

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»**

**Навчально-науковий механіко-машинобудівний інститут
Кафедра динаміки і міцності машин та опору матеріалів**

До захисту допущено:

Завідувач кафедри

_____ Сергій ПИСКУНОВ
(підпис)

« ____ » _____ 2022 р.

Дипломна робота
на здобуття ступеня бакалавра
за освітньо-професійною програмою «Динаміка і міцність машин»
спеціальності 131 «Прикладна механіка»
на тему: «Проектування циліндрично-конічного редуктора
удосконаленої установки КМ-50 для дослідження матеріалів при крученні»

Виконав (-ла): студент (-ка) IV курсу групи МП-81 Лебединський Богдан Юрійович _____
(підпис)

Керівник: к.т.н., доц. Лавренко Ярослав Іванович _____
(підпис)

Консультант з деталей машин: к.т.н., доц. Лавренко Ярослав Іванович _____
(підпис)

Консультант з теорії мех. і машин: к.т.н., доц. Заховайко Олександр Панасович _____
(підпис)

Консультант з будівельної механіки: д.т.н., проф. Пискунов Сергій Олегович _____
(підпис)

Консультант з теорії пружності: д.т.н., проф. Бабенко Андрій Єлісейович _____
(підпис)

Консультант з чисельних методів: д.т.н., проф. Рудаков Костянтин Миколайович _____
(підпис)

Консультант з теорії коливань: д.т.н., проф. Боронко Олег Олександрович _____
(підпис)

Рецензент: д.т.н., проф. Данильченко Юрій Михайлович _____
(підпис)

Засвідчую, що у цій дипломній роботі немає запозичень з праць інших авторів без відповідних посилань.

Студент (-ка) _____
(підпис)

Київ – 2022

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
Навчально-науковий механіко-машинобудівний інститут
Кафедра динаміки і міцності машин та опору матеріалів

Рівень вищої освіти – перший (бакалаврський)

Спеціальність – 131 «Прикладна механіка»

Освітньо-професійна програма «Динаміка і міцність машин»

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

_____ Сергій ПИСКУНОВ
(підпис)

«__» _____ 2022 р.

ЗАВДАННЯ

на дипломну роботу студенту

Лебединському Богдану Юрійовичу

1. Тема роботи «Проектування циліндрично-конічного редуктора удосконаленої установки КМ-50 для дослідження матеріалів при крученні», керівник роботи Лавренко Ярослав Іванович, к.т.н., доц., затверджені наказом по університету від 07.06.2022 р. № 923-с.

2. Термін подання студентом роботи 10.06.2022 р.

3. Вихідні дані до роботи Установка КМ-50-1 для досліджень зразків з металу на кручення, максимальний крутний момент– 15 кНм, кутова швидкість робочого ходу активного захвата – 3,5 хв⁻¹.

4. Зміст роботи Вибір двигуна, розрахунок і проектування передач та валів редуктора, проектування корегованого евольвентного зачеплення, розрахунок круглої ступінчатої пластини, розв'язання осесиметричної задачі методами теорії пружності, розрахунок деформованого стану випробувального зразка, визначення власних частот та відповідних власних форм коливань вала, оригінальна частина.

						2
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		Лист

Анотація

Дана бакалаврська робота присвячена модифікації привода випробувальної установки КМ-50 для механічних випробувань матеріалів в умовах кручення.

В даній роботі проведено модифікацію привода і редуктора установки шляхом вибору оптимальних вузлів та умов роботи. Спроектовані усі елементи привода, за показниками якості зачеплення з використанням програмного забезпечення K-PRO було оптимізовано зубчасту передачу для підвищення її ефективності. Плиту, на якій фіксується дана установка було розраховано на міцність і жорсткість. Методами теорії пружності проведено розрахунки напружено-деформованого стану при крученні моментом стержня з шліцом. За допомогою методу скінченних елементів та програмного комплексу FEMAP NASTRAN досліджено напружено-деформований стан тонкостінного зразка для випробувань на кручення. Методами теорії коливань визначено власні частоти та форми коливань проміжного валу редуктора. В останньому розділі визначено використання установки КМ-50 для дослідження матеріалу конструктивного елемента ліктьового ортезу. Сформульовані загальні висновки по роботі.

Записка містить 134 сторінки, 66 рисунків, 12 таблиць, додаток.

Ключові слова: випробувальна установка, редуктора, кінематична схема, циліндрична передача, конічна передача, розрахунок валів, підшипники, зразок, напружено-деформований стан, опорна плита, коливання, власні частоти, власні форми.

Робота складається з текстової та графічної частини, містить додаток зі специфікаціями до креслень.

										4
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата						Лист

Abstract

This bachelor work is devoted to the modification of the drive of the testing machine KM-50 for the mechanical testing of materials under torsional conditions.

In this work, the drive and gearbox were modified by selection of the most optimal details and their working conditions. All of the reduction gear units were designed and the gear train was improved via K-PRO software. Machine base plate strength and rigidity was calculated. The methods of the theory of elasticity were used to calculate the stress-strain state during torsion of the rod with a slot. The stress-strain state of a thin-walled sample for torsion tests was investigated using the finite element method and the FEMAP NASTRAN software package. Intermediate shaft oscillation normal modes were determined with the help of oscillation theory methods. In the last section it is defined in use of installation KM-50 for research of material of a constructive element of an elbow orthosis. General conclusions were formulated.

The note contains 134 pages, 66 figures, 12 tables, an application.

Keywords: test setup, reducer, kinematic scheme, cylindrical transmission, worm gear, calculation of shafts, substrates, sample, stress-strain state, base plate, oscillations, normal modes.

The work consists of a text and graphic part, contains an application with drawings' specifications.

<i>Зм.</i>	<i>Лист</i>	<i>№ документа</i>	<i>Підпис</i>	<i>Дата</i>		<i>Лист</i>

Зміст

1. РОЗРАХУНОК ОСНОВНИХ ПАРАМЕТРІВ ВИПРОБОВУВАЛЬНОЇ УСТАНОВКИ	9
1.1 Опис прототипу	9
1.2. Опис кінематичної схеми проектованого приводу	11
1.3. Вибір електродвигуна	12
1.4. Кінематичний та силовий розрахунок приводу.....	13
2. РОЗРАХУНОК ПЕРЕДАЧ РЕДУКТОРА.....	15
2.1. Розрахунок конічної зубчастої передачі.	15
2.1.1. Вибір матеріалу і способу термообробки.....	15
2.1.2. Параметри навантаження конічної зубчастої передачі.....	15
2.1.3. Визначення допустимих напружень	16
2.1.4. Визначення мінімального зовнішнього ділильного діаметра конічного колеса	17
2.1.5 Обчислення зовнішнього колового модуля	18
2.1.5 Попередні значення деяких параметрів передачі.....	18
2.1.7 Розрахунок активних поверхонь зубців на контактну витривалість	19
2.1.8. Розрахунок активних поверхонь зубців на контактну міцність.....	20
2.1.9. Розрахунок зубців на витривалість при згині	20
2.1.8. Розрахунок зубців на міцність при згині максимальним навантаженням	21
2.1.9. Геометричний розрахунок параметрів зубчастої передачі.....	21
2.1.10. Розрахунок сил у зачепленні зубців передачі	22
2.2. Розрахунок тихохідної передачі.....	23
2.2.1. Вибір матеріалу і способу термообробки.....	23
2.2.2. Параметри навантаження зубчастої передачі.....	23
2.2.3. Визначення допустимих напружень	24
2.2.4. Проектний розрахунок передачі	25
2.2.5 Розрахунок активних поверхонь зубців на контактну витривалість	27
2.2.6. Розрахунок активних поверхонь зубців на контактну міцність.....	28
2.2.7. Розрахунок зубців на витривалість при згині	28
2.2.9. Розрахунок зубців на міцність при згині максимальним навантаженням	29
2.2.10. Геометричний розрахунок параметрів зубчастої передачі.....	29
2.2.11. Розрахунок сил у зачепленні зубців передачі	29
3. РОЗРАХУНОК ВАЛІВ	31
3.1. Розрахунок вхідного валу	31

						6
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		Лист

6.5	Результати розрахунків	70
7.	РОЗРАХУНОК ПРОТОТИПУ КОНСТРУКТИВНОГО ЕЛЕМЕНТА МЕТОДАМИ ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ	73
7.1.	Постановка задачі	73
7.2.	Визначення коефіцієнтів інтегрування	74
7.3.	Визначення функції напружень	77
7.4.	Визначення жорсткості при крученні	79
7.5.	Визначення напружень	79
7.6.	Графічне відображення	81
8.	РОЗРАХУНКИ ВЛАСНИХ ЧАСТОТ ТА ВІДПОВІДНИХ ВЛАСНИХ ФОРМ КРУТИЛЬНИХ КОЛИВАНЬ СИСТЕМИ З ДВОМА СТУПЕНЯМИ ВІЛЬНОСТІ	82
8.1.	Постановка задачі	82
8.2.	Визначення власних частот методом сил	85
8.3.	Визначення першої власної частоти методом Релея	91
8.4.	Визначення першої власної частоти методом Донкерлі	92
9.	ВИКОРИСТАННЯ УСТАНОВКИ КМ-50 ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕРІАЛУ КОНСТРУКТИВНОГО ЕЛЕМЕНТУ ЛІКТЬОВОГО ОРТЕЗУ	94
9.1.	Огляд літератури	94
9.2.	Вибір матеріалу для оптимального ортезу ліктьового суглобу	102
9.2.1	Вимоги до матеріалу	102
9.2.2	Дослідження матеріалу	102
9.3.	Проектування та моделювання оптимального ортезу ліктьового суглобу	105
9.3.1	Проектування ортезу	105
9.3.2	Моделювання ортезу	108
9.4.	Розрахунок контактної задачі	110
9.4.1	Постановка задачі	110
9.4.2	Розрахунок задачі	112
	СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ	125
	ДОДАТКИ	129

1. РОЗРАХУНОК ОСНОВНИХ ПАРАМЕТРІВ ВИПРОБОВУВАЛЬНОЇ УСТАНОВКИ

1.1 Опис прототипу

На вихідному валу привод повинен розвивати потужність $P = 0,7$ кВт при числі обертів вала $n = 2,67$ хв⁻¹.

Машина для досліджень зразків з металу на кручення КМ-50-1.

Схема даної машини зображена на рис. 1.1. та складається з таких основних частин: 1 – зразок; 2 – захват нижній; 3 – гвинт; 4,7,8 – зубчасте колесо; 5 – черв'ячне колесо; 6 – стопорна гайка; 9 – валик; 10, 11 – муфта; 12 - електродвигун; 13 - конічна передача; 14 - циліндрична передача; 15 - циліндричний редуктор; 16 – барабан; 17 – лімб; 18 – ролик; 19 – стрілка; 20 – тяга; 21 – важіль; 22 – ролик; 23 – верхній захват; 24 – противага; 25 – стрічка.

Технічні характеристики:

Максимальний крутний момент, 15 кНм

Кутова швидкість захвату, 3,5 хв⁻¹

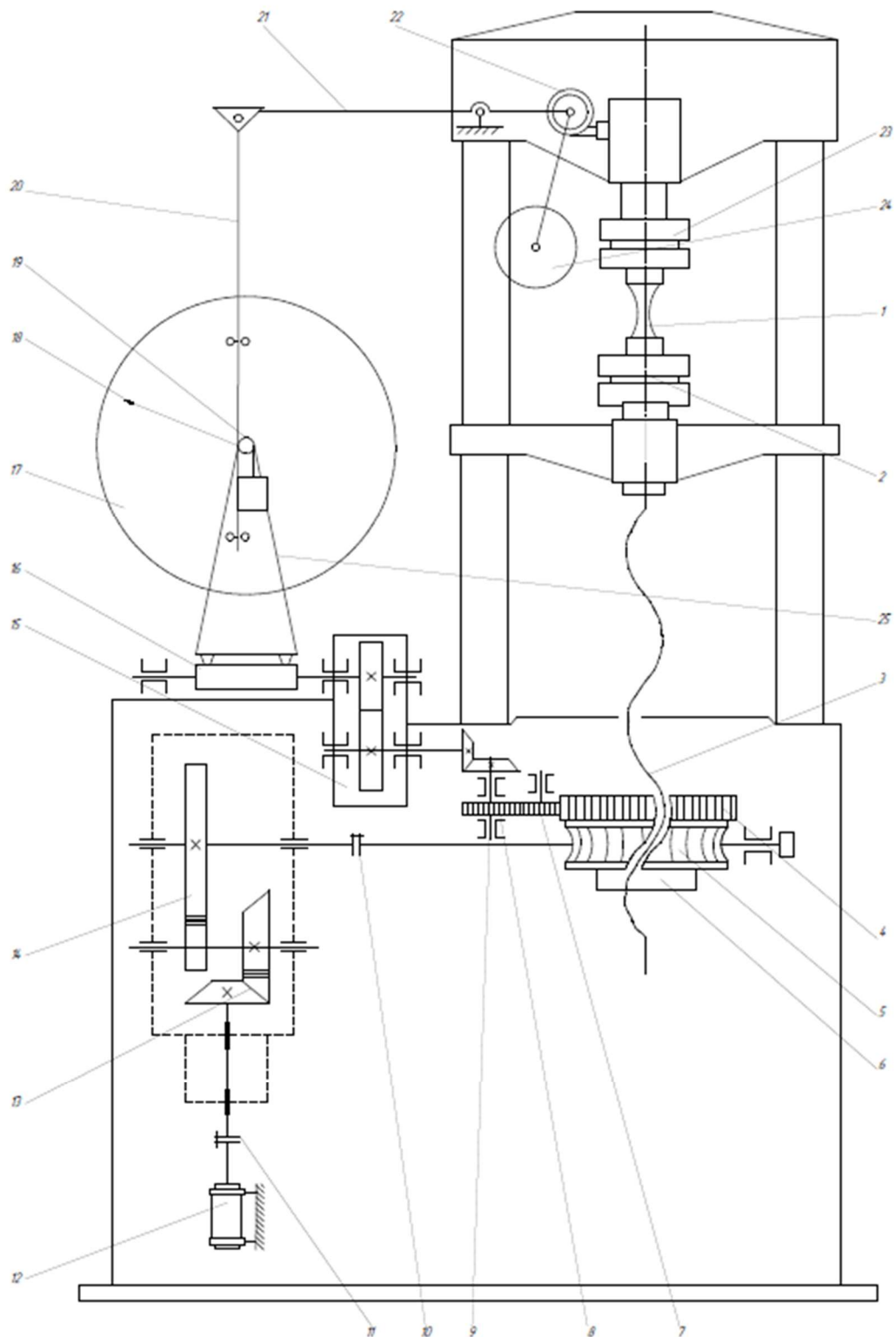


Рис. 1.1. Схема випробувальної установки КМ-50-1

Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата

1.2.Опис кінематичної схеми проектованого приводу

Привод випробувальної установки містить електродвигун (1) і три механічні передачі обертального руху: зубчасту конічну передачу (2), зубчасту циліндричну передачу (3) та червячну передачу (4). Конічно-циліндричний двоступінчастий редуктор служить для передачі обертального руху між осями, що перетинаються.

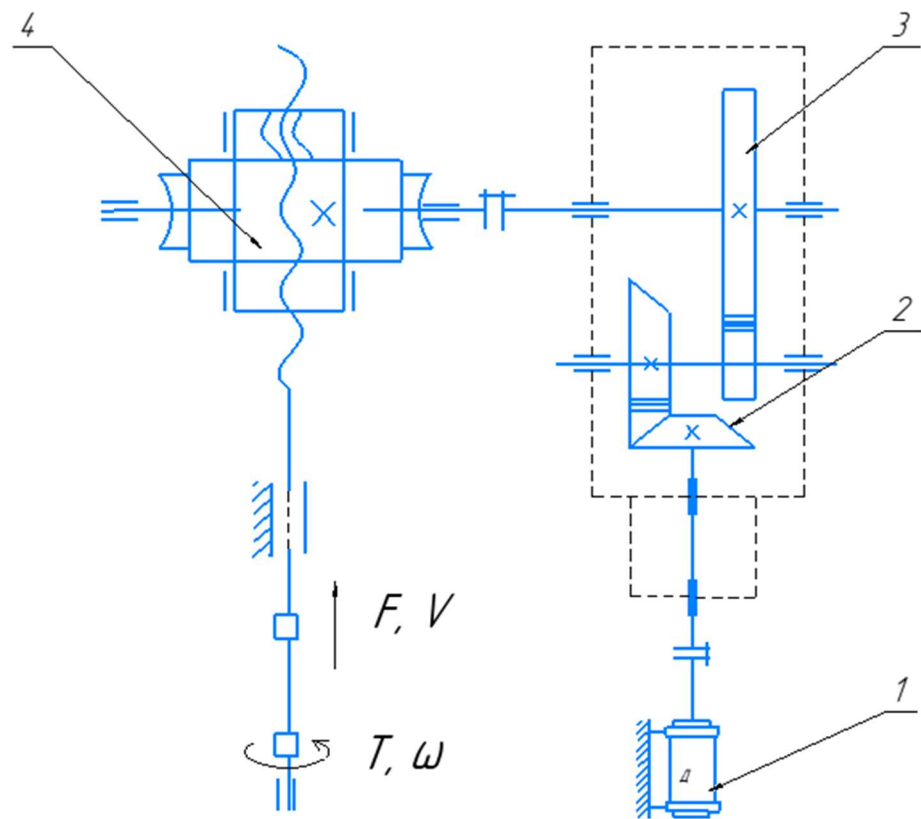


Рис 1.2. Кінематична схема приводу

Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата

1.3. Вибір електродвигуна

Електродвигун для привода вибирають за потрібною потужністю на вихідному валу привода А (рис.1.2). Для вибору потужності привідного електродвигуна визначаємо загальний ККД ($\eta_{\text{заг}}$).

Загальний ККД привоу визначаємо за формулою (1.3.1):

$$\eta_{\text{заг}} = \eta_{\text{кон.}} \times \eta_{\text{цил.}} \times \eta_{\text{черв.}} \times \eta_0^n \quad (1.3.1)$$

де $\eta_{\text{кон.}}$ – ККД зубчастої конічної передачі;

$\eta_{\text{цил.}}$ – ККД зубчастої циліндричної передачі;

$\eta_{\text{черв.}}$ – ККД червячної передачі;

η_0 – ККД підшипників;

n – кількість пар підшипників.

ККД конічної передачі 0,96; ККД циліндричної передачі 0,98; ККД червячної передачі становить 0,73; ККД підшипників 0,99; кількість пар підшипників рівна 3.

$$\eta_{\text{заг}} = 0,96 \times 0,98 \times 0,73 \times 0,99^3 = 0,69$$

Необхідну потужність електродвигуна $P_{\text{д.}}$ розраховують за номінальною потужністю $P_{\text{н.}}$, яка необхідна для забезпечення заданої швидкості деформування зразка (швидкості переміщення рухомого захвата) при максимальному навантаженні.

В умові задано максимальний крутний момент T , Н·м на захваті і кутову швидкість захвата ω , с^{-1} , тому номінальну потужність знаходимо за формулою (1.3.2)

$$P_{\text{н}} = \frac{T \times \omega}{60} = \frac{15 \times 3,5}{60} = 0,875 \text{ кВт} \quad (1.3.2)$$

Потрібну потужність електродвигуна визначаємо за формулою (1.3.3):

$$P_1 = \frac{P_{\text{н}}}{\eta_{\text{заг}}} = \frac{0,875}{0,69} = 1,274 \text{ кВт} \quad (1.3.3)$$

За таблицею виберемо двигун 4А100L8У3 потужністю $P_{\text{дв}} = 1,5 \text{ кВт}$; $n = 700 \text{ хв}^{-1}$.

						12
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		Лист

1.4. Кінематичний та силовий розрахунок привода

Привод має таку структуру: зв'язок двигуна з редуктором здійснюється за муфти, редуктор – двохступінчатий, конічно циліндричний. Отже, загальне передавальне число привода:

$$i_{\text{заг}} = \frac{n_{\text{ел.дв}}}{n_{\text{вих}}} \quad (1.4.1)$$

де $n_{\text{ел.дв}}$ – синхронна частота електродвигуна; $n_{\text{вих}}$ – кількість обертів на виході.

$$i_{\text{заг}} = \frac{n_{\text{дв}}}{n_{\text{вих}}} = \frac{700}{0.557} = 1257,$$

$$\text{тут } n_{\text{вих}} = \frac{30 \cdot \omega}{\pi} = \frac{30 \cdot 0.058}{3.14} = 0.574 \text{ хв}^{-1}.$$

Виберемо оптимальні значення передавальних відношень, що розраховуються:
 $i_{\text{кон}} = 2,5$; $i_{\text{цил}} = 3$; $i_{\text{черв}} = 35$.

Щоб отримати необхідне загальне передавальне відношення, введемо додаткову передачу, що не розраховується. Тоді:

$$i_{\text{доп}} = \frac{i_{\text{заг}}}{i_{\text{кл.пас}} \cdot i_{\text{цил}} \cdot i_{\text{черв}}} = \frac{1257}{2,5 \cdot 3 \cdot 35} \approx 4,79 \quad (1.4.2)$$

де $i_{\text{доп}}$ – передавальне відношення додаткової передачі.

$$\text{Отже: } i_{\text{заг}} = i_{\text{кон}} \cdot i_{\text{цил}} \cdot i_{\text{черв}} = 2,5 \cdot 3 \cdot 35 \cdot 4,79 = 1257.$$

Тепер визначимо інші параметри привода.

Введемо такі позначення:

I вал – вал двигуна та конічної шестерні; II вал – вал між веденим конічним прямозубим колесом та ведучою шестернею циліндричної передачі; III вал – вал, що з'єднує ведене колесо циліндричної косозубої передачі з черв'ячним колесом; IV вал – черв'ячний вал.

За отриманими даними, тобто за частотою обертання I вала (n_1), передавальними числами передач (i_1, i_2, i_3), ККД передач (η_1, η_2, η_3) обчислимо інші параметри привода.

Частоти обертання валів:

$$n_2 = \frac{n_1}{i_1} = \frac{700}{2,5} = 280 \text{ об/хв}; \quad n_3 = \frac{n_2}{i_2} = \frac{280}{3} = 93.33 \text{ об/хв};$$

$$n_4 = \frac{n_3}{i_3} = \frac{93.33}{35} = 2,67 \text{ об/хв}. \quad (1.4.3)$$

Кутові швидкості обертання валів:

$$\omega_1 = \frac{\pi n_1}{30} = 73,3 \text{ с}^{-1}; \quad \omega_2 = \frac{\pi n_2}{30} = 29,32 \text{ с}^{-1};$$

$$\omega_3 = \frac{\pi n_3}{30} = 9,77 \text{ с}^{-1}; \quad \omega_4 = \frac{\pi n_4}{30} = 0,28 \text{ с}^{-1}. \quad (1.4.4)$$

Потужності на валах:

$$P_2 = P_1 \cdot \eta_1 = 1,44 \text{ кВт}; \quad P_3 = P_2 \cdot \eta_2 = 1,41 \text{ кВт};$$

$$P_4 = P_3 \cdot \eta_3 = 1,03 \text{ кВт}. \quad (1.4.5)$$

Крутячі моменти на валах:

						13
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		Лист

$$T_1 = \frac{P_1}{\omega_1} = \frac{1.5 \cdot 10^3}{73.3} = 20,46 \text{ Н} \cdot \text{м}; T_2 = \frac{P_2}{\omega_2} = \frac{1.44 \cdot 10^3}{29.32} = 49,11 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$T_3 = \frac{P_3}{\omega_3} = \frac{1.41 \cdot 10^3}{9.77} = 144,4 \text{ Н} \cdot \text{м}; T_4 = \frac{P_4}{\omega_4} = \frac{1.03 \cdot 10^3}{0.28} = 3689,05 \text{ Н} \cdot \text{м}. \quad (1.4.6)$$

Усі розраховані параметри приведені в табл. 1.4.1.

Таблиця 1.1 Розподіл потужностей та крутних моментів

Параметри	Одиниці вим	Вали				Дод. пер.
		I	II	III	IV	
P	кВт	1,5	1,44	1,41	1,03	
T	Нм	20,46	49,11	144,4	3689,05	
η		0,96	0,98	0,73	0,99	
i		2,5	3	35	4,79	
ω	1/с	73,3	29,32	9,77	0,28	
n	об/хв	700	280	93,33	2,67	

2. РОЗРАХУНОК ПЕРЕДАЧ РЕДУКТОРА

2.1. Розрахунок конічної зубчасті передачі.

2.1.1. Вибір матеріалу і способу термообробки

Даний редуктор створюється для індивідуального виготовлення, тому оберемо дешеву леговану сталь 40 X, із термообробкою – поліпшення. Вибираємо: для шестірні твердість поверхні зубців $H_1=289...302\text{HB}$ ($H_1=295\text{HB}$), $\sigma_{b1}=900\text{ МПа}$, $\sigma_{T1}=750\text{ МПа}$ при діаметрі заготовки 125 мм; для колеса $H_2=235...262\text{HB}$ (середня $H_2=245\text{HB}$), $\sigma_{b2}=790\text{ МПа}$, $\sigma_{T2}=640\text{ МПа}$ при діаметрі заготовки до 280 мм.

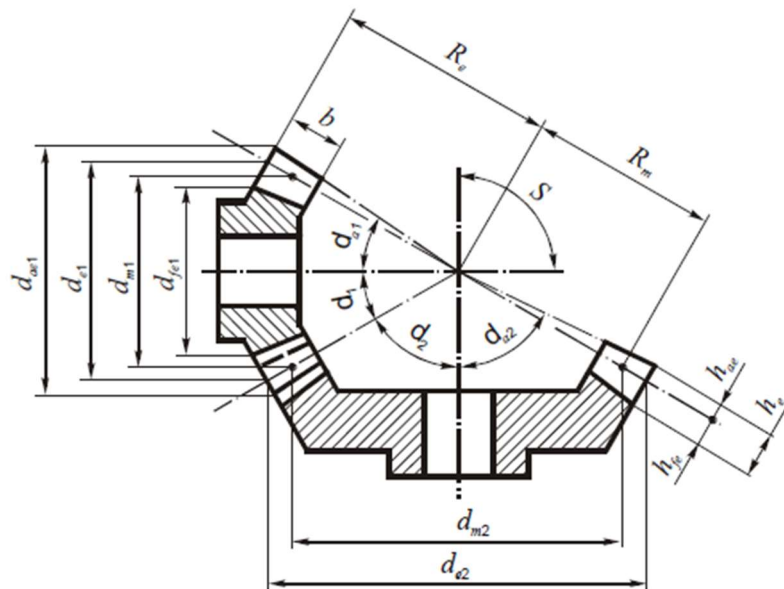


Рис. 2.1 Схема конічної передачі

2.1.2. Параметри навантаження конічної зубчасті передачі.

При короткочасному перевантаженні до 200% максимальний обертовий момент на ведучому валу знаходимо за формулою (2.1.1.)

$$T_{1\max} = 2T_1 = 2 \times 20,46 = 40,93 \text{ кН} \times \text{м}. \quad (2.1.1.)$$

Сумарне число циклів навантаження зубців шестірні та колеса за строк служби передачі розраховуємо за формулами (2.1.2.), (2.1.3.)

$$N_{\Sigma 1} = \frac{1800 \times w_1 \times h}{\pi} = \frac{1800 \times 73,3 \times 20000}{3,14} = 8,4 \times 10^8 \text{ ц} \quad (2.1.2.)$$

$$N_{\Sigma 2} = \frac{N_{\Sigma 1}}{i} = \frac{8,4 \times 10^8}{2,5} = 3,36 \times 10^8 \text{ ц} \quad (2.1.3.)$$

						15
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		Лист

Еквівалентні числа циклів навантаження для розрахунків на контактну втому N_{HE} і втому при згині N_{FE} з врахуванням коефіцієнтів інтенсивності $K_{HE}=0,18$;

$K_{FE}=0,07$ для середнього нормального режиму навантаження (СН) знаходимо за формулою (2.1.4.):

$$N_{HEi} = K_{NE} \times N_{\Sigma i} \quad (2.1.4.)$$

$$N_{HE1} = K_{HE} \times N_{\Sigma 1} = 0,18 \times 8,4 \times 10^8 = 1,51 \times 10^8 \text{ц}$$

$$N_{HE2} = K_{HE} \times N_{\Sigma 2} = 0,18 \times 3,36 \times 10^8 = 6,05 \times 10^7 \text{ц}$$

$$N_{FE1} = K_{FE} \times N_{\Sigma 1} = 0,07 \times 8,4 \times 10^8 = 5,88 \times 10^7 \text{ц}$$

$$N_{FE2} = K_{FE} \times N_{\Sigma 2} = 0,07 \times 3,36 \times 10^8 = 2,35 \times 10^7 \text{ц}$$

2.1.3. Визначення допустимих напружень

Допустимі напруження на контактну витривалість. Границі контактної витривалості зубців шестірні і колеса σ_{limb1} знаходимо залежно від виду термічної обробки зубців та їхньої твердості за формулюсь (2.1.5.).

$$\sigma_{limb1} = 2 \times H_1 + 70 = 660 \text{МПа} \quad (2.1.5.)$$

$$\sigma_{limb2} = 2 \times H_2 + 70 = 560 \text{МПа}$$

База випробувань N_{HO} – за формулою (2.1.6.)

$$N_{HO} = 30 \times H_{HB}^{2,4} \quad (2.1.6.)$$

де H_{HB} – твердість в одиницях Брінелля.

$$N_{HO1} = 30 \times H_{H1}^{2,4} = 2,5 \times 10^7 \text{ц}$$

$$N_{HO2} = 30 \times H_{H2}^{2,4} = 1,6 \times 10^7 \text{ц}$$

Оскільки $N_{HE1} > N_{HO1}$; $N_{HE2} > N_{HO2}$, то коефіцієнт довговічності для зубців шестірні та колеса $K_{HL}=1$.

Приймаємо шорсткість поверхонь зубців $Ra=1,25\dots0,63$. Тоді коефіцієнт $Z_R=1$. Для коліс з однорідною структурою коефіцієнт запасу $S_H=1,1$.

Допустимі контактні напруження розраховують окремо для зубців шестірні $[\sigma]_{H1}$ і колеса $[\sigma]_{H2}$ за формулою (2.1.7.), а потім знаходять розрахункове допустиме контактне напруження $[\sigma]_H$.

$$[\sigma]_{Hi} = \frac{\sigma_{limbi} \times Z_R \times K_{HL}}{S_H} \quad (2.1.7.)$$

$$[\sigma]_{H1} = \frac{\sigma_{limb1} \times Z_R \times K_{HL}}{S_H} = \frac{660 \times 1 \times 1}{1,1} = 600 \text{МПа}$$

$$[\sigma]_{H2} = \frac{\sigma_{limb2} \times Z_R \times K_{HL}}{S_H} = \frac{560 \times 1 \times 1}{1,1} = 509 \text{МПа}$$

Твердість зубців першого і другого колеса $H < 350 \text{HB}$, тому за розрахункове допустиме контактне напруження беремо $[\sigma]_H$ розраховане за формулою (2.1.8.).

$$[\sigma]_H = 0,45 \times ([\sigma]_{H1} + [\sigma]_{H2}) \quad (2.1.8.)$$

						16
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		Лист

$$[\sigma]_H = 0,45 \times (600 + 509) = 499 \text{ МПа}$$

Перевіряємо умову:

$$[\sigma]_H \leq 1,23[\sigma]_{H2} = 1,23 \times 509 = 626 \text{ МПа}$$

Допустиме граничне контактне напруження знаходимо за формулою (2.1.9.)

$$[\sigma]_{Hmax} = 2,8 \times \sigma_{T2} = 2,8 \times 640 = 1792 \text{ МПа} \quad (2.1.9.)$$

Допустимі напруження на витривалість при згині визначаються за формулою (2.1.10)

$$[\sigma]_{Fi} = \frac{\sigma_{Flimbi} \times K_{FC} \times K_{FL}}{S_F} \quad (2.1.10)$$

де σ_{Flimb1} – границя витривалості зубців при згині, що відповідає базі випробувань $N_{FO}=4 \cdot 10^6$ циклів, визначається за формулою (2.1.11);

S_F – коефіцієнт запасу, $S_F = 2,2$;

K_{FC} – коефіцієнт, що враховує зміну напряду навантаження, для нереверсивної передачі $K_{FC} = 1$;

K_{FL} – коефіцієнт довговічності, $K_{FL} = 1$.

$$\sigma_{Flimb} = 1,8 \times H_i \quad (2.1.11)$$

$$\sigma_{Flimb} = 1,8 \times H_1 = 1,8 \times 295 = 531 \text{ МПа}$$

$$\sigma_{Flimb1} = 1,8 \times H_2 = 1,8 \times 245 = 441 \text{ МПа}$$

$$[\sigma]_{F1} = \frac{\sigma_{Flimb1} \times K_{FC} \times K_{FL}}{S_F} = \frac{531 \times 1 \times 1}{2,2} = 241 \text{ МПа}$$

$$[\sigma]_{F2} = \frac{\sigma_{Flimb2} \times K_{FC} \times K_{FL}}{S_F} = \frac{441 \times 1 \times 1}{2,2} = 200 \text{ МПа}$$

Граничні допустимі напруження на згин для зубців шестірні та колеса визначаються за формулою (2.1.12.)

$$[\sigma]_{Fimax} = \frac{\sigma_{FlimM}}{S_F} \quad (2.1.12.)$$

де σ_{FlimM} – граничне напруження на згин, що не спричиняє залишкових деформацій або крихкої поломки зубців. В нашому випадку зубці мали термообробку поліпшення, тому приймаємо $\sigma_{FlimM} = 4,8 \times H_{HB}$.

$$[\sigma]_{F1max} = \frac{4,8 \times H_1}{S_F} = \frac{4,8 \times 295}{2,2} = 644 \text{ МПа}$$

$$[\sigma]_{F2max} = \frac{4,8 \times H_2}{S_F} = \frac{4,8 \times 245}{2,2} = 535 \text{ МПа}$$

2.1.4. Визначення мінімального зовнішнього ділильного діаметра конічного колеса

Передавальне число передачі $u=i=2,5$. Попередньо беремо коефіцієнт ширини зубчастих вінців $K_{be} = 0,27$. Обчислюємо коефіцієнт

						17
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		Лист

$$K_{bd} = \frac{K_{be} \cdot u}{2 - K_{be}} = \frac{0,27 \cdot 2,5}{2 - 0,27} = 0,39 \quad (2.1.13.)$$

Маючи це, отримуємо $K_{H\beta} = 1,06$ – коефіцієнт, що враховує нерівномірність розподілу навантаження по ширині зубчастих вінців. Для сталевих конічних коліс коефіцієнт $K_d = 1000 \text{ МПа}^{\frac{1}{3}}$.

Обрахуємо зовнішній ділильний діаметр конічного колеса:

$$d_{e2mi} = K_d^3 \sqrt{\frac{T_{1H} K_{H\beta} u^2}{K_{be}(1-K_{be})[\sigma]_H^2}} \quad (2.1.14.)$$

$$d_{e2min} = K_d^3 \sqrt{\frac{T_{1H} K_{H\beta} u^2}{K_{be}(1-K_{be})[\sigma]_H^2}} 1000 \cdot \sqrt[3]{\frac{20,46 \cdot 1,06 \cdot 2,5^2}{0,27(1-0,27) \cdot 499^2}} = 142,89 \text{ мм.}$$

2.1.5 Обчислення зовнішнього колового модуля

Вибираємо число зубців шестерні $z_1 = 18$, а число зубців колеса $z_2 = uz_1 = 2,5 \cdot 18 = 45$. Візьмемо $z_2 = 45$.

Модуль зубців:

$$m_e = \frac{d_{e2min}}{z_2} = \frac{142,89}{45} = 3,18 \text{ мм} \quad (2.1.15.)$$

За стандартом беремо $m_e = 3,5$ мм.

2.1.5 Попередні значення деяких параметрів передачі

Зовнішні ділильні діаметри шестерні та колеса:

$$d_{e1} = m_e z_1 = 3,5 \cdot 18 = 63 \text{ мм} \quad (2.1.16.)$$

$$d_{e2} = m_e z_2 = 3,5 \cdot 45 = 157,5 \text{ мм}$$

Зовнішня конусна відстань:

$$R_e = 0,5 m_e \sqrt{z_1^2 + z_2^2} = 0,5 m_e \sqrt{18^2 + 45^2} = 84,816 \text{ мм} \quad (2.1.17.)$$

Ширина зубчастих вінців:

$$b = b_1 = b_2 = K_{be} R_e = 0,27 \cdot 84,816 = 22,9 \text{ мм} \quad (2.1.18.)$$

Середня конусна відстань:

$$R_m = R_e - 0,5b = 84,816 - 0,5 \cdot 22,9 = 73,37 \text{ мм} \quad (2.1.19.)$$

Середній модуль зубців :

$$m_m = \frac{m_e R_m}{R_e} = \frac{3,5 \cdot 73,37}{84,816} = 3,0275 \text{ мм} \quad (2.1.20.)$$

Середні ділильні діаметри шестерні та колеса:

$$d_{m1} = m_m z_1 = 3,0275 \cdot 18 = 54,495 \text{ мм} \quad (2.1.21.)$$

$$d_{m2} = m_m z_2 = 3,0275 \cdot 45 = 136,2375 \text{ мм}$$

						18
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		Лист

Кути при вершинах ділительних конусів шестерні та колеса:

$$\delta_1 = \arctg(z_1/z_2) = \arctg(18/45) = 21,801^\circ \quad (2.1.22.)$$

$$\delta_2 = 90^\circ - \delta_1 = 90^\circ - 21,801^\circ = 68,199^\circ$$

Колова швидкість зубчастих коліс:

$$V = 0,5\omega_1 d_{m1} = 0,5 \cdot 73,3 \cdot 54,495 = 1,99 \text{ м/с мм} \quad (2.1.23.)$$

Відповідно до отриманої швидкості маємо 7-й ступінь точності ($n_{ст} = 7$) для всіх показників точності зубчастих коліс та передачі.

Еквівалентні числа зубців конічних шестерні та колеса:

$$z_{v1} = z_1 \frac{\sqrt{1+u^2}}{u} = 18 \cdot \frac{\sqrt{1+2,5^2}}{2,5} = 19,39 \text{ мм} \quad (2.1.24.)$$

$$z_{v2} = z_2 \sqrt{1+u^2} = 45 \cdot \sqrt{1+2,5^2} = 121,17 \text{ мм}$$

Коефіцієнт торцевого перекриття зубців:

$$\varepsilon_\alpha = 1,88 - 3,2 \left(\frac{1}{z_{v1}} + \frac{1}{z_{v2}} \right) = 1,88 - 3,2 \left(\frac{1}{19,39} + \frac{1}{121,17} \right) = 1,69 \text{ мм} \quad (2.1.25.)$$

Колова сила у зачепленні зубчастих коліс:

$$F_t = F_{Ht} = F_{Ft} = \frac{2T_1}{d_{m1}} = \frac{2 \cdot 20,46 \cdot 1000}{54,495} = 751 \text{ Н} \quad (2.1.26.)$$

2.1.7 Розрахунок активних поверхонь зубців на контактну витривалість

Попередньо визначимо коефіцієнти:

- $Z_m = 275 \text{ МПа}^{1/2}$ – коефіцієнт, що враховує механічні властивості матеріалів зубчастих коліс (для сталевих коліс);
- $Z_H = 1,77$ – коефіцієнт форми спряжених поверхонь зубців (для прямозубої передачі);
- $Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{4-\varepsilon_\alpha}{3}} = 0,59$ – коефіцієнт сумарної довжини контактних ліній;
- $K_{H\alpha} = 1$ – коефіцієнт, що враховує нерівномірність розподілу навантаження між зубцями (для прямозубої передачі);
- $K_{H\beta} = 1,12$ – коефіцієнт що враховує нерівномірність розподілу навантаження по ширині зубчастих вінців;
- $K_{H\nu} = 1,08$ – коефіцієнт, що враховує динамічне навантаження зубців, знаходиться за в залежності від твердості зубців, ступеня точності і колової швидкості колеса.

Питома розрахункова колова сила:

$$\omega_{Ht} = \frac{F_t}{b_2} \times K_{H\alpha} \times K_{H\beta} \times K_{H\nu} \quad (2.1.27)$$

						19
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		Лист

$$\omega_{Ht} = \frac{751}{22,9} \times 1 \times 1,12 \times 1,08 = 46,67 \text{ Н/мм}$$

Розрахункове контактне напруження та умова міцності:

$$\sigma_H = Z_M \times Z_H \times Z_\varepsilon \sqrt{\frac{\omega_{Ht}}{d_{m1}} + \frac{\sqrt{1+u^2}}{u}} < [\sigma]_H \quad (2.1.28)$$

$$\sigma_H = 275 \times 1,77 \times 0,59 \sqrt{\frac{46,67}{54,495} + \frac{\sqrt{1+2,5^2}}{2,5}} = 277,51 \text{ МПа}$$

Стійкість зубців проти втомного викришування їхніх активних поверхонь забезпечується, оскільки $\sigma_H < [\sigma]_H = 499 \text{ МПа}$.

2.1.8. Розрахунок активних поверхонь зубців на контактну міцність

Під час дії перевантаження максимальне контактне напруження визначається за формулою (2.1.29)

$$\sigma_{Hmax} = \sigma_H \sqrt{\frac{T_{1max}}{T_1}} = 277,51 \sqrt{\frac{40,92}{20,46}} = 392,46 \text{ МПа} \quad (2.1.29)$$

Контактна міцність зубців забезпечується, оскільки:

$$\sigma_{Hmax} = 392,46 \text{ МПа} < [\sigma]_{Hmax} = 1792 \text{ МПа}$$

2.1.9. Розрахунок зубців на витривалість при згині

Попередньо визначимо коефіцієнти:

- $Y_{F1} = 4,11$, $Y_{F2} = 3,63$ – коефіцієнт форми зубців, який визначають залежно від еквівалентного числа зубців Z_v шестірні та колеса з урахуванням коефіцієнтів зміщення;
- $Y_\varepsilon = 1$ – коефіцієнт перекриття зубців (для прямозубої передачі);
- $Y_\beta = 1$ – коефіцієнт нахилу зубців (для прямозубої передачі);
- $K_{F\alpha} = 1$ – коефіцієнт, що враховує розподіл навантаження між зубцями (для прямозубої передачі);
- $K_{F\beta} = 1,25$ – коефіцієнт що враховує нерівномірність розподілу навантаження по ширині зубчастих вінців;
- $K_{Fv} = 1,2$ – коефіцієнт, що враховує динамічне навантаження зубців, знаходиться за в залежності від твердості зубців, ступеня точності і колової швидкості колеса.

