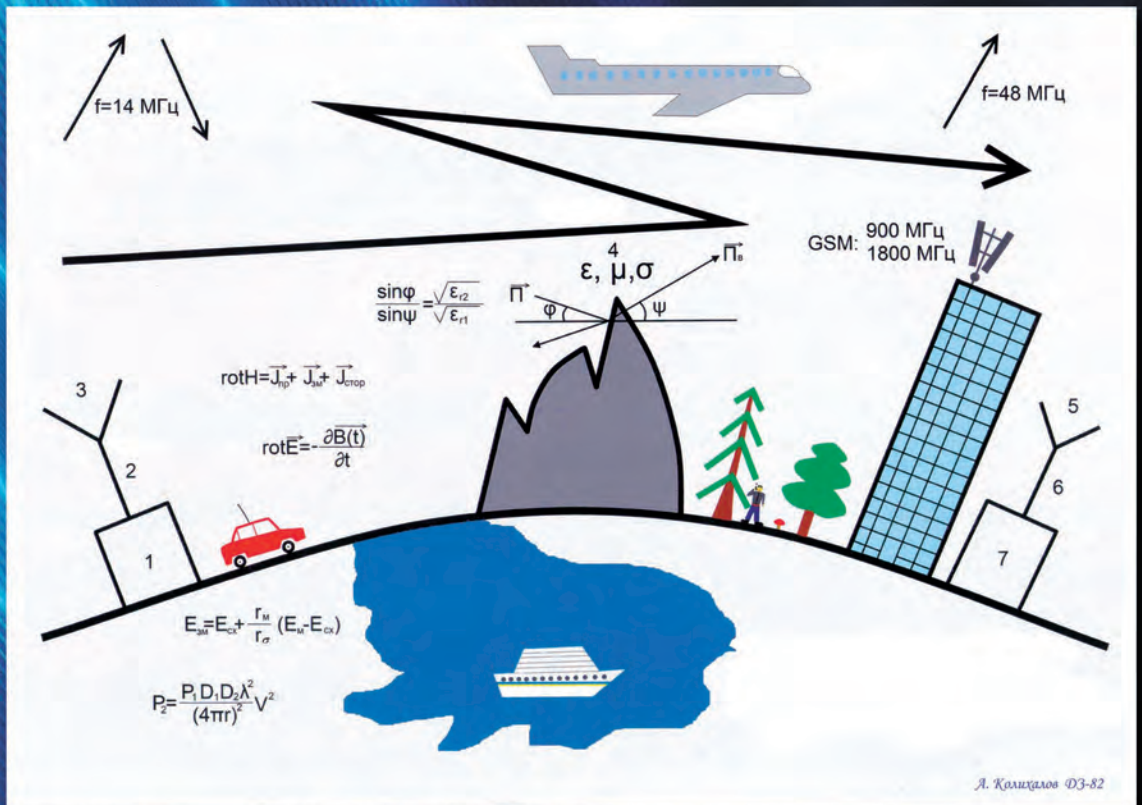


В. В. Пілінський

ТЕХНІЧНА ЕЛЕКТРОДИНАМІКА ТА ПОШИРЕННЯ РАДІОХВИЛЬ





ПІЛІНСЬКИЙ Володимир Володимирович
народився 1941 р.
Закінчив Київський політехнічний інститут.
Кандидат технічних наук, професор,
професор кафедри звукотехніки та
ресстрації інформації Національного
технічного університету України «КПІ».
Автор понад 350 наукових та
навчально-методичних праць.
Фахівець у галузях електроживлення та
електромагнітної сумісності електронних
та телекомунікаційних систем.

ISBN 978-966-2705-90-4

 **КАФЕДРА**
ВИДАВНИЦТВО



9 789662 705904 >

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

В. В. Пілінський

**Технічна електродинаміка
та поширення радіохвиль**

Навчальний посібник для студентів
напряму підготовки 6.050903 «Телекомунікації»

УДК 537.8(075.8)
ББК 32.811.7

П 32

Рекомендовано до друку Методичною Радою НТУУ «КПІ»
(протокол № 10 від 19.06.2014 р.)

Рецензенти:

В. О. Іванов, д. т. н., проф. (Національний авіаційний університет);

В. С. Смирнов, д. т. н., проф. (Державний університет телекомунікацій).

Відповідальний редактор: В. С. Лазебний, к. т. н., доц.,

(Національний технічний університет України «КПІ»)

Пілінський В. В.

П32 Технічна електродинаміка та поширення радіохвиль: навч. посіб. для студентів напряму підготовки 6.050903 «Телекомунікації» / В. В. Пілінський. – К.: Національний технічний університет України «КПІ», 2014. – 336 с.

Навчальний посібник охоплює основні положення електростатики та магнітного поля постійного струму, рівняння Максвелла, хвильові рівняння, граничні умови тощо. У книзі обґрунтовано особливості випромінювання та поширення електромагнітних хвиль різних діапазонів частот, їх застосування. Наведено криві поширення радіохвиль за рекомендаціями Міжнародного союзу електрозв'язку, математичні моделі втрат радіоліній.

Призначено для студентів напряму підготовки 6.050903 «Телекомунікації» за фахом 7(8).05090302 «Телекомунікаційні системи та мережі», спеціалізація «Мультимедійні телекомунікаційні системи та мережі».

Технічний редактор

М. В. Родіонова, к.т.н., доц.

(Національний технічний університет України «КПІ»)

УДК 537.8(075.8)
ББК 32.811.7

ISBN 978-966-2705-86-7

© В. В. Пілінський, 2014
Рисунки та верстка © В. А. Демура, 2014

ЗМІСТ

Стор.

Передмова	9
Частина I. ТЕХНІЧНА ЕЛЕКТРОДИНАМІКА	12
Розділ 1. Електродинаміка – основа професіоналізму спеціаліста електрозв’язку	12
1.1. Предмет та завдання дисципліни.....	13
1.2. Стисла історична довідка	22
1.3. Розподіл радіохвиль за діапазонами.....	25
1.4. Спрощена схема відеозв’язку	29
1.4.1. Структурна схема відеозв’язку.....	30
1.4.2. Структура та смуга частот телевізійного сигналу.....	31
1.5. Висновки	35
1.6. Контрольні питання та завдання.....	36
Розділ 2. Електростатика	37
2.1. Закон взаємодії електричних зарядів	38
2.2. Основні характеристики електричного поля.....	39
2.3. Закон Гауса	43
2.3.1. Закон Гауса в інтегральній формі.....	43
2.3.2. Закон Гауса у диференціальній формі	45
2.3.3. Перетворення (теорема) Гауса – Остроградського.....	48
2.4. Робота сил та потенціал електростатичного поля	49
2.5. Градієнт потенціалу. Еквіпотенціальні поверхні.....	51
2.6. Рівняння Пуассона та Лапласа	53
2.7. Граничні умови електростатики	55
2.7.1. Нормальні складники векторів електричного зміщення та напруженості електричного поля.....	55
2.7.2. Тангенціальні складники векторів напруженості електричного поля та електричного зміщення	57
2.7.3. Граничні умови для потенціалу.....	59
2.7.4. Граничні умови на поверхні ідеального провідника.....	60
2.8. Поняття електричної ємності. Енергія електростатичного поля	61
2.9. Висновки	63
2.10. Контрольні питання та завдання.....	64
Розділ 3. Магнітне поле постійного струму	66
3.1. Основні характеристики магнітного поля постійного струму. Закон Біо – Савара	67
3.2. Закон повного струму	72
3.2.1. Закон повного струму в інтегральній формі	72
3.2.2. Закон повного струму в диференціальній формі.....	74
3.2.3. Перетворення (теорема) Стокса.....	77

