J., Athanasopoulos G. Forecasting: Principles and Practice. 3rd ed. Melbourne : OTexts, 2021. URL: <https://otexts.com/fpp3/> (дата звернення: 06.05.2026).

10. Climate Change 2022: Mitigation of Climate Change. Working Group III Contribution to the Sixth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change / IPCC. Cambridge : Cambridge University Press, 2022. URL: <https://www.ipcc.ch/report/ar6/wg3/> (дата звернення: 12.05.2026).

11. Riahi K., van Vuuren D. P., Kriegler E. et al. The Shared Socioeconomic Pathways and their energy, land use, and greenhouse gas emissions implications: An overview. Global Environmental Change. 2017. Vol. 42. P. 153–168. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.gloenvcha.2016.05.009>.

12. O'Neill B. C., Tebaldi C., van Vuuren D. P. et al. The Scenario Model Intercomparison Project (ScenarioMIP) for CMIP6. Geoscientific Model Development. 2016. Vol. 9. P. 3461–3482. DOI: <https://doi.org/10.5194/gmd-9-3461-2016>.

13. Gujarati D. N., Porter D. C. Basic Econometrics. 5th ed. New York : McGraw-Hill Education, 2009. 922 p. URL: https://books.google.com/books/about/Basic_Econometrics.html?id=zJlDPgAACA_AJ (дата звернення: 12.05.2026).

14. Liu X., Zhao M., Miao Q. Global carbon dioxide emissions analysis based on time series visualization. Frontiers in Physics. 2023. Vol. 11. Article 1201983. DOI: <https://doi.org/10.3389/fphy.2023.1201983>.

15. Bennedsen M., Hillebrand E., Koopman S. J. A Regression-Based Approach to the CO₂ Airborne Fraction: Enhancing Statistical Precision and Tackling Zero Emissions. arXiv preprint. 2023. URL: <https://arxiv.org/abs/2311.01053> (дата звернення: 06.05.2026).

16. Joos F., Roth R., Fuglestad J. S. et al. Carbon dioxide and climate impulse response functions for the computation of greenhouse gas metrics: a multi-model analysis. *Atmospheric Chemistry and Physics*. 2013. Vol. 13, No. 5. P. 2793–2825. DOI: <https://doi.org/10.5194/acp-13-2793-2013>.
17. Gregory J. M., Ingram W. J., Palmer M. A. et al.. A new method for diagnosing radiative forcing and climate sensitivity. *Geophysical Research Letters*. 2004. Vol. 31, No. 3. Article L03205. DOI: <https://doi.org/10.1029/2003GL018747>.
18. Geoffroy O., Saint-Martin D., Olivié D. J. L. et al. Transient climate response in a two-layer energy-balance model. Part I: Analytical solution and parameter calibration using CMIP5 AOGCM experiments. *Journal of Climate*. 2013. Vol. 26, No. 6. P. 1841–1857. DOI: <https://doi.org/10.1175/JCLI-D-12-00195.1>.
19. Dickey D. A., Fuller W. A. Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root. *Journal of the American Statistical Association*. 1979. Vol. 74, No. 366. P. 427–431. DOI: <https://doi.org/10.1080/01621459.1979.10482531>.
20. Ljung G. M., Box G. E. P. On a Measure of Lack of Fit in Time Series Models. *Biometrika*. 1978. Vol. 65, No. 2. P. 297–303. DOI: <https://doi.org/10.1093/biomet/65.2.297>.
21. Durbin J., Watson G. S. Testing for Serial Correlation in Least Squares Regression. I. *Biometrika*. 1950. Vol. 37, No. 3/4. P. 409–428. DOI: <https://doi.org/10.2307/2332391>.
22. Jarque C. M., Bera A. K. Efficient tests for normality, homoscedasticity and serial independence of regression residuals. *Economics Letters*. 1980. Vol. 6, No. 3. P. 255–259. DOI: [https://doi.org/10.1016/0165-1765\(80\)90024-5](https://doi.org/10.1016/0165-1765(80)90024-5).
23. State of the Global Climate 2024 / World Meteorological Organization. Geneva : WMO, 2025. URL: <https://wmo.int/publication-series/state-of-global-climate-2024> (дата звернення: 12.05.2026).

24. Friedlingstein P., O’Sullivan M., Jones M. W. et al. Global Carbon Budget 2024. *Earth System Science Data*. 2025. Vol. 17. P. 965–1039. DOI: <https://doi.org/10.5194/essd-17-965-2025>.

25. Rohde R. A., Hausfather Z., Lott F. N. et al. The Berkeley Earth Land/Ocean Temperature Record. *Earth System Science Data*. 2020. Vol. 12. P. 3469–3479. DOI: <https://doi.org/10.5194/essd-12-3469-2020>.

26. Бідюк П. І., Романенко В. Д., Тимошук О. Л. Аналіз часових рядів : навчальний посібник. Київ : НТУУ «КПІ», 2013. 600 с. URL: <https://ela.kpi.ua/items/256da52e-13da-4d07-8f25-9d9505496a2c> (дата звернення: 14.05.2026).

27. Недашківська Н. І., Андросов Д. В. Генеративна модель часових рядів на основі архітектури кодувальник — декодувальник. Системні дослідження та інформаційні технології. 2022. № 1. С. 97–108. URL: <https://ela.kpi.ua/bitstreams/749c4903-bd33-4ec3-a200-0d901b1a22ae/download> (дата звернення: 14.05.2026).

28. Danilov V. Ya., Gozhyj O. P., Kalinina I. O., Belas A. O., Bidyuk P. I., Jirov O. L. Adaptive forecasting and financial risk estimation. *System Research and Information Technologies*. 2020. № 1. P. 34–53. DOI: <https://doi.org/10.20535/SRIT.2308-8893.2020.1.04>

ДОДАТОК А ІЛЮСТРАТИВНИЙ МАТЕРІАЛ ДОПОВІДІ

1

Моделі та прогнози впливу антропогенних викидів CO₂ на зміну глобальної середньої температури поверхні Землі

Виконала: студентка 4 курсу групи КА-21 Акименко Валерія Максимівна

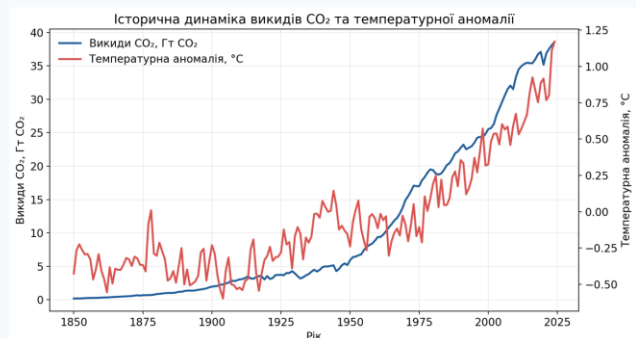
Керівник: старший викладач кафедри ММСА, доктор філософії Левенчук Людмила Борисівна



Актуальність дослідження

2

- Кліматичні зміни є однією з ключових глобальних проблем, що впливає на екосистеми, економіку, інфраструктуру та якість життя.
- Одним із головних антропогенних чинників сучасного потепління є викиди CO₂.
- Для оцінювання можливих наслідків важливо не лише аналізувати історичні дані, а й будувати прогнозні сценарії.
- У роботі досліджується послідовний вплив: викиди CO₂ → концентрація CO₂ → радіаційний вплив → температурна аномалія.



Фокус роботи

Оцінити внесок CO₂-компоненти у зміну температури; порівняти інерційний прогноз із траєкторіями майбутніх викидів за SSP-сценаріями.