Питома розрахункова колова сила

$$\omega_{Ft} = \frac{F_t}{0,85b} \times K_{F\alpha} \times K_{F\beta} \times K_{Fv} \quad (2.1.30)$$

						20
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		Лист

$$\omega_{Ft} = \frac{751}{0,85 \cdot 22,9} \times 1 \times 1,25 \times 1,08 = 57,87 \text{ Н/мм}$$

Розрахункове напруження згину у зубцях шестірні та колеса:

$$\sigma_F = Y_F \times Y_\varepsilon \times Y_\beta \times \frac{\omega_{Ft}}{m_n} \quad (2.1.31)$$

$$\sigma_{F1} = 4,11 \times 1 \times 1 \times \frac{57,87}{3,0275} = 78,56 \text{ МПа}$$

$$\sigma_{F2} = 3,63 \times 1 \times 1 \times \frac{57,87}{3,0275} = 69,39 \text{ МПа}$$

Стійкість зубців проти втомного руйнування при згині забезпечується, оскільки розрахункові напруження згину менші від відповідних допустимих напружень $[\sigma]_{F1} = 241 \text{ МПа}$, $[\sigma]_{F2} = 200 \text{ МПа}$.

2.1.8. Розрахунок зубців на міцність при згині максимальним навантаженням

Максимальні напруження згину при перевантаженні:

$$\sigma_{F1max} = \sigma_{F1} \frac{T_{1max}}{T_1} = 78,56 \times \frac{40,92}{20,46} = 157,13 \text{ МПа} \quad (2.1.32)$$

$$\sigma_{F2max} = \sigma_{F2} \frac{T_{1max}}{T_1} = 69,39 \times \frac{40,92}{20,46} = 138,78 \text{ МПа}$$

Міцність зубців забезпечується, бо максимальні розрахункові напруження менші від гранично допустимих напружень $[\sigma]_{F1max} = 644 \text{ МПа}$, $[\sigma]_{F2max} = 535 \text{ МПа}$.

2.1.9. Геометричний розрахунок параметрів зубчастої передачі

Розміри елементів зубців:

- зовнішня висота головки зубця $h_{ae} = m_e = 3,5 \text{ мм}$;
- зовнішня висота ніжки зубця $h_{fe} = 1,25 \times m_e = 1,25 \times 3,5 = 4,2 \text{ мм}$;
- зовнішня висота зубця $h_e = 2,2m_e = 2,2 \cdot 3,5 = 7,7 \text{ мм}$;
- кут профілю зубців $\alpha = 20^\circ$.

Кути при вершинах ділільних конусів $\delta_1 = 21,801^\circ$; $\delta_2 = 68,199^\circ$ (див. п.2.1.5).

Розміри вінців зубчастих конічних коліс:

- зовнішні ділільні діаметри $d_{e1} = 63 \text{ мм}$; $d_{e2} = 157,5 \text{ мм}$ (див. п.2.1.5);
 - зовнішні діаметри вершин зубців
- $$d_{ae1} = d_{e1} + 2 \times m_e \times \cos\delta_1 = 63 + 2 \times 3,5 \times \cos 21,801^\circ = 69,5 \text{ мм};$$
- $$d_{ae} = d_{e2} + 2 \times m_e \times \cos\delta_2 = 157,5 + 2 \times 3,5 \times \cos 68,199^\circ = 160,1 \text{ мм};$$
- зовнішні діаметри впадин

						21
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		Лист

$$d_{fe1} = d_{e1} - 2,4 \times m_e \times \cos\delta_1 = 63 - 2,4 \times 3,5 \times \cos 21,801^\circ = 55,2 \text{ мм};$$

$$d_{fe2} = d_{e2} - 2,4 \times m_e \times \cos\delta_2 = 160,1 - 2,4 \times 3,5 \times \cos 68,199^\circ = 154,38 \text{ мм};$$

– кути головки та ніжки зубців

$$\operatorname{tg}\theta_\alpha = \frac{h_{ae}}{R_e} = \frac{3,5}{84,82} = 0,041; \theta_\alpha = 2,363^\circ;$$

$$\operatorname{tg}\theta_f = \frac{h_{fe}}{R_e} = \frac{4,2}{84,82} = 0,0495; \theta_f = 2,8349^\circ;$$

– кути конуса вершин зубців шестерні та колеса

$$\delta_{\alpha 1} = \delta_1 + \theta_\alpha = 21,801^\circ + 2,363^\circ = 24,164^\circ;$$

$$\delta_{\alpha 2} = \delta_2 + \theta_\alpha = 68,199^\circ + 2,363^\circ = 70,562^\circ;$$

– кути конуса впадин

$$\delta_{f1} = \delta_1 - \theta_f = 21,801^\circ - 2,8349^\circ = 18,967^\circ;$$

$$\delta_{f2} = \delta_2 - \theta_f = 68,199^\circ - 2,8349^\circ = 65,364^\circ.$$

2.1.10. Розрахунок сил у зачепленні зубців передачі

Компоненти сил у зачепленні:

- колова сила:

$$F_t = 751 \text{ кН (п. 2.1.5).}$$

- радіальна сила на шестерні дорівнює осьовій силі на колесі:

$$F_{r1} = F_{a2} = F_t \operatorname{tg}\alpha \times \cos\delta_1 = 751 \times \operatorname{tg}20^\circ \times \cos 21,801^\circ = 253,79 \text{ Н}$$

- осьова сила на шестерні дорівнює радіальній силі на колесі:

$$F_{a1} = F_{r2} = F_t \operatorname{tg}\alpha \times \cos\delta_2 = 751 \times \operatorname{tg}20^\circ \times \cos 68,199^\circ = 101,52 \text{ Н}$$

						22
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		Лист

2.2. Розрахунок тихохідної передачі.

2.2.1. Вибір матеріалу і способу термообробки

Матеріали для зубчастої циліндричної передачі будуть такими ж, як у конічної передачі (див. п. 2.1.1).

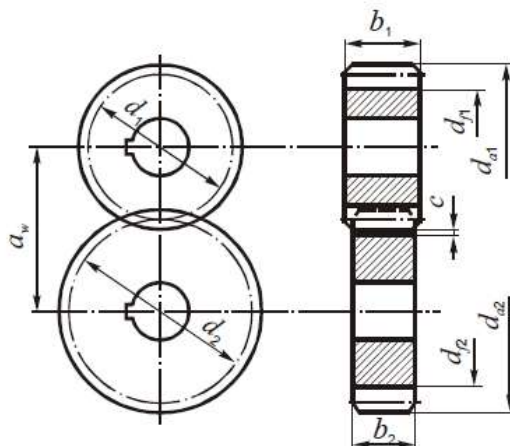


Рис 2.2 Схема циліндричної передачі

2.2.2. Параметри навантаження зубчастої передачі.

При короткочасному перевантаженні до 200% максимальний обертовий момент на ведучому валу знаходимо за формулою (2.1.1.)

$$T_{1\max} = 2T_1 = 2 \times 49,11 = 98,22 \text{ кН} \times \text{м.} \quad (2.2.1.)$$

Сумарне число циклів навантаження зубців шестірні та колеса за строк служби передачі розраховуємо за формулами (2.1.2.), (2.1.3.)

$$N_{\Sigma 1} = \frac{1800 \times w_1 \times h}{\pi} = \frac{1800 \times 29,32 \times 20000}{3,14} = 3,36 \times 10^8 \text{ ц} \quad (2.2.2.)$$

$$N_{\Sigma 2} = \frac{N_{\Sigma 1}}{i} = \frac{8,4 \times 10^8}{2,5} = 1,12 \times 10^8 \text{ ц} \quad (2.2.3.)$$

Еквівалентні числа циклів навантаження для розрахунків на контактну втому N_{HE} і втому при згині N_{FE} з врахуванням коефіцієнтів інтенсивності $K_{HE}=0,18$; $K_{FE}=0,07$ для середнього нормального режиму навантаження (СН) знаходимо за формулою (2.1.4.):

$$N_{HEi} = K_{NE} \times N_{\Sigma i} \quad (2.2.4.)$$

$$N_{HE1} = K_{HE} \times N_{\Sigma 1} = 0,18 \times 3,36 \times 10^8 = 6,05 \times 10^7 \text{ ц}$$

$$N_{HE2} = K_{HE} \times N_{\Sigma 2} = 0,18 \times 1,12 \times 10^8 = 2,02 \times 10^7 \text{ ц}$$

$$N_{FE1} = K_{FE} \times N_{\Sigma 1} = 0,07 \times 3,36 \times 10^8 = 2,35 \times 10^7 \text{ ц}$$

$$N_{FE2} = K_{FE} \times N_{\Sigma 2} = 0,07 \times 1,12 \times 10^8 = 7,84 \times 10^6 \text{ ц}$$

						23
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		Лист

2.2.3. Визначення допустимих напружень

Допустимі напруження на контактну витривалість. Границі контактної витривалості зубців шестірні і колеса σ_{limb1} знаходимо залежно від виду термічної обробки зубців та їхньої твердості за формулою (2.1.5.).

$$\sigma_{limb1} = 2 \times H_1 + 70 = 660 \text{ МПа} \quad (2.2.5.)$$

$$\sigma_{limb2} = 2 \times H_2 + 70 = 560 \text{ МПа}$$

База випробувань N_{HO} – за формулою (2.1.6.)

$$N_{HO} = 30 \times H_{HB}^{2,4} \quad (2.2.6.)$$

де H_{HB} – твердість в одиницях Брінелля.

$$N_{HO1} = 30 \times H_{H1}^{2,4} = 2,5 \times 10^7 \text{ ц}$$

$$N_{HO2} = 30 \times H_{H2}^{2,4} = 1,6 \times 10^7 \text{ ц}$$

Оскільки $N_{HE1} > N_{HO1}$; $N_{HE2} > N_{HO2}$, то коефіцієнт довговічності для зубців шестірні та колеса $K_{HL}=1$.

Приймаємо шорсткість поверхонь зубців $Ra=1,25 \dots 0,63$. Тоді коефіцієнт $Z_R=1$. Для коліс з однорідною структурою коефіцієнт запасу $S_H=1,1$.

Допустимі контактні напруження розраховують окремо для зубців шестірні $[\sigma]_{H1}$ і колеса $[\sigma]_{H2}$ за формулою (2.1.7.), а потім знаходять розрахункове допустиме контактне напруження $[\sigma]_H$.

$$[\sigma]_{Hi} = \frac{\sigma_{limbi} \times Z_R \times K_{HL}}{S_H} \quad (2.2.7.)$$

$$[\sigma]_{H1} = \frac{\sigma_{limb1} \times Z_R \times K_{HL}}{S_H} = \frac{660 \times 1 \times 1}{1,1} = 600 \text{ МПа}$$

$$[\sigma]_{H2} = \frac{\sigma_{limb2} \times Z_R \times K_{HL}}{S_H} = \frac{560 \times 1 \times 1}{1,1} = 509 \text{ МПа}$$

Твердість зубців першого і другого колеса $H < 350 \text{ HB}$, тому за розрахункове допустиме контактне напруження беремо $[\sigma]_H$ розраховане за формулою (2.2.8.).

$$[\sigma]_H = 0,45 \times ([\sigma]_{H1} + [\sigma]_{H2}) \quad (2.2.8.)$$

$$[\sigma]_H = 0,45 \times (600 + 509) = 499 \text{ МПа}$$

Перевіряємо умову:

$$[\sigma]_H \leq 1,23 [\sigma]_{H2} = 1,23 \times 509 = 626 \text{ МПа}$$

Допустиме граничне контактне напруження знаходимо за формулою (2.2.9.)

$$[\sigma]_{Hmax} = 2,8 \times \sigma_{T2} = 2,8 \times 640 = 1792 \text{ МПа} \quad (2.2.9.)$$

Допустимі напруження на витривалість при згині визначаються за формулою (2.2.10)

$$[\sigma]_{Fi} = \frac{\sigma_{Flimbi} \times K_{FC} \times K_{FL}}{S_F} \quad (2.2.10)$$

						24
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		Лист

де σ_{Flimb1} – границя витривалості зубців при згині, що відповідає базі випробувань $N_{\text{FO}}=4 \cdot 10^6$ циклів, визначається за формулою (2.2.11);

s_F – коефіцієнт запасу, $s_F = 2,2$;

K_{FC} – коефіцієнт, що враховує зміну напряду навантаження, для нереверсивної передачі $K_{FC} = 1$;

K_{FL} – коефіцієнт довговічності, $K_{FL} = 1$.

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{Fl}} &= 1,8 \times H_i & (2.2.11) \\ \sigma_{\text{Flimb1}} &= 1,8 \times H_1 = 1,8 \times 295 = 531 \text{ МПа} \\ \sigma_{\text{Flimb1}} &= 1,8 \times H_2 = 1,8 \times 245 = 441 \text{ МПа} \\ [\sigma]_{F1} &= \frac{\sigma_{\text{Flimb1}} \times K_{FC} \times K_{FL}}{s_F} = \frac{531 \times 1 \times 1}{2,2} = 241 \text{ МПа} \\ [\sigma]_{F2} &= \frac{\sigma_{\text{Flimb2}} \times K_{FC} \times K_{FL}}{s_F} = \frac{441 \times 1 \times 1}{2,2} = 200 \text{ МПа} \end{aligned}$$

Граничні допустимі напруження на згин для зубців шестірні та колеса визначаються за формулою (2.1.12.)

$$[\sigma]_{\text{Fimax}} = \frac{\sigma_{\text{FlimM}}}{s_F} \quad (2.2.12.)$$

де σ_{FlimM} – граничне напруження на згин, що не спричиняє залишкових деформацій або крихкої поломки зубців. В нашому випадку зубці мали термообробку поліпшення, тому приймаємо $\sigma_{\text{FlimM}} = 4,8 \times H_{\text{HB}}$.

$$\begin{aligned} [\sigma]_{F1\text{max}} &= \frac{4,8 \times H_1}{s_F} = \frac{4,8 \times 295}{2,2} = 644 \text{ МПа} \\ [\sigma]_{F2\text{max}} &= \frac{4,8 \times H_2}{s_F} = \frac{4,8 \times 245}{2,2} = 535 \text{ МПа} \end{aligned}$$

2.2.4. Проектний розрахунок передачі

Мінімальна міжосьова відстань передачі визначається за формулою (2.2.13)

$$a_{w\text{min}} = K_a \times (u + 1)^3 \sqrt{\frac{T_1 \times K_{H\beta}}{u \times \psi_{ba} \times [\sigma]_H^2}} \quad (2.2.13)$$

де T_1 – обертовий момент на шестірні;

$[\sigma]_H$ – розрахункове допустиме контактне напруження; коефіцієнт $K_a=430$ МПа^{1/3};

$\psi_{ba}=0,4$ коефіцієнт ширини зубчастого вінця колеса;

$u = 3$ – передатне число;

$K_{H\beta} = 1,1$ – коефіцієнт що враховує нерівномірність розподілу навантаження по ширині зубчастих вінців, вибирають залежно від параметра $\psi_{bd} = 0,5 \times \psi_{ba} \times (u + 1) = 0,8$ і схеми розміщення зубчастих коліс відносно опор.

						25
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		Лист

$$a_{w_{min}} = 430 \times (3 + 1) \sqrt[3]{\frac{49,11 \times 1,1}{3 \times 0,4 \times 499^2}} = 97,25 \text{ мм}$$

Вибираємо фактичну міжосьову відстань $a_w = 140 \text{ мм}$. Кут нахилу лінії зубців попередньо беремо $\beta = 15^\circ$.

Число зубців шестірні $z_1 = 17$, колеса $z_2 = z_1 \times u = 17 \times 3 = 51$.
Вибираємо $z_2 = 51$.

Модуль зубців може бути визначений за формулою (2.2.14)

$$m_n' = \frac{2 \times a_{w_{min}} \times \cos \beta}{z_1 + z_2} = \frac{2 \times 97,25 \times \cos 15^\circ}{17 + 51} = 3,98 \text{ мм} \quad (2.2.14)$$

Значення m_n' округлюємо до найближчого стандартного значення m_n згідно з ГОСТ 9563-60. Приймаємо $m_n = 4 \text{ мм}$.

Щоб зберегти прийняту міжосьову відстань, обчислимо нове значення кута нахилу лінії зубців:

$$\cos \beta = \frac{m_n \times (z_1 + z_2)}{2 \times a_w} = 0,971; \quad \beta = 13,73^\circ$$

Обчислюємо попередні значення параметрів передачі, необхідних для перевірочних розрахунків. Ділильні діаметри шестірні та колеса визначаються за формулою (2.2.15)

$$d_i = \frac{m_n \times z_i}{\cos \beta} \quad (2.2.15)$$

$$d_1 = \frac{m_n \times z_1}{\cos \beta} = \frac{4 \times 17}{0,971} = 70 \text{ мм}$$

$$d_2 = \frac{m_n \times z_2}{\cos \beta} = \frac{4 \times 51}{0,971} = 210 \text{ мм}$$

Ширина зубчастих вінців розраховується нижче:

$$b_2 = \psi_{ba} \times a_w = 0,4 \times 140 = 56 \text{ мм}$$

$$b_1 = b_2 + 2 = 58 \text{ мм}$$

Колова швидкість зубчастих коліс визначаються за формулою (2.1.16)

$$V = 0,5 \times \omega_1 \times d_1 = 0,5 \times 29,32 \times 0,07 = 1,03 \text{ м/с} \quad (2.2.16)$$

Вибираємо ступінь точності $n_{ст} = 9$ для всіх показників точності зубчастих коліс і передачі.

Еквівалентні числа зубців шестірні та колеса розраховуємо за формулою (2.2.17)

$$z_{vi} = \frac{z_i}{\cos^3 \beta} \quad (2.2.17)$$

$$z_{v1} = \frac{z_1}{\cos^3 \beta} = \frac{17}{0,971^3} = 17,5$$

						26
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		Лист

$$z_{v2} = \frac{z_2}{\cos^3 \beta} = \frac{51}{0,971^3} = 52,5$$

Коефіцієнт торцевого перекриття визначається за формулою (2.1.18)

$$\varepsilon_\alpha = \left[1,88 - 3,22 \times \left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right) \right] \quad (2.2.18)$$

$$\varepsilon_\alpha = \left[1,88 - 3,22 \times \left(\frac{1}{17} + \frac{1}{51} \right) \right] = 1,58$$

Коефіцієнт осьового перекриття зубців:

$$\varepsilon_\beta = \frac{b_2 \times \sin \beta}{\pi \times m_n} = \frac{56 \times \sin(13,73^\circ)}{\pi \times 4} = 1,06 \quad (2.2.19)$$

Колова сила у зачепленні зубчастих коліс:

$$F_t = \frac{2 \times T_1}{d_1} = \frac{2 \times 49,11}{70} = 1403,16 \text{ Н} \quad (2.2.20)$$

2.2.5 Розрахунок активних поверхонь зубців на контактну витривалість

Попередньо визначимо коефіцієнти:

- $Z_m = 275 \text{ МПа}^{1/2}$ – коефіцієнт, що враховує механічні властивості матеріалів зубчастих коліс (для сталевих коліс);
- $Z_H = 1,77 \times \cos \beta = 1,72$ – коефіцієнт форми спряжених поверхонь зубців;
- $Z_\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_\alpha}} = 0,4$ – коефіцієнт сумарної довжини контактних ліній для косозубої передачі при $\varepsilon_\beta > 0,9$;
- $K_{H\alpha} = 1,13$ – коефіцієнт, що враховує нерівномірність розподілу навантаження між зубцями;
- $K_{H\beta} = 1,1$ – коефіцієнт що враховує нерівномірність розподілу навантаження по ширині зубчастих вінців;
- $K_{Hv} = 1,05$ – коефіцієнт, що враховує динамічне навантаження зубців, знаходиться за в залежності від твердості зубців, ступеня точності і колової швидкості колеса.

Питома розрахункова колова сила:

$$\omega_{Ht} = \frac{F_t}{b_2} \times K_{H\alpha} \times K_{H\beta} \times K_{Hv} \quad (2.2.21)$$

$$\omega_{Ht} = \frac{1403,16}{56} \times 1,13 \times 1,1 \times 1,05 = 31,53 \text{ Н/мм}$$

Розрахункове контактне напруження та умова міцності:

$$\sigma_H = Z_M \times Z_H \times Z_\varepsilon \sqrt{\frac{\omega_{Ht}}{d_1} + \frac{u+1}{u}} < [\sigma]_H \quad (2.2.22)$$

						27
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		Лист

$$\sigma_F = Y_F \times Y_\varepsilon \times Y_\beta \times \frac{\omega_{Ft}}{m_n} \quad (2.2.25)$$

$$\sigma_{F1} = 3,9 \times 1 \times 0,9 \times \frac{31,53}{4} = 27,73 \text{ МПа}$$

$$\sigma_{F2} = 3,6 \times 1 \times 0,9 \times \frac{31,53}{4} = 25,6 \text{ МПа}$$

Стійкість зубців проти втомного руйнування при згині забезпечується, оскільки розрахункові напруження згину менші від відповідних допустимих напружень $[\sigma]_{F1} = 241 \text{ МПа}$, $[\sigma]_{F2} = 200 \text{ МПа}$.

2.2.9. Розрахунок зубців на міцність при згині максимальним навантаженням

Максимальні напруження згину при перевантаженні:

$$\sigma_{F1m} = \sigma_{F1} \frac{T_{1max}}{T_1} = 27,73 \times \frac{98,22}{49,11} = 55,45 \text{ МПа} \quad (2.2.26)$$

$$\sigma_{F2max} = \sigma_{F2} \frac{T_{1max}}{T_1} = 25,6 \times \frac{98,22}{49,11} = 51,19 \text{ МПа}$$

Міцність зубців забезпечується, бо максимальні розрахункові напруження менші від гранично допустимих напружень $[\sigma]_{F1max} = 644 \text{ МПа}$, $[\sigma]_{F2max} = 535 \text{ МПа}$.

2.2.10. Геометричний розрахунок параметрів зубчастієї передачі

Розміри елементів зубців:

- висота головки зубця $h_a = m_n = 4 \text{ мм}$;
- висота ніжки $h_f = 1,25 \times m_n = 1,25 \times 4 = 5 \text{ мм}$;
- кут профілю зубців $\alpha_n = 20^\circ$.

Розміри вінців зубчастих коліс:

- ділильні діаметри $d_1=70 \text{ мм}$; $d_2=210 \text{ мм}$ (п.2.2.5);
- діаметри вершин зубців

$$d_{a1} = d_1 + 2 \times m_n = 70 + 2 \times 4 = 78 \text{ мм}$$

$$d_{a2} = d_2 + 2 \times m_n = 210 + 2 \times 4 = 218 \text{ мм}$$

- діаметри впадин

$$d_{f1} = d_1 - 2,5 \times m_n = 70 - 2,5 \times 4 = 60 \text{ мм}$$

$$d_{f2} = d_2 - 2,5 \times m_n = 210 - 2,5 \times 4 = 200 \text{ мм}$$

- міжосьова відстань передачі

$$a_w = \frac{m_n \times (z_1 + z_2)}{2 \times \cos\beta} = \frac{5 \times (17 + 51)}{2 \times 0,971} = 140 \text{ мм}$$

2.2.11. Розрахунок сил у зачепленні зубців передачі

Колова сила

$$F_t = 1403,16 \text{ Н (п. 2.2.5).}$$

						29
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		Лист

Радіальна сила

$$F_r = \frac{F_t \times \operatorname{tg} 20^\circ}{\cos \beta} = \frac{1403,16 \times \operatorname{tg} 13,73^\circ}{0,931} = 525,73 \text{ Н.}$$

Осьова сила

$$F_a = F_t \times \operatorname{tg} \beta = 11403,16 \times \operatorname{tg}(13,73^\circ) = 342,81 \text{ кН.}$$

										30
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата						Лист

3. РОЗРАХУНОК ВАЛІВ

В завданні на проект необхідно спроектувати двоступінчастий редуктор. Вали двоступінчастих редукторів поділяються на вхідні (швидкохідні), вихідні (тихохідні) і проміжні. Більшість вхідних валів виконують як одне ціле з зубчастими вінцями (вал-шестерня) або черв'яками. Проміжні і вихідні вали містять шийки під маточини зубчастих або черв'ячних коліс.

3.1. Розрахунок вхідного валу

3.1.1 Проектний розрахунок валу

Для виготовлення вала обираємо нормалізовану сталь 45, з такими характеристиками: границя міцності $\sigma_B = 598$ МПа, границя текучості $\sigma_T = 363$ МПа.

Діаметр вала з умови міцності на кручення попередньо визначимо для перерізів вала під зубчастими колесами. Оскільки в цих перерізах одночасно діють крутний і згинальні моменти, то діаметр цих перерізів знайдемо за заниженим допустимим напруженням $[\tau] = 25$ МПа:

$$d_B \geq \sqrt[3]{\frac{16 \times T}{\pi \times [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \times 20,46}{\pi \times [25]}} = 16,09 \text{ мм}$$

На початковому етапі розрахунку вала невідомими є довжина його ділянок і відстань між опорами. Через це неможливо обчислити згинальні моменти в перерізах вала. Тому проектний розрахунок вала полягає у визначенні його діаметра у характерних перерізах з умови міцності на чисте кручення.

Оберемо основні розміри для валу, які після перевірки зможуть бути скореговані відповідно до отриманих даних та конструкційних міркувань.

Таблиця 3.1. Параметри тихохідного вала

Ступінь вала та його параметри d, l		Розрахунки
1-й вільний кінець вала	d_B	$d_B = 16,09$ мм, оберемо $d_B = 18$ мм
	l_1	Обераємо $l_1 = 40$ мм відповідно до розмірів муфти МУВП ГОСТ 21424-93
2-й під ущільнення кришки з отвором і підшипники	d_n	$d_n = 25$ мм - розмір відповідає внутрішньому діаметру відповідного роликового підшипника за ГОСТ 2735-87
	d_y	$d_y = 21$ мм - розмір відповідає внутрішньому діаметру відповідної кришки згідно ГОСТ
	l_2	$l_2 = 28$ мм Обираю розмір l_2 конструктивно
3-й під колесо	d_3	$d_3 = 22$ мм

3-й підшипник і втулка	d_3	$d_n = 30\text{мм}$ - розмір відповідає внутрішньому діаметру відповідного кулькового радіально однорядного підшипника за ГОСТ 8338:2008.
	l_3	$l_3 = 32\text{ мм}$



Рис 3.1 Розрахункова схема вала

3.2.2 Перевірка статичної міцності вала

Попередньо визначимо сили, що діють у зачепленні зубчастих коліс і які передаються на вал.

Сили що діють на вал:

Колова сила в зубчастому конічному колесі

$$F_t = 751 \text{ Н (обчислена вище).}$$

Осьова сила в зубчастому конічному колесі

$$F_{a2} = 253,79 \text{ Н (обчислена вище)}$$

Радіальна сила в зубчастому конічному колесі

$$F_{r2} = 101,52 \text{ (обчислена вище)}$$

Згинальний момент від дії осьової сили F_{a2}

$$M_{a2} = F_{a2} \times \frac{d_2}{2} = 253,79 \times \frac{136,2375}{2} = 17287,87 \text{ Нм}$$

Колова сила в шестерні циліндричній

$$F_t = 1403,16 \text{ Н (обчислена вище).}$$

Осьова сила в шестерні циліндричній

$$F_a = 342,81 \text{ Н (обчислена вище)}$$

Радіальна сила в шестерні циліндричній

$$F_r = 525,73 \text{ Н (обчислена вище)}$$

Згинальний момент від дії осьової сили F_a

$$M_a = F_a \times \frac{d_2}{2} = 342,81 \times \frac{70}{2} = 11998,3 \text{ Нм}$$

Вал працює на згин, кручення і розтяг (стиск).

Умовно розділимо вал на три частини відповідно до центрів ваги підшипників і конців вала: $a=32,5\text{ мм}$; $b=65,5\text{ мм}$; $c=45\text{ мм}$.

						33
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		Лист

Реакція опор

$$\sum M_A = 0 \quad \sum M_B = 0$$

У вертикальній площині:

$$\sum M_A = -F_{r2} \times a + M_{a2} - F_r \times (a + b) + M_a + R_B^y \times l = 0$$

$$R_B^y = \frac{F_{r2} \times a - M_{a2} + F_r \times (a + b) - M_a}{l} = 178,56 \text{ Н}$$

$$\sum M_B = -F_{r2} \times a - M_{a2} - F_r \times (a + b) - M_a + R_A^y \times l = 0$$

$$R_A^y = \frac{F_{r2} \times a + M_{a2} + F_r \times (a + b) + M_a}{l} = 448,68 \text{ Н}$$

У горизонтальній площині:

$$\sum M_A = F_{t2} \times a + F_t \times (a + b) - R_B^z \times l = 0$$

$$R_B^z = \frac{F_{t2} \times a + F_t \times (a + b)}{l} = 1132,29 \text{ Н}$$

$$\sum M_B = F_{t2} \times (b + c) + F_t \times c - R_A^z \times l = 0$$

$$R_A^z = \frac{F_{t2} \times (b + c) + F_t \times c}{l} = 1021,87 \text{ Н}$$

Згинальні моменти:

У вертикальній площині:

– згинальний момент у перерізі I-I

$$M_y^I = R_A^y \times a = 14582,181 \text{ Нмм}$$

– згинальний момент у перерізі II-II

$$M_y^{II} = R_B^y \times c = 20033,712 \text{ Н} \times \text{мм}$$

В горизонтальній площині:

– згинальний момент у перерізі I-I

$$M_z^I = R_A^z \times a = 33210,774 \text{ Н} \times \text{мм}$$

– згинальний момент у перерізі II-II

$$M_z^{II} = R_B^z \times c = 50952,98 \text{ Н} \times \text{мм}$$

Сумарні згинальні моменти в перерізах I-I і опорі II-II

$$M_I = \sqrt{(M_y^I)^2 + (M_z^I)^2} = 36271,1 \text{ Н} \times \text{мм}$$

$$M_{II} = \sqrt{(M_y^{II})^2 + (M_z^{II})^2} = 54749,9 \text{ Н} \times \text{мм}$$

Згинальний момент у перерізі II-II більший, ніж у перерізі I-I, то перевірку міцності слід виконувати для перерізу II-II.

$$\sigma_{зг} = \frac{32 \times M_{II}}{\pi \times d^3} = 10,16 \text{ МПа}$$

						34
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		Лист

$$\sigma_c = \frac{4 \times F_a}{\pi \times d^2} = 0,3 \text{ МПа}$$

$$\tau = \frac{16 \times T}{\pi \times d^3} = 4,56 \text{ МПа}$$

$$\sigma_{\text{екв}} = \sqrt{(\sigma_{3г} + \sigma_c)^2 + 4(\tau)^2} = 13,88 \text{ МПа}$$

Максимальне еквівалентне напруження при короточасних перевантаженнях

$$(\sigma_{\text{екв}})_{\text{max}} = \sigma_{\text{екв}} \times K_{\text{п}} = 13,88 \times 2,2 = 30,53 \text{ МПа}$$

Допустиме еквівалентне напруження:

$$[\sigma]_{\text{екв}} = \sigma_{\text{екв}} \times \sigma_T = 13,88 \times 363 = 290 \text{ МПа}$$

Умова статичної міцності вала виконується, оскільки $(\sigma_{\text{екв}})_{\text{max}} \leq [\sigma]_{\text{екв}}$

3.2.3 Розрахунок вала на витривалість.

Вище було визначено, що найнебезпечнішим є переріз II-II вала. Тому для перерізу II-II доцільно визначити розрахунковий коефіцієнт запасу міцності. Оскільки у перерізі II-II є нормальні та дотичні напруження, то спочатку визначимо коефіцієнти запасу s_σ і s_τ , а відтак і загальний розрахунковий коефіцієнт запасу міцності s .

Границі втоми матеріалу вала:

$$\sigma_{-1} = 0,45 \times \sigma_B = 269 \text{ МПа}$$

$$\tau_{-1} = 0,25 \times \sigma_B = 149,5 \text{ МПа}$$

Амплітуда нормальних і дотичних напружень:

$$\sigma_a = \frac{M_{II}}{W_{OH}} \quad \tau_a = \frac{T}{2W_{PH}}$$

$$W_{OH} = \frac{\pi \times d^3}{32} = 5387,046 \text{ мм}^3$$

$$W_{PH} = \frac{\pi \times d^3}{16} = 10774,092 \text{ мм}^3$$

$$\sigma_a = \frac{M_{II}}{W_{OH}} = 10,16 \text{ МПа}$$

$$\tau_a = \frac{T}{2W_{PH}} = 2,28 \text{ МПа}$$

						35
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		Лист

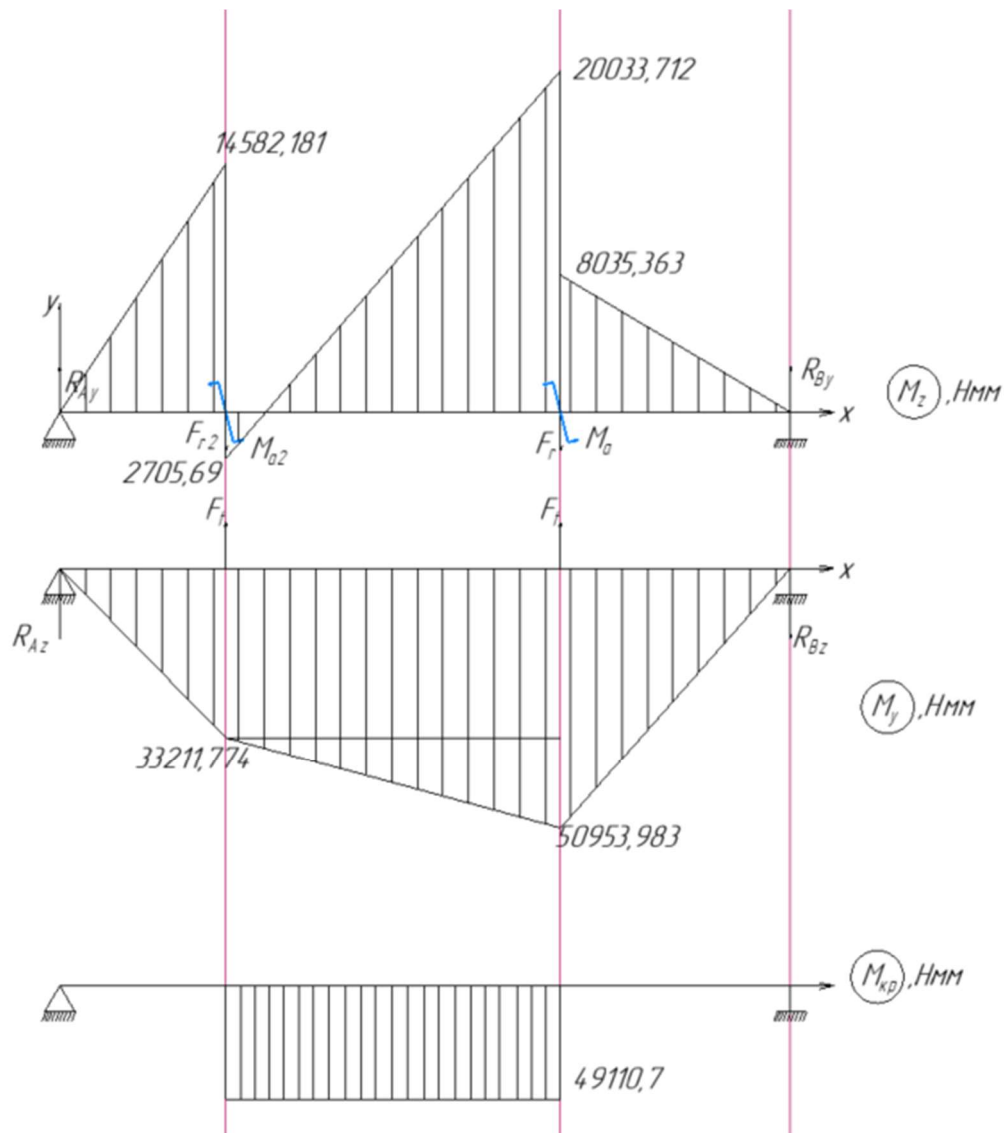


Рис. 3.2. Епюри

Середні значення нормальних напружень:

$$\sigma_m = \frac{F_a}{\frac{\pi \times d^2}{4}} = 0,31 \text{ МПа}$$

Середні значення дотичних напружень для випадку передавання

$$\tau_m = \tau_a = 2,28 \text{ МПа}$$

Ефективні коефіцієнти концентрації напружень K_σ і K_τ вибирають залежно від механічних характеристик матеріалу вала та форми концентратора напружень в перерізі. В даному перерізі маємо шпонковий паз, тому обираємо $K_\sigma=1,76$ і $K_\tau=1,54$.

Коефіцієнт K_d , що враховує вплив абсолютних розмірів перерізу вала, залежить від його матеріалу та діаметра перерізу. $K_d=0,76$

Коефіцієнти, що характеризують чутливість матеріалу вала до асиметрії циклу напружень, для сталевих валів:

$$\psi_{\sigma} = 0,2 + 2 \times 10^{-4} \sigma_B = 0,1396$$

$$\psi_{\tau} = 0,5 \times \psi_{\sigma} = 0,0698$$

Коефіцієнти запасу міцності за нормальними та дотичними напруженнями:

$$s_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{K_{\sigma} \times \sigma_a}{K_d} + \psi_{\sigma} \times \sigma_m} = 12,01$$

$$s_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{\frac{K_{\tau} \times \sigma \tau_a}{K_d} + \psi_{\tau} \times \tau_m} = 32,88$$

Загальний коефіцієнт запасу:

$$s = \frac{s_{\sigma} \times s_{\tau}}{\sqrt{s_{\tau}^2 + s_{\sigma}^2}} = 11,28$$

Загальний розрахунковий коефіцієнт запасу міцності $s \geq [s]_{min} = 1,5$ отже втомна міцність вала в перерізі II-II забезпечується.

3.2.4 Перевірка вала на жорсткість

Визначимо прогин вала у перерізі II-II і кут нахилу перерізу на опорі В. Для цього прикладемо у вертикальній і горизонтальній площинах до перерізу II-II одиничну силу $\bar{x}_1 = 1$, а на опорі В – одиничний момент $\bar{x}_2 = 1$.

Побудуємо епюри згинальних моментів $\bar{M}_1(x)$, $\bar{M}_2(x)$.

Осьовий момент інерції перерізу вала в перерізі II-II

$$J_1 = \frac{\pi \times d^4}{64} = \frac{3,14 \times 38^4}{64} = 102353,87 \text{ мм}^4$$

Осьовий момент інерції перерізу вала під опорою В

$$J_2 = \frac{\pi \times d^4}{64} = \frac{3,14 \times 30^4}{64} = 39760,8 \text{ мм}^4$$

Модуль пружності матеріалу $E = 2 \times 10^5$ МПа

Згідно зі способом Верещагіна прогин вала y_B і кут нахилу перерізу θ_B у вертикальній площині:

$$y_B = \frac{\Omega_1 \times \bar{M}'_{c1} + \Omega_2 \times \bar{M}'_{c2} + \Omega_3 \times \bar{M}'_{c3}}{E \times J_1}$$

$$y_B = 0,0009661 \text{ мм}$$

$$\theta_B = \frac{\Omega_1 \times \bar{M}''_{c1} + \Omega_2 \times \bar{M}''_{c2} + \Omega_3 \times \bar{M}''_{c3}}{E \times J_2}$$

$$\theta_B = -0,0010743 \text{ рад}$$

Прогин вала y_r і кут нахилу перерізу θ_r у горизонтальній площині:

$$y_r = -0,005164 \text{ мм}$$

$$\theta_r = -0,000147 \text{ рад}$$

Повний прогин вала у перерізі II-II:

						37
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		Лист

$$y = \sqrt{y_B^2 + y_r^2}$$

$$y = \sqrt{0,0009661^2 + (-0,005164)^2} = 0,0052538 \text{ мм}$$

Допустимий прогин вала під зубчатим колесом $[y] = 0,05\text{м} = 0,02\text{мм}$.

Маємо $y < [y]$.