3.3. Розв'язування прямої задачі магнітного поля постійного струму у загальній формі.....	78
3.4. Граничні умови магнітного поля постійного струму.....	81
3.4.1. Нормальні складники векторів магнітної індукції та напруженості магнітного поля.....	81
3.4.2. Тангенціальні складники векторів напруженості магнітного поля та магнітної індукції.....	83
3.4.3. Граничні умови на поверхні ідеального провідника.....	84
3.5. Поняття індуктивності. Енергія магнітного поля постійного струму.....	85
3.6. Висновки.....	86
3.7. Контрольні питання та завдання.....	87

Розділ 4. Основні рівняння електродинаміки. Система рівнянь

Максвелла	89
4.1. Закон збереження електричного заряду.....	91
4.2. Перше рівняння (закон повного струму).....	94
4.3. Друге рівняння (закон електромагнітної індукції).....	97
4.4. Система рівнянь Максвелла у диференціальній та інтегральній формах.....	98
4.5. Система рівнянь Максвелла для монохромного (гармонічного) процесу (у комплексній формі).....	100
4.6. Класифікація середовищ за провідністю.....	102
4.7. Принцип переставної двоїстості.....	104
4.8. Явище затримання електродинамічних потенціалів.....	105
4.9. Висновки.....	112
4.10. Контрольні питання та завдання.....	114

Розділ 5. Енергія електромагнітного поля..... 115

5.1. Теорема Пойнтінга для миттєвих значень векторів електромагнітного поля.....	116
5.2. Теорема Пойнтінга для гармонічних процесів (у комплексній формі).....	120
5.3. Уявлення процесу передавання енергії.....	122
5.4. Лема Лоренца.....	122
5.5. Висновки.....	124
5.6. Контрольні питання та завдання.....	125

Розділ 6. Поширення електромагнітних хвиль у різних середовищах..... 126

6.1. Хвильові рівняння.....	127
6.2. Однорідні пласкі електромагнітні хвилі.....	129
6.3. Хвильові рівняння однорідних пласких хвиль.....	131
6.4. Особливості поширення однорідних пласких хвиль у різних середовищах.....	133
6.4.1. Напівпровідне середовище (діелектрик із втратами).....	133
6.4.2. Діелектрики та провідники.....	139
6.5. Поверхневий ефект у провідниках.....	140

6.6. Поляризація однорідних пласких хвиль	142
6.7. Висновки	144
6.8. Контрольні питання та завдання.....	146
Розділ 7. Основи випромінювання електромагнітних хвиль	147
7.1. Елементарний електричний випромінювач (диполь Герца, електричний вібратор)	149
7.1.1. Загальний положення.....	149
7.1.2. Близня зона (зона індукції)	155
7.1.3. Дальня зона (зона випромінювання)	158
7.1.4. Проміжна зона	161
7.1.5. Діаграма спрямованості випромінювача	162
7.1.6. Потужність та опір випромінювання диполя Герца.....	163
7.2. Магнітний елементарний випромінювач	165
7.2.1. Метод визначення характеристик	165
7.2.2. Близня зона	167
7.2.3. Дальня зона	168
7.2.4. Потужність та опір випромінювання елементарного магнітного випромінювача.....	169
7.3. Елементарний щілинний випромінювач.....	169
7.3.1. Метод визначення характеристик	169
7.3.2. Потужність та опір випромінювання елементарного щілинного випромінювача.....	171
7.4. Елемент Гюйгенса.....	171
7.5. Висновки	173
7.6. Контрольні питання та завдання.....	175
Розділ 8. Хвильові явища на межі двох середовищ	177
8.1. Основні поняття та закони	178
8.1.1. Процеси на межі двох середовищ	178
8.1.2. Закони Снеліуса.....	179
8.2. Похиле падіння електромагнітної хвилі на межу двох середовищ.....	182
8.2.1. Вектор напруженості електричного поля зорієнтовано перпендикулярно площині падіння	182
8.2.2. Вектор напруженості електричного поля зорієнтовано паралельно площині падіння.....	184
8.3. Явище повного відбивання електромагнітної хвилі.....	185
8.4. Проходження електромагнітної хвилі без заломлення. Кут Брюстера ..	186
8.5. Утворення середовища без відбивання електромагнітні хвилі.....	188
8.6. Висновки	189
8.7. Контрольні питання та завдання.....	190
Розділ 9. Поширення електромагнітних хвиль над пласкою ідеально-провідною поверхнею	191
9.1. Загальні поняття	192
9.1.1. Типи хвиль	192

9.1.2. Поняття рухомої та нерухомої хвилі.....	193
9.1.3. Фазова та групова швидкості.....	195
9.2. Структура електромагнітного поля над ідеально-провідною поверхнею	197
9.2.1. Вектор напруженості електричного поля зорієнтовано перпендикулярно площині падіння	197
9.2.2. Вектор напруженості електричного поля зорієнтовано паралельно площині падіння.....	202
9.3. Висновки	204
9.4. Контрольні питання та завдання.....	204
Частина II. ПОШИРЕННЯ РАДІОХВИЛЬ	206
Розділ 10. Засади поширення радіохвиль	206
10.1. Поширення радіохвиль у навколишньому просторі Землі	208
10.2. Поширення радіохвиль у вільному просторі. Формула ідеального радіозв'язку	211
10.3. Множник послаблення.....	217
10.4. Частина простору істотна для поширення радіохвиль (зони Френеля).....	218
10.5. Сутність явища дифракції у процесі поширення радіохвиль	222
10.6. Заломлення та відбивання радіохвиль на межі двох середовищ	224
10.7. Криві поширення радіохвиль, рекомендовані Міжнародним союзом електрозв'язку (МСЕ).....	226
10.8. Висновки	228
10.9. Контрольні питання та завдання.....	229
Розділ 11. Поширення поверхневих (наземних) радіохвиль	231
11.1. Фактори та явища, що впливають на поширення наземних радіохвиль	232
11.2. Поширення наземних радіохвиль над пласкою поверхнею Землі	234
11.2.1. Поширення радіохвиль за умов високо піднятих антен (метрові, дециметрові, сантиметрові хвилі)	234
11.2.2. Поширення радіохвиль за умов низького розташування антен (гекто-, кіло-, міріаметрові хвилі)	240
11.2.3. Поширення радіохвиль над неоднорідною поверхнею.....	243
11.3. Поширення радіохвиль із урахуванням сферичності Землі	244
11.3.1. Урахування сферичності Землі у межах прямої видимості.....	244
11.3.2. Поширення радіохвиль над однорідною гладенькою поверхнею Землі з урахуванням дифракції.....	245
11.4. Поширення наземних радіохвиль над нерівною місцевістю.....	247
11.5. Висновки	248
11.6. Контрольні питання та завдання.....	250
Розділ 12. Тропосфера та її вплив на поширення радіохвиль	251
12.1. Властивості тропосфери	252