Об'єкт, предмет і мета дослідження

3

Метою роботи є побудова моделей і прогнозних сценаріїв впливу антропогенних викидів CO₂ на зміну глобальної середньорічної температури поверхні Землі.

Об'єкт:

зміна глобальної середньорічної температури поверхні Землі під впливом антропогенних викидів CO₂.

Предмет дослідження:

моделі та прогнозні сценарії впливу викидів CO₂ на атмосферну концентрацію, радіаційний вплив і глобальну температурну аномалію.

Мета роботи:

Побудувати моделі впливу антропогенних викидів CO₂ на глобальну температуру та сформулювати сценарні прогнози температурної аномалії до 2050 року.

Постановка задачі

4

Для досягнення мети виконано такі задачі:

- 1) сформовано набір кліматичних даних;
- 2) проаналізовано історичну динаміку викидів CO₂, концентрації CO₂ та температурної аномалії;
- 3) побудовано базовий прогноз викидів CO₂ за моделлю ARIMA;
- 4) додано сценарні траєкторії SSP1-2.6, SSP2-4.5 та SSP3-7.0;
- 5) змодельовано перехід від викидів CO₂ до концентрації CO₂;
- 6) розраховано радіаційний вплив CO₂;
- 7) побудовано прогноз температурної аномалії до 2050 року;
- 8) виконано порівняння сценаріїв та аналіз чутливості.

Модельний ланцюг впливу CO_2 на температуру

5



Власний результат роботи

- адаптовано загальну логіку кліматичного ланцюга «викиди CO_2 → концентрація CO_2 → радіаційний вплив → температура» до задачі сценарного прогнозування до 2050 року;
- сформовано єдиний розрахунковий контур на основі реальних кліматичних даних;
- поєднано інерційний ARIMA-прогноз із альтернативними SSP-сценаріями майбутніх викидів;
- реалізовано послідовний розрахунок концентрації CO_2 , радіаційного впливу та температурної аномалії;
- виконано кількісні порівняння результатів для різних сценаріїв.

Такий підхід не є повноцінною кліматичною моделлю, але дозволяє у спрощеному й інтерпретованому вигляді простежити, як різні траєкторії викидів CO_2 впливають на концентрацію, радіаційний вплив і температурну аномалію.

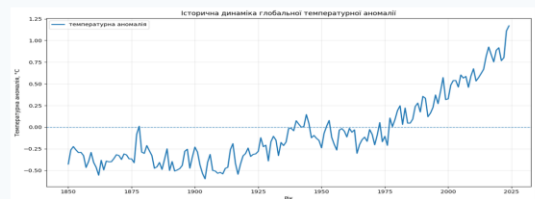
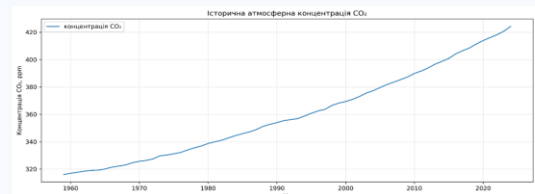
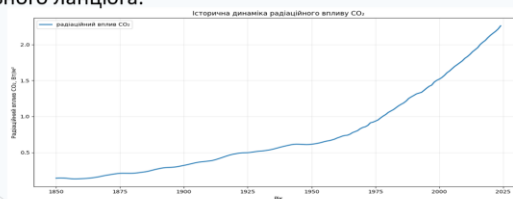
Дані дослідження та попередній аналіз

6

У роботі використано річні кліматичні показники:

- 1) антропогенні викиди CO_2 ;
- 2) кумулятивні викиди CO_2 ;
- 3) атмосферна концентрація CO_2 ;
- 4) радіаційний вплив CO_2 ;
- 5) глобальна температурна аномалія;
- 6) сценарні траєкторії SSP/AR6.

- Історичні дані демонструють довгострокове зростання антропогенних викидів CO_2 .
- Паралельно зростають атмосферна концентрація CO_2 та глобальна температурна аномалія.
- Це обґрунтовує доцільність побудови послідовного модельного ланцюга.



Базова ARIMA-модель викидів CO₂

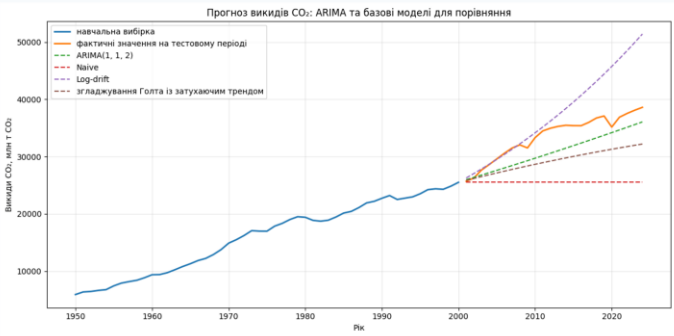
7

ARIMA — модель часового ряду, яка прогнозує майбутні значення на основі попередньої динаміки ряду та похибок прогнозу.

- Для побудови базової траєкторії використано модель ARIMA.
- Ряд викидів було логарифмовано та перевірено на стаціонарність.
- Параметри моделі обиралися за інформаційними критеріями AIC/BIC.
- ARIMA-прогноз використано як інерційний базовий сценарій для порівняння з SSP-сценаріями.

ARIMA(1,1,2) використана як базова інерційна траєкторія: вона продовжує історичну динаміку без припущень про майбутню кліматичну політику. Перевірка залишків моделі ARIMA показала відсутність суттєвої автокореляції, тому модель придатна як лінія порівняння для SSP-сценаріїв.

Порядок моделі	MAE	RMSE	MAPE, %	AIC	BIC	Ljung-Box (p)
ARIMA(1,1,2)	2642,54	2899,87	7,70	-228,35	-220,70	0,9986



Сценарії майбутніх викидів CO₂

8

SSP — це сценарні траєкторії соціально-економічного розвитку та майбутніх викидів, які використовуються в кліматичному моделюванні. У роботі SSP-сценарії використано як вхідні траєкторії для подальшого розрахунку концентрації CO₂, радіаційного впливу та температурної аномалії.

SSP1-2.6

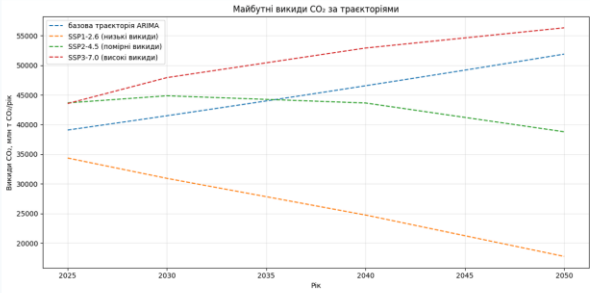
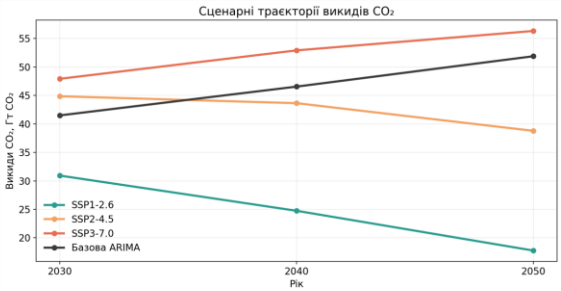
низькі викиди / декарбонізація

SSP2-4.5

помірна траєкторія

SSP3-7.0

високі викиди



- У 2050 році сценарії суттєво розходяться:
- SSP1-2.6 передбачає зниження до 17.7 Гт CO₂;
 - SSP2-4.5 — помірну траєкторію;
 - SSP3-7.0 — зростання до 56.3 Гт CO₂.
- Це створює різні вхідні умови для концентрації, радіаційного впливу й температури.