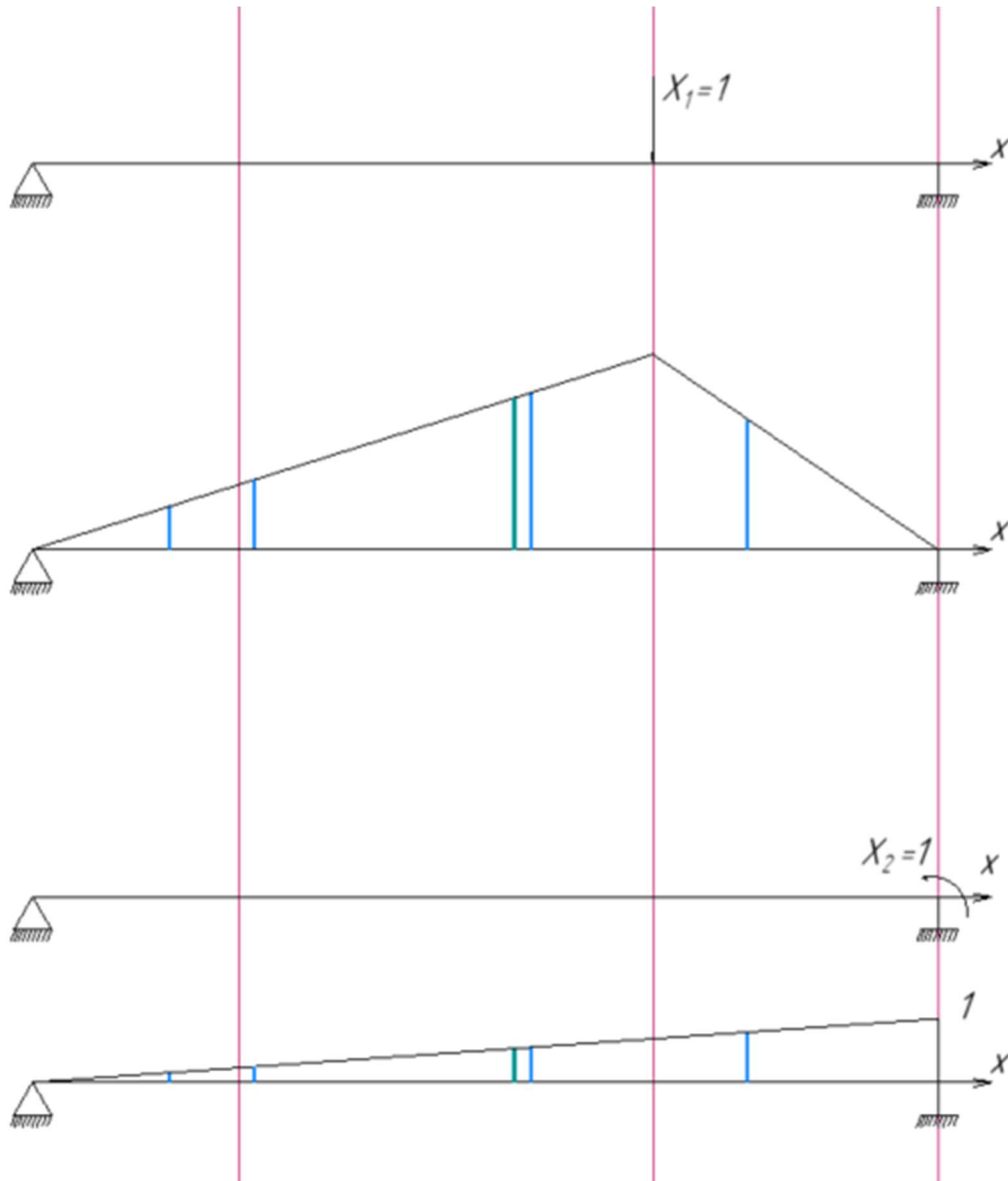


Рис. 3.3. Одиничні епюри згинальних моментів

Повний кут нахилу перерізу на опорі В:

$$\theta = \sqrt{\theta_B^2 + \theta_r^2}$$

$$\theta = \sqrt{(-0,0010743)^2 + (-0,000147)^2} = 0,0010843 \text{ рад}$$

Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата

3.4. Підбір та розрахунок підшипників

3.4.1. Підбір підшипників швидкохідного валу

Підберемо підшипники кочення для вхідного валу редуктора за такими даними, одержаними при розрахунку валу: радіальні навантаження на опори валу, осьове навантаження валу та діаметр цапф валу для підшипників.

Радіальну силу розраховуємо за формулою (2.4.1).

$$R_r = \sqrt{R_B^2 + R_G^2} \quad (3.4.1)$$

$$R_A = \sqrt{67,57^2 + 4313,58^2} = 4314,109 \text{ Н}$$

$$R_B = \sqrt{321,36^2 + 2790,934^2} = 2809,375 \text{ Н}$$

Найнавантаженою опорою у цій схемі є опора А, тому що вона навантажена найбільшою радіальною силою R_A і сприймає осьову силу F_a .

Оскільки

$$\frac{F_a}{R_B} = \frac{101,52}{2809,375} = 0,024 < 0,35$$

А також, на валу розміщене конічну шестерню, то доцільно використати роликовий конічний підшипник нормальної серії 1027305А згідно ГОСТ 27365-87, для якого маємо наступні характеристики: базова статична вантажність $C_0 = 23,2$ кН; базова динамічна вантажність $C = 33$ кН.

Розрахункове еквівалентне навантаження на підшипник визначається за формулою (2.4.2)

$$R = (X \times V \times R_r + Y \times R_a) \times K_\delta \times K_T \quad (3.4.2)$$

де X і Y – коефіцієнти радіального та осьового навантаження відповідно. Значення коефіцієнтів X і Y вибирають в залежності від співвідношення величин $\frac{R_a}{VR_r} = 0,024$, і параметра осьового навантаження e за каталогами підшипників.

$e = 0,32$. Оскільки $\frac{R_a}{VR_r} = 0,024 < e$, то $X = 1$ і $Y = 0$;

V – коефіцієнт обертання, $V = 1$ адже обертається внутрішнє кільце підшипника;

K_δ – коефіцієнт безпеки, при короткочасних перевантаженнях до 150%
 $K_\delta = 1,5$;

K_T – температурний коефіцієнт, при робочій температурі підшипників до 100°C $K_T = 1$;

Розрахункове еквівалентне навантаження на підшипник:

$$R = (1 \times 1 \times 4314,109 + 0 \times 101,52) \times 1,5 \times 1 = 6471,164 \text{ Н}$$

					40
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата	Лист

З урахуванням режиму навантаження протягом строку служби еквівалентне навантаження визначається за формулою (2.4.3)

$$R_E = K_E \times R \quad (2.4.3)$$

де K_E – коефіцієнт інтенсивності, для типового режиму навантаження Л (легкого) $K_E = 0,40$;

$$R_E = 0,4 \times 6471,164 = 2588,465 \text{ Н}$$

Розрахункова довговічність підшипника розраховується за формулами (3.4.3) та (3.4.4)

$$L = a_1 \times a_{23} \left(\frac{C_r}{R_E} \right)^p \quad (3.4.3)$$

$$L_h = 1745 \frac{L}{\omega} \quad (3.4.4)$$

де a_1 – коефіцієнт, що враховується у разі потреби мати підшипники підвищеної надійності. Для 90%-ї надійності коефіцієнт $a_1 = 1$;

a_{23} – коефіцієнт враховує якість матеріалу деталей підшипника та умови експлуатації. Для звичайних умов експлуатації серійних конічних підшипників коефіцієнт $a_{23} = 0,65$;

p – показник степеня: для роликів підшипників $p=3,33$.

Розрахункова довговічність

$$L = 1 \times 0,65 \left(\frac{33000}{2588,465} \right)^{3,33} = 3146,434 \text{ млн. об.}$$

$$L_h = 1745 \times \frac{132,24}{46,7/60} = 74901 \text{ год}$$

Попередньо вибраний підшипник №7305 для опори А вала має довговічність, що задовольняє потреби проектного редуктора, тому залишаємо даний підшипник.

3.4.2. Підбір підшипників проміжного валу

Підберемо підшипники кочення для вхідного вала редуктора за такими даними, одержаними при розрахунку вала: радіальні навантаження на опори вала, осьове навантаження вала та діаметр цапф вала для підшипників.

Радіальну силу розраховуємо за формулою (3.4.1).

$$R_A = \sqrt{448,68^2 + 1021,87^2} = 1116,035 \text{ Н}$$

$$R_B = \sqrt{178,56^2 + 1132,29^2} = 1146,28 \text{ Н}$$

Найнавантаженішою опорою у цій схемі є опора А, тому що вона навантажена найбільшою радіальною силою R_A і сприймає осьову силу F_a .

Оскільки

$$\frac{F_a}{R_B} = \frac{596,6}{1116,035} = 0,53 \geq 0,35$$

						41
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		Лист

А також, на валу розміщене конічне колесо, то доцільно використати роликовий конічний підшипник широкої серії 7506А згідно ГОСТ 27365-87, для якого маємо наступні характеристики: базова статична вантажність $C_0 = 27$ кН;
 базова динамічна вантажність
 $C = 36$ кН.

Розрахункове еквівалентне навантаження на підшипник визначається за формулою (3.4.2)

де X і Y – коефіцієнти радіального та осьового навантаження відповідно. Значення коефіцієнтів X і Y вибирають в залежності від співвідношення величин

$$\frac{R_a}{VR_r} = 0,53, \text{ і параметра осьового навантаження } e \text{ за каталогами підшипників.}$$

$e = 0,32$. Оскільки $\frac{R_a}{VR_r} = 0,53 > e$, то $X = 1$ і $Y = 0$;

V – коефіцієнт обертання, $V = 1$ адже обертається внутрішнє кільце підшипника;

K_b – коефіцієнт безпеки, при короткочасних перевантаженнях до 150%
 $K_b = 1,5$;

K_T – температурний коефіцієнт, при робочій температурі підшипників до 100°C $K_T = 1$;

Розрахункове еквівалентне навантаження на підшипник:

$$R = (1 \times 1 \times 1116,035 + 0 \times 596,6) \times 1,5 \times 1 = 1674,05 \text{ Н}$$

З урахуванням режиму навантаження протягом строку служби еквівалентне навантаження визначається за формулою (2.4.3) де K_E – коефіцієнт інтенсивності, для типового режиму навантаження Л (легкого) $K_E = 0,40$;

$$R_E = 0,4 \times 1674,05 = 669,62 \text{ Н}$$

Розрахункова довговічність підшипника розраховується за формулами (3.4.3) та (3.4.4), де a_1 – коефіцієнт, що враховується у разі потреби мати підшипники підвищеної надійності. Для 90%-ї надійності коефіцієнт $a_1 = 1$;

a_{23} – коефіцієнт враховує якість матеріалу деталей підшипника та умови експлуатації. Для звичайних умов експлуатації серійних конічних підшипників коефіцієнт $a_{23} = 0,65$;

p – показник степеня: для роликових підшипників $p=3,33$.

Розрахункова довговічність

$$L = 1 \times 0,65 \left(\frac{36000}{669,62} \right)^{3,33} = 381204,56 \text{ млн. об.}$$

$$L_h = 1745 \times \frac{132,24}{46,7/60} = 226864467 \text{ год}$$

Попередньо вибраний підшипник №7305 для опори А вала має довговічність, що задовольняє потреби проектного редуктора, тому залишаємо даний підшипник.

						42
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		Лист

3.4.3. Підбір підшипників тихохідного валу

Підберемо підшипники кочення для вхідного валу редуктора за такими даними, одержаними при розрахунку валу: радіальні навантаження на опори валу, осьове навантаження валу та діаметр цапф валу для підшипників.

Радіальну силу розраховуємо за формулою (3.4.1).

$$R_A = \sqrt{435,54^2 + 13428,65^2} = 13435,71 \text{ Н}$$

$$R_B = \sqrt{90,19^2 + 4518,57^2} = 4519,47 \text{ Н}$$

Найнавантаженою опорою у цій схемі є опора А, тому що вона навантажена найбільшою радіальною силою R_A і сприймає осьову силу F_a .

Оскільки

$$\frac{F_a}{R_B} = \frac{342,81}{13435,71} = 0,026 \geq 0,35$$

А також, на валу розміщене зубчасте циліндричне колесо, то доцільно використати кульковий однорядний радіальний підшипник №207 легкої серії згідно ГОСТ 27365-87, для якого маємо наступні характеристики: базова статична вантажність $C_0 = 13,7$ кН; базова динамічна вантажність $C = 25,5$ кН.

Розрахункове еквівалентне навантаження на підшипник визначається за формулою (3.4.2)

де X і Y – коефіцієнти радіального та осьового навантаження відповідно. Значення коефіцієнтів X і Y вибирають в залежності від співвідношення величин $\frac{R_a}{VR_r} = 0,025$, і параметра осьового навантаження e за каталогами підшипників.

$e = 0,32$. Оскільки $\frac{R_a}{VR_r} = 0,025 < e$, то $X = 1$ і $Y = 0$;

V – коефіцієнт обертання, $V = 1$ адже обертається внутрішнє кільце підшипника;

K_6 – коефіцієнт безпеки, при короткочасних перевантаженнях до 150%
 $K_6 = 1,5$;

K_T – температурний коефіцієнт, при робочій температурі підшипників до 100°C $K_T = 1$;

Розрахункове еквівалентне навантаження на підшипник:

$$R = (1 \times 1 \times 13435,71 + 0 \times 342,81) \times 1,5 \times 1 = 20153,57 \text{ Н}$$

З урахуванням режиму навантаження протягом строку служби еквівалентне навантаження визначається за формулою (3.4.3) де K_E – коефіцієнт інтенсивності, для типового режиму навантаження Л (легкого) $K_E = 0,40$;

$$R_E = 0,4 \times 1674,05 = 8061,15 \text{ Н}$$

Розрахункова довговічність підшипника розраховується за формулами (3.4.3) та (3.4.4), де a_1 – коефіцієнт, що враховується у разі потреби мати підшипники підвищеної надійності. Для 90%-ї надійності коефіцієнт $a_1 = 1$;

						43
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		Лист

a_{23} – коефіцієнт враховує якість матеріалу деталей підшипника та умови експлуатації. Для звичайних умов експлуатації серійних кулькових радіальних однорядних підшипників коефіцієнт $a_{23} = 0,75$;

p – показник степеня: для кулькових підшипників $p=3$.

Розрахункова довговічність

$$L = 1 \times 0,8 \left(\frac{36000}{669,62} \right)^3 = 23,73 \text{ млн. об.}$$

$$L_h = 1745 \times \frac{132,24}{46,7/60} = 4238,15 \text{ год}$$

Попередньо вибраний підшипник №207 для опори А вала має довговічність, що задовольняє потреби проектного редуктора, тому залишаємо даний підшипник.

3.5. Підбір і перевірка на міцність шпонок валів редуктора

Робоча довжина шпонки визначається за формулою (3.5.1)

$$l_0 \geq \frac{2T}{d(h - t_1) \times [\sigma_{зм}]} \quad (3.5.1)$$

де T – обертовий момент прикладени до вала;

d – діаметр валу;

h – висота шпонки;

t_1 – глибина паза в валу;

$[\sigma_{зм}]$ – допустимі напруження шпонкових з'єднання, $[\sigma_{зм}] = 120 \text{ МПа}$, шпонка виготовлена зі сталі.

Повна довжина шпонки визначається за формулою (3.5.2)

$$l = l_0 + b \quad (3.5.2)$$

Розрахунок шпонки швидкохідного валу:

$$l_0 \geq \frac{2 \times 20,46}{18 \times (6 - 3,5) \times 120} = 7,57 \text{ мм}$$
$$l = 7,57 + 6 = 13,57 \text{ мм}$$

Приймаємо $l = 28 \text{ мм}$. Отже з'єднання муфти з швидкохідним валом можна здійснити за допомогою шпонки 6x6x28 ГОСТ 2360-78.

Розрахунок шпонки проміжного валу:

$$l_0 \geq \frac{2 \times 49,46}{38 \times (7 - 4) \times 120} = 7,23 \text{ мм}$$
$$l = 7,23 + 8 = 15,23 \text{ мм}$$

Приймаємо $l = 40 \text{ мм}$. Отже з'єднання зубчастого конічного колеса з проміжним валом можна здійснити за допомогою шпонки 8x7x40 ГОСТ 2360-78.

Розрахунок шпонки тихохідного валу під зубчастим циліндричним колесом:

$$l_0 \geq \frac{2 \times 144,385}{45 \times (9 - 5,5) \times 120} = 15,2 \text{ мм}$$
$$l = 15,2 + 14 = 29,2 \text{ мм}$$

						44
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		Лист

Приймаємо $l = 50$ мм. Отже з'єднання колеса з тихохідним валом можна здійснити за допомогою шпонки 14x9x50 ГОСТ 2360-78.

3.6. Підбір і перевірка на міцність шліцевого з'єднання вала редуктора

Робоча довжина шліцевого з'єднання визначається за формулою (3.5.3)

$$l_0 \geq \frac{2T}{d_{\text{ср}} \times z \times h \times [\sigma_{\text{зм}}] \times \psi} \quad (3.5.3)$$

де T – обертовий момент прикладени до вала;

$d_{\text{ср}}$ – середній діаметр валу;

h – висота контакту зубців;

ψ – коефіцієнт, що враховує нерівномірність розподілу навантажень між шліцями і дорівнює 0,7..0,8;

Z – кількість зубців;

$[\sigma_{\text{зм}}]$ – допустимі напруження шпонкових з'єднання, $[\sigma_{\text{зм}}] = 120$ МПа, шпонка виготовлена зі сталі.

Висота контакту зубців визначається за формулою (3.5.4)

$$h = \frac{D - d}{2} - 2c \quad (3.5.4)$$

де c – висота фаски шліца.

Розрахунок довжини шліцевого з'єднання:

$$l_0 \geq \frac{2 \times 144,385}{\frac{(32 + 26)}{2} \times 6 \times \left(\frac{(32 - 26)}{2} - 2 \times 0,4 \right) \times 120 \times 0,8} \approx 8 \text{ мм}$$

Прийmemo довжину шліцевого з'єднання $l_0 = 30$ мм. Отже, з'єднання муфти з швидкохідним валом можна здійснити за допомогою шліцевого прямобічного з'єднання середньої серії 6x26x32 ГОСТ 1139-80.

						45
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		Лист

4. ПРОЕКТУВАННЯ КОРЕГОВАНОГО ЕВОЛЬВЕНТНОГО ЗАЧЕПЛЕННЯ ЗУБЧАСТИХ КОЛІС

4.1. Мета проведення корегування

Циліндрична зубчата передача є складовою частиною привода установки КМ-50. В першому розділі були визначені геометричні розміри відповідно до заданого крутного моменту, швидкості та частоти обертання валу. Під час розрахунків враховувались режим роботи, проектний строк експлуатації і коефіцієнт перевантаження. Для виготовлення колеса та шестерні була обрана легована сталь 40Х із термообробкою поліпшення.

При нарізанні колеса та шестерні не передбачалось зміщення інструменту, адже дані зубчасті колеса не були кореговані. Окрім цього, показники якості зачеплення не досліджувались. Тому завданням даного розділу є проведення перевірки показників якості зачеплення та їх покращення шляхом вибору оптимальних коефіцієнтів зміщення.

4.2. Вибір коефіцієнтів зміщення

Передача оптимізується за такими якісними показниками: коефіцієнт торцевого перекриття ε_α ; коефіцієнт питомого ковзання λ ; коефіцієнт питомого тиску θ .

Окрім перерахованих показників необхідно враховувати коефіцієнт товщини зубця у вершині, адже надмірне загострення зубця може призвести до неприпустимого зменшення його міцності у вершині в початковий момент контакту.

Коефіцієнт торцевого перекриття вводиться для забезпечення неперервності зачеплення. Для циліндричної косозубої передачі, із ступенем точності $n_{ст} = 9$ маємо наступні допустимі значення коефіцієнта торцевого перекриття $\varepsilon_\alpha \geq 1$.

Коефіцієнт питомого ковзання – це характеристика ступеня ковзання коліс під час зачеплення. При розрахунку в програмі PROF-Z необхідно обирати найближчі значення коефіцієнтів питомого ковзання для колеса та шестерні.

						46
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		Лист

Для врахування впливу кривизни профілів зубців на контактні напруження використовується коефіцієнт питомого тиску.

При виборі коефіцієнтів зміщення мають виконуватись наступні умови: відсутність підрізання зубців та загострення вершин. Також має бути забезпечена неперервність зачеплення. При певному від'ємному значенні коефіцієнта зміщення відбувається підрізання ніжки зубця, а за певного додатного – можливе загострення головки. Такі форми зубця неприпустимі. Тому необхідно щоб вибрані коефіцієнти зміщення для шестерні та колеса повинні бути більше за $x_{min 1}$ та $x_{min 2}$.

Загострення зубця характеризується коефіцієнтом товщини зубця, граничні значення якого визначаються структурою матеріалу і видом термообробки. Для термообробки поліпшення маємо $S_a \geq 0,25 \dots 0,3$. [38]

4.3 Розрахунок параметрів не корегованої передачі

Порядок розрахунку:

1. Запуск програми PROF-Z.
2. Вводимо дані:
 - кількість зубців z_1 і z_2 ;
 - модуль зачеплення m ;
 - кут нахилу зубця β .

Підтвердивши, що введена міжосьова відстань, вводимо її значення.

Вхідні дані:

Кількість зубів шестерні: $z_1 = 17$

Число зубів колеса: $z_2 = 51$

Модуль зачеплення: $m = 4$ мм

Кут нахилу лінії зуба (град): $\beta = 13,73^\circ$

Міжосьова відстань $a_w = 140$ мм.

Задаємо діапазон зміни x_1 в межах від 0 до 0.

Отримані дані записуємо в Табл. 4.1.

									47
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата					Лист

Табл. 4.1. Показники якості не корегованого зачеплення

№	x1	x2	xk1	xk2	ea	λ_1	λ_2	θ
1	0	0	0,711	0,806	1,574	6,556	0,422	0,477

$$x1_{\min} = -0,063 \quad x2_{\min} = -2,188$$

В результаті розрахунку були отримані значення коефіцієнту товщини зубця $S_a = 0,711$ для шестерні та $S_a = 0,806$ для колеса. Отже обраний раніше матеріал задовольняє умову не загострення зубців $S_a \geq 0,25 \dots 0,3$. Коефіцієнт перекриття нульового зміщення має значення $\varepsilon_\alpha = 1,574 > [\varepsilon_\alpha] = 1$. Розрахункові коефіцієнти ковзання спроектованої зубчастої передачі без зміщення: $\lambda_1 = 6,556$, $\lambda_2 = 0,422$ – це вказує на те, що спрацювання колеса та шестерні відбуватиметься нерівномірно. Розрахуємо інші параметри передачі приймаючи коефіцієнт зміщення шестерні $x_1 = 0$.

Вибраний коефіцієнт зміщення шестерні $x1=0.000$

Вибраний коефіцієнт зміщення колеса $x2=0.000$

Параметри з'єднання

Міжосьова відстань: $a_w = 140.001$

Кут зачеплення (град): $altw = 20.54$

Висота зуба: $hi = 9$

Коефіцієнт торцевого перекриття: $ea = 1.574$

Коефіцієнт тиску в полюсі: $\theta = 0.447$

Параметри шестерні

Радіус ділильного кола: $r = 35$

Радіус початковій окружності: $rw = 35$

Радіус кола вершин: $ra = 39$

Радіус кола западин: $rf = 30$

Радіус основного кола: $rb = 32.775$

Коефіцієнт товщини по окружності вершин: $sk = 0.691$

									48
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата					Лист

Коефіцієнт питомого ковзання: $\lambda = 6.555$

Параметри колеса

Радіус ділительного кола: $r = 105$

Радіус початковій окружності: $r_w = 105$

Радіус кола вершин: $r_a = 109$

Радіус кола западин: $r_f = 100$

Радіус основного кола: $r_b = 98.325$

Коефіцієнт товщини по окружності вершин: $s_k = 0.783$

Коефіцієнт питомого ковзання: $\lambda = 0.422$

Обчислюємо за допомогою програми координати двадцяти точок профілю зубців шестерні та колеса і записуємо відповідно у Табл. 4.2. і Табл. 4.3.

Табл. 4.2. Координати точок профілю зубця шестерні

№	Т-д	x	y
1	Прхд	5,282	29,516
2	Прхд	4,358	29,963
3	Прхд	3,857	30,617
4	Прхд	3,627	31,266
5	Прхд	3,54	31,915
6	Евлв	3,553	32,594
7	Евлв	3,557	32,664
8	Евлв	3,559	32,799
9	Евлв	3,553	32,998
10	Евлв	3,534	33,259
11	Евлв	3,495	33,583
12	Евлв	3,433	33,968
13	Евлв	3,34	34,413
14	Евлв	3,212	34,915
15	Евлв	3,043	35,472
16	Евлв	2,829	36,081
17	Евлв	2,565	36,739
18	Евлв	2,245	37,443
19	Евлв	1,865	38,19

Табл. 4.3. Координати точок профілю зубця колеса

№	Т-д	x	y
1	Прхд	5,898	99,811
2	Прхд	5,091	100,073
3	Прхд	4,638	100,489
4	Прхд	4,412	100,857
5	Прхд	4,286	101,177
6	Прхд	4,207	101,476
7	ЕвЛВ	4,118	101,877
8	ЕвЛВ	4,016	102,301
9	ЕвЛВ	3,902	102,746
10	ЕвЛВ	3,774	103,213
11	ЕвЛВ	3,633	103,701
12	ЕвЛВ	3,476	104,21
13	ЕвЛВ	3,304	104,74
14	ЕвЛВ	3,116	105,29
15	ЕвЛВ	2,912	105,859
16	ЕвЛВ	2,689	106,448
17	ЕвЛВ	2,449	107,056
18	ЕвЛВ	2,19	107,682
19	ЕвЛВ	1,911	108,326
20	ЕвЛВ	1,613	108,988

4.4. Розрахунок параметрів корегованої передачі

Проведемо корегування даної передачі. Для цього межі зміни коефіцієнта зміщення шестерні задаємо від 0 до 1. Отримані дані записуємо в Табл. 4.4.

Табл. 4.4. Показники якості корегованого зачеплення при $0 \leq x_1 \leq 1$

№	x1	x2	xk1	xk2	ea	λ_1	λ_2	θ
1	0	0	0,711	0,806	1,574	6,556	0,422	0,447
2	0,1	-0,1	0,671	0,821	1,557	4,107	0,469	0,447
3	0,2	-0,2	0,626	0,833	1,537	2,801	0,517	0,447
4	0,3	-0,3	0,578	0,844	1,515	1,99	0,567	0,447
5	0,4	-0,4	0,526	0,853	1,49	1,436	0,619	0,447
6	0,5	-0,5	0,47	0,86	1,463	1,034	0,673	0,447
7	0,6	-0,6	0,41	0,865	1,433	0,729	0,728	0,447
8	0,7	-0,7	0,347	0,869	1,4	0,488	0,786	0,447
9	0,8	-0,8	0,279	0,87	1,364	0,294	0,846	0,447
10	0,9	-0,9	0,208	0,87	1,326	0,134	0,909	0,447
11	1	-1	0,133	0,868	1,284	0	0,974	0,447

Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата

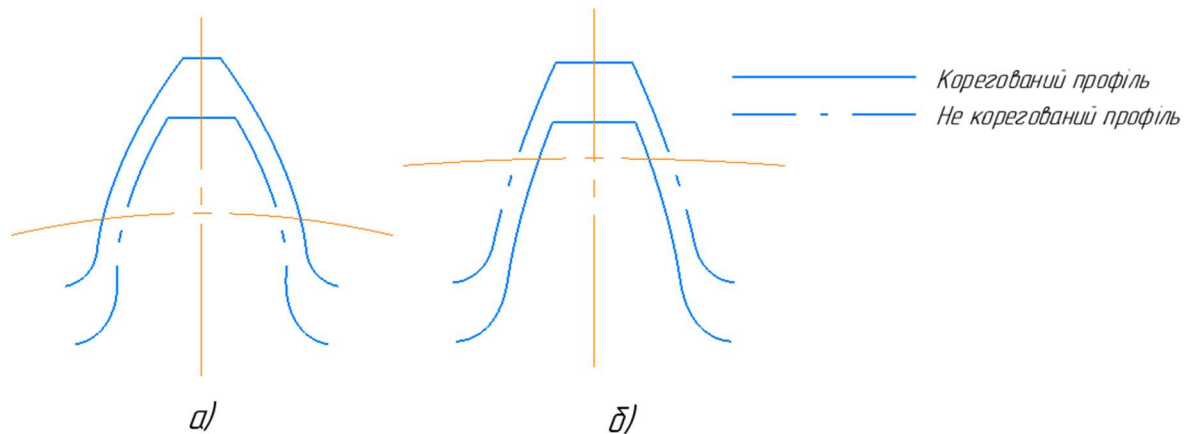


Рис. 4.1. Кореговані та не кореговані профілі зубців:
а) шестерні; б) колеса.

4.5. Висновки

В результаті проведеного корегування були визначені коефіцієнти зміщення ($x_1 = 0,6$, $x_2 = -0,6$), при яких основні геометричні показники якості зачеплення зубчастої передачі отримали оптимальні значення.

- 1) умова рівномірного спрацювання шестерні і колеса виконується через те, що коефіцієнти ковзання майже однакові, а саме мають відмінність на 0,001 однакові $\lambda_1 = 729, \lambda_2 = 0,728$.
- 2) умова неперервності зачеплення виконується, оскільки $\varepsilon_\alpha = 1,433 > [\varepsilon_\alpha] = 1$.
- 3) загострення зубців відбувається в заданих межах для призначеного способу термообробки, а саме поліпшення, оскільки $sa1 = 0.41 > 0.25$; $sa2 = 0.865 > 0.25$
- 4) підрізання зубців не відбувається $x_1 = 0,6 > x_{1min} - 0,063$, $x_2 = -0,6 > x_{2min} - 2,188$

У випадку корегованої передачі знос шестерні та зубчастого колеса є рівномірним. Отже строк служби передачі буде більшим.

Для кращого розуміння наступних розрахунків введемо позначення:

- L_i – матриця переходу;
- R_i – вектор навантаження;
- D_i – циліндрична жорсткість;
- λ_i – відношення радіусів.

Пластина складається з трьох ділянок, для яких можна обрахувати безрозмірну характеристику ділянок λ_i

$$\lambda_1 = \frac{2a}{5a} = \frac{2}{5} = 0,4,$$

$$\lambda_2 = \frac{5a}{8a} = \frac{5}{8} = 0,625,$$

$$\lambda_3 = \frac{8a}{10a} = \frac{8}{10} = 0,8$$

Визначимо відношення циліндричних жорсткостей

$$\frac{D_2}{D_1} = \left(\frac{0,8}{0,6}\right)^3 = \left(\frac{4}{3}\right)^3 = 2,37 \qquad \frac{D_1}{D_2} = 0,422$$

$$\frac{D_3}{D_1} = \left(\frac{1,5}{0,6}\right)^3 = \left(\frac{5}{2}\right)^3 = 15,625 \qquad \frac{D_1}{D_3} = 0,064$$

Згинальна жорсткість першої ділянки

$$D_1 = \frac{E \cdot h_1^3}{12(1 - \mu^2)} = \frac{2 \times 10^4 \cdot 0,6^3}{12(1 - 0,3^2)} = 395,6 \text{ кН} \times \text{см}$$

Обчислення реакції в опорі:

$$R_{\text{сум}} = R \cdot 2\pi \cdot 10a = 20\pi aR$$

$$\sum F_{iz} = 0 \quad R_{\text{сум}} = 3q\pi((8a)^2 - (5a)^2) + 2\pi \cdot 8a \cdot 2q = 117q\pi a^2 + 32q\pi a$$

$$= qa(117a + 32)\pi = 500qa\pi = 1570qa$$

Поперечні сили на початку ділянок:

$$P_{11} = 0; P_{21} = 0;$$

$$P_{31} = -3q\pi((8a)^2 - (5a)^2) - 2\pi \cdot 8a \cdot 2q = -1570qa$$

Момент інерції перерізу ребра:

$$I_x = \frac{1,5 \cdot 1,8^3}{12} = 0,729 \text{ см}^4$$

$$\frac{EI_x}{RD_1} = \frac{2 \times 10^4 \cdot 0,729}{20 \cdot 395,6}$$

Визначення матриць переходу для кожної ділянки знаходиться за формулою (5.1.4)

$$L_i = \begin{bmatrix} \psi_{\theta\theta}(\lambda_i) & \frac{D_1}{D_i} \varphi_{\theta m}(\lambda_i) \\ \frac{D_i}{D_1} \psi_{r\theta}(\lambda_i) & \varphi_{rm}(\lambda_i) \end{bmatrix} \qquad (5.1.4)$$

						56
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		Лист

Для першої ділянки

$$L_1 = \begin{bmatrix} 0,454 & 0,42 \\ 0,42 & 0,706 \end{bmatrix}$$

Для другої ділянки

$$L_2 = \begin{bmatrix} 0,6043 & 0,422 \cdot 0,3044 \\ 2,37 \cdot 0,277 & 0,787 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,6043 & 0,1286 \\ 0,6565 & 0,787 \end{bmatrix}$$

Для третьої ділянки

$$L_3 = \begin{bmatrix} 0,766 & 0,064 \cdot 0,18 \\ 15,625 \cdot 0,1638 & 0,874 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,766 & 0,0115 \\ 2,5594 & 0,874 \end{bmatrix}$$

Матриця переходу через ребро

$$L_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1,84 & 1 \end{bmatrix}$$

Визначення векторів навантаження для кожної ділянки відбувається за формулою (5.1.5)

$$R_i = \begin{Bmatrix} \frac{P_{i1}}{D_1} \psi_{\theta p}(\lambda_i) + \frac{q_i r_{i2}^2}{D_i} \psi_{\theta q}(\lambda_i) \\ \frac{P_{i1}}{D_1} \psi_{rp}(\lambda_i) + \frac{q_i r_{i2}^2}{D_i} \psi_{rq}(\lambda_i) \end{Bmatrix} \quad (5.1.5)$$

$$R_1 = 0$$

$$R_2 = \begin{Bmatrix} -\frac{3q \cdot 64a^2}{D_1} \cdot 0,422 \cdot 7,13 \times 10^{-2} \\ -\frac{3q \cdot 64a^2}{D_1} \cdot 0,0555 \end{Bmatrix} = -\frac{192qa^2}{D_1} \begin{Bmatrix} 3,0089 \times 10^{-2} \\ 0,0555 \end{Bmatrix}$$

$$= -\frac{qa^2}{D_1} \begin{Bmatrix} 5,7771 \\ 10,656 \end{Bmatrix} = -\frac{qa}{D_1} \begin{Bmatrix} 23,1084 \\ 42,624 \end{Bmatrix}$$

$$R_3 = \begin{Bmatrix} -\frac{1570qa}{D_1} \cdot 0,064 \cdot 0,00343 \\ -\frac{1570qa}{D_1} \cdot 0,00343 \end{Bmatrix} = -\frac{5,3851qa}{D_1} \begin{Bmatrix} 0,064 \\ 1 \end{Bmatrix} = -\frac{qa}{D_1} \begin{Bmatrix} 0,3446 \\ 5,3851 \end{Bmatrix}$$

5.2 Перший розрахунок

Перший розрахунок враховує граничні умови і не враховує навантаження. Вектори стану, що характеризують напружений і деформований стан на кожній ділянці, визначимо за формулою (5.1.1). Вектор $\{\bar{X}\}_{11}$ обирається з урахування того, що внутрішній контур вільний, тому граничні умови:

$$\{\bar{X}\}_{11} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Обчислення векторів стану для характерних перерізів:

$$\{\bar{X}\}_{12} = [L]_1 \{\bar{X}\}_{11} = \begin{bmatrix} 0,454 & 0,42 \\ 0,3822 & 0,706 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0,454 \\ 0,3822 \end{Bmatrix}$$

$$\{\bar{X}\}_{21} = [L]_p \{\bar{X}\}_{12} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1,84 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0,454 \\ 0,3822 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0,454 \\ 1,2174 \end{Bmatrix}$$

$$\{\bar{X}\}_{22} = [L]_2 \{\bar{X}\}_{21} = \begin{bmatrix} 0,6043 & 0,1286 \\ 0,6565 & 0,787 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0,454 \\ 1,2174 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0,4308 \\ 1,2563 \end{Bmatrix} = \{\bar{X}\}_{31}$$

$$\{\bar{X}\}_{32} = [L]_3 \{\bar{X}\}_{31} = \begin{bmatrix} 0,766 & 0,064 \cdot 0,18 \\ 15,625 \cdot 0,1638 & 0,874 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0,4308 \\ 1,2563 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0,4745 \\ 2,2006 \end{Bmatrix}$$

5.3 Другий розрахунок

Другий розрахунок відбувається з урахуванням і граничних умов, і навантажень за формулою (5.1.2) Оскільки навантаження на внутрішньому

контурі відсутнє, тому $\{\bar{\bar{X}}\}_{11} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$

Обчислення векторів стану для характерних перерізів

$$\{\bar{\bar{X}}\}_{12} = [L]_1 \{\bar{\bar{X}}\}_{11} + \{R\}_1 = 0$$

$$\{\bar{\bar{X}}\}_{21} = [L]_p \{\bar{\bar{X}}\}_{12} = 0$$

$$\{\bar{\bar{X}}\}_{22} = [L]_2 \{\bar{\bar{X}}\}_{12} + \{R\}_2 = 0 - \frac{qa}{D_1} \begin{Bmatrix} 23,1084 \\ 42,624 \end{Bmatrix} = -\frac{qa}{D_1} \begin{Bmatrix} 23,1084 \\ 42,624 \end{Bmatrix} = \{\bar{\bar{X}}\}_{31}$$

$$\begin{aligned} \{\bar{\bar{X}}\}_{32} &= [L]_3 \{\bar{\bar{X}}\}_{31} + \{R\}_3 = \begin{bmatrix} 0,766 & 0,0115 \\ 2,5594 & 0,874 \end{bmatrix} \left(-\frac{qa}{D_1} \begin{Bmatrix} 23,1084 \\ 42,624 \end{Bmatrix} \right) - \frac{qa}{D_1} \begin{Bmatrix} 0,3446 \\ 5,3851 \end{Bmatrix} = \\ &= \left(-\frac{qa}{D_1} \right) \left(\begin{Bmatrix} 18,1912 \\ 96,397 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0,3446 \\ 5,3851 \end{Bmatrix} \right) = -\frac{qa}{D_1} \begin{Bmatrix} 18,5358 \\ 101,778 \end{Bmatrix} \end{aligned}$$

5.4 Розрахунок НДС пластини при заданому навантаженні

Відповідно граничним умовам на зовнішньому контурі пластини визначаємо C за формулою (5.1.6)

$$\left(\frac{M_r}{D_1}\right)_{32} = \left(\frac{\overline{M_r}}{D_1}\right)_{32} \cdot C + \left(\frac{\overline{\overline{M_r}}}{D_1}\right)_{32} \quad (5.1.6)$$

Зовнішній контур – шарнірно-обпертий

$$2,2006C - \frac{qa}{D_1} \cdot 101,778 = 0$$

$$C = \frac{101,778}{2,2006} \cdot \frac{qa}{D_1}$$

$$C = 46,25 \cdot \frac{qa}{D_1}$$

Визначення повних векторів стану на початку і кінці кожної ділянки виконується за формулою (5.1.3).

$$\{X\}_{11} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \cdot 46,25 \frac{qa}{D_1} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 46,25 \\ 0 \end{Bmatrix} \frac{qa}{D_1}$$

$$\{X\}_{12} = \begin{Bmatrix} 0,454 \\ 0,3822 \end{Bmatrix} \cdot 46,25 \frac{qa}{D_1} + 0 = \begin{Bmatrix} 20,9975 \\ 17,6768 \end{Bmatrix} \frac{qa}{D_1}$$

$$\{X\}_{21} = \begin{Bmatrix} 0,454 \\ 1,2174 \end{Bmatrix} \cdot 46,25 \frac{qa}{D_1} + 0 = \begin{Bmatrix} 20,9975 \\ 56,314 \end{Bmatrix} \frac{qa}{D_1}$$

$$\{X\}_{22} = \begin{Bmatrix} 0,4308 \\ 1,2563 \end{Bmatrix} \cdot 46,25 \frac{qa}{D_1} - \frac{qa}{D_1} \begin{Bmatrix} 23,1084 \\ 42,624 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -3,1839 \\ 15,48 \end{Bmatrix} \frac{qa}{D_1} = \{X\}_{31}$$

$$\{X\}_{32} = \begin{Bmatrix} 0,4745 \\ 2,2006 \end{Bmatrix} \cdot 46,25 \frac{qa}{D_1} - \frac{qa}{D_1} \begin{Bmatrix} 18,5358 \\ 101,778 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 3,41 \\ 0 \end{Bmatrix} \frac{qa}{D_1}$$

Визначення колових згинальних моментів на початку і кінці кожної ділянки виконується за формулою (5.4.1).

$$M_t = \mu M_r + D_i(1 - \mu^2) \frac{\vartheta}{r} \rightarrow \frac{M_t}{D_1} = \mu \frac{M_r}{D_1} + \frac{D_i}{D_1} (1 - \mu^2) \frac{\vartheta}{r} \quad (5.4.1)$$

$$\left(\frac{M_t}{D_1}\right)_{11} = 0,3 \cdot 0 + 1 \cdot (1 - 0,3^2) \cdot 46,25 \frac{qa}{D_1} = 46,0875 \frac{qa}{D_1}$$

$$\left(\frac{M_t}{D_{11}}\right)_{12} = (0,3 \cdot 17,6768 + 1 \cdot (1 - 0,3^2) \cdot 20,9975) \frac{qa}{D_1} = 24,4108 \frac{qa}{D_1}$$

						59
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		Лист

$$\left(\frac{M_t}{D_{11}}\right)_{21} = (0,3 \cdot 56,314 + 2,37 \cdot (1 - 0,3^2) \cdot 20,9975) \frac{qa}{D_1} = 62,1795 \frac{qa}{D_1}$$

$$\left(\frac{M_t}{D_{11}}\right)_{22} = (0,3 \cdot 15,48 - 2,37 \cdot (1 - 0,3^2) \cdot 3,1839) \frac{qa}{D_1} = -2,2227 \frac{qa}{D_1}$$

$$\left(\frac{M_t}{D_{11}}\right)_{31} = (0,3 \cdot 15,48 - 15,625 \cdot (1 - 0,3^2) \cdot 3,1839) \frac{qa}{D_1} = -40,6271 \frac{qa}{D_1}$$

$$\left(\frac{M_t}{D_{11}}\right)_{32} = (0,3 \cdot 0 + 15,625 \cdot (1 - 0,3^2) \cdot 3,41) \frac{qa}{D_1} = 48,4859 \frac{qa}{D_1}$$

Визначення допустимого навантаження відбувається за формулою (5.4.2), при підстановці всіх розмірів у прив'язці до «см» (в тому числі у векторах R) далі маємо використовувати $[\sigma] = 160 \text{ МПа} = 16 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}$.

$$\sigma_{IV_{\text{екв}}} = \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_t^2 - \sigma_r \sigma_t} = \frac{6}{h^2} \sqrt{M_r^2 + M_t^2 - M_r M_t} \leq [\sigma] \quad (5.4.2)$$

На кожній ділянці обираємо переріз з максимальними згинаючих моментів:

$$(\sigma_{IV_{\text{екв}}})_{11} = \frac{6qa}{h_1^2} \sqrt{0^2 + 46,0975^2 - 0} = \frac{6 \cdot 4 \cdot q}{0,6^2} \cdot 46,0975 = 3073,17q$$

$$\begin{aligned} (\sigma_{IV_{\text{екв}}})_{21} &= \frac{6qa}{h_2^2} \sqrt{56,314^2 + 62,1795^2 - 56,314 \cdot 62,1795} = \frac{6 \cdot 4 \cdot q}{0,8^2} \cdot 59,4641 \\ &= 2229,9q \end{aligned}$$

$$(\sigma_{IV_{\text{екв}}})_{32} = \frac{6qa}{h_3^2} \sqrt{0^2 + 48,4859^2 - 0} = \frac{6 \cdot 4 \cdot q}{1,5^2} \cdot 48,4859 = 1818,22q$$

Для визначення допустимих навантажень розглядаємо

$$(\sigma_{IV_{\text{екв}}})_{11} = 3073,17q \leq [\sigma] = 16 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} \rightarrow q \leq \frac{16}{3073,17} = 0,0052 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}$$

Обчислення прогинів відбувається за формулою (5.4.3)

$$\begin{aligned} w_{i2} - w_{i1} &= -r_{i2}^2 \psi_{\omega\vartheta}(\lambda_i) \left(\frac{\vartheta}{r}\right)_{i1} - r_{i2}^2 \psi_{\omega m}(\lambda_i) \left(\frac{M_r}{D_1}\right)_{11} \frac{D_1}{D_i} - \frac{P_i}{D_1} \times \\ &\times \frac{D_1}{D_i} r_{i2}^2 \psi_{\omega P}(\lambda_i) - \frac{q_i r_{i2}^2 D_1}{D_1 D_i} \psi_{\omega q}(\lambda_i) \end{aligned} \quad (5.4.3)$$

						60
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		Лист

$$w_{12} = w_{11} - (5a)^2 \cdot 0,2423 \cdot 46,25 \frac{qa}{D_1}$$

$$w_{22} = w_{21} - (8a)^2 \cdot 0,22555 \cdot 20,9975 \frac{qa}{D_1} - (8a)^2 \cdot 0,05775 \cdot 56,314 \frac{qa}{D_1} \cdot 0,422$$

$$- \frac{(-3q) \cdot (8a)^4}{D_1} \cdot 0,422 \cdot 7,02 \times 10^{-4}$$

$$w_{32} = w_{31} - (10a)^2 \cdot 0,1559 \cdot (-3,1839) \frac{qa}{D_1} - (10a)^2 \cdot 0,0185 \cdot 15,48 \frac{qa}{D_1}$$

$$- 1570 \frac{qa}{D_1} \cdot 0,064 \cdot (10a)^2 \cdot 237 \times 10^{-6} = 0$$

$$w_{31} = \frac{qa^3}{D_1} (100 \cdot 0,1559 \cdot (-3,1839) + 100 \cdot 0,0185 \cdot 15,48 + 1570 \cdot 0,064 \cdot 100$$

$$\cdot 237 \times 10^{-6}) = -18,62 \frac{qa^3}{D_1}$$

$$w_{31} = \frac{-18,62 \cdot 4^3 \cdot 0,0052}{395,6} = -0,016 \text{ см} \quad (w_{31} = w_{22})$$

$$w_{21} = w_{21} + \frac{qa^3}{D_1} (64 \cdot 0,22555 \cdot 20,9975 + 64 \cdot 0,05775 \cdot 56,314 \cdot 0,422 + (-3q)$$

$$\cdot 8^4 a \cdot 0,422 \cdot 7,02 \times 10^{-4} = -0,016 + \frac{390,85 \cdot 4^3 \cdot 0,0052}{395,6}$$

$$= 0,313 \text{ см} \quad (w_{21} = w_{12})$$

$$w_{11} = w_{12} + 25a^2 \cdot 0,2423 \cdot 46,25 \frac{qa}{D_1} = 0,343 + 25 \cdot 0,2423 \cdot \frac{46,25 \cdot 4^3 \cdot 0,0052}{395,6}$$

$$= 0,313 + 0,236 = 0,55 \text{ см}$$

Для побудови епюр, що відображено на рис 5.2, зведені в таблицю 5.2 необхідні результати розрахунків.