12.1.1. Склад та основні параметри тропосфери.....	252
12.1.2. Діелектрична проникність та індекс заломлення	254
12.2. Вплив тропосфери на поширення наземних радіохвиль.....	256
12.2.1. Явище тропосферної рефракції	256
12.2.2. Вплив тропосферної рефракції на поширення наземних радіохвиль	258
12.2.3. Види тропосферної рефракції	260
12.2.4. Вплив флуктуаційних процесів у тропосфері на поширення наземних радіохвиль	262
12.3. Поширення тропосферних радіохвиль.....	263
12.3.1. Вплив явища надрефракції на дальнє тропосферне поширення....	263
12.3.2. Ефект розсіювання у тропосфері.....	264
12.3.3. Багатопроменевість та завмирання сигналів.....	267
12.3.4. Поглинання радіохвиль у тропосфері	269
12.4. Спрощений інженерний розрахунок тропосферної радіолінії	270
12.5. Висновки	272
12.6. Контрольні питання та завдання.....	273
Розділ 13. Іоносфера та її вплив на поширення радіохвиль	275
13.1. Структура іоносфери та її властивості.....	276
13.1.1. Склад верхніх прошарків атмосфери. Джерела іонізації.....	277
13.1.2. Структура іоносфери	278
13.1.3. Добові, сезонні, одинадцятирічні змінення стану іоносфери.....	279
13.2. Поширення радіохвиль в однорідному іонізованому газі	281
13.2.1. Сили, що впливають на електрон в іоносфері	281
13.2.2. Діелектрична проникність іонізованого однорідного газу без урахування втрат	283
13.2.3. Діелектрична проникність та провідність іонізованого газу в реальних умовах (з урахуванням втрат).....	283
13.3. Заломлення та відбивання радіохвиль в іоносфері.....	285
13.3.1. Траєкторія променя в іоносфері	285
13.3.2. Максимальна та критична частоти.....	286
13.4. Вплив магнітного поля Землі на поширення радіохвиль.....	287
13.4.1. Гіромагнітний резонанс.....	287
13.4.2. Змінення площини поляризації.....	288
13.4.3. Явище подвійного заломлення променя.....	290
13.5. Висновки	290
13.6. Контрольні питання та завдання.....	291
Розділ 14. Поширення радіохвиль різних діапазонів	293
14.1. Міріаметрові та кілометрові (дуже низькочастотні та низькочастотні) хвилі.....	294
14.1.1. Характеристика поширення. Основи розрахунку.....	294
14.1.2. Властивості та сфери застосування.....	296
14.2. Гектометрові (середньочастотні) хвилі.....	296
14.2.1. Характеристика поширення. Основи розрахунку.....	296

14.2.2. Властивості та сфери застосування.....	298
14.3. Декаметрові (високочастотні) хвилі.....	298
14.3.1. Характеристика поширення. Основи розрахунку.....	298
14.3.2. Властивості та сфери застосування.....	302
14.4. Ультракороткі (дуже-, ультра-, над-, вельми- високочастотні) хвилі.....	303
14.4.1. Характеристика поширення. Основи розрахунку.....	303
14.4.2. Властивості та сфери застосування.....	306
14.5. Дециміліметрові (гіпервисокі, терагерцові) хвилі.....	307
14.5.1. Особливості формування (генерації) та поширення.....	307
14.5.2. Властивості та сфери застосування.....	309
14.6. Математичні моделі поширення радіохвиль.....	310
14.6.1. Мегастільники.....	311
14.6.2. Макростільники.....	314
14.6.3. Мікростільники.....	320
14.6.4. Пікостільники.....	323
14.6.5. Фемтостільники.....	325
14.7. Висновки.....	328
14.8. Контрольні питання та завдання.....	329
Додаток. Довідкова інформація.....	331
Література.....	334

Передмова

«Технічна електродинаміка та поширення радіохвиль (ТЕД та ПРХ)» – базова дисципліна бакалаврів, інженерів, магістрів за напрямом підготовки «Телекомунікації», спеціальність «Телекомунікаційні системи та мережі», спеціалізація «Мультимедійні телекомунікаційні системи та мережі».

Навчальний посібник, з яким ви працюєте, складено за змістом навчальної та робочих програм (відповідно до форм навчання) дисципліни, затверджених деканом факультету електроніки (ФЕЛ) НТУУ «КПІ».

Цей матеріал має на меті сприяти студенту в опануванні базовими знаннями електродинаміки та поширення радіохвиль. Наполеглива робота з ним – запорука надійного фундаменту розв'язку практичних завдань електродинаміки (прямої та зворотної), опанування інших дисциплін за напрямом підготовки «Телекомунікації»: «Телекомунікаційні безпроводові системи», «Телекомунікаційні мережі наступного покоління», «Методи оптимізації в телекомунікаційних системах» тощо.

Дисципліну складено з двох кредитних модулів ТЕД та ПРХ-1, який містить дві частини: *перша – засади електродинаміки, друга – поширення радіохвиль*, і ТЕД та ПРХ-2, в якому надано інформацію *щодо антен, ліній передавання (фідерів) та різних пристроїв надвисоких частот*.

На початку кожного розділу чітко сформульовано положення, які студенти у результаті вивчення матеріалу повинні знати, вміти використовувати і набути досвіду практичного застосування.

Наприкінці кожного розділу сформульовано основні висновки і контрольні питання та завдання, щоб сприйняти кращому опануванню наведеної інформації.

Наведемо склад кредитного модуля ТЕД та ПРХ-1.

Частина перша (1–9 розділи)

У першому розділі наведено: основні поняття електродинаміки; історична довідка накопичення знань з електротехніки та радіотехніки; розподіл радіохвиль за діапазонами частот та довжинами хвиль; визначення смуги частот телевізійного сигналу.

У другому розділі наведено базову інформацію з *електростатики*, основні поняття та положення: вектор напруженості електричного поля, вектор електричного зміщення, потенціал; закон Гауса; граничні умови тощо.

У третьому розділі сформульовано засади утворення *магнітного поля* постійним струмом, наведено основні поняття та положення: вектор напруженості магнітного поля, вектор магнітної індукції (густина магнітного потоку), векторний магнітний потенціал; закон повного струму, граничні умови тощо.