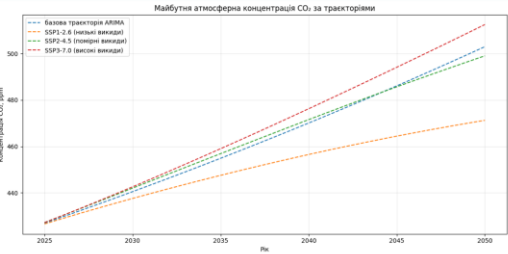
Перехід від викидів до концентрації та радіаційного впливу

9

1. Моделювання концентрації CO₂

Лагова модель — регресійна модель, що враховує не лише поточні викиди CO₂, а й попередній приріст концентрації.

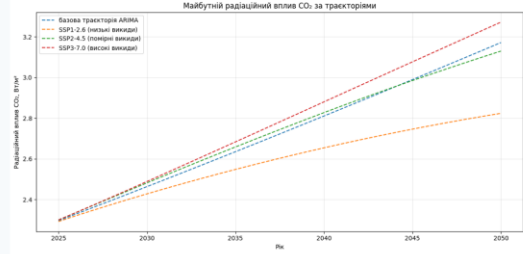
- Для переходу від викидів до концентрації було порівняно декілька регресійних підходів.
- Обрано лагову модель приросту концентрації CO₂.
- Модель враховує не лише поточні викиди, а й попередній приріст концентрації, що дозволяє частково описати інерційність вуглецевого циклу.



2. Розрахунок радіаційного впливу CO₂

Радіаційний вплив розраховується за логарифмічною залежністю від концентрації CO₂.

- Радіаційний вплив розраховано на основі прогнозованої концентрації CO₂.
- Для CO₂ використано логарифмічну залежність.
- Отриманий радіаційний вплив використано як вхідну змінну для прогнозування температурної аномалії.



Модель	MAE	RMSE	R ²	DW	Ljung-Box (p)	Jarque-Bera (p)	Середнє залишків	Ст. відх. залишків
Лагова модель приросту	0,35	0,42	0,999	1,94	0,016	0,614	≈ 0	0,45

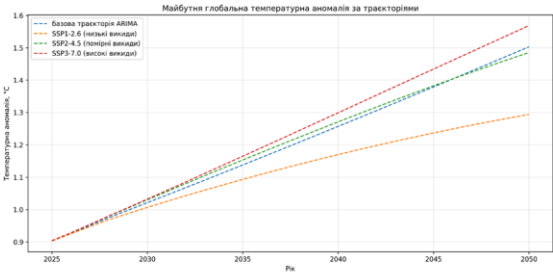
Прогноз температурної аномалії до 2050 року

10

- Температурна аномалія моделювалася на основі радіаційного впливу CO₂.
- Для врахування інерційності кліматичної системи використано 5-річне ковзне середнє радіаційного впливу.
- Побудовано прогноз температурної аномалії до 2050 року для базової та сценарних траєкторій.

5-річне ковзне середнє — згладжений показник, який усереднює радіаційний вплив за останні 5 років.

Метрика / Тест	Значення
Модель	5-річне ковзне середнє
MAE	0,118
RMSE	0,149
Коефіцієнт детермінації	0,813
Статистика Дарбіна-Уотсона	1,68
Тест Льюнга-Бокса	0,245
Тест Жарка-Бера	0,412
Середнє значення залишків	-0,001
Стандартне відхилення залишків	0,148



Підсумкове порівняння сценаріїв та аналіз чутливості результатів

11

Порівняння відносно ARIMA показує практичний ефект сценаріїв: низьковуглецева траєкторія SSP1-2.6 дає нижчу концентрацію CO₂, менший радіаційний вплив і приблизно 0.209 °C уникненого потепління у 2050 році. Високий сценарій SSP3-7.0, навпаки, підсилює всі етапи модельного ланцюга.

Траєкторія	Викиди CO ₂ , млн т CO ₂	Відхилення викидів від базової траєкторії, млн т CO ₂	Відхилення концентрації CO ₂ , млн ⁻¹	Відхилення радіаційного впливу, Вт/м ²	Відхилення температури, °C	Зміна температури на 1000 млн т CO ₂ різниці викидів
Базова траєкторія ARIMA	51888,75	0,00	0,00	0,000	0,000	—
SSP1-2.6, низькі викиди	17749,85	-34138,90	-31,70	-0,348	-0,209	0,0061
SSP2-4.5, помірні викиди	38782,37	-13106,38	-3,94	-0,042	-0,018	0,0014
SSP3-7.0, високі викиди	56327,08	4438,32	9,53	0,100	0,065	0,0148

+0.065 °C

додаткове потепління SSP3-7.0 проти ARIMA

-0.209 °C

уникнене потепління SSP1-2.6 проти ARIMA

-31.7 ч/млн

 нижча концентрація CO₂ у SSP1-2.6 проти ARIMA

Головний результат:
різні сценарії майбутніх викидів трансформуються у різні значення концентрації CO₂, радіаційного впливу та температурної аномалії.

Висновки

12

- Побудовано послідовний модельний ланцюг впливу антропогенних викидів CO₂ на глобальну температурну аномалію.
- Базова ARIMA-модель використана для формування інерційної траєкторії майбутніх викидів CO₂.
- Сценарії SSP показали різні рівні майбутнього антропогенного навантаження на кліматичну систему.
- Нижчі траєкторії викидів, зокрема SSP1-2.6, приводять до нижчих прогностичних значень концентрації CO₂, радіаційного впливу та температурної аномалії.
- Розроблений підхід може бути використаний для навчального, дослідницького та аналітичного сценарного аналізу кліматичних змін.

Подальші дослідження

13

Подальші дослідження можуть бути спрямовані на:

- урахування інших парникових газів;
- включення впливу аерозолів, океанічних процесів і природної кліматичної мінливості;
- використання нелінійних, ансамблевих або машинних моделей прогнозування;
- порівняння результатів із повноцінними кліматичними моделями;
- розширення прогнозного горизонту після 2050 року.

Дякую за увагу!

ДОДАТОК Б СТАТИСТИЧНІ ДАНІ

Дані про глобальні антропогенні викиди CO₂ (табл. Б.1) взято з набору
 «Глобальний вуглецевий бюджет 2024» / Global Carbon Project.
<https://globalcarbonbudget.org/gcb-2025/>

Таблиця Б.1 — Глобальні антропогенні викиди CO₂ (1950 — 2024)

Рік	Викиди CO ₂ , млн т CO ₂
1950	5930,41
1951	6381,65
1952	6467,70
1953	6651,04
1954	6789,73
1955	7444,10
1956	7926,27
1957	8185,98
1958	8417,52
1959	8855,11
1960	9386,95
1961	9414,99
1962	9747,24
1963	10266,78
1964	10824,47
1965	11310,60
1966	11862,62
1967	12237,37
1968	12905,27

Рік	Викиди CO ₂ , млн т CO ₂
1969	13761,80
1970	14899,14
1971	15503,86
1972	16224,58
1973	17077,29
1974	16997,91
1975	16988,48
1976	17862,49
1977	18358,04
1978	19024,74
1979	19508,59
1980	19409,79
1981	18879,76
1982	18729,74
1983	18901,78
1984	19457,25
1985	20144,86
1986	20438,04
1987	21106,19
1988	21918,76
1989	22200,21
1990	22732,14
1991	23205,59
1992	22520,42
1993	22749,87
1994	22974,60