						61
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		Лист

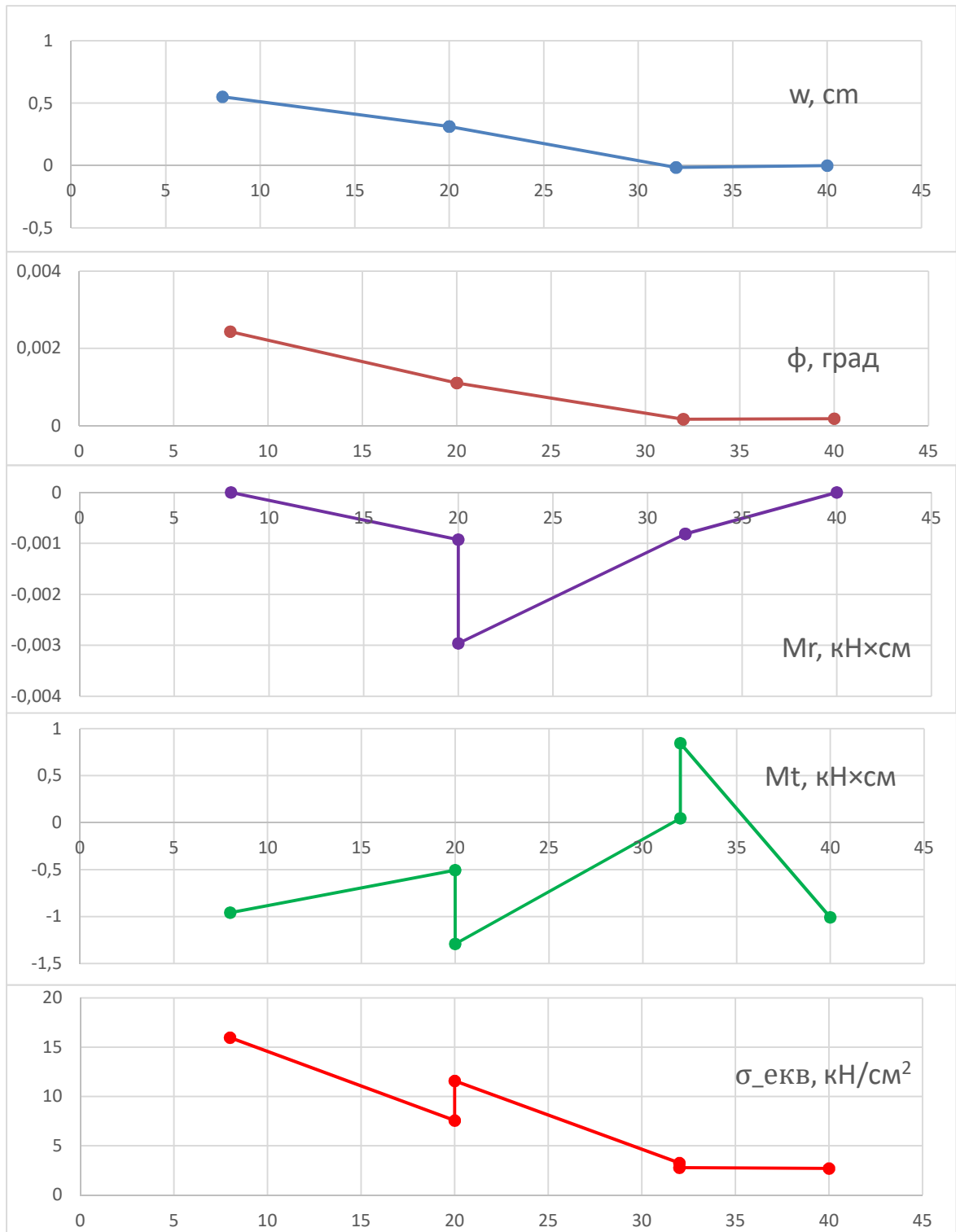
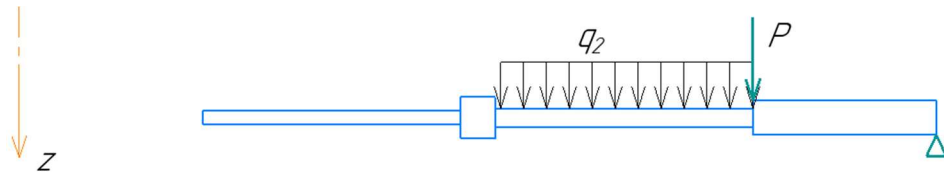


Рис 5.2 Епюри

Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата

6. ЧИСЕЛЬНІ РОЗРАХУНКИ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ВИПРОБУВАЛЬНОГО ЗРАЗКА

6.1 Вибір типу зразка та його конструювання

Першим кроком є вибір типу зразка згідно з типом установки. Оскільки ми розглядаємо установку КМ-50, яка призначена для дослідження матеріалів на кручення за статичного та циклічного навантаження, то обираємо трубчастий зразок для кручення. Для визначення геометричних характеристик скористаємось формулами опору матеріалів.

Маємо такі вхідні дані:

- Модуль Юнга матеріалу $E = 1,94 \times 10^5$ МПа.
- Коефіцієнт Пуассона матеріалу $\mu = 0,28$.
- Границя міцності матеріалу $\sigma_B = 1100$ МПа.
- Максимально допустимий коефіцієнт концентрації напружень у перехідній зоні зразка $\alpha = 1,05$.
- Максимальний крутний момент устаткування $N_{max} = 15$ кНм.
- Гарантований запас потужності устаткування $k = 1,8$.

Опираючись на умову міцності, обираємо необхідний момент спротиву поперечного перерізу трубчастого зразка.

Максимальний момент, що може бути прикладена до зразка:

$$N = \frac{N_{max}}{k} = \frac{15000}{1,8} = 8333,3 \text{ Нм}$$

Максимальне напруження, яке може бути досягнуте в трубчастій частині зразка, без врахування концентрації напружень:

$$\sigma_{max} = \frac{\sigma_B}{\alpha} = \frac{1100}{1,05} \approx 1048 \text{ МПа}$$

Момент спротиву поперечного перерізу зразка:

$$A = \frac{N}{\sigma_{max}} = \frac{8333,3}{1048} = 7954,5 \text{ мм}^3$$

						64
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		Лист

Незалежні характеристики – дві: D та δ , а значення A – одне. Тому задаються співвідношенням D/δ . Практика показала, що доцільно обирати $D/\delta = (10...20)$, причому при крученні зразка – менші, але ще потрібно забезпечити не менше 10 зерен (якщо матеріал має зерна у своїй структурі, тобто неоднорідний у невеликих об'ємах).

Прийmemo $D/\delta=10$, тоді $W_p=(\pi(10\delta)^2/2)/\sqrt{3}=90,7\delta^3$, звідкіля $\delta = \sqrt[3]{W/90,7}$.

Отримали, що

$$\delta = \sqrt[3]{W/90,7} = \sqrt[3]{7954,5 / 90,7} = 4,4 \text{ мм}$$

Тоді $D = 10\delta = 44\text{мм}$. Отже, маємо, що $d_H = D + \delta \approx 48,4\text{мм}$, $d_B = D - \delta \approx 39,6\text{мм}$.

Однак призначимо інші розміри робочої частини зразка на кручення, адже отримані розміри є завеликими для випробувальної машини, залишивши інші співвідношення майже незмінними та враховуючи стандартний ряд розмірів: Приймаємо $\delta = 2,0$ мм, тоді $D = 10\delta = 20$ мм; $d_B = D - \delta = 18$ мм. Отже, отримали $d_H = d_B + 2\delta = 22$ мм.

Призначимо інші розміри робочої частини зразка на кручення

- Діаметр голівки: $D_{\text{гол}} = 30\text{мм}$.
- Довжина голівки: $L_{\text{гол}} = 30\text{мм}$.
- Робоча довжина зразка (циліндра): $L_{\text{цил}} = 5d_H = 110$ мм.
- Загальна довжина зразка: $L = 220\text{мм}$.
- Кут нахилу перехідної частини зразка: $\theta = 10^\circ$
- Радіуси заокруглень перехідної частини зразка: $r_1 = 40$ мм, $r_2 = 1$ мм.

Пояснення: для отримання задовільного значення коефіцієнта концентрації напружень $\alpha \leq 1.05$ рекомендують призначати $r_1 > d_H$.

6.2 Постановка крайової задачі пружності

В даній роботі потрібно отримати значення коефіцієнта концентрації напружень α , який буде реалізовуватися в зразку, щоб порівняти його з

						65
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		Лист

допустимим. Для цього потрібно розв'язати крайову задачу лінійної пружності, тобто розрахувати напружено-деформований стан зразка. Результати – поля переміщень, деформацій, напружень.

Сформулюємо постановку задачі та метод її розв'язування.

Прийmemo, що розглядається тіло об'ємом Ω , обмежене поверхнею S ; фізичні величини: напруження, деформації, зусилля, переміщення; застосовуються Лагранжеві координати; матеріал вважається ізотропним, а деформації – малими.

Припустимо, що в початковий момент t_0 в актуальному тілі переміщення $U_i(\vec{x}, t_0)$, деформації $\varepsilon_{ij}(\vec{x}, t_0)$, напруження $\sigma_{mn}(\vec{x}, t_0)$ мають нульові значення [40]. Нехай після цього в об'ємі тіла Ω , а також на частині його поверхні $S_G = S_U \cup S_P$ за деякий проміжок часу відбудеться зміна навантажень, тобто на час t прикладемо: $\bar{P}_m(\vec{x}, t)$ – поверхневі сили на S_P ; відбулися переміщення $\bar{U}_i(\vec{x}, t)$ на S_U . Тоді для визначення в кожній точці тіла величин: $U_i(\vec{x}, t)$ – переміщень, $\varepsilon_{ij}(\vec{x}, t)$ – деформацій, $\sigma_{mn}(\vec{x}, t)$ – напружень маємо наступну крайову задачу:

- рівняння рівноваги як окремий випадок рівняння руху:

$$\nabla_n \sigma_{mn} = 0; \quad (6.2.1)$$

- геометричні (для малих деформацій):

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(\nabla_i U_j + \nabla_j U_i), \quad (6.2.2)$$

а також присутні тільки пружні деформації:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e; \quad (6.2.3)$$

- фізичні рівняння:

$$\varepsilon_{ij}^e = C_{ijmn} \sigma_{mn}; \quad (6.2.4)$$

де C_{ijmn} – тензор модулів піддатливості.

Додатково залучаються ГУ на S_U та S_P :

						66
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		Лист

$$U_i|_{S_U} = \bar{U}_i; \quad (6.2.5)$$

$$\sigma_{mn} \nu_n|_{S_P} = \bar{P}_m. \quad (6.2.6)$$

Для отримання розв'язку крайової задачі зазвичай застосовують принцип можливих переміщень.

Для отримання рівняння принципу можливих переміщень використовують співвідношення (6.2.1), (6.2.2), (6.2.6), властивості симетрії тензора напружень $\sigma_{mn} = \sigma_{nm}$ і теорема Гауса-Остроградського. В підсумку отримують наступний функціонал відносно варіацій переміщень і зв'язаних із ними деформацій

$$F = \int_{\Omega} \sigma_{mn} \delta \varepsilon_{mn} d\Omega - \int_{S_P} \bar{P}_m \delta U_m dS = 0, \quad (6.2.7)$$

що в поєднанні з кінематичними ГУ (6.2.5) на поверхні S_U визначає незліченну множину можливих (віртуальних) напружено-деформованих станів. Дійсний НДС є одним з віртуальних, але він додатково задовольняє фізичним рівнянням зв'язків $\sigma_{mn} \propto \varepsilon_{mn}$, тобто (6.2.4).

6.3 Метод розв'язування крайової задачі лінійної пружності

Застосуємо метод скінченних елементів. Спочатку перейдемо до матричних позначень.

Закон Гука (6.2.4) запишемо у вигляді

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon^e\}, \quad (6.3.1)$$

де $[D]$ – матриця модулів пружності.

У випадку пружної ізотропії матеріалу матриця

$$[D] = 2G \cdot \begin{pmatrix} a & b & b & 0 & 0 & 0 \\ b & a & b & 0 & 0 & 0 \\ b & b & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c \end{pmatrix} \quad (6.3.2)$$

де $2G = E/(1 + \mu)$; $a = (1 - \mu)/(1 - 2\mu)$; $b = \mu/(1 - 2\mu)$; $c = 0,5$; E – модуль Юнга; μ – коефіцієнт Пуассона.

Всі деформації – пружні:

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon^e\} \quad (6.3.3)$$

Враховуючи (6.3.3), запишемо вираз (6.3.1) у вигляді:

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} \quad (6.3.4)$$

Геометричні рівняння (6.2.2) отримують вигляд:

$$\{\varepsilon\} = [B]\{q\}_e, \quad (6.3.5)$$

де $\{q\}_e = \{(q^1, q^2, q^3)_1, \dots, (q^1, q^2, q^3)_M\}^T = \{q_1, q_2, \dots, q_{3M}\}^T$ – вектор переміщень в вузлах СЕ; $[B]$ – матриця диференціювання за глобальними координатами, пов'язана лише з типом СЕ і системою глобальних координат.

Функціонал (5.2.7) з урахуванням можливості суперпозиції робіт по СЕ, зумовленої тим, що СЕ взаємодіють один з одним у вузлах і не перетинаються, записується так:

$$F = \sum_e \int_{\Omega^e} \{\delta q\}_e^T [B]^T [D] [B] \{q\}_e d\Omega - \sum_e \int_{S_p^e} \{\delta q\}_e^T [\phi]^T \{p\} dS = 0 \quad (6.3.6)$$

де позначено вектори навантажень $\{p\} = \{\bar{p}_1, \bar{p}_2, \bar{p}_3\}^T$; S_p^e – сторона СЕ, що виходить на S_p тіла; знак \sum_e означає додавання по всіх СЕ, що містять актуальний ступінь свободи вузла [41].

Оскільки в підінтегральних виразах є вектори $\{\delta q\}_e^T$ і $\{q\}_e$, що не залежать від параметрів інтегрування, їх можна винести за межі інтегралів. З (6.3.6), згрупувавши інтеграли, отримаємо:

$$F = \sum_e \{\delta q\}_e^T \int_{\Omega^e} [B]^T [D] [B] d\Omega \cdot \{q\}_e + \sum_e \{\delta q\}_e^T \int_{S_p^e} [\phi]^T \{p\} dS = 0 \quad (6.3.7)$$

Позначимо:

						68
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		Лист

$$[K]_e = \int_{\Omega^e} [B]^T [D] [B] d\Omega, \quad (6.3.8)$$

$$\{P\}_e = \int_{S_p^e} [\phi]^T \{p\} dS. \quad (6.3.9)$$

Тоді

$$F = \sum_e \{\delta q\}_e^T ([K]_e \{q\}_e - \{P\}_e) = 0 \quad (6.3.10)$$

Оскільки варіації переміщень – довільні, то отримали СЛАР вигляду

$$[K] \{q\} = \{P\} \quad (6.3.11)$$

відносно глобального вектора приростів дійсних переміщень $\{q\}_e$ у вузлах СЕ сітки. В (6.3.10) позначено додавання за ступенями свободи вузлів: $[K] = \sum_e [K]_e$; $\{P\} = \sum_e \{P\}_e$. Вектор $\{P\}$ зумовлюється зовнішніми силовими навантаженнями. У СЛАР ще необхідно врахувати кінематичні ГУ (6.2.5).

6.4 Розрахункова схема

Розглядаємо кручення зразка, який має робочу частину у вигляді тонкостінної трубки. Використовуючи симетрію зразка, будемо розглядати тільки половину довжини зразка. Момент, який крутить зразок, задаємо у вигляді пари сил, що діють на прорізах «під гайковий ключ» на поверхні голівки.

Визначимося з тим, яке силове навантаження потрібно прикласти до зразка. Як відомо, крутний момент $M_{KP} = Fh$, де F – одна з двох сил, які удвох створюють момент, h – плече між силами. Визначимося з тим, яке максимальне значення може мати величина F . З умови міцності маємо, що дотичне напруження в трубці $\tau_{max} \leq \frac{1100}{1,05\sqrt{3}} \approx 604,8$ МПа. Розрахуємо теоретичний момент опору, що дорівнює $W_p = \frac{\pi D^2 \delta}{2} \approx 1256,6$ мм³, а за допомогою ПО отримаємо, що трубчастий переріз має величину полярного моменту інерції $I_p = 12688,8$ мм⁴, тому $W_p = \frac{I_p}{\frac{d_H}{2}} \approx$

						69
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		Лист

1153,5 мм³. Прийmemo остатнє значення як більш точніше, адже попереднє значення розраховувалося як для тонкостіної труби, а ця труба не є такою. Тому $M_{KP} = \tau_{max} W_p \approx 697703 \text{ Нмм}$. Із геометричної моделі маємо, що плече $h \approx 22 \text{ мм}$. Отже, потрібно прикладати сили, які створюють граничний стан в трубчастій частині зразка $F_{KP} = \frac{M_{KP}}{h} \approx 31714 \text{ Н}$.

Характер закріплення приймаємо такий, щоб були відсутні поворот та переміщення перпендикулярно до площини розсічення, в циліндричній системі координат.

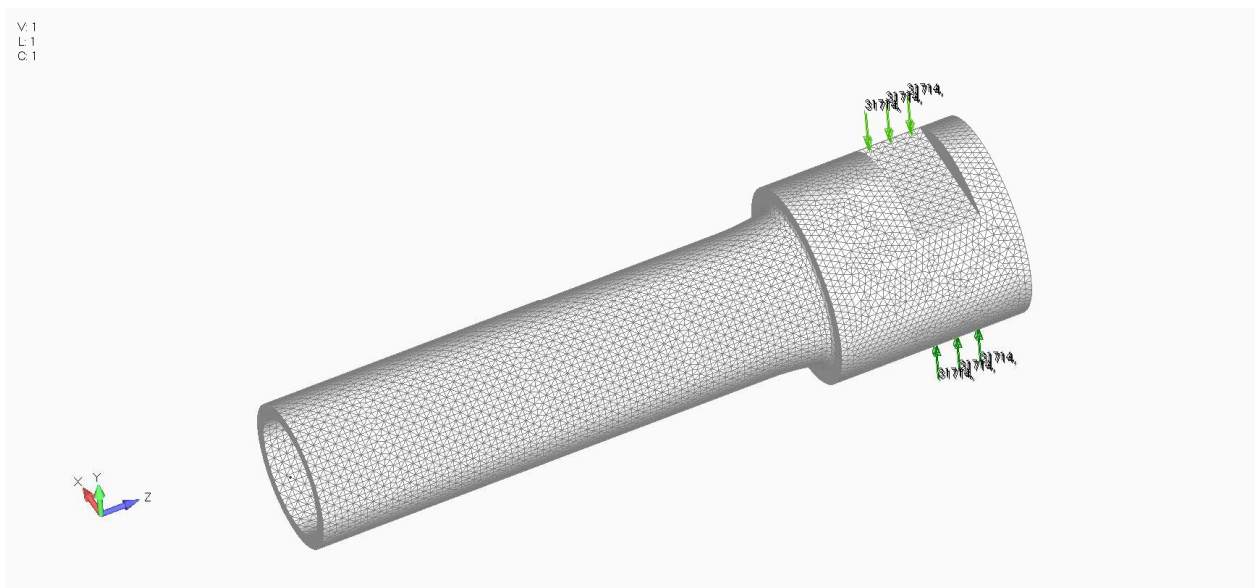


Рис. 6.1. Розрахункова схема зразка

Скінченно-елементна сітка зроблена в автоматичному режимі на основі геометрії за таку умову, щоб по товщині трубки зразка було не менше двох скінченних елементів.

6.5 Результати розрахунків

За допомогою програмного забезпечення FEMAP отримали напружено-деформований стан зразка в пружній області.

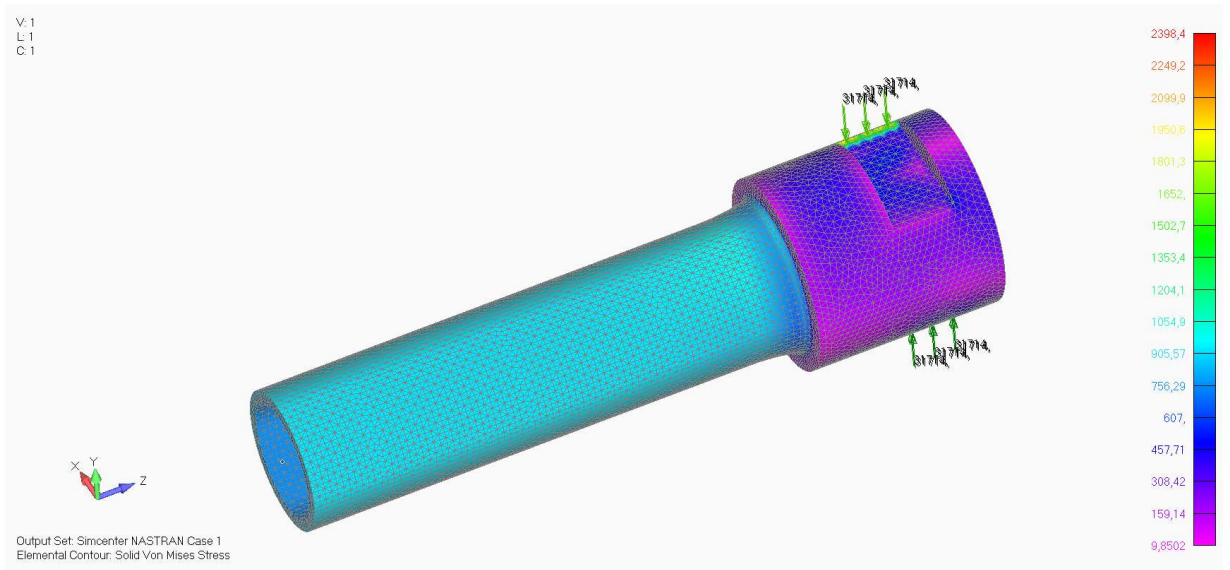


Рис.6.2. Розподіл напружень за Мізесом (МПа) від зусилля, що скручує Обчислимо коефіцієнт концентрації напружень за Мізесом для заокруглення. Для цього побудували графіки рис.6.4 розподілу цих напружень у вузлах, вздовж двох ліній, що зображені на рис. 6.5.

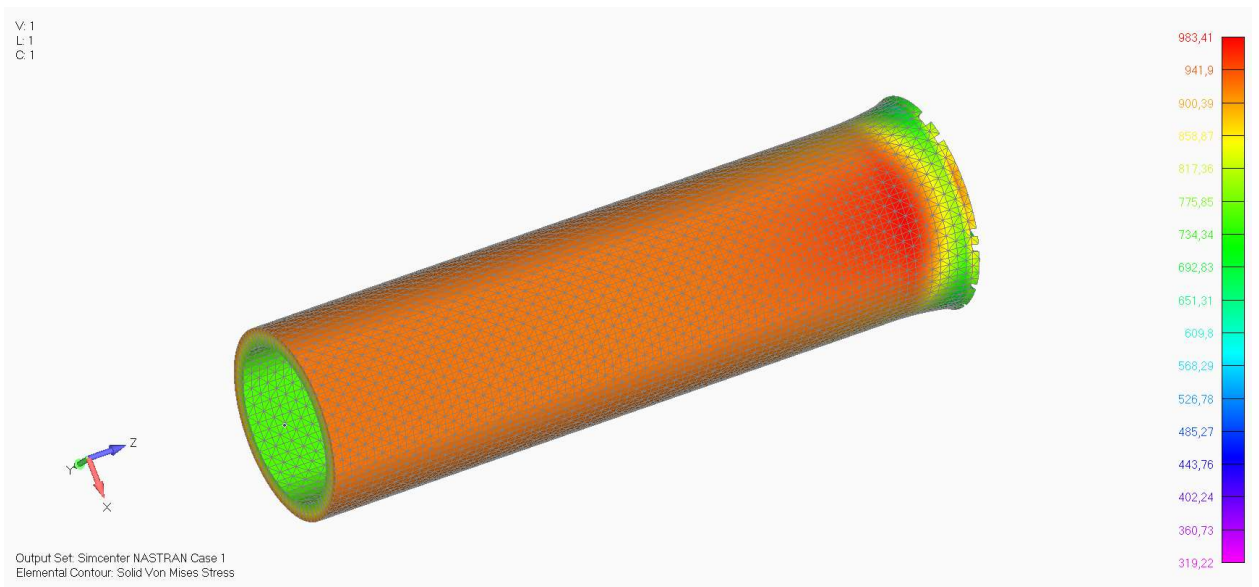


Рис.6.3. Розподіл напружень за Мізесом (МПа) від зусилля, що скручує, зразка без голівки

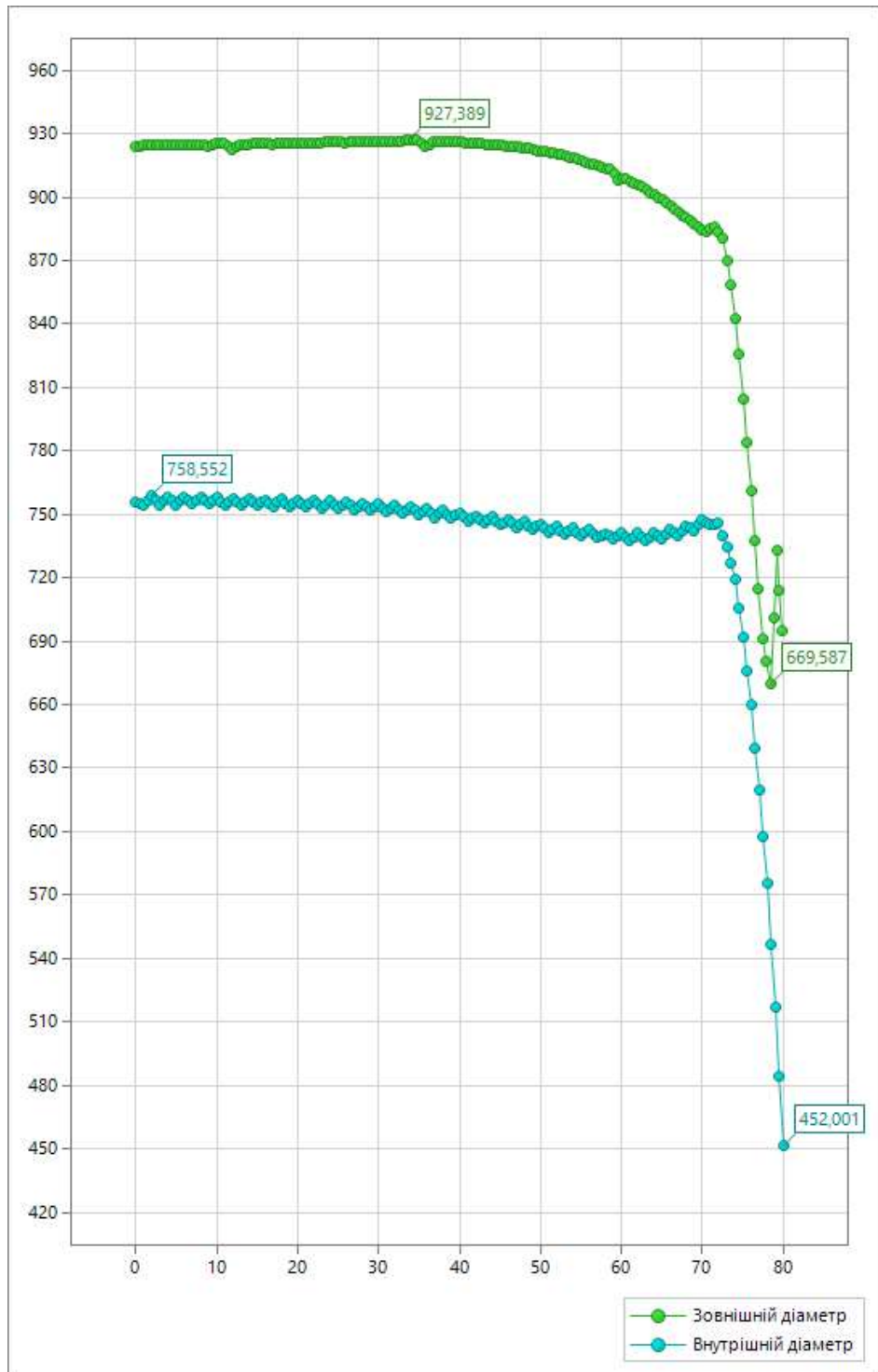


Рис.6.4. Графіки розподілу напружень за Мізесом, МПа

Отримали, що $\alpha = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{nom}} = \frac{927}{925} \approx 1.002 < 1.05$.

Отже, немає великої концентрації напружень, тобто зразок спроектовано вірно.

Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{\partial \Phi_1}{\partial \varphi}\right)_{\varphi=\varphi_1} &= \Phi_1(0, \varphi) - \frac{a^2}{2} = \left(\frac{\partial \Phi_2}{\partial \varphi}\right)_{\varphi=-\varphi_2} = 0, \\ \left(\frac{\partial \Phi_3}{\partial \varphi}\right)_{\varphi=-\varphi_2} &= \Phi_3(t, 0) - \frac{a^2 e^{2t}}{2} = \Phi_3(t_1, \varphi) - \frac{b^2}{2} = 0, \\ \Phi_1(t, 0) &= \Phi_2(t, 0); \left(\frac{\partial \Phi_1}{\partial \varphi}\right)_{\varphi=0} = \left(\frac{\partial \Phi_2}{\partial \varphi}\right)_{\varphi=0}, \\ \Phi_2(0, \varphi) &= \Phi_3(0, \varphi); \left(\frac{\partial \Phi_2}{\partial t}\right)_{t=0} = \left(\frac{\partial \Phi_3}{\partial t}\right)_{t=0}, \end{aligned} \right\} \quad (7.1.3)$$

де

$$\varphi_1 = \frac{\pi}{\alpha n}, \varphi_2 = \frac{\pi}{n} \left(1 - \frac{1}{\alpha}\right), \quad (7.1.4)$$

α – постійне число, що характеризує ширину виїмки або зубця ($1 \leq \alpha < 1$).
Шукаємо функції $\Phi_i(t, \varphi)$ у вигляді наступних рядів і інтегралів Фур'є:

$$\Phi_1(t, \varphi) = \sum_{k=1}^{\infty} A_k^{(1)} e^{\alpha_k t} \sin \alpha_k \varphi + \int_0^{\infty} [C^{(1)}(z) \operatorname{sh}(z\varphi) + D^{(1)}(z) \operatorname{ch}(z\varphi)] \times \\ \times \sin(zt) dz \quad (0 \leq \varphi \leq \varphi_1; -\infty < t \leq 0), \quad (7.1.5)$$

$$\Phi_2(t, \varphi) = \sum_{k=1}^{\infty} A_k^{(2)} e^{\lambda_k t} \sin \lambda_k \varphi + \int_0^{\infty} [C^{(2)}(z) \operatorname{sh}(z\varphi) + D^{(2)}(z) \operatorname{ch}(z\varphi)] \\ \times \sin(zt) dz \quad (\varphi_2 \leq \varphi \leq 0; -\infty < t \leq 0), \quad (7.1.6)$$

$$\Phi_3(t, \varphi) = \sum_{k=1}^{\infty} [A_k^{(3)} \operatorname{sh} \lambda_k t + B_k^{(3)} \operatorname{ch} \lambda_k t] \sin \lambda_k \varphi \\ + \sum_{k=1}^{\infty} [C_k^{(3)} \operatorname{sh} \beta_k \varphi + D_k^{(3)} \operatorname{ch} \beta_k \varphi] \sin \beta_k \varphi \\ (-\varphi_2 \leq \varphi \leq 0; 0 < t \leq t_1), \quad (7.1.7)$$

де

$$\alpha_k = \frac{(2k-1)\pi}{2\varphi_1}, \lambda_k = \frac{(2k-1)\pi}{2\varphi_2}, \beta_k = \frac{k\pi}{t_1}, t_1 = \ln \frac{b}{a}. \quad (7.1.8)$$

Невизначені коефіцієнти $A_k^{(i)}, B_k^{(3)}, C_k^{(3)}, D_k^{(3)}, C_k^{(i)}(z)$ і $D_k^{(i)}(z)$ підлягають визначенню з умов (7.1.3)

7.2. Визначення коефіцієнтів інтегрування

Використовуючи вирази (7.1.5)-(7.1.7) і задовольнивши умови (7.1.3), отримуємо для визначення коефіцієнтів інтегрування наступні співвідношення:

						74
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		Лист

$$\left. \begin{aligned}
C^{(1)}(z)ch(z\varphi_1) + D^{(1)}(z)sh(z\varphi_1) &= 0, & A_k^{(1)} &= \frac{a^2}{\alpha_k\varphi_1}, \\
C^{(2)}(z)ch(z\varphi_2) + D^{(2)}(z)sh(z\varphi_2) &= 0, \\
C_k^{(3)}ch(\beta_k\varphi) - D_k^{(3)}sh(\beta_k\varphi) &= 0, \\
D_k^{(3)} &= \frac{a^2\beta_k}{t_1(4 + \beta_k^2)} [(-1)^{k+1}e^{2t_1} + 1], \\
A_k^{(3)}sh\lambda_k t_1 + B_k^{(3)}ch\lambda_k t_1 &= -\frac{b^2}{\lambda_k\varphi_2}, & D_k^{(1)}(z) &= D^{(2)}(z), \\
C^{(2)}(z) - C^{(1)}(z) &= -\frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\alpha_k A_k^{(1)}}{\alpha_k^2 + z^2} + \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\alpha_k A_k^{(2)}}{\alpha_k^2 + z^2}, & B_k^{(3)} &= A_k^{(2)} \\
A_k^{(2)} - A_k^{(3)} &= -\frac{2}{\pi} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{\beta_p D_p^{(3)}}{\beta_p^2 + \gamma_k^2} + \frac{2}{\varphi_2} \int_0^{\infty} \frac{z D^{(2)}(z)}{z^2 + \lambda_k^2} dz.
\end{aligned} \right\} \quad (7.2.9)$$

При визначенні коефіцієнтів була використана формула сінуса-перетворення Фур'є

$$\left. \begin{aligned}
f(t) &= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\infty} B(z) \sin zt \, dz \quad (-\infty < t < 0), \\
B(z) &= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_{-\infty}^0 f(t) \sin zt \, dt = -\sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\infty} f(-t) \sin zt \, dt.
\end{aligned} \right\} \quad (7.2.10)$$

З співвідношень (7.2.9) коефіцієнти $A_k^{(1)}, D_k^{(3)}$ і $C_k^{(3)}$ визначаються безпосередньо; коефіцієнти $B_k^{(3)}$ і $A_k^{(3)}$ виражаються через $A_k^{(2)}$, а $D^{(1)}(z), C^{(1)}(z)$ і $C^{(2)}(z)$ – через $D^{(2)}(z)$. Для визначення $A_k^{(2)}(z)$ і $D^{(2)}(z)$ маємо наступну систему рівнянь:

$$\left. \begin{aligned}
 D^{(2)}(z) &= \frac{2}{\pi(th(z\varphi_2) + th(z\varphi_1))} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda_k A_k^{(2)}}{\lambda_k^2 + z^2} - \frac{a^2 th(\varphi_1 z)}{\pi z (th(\varphi_1 z) + th(\varphi_2 z))} \\
 &\quad (0 < z < \infty), \\
 A_k^{(2)} &= \frac{2}{\varphi_2 (1 + cth(\lambda_k t_1))} \int_0^{\infty} \frac{z D^{(2)}(z)}{z^2 + \lambda_k^2} dz - \frac{b^2}{\lambda_k \varphi_2 (\text{sh } \lambda_k t_1 + \text{ch } \lambda_k t_1)} - \\
 &\quad - \frac{a^2}{\varphi_2 (\lambda_k^2 - 4) (1 + cth(\lambda_k t_1))} \times \\
 &\quad \times \left[e^{2t_1} \left(\frac{2}{\text{sh } 2t_1} - \frac{\lambda_k}{\text{sh } \lambda_k t_1} \right) + \lambda_k cth(\lambda_k t_1) - 2cth(2t_1) \right] \\
 &\quad (k = 1, 2, \dots).
 \end{aligned} \right\} (7.2.11)$$

При виведенні цієї системи використовувались значення наступних сум:

$$\left. \begin{aligned}
 \sum_{p=1}^{\infty} \frac{(-1)^{p+1}}{\beta_p^2 + a^2} &= \frac{1}{a^2} \left(1 - \frac{at_1}{\text{sh } at_1} \right), \\
 \sum_{p=1}^{\infty} \frac{1}{\beta_p^2 + a^2} &= \frac{t_1}{2a} \left(cth(at_1) - \frac{1}{at_1} \right),
 \end{aligned} \right\} (7.2.12)$$

Ведемо нові невідомі

$$\left. \begin{aligned}
 \pi z D^{(2)}(z) &= X(z) - a^2 \\
 \lambda_k \varphi_2 A_k^{(2)} &= \chi Y_k - a^2
 \end{aligned} \right\} (7.2.13)$$

де χ – число, що підлягає визначенню в подальшому. Тоді системи можна записати так:

$$\left. \begin{aligned}
 X(z) &= \sum_{p=1}^{\infty} a_p(z) Y_p \quad (0 < z < \infty) \\
 Y_p &= \int_0^{\infty} b_p X(z) dz + Q_p \quad (p = 1, 2, \dots),
 \end{aligned} \right\} (7.2.14)$$

де

$$\left. \begin{aligned}
 a_p(z) &= \frac{2\chi z}{\varphi_2 (th(\varphi_1 z) + th(\varphi_2 z)) (\lambda_p^2 + z^2)}, \\
 b_p(z) &= \frac{2\lambda_p}{\chi \pi (1 + cth(\lambda_p t_1)) (z^2 + \lambda_p^2)},
 \end{aligned} \right\} (7.2.15)$$

$$Q_p = \frac{a^2}{\chi(\lambda_p^2 - 4)(1 + \operatorname{cth}(\lambda_p t_1))} \left[1 + \frac{2}{\lambda_p} \left(\operatorname{cth}(\lambda_p t_1) - \frac{e^{2t_1}}{\operatorname{sh} \lambda_p t_1} \right) \right]. \quad (7.2.16)$$

Для визначення $X(z)$ і Y_k методом послідовного приближення, необхідно, щоб сума модулів коефіцієнтів першої системи і інтеграл від модулів коефіцієнтів другої системи були менше одиниці. Ця умова для систем (7.2.14) виконується при відповідному виборі значення χ . Тому для суми модулів коефіцієнтів систем (7.2.14) маємо

$$\sum_{p=1}^{\infty} |a_p(z)| = \frac{2\chi z}{\varphi_2(\operatorname{th}(z\varphi_1) + \operatorname{th}(z\varphi_2))} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{1}{(\lambda_p^2 + z^2)} = \frac{\chi \operatorname{th}(\varphi_2 z)}{\operatorname{th}(z\varphi_1) + \operatorname{th}(z\varphi_2)} \leq \chi, \quad (7.2.17)$$

$$\int_0^{\infty} |b_p(z)| dz = \frac{2\lambda_p}{\chi\pi(1 + \operatorname{cth}(\lambda_p t_1))} \int_0^{\infty} \frac{1}{(\lambda_p^2 + z^2)} = \frac{1}{\chi(1 + \operatorname{cth}(\lambda_p t_1))} \leq \frac{1}{2\chi}, \quad (7.2.18)$$

оскільки

$$\left. \begin{aligned} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{1}{(\lambda_p^2 + z^2)} &= \frac{\varphi_2}{2z} \operatorname{th}(\varphi_2 z), \\ \int_0^{\infty} \frac{\pi}{(\lambda_p^2 + z^2)} &= \frac{\pi}{2\lambda_p} \end{aligned} \right\} \quad (7.2.19)$$

Число χ оберемо рівним $\chi = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

З (7.2.16) безпосередньо слідує, що вільні члени систем (7.2.14) обмежені згори і при $p \rightarrow \infty$ прагнуть до нуля.