Четвертий розділ є базовим для розуміння подальших положень електродинаміки. У ньому показано формування *системи рівнянь Максвелла*, як узагальнення законів електродинаміки, взаємозв'язок між електричним та магнітним полями, як складниками єдиного електромагнітного поля; обґрунтовано введення

Максвеллом поняття «струм зміщення», показано формування електромагнітних хвиль; з'ясовано поняття «затримання потенціалу» тощо.

У *п'ятому розділі* на основі рівнянь Максвелла виведено *теорему Пойнтінга*; наведено обґрунтування балансу потужностей (та енергії) електромагнітного поля; сформульовано поняття «*вектор Пойнтінга*», за якого визначають потужність електромагнітного поля – носія інформації у навколишньому середовищі.

У *шостому розділі* на основі рівнянь Максвелла отримано *хвильове рівняння*, яке показує композицію характеристик поля у часі, просторі та швидкості поширення; наведено розв'язок хвильового рівняння; показано параметри, які характеризують процес поширення електромагнітних хвиль у різних середовищах: ідеальному діелектричному, діелектричному з втратами (напівпровідному), ідеальному провідному.

У *сьомому розділі* наведено інформацію щодо *формування електромагнітних хвиль* елементарними (базовими) випромінювачами: електричним (диполь Герца), магнітним (рамка зі струмом), елементарним щілинним випромінювачем, елементом Гюйгенса, на основі яких у подальшому сформульовано засади функціонування антен, обґрунтовано поняття зон: ближня (*індукції*), та дальня (*випромінювання*).

У *восьмому розділі* наведено основні поняття та *закони хвильових явищ на межі двох середовищ*, проаналізовано явище повного внутрішнього відбивання та явище повного проходження електромагнітної хвилі, обґрунтовано особливості утворення не відбивального середовища.

У *дев'ятому розділі* проаналізовано особливості *поширення електромагнітних хвиль над пласкою ідеально-провідною поверхнею*. У розділі обґрунтовано сутність рухомої та нерухомої хвиль, фазової та групової швидкостей, наведено структуру електромагнітного поля над ідеально-провідною поверхнею, що створює основу для опанування конструкцій і застосування *хвилеводів* та інших спеціальних пристроїв.

Частина друга (10–14 розділи)

Десятий розділ надає інформацію про *склад атмосфери* та поширення радіохвиль у *вільному просторі*. Показано процедуру виведення формул *ідеального* та *реального* радіозв'язку. Обґрунтовано область істотну для поширення радіохвиль (*зони Френеля*). Наведено інформацію про відбивання та заломлення радіохвиль на межі двох середовищ, обґрунтовано сутність та призначення *кривих поширення радіохвиль Міжнародного союзу електрозв'язку (МСЕ)*.

У *одинадцятomu розділі* наведено інформацію щодо поширення радіохвиль у *наземному просторі*. Обґрунтовано особливості поширення радіохвиль за умови низького та високого розташування антен. З'ясовано принцип формування моделі поширення радіохвиль над нерівною місцевістю із врахуванням *зон Френеля* тощо.

Дванадцятим розділом містить інформацію щодо поширення радіохвиль у *тропосфері*. У розділі наведено властивості тропосфери, сутність явища тропосферної рефракції та поняття радіусу кривизни траєкторії поширення радіохвиль, еквівалентного радіусу Землі тощо.

Тринадцятий розділ надає інформацію щодо поширення радіохвиль в *іоносфері*, наведено особливості іоносфери, як середовища поширення радіохвиль. Дано пояснення сутності іоносферної рефракції, умов повернення радіохвиль на Землю та виходу їх за межі атмосфери, впливу магнітного поля Землі на поширення радіохвиль.

У *чотирнадцятому розділі* обґрунтовано особливості *поширення радіохвиль різних діапазонів* та їх застосування, наведено основні параметри та особливості *математичних моделей*, що характеризують процес поширення радіохвиль, різних діапазонів частот, за умов різного навколишнього середовища тощо.

Наприкінці кожного розділу наведено висновки, контрольні питання та завдання, щоб допомогти студенту краще засвоїти матеріал.

Таким чином, головне завдання спеціаліста з телекомунікацій – створення умов для передавання *інформації*. Для передавання *інформації* необхідна *енергія*. Цю енергію отримаємо на основі *електромагнітного поля*.

Автор щиро вдячний рецензентам: д. т. н., професору Іванову Володимирі Олександровичу і д. т. н., професору Смирнову Володимирі Сергійовичу за зауваження та рекомендації, що сприяли удосконаленню книги.

Велика подяка випускнику електроакустичного факультету КПІ інженеру Демурі Віталію Анатолійовичу за допомогу в оформленні книги.

Глибока вдячність випускникам кафедри звукотехніки та реєстрації інформації НТУУ «КПІ», а саме директору ТОВ «Кіносвіт Юніверсал» Слепаку Сергію Віленовичу та директору ТОВ «Кіносвіт Діджитал» Голубу Сергію Миколайовичу за підтримку під час роботи над книгою.

*«Немає кращого засобу
повідомлення розуму знань,
ніж метод викладання їх
у якомога різноманітніших формах».*

*Джеймс Кларк Максвелл
(1831–1879)*

Частина I. ТЕХНІЧНА ЕЛЕКТРОДИНАМІКА

Розділ 1. ЕЛЕКТРОДИНАМІКА – ОСНОВА ПРОФЕСІОНАЛІЗМУ СПЕЦІАЛІСТА ЕЛЕКТРОЗВ'ЯЗКУ

- 1.1. Предмет та завдання курсу*
- 1.2. Стисла історична довідка*
- 1.3. Розподіл радіохвиль за діапазонами*
- 1.4. Спрощена схема відеозв'язку*
 - 1.4.1. Структурна схема відеозв'язку*
 - 1.4.2. Структура та смуга частот телевізійного сигналу*
- 1.5. Висновки*
- 1.6. Контрольні питання та завдання*

Під час опанування матеріалів цього розділу та після завершення ви маєте

знати:

- мету та завдання кредитного модуля «Технічна електродинаміка та поширення радіохвиль – 1»;*
- сутність понять «електромагнітне поле» та його складників: «електричне поле», «магнітне поле»;*
- сутність понять: «радіоканал», «радіолінія», «радіозв'язок», «радіохвиля», «модуляція» та інших – за Національним стандартом України ДСТУ 3254 «Радіозв'язок. Терміни та визначення»;*
- розподіл фізичних величин на скалярні та векторні;*
- визначення та сутність понять електродинамічних параметрів середовища: діелектрична проникність ϵ , магнітна проникність μ та питомою провідність σ за Національним стандартом України ДСТУ 2-843 «Електро-техніка. Основні поняття, Терміни та визначення»;*
- основні дескриптори електромагнітного поля та їх одиниці вимірювання;*
- значення електродинамічних параметрів для моделі «вільного простору» та питомої провідності міді;*
- сутність сили Лоренца;*
- сутність спрощених моделей взаємозв'язку між величинами, які визначають поле: електричне, магнітне, електромагнітне;*