Рік	Викиди CO ₂ , млн т CO ₂
1995	23516,64
1996	24233,48
1997	24380,32
1998	24295,71
1999	24837,77
2000	25511,48
2001	25692,99
2002	26265,33
2003	27652,69
2004	28610,02
2005	29598,95
2006	30594,15
2007	31499,26
2008	32049,66
2009	31513,01
2010	33317,67
2011	34479,99
2012	34954,73
2013	35275,82
2014	35465,70
2015	35403,53
2016	35392,83
2017	35974,61
2018	36734,00
2019	37086,57
2020	35158,23

Рік	Викиди CO ₂ , млн т CO ₂
2021	36866,86
2022	37527,77
2023	38094,04
2024	38598,58

Дані про атмосферну концентрацію CO₂ (табл. Б.2) взято з набору
Глобальна лабораторія моніторингу NOAA

<https://gml.noaa.gov/ccgg/trends/global.html>

Таблиця Б.2 — Атмосферна концентрація CO₂ (1958 — 2024)

Рік	Концентрація CO ₂ , частин на мільйон
1958	315,33
1959	315,98
1960	316,91
1961	317,64
1962	318,45
1963	318,99
1964	319,20
1965	320,04
1966	321,37
1967	322,18
1968	323,05
1969	324,62
1970	325,68
1971	326,32
1972	327,46
1973	329,68
1974	330,25
1975	331,16
1976	332,16
1977	333,91
1978	335,51

Рік	Концентрація CO ₂ , частин на мільйон
1979	336,86
1980	338,70
1981	339,95
1982	341,15
1983	342,80
1984	344,50
1985	345,89
1986	347,13
1987	348,86
1988	351,24
1989	352,71
1990	353,99
1991	355,39
1992	356,17
1993	356,85
1994	358,71
1995	360,73
1996	362,51
1997	363,65
1998	366,52
1999	368,21
2000	369,38
2001	370,94
2002	373,02
2003	375,57

Рік	Концентрація CO ₂ , частин на мільйон
2004	377,31
2005	379,57
2006	381,77
2007	383,56
2008	385,42
2009	387,34
2010	389,91
2011	391,69
2012	393,95
2013	396,65
2014	398,70
2015	400,87
2016	404,21
2017	406,52
2018	408,53
2019	411,42
2020	413,95
2021	416,11
2022	418,22
2023	420,77
2024	424,35

Дані про глобальну температурну аномалію (табл. Б.3) взято з температурного набору Berkeley Earth для суходолу й океану.

<https://berkeleyearth.org/data/>

Таблиця Б.3 — Глобальна температурна аномалія (1958 — 2024)

Рік	Температурна аномалія, °C
1958	-0,016
1959	-0,047
1960	-0,113
1961	-0,014
1962	-0,059
1963	-0,031
1964	-0,302
1965	-0,202
1966	-0,145
1967	-0,116
1968	-0,164
1969	-0,028
1970	-0,084
1971	-0,204
1972	-0,090
1973	0,052
1974	-0,169
1975	-0,106
1976	-0,211
1977	0,105
1978	0,006

Рік	Температурна аномалія, °C
1979	0,088
1980	0,192
1981	0,247
1982	0,031
1983	0,221
1984	0,046
1985	0,046
1986	0,092
1987	0,238
1988	0,278
1989	0,175
1990	0,355
1991	0,334
1992	0,120
1993	0,161
1994	0,227
1995	0,371
1996	0,271
1997	0,415
1998	0,572
1999	0,318
2000	0,326
2001	0,483
2002	0,537
2003	0,538

Рік	Температурна аномалія, °C
2004	0,462
2005	0,602
2006	0,566
2007	0,586
2008	0,459
2009	0,590
2010	0,674
2011	0,533
2012	0,572
2013	0,619
2014	0,668
2015	0,818
2016	0,925
2017	0,836
2018	0,753
2019	0,887
2020	0,916
2021	0,767
2022	0,802
2023	1,110
2024	1,169

Сценарні дані щодо майбутніх викидів CO₂ (табл. Б.4) взято з бази сценаріїв AR6 / IIASA

<https://data.ene.iiasa.ac.at/ar6/>

Таблиця Б.4 — Сценарні траєкторії викидів CO₂ AR6/SSP, використані у прогнозі

Р ік	SSP1-2.6, млн т CO ₂ /рік	SSP2-4.5, млн т CO ₂ /рік	SSP3-7.0, млн т CO ₂ /рік
2 020	37785,56	42464,87	39168,87
2 030	30923,34	44855,85	47925,14
2 040	24738,90	43640,99	52917,62
2 050	17749,85	38782,37	56327,08

ДОДАТОК В ФРАГМЕНТИ ПРОГРАМНОГО КОДУ

Фрагмент В.1 – Визначення допоміжних функцій оцінювання моделей і розрахунку радіаційного впливу CO₂

```

def rmse(y_true, y_pred):
    return np.sqrt(mean_squared_error(y_true, y_pred))

def mape(y_true, y_pred):
    y_true = np.asarray(y_true)
    y_pred = np.asarray(y_pred)
    mask = y_true != 0
    return np.mean(
        np.abs((y_true[mask] - y_pred[mask]) / y_true[mask])
    ) * 100

def evaluate_regression(actual, predicted):
    return {
        "mae": mean_absolute_error(actual, predicted),
        "rmse": rmse(actual, predicted),
        "r2": r2_score(actual, predicted),
    }

def evaluate_forecast(actual, predicted):
    return {
        "mae": mean_absolute_error(actual, predicted),
        "rmse": rmse(actual, predicted),
    }

"mape": mape(actual, predicted),
}

def radiative_forcing_co2(co2_ppm, c0=CO2_PREINDUSTRIAL_PPM):
    return 5.35 * np.log(co2_ppm / c0)

def residual_diag_table(resid, lag=10):
    resid = pd.Series(resid).dropna()
    return pd.DataFrame({
        "metric": [
            "Durbin-Watson",
            f"Ljung-Box p-value (lag {lag})",
            "Jarque-Bera p-value",
            "Середнє залишків",
            "Стандартне відхилення залишків",
        ],
        "value": [
            durbin_watson(resid),
            acorr_ljungbox(resid, lags=[lag],
                           return_df=True)["lb_pvalue"].iloc[0],
            jarque_bera(resid)[1],
            resid.mean(),
            resid.std(),
        ],
    })

```

Наведений фрагмент В.1 задає основні допоміжні функції, які використовуються для оцінювання якості прогнозних і регресійних моделей. Також наведено функцію розрахунку радіаційного впливу CO₂ на основі логарифмічної залежності між атмосферною концентрацією CO₂ та зміною енергетичного балансу кліматичної системи. Додатково включено функцію формування таблиці діагностики залишків, яка використовується для перевірки статистичної адекватності ARIMA, моделі концентрації та температурної моделі.

Фрагмент В.2 – Перевірка стаціонарності часового ряду та підбір параметрів ARIMA-моделі

```

def adf_test(series, name):
    series = pd.Series(series).dropna()
    result = adfuller(series, autolag="AIC")
    return {
        "series": name,
        "adf_statistic": result[0],
        "p_value": result[1],
        "used_lags": result[2],
        "n_obs": result[3],
        "critical_value_1%": result[4]["1%"],
        "critical_value_5%": result[4]["5%"],
        "critical_value_10%": result[4]["10%"],
    }

def select_arma_order(train_series, p_range, d_range, q_range):

```

```

rows = []
best_aic = np.inf
best_order = None
best_model = None

for p in p_range:
    for d in d_range:
        for q in q_range:
            try:
                model = ARIMA(train_series, order=(p, d, q))
                fitted = model.fit()
                rows.append({
                    "p": p,
                    "d": d,
                    "q": q,
                    "aic": fitted.aic,
                    "bic": fitted.bic,
                })
            except Exception:
                continue

        if not rows:
            raise RuntimeError("Не вдалося підібрати жодну ARIMA-модель.")

search_df =
pd.DataFrame(rows).sort_values("aic").reset_index(drop=True)
return best_order, best_model, search_df

```

Фрагмент В.2 демонструє перевірку стаціонарності ряду за допомогою розширеного тесту Дікі — Фуллера та автоматизований підбір параметрів ARIMA-моделі. Для кожної комбінації параметрів p , d , q оцінюються інформаційні критерії AIC і BIC, після чого обирається специфікація з найменшим значенням AIC.