7.3. Визначення функції напружень

З відношень (7.2.9) деяких коефіцієнтів інтегрування визначається безпосередньо, а деякі виражаються через $A_k^{(2)}$ і $D^{(2)}(z)$. Підставивши ці співвідношення в (7.1.5) – (7.1.7), отримаємо для функції $\Phi_i(t, \varphi)$ наступні вирази:

$$\Phi_1(t, \varphi) = -\frac{a^2}{\pi} \operatorname{arctg} \left(\frac{\sin \frac{\pi\varphi}{2\varphi_1}}{\sin \frac{\pi t}{2\varphi_1}} \right) + \int_0^{\infty} D^{(2)}(z) \frac{\operatorname{ch} z(\varphi_1 - \varphi)}{\operatorname{ch} z\varphi_1} \sin zt dz$$

$$(0 \leq \varphi \leq \varphi_1, -\infty < t \leq 0), \quad (7.3.20)$$

$$\Phi_2(t, \varphi) = \sum_{k=1}^{\infty} A_k^{(2)} e^{\lambda_k t} \sin \lambda_k \varphi + \int_0^{\infty} D^{(2)}(z) \frac{\operatorname{ch} z(\varphi_2 + \varphi)}{\operatorname{ch} z\varphi_2} \sin zt dz$$

$$(-\varphi_2 \leq \varphi \leq 0, -\infty < t \leq 0), \quad (7.3.21)$$

7.4. Визначення жорсткості при крученні

Жорсткість при крученні визначається за формулою

$$C = 2G \iint_{\Omega} U(r, \varphi) r dr d\varphi = 4nG \iint_{\Omega} U(t, \varphi) a^2 e^2 dt d\varphi \quad (7.4.28)$$

де Ω – площа всього перерізу стержня, а Ω^* – площа $\frac{1}{2n}$ частини області перерізу.

Підставимо (7.1.3), (7.3.23) – (7.3.25) в (7.4.28) і виконавши інтегрування, для жорсткості при крученні круглого стержня с повздожніми пазами отримаємо наступну формулу:

$$C = Ga^4 K \left(\frac{b}{a} \right) \quad (7.4.29)$$

де

$$\begin{aligned} K \left(\frac{b}{a} \right) = & \frac{\pi}{2} + \frac{n\varphi_2}{2} \left(\frac{b^4}{a^4} - 1 \right) - \frac{n\varphi_2}{2t_1} \left(\frac{b^2}{a^2} - 1 \right)^2 + \\ & + 4n \left[\frac{\chi}{\varphi_2 a^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{Y_k}{\lambda_k (4 + \beta_k^2)} \left(1 + \operatorname{cth} \lambda_k t_1 - \frac{e^{2t_1}}{\operatorname{sh} \lambda_k t_1} \right) \right] - \\ & - \frac{4}{t_1} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\operatorname{th} \beta_k \varphi_2}{(4 + \beta_k^2)^2 \beta_k} [1 + (-1)^{k+1} e^{2t_1}]^2 - \frac{1}{\pi a^2} \int_0^{\infty} \frac{X(z) (\operatorname{th} z \varphi_1 + \operatorname{th} z \varphi_2)}{z(4 + z^2)} dz \end{aligned} \quad (7.4.30)$$

7.5. Визначення напружень

Використовуючи формули для визначення дотичних напружень і вирази (7.3.23) – (7.3.25), отримаємо, що дотичні напруження визначаються так:

$$\tau_{rz}(t, \varphi) = -G\theta \frac{e^{-t}}{\pi a} \int_0^{\infty} \frac{X(z) \operatorname{sh} z(\varphi_1 - \varphi)}{\operatorname{ch} z \varphi_1} \sin zt dz \quad (7.5.31)$$

$$(0 \leq \varphi \leq \varphi_1, -\infty < t \leq 0),$$

$$\tau_{z\varphi}(t, \varphi) = -G\theta \frac{e^{-t}}{a} \left[-a^2 e^{2t} + \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{X(z) \operatorname{ch} z(\varphi_1 - \varphi)}{z \operatorname{ch} z \varphi_1} \cos zt dz \right] \quad (7.5.32)$$

$$(0 \leq \varphi \leq \varphi_1, -\infty < t \leq 0),$$

$$\tau_{rz}(t, \varphi) = G\theta \frac{e^{-t}}{\pi a} \left[\frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{X(z) \operatorname{sh} z(\varphi_1 - \varphi)}{\operatorname{ch} z\varphi_1} \sin zt \, dz + \frac{\chi}{\varphi_2} \sum_{k=1}^{\infty} Y_k e^{\lambda_k t} \cos \lambda_k \varphi \right] \quad (7.5.33)$$

$$(-\varphi_2 \leq \varphi \leq 0, -\infty < t \leq 0),$$

$$\begin{aligned} \tau_{z\varphi}(t, \varphi) = -G\theta \frac{e^{-t}}{a} \left[-a^2 e^{2t} + \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{X(z) \operatorname{ch} z(\varphi_1 - \varphi)}{z \operatorname{ch} z\varphi_1} \cos zt \, dz + \right. \\ \left. + \frac{\chi}{\varphi_2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{Y_k e^{\lambda_k t}}{\lambda_k} \sin \lambda_k \varphi \right] \quad (-\varphi_2 \leq \varphi \leq 0, -\infty < t \leq 0), \quad (7.5.34) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_{rz}(t, \varphi) = G\theta \frac{e^{-t}}{\pi a} \left[\frac{\chi}{\varphi_2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{Y_k \operatorname{sh} \lambda_k(t_1 - t)}{\operatorname{sh} \lambda_k t_1} \cos \lambda_k \varphi - \right. \\ \left. - \frac{4a^2}{t_1} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{[1 + (-1)^{k+1} e^{2t_1}] \operatorname{sh} \beta_k(\varphi_2 + \varphi)}{(4 + \beta_k^2) \operatorname{ch} \beta_k \varphi_2} \sin \beta_k t \right] \quad (7.5.35) \end{aligned}$$

$$(-\varphi_2 \leq \varphi \leq 0, 0 \leq t \leq t_1).$$

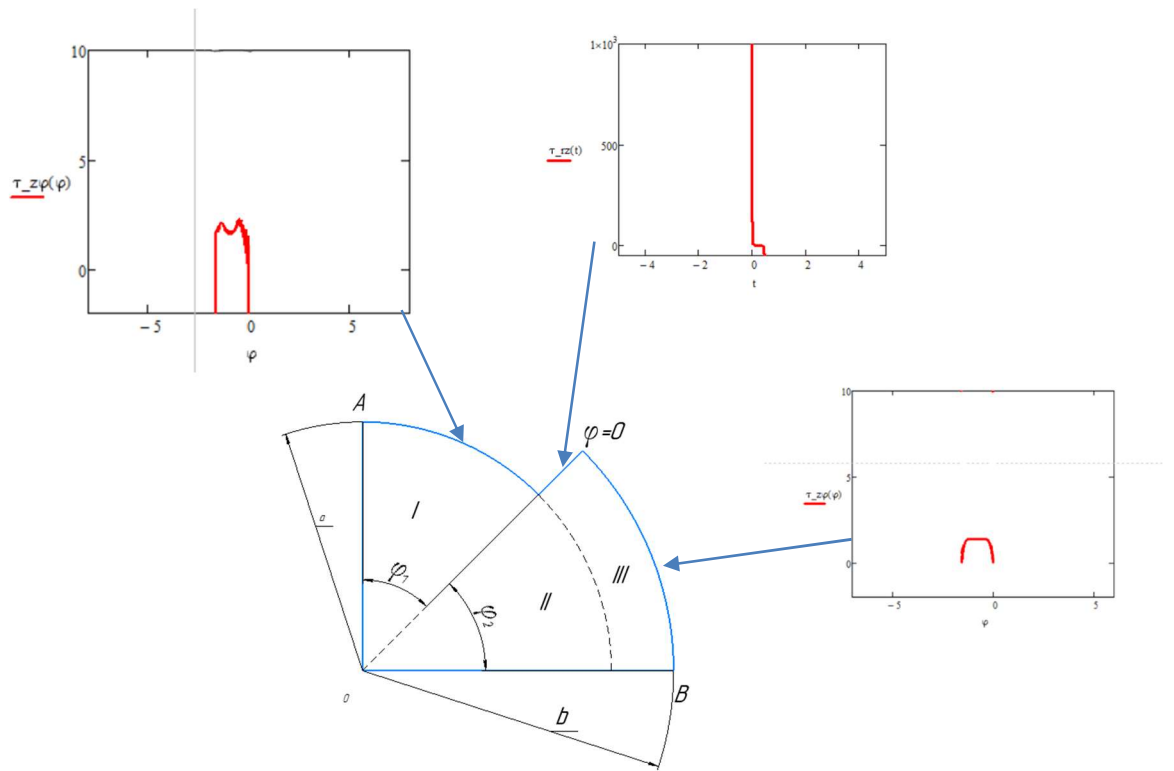
$$\begin{aligned} \tau_{z\varphi}(t, \varphi) = -G\theta \frac{e^{-t}}{a} \left[-a^2 e^{2t} \frac{b^2 - a^2}{2t_1} - \frac{\chi}{\varphi_2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{Y_k \operatorname{ch} \lambda_k(t_1 - t)}{\lambda_k \operatorname{sh} \lambda_k t_1} \sin \lambda_k \varphi - \right. \\ \left. - \frac{4a^2}{t_1} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{[1 + (-1)^{k+1} e^{2t_1}] \operatorname{ch} \beta_k(\varphi_2 + \varphi)}{(4 + \beta_k^2) \operatorname{ch} \beta_k \varphi_2} \cos \beta_k t \right] \quad (7.5.36) \end{aligned}$$

$$(-\varphi_2 \leq \varphi \leq 0, 0 \leq t \leq t_1).$$

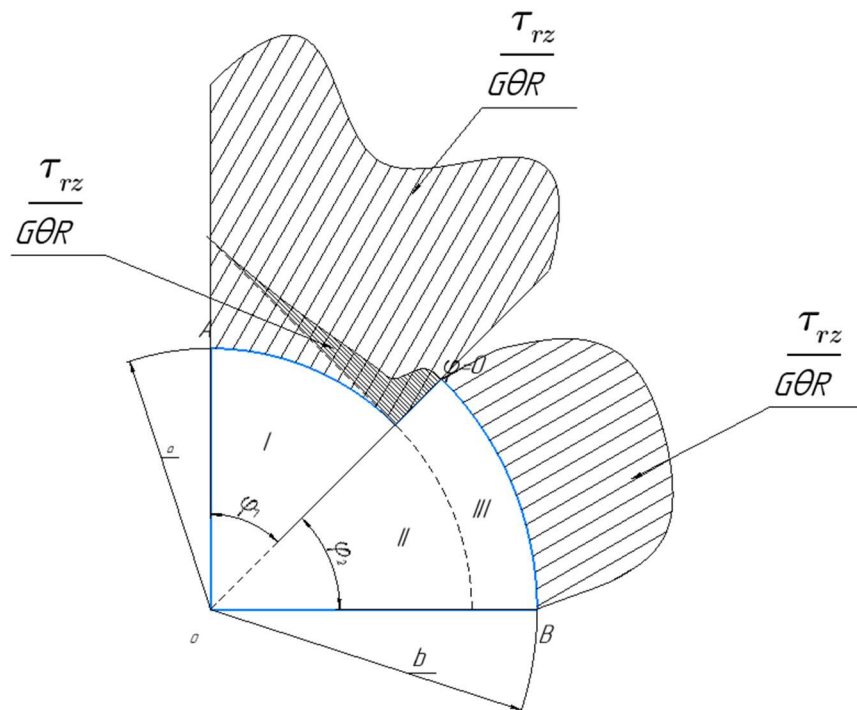
За цими формулами можна визначити дотичні напруження τ_{rz} і $\tau_{z\varphi}$ в будь-якій точці перерізу крученого стержня.

						80
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		Лист

7.6. Графічне відображення



а)



б)

Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата

$$I_2 = \frac{\pi \rho_2 h_2 D_2^4}{32} = \frac{3,14 \cdot 7,85 \times 10^3 \cdot 58 \times 10^{-3} (78 \times 10^{-3})^4}{32} = 1,655 \times 10^{-3} \text{м}^4.$$

де D_1, D_2 – відповідно значення діаметрів шестерні та черв'ячного колеса, h_1, h_2 – відповідно їх ширина.

Запишемо вирази для кінетичної та потенціальної енергії:

$$T = \frac{1}{2} \cdot I_1 \cdot \dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2} \cdot I_2 \cdot \dot{\varphi}_2^2, \quad (8.1.2)$$

$$\Pi = \frac{1}{2} k (\varphi_2 - \varphi_1)^2. \quad (8.1.3)$$

Підставляючи значення кінетичної і потенціальної енергій до рівняння Лагранжа другого роду $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_j} = 0$ для двох узагальнених координат і відповідно, отримаємо систему рівнянь у вигляді [42]:

$$\begin{cases} I_1 \ddot{\varphi}_1 + k \varphi_1 - k \varphi_2 = 0 \\ I_2 \ddot{\varphi}_2 - k \varphi_1 + k \varphi_2 = 0 \end{cases} \quad (8.1.4)$$

Складемо матриці інерції та жорсткості:

$$[a] = \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \quad [c] = \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix}$$

Запишемо рівняння вільних коливань у матричному вигляді:

$$\begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{\varphi}_1 \\ \ddot{\varphi}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (8.1.5)$$

Рішення шукаємо у вигляді: $\{\varphi\} = \{\Phi\} \cos(\omega t - \beta)$

$$\begin{aligned} -\omega^2 \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \\ \begin{bmatrix} k - \omega^2 I_1 & -k \\ -k & k - \omega^2 I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \end{aligned}$$

Прирівнявши детермінант до нуля отримаємо:

$$\det \begin{bmatrix} k - \omega^2 I_1 & -k \\ -k & k - \omega^2 I_2 \end{bmatrix} = 0 \quad (8.1.6)$$

$$(k - \omega^2 I_1)(k - \omega^2 I_2) - k^2 = 0;$$

$$k^2 - \omega^2 k I_1 - \omega^2 k I_2 + \omega^4 I_1 I_2 - k^2 = 0.$$

Знайдемо корені цього рівняння

$$\omega^4 I_1 I_2 - \omega^2 k (I_1 + I_2) = 0;$$

$$\omega^2 [\omega^2 I_1 I_2 - k (I_1 + I_2)] = 0;$$

$$\omega^2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} \end{bmatrix} \quad \begin{cases} \omega_1^2 = 0 \\ \omega_2^2 = \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} = \frac{0,048 \times 10^5 (8,761 + 1,655) \times 10^{-3}}{8,761 \cdot 1,655 \times 10^{-6}} = 3,45 \times 10^6 \text{с}^{-2}; \end{cases}$$

Підставляючи значення частот матимемо:

- у першому випадку $\omega_1^2 = 0$

$$\begin{bmatrix} k - \omega^2 I_1 & -k \\ -k & k - \omega^2 I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_{11} = 1 \\ \Phi_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$k - k \Phi_{12} = 0 \Rightarrow \Phi_{12} = 1$$

						83
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		Лист

$$\begin{Bmatrix} \Phi_{11} \\ \Phi_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

- у другому випадку $\omega_2^2 = \frac{k(I_1+I_2)}{I_1 I_2}$

$$\begin{bmatrix} k - \left(\frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2}\right) I_1 & -k \\ -k & k - \left(\frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2}\right) I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_{21} = 1 \\ \Phi_{22} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$k - \frac{k(I_1+I_2)}{I_2} - k\Phi_{22} = 0 \Rightarrow \Phi_{22} = -\frac{I_1}{I_2} = -\frac{8.761}{1.655} = -5.29$$

Зобразимо знайдені значення форм коливань в графічному вигляді:

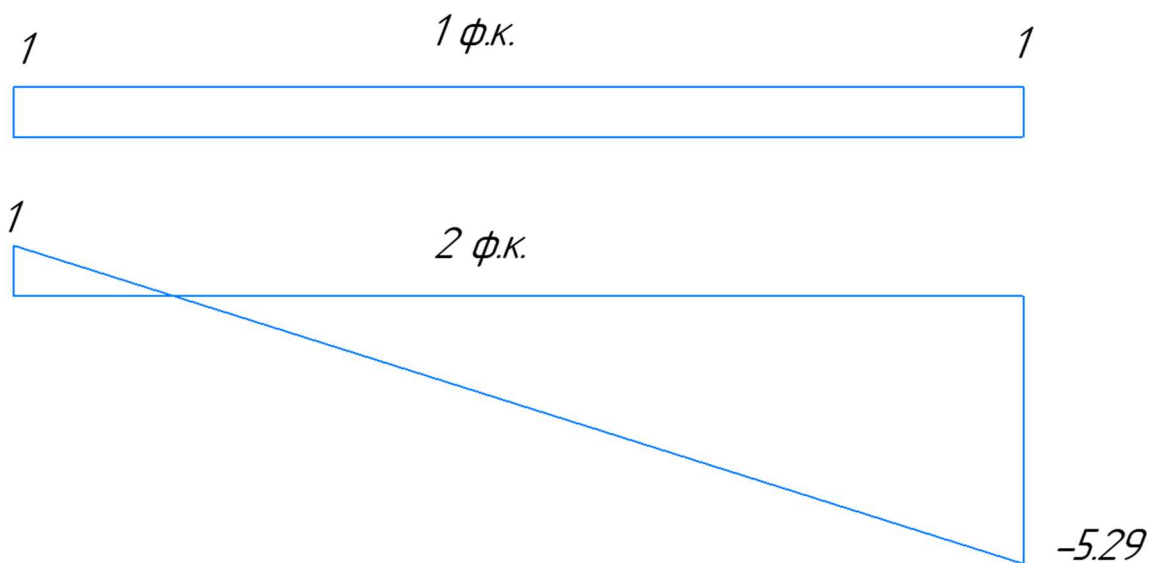


Рис 8.3 Форми коливань

Оскільки однією з властивостей власних форм коливань є їх ортогональність, а саме:

$$\{\Phi\}_l^T [c] \{\Phi\}_s = 0 \quad (8.1.7)$$

$$\{\Phi\}_l^T [a] \{\Phi\}_s = 0 \quad (8.1.8)$$

-У першому випадку перевірка:

$$\{1 \quad 1\} \cdot \begin{bmatrix} 8.761 & 0 \\ 0 & 1.655 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{8.761}{1.655} \end{Bmatrix} = \{1 \quad 1\} \begin{Bmatrix} 8.761 \\ -8.761 \end{Bmatrix} = 8.761 - 8.761 = 0;$$

-У другому випадку перевірка:

$$\{1 \quad 1\} \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix} = \{1 \quad 1\} \begin{Bmatrix} k + k \frac{I_1}{I_2} \\ -k - k \frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix}$$

$$= 0.048 \times 10^5 \left(1 + \frac{8.761}{1.655}\right) - 0.048 \times 10^5 \left(1 + \frac{8.761}{1.655}\right) = 0$$

Використовуючи метод Релея знайдемо значення власних частот використовуючи формулу (8.1.9) підставляючи відповідні значення отримаємо

$$\omega_1^2 = \frac{\{\Phi\}_1^T [c] \{\Phi\}_1}{\{\Phi\}_1^T [a] \{\Phi\}_1} \quad (8.1.10)$$

$$\omega_1^2 = \frac{\{1 \quad 1\} \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}}{\{1 \quad 1\} \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}} = \frac{\{1 \quad 1\} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}}{\{1 \quad 1\} \begin{Bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{Bmatrix}} = 0;$$

$$\omega_2^2 = \frac{\{1 \quad -\frac{I_1}{I_2}\} \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix}}{\{1 \quad -\frac{I_1}{I_2}\} \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix}} = \frac{\{1 \quad -\frac{I_1}{I_2}\} \begin{Bmatrix} k + k \frac{I_1}{I_2} \\ k - k \frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix}}{\{1 \quad -\frac{I_1}{I_2}\} \begin{Bmatrix} I_1 \\ -I_1 \end{Bmatrix}}$$

$$= \frac{k \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right) + \frac{I_1}{I_2} k \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)}{I_1 \cdot \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)}$$

$$= \frac{k \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right) \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)}{I_1 \cdot \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)} = \frac{k \cdot \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)}{I_1} = k \left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2}\right) = \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 \cdot I_2} =$$

$$= \frac{0.048 \times 10^5 (8.761 + 1.655) \times 10^{-3}}{8.761 \cdot 1.655 \times 10^{-6}} = 3.45 \times 10^6 \text{с}^{-2};$$

Отже, $\begin{cases} \omega_1 = 0 \\ \omega_2 = \sqrt{3.45 \times 10^6} = 1857 \text{с}^{-1} \end{cases}$

8.2. Визначення власних частот методом сил

Обрахуємо масу тіл за формулою (8.2.1)

$$m = \rho V \quad (8.2.1)$$

Маса першого тіла:

						85
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		Лист

$$m_1 = 7,85 \times 10^3 \cdot 33 \times 10^{-3} \cdot \pi \left(\frac{(136,24 \times 10^{-3})^2}{4} - \frac{(38 \times 10^{-3})^2}{4} \right) = 3,5 \text{ кг}$$

Маса другого тіла:

$$m_2 = 7,85 \times 10^3 \cdot 58 \times 10^{-3} \cdot \pi \left(\frac{(78 \times 10^{-3})^2}{4} - \frac{(38 \times 10^{-3})^2}{4} \right) = 1,67 \text{ кг}$$

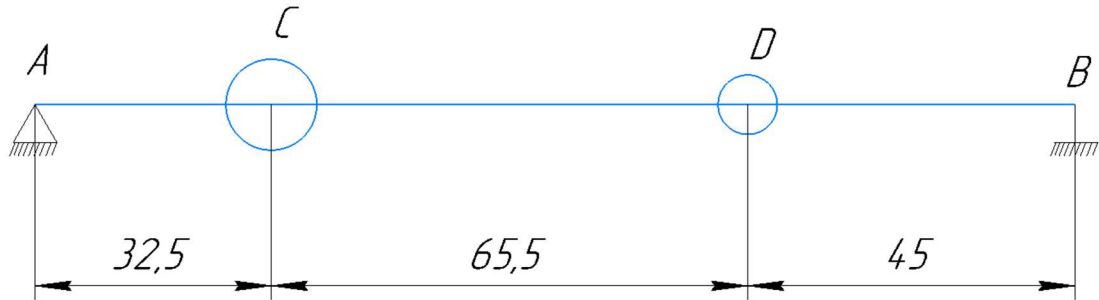


Рис. 8.4 Система з двома ступенями свободи

Момент інерції:

$$I = \frac{\pi \cdot d_B^4}{64} = \frac{\pi \cdot (38 \times 10^{-3})^4}{64} = 1,02 \times 10^{-7} \text{ м}^4$$

$$EI = 2,1 \cdot 10^{11} \cdot 1,26 \times 10^{-7} = 21420 \text{ Н} \cdot \text{м}^2$$

Знайдемо переміщення $\delta_{11}, \delta_{12}, \delta_{21}, \delta_{22}$. Побудуємо епюри (Рис. 8.4) від дії одиничних сил $\overline{X}_1 = 1, \overline{X}_2 = 1$ відповідно.

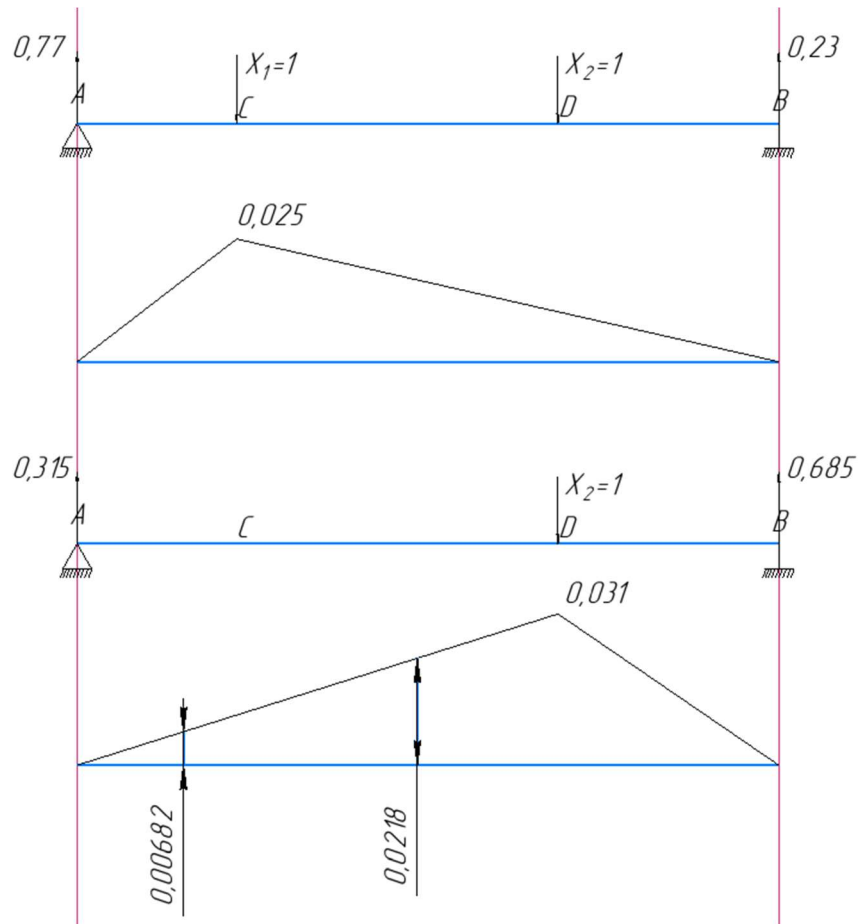


Рис. 8.5 Епюри моментів від одиничних сил

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \left(0.5 * 0,0325 * 0,025 * \frac{2}{3} * 0,025 + 0,5 * 0,1105 * 0,025 * \frac{2}{3} * 0,025 \right) =$$

$$5,28 * 10^{-5} \frac{1}{EI} = 2,46 * 10^{-9} \text{ м}$$

$$\delta_{12} = \frac{1}{EI} (0.5 * 0,0325 * 0,025 * 0,00682 + 0,5 * 0,1105 * 0,025 * 0,0218) =$$

$$\frac{1}{EI} * 3,289 * 10^{-5} = 1,53 * 10^{-9} \text{ м}$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{EI} \left(0.5 * 0,098 * 0,031 * \frac{2}{3} * 0,031 + 0,5 * 0,045 * 0,031 * \frac{2}{3} * 0,031 \right) =$$

$$4,58 * 10^{-5} \frac{1}{EI} = 2,14 * 10^{-9} \text{ м}$$

Запишемо диференційні рівняння в переміщеннях:

$$\begin{cases} w_1 = -\ddot{w}_1 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - \ddot{w}_2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ w_2 = -\ddot{w}_1 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 - \ddot{w}_2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 \end{cases} \quad (8.2.2)$$

Шукаємо переміщення у вигляді

$$w_i = W_i \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad (8.2.3)$$

Підставимо і отримаємо:

$$\begin{cases} (\omega^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) \cdot W_1 + \omega^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \cdot W_2 = 0 \\ \omega^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 \cdot W_1 + (\omega^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \cdot W_2 = 0 \end{cases}$$

Оскільки маємо отримати не тривіальний розв'язок маємо, що детермінант останньої матриці має бути рівний нулю:

$$\det \begin{bmatrix} (\omega^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} = 0 \quad (8.2.4)$$

Розкриваючи визначник, отримуємо характеристичне рівняння відносно ω^2 , з якого знаходимо $\omega_{1,2}^2$:

$$\begin{aligned} (\omega^2 m_1 \delta_{11} - 1)(\omega^2 m_2 \delta_{22} - 1) - \omega^4 m_1 m_2 \delta_{12} \delta_{21} &= 0; \\ \omega^4 m_1 m_2 \delta_{11} \delta_{22} - \omega^2 m_1 \delta_{11} - \omega^2 m_2 \delta_{22} + 1 - \omega^4 m_1 m_2 \delta_{12} \delta_{21} &= 0; \\ \omega^4 (2 \delta_{11} \delta_{22} - \delta_{12} \delta_{21}) m_1 m_2 - \omega^2 (m_2 \delta_{22} + m_1 \delta_{11}) + 1 &= 0; \\ \omega_{1,2}^2 = \frac{m_2 \delta_{22} + m_1 \delta_{11} \mp \sqrt{(m_2 \delta_{22} + m_1 \delta_{11})^2 - 4(m_1 m_2 \delta_{11} \delta_{22} - m_1 m_2 \delta_{12}^2)}}{2(m_1 m_2 \delta_{11} \delta_{22} - m_1 m_2 \delta_{12}^2)}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Визначили власні частоти: } \omega_1^2 = 9,46 \times 10^7 \text{ c}^{-2}, \omega_2^2 = 6,183 \times 10^8 \text{ c}^{-2} \\ \omega_1 = 9726 \text{ c}^{-1}, \omega_2 = 248656 \text{ c}^{-1} \end{aligned}$$

Знаходимо власні форми коливань та перевіряємо умови ортогональності. Оскільки кожній частоті відповідає своя форма коливань, то розглянемо два можливих випадки, підставляючи до відповідної матриці значення знайдених двох частот та знайдемо W_{1i}, W_{2i}

$$\begin{bmatrix} (\omega_i^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega_i^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega_i^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega_i^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_{1i} \\ W_{2i} \end{Bmatrix} = 0$$

При $\omega_1 = 9726 \text{ c}^{-1}$ і нормованій $W_{11} = 1$ отримаємо з розв'язку рівняння таку першу власну форму:

$$\begin{bmatrix} (\omega_1^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega_1^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega_1^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega_1^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_{11} \\ W_{21} \end{Bmatrix} = 0$$

$$W_{11} = 0,767$$

Тоді, перша форма коливань:

$$\{W\}_1 = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0,767 \end{Bmatrix}$$

Аналогічно при $\omega_2 = 248656 \text{ c}^{-1}$ і нормованій $W_{12} = 1$

$$\begin{bmatrix} (\omega_2^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega_2^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega_2^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega_2^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_{12} \\ W_{22} \end{Bmatrix} = 0$$

$$W_{21} = -2,736$$

Тоді, друга форма коливань:

$$\{W\}_2 = \begin{Bmatrix} 1 \\ -2,736 \end{Bmatrix}$$

Оскільки однією з властивостей власних форм коливань є їх ортогональність, то перевіримо виконання цієї умови.

Перевірка умови ортогональності:

$$\{W\}_1^T [m] \{W\}_2 = 0 \quad (8.2.5)$$

$$\{1 \quad 0,767\} \cdot \begin{bmatrix} 3,5 & 0 \\ 0 & 1,67 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ -2,736 \end{Bmatrix} \approx 0 \quad (8.2.6)$$

Зобразимо отримані власні форми згинальних коливань на рисунку(Рис.8.5.):

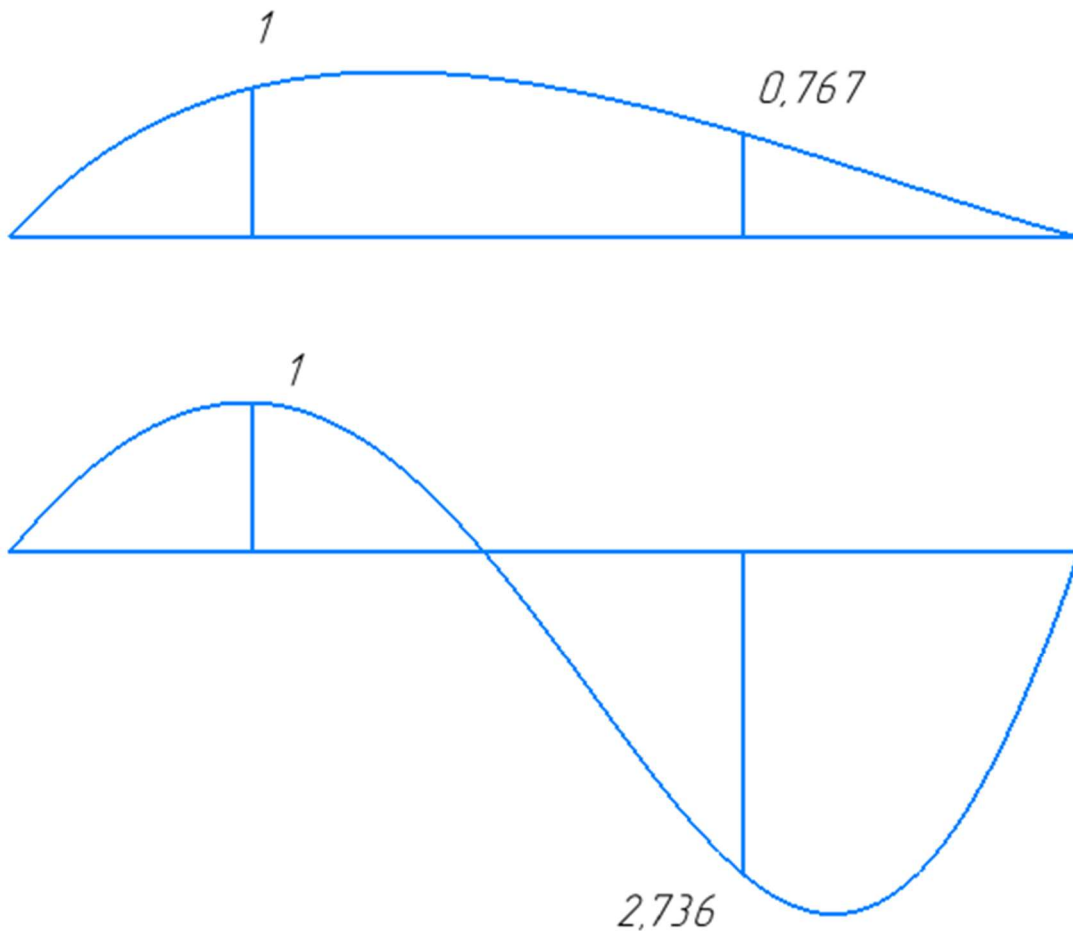


Рис. 8.6 Власні форми коливань

									90
<i>Зм.</i>	<i>Лист</i>	<i>№ документа</i>	<i>Підпис</i>	<i>Дата</i>					<i>Лист</i>

8.3. Визначення першої власної частоти методом Релея

Першу власну частоту методом Релея знайдемо за формулою (8.3.1)

$$\omega_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^2 P_i \cdot W_i}{\sum_{i=1}^2 m_i \cdot W_i^2} \quad (8.3.1)$$

де $P_i = m_i \cdot g$, $P_1 = 35$, $P_2 = 16,7$

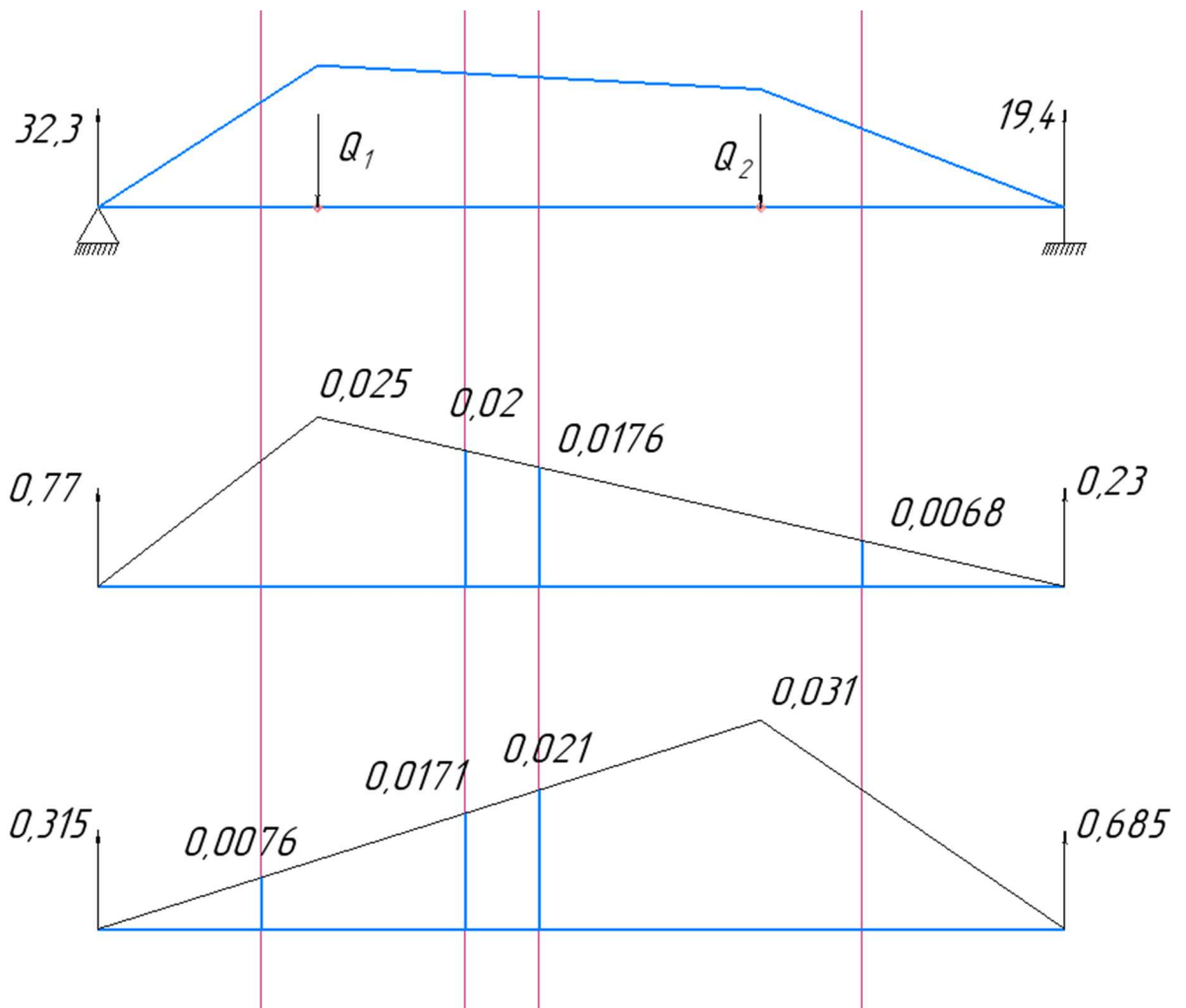


Рис. 8.7 Епюри моментів зовнішніх сил

Значення $W_i [m]$ знаходимо за допомогою методу Верещагіна.

Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата

$$W_1 = \frac{1}{EI} (0.5 \cdot 0.0325 \cdot 1.05625 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0.025 + 0.873 \cdot 0.0655 \cdot 0.0176 + 0.5 \cdot 0.0655 \cdot (1.05625 - 0.873) \cdot 0.02 + 0.5 \cdot 0.045 \cdot 0.873 \cdot 0.0068) = 0.00155 \frac{1}{EI} = 7,24 \times 10^{-8} \text{ м}$$

$$W_2 = \frac{1}{EI} (0.5 \cdot 0.0325 \cdot 1.05625 \cdot 0.0076 + 0.873 \cdot 0.0655 \cdot 0.021 + 0.5 \cdot 0.0655 \cdot (1.05625 - 0.873) \cdot 0.0171 + 0.5 \cdot 0.045 \cdot 0.873 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0.031) = 0,0018 \frac{1}{EI} = 8,4 \times 10^{-8} \text{ м}$$

Обрахуємо першу власну частоту за формулою (8.3.1)

$$\omega_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^2 P_i \cdot W_i}{\sum_{i=1}^2 m_i \cdot W_i^2} = \frac{P_1 \cdot W_1 + P_2 \cdot W_2}{m_1 \cdot W_1^2 + m_2 \cdot W_2^2} = \frac{35 \cdot 7,24 \times 10^{-8} + 16,7 \cdot 8,4 \times 10^{-8}}{3,5 \cdot 7,24^2 \times 10^{-16} + 1,67 \cdot 8,4^2 \times 10^{-16}} = \omega_1^2 = 1,3 \cdot 10^8 \text{ с}^{-2}$$

$$\omega_1 = 11401 \text{ с}^{-1}$$

Визначимо похибку: $\Delta = \left| \frac{\omega_{\text{м.сил}} - \omega_{\text{реллея}}}{\omega_{\text{м.сил}}} \right| = 21\%$

8.4. Визначення першої власної частоти методом Донкерлі

Першу власну частоту методом Донкерлі знайдемо за формулою (8.4.1)

$$\frac{1}{\omega_1^2} = \frac{1}{(\omega_1')^2} + \frac{1}{(\omega_2')^2} \quad (8.4.1)$$

$$\frac{1}{(\omega_1')^2} = m_1 \delta_{11} = 8,61 \cdot 10^{-9}$$

$$\frac{1}{(\omega_2')^2} = m_2 \delta_{22} = 3,57 \cdot 10^{-9}$$

$$\frac{1}{\omega_1^2} = 12,18 \cdot 10^{-9}$$

$$\omega_1^2 = 8,2 \cdot 10^7 \text{ с}^{-2}, \quad \omega_1 = 9055 \text{ с}^{-1},$$

						92
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		Лист

Визначимо похибку: $\Delta = \left| \frac{\omega_{\text{м.сил}} - \omega_{\text{донкерлі}}}{\omega_{\text{м.сил}}} \right| = 7\%$

Для порівняння, значення першої власної частоти згинних коливань:

- методом сил : $\omega_1 = 9726 \text{с}^{-1}$
- методом Рейля: $\omega_1 = 11401 \text{с}^{-1}$
- методом Донкерлі: $\omega_1 = 9055 \text{с}^{-1}$

									93
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата					Лист

9. ВИКОРИСТАННЯ УСТАНОВКИ КМ-50 ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕРІАЛУ КОНСТРУКТИВНОГО ЕЛЕМЕНТУ ЛІКТЬОВОГО ОРТЕЗУ

9.1. Огляд літератури

Під час постопераційної або посттравматичної реабілітації після пошкодження суглобів, яка може тривати до двох років у разі порушення нервів, часто виникає потреба у розвантаженні травмованого суглоба. Для цього використовуються девайси, які називаються ортезами, які фіксують суглоб у заданому положенні. У той же час, таке обмеження руху є небажаним з точки зору відновлення моторних функцій та значно знижує якість життя пацієнтів.

Даний пристрій повинен бути досить компактним, мати малу вагу для комфортного використання пацієнта, жорстко кріпитися до руки і при цьому здатний здійснити максимально наближені функції руки здорової людини.

Існуючі комерційні пропозиції, наприклад [31], а також прототипи, наприклад [32,33] є громіздкими пристроями, призначеними виключно для домашньої реабілітації.



У зв'язку з вище сказаним розробка «активного» ортезу, який зможе виконувати рухову функцію, в даному випадку, ліктювого суглоба, замість людини є актуальною.

Для проектування механічної частини використовувалися такі умови: повне згинання розгинання руки середньостатистичного дорослого чоловіка 150-170 за 1с, додатковий вантаж 1 кг, який пацієнт повинен піднімати за допомогою ортезу.

Умовно активний ортез ліктя можна розбити на три підсистеми: мехатронна, що здійснює управління і включає актуатор; механічна, що відповідає за передачу руху та корпус, у якому змонтовані всі компоненти, що безпосередньо кріпляться до руки пацієнта. У ролі актуатора в активних ортезах ліктя використовується кроковий двигун [4], а управління такими пристроями здійснюється, як правило, за допомогою ЕМГ сенсорів [34], що вимірюють активність сигналів, що генеруються м'язами. Для обробки сигналів використовується мікроконтролер Arduino Uno. В результаті ми отримуємо можливість запрограмувати умови та закон руху ортезу.

Екзоскелети верхніх кінцівок - це електромеханічні системи, які призначені для взаємодії з користувачем з метою посилення потужності, допомоги або заміни рухової функції [1]. Як правило, дані прилади мають антропоморфний характер, оскільки взаємодіють механічно з опорно-руховою структурою верхньої кінцівки людини. Використовується ці прилади в багатьох сферах, а саме: підсилення потужності в промисловому середовищі,

									94
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата					Лист

компенсація нервово-м'язових порушень[3,4] або післяінсультна реабілітація[5,6], підтримка людей з обмеженими можливостями в побутових умовах. Рання ідея екзоскелета датується кінцем 19 століття, але перший успішний прототип, названий Hardiman, з'явився в 1960-х роках.[8]. Спочатку Hardiman був розроблений для військових цілей, щоб підвищити силу та працездатність власника. Ідея будови полягала у конфігурації провідний-підпорядкований з кількома гідравлічними приводами. Пристрій залишився на рівні прототипу завдяки своїй відносно великій вазі і складності. Після цього Kazerooni et al. [9] представили екзоскелет верхніх кінцівок з ідеєю фізичної взаємодії людини та робота (rHRI). rHRI дозволяє безпосередньо передавати механічну потужність без використання будь-якої системи провідний-підпорядкований. Тим часом Університет Цукуби розпочав роботу над розробкою гібридної допоміжної кінцівки (HAL), яка пізніше була комерціалізована [10]. Спочатку HAL був розроблений для підтримки інвалідів у ADL, але пізніші версії також були розроблені для промислового застосування.

За останні два десятиліття екзоскелети верхніх кінцівок, що використовувались для надання послуг та реабілітації, привернули увагу з боку біомедичного та інженерного секторів. Технологія стає одним із ключових рішень для фізично слабких людей або людей з інвалідністю [11]. Для покращення продуктивності та сили користувача були розроблені системи, наприклад, Ekos Vest [2] і FORTIS [12]. Надаючи високу корисність та зростаючий попит на екзоскелети верхніх кінцівок, ця технологія все ще залишається складною у сфері конструкцій механізмів, елементів управління та взаємодії людини та робота. Механічний дизайн і кінематичний аналіз є найважливішими питаннями при розробці ергономічної системи екзоскелета. У ряді наукових статей розглядаються екзоскелети верхніх кінцівок, особливо для послуг та медичних застосувань. Крім того, продуктивність та вплив цих систем є питаннями, які ретельно вивчаються. Розробка апаратних систем активних екзоскелетних роботів верхніх кінцівок була представлена в джерелі [13] з урахуванням rHRI [14,15].

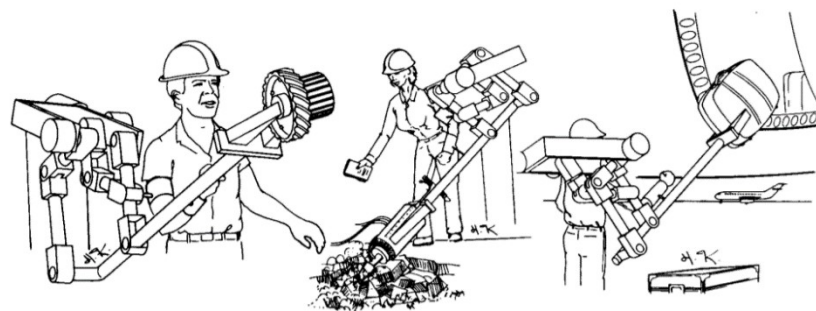


Рис. 9.2 Авторська концепція розширювача багатоступеневої свободи б'удується в Університеті Міннесоти [9]

						95
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		Лист

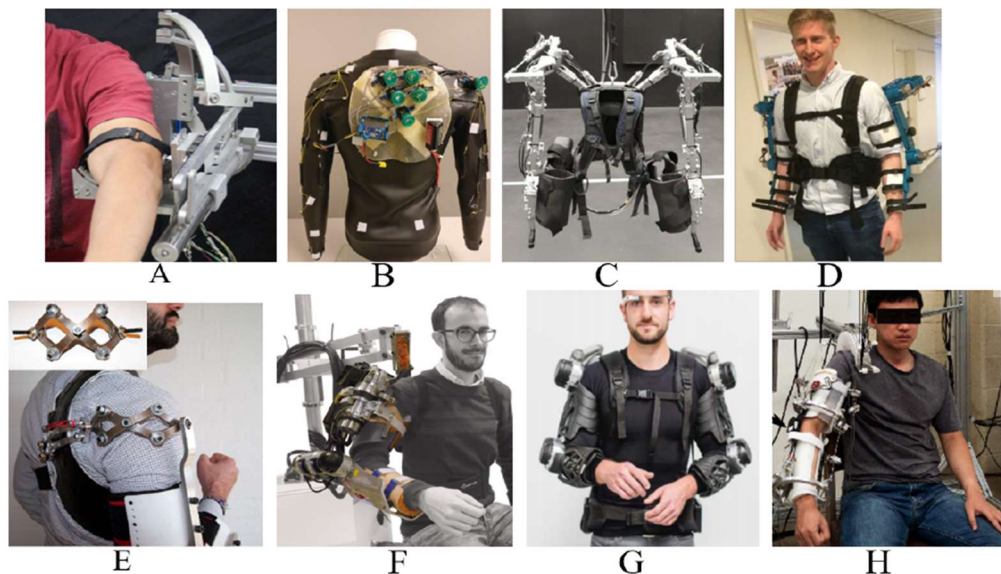


Рис. 9.3 Прототип дослідження екзоскелета верхніх кінцівок: (А) плечовий екзоскелет із паралельним приводом, взятий із посилання [18], (В) Умільй роботизований костюм для верхніх кінцівок (CRUX), прийнятий з довідки [19], (С.) екзоскелет верхніх кінцівок для пекла взятий з посилання [20], (D) UB-EXO, розроблений Ольборзьким університетом [17], (Е) компактні ножиці 3 ступеня свободи (DOF) для екзоскелета верхніх кінцівок, прийняті з Довідника [21], (F) NESM прийнято з посилання [22], (G) Екзо-куртка Stuttgart взята з посилання [23], і (H) CAREX 7 прийнято з посилання [24].

Про дослідження розвитку гібридних екзоскелетів верхніх кінцівок у поєднанні з функціональною електричною стимуляцією (FES) повідомили Stewart et al. [16], які в основному були зосереджені на реабілітації після інсульту та спостереженні за пацієнтами. Islam et al. [11] зробив огляд, щоб виявити технологічний розрив між комерційно доступними екзоскелетами роботизації та дослідницькими прототипами, які використовуються для реабілітації після інсульту. Однак, з огляду на обширні дослідження екзоскелетів верхніх кінцівок, дуже мало статей повідомляють про конструкцію екзоскелета, що стосується складних анатомічних рухів у плечовому та зап'ястному суглобах руки та кисті в цілому (загальне розкриття та закриття кисті).

Окремою частиною екзоскелета цілком можна вважати ортези. Дослідження є актуальними і в наш час, постійно розробляються роботизовані пристрої, що забезпечують частину реабілітаційних вимог пацієнтів. Робототехнічні пристрої можуть зменшити залежність пацієнтів від терапевтів-людей. Ці пристрої також забезпечують перевагу високої повторюваності, на яку люди-терапевти можуть бути не зовсім здатними. Незважаючи на ці можливості та численні розробки в цій

галузі, лише деякі з цих пристроїв використовувались клінічно, особливо для верхньої кінцівки. Огляд інших пристроїв показав пробіл у вдосконаленні, особливо для спастичності та управління контрактурами. Для усунення вищезазначених недоліків у роботі [27] описується конструкція силового ортезу верхньої кінцівки, спеціально спрямована на лікування та лікування спастичності та контрактури внаслідок нервово-м'язових або ортопедичних патологій. Підтяжка повинна бути обладнана системою приводу для реабілітації та підсистемою датчиків для контролю стану користувача. Крім того, він повинен бути оснащений системою моніторингу опорно-рухової діяльності користувача.

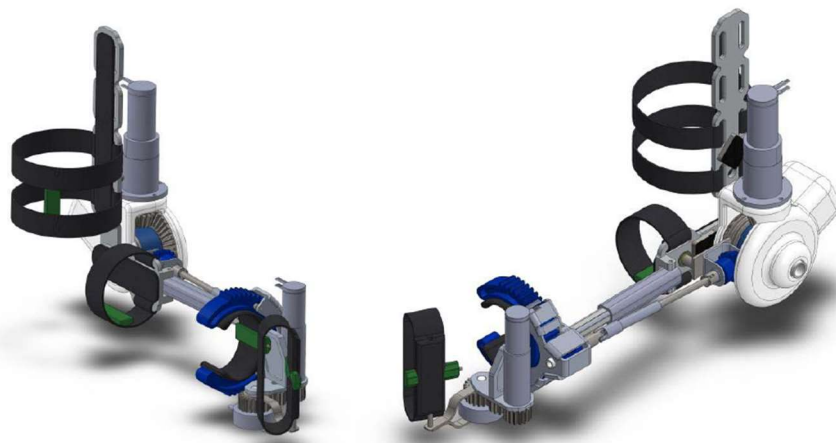


Рис. 9.4 Конструкція інтелектуального ліктявого суглоба для реабілітації [27]

Більшість із екзоскелетів мають послідовну структуру, якою легко керувати та має великий робочий простір. Однак кожен DOF механізму послідовного зв'язку приводиться в рух однією ланкою, що робить послідовний механізм менш жорстким у порівнянні з паралельним механізмом. Механізм, що управляється кабелем, дозволяє системі бути тихішою та мати високу точність та плавність передач, необхідних для носіння екзоскелетів. Mao et al. [24,25] розробили тросовий екзоскелет (CAREX) для реабілітації плечей та Shao et al. [26] спроектував 3-DOF екзоскелет верхнього плеча на кабелі. Однак паралельним механізмом, що керується кабелем, з гнучкими ланками важко керувати. Для подолання цих проблем у роботі [28] пропонується екзоскелет на верхніх кінцівках, який можна носити на основі епіциклічних редукторів. Ця нова структура має 6 DOF, три епіциклічні редуктори та секції, що складають систему екзоскелетів. Рух обертання та обертальний рух планетарного колеса утворює зв'язаний рух 2-DOF, що виробляється робочим колесом та ведучою ланкою. Верхня частина руки, передпліччя та долоня верхньої кінцівки користувача приводиться в рух відповідними планетарними колесами, а кожне планетарне колесо підтримується та приводиться в рух двома частинами, що схоже на паралельний механізм. Традиційна коробка передач замінена на кабельну систему передачі. Принцип

роботи кабельної трансмісійної системи такий же, як і коробка передач. Однак він не передає крутний момент, використовуючи силу зчеплення між передачами, скоріше, він використовує кабелі на торцях коліс, що призводить до тихого процесу, вищої точності та плавнішої передачі. Основний корпус екзоскелета жорсткий, яким можна керувати простіше, ніж паралельним механізмом з еластичними ланками. Крім того, розробили попередній натягувач для забезпечення надійності кабельних механізмів.

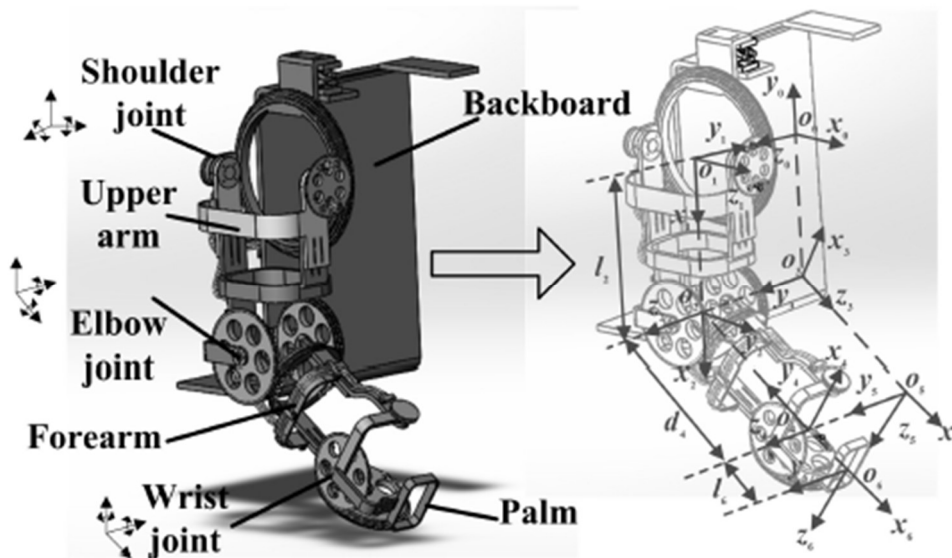


Рис. 9.5 Модель екзоскелета верхніх кінцівок 6-DOF [28]

Під час проектування ортезу та й екзоскелету загалом, важливим є його рухомість, а саме деталі та приводи за допомогою яких і виникатиме рух. Тому доцільним є переглянути літературу, що пов'язана саме з будовою та окремими деталями ортезу верхніх кінцівок. У роботі [29] пропонується переносний екзоскелет для рук. Метою цього дослідження було оцінити можливість створення прототипу портативного екзоскелета з допоміжним роботизованим рукояткою. Для цілей цього дослідження був розроблений робототехнічний екзоскелет. Екзоскелет важить 800 г і є повністю портативним (рис. 9.6(a)). Він складається з незалежних модулів допомоги ліктя та передпліччя (рис.9.6(b,c)). Привідні деталі були швидко прототиповані з ABS-пластику і змонтовані на комерційній підтяжці (скоба T-Score Elbow, BREG Inc). Обрано двигуни постійного струму, що забезпечують високу пропускну здатність управління, але мають відносно низьку вихідну потужність. Крім того, рішення використовувати редукторні двигуни постійного струму було зумовлене простотою управління та міркуванням вартості пристрою. Для обох з'єднань використовували планетарні редукторні двигуни (12,0 в постійного струму 231: 1 64 об / хв, Lynxmotion). Для ліктьового суглоба для створення достатньої кількості використовували конічні шестерні, виготовлені з ABS-пластику із співвідношенням 1: 4 (рис. 9.6(b)). Вибрані двигуни дають безперервний вихідний крутний момент 3,64 Нм при швидкості обертання 70 град

/ с. Тому згин ліктьового з'єднання може виробляти крутний момент в стійлі 10,04 Нм. Діапазон руху ліктя становить 0° у розгинанні та 153° у згинанні, виміряний потенціометром на осі суглоба. Механічні упори, де вони включені з міркувань безпеки для запобігання спрацюванню пристрою, перевищували ці межі. Допоміжний суглоб для пронації та супінації складається із виготовленого на замовлення редуктора із співвідношенням 1: 3,5 (рис. 9.6(c)) та другого планетарного мотор-редуктора Lynxmotion 231: 1. Цей вузол може виробляти вихідний крутний момент на місці з'єднання 3,19 Нм при швидкості обертання 80 град / с. Шестерня встановлена на валу двигуна, вихідна шестерня рухається всередині циліндричної направляючої рейки. Напрямна рейка охоплює шестерню, дозволяючи самій шестерні вільно ковзати і обертатися. Внутрішня частина напрямної рейки відкрита, щоб забезпечити можливість кріплення самої шестерні до зап'ястя користувача за допомогою ремінця на липучках. З метою безпеки на шестерні також були додані механічні упори, щоб обмежити діапазон руху до 170° .

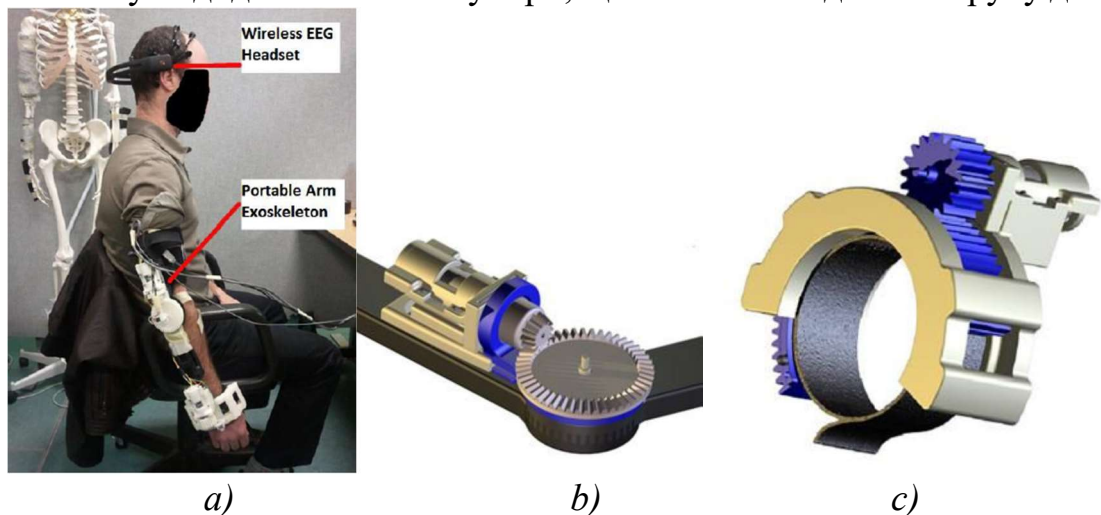
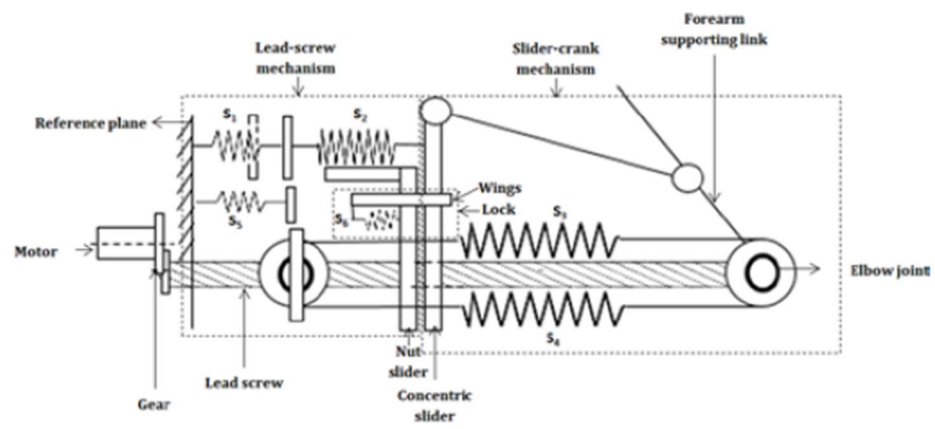


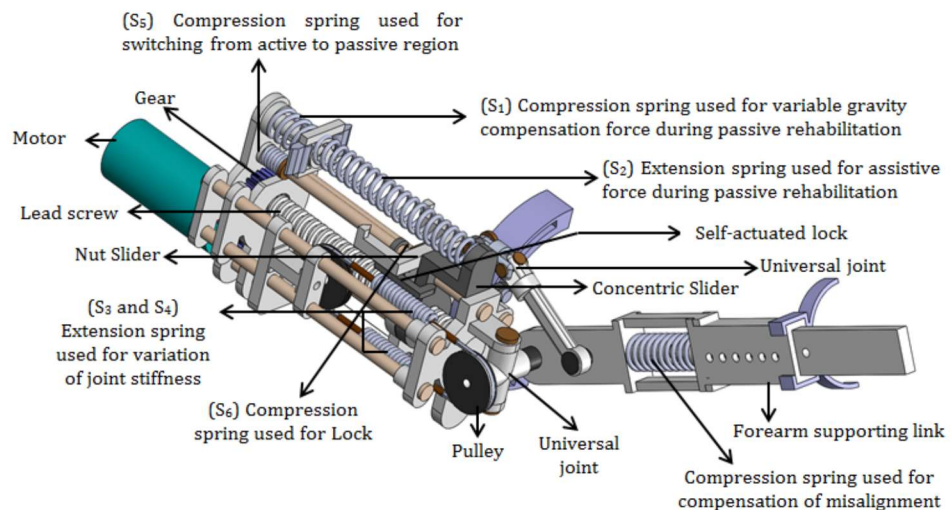
Рис. 9.6 а) портативний ручний екзоскелет та бездротова гарнітура EEG; б) ліктьовий суглоб; в) суглоб передпліччя. [29]

У роботі [30] головною темою є механізм ліктьового з'єднання розроблений для підвищення співвідношення крутного моменту та ваги. Як вказують автори, після огляду літератури було встановлено, що більшість екзоскелетів ліктьових суглобів, розроблених або наявних у продажу, мають двигуни, безпосередньо підключені до його суглоба. Оскільки вправи під час активної реабілітації виконуються при різному навантаженні, двигуни розроблені з певними характеристиками, що відповідають конкретним вимогам до швидкості крутного моменту. Коли екзоскелет намагається підняти руку людини, до якої він прикріплений, проти сили тяжіння (включаючи власну вагу), він піддається різному обертовому моменту. Оскільки ці вправи виконував зовнішній двигун, він повинен вміти розвивати достатній крутний момент, щоб запускати, прискорювати та виконувати вправи з номінальною швидкістю. Двигун, що забезпечує порівняно більший крутний момент, більший за розміром і важчий за вагою. Проблема

виникає, коли важкий і громіздкий двигун постійного струму розташований на осі суглоба, що повинен виконувати пацієнт. Також для інших властивостей, таких як контроль жорсткості та компенсація сили тяжіння, цим екзоскелетам знадобиться більше виконавчих механізмів та додаткових компонентів, що ускладнить використання пацієнтами. Відбувається спільне спрацювання в руці людини завдяки зв'язкам, які ведуть себе як сухожилля і забезпечують стабільність суглоба. Біцепсовий м'яз допомагає передпліччю для згинання ліктя, а м'яз триголового м'яза застосовує протилежний рух - розгинання, щоб випрямити передпліччя назад у своє власне положення. Характер руху суглоба людини вимагає меншої кількості крутного моменту порівняно з двигуном, підключеним на суглобі. Тому розроблений механізм базується на біомеханічній будові ліктьового суглоба людини.



а)



б)

Рис. 9.7 Екзоскелет ліктьового суглоба: а) принципова схема екзоскелета; б) 3D модель екзоскелета [30]

У запропонованому екзоскелеті передпліччя приводиться в дію за допомогою чотиритактного механізму. Конструкція екзоскелета ліктя використовує ходовий гвин з подальшим повзунко кривошипно-шатунним механізмом (рис. 9.7(а)). Принципова схема екзоскелета разом із його 3D-моделлю

						100
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		Лист

показана на рис. 9.7(б). Ходовий гвинт приводиться в дію двигуном, підключеним на кінці системи. Двигун горизонтально вирівняний до конструкції і не займає зайвого простору з будь-якої сторони, що призводить до стабільної роботи системи. Електромеханічний двигун забезпечує необхідний крутний момент під час активної реабілітації, тоді як пружини, прикріплені до механізму, сприяють контролю жорсткості суглобів, а також компенсації сили тяжіння, забезпечуючи статичну або змінну допоміжну силу під час пасивної реабілітації. Діапазон рухів екзоскелета ліктьового суглоба під час активної реабілітації становить 0-135 градусів. Дві зчеплені шестерні передають рух від двигуна до свинцевого гвинта. Ходовий гвинт і повзунковий кривошипно-шатунний механізм не пов'язані безпосередньо один з одним. На свинцевому гвинті є дві напрямні, що працюють як повзун. Двигун контролює положення повзуна гайки, який визначає роботу екзоскелета, а також область реабілітації.

Фіксована кількість обертань двигуна обмежує екзоскелет в області активної реабілітації. (Більш детальний опис роботи прототипу можна розглянути в статті [30].) Вага всієї системи становить 1,8 кг, а вага двигуна - 210 г. Двигун постійного струму вибирається з DFROBOT. Двигун здатний генерувати крутний момент 50 кг-см при 50 об / хв. Шестерні були виготовлені з нейлону-101. Довжина модуля, підключеного до плеча, становить 20 см, тоді як ширина - 11 см, а товщина - 4,75 см відповідно. Довжина опорної ланки передпліччя становить 25 см. М'який ортопедичний матеріал поліпропілен використовується для утримання спинної та черевної сторін як верхньої, так і передпліччя. Він поглине вологу шкіри та забезпечить користувачеві комфорт. Тримаючи манжету з широкою площею, прикріплену до обох рук, можна передавати рівномірне навантаження користувачеві. Пружина складається з матеріалу ASTM A228, який здатний забезпечити необхідну жорсткість крутного моменту з'єднання. Дизайн може бути додатково мініатюризований, щоб зробити його легшим. Прототип ліктьового екзоскелета показаний на рис. 8.



Рис 9.8 Прототип ліктьового екзоскелета [30]

Після проведеного огляду літератури можна зробити висновки, що системи екзоскелету верхніх кінцівок мають важливе значення для додатків допомоги при русі та реабілітації. У статтях надано широкий огляд сучасного розвитку екзоскелетів верхніх кінцівок. Для детального опису екзоскелетів рук читачі

						101
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		Лист

звертаються до спеціалізованих оглядових статей, як згадувалося раніше. Також були наведені нові виклики у дослідженні та розробці цієї технології, зосереджені на механічному дизайні, стратегії управління, способі спрацьовування та передачі енергії та моделюванні екзоскелету на основі анатомії верхніх кінцівок людини. Зазначається, що механічна конструкція цих систем все ще неоднорідна через їх широке застосування. Поки що не існує стандартних критеріїв для проектування та оцінки роботи екзоскелетів. Тому для розробки нових механізмів потрібно більше досліджень та розробок, враховуючи складну біомеханіку людини, особливо для плечових та зап'ястних суглобів. Крім того, необхідні додаткові дослідження для розробки критеріїв оцінки методів контролю, що може призвести до оцінки та порівняння різних досліджень. Фізична взаємодія між людьми і роботами також дуже важлива, і в більшості нещодавно розроблених систем не розглядається належним чином.

Отже, необхідна система для кількісної оцінки впливу роботизованих екзоскелетів на верхню кінцівку людини, щоб врахувати комфорт та сумісну взаємодію.

9.2. Вибір матеріалу для оптимального ортезу ліктьового суглобу

9.2.1 Вимоги до матеріалу

Відповідно, до огляду літератури, можна зробити висновок, що матеріал ортезу повинен бути: легкий, доступний, надійний та жорсткий. Для виконання заданих умов, було обрано алюмінієвий сплав Д16Т. Володіє стабільною структурою, малою вагою, гарною міцністю, оброблюваністю та опором до незапланованої мікроскопічної деформації. Це алюміній підвищеної міцності, що в 3 рази легше стали, що не поступається їй за твердістю та деякими характеристиками. Основні легуючі елементи – марганець та мідь, які підвищують споживчі якості, стійкість та довговічність матеріалу. Відноситься до сплавів системи Al – Cu – Mg (алюміній, мідь, магній) та легується марганцем. Алюміній Д16Т є термозміцненим конструкційним матеріалом. Сплав проходить процедуру природного старіння ще на етапі виготовлення заготовок. Матеріал пластичний, має низьку електропровідність та теплопровідність. Для зварювання не призначений, але піддається точковому способу зварювання для невідповідних конструкцій. Основний недолік – невелика антикорозійна стійкість. Вона частково нівелюється покриттям, анодуванням та іншими способами. Алюмінієвий сплав Д16Т обробляється різанням, піддається ковці та іншим способам обробки.

9.2.2 Дослідження матеріалу

Змоделюємо в FEMAP дослідження трубчастого зразка у випробувальній машині КМ-50 призначеній для дослідження матеріалів на кручення. Характер закріплення приймаємо такий, щоб були відсутні поворот та переміщення перпендикулярно до площини розсічення, в циліндричній системі координат.

						102
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		Лист

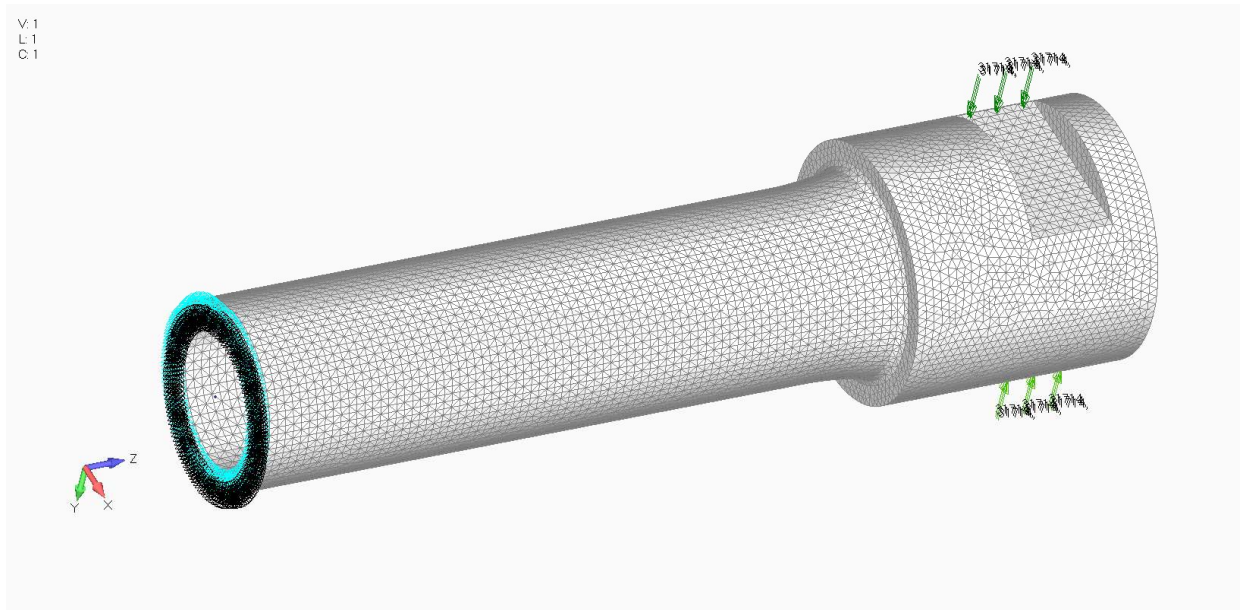


Рис. 9.9. Розрахункова схема зразка, умови закріплення та навантаження

Скінченно-елементна сітка зроблена в автоматичному режимі на основі геометрії за таку умову, щоб по товщині трубки зразка було не менше двох скінченних елементів.

За допомогою програмного забезпечення FEMAP отримали напружено-деформований стан зразка в пружній області.

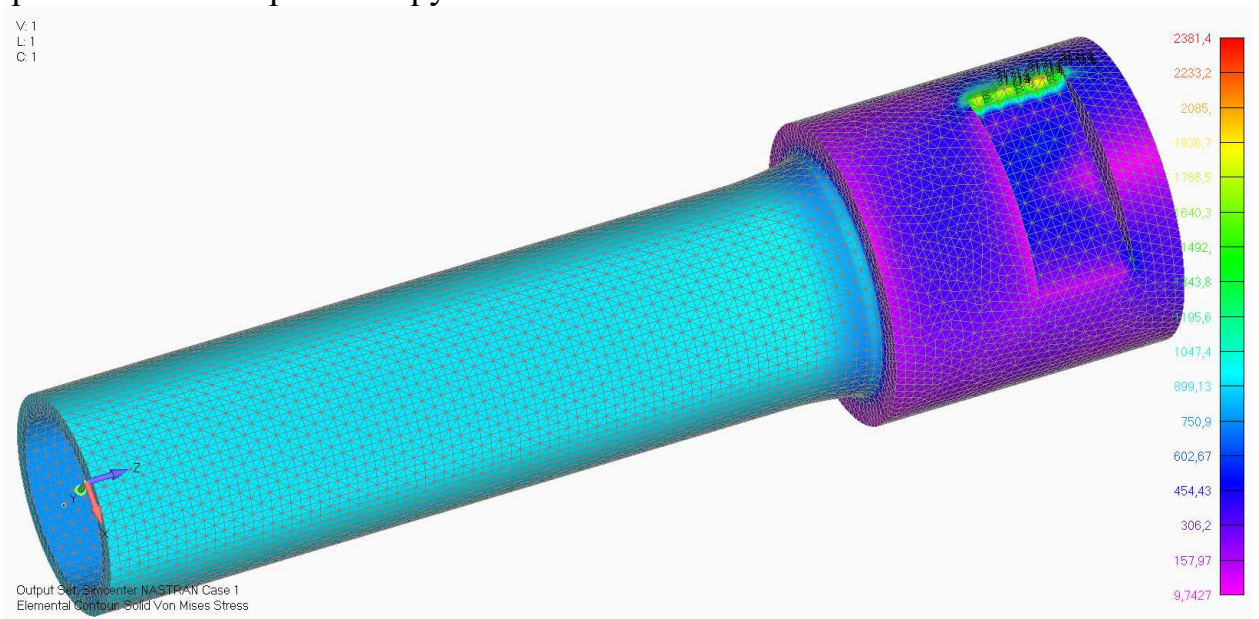


Рис. 9.10 Розподіл напружень за Мізесом (МПа) від зусилля, що скручує

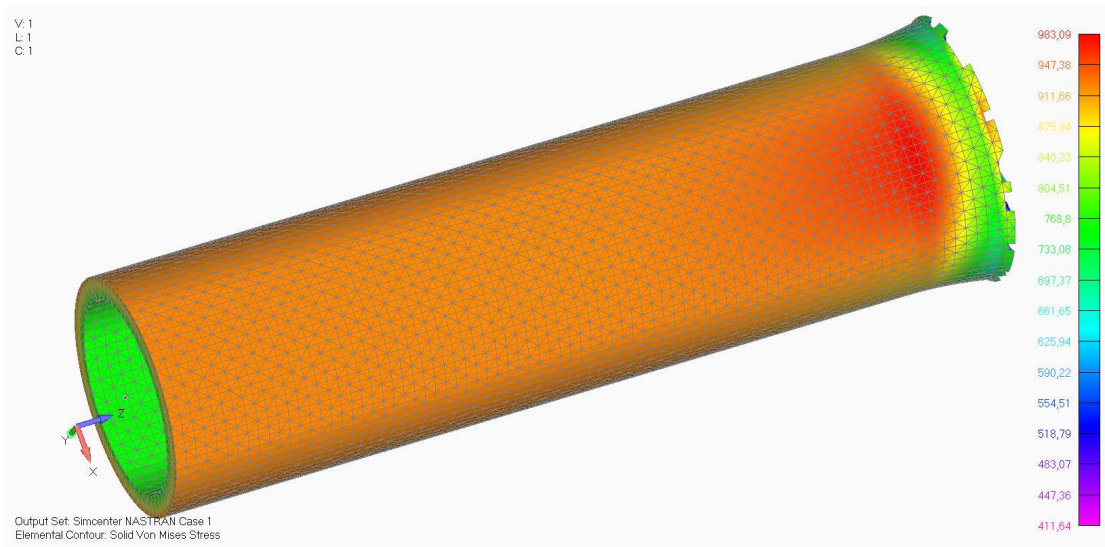


Рис. 9.11 Розподіл напружень за Мізесом (МПа) від зусилля, що скручує, зразка без голівки

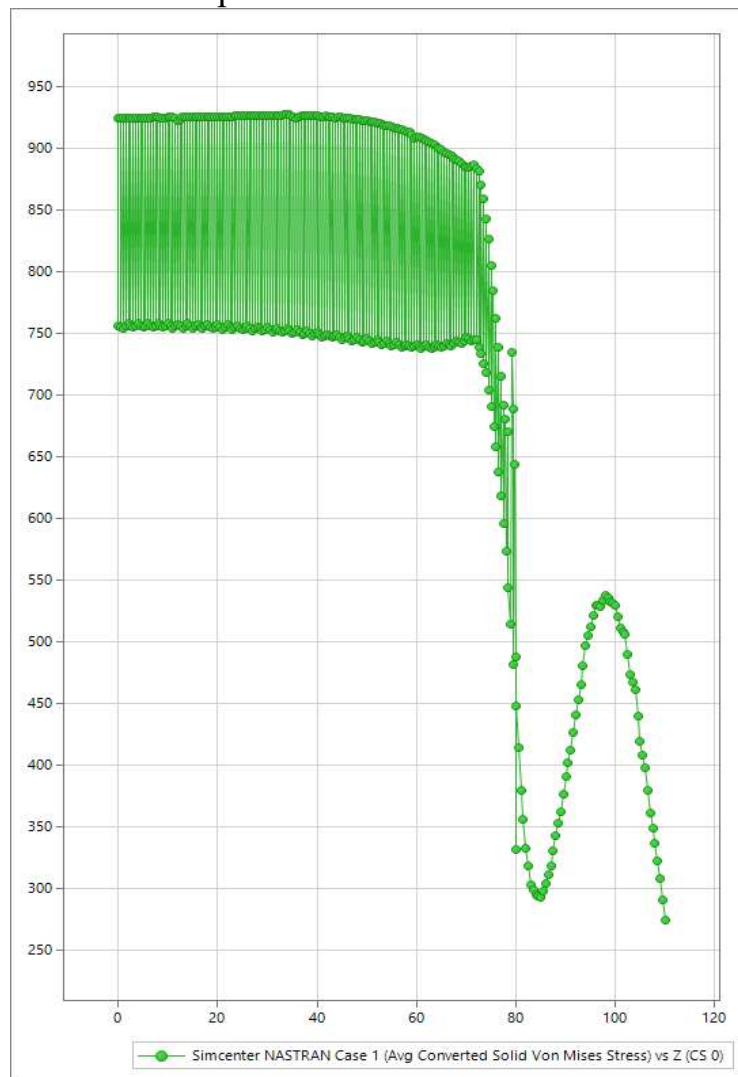


Рис. 9.12 Графіки розподілу напружень за Мізесом, МПа

Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата

Отримали, що $\alpha = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{nom}} = \frac{927}{925} \approx 1.002 < 1.05$.

Отже, немає великої концентрації напружень, тобто зразок спроектовано вірно. Матеріал задовольняє умови, тому є обраним для пластин оптимального ліктьового суглобу.