- основні дати розвитку науки та практичного застосування електромагнетизму;
- розподіл радіохвиль за діапазонами;
- сфери застосування радіохвиль різних діапазонів;
- спрощену схему відеозв'язку;
- принцип формування та визначення смуги частот телевізійного сигналу;

вміти:

- навести та пояснити модель радіоканалу;
- довести, що електрична сила взаємодії двох електронів значно більша гравітаційної;
- визначити масу електромагнітного поля, створюваного джерелом заданої потужності за певний термін;
- визначити швидкість поширення радіохвиль у різних середовищах;
- визначити частоту за довжиною хвилі та навпаки (для різних середовищ);
- пояснити взаємозв'язок електричного та магнітного полів;
- визначити діапазони радіохвиль;
- сформувати спрощену структурну схему відеозв'язку;
- обґрунтувати необхідну смугу частот телевізійного сигналу;
- розрахувати межі частот конкретного телевізійного каналу за заданими різними параметрами: наприклад, за значенням носійної частоти відеосигналу, або – аудіосигналу.

набути досвід:

- застосування Національних стандартів України стосовно електрозв'язку;
- визначення структури Національної таблиці розподілу радіочастот та сфер їх застосування;
- опанування векторних та скалярних величин стосовно характеристик електричного, магнітного та електромагнітного полів;
- визначення структури та смуг частот телевізійних каналів.

1.1. Предмет та завдання дисципліни

Почнемо із запитання – навіщо студентам, які навчаються за напрямом «Телекомунікації», потрібна дисципліна «Технічна електродинаміка та поширення радіохвиль»?

Наведемо типову для телекомунікації ситуацію. Є передавальна A та приймальна B радіостанції (рис. 1.1).



Рисунок 1.1. Спрощена схема організації радіозв'язку (РАДІОКАНАЛ)

Яким чином організовано передавання інформації з пункту *A* до пункту *B*? Після відповідного формування сигналу, його підсилення та перетворення у комплексі пристроїв 1, проходження через фідерний тракт 2 й випромінювання (більш коректно – *емісії* – пояснення щодо цього терміну наведено у розділі 7) антеною 3 електромагнітна енергія поширюється у навколишньому середовищі 4 з параметрами: діелектрична проникність ϵ , магнітна проникність μ , питомою електропровідністю σ ; (зручною моделлю для інженерних розрахунків процесу поширення радіохвиль є, так званий, *вільний простір* з параметрами $\epsilon = \epsilon_0$, $\mu = \mu_0$, $\sigma = 0$, тобто, як у вакуумі), її сприймає антена 5 і через фідерний тракт 6 енергія надходить до приймального пристрою 7, в якому після відповідного перетворення, як *інформація*, – до користувача. Цей процес реалізовано радіоканалом.

За Національним стандартом України ДСТУ 3254 «Радіозв'язок. Терміни та визначення»:

Радіоканал – це сукупність радіотехнічних пристроїв разом з *радіолінією*, що призначено для передавання повідомлень від відправника до одержувача (на рис. 1.1 – це позиції 1...7).

Радіолінія – це сукупність *передавальної, приймальної антен та середовища поширення* радіохвиль (на рис. 1.1 – це позиції 3...5).

Таким чином, процеси *формування, емісії та поширення* у різних *середовищах* електромагнітної енергії із застосуванням електромагнітних хвиль – носіїв *інформації*, є змістом кредитного модуля «Технічна електродинаміка та поширення радіохвиль-1», отже завдання електродинаміки пов'язані з частотами, що застосовує сучасна радіотехніка.

Наука оперує з матеріальними об'єктами. Без поглиблення філософського визначення матерії, можна стверджувати, що матерія – це нескінченна множина всіх існуючих у світі об'єктів та систем не лише, які вже відомі, але й ті, що можуть бути відкриті у майбутньому із застосуванням удосконалених засобів спостереження та експерименту.

Електродинаміка – це розділ фізики, об'єктом дослідження якого є закони руху та взаємодії електричних зарядів, тобто це наука про *електромагнітні поля та електромагнітні хвилі*. Електродинаміка надає інформацію щодо складних процесів у джерелах електромагнітного випромінювання, хвилеводах, об'ємних резонаторах, пристроях надвисокої частоти (НВЧ), антенах тощо. Цей курс містить відповідні розділи фізики та математики й формує базу для вивчення фахових дисциплін.

Відповідно до Національного стандарту України ДСТУ 2843 «Електро-техніка. Основні поняття, терміни та визначення»: *Електромагнітне поле (ЕМП)* – це вид матерії, яку визначають в усіх точках двома векторними величинами, що характеризують складниками, які називають, відповідно, «*електричне поле*» та «*магнітне поле*», чинять силовий вплив на заряджені частинки залежно від їх швидкості та значення заряду.

Тобто можна стверджувати, що *електромагнітне поле* – це *особливий вид матерії*, який має ознаки матерії – *масу, кількість руху, момент кількості руху, енергію* та, що важливо для телекомунікації, *здатність поширювати електромагнітну енергію*.

Складники електромагнітного поля виявлено внаслідок силової взаємодії.

Силова взаємодія між двома електронами, яка має електричну природу, перевищує відповідну силу гравітації у $4,17 \cdot 10^{42}$ раз.

Електромагнітне поле, як це впливає з визначення, має два складники.

Електричне поле – це один з двох складників ЕМП, обумовлений *електричними зарядами та змінним магнітним полем*.

За Національним стандартом України ДСТУ 2843:

електричне поле – це прояв ЕМП, який характеризують впливом на електричну заряджену частинку із силою, що пропорційна заряду частинки і не залежить від її швидкості.

Магнітне поле – це один з двох складників ЕМП, обумовлений рухомими електричними зарядами (*електричним струмом*) та *змінним електричним полем*.

За Національним стандартом України ДСТУ 2843:

магнітне поле – це прояв електромагнітного поля, який характеризують впливом на рухомі заряджені частинки із силою, пропорційною заряду частинки та її швидкості.

В основі електродинаміки є *емпіричні закони* електромагнетизму, узагальнені *Джеймсом Кларком Максвеллом* системою рівнянь та електромагнітна теорія *Хендрика Антона Лоренца*.

Фізичні матеріальні об'єкти можна уявно розділити на два різновиди: *речовину та поле*.

Речовина – це форма матерії, яку складено з частинок, що мають масу (спокою).

Фізичні поля – це форма матерії, яка зумовлена взаємодією частинок речовини та їх зв'язком (частинок) між собою.

Тобто фізичні поля та речовина пов'язані між собою. Відкриття Альбертом Ейнштейном закону, що зв'язує між собою масу та енергію, було сприйнято як криза у фізиці.