Фрагмент В.3 – Підготовка ряду антропогенних викидів CO₂ та побудова базового ARIMA-прогнозу

```

emissions_series = (
    master_df[[YEAR_COL, EMISSIONS_COL]]
    .dropna()
    .set_index(YEAR_COL)[EMISSIONS_COL]
    .astype(float)
)

emissions_model_series = emissions_series.loc[TRAIN_START_YEAR:]
log_emissions = np.log(emissions_model_series)

train_log = log_emissions.loc[:TRAIN_END_YEAR]
test_log = log_emissions.loc[TRAIN_END_YEAR + 1:]

train_emissions = emissions_model_series.loc[:TRAIN_END_YEAR]
test_emissions = emissions_model_series.loc[TRAIN_END_YEAR + 1:]

adf_rows = [
    adf_test(train_emissions, "co2_emissions_mt_train"),
    adf_test(train_emissions.diff(), "d_co2_emissions_mt_train"),
    adf_test(train_log, "log_co2_emissions_mt_train"),
    adf_test(train_log.diff(), "d_log_co2_emissions_mt_train"),
]

adf_df = pd.DataFrame(adf_rows)

best_order, best_model_train, arima_search_df =
select_arima_order(
    train_log,
    ARIMA_P_RANGE,
    ARIMA_D_RANGE,
    ARIMA_Q_RANGE,
)

forecast_log_test =
best_model_train.forecast(steps=len(test_log))
forecast_test = pd.Series(
    np.exp(forecast_log_test.values),
    index=test_emissions.index
)

arima_test_metrics = evaluate_forecast(test_emissions,
forecast_test)
arima_test_metrics.update({
    "best_order": str(best_order),
    "aic_train": best_model_train.aic,
    "bic_train": best_model_train.bic,
})

```

Фрагмент В.3 відображає підготовку історичного ряду антропогенних викидів CO₂ до моделювання. Ряд логарифмується, поділяється на навчальну та тестову вибірки, перевіряється на стаціонарність, після чого для нього підбирається ARIMA-модель. Отриманий прогноз на тестовому періоді використовується для оцінювання якості базової статистичної траєкторії.

Фрагмент В.4 – Побудова фінальної ARIMA-моделі та прогнозування викидів CO₂ до 2050 року

```

final_log_series = log_emissions.copy()
last_historical_year = int(final_log_series.index.max())
forecast_steps = FORECAST_HORIZON_YEAR - last_historical_year

final_arima_model = ARIMA(final_log_series,
order=best_order).fit()

future_years = np.arange(
    last_historical_year + 1,
    FORECAST_HORIZON_YEAR + 1
)

future_log_forecast =
final_arima_model.forecast(steps=forecast_steps)
future_emissions_baseline = np.exp(future_log_forecast.values)

future_arima_df = pd.DataFrame({
    YEAR_COL: future_years,
    "emissions_arima_baseline": future_emissions_baseline,
})

historical_cumulative = emissions_series.cumsum()
last_cumulative = float(historical_cumulative.iloc[-1])

future_arima_df["cum_emissions_arima_baseline"] = (
    last_cumulative
    + future_arima_df["emissions_arima_baseline"].cumsum()
)

```

У фрагменті В.4 наведено побудову фінальної ARIMA-моделі на всьому доступному історичному ряді викидів CO₂. Результатом є базова прогнозна траєкторія майбутніх антропогенних викидів до 2050 року, яка надалі використовується як лінія порівняння для сценаріїв AR6/SSP.

Фрагмент В.5 – Вибір сценарних траєкторій AR6/SSP та приведення одиниць вимірювання

```

def convert_to_mtco2(values, unit):
    values = pd.to_numeric(values, errors="coerce")
    unit_lower = str(unit).lower().replace(" ", "")

    if "mtco2" in unit_lower:
        return values
    if "gtco2" in unit_lower:
        return values * 1000
    if "ktco2" in unit_lower:
        return values / 1000
    if "gtc" in unit_lower:
        return values * 1000 * (44 / 12)
    if "mtc" in unit_lower:
        return values * (44 / 12)

    raise ValueError(f"Невідомі одиниці вимірювання: {unit}")

scenario_rows = []

for short_name, patterns in SOURCE_SCENARIO_PATTERNS.items():
    matched = pd.DataFrame()

    for pattern in patterns:
        temp = ar6_df[
            ar6_df["Scenario"].astype(str).str.lower()
            == pattern.lower()
        ].copy()

        if not temp.empty:
            matched = temp
            break

    long_parts = []

    for _, row in matched.iterrows():
        values_mtco2 = convert_to_mtco2(row[year_cols],
row["Unit"])
        temp_df = pd.DataFrame({
            YEAR_COL: [int(y) for y in year_cols],
            "value": values_mtco2.values,
        })
        long_parts.append(temp_df)

    long_matched = (
        pd.concat(long_parts, ignore_index=True)
        .dropna(subset=["value"])
    )

    median_trajectory = (
        long_matched
        .groupby(YEAR_COL, as_index=False)["value"]

```

```

        .median()
        .rename(columns={"value": f"emissions_{short_name}"})
    )
    scenario_rows.append(median_trajectory)

```

Фрагмент В.5 демонструє відбір офіційних сценарних траєкторій AR6/SSP для глобальних викидів CO₂. Дані фільтруються за регіоном World та змінною Emissions|CO₂, після чого значення приводяться до єдиної одиниці вимірювання — млн т CO₂. Якщо для сценарію наявні результати кількох моделей, використовується медіанна траєкторія за кожним роком.

Фрагмент В.6 – Об'єднання базової ARIMA-траєкторії зі сценаріями SSP

```

future_start_year = last_historical_year + 1
annual_years = np.arange(future_start_year, FORECAST_HORIZON_YEAR + 1)

source_annual = source_scenarios_df.set_index(YEAR_COL).copy()
source_annual = source_annual.reindex(
    sorted(set(source_annual.index).union(set(annual_years)))
)

source_annual = source_annual.interpolate(method="index")
source_annual = (
    source_annual
    .loc[annual_years]
    .reset_index()
    .rename(columns={"index": YEAR_COL})
)

emissions_master = emissions_master.merge(
    source_annual,
    on=YEAR_COL,
    how="outer"
)

future_mask = emissions_master[YEAR_COL] > last_historical_year
scenario_emissions_cols = [
    c for c in emissions_master.columns
    if c.startswith("emissions_")
]

for col in scenario_emissions_cols:
    scenario = col.replace("emissions_", "")
    cum_col = f"cum_emissions_{scenario}"

    emissions_master[cum_col] = np.nan
    emissions_master.loc[future_mask, cum_col] = (
        last_cumulative
        + emissions_master.loc[future_mask, col].cumsum()
    )

emissions_master = pd.DataFrame({
    YEAR_COL: emissions_series.index,
    "historical_emissions": emissions_series.values,
    "historical_cumulative_emissions":
    historical_cumulative.values,
})

emissions_master = emissions_master.merge(
    future_arima_df,

```

Фрагмент В.6 показує формування єдиної таблиці прогнозних траєкторій викидів CO₂. До неї включаються історичні викиди, базова ARIMA-траєкторія та сценарні траєкторії SSP. Для кожної прогнозованої траєкторії додатково обчислюються кумулятивні викиди, що необхідно для подальшого аналізу накопичувального впливу CO₂.