9.3. Проектування та моделювання оптимального ортезу ліктьового суглобу

9.3.1 Проектування ортезу

Двигун для ліктьового ортезу необхідно підібрати за певними обертами та необхідним крутним моментом. Розрахунки наведено нижче.

1. Необхідні оберти:

Згідно технічного завдання наведеного вище $0.26 \text{ об/сек} = 15 \text{ об/хв} = 1.63 \text{ рад/сек}$.

2. Необхідний момент:

2.1. Момент руки в статиці: $2.4 \text{ Нм} = 24 \text{ кг*см}$

2.2. Момент ортезу в статиці: $<1 \text{ Нм} = 10 \text{ кг*см}$

2.3. Момент додаткової ваги 5 кг: $12.5 \text{ Нм} = 125 \text{ кг*см}$

2.4. Момент при динаміці для 5 кг: $1.1 \text{ Нм} = 11 \text{ кг*см}$

Загальний момент необхідний для функціонування ортезу згідно тз: $16-17 \text{ Нм} = 160-170 \text{ кг*см}$

В свою чергу необхідну потужність можна вирахувати:

$16 \text{ Нм} * 1.6 \text{ рад/сек} = 25.6 \text{ Вт} (>30 \text{ Вт})$

Необхідні характеристики забезпечує двигун ДШИ 200-1-1 (рис 13).



Рис. 9.13 Двигун ДШИ 200-1-1

Проведений розрахунок по визначенню співвідношення між необхідною силою на кінці ортезу та потужністю двигуна (рис 9.14).

						105
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		Лист

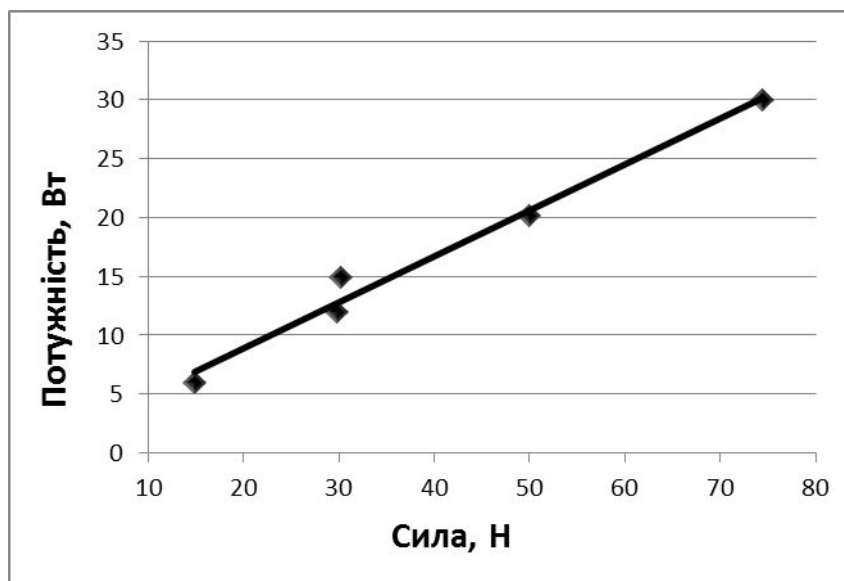


Рис. 9.14 Графік співвідношення між силою та потужністю двигуна ДШИ 200-1-1

Відповідно до огляду літератури ортез буде складатися з трьох основних частин, таких як: верхня пластина, нижня пластина, зубчасте зачеплення, яке буде передавати крутний момент. В першому наблизені спроектовано ортез з циліндричною передачею (рис 9.15).

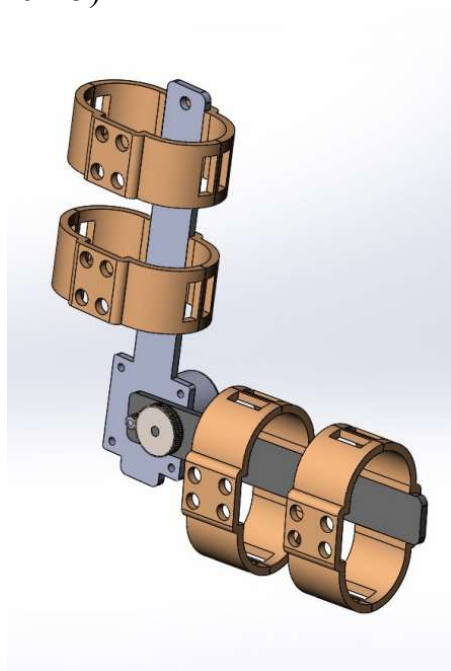


Рис. 9.15 Прототип ортезу

Спроектована передача не забезпечує необхідних умов для виконання покладених на неї функцій, в зв'язку з цим було прийнято рішення спроектувати конічну передачу, яка надасть більше передатне число одноступінчастого редуктора і призведе до збільшення моменту (рис 9.16).

Фіксація даного ортезу на руці пацієнта, виконується за рахунок бандажів, що кріпляться у двох місцях кожної з пластин. На одній з пластин, встановлено двигун, що приводить у дію зубчасту передачу, як вказано на рис 9.6 (б).

Для доступності виготовлення ортезу обрано конічну зубчасту передачу кругового профілю зуба ($d_1 14*74 / d_2 9*21 / h_2 21$) для болгарки (рис 9.17).

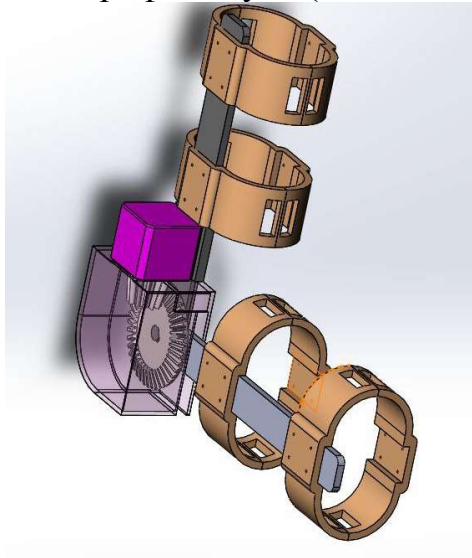


Рис.9.16. Ортез ліктьового суглобу Рис 9.17. Конічна зубчаста передача

Відповідно до середніх розмірів верхньої кінцівки людини (передпліччя), а також конструкторських рішень було обрано розміри необхідних деталей ортезу. Креслення даних деталей наведено на рисунках 9.18 і 9.19.

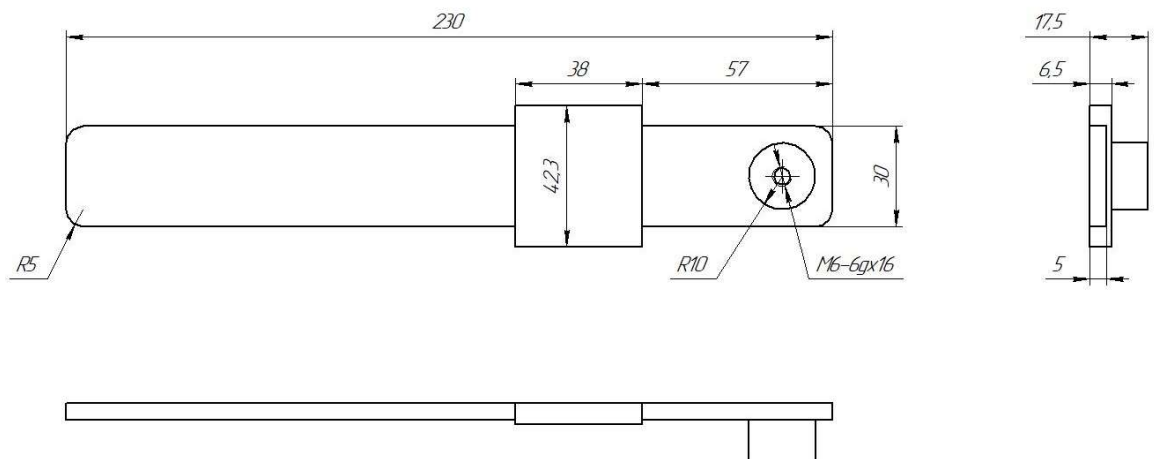


Рис 9.18. Пластина верхня

						07
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		Лист

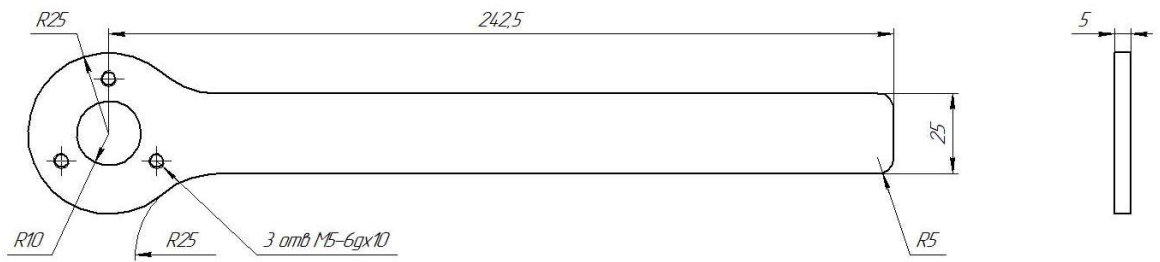


Рис 9.19 Пластина нижня

Для проектування та моделювання колеса було використано модуль Компас 3D V18 «Вали та механічні передачі 2D» та «Вали та механічні передачі 3D». Для спрощення подальшого створення сітки скінченних елементів для розрахунку контактної задачі в проектуванні використаємо зубчасте колесо прямого профілю зуба, креслення якого вказано на рисунку 9.20.

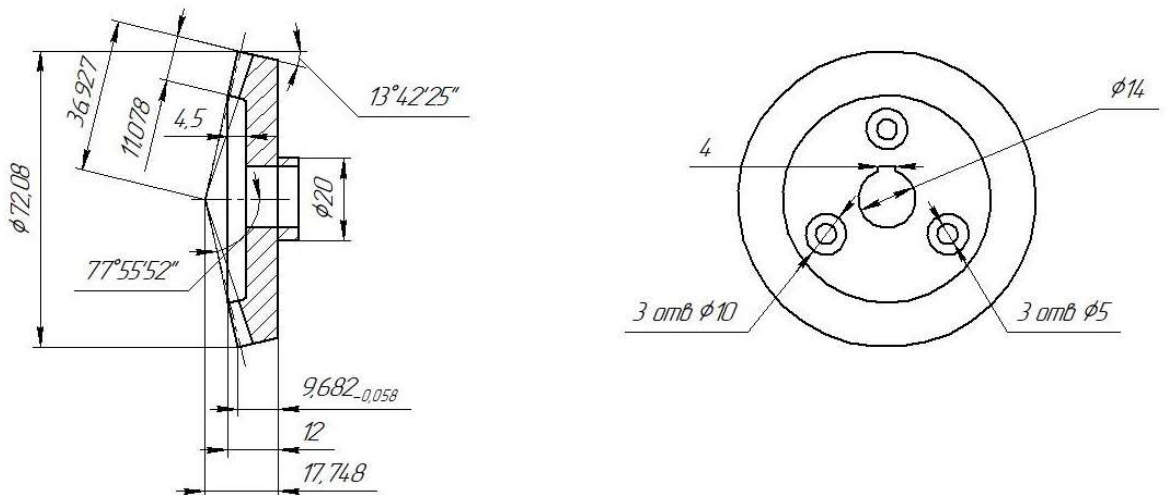


Рис 9.20 Конічне зубчасте колесо

9.3.2 Моделювання ортезу

Маючи креслення даних деталей було створено моделі в середовищі Компас 3D V18. А також виконано збірку ортезу ліктьового суглобу. З'єднання нижньої пластини з зубчастим колесом створенно зарахунок трьох стандартних болтів А.М5-6gx10 ГОСТ 11644-75 (модель яких в подальшому буде спрощена для створення сітки SE). З'єднання пластин між собою виконується за рахунок болта А.М6-6gx16 ГОСТ 11644-75 та шайби А 8.37 ГОСТ 6958-78. Готова збірка зображена на рисунку 9.21 (двигун, шестерня, захисний корпус та бандажі встановлюються окремо).

						108
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		Лист

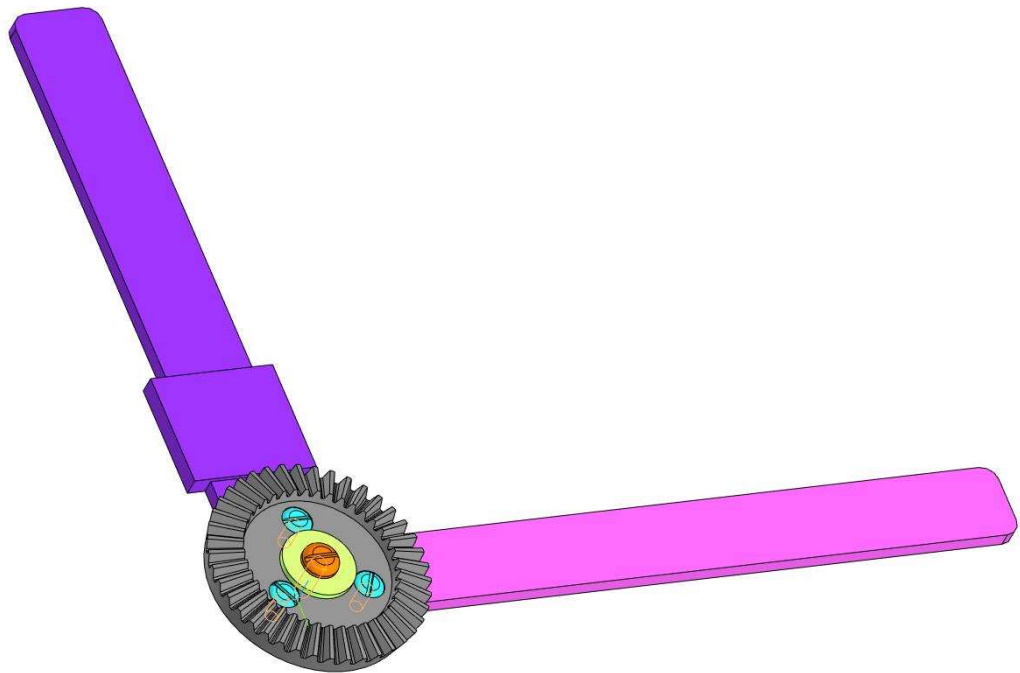


Рис 9.21 Модель ортезу 3D

Для розрахунку першої контактної задачі між колесом та пластиною розглянута спрощена модель конічного колеса та болтів, для фіксації колеса з пластиною, для оптимізації накладання та підрахунку сітки скінчених елементів (СЕ). При моделюванні зубчастого колеса достатньо вказати лише один профіль зубу, а інші замінити однією середньою товщиною. Болти спрощуються за рахунок видалення шліцу на голівці, а також фаски стержня болта. Спрощена модель зображена на рисунку 9.22. А для розрахунку другої контактної задачі, з'єднання між обидвума пластинами ортезу, до попередньої моделі додається спрощена модель болту і верхня пластина ортезу. Спрощена модель зображена на рисунку 9.23.

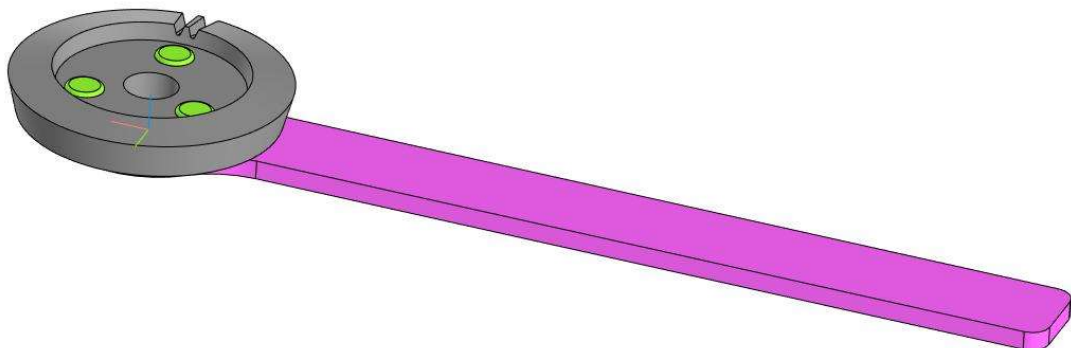


Рис 9.22 Спрощена модель 3D для першої контактної задачі

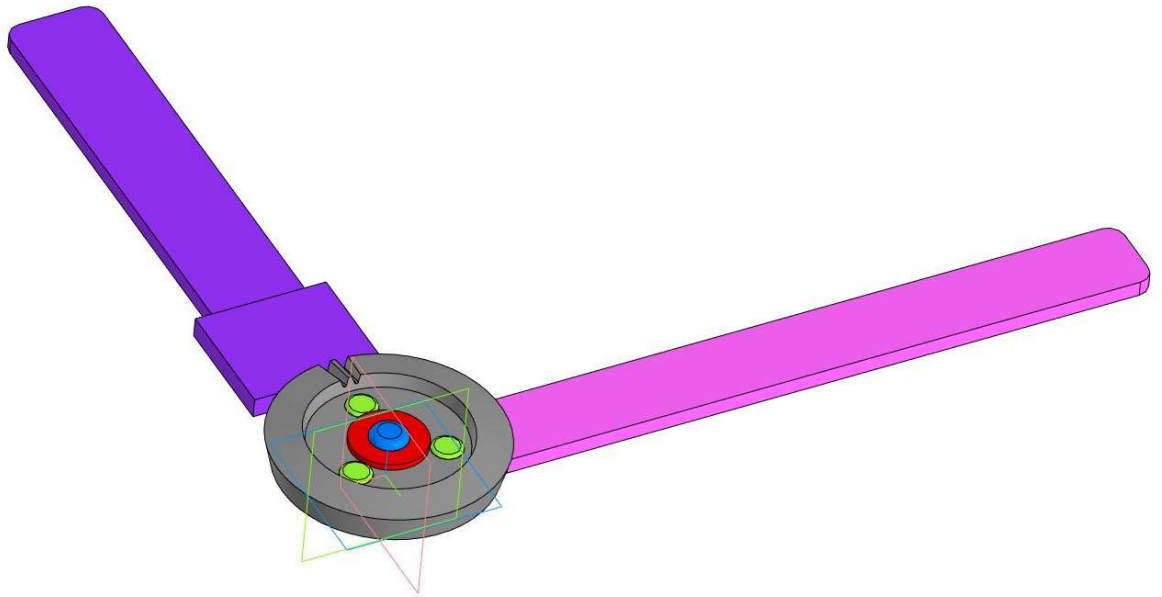


Рис 9.23 Спрощена модель 3D для другої контактної задачі

9.4. Розрахунок контактної задачі

9.4.1 Постановка задачі

Для визначення НДС збірки необхідно імпортувати дану модель в середовище FEMAP with NASTRAN та задати необхідне масштабування усіх розмірів. Наступним етапом буде призначення з'єднань за допомогою функції Connect ->Automatic та редагування площин контакту з подальшим додаванням зв'язків між ними (рис 9.24).

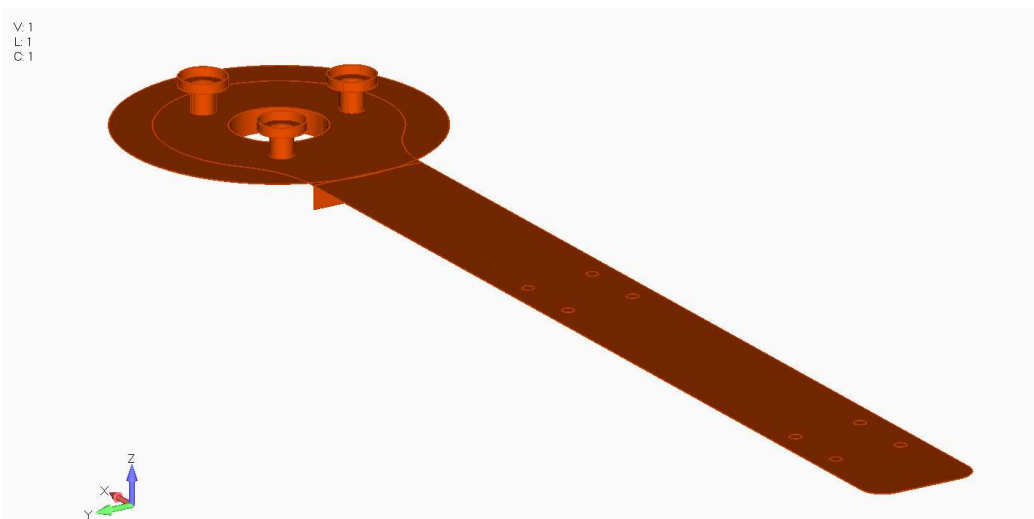


Рис 9.24 Контакти в збірці

Для кожної деталі створено окремі сітки SE для оптимізації розрахунку відповідно до потужності ПК. Для цього нижня пластина була розділена на дві

										10
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата						Лист

частини, де елементи SE є більшими і не впливають на точність розрахунку. У місцях прикладання сил сітка має скупчення вузлів. Загальна кількість створених скінчених елементів дорівнює 30005, а вузлів 50367.

Граничні умови прикладаються, з урахуванням принципу Сен-Венана. Тому виконується фіксація торцю пластинки, а сили прикладаються в місці закріплення бандажів та на площині зубця. Для прикладу було обрано сили 10 Н в місцях закріплення бандажів та 10 Н на місце зачеплення колеса (рис 24).

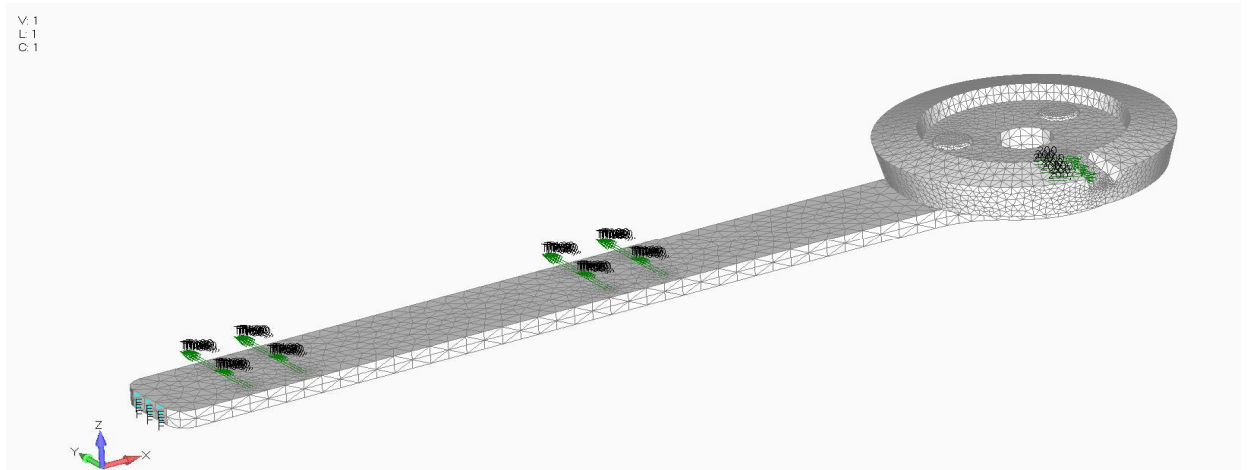


Рис 9.24 Розрахункова схема

Аналогічно була імпортована спрощена модель ліктьового ортезу в середовище FEMAP with NASTRAN, призначено з'єднання (рис 9.25) та накладено сітки на окремі елементи ортезу з врахуванням потужності персонального комп'ютера. Загальна кількість створених скінчених елементів дорівнює 40972, а вузлів 73364. Граничні умови прикладаються, з урахуванням принципу Сен-Венана. Місця закріплення та прикладання сил віддалення як умога далі від досліджуваної зони моделі. Для прикладу було обрано сили 10 Н на краю нижньої пластини та 20 Н на місце зачеплення колеса (рис 9.26).

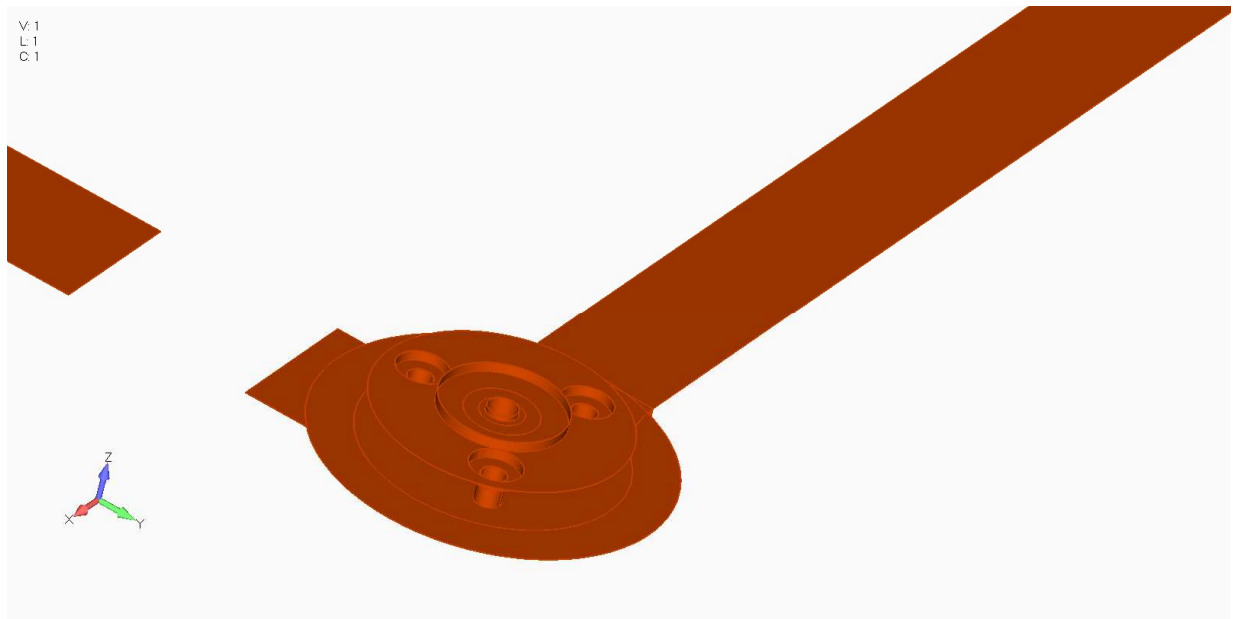


Рис 9.25 Контакти в збірці

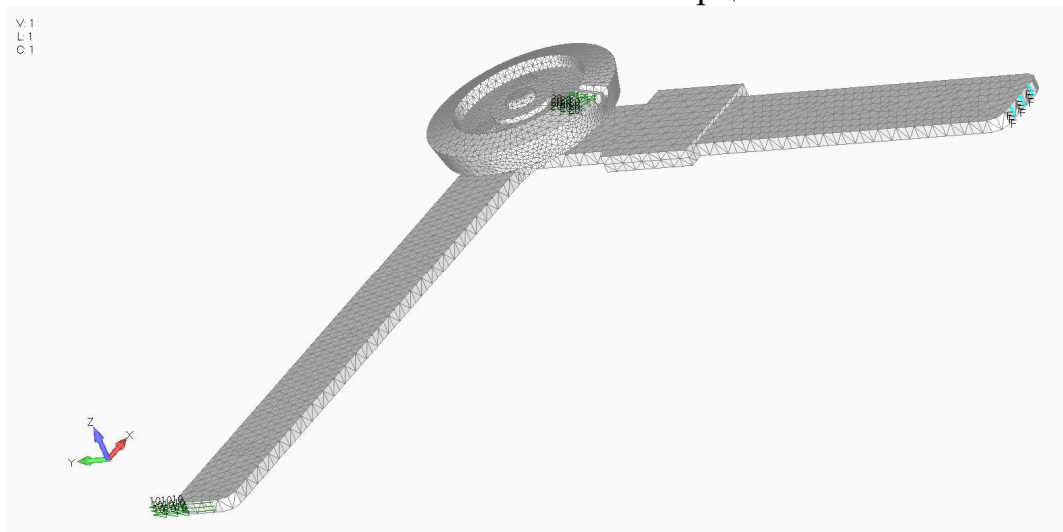


Рис 9.26 Розрахункова схема

9.4.2 Розрахунок задачі

Після проведених розрахунків отримано графічний розподіл напружено деформованого стану моделей (рис 9.27, рис 9.28) та деформований стан моделі (рис 9.29).

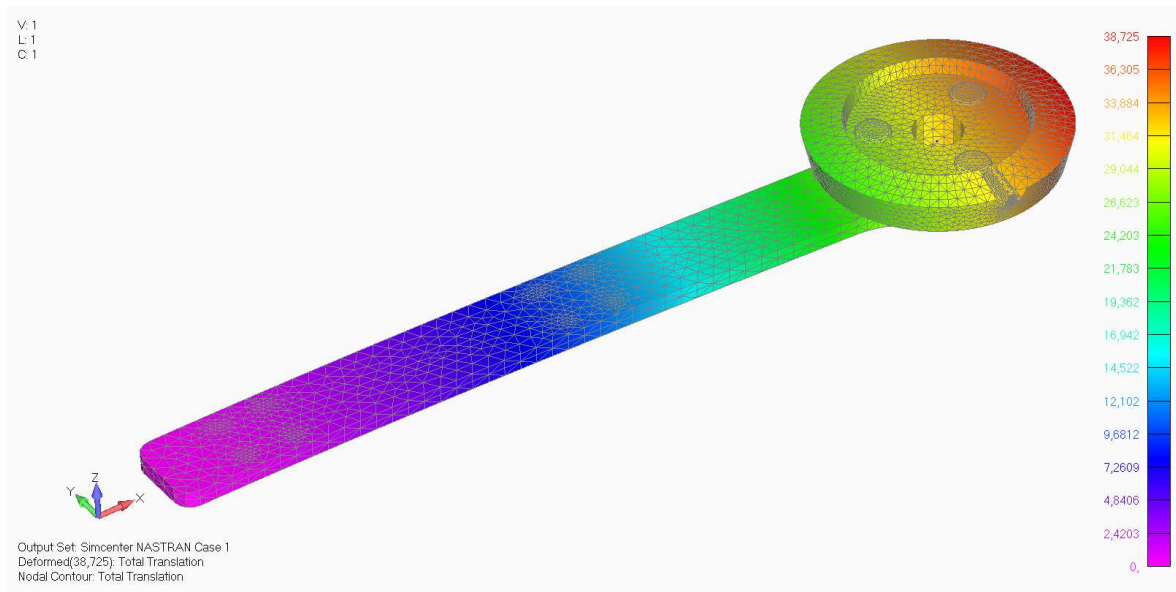


Рис 9.29 Графічне відображення деформації на збірці

З отриманих даних видно, що в закріпленні колесо-пластина виникає концентрація напружень, але не впливає на досліджуванні елементи, за рахунок вищезгаданого принципу Сен-Венана.

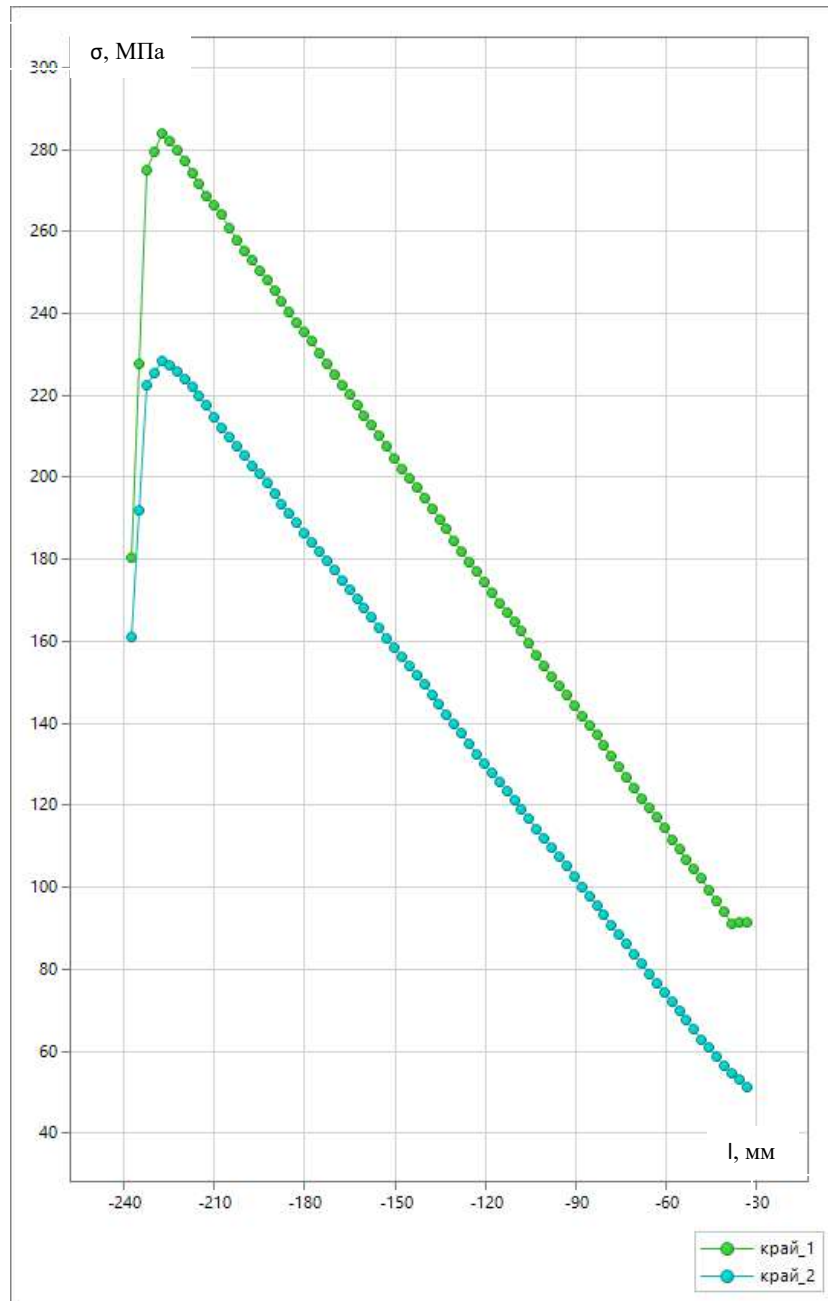


Рис 9.30. Графік розподілу напружень за Мізесом

Досліджуючи графік напружень вздовж осі пластинки на краях (рис 9.30), робимо висновок, що залежність є лінійнопропорційною і значення напруження зменшується в напрямку центра з'єднання частин ортезу.

Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата

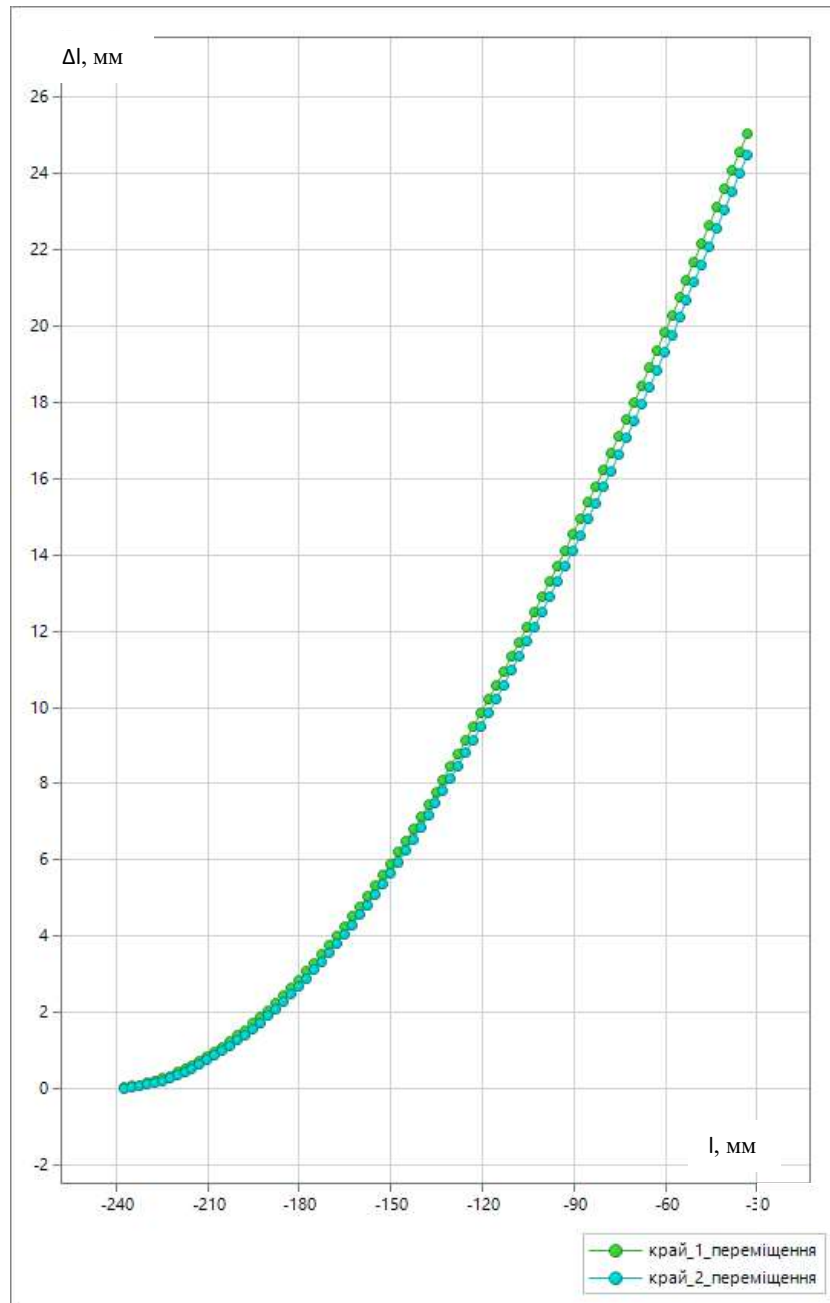


Рис 9.32. Графік переміщень граней пластинки

Розглянемо також графік переміщень пластини (рис 9.32), під дією сил. Судячи з графіку видно, що переміщення мають квадратичну залежність. І особливо не відрізняється відно осі симетрії.

Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата

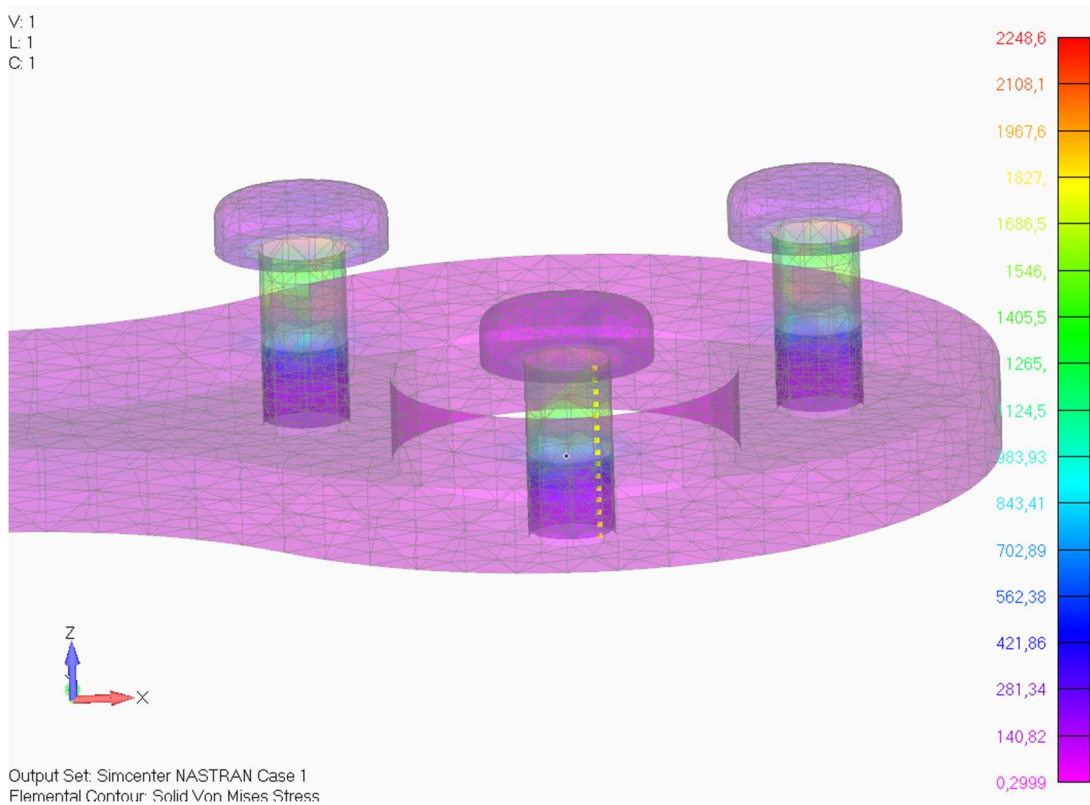


Рис 9.33 Вузли для яких побудовано графік розподілу напружень (Болт 1)

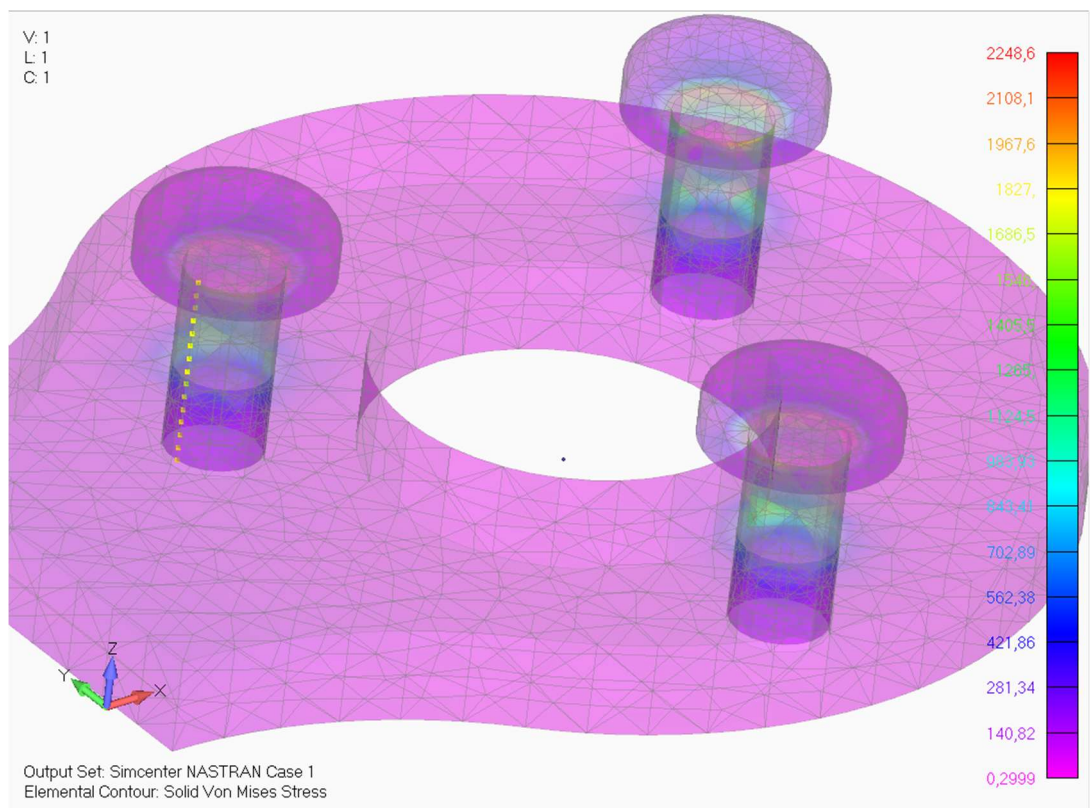


Рис 9.33 Вузли для яких побудовано графік розподілу напружень (Болт 2)

Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата

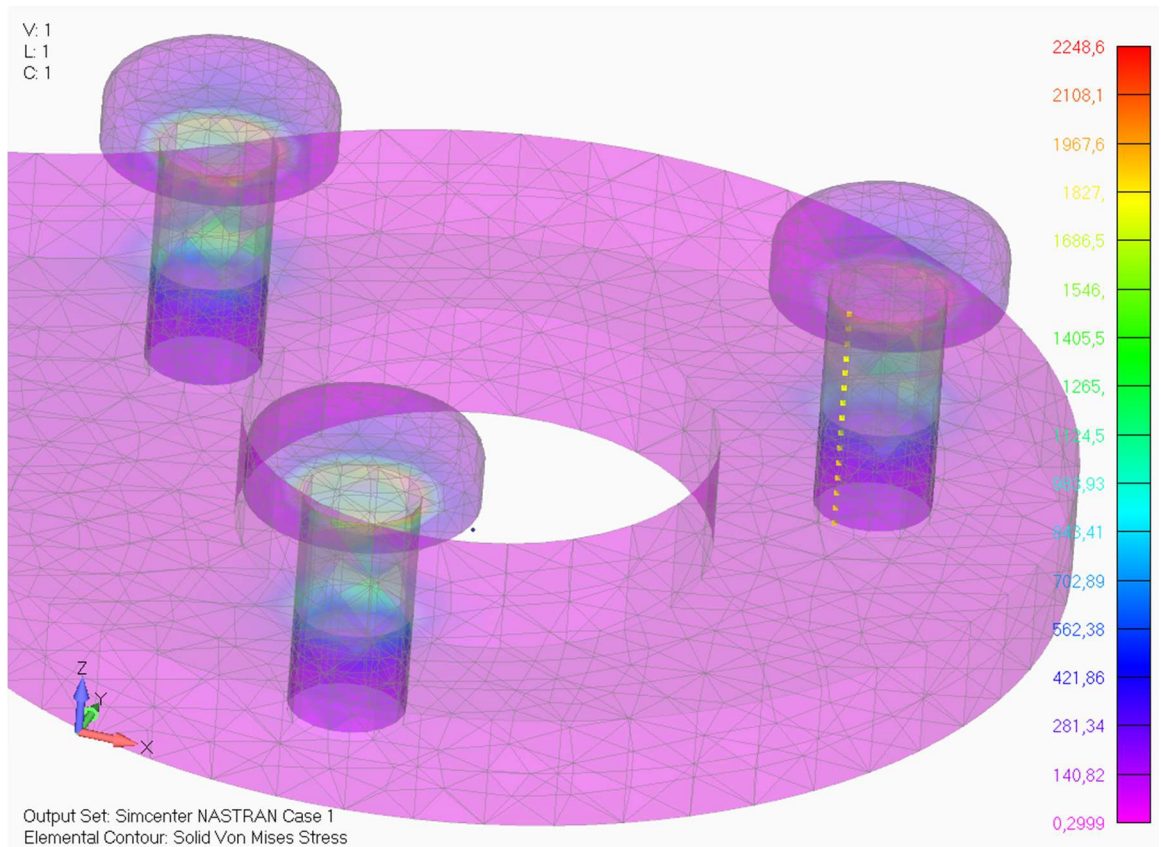


Рис 9.35 Вузли для яких побудовано графік розподілу напружень (Болт 3)

Для рогляду напружень на стержнях болтів, оберемо дотичні прямі до поверхні стержня що зображенні на рисунках 9.31,9.32 та 9.33.

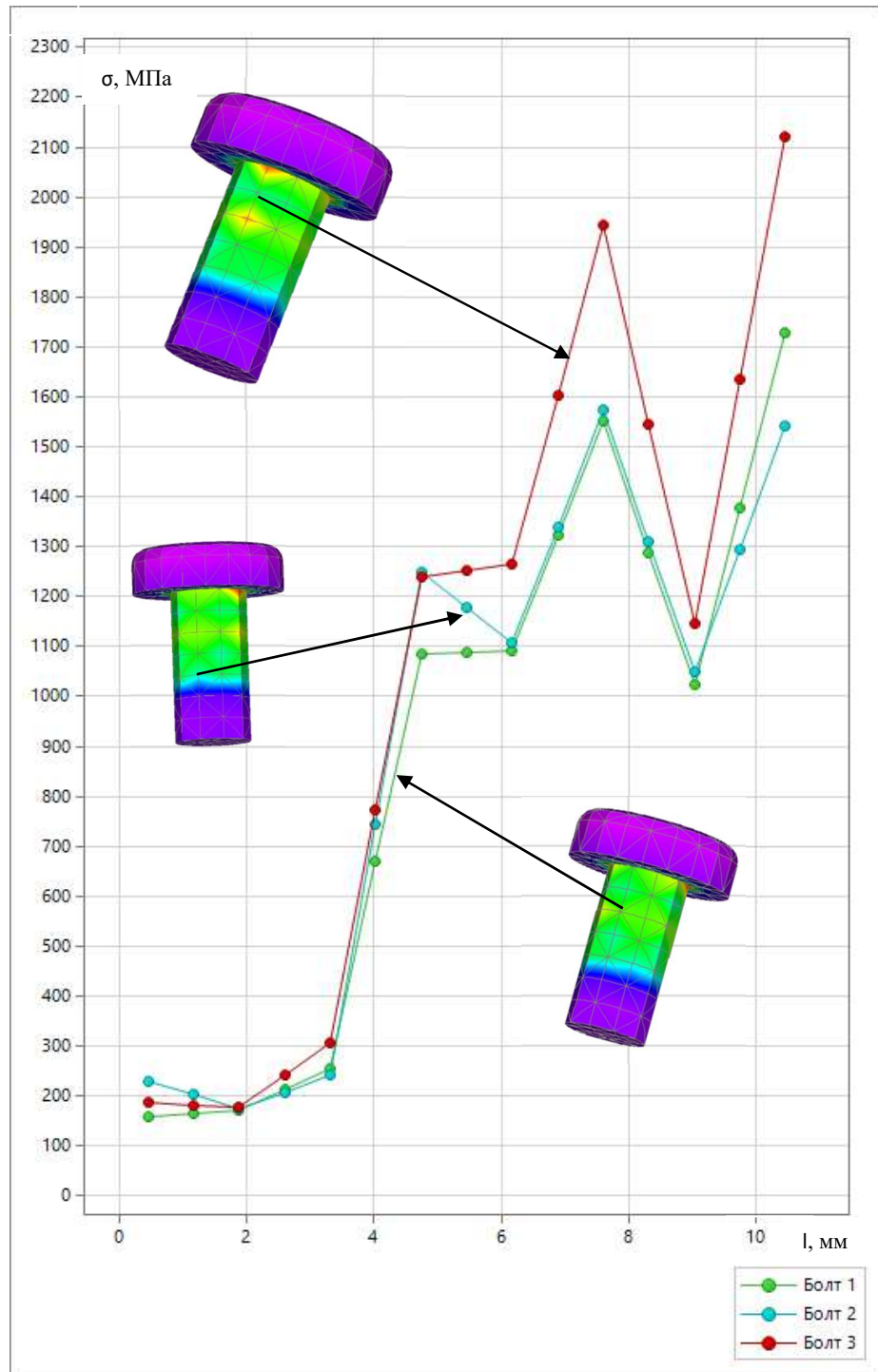


Рис 9.36 Графік розподілу напружень за Мізесом в стержнях болтів

Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата

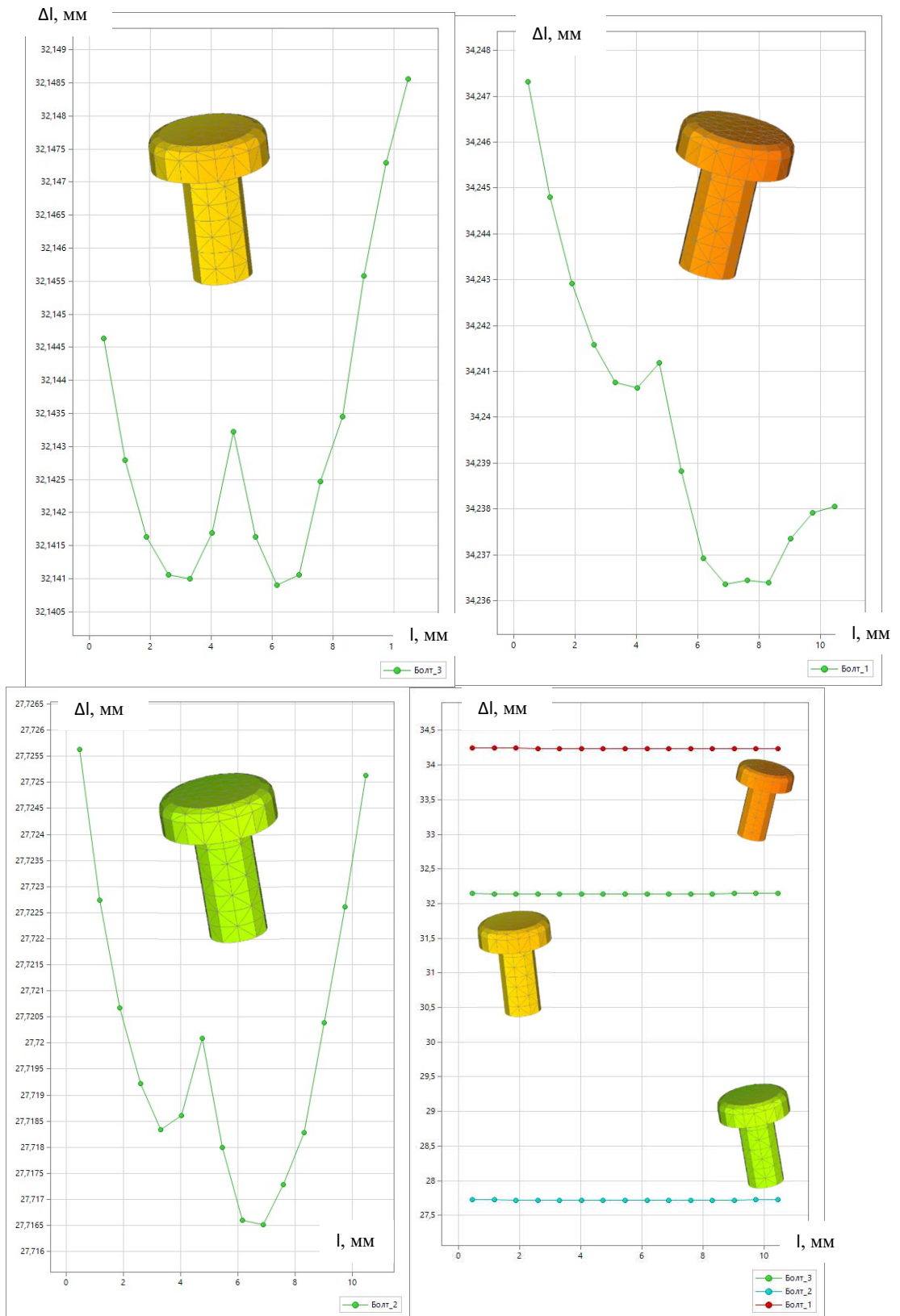


Рис 9.37 Графіки переміщень болтів

Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата

Вздовж стержнів болтів НДС має схожий характер, але в місцях зміни діаметра болта виникають всплески концентрації напружень, що вказано на графіку (рис 9.36). Для подальшого проектування та моделювання з конструкційних міркувань, потрібно обрати болт більшого діаметру. А відповідно до графіків на рисунку 9.37 найбільше переміщення в першому болті.

Розглянемо наступне графічне відображення напружено деформованого стану моделі ортезу повної збірки та деформованого стану соделі (рис 9.40). Відповідно до зображень (рис 9.38) концентрація напружень надалі виникає в з'єднанні колесо-пластина, але нас цікавить з'єднання саме двох пластин зарахунок болту М6-16. (рис 9.39)

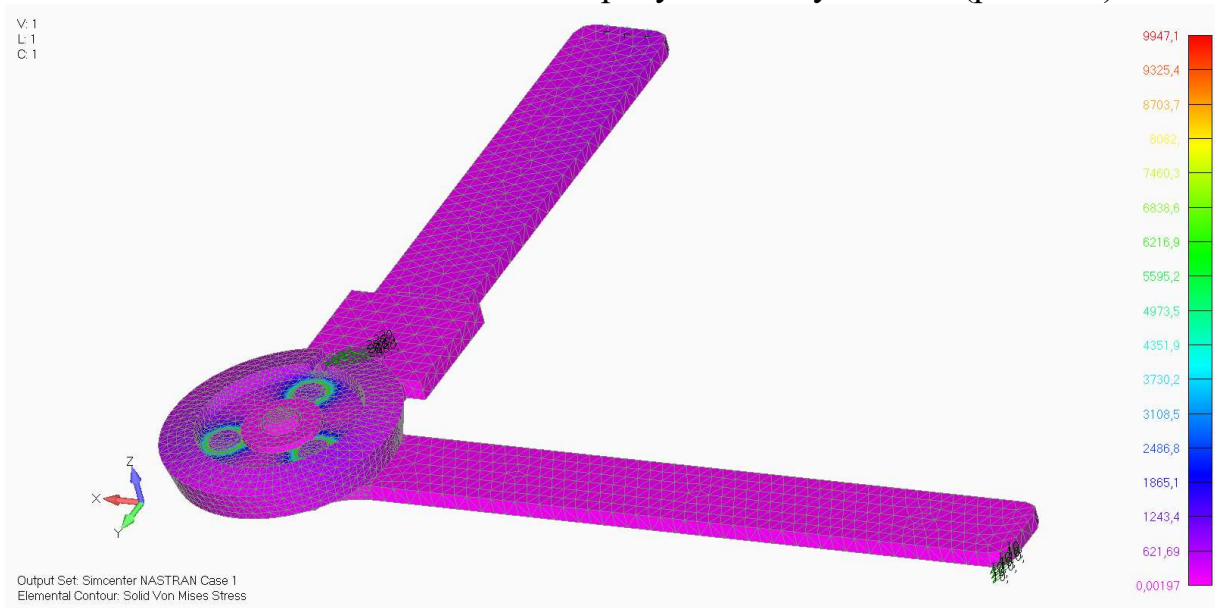
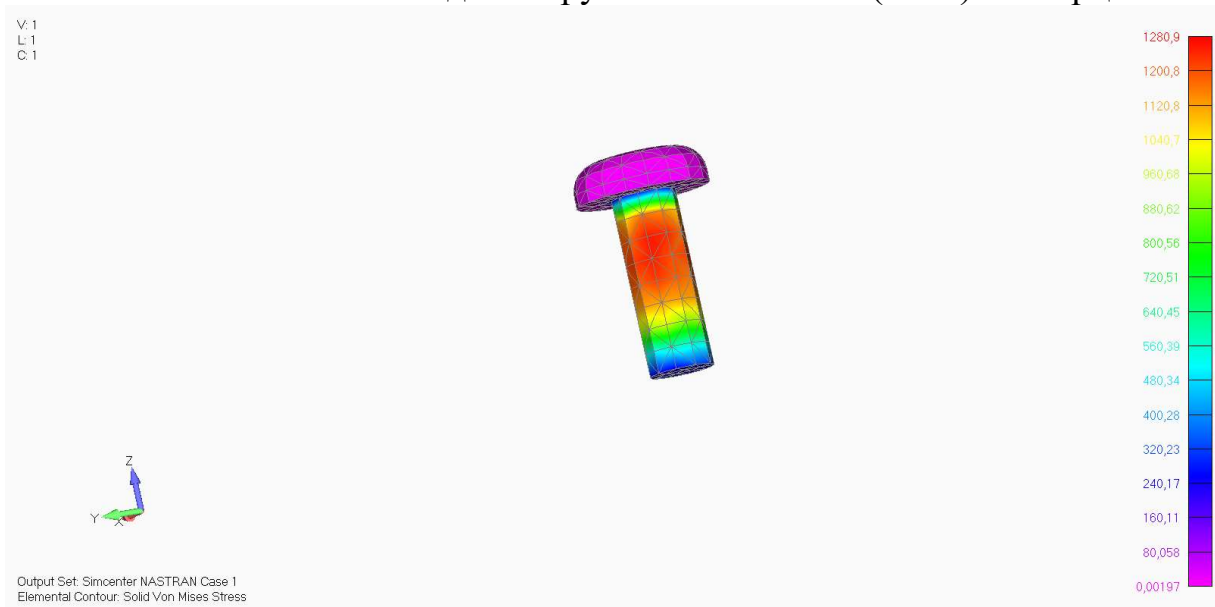


Рис 9.38 Розподіл напружень за Мізесом (МПа) на збірці



9.39 Розподіл напружень за Мізесом (МПа) на болті

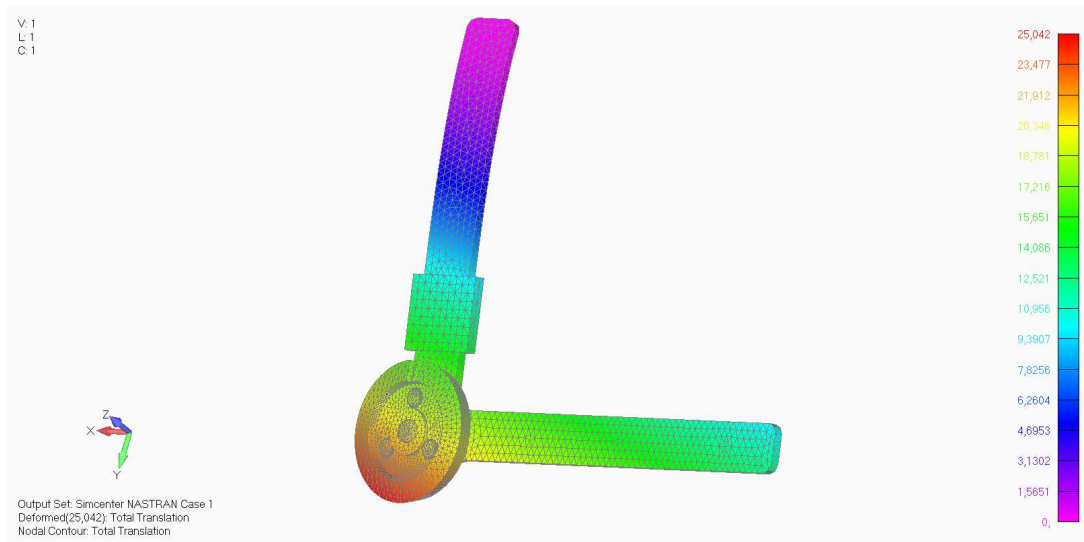


Рис 9.40 Графічне відображення переміщень в моделі збірці

Відповідно до рисунку 9.39 маємо концентрацію напружень вздовж стержня болта. Оберемо дотичну пряму паралельну до вісі обертання болта (рис 9.41) для побудови графіку розподілу напружень за Мізесом.

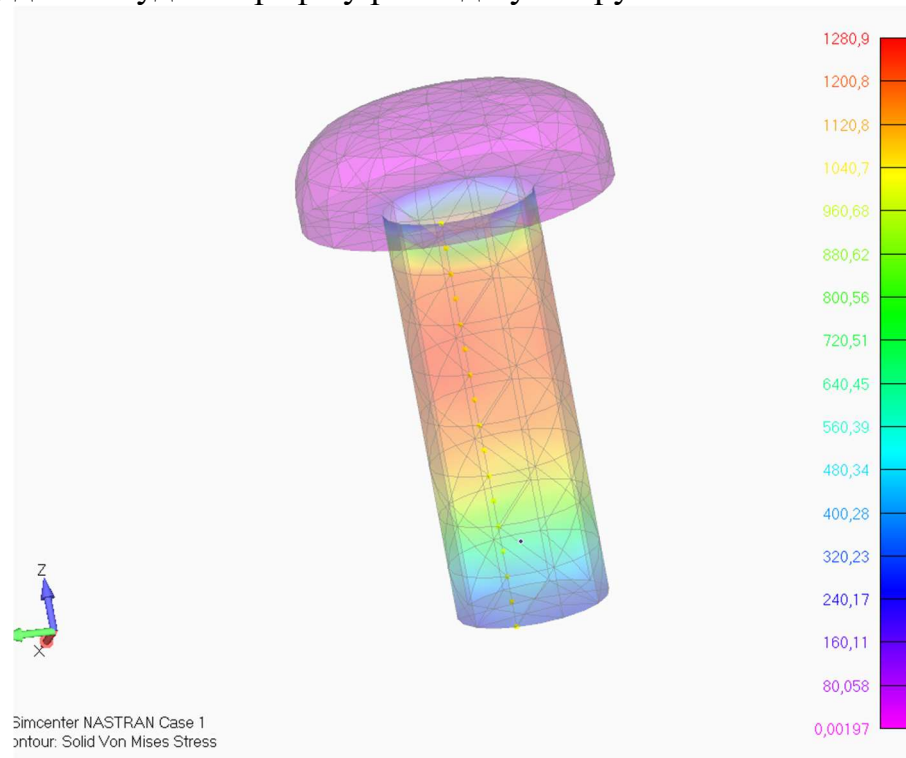


Рис 9.41 Вузли для яких побудовано графік розподілу напружень

Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата

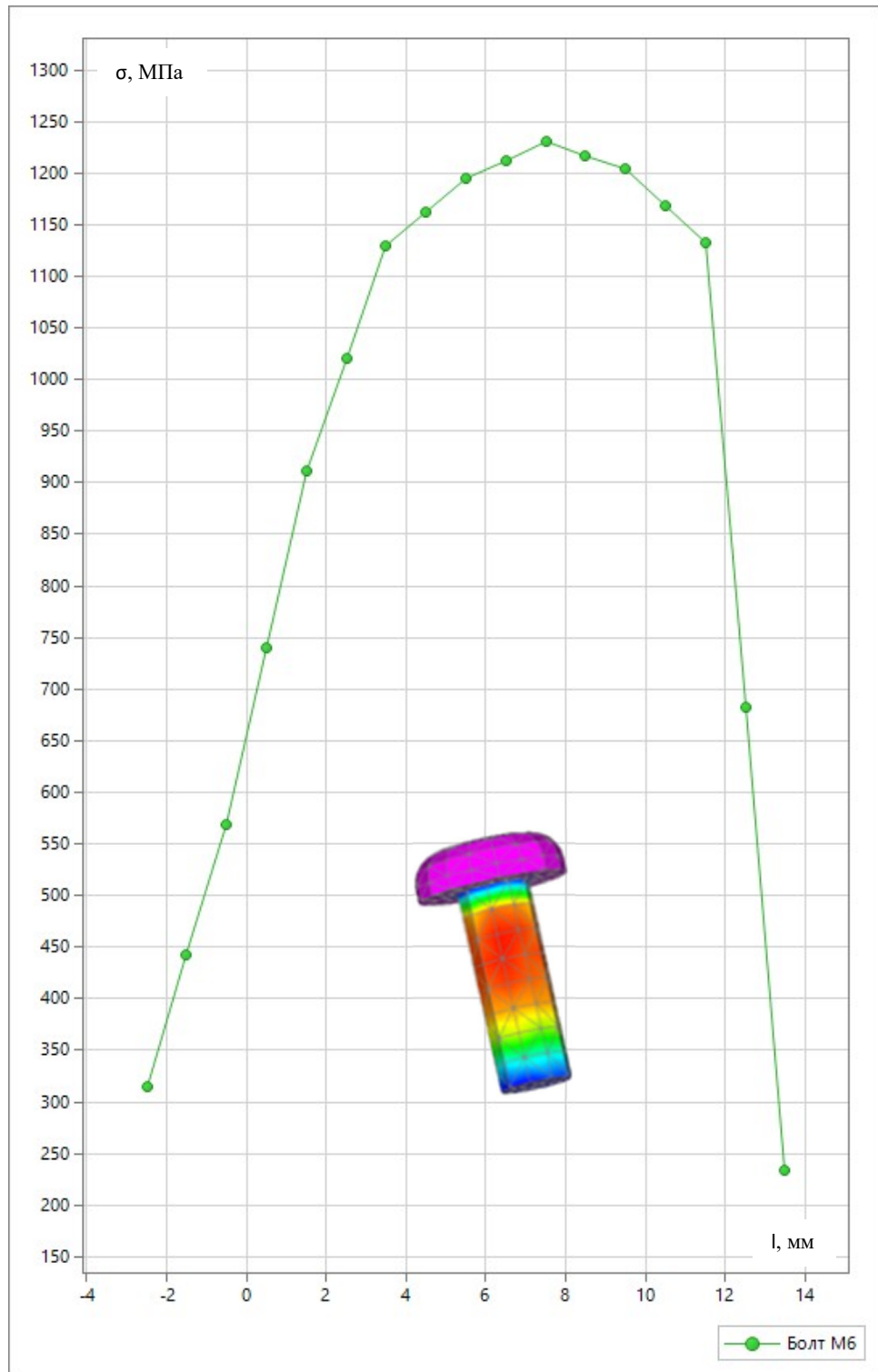


Рис 9.42 Графік розподілу напружень за Мізесом в стержні болта

Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата

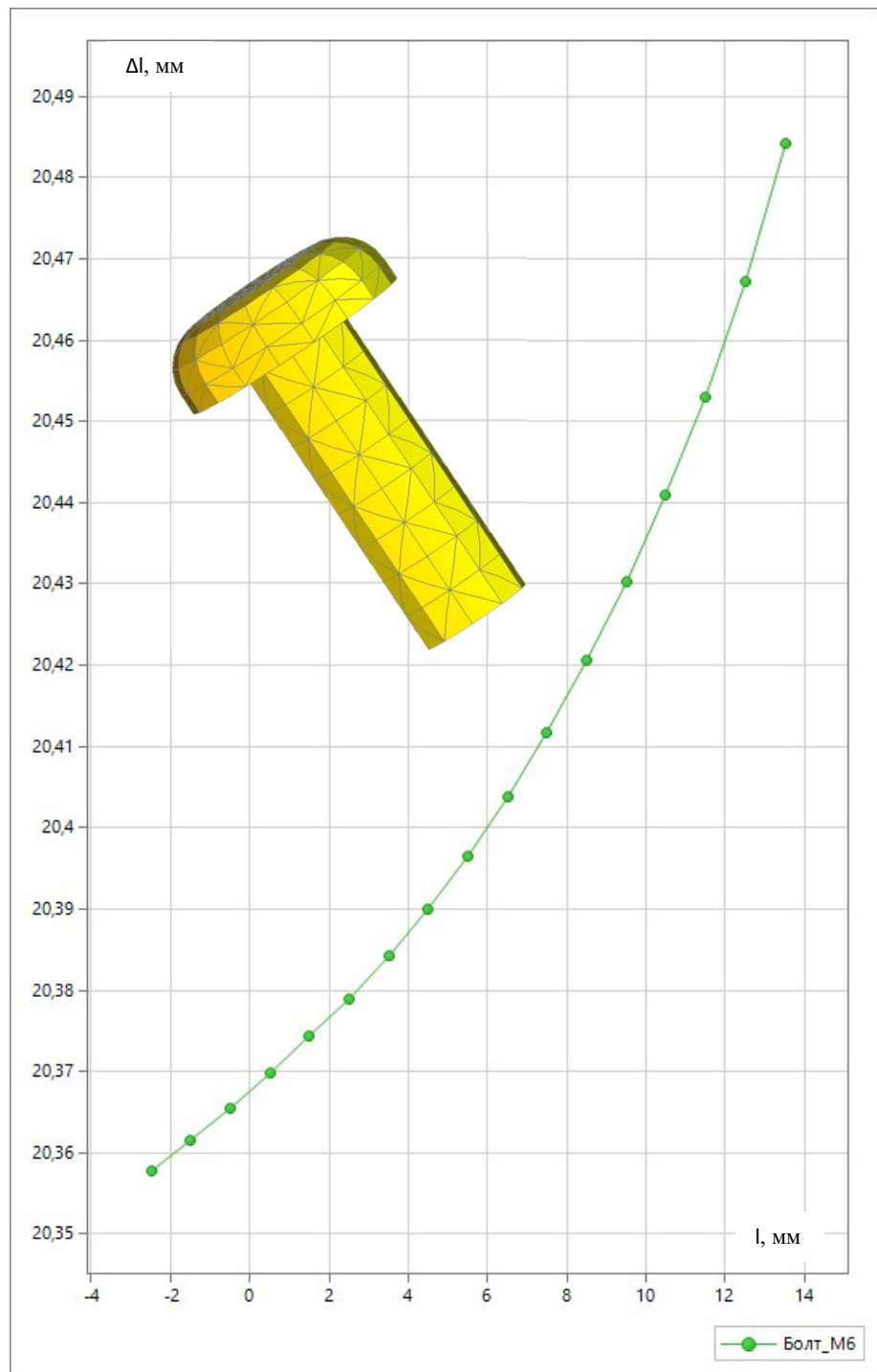


Рис 9.43 Графік переміщень болта та графічне відображення

Відповідно до отриманого графіку (рис 9.42) розподілу напружень видно, що найбільші напруження виникають посередині довжини стержня, а графік має параболічний характер. Переміщення мають також параболічний характер, що видно на графіку (рис 9.43) Для зменшення напружень в подальшому проектуванні ліктьового ортезу оберемо болт більшого діаметру.

Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата

13. Gopura, R.; Bandara, D.; Kiguchi, K.; Mann, G.K. Developments in hardware systems of active upper-limb exoskeleton robots: A review. *Robot. Autom. Syst.* **2016**, *75*, 203–220. [[CrossRef](#)]
14. Bogue, R. Exoskeletons—A review of industrial applications. *Ind. Robot. Int. J.* **2018**. [[CrossRef](#)]
15. Maciejasz, P.; Eschweiler, J.; Gerlach-Hahn, K.; Jansen-Troy, A.; Leonhardt, S. A survey on robotic devices for upper limb rehabilitation. *J. Neuroeng. Rehabil.* **2014**, *11*, 3. [[CrossRef](#)]
16. Stewart, A.M.; Pretty, C.G.; Adams, M.; Chen, X. Review of Upper Limb Hybrid Exoskeletons. *IFAC-PapersOnLine* **2017**, *50*, 15169–15178. [[CrossRef](#)]
17. Bai, S.; Christensen, S.; Islam, M.R.U. An upper-body exoskeleton with a novel shoulder mechanism for assistive applications. In Proceedings of the 2017 IEEE International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM), Munich, Germany, 3–7 July 2017; pp. 1041–1046.
18. Hsieh, H.C.; Chen, D.F.; Chien, L.; Lan, C.C. Design of a Parallel Actuated Exoskeleton for Adaptive and Safe Robotic Shoulder Rehabilitation. *IEEE/ASME Trans. Mechatron.* **2017**, *22*, 2034–2045. [[CrossRef](#)]
19. Lessard, S.; Pansodtee, P.; Robbins, A.; Trombadore, J.M.; Kurniawan, S.; Teodorescu, M. A soft exosuit for flexible upper-extremity rehabilitation. *IEEE Trans. Neural Syst. Rehabil. Eng.* **2018**, *26*, 1604–1617. [[CrossRef](#)] [[PubMed](#)]
20. Vlachos, E.; Jochum, E.; Demers, L.P. HEAT: The harmony exoskeleton self-assessment test. In Proceedings of the 2018 27th IEEE International Symposium on Robot and Human Interactive Communication (RO-MAN), Nanjing, China, 27–31 August 2018; pp. 577–582.
21. Castro, M.N.; Rasmussen, J.; Andersen, M.S.; Bai, S. A compact 3-DOF shoulder mechanism constructed with scissors linkages for exoskeleton applications. *Mech. Mach. Theory* **2019**, *132*, 264–278. [[CrossRef](#)]
22. Crea, S.; Cempini, M.; Moisè, M.; Baldoni, A.; Trigili, E.; Marconi, D.; Cortese, M.; Giovacchini, F.; Posteraro, F.; Vitiello, N. A novel shoulder-elbow exoskeleton with series elastic actuators. In Proceedings of the 2016 6th IEEE International Conference on Biomedical Robotics and Biomechatronics (BioRob), Singapore, 26–29 June 2016; pp. 1248–1253.
23. Ebrahimi, A.; Gröninger, D.; Singer, R.; Schneider, U. Control parameter optimization of the actively powered upper body exoskeleton using subjective feedbacks. In Proceedings of the 3rd International Conference on Control, Automation and Robotics (ICCAR), Nagoya, Japan, 24–26 April 2017; pp. 432–437.
24. Mao, Y.; Agrawal, S.K. Transition from mechanical arm to human arm with CAREX: A cable driven Arm EXoskeleton (CAREX) for neural rehabilitation. In Proceedings of the 2012 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Saint Paul, MN, USA, 14–18 May 2012; pp. 2457–2462.
25. Mao Y, Jin X et al. Human movement training with a cable driven arm exoskeleton

						26
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		Лист

- (CAREX). IEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering. 2015; 23(1): 84. doi:101109/TNSRE.2014.2329018.
26. Shao ZF, Tang X et al. Optimal design of a 3-DOF cable-driven upper arm exoskeleton. *Advances in Mechanical Engineering*.2014; 1. doi: 101155/2014/157096.
 27. Kevin Bancud; Patrik Kutilek; Vaclav Krivanek; Design of Powered Wearable Elbow Brace for Rehabilitation Applications at Clinic and Home. Prague, Czech Republic, Published in: 2019 European Conference on Mobile Robots (ECMR), 4-6 Sept. 2019, DOI: 10.1109/ECMR.2019.8870922.
 28. F. Xiao et al. Design of a wearable cable-driven upper limb exoskeleton based on epicyclic gear trains structure. PMID: 28582886. DOI 10.3233/THC-171300.
 29. Webb J.; Zhen Gang Xiao; Aschenbrenner K.P. et al; Towards a Portable Assistive Arm Exoskeleton for Stroke Patient Rehabilitation Controlled Through a Brain Computer Interface; The 4th IEEE RASS/EMBS International Conference on Biomedical Robotics and Biomechatronics; Roma, Italy; June 24-27,2012.
 30. Soumya K. Manna, Venketesh N. Dubey; A Mechanism for Elbow Exoskeleton for Customised Training; Member, IEEE, 2017.
 31. 1. Myomo. URL: <https://myomo.com/what-is-a-myopro-orthosis/> (дата звернення: 29.04.2022).
 32. 2. Ripel Tomasa, Krejsa Jiri, Jan Hrbacek, Igor Cizmar. Active Elbow Orthosis. *International Journal of Advanced Robotic Systems*. 2014. Vol. 22, No 2. 143; DOI: 10.5772/58874
 33. 3. Anastasiia Kyrylova. Development of a Wearable Mechatronic Elbow Brace for Postoperative Motion Rehabilitation. *Electronic Thesis and Dissertation Repository*. 2015 URL: <https://ir.lib.uwo.ca/etd/3019> (дата звернення: 29.04.2022)
 34. 4. Gustaw Rzyman, Jacek Szkopek, Grzegorz Redlarski, Aleksander Pałkowski. Upper Limb Bionic Orthoses: General Overview and Forecasting Changes. *Applied Science*. 2020 Vol.10, No 15. 5323; DOI:10.3390/app10155323
 35. Павлице В.Т.: Основи конструювання та розрахунків деталей машин: Підруч. – 2-е вид. перероб. – Львів: Афіша, 2003. – 560 с.
 36. Детали машин. Проектирование: Справочное учебно-методическое пособие / Л.В. Курзма, А.Т. Скойбеда. – 2-е изд., испр.: Высш. шк., 2005. – 309 с.: ил.
 37. Проектування привода випробувальної установки: Метод. вказівки до виконання проекту з деталей машин для студ. спец. “Динаміка і міцність машин” / Уклад.: Б. І. Ковальчук, О. П. Заховайко. – К.: ІВЦ “Політехніка”, 2005. - с.
 38. Профілювання циліндричного евольвентного зачеплення з використанням персональної ЕОМ. Методичні вказівки до курсового проекту з дисципліни "Теорія механізмів і машин" для студентів спеціальності "Динаміка і міцність машин" / Укл.: О.П.Заховайко, О.Б.Овсієнко, О.М.Протащук та ін.- К.: НТУУ "КПІ", 2000. – 40 с.

						27
Зм.	Лист	№ документа	Підпис	Дата		Лист

ДОДАТКИ

Форм.	Зона	Поз.	Позначення	Найменування	Кіл.	Примітка
				<u>Документація</u>		
			МП-81.КМ50.00.05.01.	Схема проєктованого виробу		
				<u>Деталі</u>		
		1		Зразок		
		2		Захват нижній		
		3		Гвинт		
		4		Зубчасте колесо		
		5		Черв'ячне колесо		
		6		Стопорна гайка		
		7		Зубчасте колесо		
		8		Зубчасте колесо		
		9		Валик		
		10		Муфта		
		11		Муфта		
		12		Електродвигун		
		13		Конічна передача		
		14		Циліндрична передача		
		15		Циліндричний редуктор		
		16		Барабан		
		17		Лімб		
		18		Ролик		
		19		Стрілка		
		20		Тяга		
		21		Важіль		
			МП-81.КМ50.00.05.00			
Зм	Арх	№ докум	Підп.	Дата		
Розроб.	Лебединський				Літ.	Аркуш
Перев.	Лащенко Я І				у	1
Н.контр.						2
Затв.					НТУУ «КПІ» ННММІ, гр. МП-81	
				Схема проєктованого виробу		

Форм.	Зона	Поз.	Позначення	Найменування	Кіл.	Примітка
				<u>Документація</u>		
			МП-81.КМ-50.00.05.02.	Редуктор конічно-циліндричний	1	
				<u>Складальні одиниці</u>		
		1		Корпус редуктора	1	
		2		Кришка редуктора	1	
		3		Щуп рідня мастила	1	
		4		Кришка оглядових люків	1	
				<u>Деталі</u>		
		5		Вал шестерня вхідний	1	
		6		Вал шестерня проміжний	1	
		7		Вал вихідний	1	
		8		Шестерня конічна	1	
		9		Колесо зубчасте конічне	1	
		10		Колесо зубчасте циліндричне	1	
		11		Стакан	1	
		12		Втулка	3	
		13		Пробка зливних отворів	1	
				<u>Стандартні вироби</u>		
		14		Кришка 2-62×21	1	
				ГОСТ 11641-73		
				МП-81.КМ50.00.00		
Зм	Арк	№ докум	Підп.	Дата		
Розроб.		Лебединський			Літ.	Аркуш
Перед.		Лазаренко Я. І.			У	Арк-б
Н.контр.					1	3
Затв.					НТУУ «КПІ» ННММІ, гр. МП-81	
				Редуктор конічно-циліндричний		

Форм.	Зона	Поз.	Позначення	Найменування	Кіл.	Примітка	
		15		Кришка 11-62	2		
				ГОСТ 18511-73			
		16		Кришка 1-72×36	1		
				ГОСТ 11641-73			
		17		Кришка 21-72	1		
				ГОСТ 18511-73			
		18		Підшипник 1027305А	2		
				ГОСТ 27365-87			
		19		Підшипник 7506А	2		
				ГОСТ 27365-87			
		20		Підшипник 207	2		
				ГОСТ 8338-75			
		21		Кільце 021-027-36-2-6	1		
				ГОСТ 9833-73			
		22		Кільце 035-043-46-2-7	1		
				ГОСТ 9833-73			
				БОЛТИ ГОСТ 15589-70			
		23		M6×22	18		
		24		M8×22	12		
		25		M8×18	2		
		26		Шайба А 8.37	12		
				ГОСТ 10450-78			
		27		Болт M8×1-6d×60	10		
				ГОСТ 7796-70			
		28		Гайка 2M8-6H	12		
				ГОСТ 15522-70			
		29		Прокладка 13×30-ПОН	1		
				ГОСТ 26,260.460-99			
		30		Штифт 6×20 Хім. Окс. Прм.	2		
				ГОСТ 3129-70			
			Лейбличний	МП-81.КМ50.00.00			Арк.
			Лавренко				2
Зм	Арк	№ докум	Підп.	Дата			