«Матерія зникає» – висловлювались деякі філософи. Проте це свідчить про поглиблення знань стосовно матерії. Речовина здатна переходити в іншу, за даної ситуації, *електромагнітну*, форму прояву. Пояснимо це таким чином.

Відомо рівняння Ейнштейна:

$$E = mc^2,$$

де E – енергія поля,
 m – маса,
 c – швидкість поширення електромагнітної енергії у вільному просторі
(швидкість світла, яке має електродинамічну природу).

Звідси

$$m = \frac{E}{c^2},$$

або

$$m = \frac{Pt}{c^2},$$

де P – потужність, t – час.

Тоді, наприклад, енергія, що випромінює джерело потужністю $P=1000$ кВт за добу (86400 с) має масу, яка дорівнює:

$$m = \frac{Pt}{c^2} = \frac{10^6 \cdot 8,64 \cdot 10^4}{(3 \cdot 10^8)^2} = 9,6 \cdot 10^{-7} \text{ кг} \approx 1 \text{ мг}.$$

Це дуже мале значення, але, наприклад, квазар 3C273, який є на відстані 1,5 млрд. світлових років від Землі, випромінює за 1 годину електромагнітне поле масою $m = 8 \cdot 10^{25}$ кг, яка перевищує масу Землі ($6 \cdot 10^{24}$ кг).

Об'єктивно існує єдине електромагнітне поле. Поділ його на електричний та магнітний складники пов'язано з конкретними умовами процесів. Наприклад, нерухомий заряд для земного спостерігача створює *електричне поле*, а для *позаземного* – він є рухомих та створює *магнітне поле*, тощо.

Для опису електромагнітних явищ необхідно застосовувати досить складний математичний апарат на базі відповідних знань.

Нагадаємо, що *фізичні величини* поділяють на: *скалярні* та *векторні* (рис. 1.2).

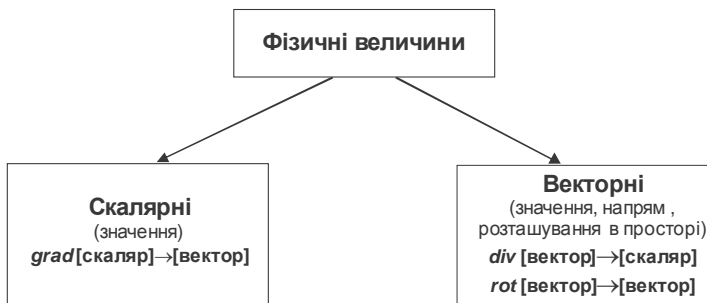


Рисунок 1.2. Умовна класифікація фізичних величин із визначенням їхніх характеристик

Скалярні величини (маса, температура, сила струму, електричний заряд, електрична напруга, енергія, магнітний потік, потужність тощо) характеризують значенням та *градієнтом*, тобто *інтегрально скалярну величину* характеризує значення, а її змінення за відстанню характеризує *диференціальна величина* – *градієнт* (*grad*).

Векторні величини (сила, швидкість, напруженість електричного та магнітного полів, вектор електричного зміщення, густина магнітного потоку, гус-

тина струму, елемент площини \vec{dS} , елемент шляху \vec{dl} , векторний магнітний потенціал \vec{A} тощо) характеризують значенням, напрямом та розташуванням у просторі. Інтегральні характеристики – напрям та значення величин, а диференціальні характеристики описують математичними операціями дивергенція (div) та ротор (rot , або $curl$).

Нижче показано, що поняття дивергенція (div) можна трактувати як диференціальну характеристику потоку (п.п. 2.3.2), ротор (rot) – як диференціальну характеристику циркуляції (п.п. 3.2.2).

Таким чином, скалярні та векторні величини, які пов'язані між собою, описують інтегральними та диференціальними характеристиками. Скалярні – значенням, а векторні – значенням, напрямом і розташуванням у просторі. Допоміжні величини, що характеризують скалярні величини – це градієнт ($grad$), векторні величини – дивергенція (div) та ротор (rot) (рис. 1.2).

Найпростішу модель формування електромагнітного поля у просторі умовно покажемо на прикладі трансформації кола з джерелом змінної напруги та конденсатором C (рис. 1.3а) – у емітувальне коло (рис. 1.3б).

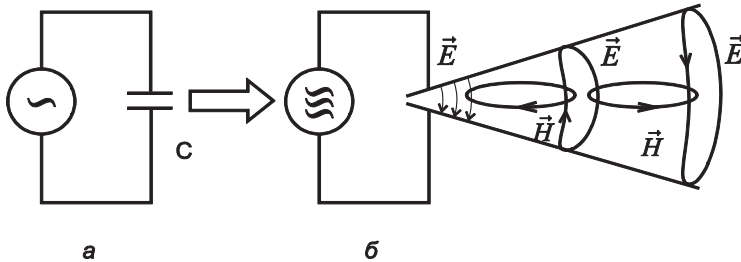


Рисунок 1.3. Умовна трансформація кола: а – електричного в б – електродинамічне

У ситуації, якщо геометричні розміри приладу або системи значно менше довжини хвилі (λ), фазові співвідношення у той самий момент часу практично однакові можна застосовувати апарат теорії електричних кіл.

Із зменшенням λ (зростанням частоти f) фазові співвідношення мають відмінності й апарат теорії електричних кіл незастосовний. Треба використовувати апарат електродинаміки, за якого аргументами процесів є дві величини: час (t) та відстань (r). Між обкладинками конденсатора створено змінне електричне поле, яке, в свою чергу, створює магнітне поле. Якщо обкладинки конденсатора розвести на деякий кут одну від одної, тоді електричне поле «виходить» за межі конденсатора та створює у просторі магнітне поле, яке створює електричне поле, тобто можливо сформувати у дальній зоні (розділ 7) електромагнітну хвилю (рис. 1.3б).

Швидкість поширення фронту електромагнітних хвиль визначають за формулою:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}}, \text{ м/с,}$$

де ϵ , μ – абсолютні діелектрична та магнітна проникність, відповідно.

У вільному просторі (вакуумі) швидкість поширення електромагнітних хвиль:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ м/с},$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \cdot 10^{-9} \text{ Ф/м},$$

$$\mu = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}.$$

Електромагнітні хвилі поширюється у просторі (середовищі), яке характеризують електродинамічними параметрами: *діелектричною проникністю* ε , *магнітною проникністю* μ та *питомою електропровідністю* σ .

Нагадаємо визначення електродинамічних параметрів середовища.

Діелектрична проникність ε характеризує діелектричні властивості середовища; одиниця вимірювання $[\text{Ф/м}] \rightarrow [\text{с/Ом}\cdot\text{м}] \rightarrow [\text{с}\cdot\text{А/м}\cdot\text{В}]$.