Фрагмент В.7 – Порівняння моделей переходу від викидів CO₂ до концентрації CO₂

```

conc_df = master_df[
    [YEAR_COL, EMISSIONS_COL, CUM_EMISSIONS_COL, CO2_PPM_COL]
].dropna().copy()

conc_df = conc_df[conc_df[YEAR_COL] >=
    CONC_MODEL_START_YEAR].copy()

conc_df["co2_emissions_gtco2"] = conc_df[EMISSIONS_COL] / 1000
conc_df["cumulative_co2_gtco2"] = conc_df[CUM_EMISSIONS_COL] / 1000
conc_df["delta_co2_ppm"] = conc_df[CO2_PPM_COL].diff()
conc_df["delta_co2_ppm_lag1"] = conc_df["delta_co2_ppm"].shift(1)

```

```

conc_model_df = conc_df.dropna(
    subset=[
        "delta_co2_ppm",
        "co2_emissions_gtco2",
        "cumulative_co2_gtco2",
    ]
).copy()

conc_train = conc_model_df[conc_model_df[YEAR_COL] <=
    TRAIN_END_YEAR].copy()
conc_test = conc_model_df[conc_model_df[YEAR_COL] >
    TRAIN_END_YEAR].copy()

conc_results = []
conc_predictions = {}
conc_models = {}

# Модель 1: приріст концентрації залежить від поточних викидів
feature_cols = ["co2_emissions_gtco2"]
train_a = conc_train.dropna(subset=feature_cols +
    ["delta_co2_ppm"])

model_a = LinearRegression().fit(
    train_a[feature_cols],
    train_a["delta_co2_ppm"]
)

# Модель 2: приріст концентрації залежить від поточних викидів
# і лагового приросту концентрації
feature_cols = ["co2_emissions_gtco2", "delta_co2_ppm_lag1"]
train_b = conc_train.dropna(subset=feature_cols +
    ["delta_co2_ppm"])

model_b = LinearRegression().fit(
    train_b[feature_cols],
    train_b["delta_co2_ppm"]
)

# Модель 3: концентрація залежить від кумулятивних викидів
feature_cols = ["cumulative_co2_gtco2"]
train_c = conc_train.dropna(subset=feature_cols + [CO2_PPM_COL])

model_c = LinearRegression().fit(
    train_c[feature_cols],
    train_c[CO2_PPM_COL]
)

model_a = LinearRegression().fit(

```

Фрагмент В.7 демонструє побудову трьох альтернативних регресійних моделей для переходу від антропогенних викидів CO₂ до атмосферної концентрації CO₂. У роботі порівнюються базова модель приросту концентрації, лагова модель приросту концентрації та кумулятивна модель концентрації. За результатами порівняння для подальших розрахунків використовується модель із найкращими прогностичними метриками.

Фрагмент В.8 – Рекурсивне прогнозування концентрації CO₂ та розрахунок радіаційного впливу

```

future_emissions_df = emissions_master[
    emissions_master[YEAR_COL] > last_historical_year
].copy()

scenario_cols = [
    c for c in future_emissions_df.columns
    if c.startswith("emissions_")
]

last_historical_ppm = float(
    master_df
        .dropna(subset=[CO2_PPM_COL])
        .sort_values(YEAR_COL)[CO2_PPM_COL]
        .iloc[-1]
)

last_historical_delta_ppm = float(
    conc_model_df["delta_co2_ppm"].iloc[-1]
)

future_conc_df = pd.DataFrame({
    YEAR_COL: future_emissions_df[YEAR_COL].values
})

for col in scenario_cols:
    scenario = col.replace("emissions_", "")

    emissions_gt = future_emissions_df[col].values / 1000

    if selected_conc_model == "delta_lag":
        model = conc_models["delta_lag"]
        ppm_pred = []
        current_ppm = last_historical_ppm
        current_delta = last_historical_delta_ppm

        for e in emissions_gt:
            x = pd.DataFrame({
                "co2_emissions_gtco2": [e],
                "delta_co2_ppm_lag1": [current_delta],
            })

            delta = float(model.predict(x)[0])
            current_ppm += delta
            ppm_pred.append(current_ppm)
            current_delta = delta

        ppm_pred = np.array(ppm_pred)

    future_conc_df[f"co2_ppm_{scenario}"] = ppm_pred
    future_conc_df[f"co2_forcing_{scenario}"] = (
        radiative_forcing_co2(ppm_pred)
    )

```

Фрагмент В.8 відображає застосування обраної моделі концентрації до всіх прогнозних траєкторій викидів CO₂. Для кожної траєкторії рекурсивно розраховується майбутня атмосферна концентрація CO₂, після чого на її основі визначається радіаційний вплив CO₂.

Фрагмент В.9 – Побудова температурних моделей на основі радіаційного впливу CO₂

```
temp_df = master_df[[YEAR_COL, TEMP_COL,
CO2_PPM_COL]].dropna().copy()
temp_df = temp_df[temp_df[YEAR_COL] >=
CONC_MODEL_START_YEAR].copy()

temp_df["forcing"] = radiative_forcing_co2(temp_df[CO2_PPM_COL])
temp_df["forcing_lag1"] = temp_df["forcing"].shift(1)

temp_df["forcing_ma5"] = (
    temp_df["forcing"]
    .rolling(FORCING_MA_WINDOW, min_periods=1)
    .mean()
)

temp_df = temp_df.rename(columns={TEMP_COL: "temp_anomaly"})

temp_train = temp_df[temp_df[YEAR_COL] <= TRAIN_END_YEAR].copy()
temp_test = temp_df[temp_df[YEAR_COL] > TRAIN_END_YEAR].copy()

model_specs = {
    "forcing": ["forcing"],
    "forcing_lag1": ["forcing", "forcing_lag1"],
    "forcing_ma5": ["forcing_ma5"],
}

temp_models = {}
temp_test_predictions = {}
temp_results = []

for model_name, features in model_specs.items():
    train_used = temp_train.dropna(
        subset=features + ["temp_anomaly"]
    ).copy()

    test_used = temp_test.dropna(
        subset=features + ["temp_anomaly"]
    ).copy()

    model = LinearRegression().fit(
        train_used[features],
        train_used["temp_anomaly"]
    )

    pred = pd.Series(
        model.predict(test_used[features]),
        index=test_used[YEAR_COL].values,
    )

    actual = (
        test_used
        .set_index(YEAR_COL)
        .loc[pred.index, "temp_anomaly"]
    )

    metrics = evaluate_regression(actual, pred)

    if model_name == "forcing_lag1":
        response_per_wm2 = model.coef_.sum()
    else:
        response_per_wm2 = model.coef_[0]

    metrics.update({
        "model": model_name,
        "features": ", ".join(features),
        "intercept": model.intercept_,
        "coefficients": str(dict(zip(features, model.coef_))),
        "approx_temp_response_per_1_wm2": response_per_wm2,
        "approx_temp_response_for_co2_doubling": (
            response_per_wm2 * CO2_DOUBLING_FORCING
        ),
    })

    temp_models[model_name] = model
    temp_test_predictions[model_name] = pred
    temp_results.append(metrics)

temp_comparison_df = (
    pd.DataFrame(temp_results)
    .sort_values("rmse")
    .reset_index(drop=True)
)
```

Фрагмент В.9 демонструє побудову та порівняння трьох регресійних моделей температурної аномалії: моделі з поточним радіаційним впливом, моделі з поточним і лаговим радіаційним впливом та моделі з 5-річним ковзним середнім радіаційного впливу. Фінальною для сценарного прогнозування обрано модель із

5-річним ковзним середнім, оскільки вона враховує інерційність кліматичної системи та не містить двох майже ідентичних пояснювальних змінних.