Базова діелектрична проникність для вакууму або *вільного простору* – *електрична стала* (ε_0) – це величина, що дорівнює за Міжнародній Системі *SI* (*System International*) величині, зворотній до добутку *магнітної сталі* і квадрату швидкості світла у вакуумі:

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 c^2}; \quad \varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \cdot 10^{-9} \text{ Ф/м}.$$

За Національним стандартом України ДСТУ 2843 – *абсолютна діелектрична проникність* – це величина, що характеризує властивості діелектрика, яка є *скалярною* величиною для *ізотропної* речовини і дорівнює відношенню модуля електричного зміщення до модуля напруженості електричного поля, та *тензорною* для *анізотропної* речовини.

Відносна діелектрична проникність – це відношення абсолютної діелектричної проникності до *електричної сталі*:

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}.$$

Магнітна проникність μ характеризує магнітні властивості середовища; одиниця вимірювання $\left[\frac{\text{Гн}}{\text{м}} \right] \rightarrow \left[\text{с} \cdot \frac{\text{Ом}}{\text{м}} \right] \rightarrow \left[\text{с} \cdot \frac{\text{В}}{\text{А} \cdot \text{м}} \right]$.

Базова магнітна проникність для вакууму або *вільного простору* – *магнітна стала* (μ_0) – це величина, що характеризує середовище і дорівнює за Міжнародною Системою $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$.

За Національним стандартом України ДСТУ 2843 – *абсолютна магнітна проникність* – це величина, яка характеризує магнітні властивості речовини та дорівнює відношенню модуля вектора магнітної індукції до модуля напруженості магнітного поля; вона *скалярна* для *ізотропної* речовини та *тензорна* для *анізотропної*.

Відносна магнітна проникність – це відношення абсолютної магнітної проникності до магнітної сталі:

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}.$$

Питома електропровідність σ характеризує провідні властивості середовища; одиниця вимірювання [См/м] \rightarrow [А/В·м].

За Національним стандартом України ДСТУ 2843 *питома електропровідність* – величина, що характеризує здатність речовини проводити струм, і яку визначають, як відношення модуля густини струму провідності до модуля напруженості електричного поля; вона *скалярна* для *ізотропної* речовини та *тензорна* для *анізотропної*.

Абсолютна питома електропровідність:

$$\sigma = \sigma_{\text{Cu}} \cdot \sigma_r,$$

де σ_r – відносна провідність; $\sigma_{\text{Cu}} = 5,7 \cdot 10^7$ См/м – питома провідність *міди*, яка прийнята за *базову величину*.

Знання законів електродинаміки надає можливість визначити електромагнітну енергію, яка поширюється в просторі, у будь-якій конкретній точці, якщо відомі потужність передавача, параметри середовища та тип антен.

Закони електродинаміки надають можливість з'ясувати складні процеси, які є у хвилеводах, об'ємних резонаторах (замкнені металеві об'єми, в яких можливе збудження коливань електромагнітної енергії) та в інших системах формування та поширення електромагнітної енергії.

У електродинаміці застосовують макроскопічну теорію електромагнітних полів на відстанях, значно більших за розміри атомів. Такий підхід є коректним для більшості завдань електров'язку.

Електромагнітні поля описують основними величинами (дескрипторами), наведеними у таблиці 1.1.

Таблиця 1.1. Основні дескриптори електромагнітного поля

– вектор напруженості електричного поля	$\vec{E}, \left[\frac{\text{В}}{\text{м}} \right];$
– вектор напруженості магнітного поля	$\vec{H}, \left[\frac{\text{А}}{\text{м}} \right];$
– вектор електричного зміщення (густина електричного заряду)	$\vec{D}, [\varepsilon \varepsilon_0 E], \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2};$
– вектор магнітної індукції (густина магнітного потоку)	$\vec{B}, \left[\frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{м}^2} \right] \rightarrow \left[\frac{\text{Вб}}{\text{м}^2} \right] \rightarrow [\text{Тл}];$
– густина струму	$\vec{J}, \left[\frac{\text{А}}{\text{м}^2} \right];$
– заряд електричний	$q, [\text{А} \cdot \text{с}] \rightarrow [\text{Кл}];$
– потенціал електричний	$\varphi, [\text{В}];$
– векторний магнітний потенціал	$\vec{A}, \left[\frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{м}} \right].$

Структура кредитного модуля «Технічна електродинаміка та поширення радіохвиль – 1» така:

- *електростатика та магнітне поле постійного струму* (це потрібно для визначення основних характеристик поля і закономірностей, які є базовими для статичних режимів, та як основа обґрунтування системи рівнянь електродинаміки, відому як *система рівнянь Максвелла*);

- *електромагнітне поле*, тобто – електродинаміка;

- *формування та поширення електромагнітних хвиль*.

Перші два складники – це перша частина кредитного модуля «ТЕД та ПРХ-1», третій – друга частина.

Нижче наведено спрощену умовну модель взаємозв'язку величин, які характеризують електростатичне поле та магнітне поле постійного струму (рис. 1.4).

Нерухома незмінна у часі *система зарядів q* створює *електричне поле*, яке визначають вектором *напруженості електричного поля \vec{E}* та вектором *електричного зміщення* (у деяких попередніх виданнях його називали – вектор електричної індукції) \vec{D} . Для розв'язку прямої та зворотної задач електростатики (*пряма задача*: за характеристиками джерела поля – визначити характеристики поля у точці спостереження; *зворотна задача*: за характеристиками поля – визначити просторовий розподіл джерел) застосовують також допоміжну величину – *електричний потенціал ϕ* (рис. 1.4а).

Незмінний у часі *постійний струм I* створює *магнітне поле*, яке визначають *напруженістю магнітного поля \vec{H}* та вектором *густини магнітного потоку* (вектором *магнітної індукції*) \vec{B} . Для полегшення розв'язку прямої та зворотної задач магнітного поля постійного струму використовують допоміжну величину – *векторний магнітний потенціал \vec{A}* (рис. 1.4б).

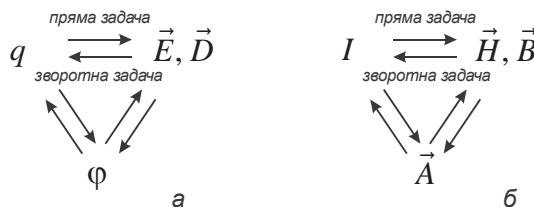


Рисунок 1.4. Спрощена модель взаємозв'язку між величинами, що визначають поле:
а – електричне, б – магнітне

Проявом електричного і магнітного полів є *сила Лоренца* – діє на точковий заряд:

$$\vec{F} = q(\vec{E} + [\vec{v} \times \vec{B}]),$$

де \vec{v} – вектор швидкості руху заряду в магнітному полі.

Поля є статичними, доки параметри їх джерел не залежать від часу. Якщо значення, наприклад, заряду й відповідно *електричного поля* є *змінними* у часі, створюється *змінне магнітне поле*, яке створює *змінне електричне поле*.