Фрагмент В.10 – Прогноз температурної аномалії для базової та сценарних траєкторій

```

selected_temp_model = SELECTED_TEMP_MODEL
selected_temp_features = model_specs[selected_temp_model]
selected_model = temp_models[selected_temp_model]

future_temp_df = pd.DataFrame({
    YEAR_COL: future_conc_df[YEAR_COL].values
})

historical_forcing_series =
temp_df.set_index(YEAR_COL)["forcing"]

forcing_cols = [
    c for c in future_conc_df.columns
    if c.startswith("co2_forcing_")
]

for forcing_col in forcing_cols:
    scenario = forcing_col.replace("co2_forcing_", "")
    future_forcing_series = (
        future_conc_df
        .set_index(YEAR_COL)[forcing_col]
        .dropna()
    )

    combined_forcing = pd.concat(
        [historical_forcing_series, future_forcing_series]
    ).sort_index()

    future_years_for_scenario = future_forcing_series.index

    features_df = pd.DataFrame({
        YEAR_COL: future_years_for_scenario,
        "forcing": combined_forcing
            .loc[future_years_for_scenario]
            .values,
    })

    features_df["forcing_lag1"] = (
        combined_forcing
        .shift(1)
        .loc[future_years_for_scenario]
        .values
    )

    features_df["forcing_ma5"] = (
        combined_forcing
        .rolling(FORCING_MA_WINDOW, min_periods=1)
        .mean()
        .loc[future_years_for_scenario]
        .values
    )

    pred_temp = selected_model.predict(
        features_df[selected_temp_features]
    )

    pred_series = pd.Series(
        pred_temp,
        index=future_years_for_scenario,
    )

    future_temp_df[f"temp_anomaly_{scenario}"] = (
        future_temp_df[YEAR_COL].map(pred_series)
    )

```

Фрагмент В.10 показує застосування фінальної температурної моделі до прогнозних значень радіаційного впливу за кожною траєкторією. На цьому етапі для базової ARIMA-траєкторії та сценаріїв SSP розраховуються прогнозні значення глобальної температурної аномалії.

Фрагмент В.11 – Формування фінальної сценарної таблиці «викиди → концентрація → радіаційний вплив → температура»

```

final_master = emissions_master.merge(
    future_conc_df,
    on=YEAR_COL,
    how="outer",
)

final_master = final_master.merge(
    future_temp_df,
    on=YEAR_COL,
    how="outer",
)

final_master =
final_master.sort_values(YEAR_COL).reset_index(drop=True)

scenario_names = sorted({
    c.replace("emissions_", "")
    for c in final_master.columns
    if c.startswith("emissions_")
}).intersection({
    c.replace("co2_ppm_", "")
    for c in final_master.columns
    if c.startswith("co2_ppm_")
}).intersection({
    c.replace("co2_forcing_", "")

```

```

for c in final_master.columns
if c.startswith("co2_forcing_")
}).intersection({
c.replace("temp_anomaly_", "")
for c in final_master.columns
if c.startswith("temp_anomaly_")
}))

rows = []

for scenario in scenario_names:
temp = final_master[[
YEAR_COL,
f"emissions_{scenario}",
f"co2_ppm_{scenario}",
f"co2_forcing_{scenario}",
f"temp_anomaly_{scenario}",
]].copy()

temp = temp.rename(columns={
f"emissions_{scenario}": "emissions_mtco2",
f"co2_ppm_{scenario}": "co2_concentration_ppm",
f"co2_forcing_{scenario}": "co2_forcing_wm2",
f"temp_anomaly_{scenario}": "temperature_anomaly_degC",
})

temp["scenario"] = scenario

temp = temp.dropna(
subset=[
"emissions_mtco2",
"co2_concentration_ppm",
"co2_forcing_wm2",
"temperature_anomaly_degC",
],
how="all",
)

rows.append(temp)

long_df = pd.concat(rows, ignore_index=True)

long_df = long_df[[
YEAR_COL,
"scenario",
"emissions_mtco2",
"co2_concentration_ppm",
"co2_forcing_wm2",
"temperature_anomaly_degC",
]]

```

Фрагмент В.11 формує фінальну довгу сценарну таблицю, у якій для кожного року та кожної траєкторії зібрано повний модельний ланцюг: антропогенні викиди CO₂, атмосферну концентрацію CO₂, радіаційний вплив і прогнозу температурну аномалію. Саме ця таблиця використовується для підсумкового порівняння сценаріїв.

Фрагмент В.12 – Розрахунок відхилень сценаріїв від базової ARIMA-траєкторії та оцінювання чутливості

```

BASELINE_SCENARIO = "arima_baseline"
KEY_YEARS = [2030, 2040, 2050]

key_years_df = (
long_df[long_df[YEAR_COL].isin(KEY_YEARS)]
.sort_values([YEAR_COL, "scenario"])
.copy()
)

baseline_df = long_df[
long_df["scenario"] == BASELINE_SCENARIO
][[
YEAR_COL,
"emissions_mtco2",
"co2_concentration_ppm",
"co2_forcing_wm2",
"temperature_anomaly_degC",
]].rename(columns={
"emissions_mtco2": "baseline_emissions_mtco2",
"co2_concentration_ppm": "baseline_co2_concentration_ppm",
"co2_forcing_wm2": "baseline_co2_forcing_wm2",
"temperature_anomaly_degC":
"baseline_temperature_anomaly_degC",
})

comparison_df = long_df.merge(
baseline_df,
on=YEAR_COL,
how="left",
)

comparison_df["emissions_difference_vs_baseline_mtco2"] = (
comparison_df["emissions_mtco2"]
- comparison_df["baseline_emissions_mtco2"]
)

comparison_df["co2_ppm_difference_vs_baseline"] = (
comparison_df["co2_concentration_ppm"]
- comparison_df["baseline_co2_concentration_ppm"]
)

comparison_df["forcing_difference_vs_baseline_wm2"] = (
comparison_df["co2_forcing_wm2"]
- comparison_df["baseline_co2_forcing_wm2"]
)

comparison_df["temperature_difference_vs_baseline_degC"] = (
comparison_df["temperature_anomaly_degC"]
- comparison_df["baseline_temperature_anomaly_degC"]
)

comparison_df["avoided_warming_vs_baseline_degC"] = (
-comparison_df["temperature_difference_vs_baseline_degC"]
)

sensitivity_key_df = comparison_df[
comparison_df[YEAR_COL].isin(KEY_YEARS)
]

```

```

].copy()
sensitivity_key_df["temp_diff_per_1000mtco2_emissions_diff"] = (
    sensitivity_key_df["temperature_difference_vs_baseline_degC"]
    / 1000
)
sensitivity_key_df["emissions_difference_vs_baseline_mtco2"] = (
    sensitivity_key_df["emissions_difference_vs_baseline_mtco2"]
    / 1000
)

```

Фрагмент В.12 демонструє фінальний етап сценарного аналізу. Для кожної траєкторії розраховується відхилення від базової ARIMA-траєкторії за викидами CO₂, концентрацією CO₂, радіаційним впливом і температурною аномалією. Додатково визначається показник уникненого потепління та умовна чутливість температурної аномалії до зміни рівня викидів.

Фрагмент В.13 – Валідація ARIMA-моделі з розширюваним навчальним вікном і діагностика залишків

```

# Rolling-origin one-step-ahead validation
rolling_rows = []
full_log_for_rolling = log_emissions.copy()
full_emissions_for_rolling = emissions_model_series.copy()
initial_train_size = len(train_log)

for i in range(initial_train_size, len(full_log_for_rolling)):
    current_train = full_log_for_rolling.iloc[:i]
    target_year = int(full_log_for_rolling.index[i])
    actual_value = float(full_emissions_for_rolling.loc[target_year])

    fitted = ARIMA(current_train, order=best_order).fit()
    pred_log = fitted.forecast(steps=1).iloc[0]
    pred_value = float(np.exp(pred_log))

    rolling_rows.append({
        "year": target_year,
        "actual_emissions_mtco2": actual_value,
        "rolling_forecast_mtco2": pred_value,
        "absolute_error": abs(actual_value - pred_value),
        "percentage_error": abs(
            (actual_value - pred_value) / actual_value
        ) * 100,
    })

rolling_arima_df = pd.DataFrame(rolling_rows)

rolling_arima_metrics_df = pd.DataFrame([
    {
        "mae": mean_absolute_error(
            rolling_arima_df["actual_emissions_mtco2"],
            rolling_arima_df["rolling_forecast_mtco2"],
        ),
        "rmse": rmse(
            rolling_arima_df["actual_emissions_mtco2"],
            rolling_arima_df["rolling_forecast_mtco2"],
        ),
        "mape": rolling_arima_df["percentage_error"].mean(),
        "validation_type": "rolling-origin one-step-ahead",
    }
])

# Residual diagnostics for the selected ARIMA model
arima_resid = pd.Series(best_model_train.resid).dropna()
burn_in = max(5, best_order[0] + best_order[2] + 1)
arima_resid_used = arima_resid.iloc[burn_in:].copy()

arima_resid_diag_df = residual_diag_table(arima_resid_used,
lag=10)

fig = sm.qqplot(arima_resid_used, line="45", fit=True)
plot_acf(arima_resid_used, lags=min(20, len(arima_resid_used)//2 - 1))
plot_pacf(arima_resid_used,
lags=min(20, len(arima_resid_used)//2 - 1),
method="ywm")

```

Фрагмент В.13 показує додаткову перевірку ARIMA-моделі. Валідація з розширюваним навчальним вікном дає змогу оцінити якість прогнозу на один крок уперед у різні моменти часу, а діагностика залишків перевіряє, чи не залишилася у похибках неврахована часова структура.

Фрагмент В.14 – Діагностика залишків обраної моделі концентрації CO₂

```

if selected_conc_model == "delta_basic":
    conc_diag_features = ["co2_emissions_gtco2"]
    conc_diag_target = "delta_co2_ppm"
    conc_diag_model = conc_models["delta_basic"]

elif selected_conc_model == "delta_lag":
    conc_diag_features = [
        "co2_emissions_gtco2",
        "delta_co2_ppm_lag1",
    ]
    conc_diag_target = "delta_co2_ppm"
    conc_diag_model = conc_models["delta_lag"]

```

```

elif selected_conc_model == "cumulative":
    conc_diag_features = ["cumulative_co2_gtco2"]
    conc_diag_target = CO2_PPM_COL
    conc_diag_model = conc_models["cumulative"]

conc_diag_train = conc_train.dropna(
    subset=conc_diag_features + [conc_diag_target]
).copy()

conc_train_pred = conc_diag_model.predict(
    conc_diag_train[conc_diag_features]
)

conc_resid = (
    conc_diag_train[conc_diag_target].values
    - conc_train_pred
)

conc_resid_diag_df = residual_diag_table(conc_resid, lag=10)

plt.plot(conc_diag_train[YEAR_COL], conc_resid)
plt.axhline(0, linewidth=1)

sm.qqplot(pd.Series(conc_resid).dropna(), line="45", fit=True)
plot_acf(pd.Series(conc_resid).dropna(),
    lags=min(20, len(conc_resid)//2 - 1))
plot_pacf(pd.Series(conc_resid).dropna(),
    lags=min(20, len(conc_resid)//2 - 1),
    method="ywm")

```

Фрагмент В.14 відображає перевірку залишків обраної моделі переходу від викидів CO₂ до атмосферної концентрації CO₂. Для залишків обчислюються статистики Дарбіна — Вотсона, Льюнга — Бокса, Жарка — Бера, а також будуються графіки для виявлення можливого систематичного зміщення, автокореляції або відхилення від нормальності.

Фрагмент В.15 – Діагностика залишків фінальної температурної моделі

```

selected_temp_model = SELECTED_TEMP_MODEL
selected_temp_features = model_specs[selected_temp_model]
selected_model = temp_models[selected_temp_model]
selected_train_df = temp_train_used[selected_temp_model]

train_pred = selected_model.predict(
    selected_train_df[selected_temp_features]
)

train_resid = (
    selected_train_df["temp_anomaly"].values
    - train_pred
)

resid_diag_df = residual_diag_table(train_resid, lag=10)

plt.plot(train_resid)
plt.axhline(0, linewidth=1)
plt.title(f"Динаміка залишків: {selected_temp_model}")

plt.hist(train_resid, bins=15, edgecolor="black")
plt.title(f"Гістограма залишків: {selected_temp_model}")

plot_acf(pd.Series(train_resid).dropna(),
    lags=min(20, len(train_resid)//2 - 1))

plot_pacf(pd.Series(train_resid).dropna(),
    lags=min(20, len(train_resid)//2 - 1),
    method="ywm")

```

Фрагмент В.15 демонструє перевірку статистичної адекватності фінальної температурної моделі. Аналіз залишків дає змогу підтвердити, що модель із 5-річним ковзним середнім радіаційного впливу не має критичної залишкової автокореляції та може використовуватися для подальшого сценарного прогнозування температурної аномалії.

Фрагмент В.16 – Побудова наближених прогнозних інтервалів температурної аномалії

```

selected_test_pred = temp_test_predictions[SELECTED_TEMP_MODEL]
selected_test_actual = (
    temp_test
    .set_index(YEAR_COL)
    .loc[selected_test_pred.index, "temp_anomaly"]
)

selected_test_resid = selected_test_actual - selected_test_pred

temp_test_resid_std = float(
    pd.Series(selected_test_resid).dropna().std()
)

z_value = 1.96
future_temp_uncertainty_df = future_temp_df.copy()

for col in future_temp_df.columns:
    if col.startswith("temp_anomaly_"):
        scenario = col.replace("temp_anomaly_", "")
        future_temp_uncertainty_df[f"temp_lower95_{scenario}"] = (
            future_temp_df[col] - z_value * temp_test_resid_std
        )
        future_temp_uncertainty_df[f"temp_upper95_{scenario}"] = (
            future_temp_df[col] + z_value * temp_test_resid_std
        )

baseline_col = "temp_anomaly_arma_baseline"
baseline_lower = "temp_lower95_arma_baseline"
baseline_upper = "temp_upper95_arma_baseline"

plt.plot(temp_df[YEAR_COL], temp_df["temp_anomaly"],
         label="історична температурна аномалія")
plt.plot(future_temp_uncertainty_df[YEAR_COL],
         future_temp_uncertainty_df[baseline_col],
         linestyle="--",
         label="базова траєкторія ARIMA")
plt.fill_between(
    future_temp_uncertainty_df[YEAR_COL],
    future_temp_uncertainty_df[baseline_lower],
    future_temp_uncertainty_df[baseline_upper],
    alpha=0.2,
    label="наближений 95% прогнозний інтервал",
)

```

Фрагмент В.16 показує розрахунок наближених 95% прогнозних інтервалів для температурної аномалії. Масштаб невизначеності визначається за стандартним відхиленням залишків фінальної температурної моделі на тестовому періоді, після чого для кожної прогнозної траєкторії формуються нижня та верхня межі інтервалу.