Цей процес описують рівняння, які узагальнив Максвелл та *обґрунтував* існування *струму в діелектричному середовищі – струму зміщення* (розділ 4). Сукупність цих полів, що існують одночасно, тобто нерозривно за умов їх змінення у часі, є *електромагнітне поле*, тобто спричинено *змінними зарядами та змінним електричним струмом*. Статичні поля можна трактувати як окремі прояви електромагнітного поля.

Спрощену модель взаємозв'язку характеристик електромагнітного поля за змінних значень $q(t)$, $i(t)$ наведено на рис. 1.5. На відміну від статичних режимів (рис. 1.4), за яких електричне й магнітне поля існують *окремо* одне від іншого, за динамічних умов (тобто змінних у часі параметрів поля) вони існують *спільно* та створюють одне одного (рис. 1.5).

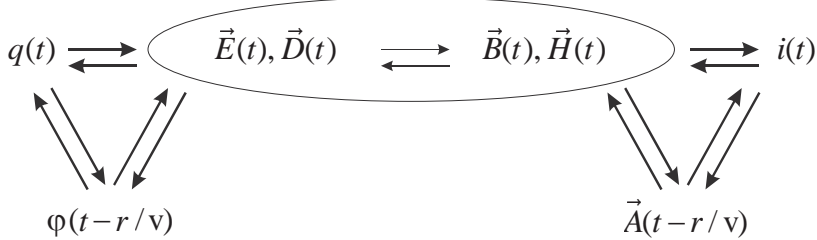


Рисунок 1.5. Спрощена модель взаємозв'язку величин, які визначають електромагнітне поле

Комплекс рівнянь, які описують електродинамічні явища, характеризує узагальнену систему законів електротехніки, складену з 6 рівнянь (4+2): чотири основних та два матеріальні. У трактаті Максвелла їх було 12. Сучасну форму рівнянням надали Генріх Герц та Олівер Хевісайд і їх тепер називають «*Система рівнянь Максвелла*», які узагальнюють експериментальні явища, встановлені законами Ампера, Гауса, Фарадея.

Різновиди електромагнітного поля за математичним описом наведено на рис 1.6.



Рисунок 1.6. Різновиди електромагнітного поля

З рисунка 1.6 випливає – щоб створити фундамент знань у галузі телекомунікації, необхідно добре опанувати фізику та математику, особливо напрямки, які пов'язані зі *стохастичними (випадковими)* явищами та процесами.

Отже.

Мета дисципліни – сформувати основи принципів функціонування засобів радіозв'язку та практичної реалізації радіолінії.

Завдання студентам:

– з'ясувати фізичні основи та опанувати математичний апарат для опису електричних, магнітних і електромагнітних полів та явищ;

– опанувати методи розв'язання прямої та зворотної задач електродинаміки (*пряма задача:* за характеристиками джерела поля – визначити характеристики поля; *зворотна задача:* за характеристиками поля – визначити характеристики джерела);

– опанувати математичний апарат *системи рівнянь Максвелла в інтегральній, диференціальній, алгебраїчній* [з оператором Гамільтона (оператор «набла») – ∇] та *комплексній* [для гармонічних (монохроматичних) процесів] формах, засвоїти їх фізичний зміст;

– опанувати *енергетичні характеристики* електромагнітних полів;

– засвоїти природу формування *хвильових процесів* у різних провідних, діелектричних та напівпровідних (діелектричних із втратами) середовищах;

– зрозуміти та опанувати принципи роботи *випромінювачів (емітерів)* та *рецепторів* електромагнітних полів;

– вивчити особливості хвильових процесів на *межі двох середовищ*;

– вивчити особливості поширення електромагнітних хвиль над *ідеально-провідною поверхнею*;

– вміти вивести формули *ідеального та реального радіозв'язку*;

– опанувати засади поширення наземних, тропосферних та іоносферних радіохвиль;

– знати засади застосування та властивості радіохвиль різних діапазонів частот;

– знати та вміти користуватись *кривими поширення Міжнародного союзу електрозв'язку (МСЕ) та математичними моделями поширення радіохвиль*;

– вміти орієнтовно розрахувати радіолінію.

1.2. Стисла історична довідка

Можливість використання електромагнітної енергії для перетворення та передавання інформації відкрита понад 200 років тому, та як сучасна основа радіозв'язку – понад 110 років тому. Нижче наведено хронологію відкриття й дослідження явищ стосовно електромагнетизму та їх практичного застосування.

1600 – Вільям Гільберт застосував поняття *«електрон»* (грецькою мовою *ἤλεκτρον – бурштин*) у книзі «Про магнітні тіла та великий магніт Землю».

1729 – Відкрито явище електропровідності (Англія).

- 1773 – Генріх Кавендіш відкрив явище силової взаємодії зарядів.
- 1785 – Шарль Кулон описав явище силової взаємодії зарядів та сформулював закон, який отримав назву за його ім'ям.
- 1791 – Луїджі Гальвані винайшов джерело струму, яке отримало назву «гальванічний елемент».
- 1794 – Алессандро Вольтя вдосконалив та описав джерело постійного струму («вольтів стовп»).
- 1820 – Ганс Христіан Ерстед відкрив явище відхилення магнітної стрілки біля провідника з електричним струмом.
- 1820 – Жан-Батист Біо та Фелікс Савар виміряли значення магнітного поля, створеного провідником зі струмом.
- 1820 – Андре-Марі Ампер сформулював закон, що визначає взаємозв'язок сили струму з напруженістю магнітного поля (закон повного струму).
- 1826 – Георг Сімон Ом сформулював експериментальний закон електричного кола (закон Ома).
- 1831 – Майкл Фарадей сформулював закон електромагнітної індукції (закон Фарадея).
- 1832 – Павло Шилінг здійснив телеграфний зв'язок у Санкт-Петербурзі: між Зимовим Палацом та Міністерством шляхів Росії.
- 1837 – Семюель Морзе запропонував телеграфний апарат та розробив абетку для передавання телеграфних сигналів.
- 1842 – Джозеф Генрі повідомив про приймання на відстані майже 10 м сигналів від іскрового передавача.
- 1845 – Густав Роберт Кірхгоф відкрив закономірності розподілення електричного струму в розгалуженому колі та сформулював відповідні закони.
- 1861 – Філіп Райс вперше сформулював ідею телефону.
- 1870 – Побудовано трансконтинентальну телеграфну лінію «Лондон – Варшава – Житомир – Одеса – Тегеран – Бомбей».
- 1873 – Джеймс Кларк Максвелл опублікував трактати із узагальненням законів електромагнетизму.
- 1876 – Олександр Белл запатентував електромагнітний телефон (США).
- 1877, 1885 – Томас Алва Едісон винайшов фонограф – пристрій для механічного запису та відтворення звуку та отримав патент США на безпроводовий телеграф для зв'язку з кораблями, відповідно.
- 1881 – Почав діяти перший міський Київський телеграф.
- 1882 – Надруковано наукову статтю Уільяма Крука із викладанням принципів радіозв'язку, які реалізовано у перші два десятиріччя XX століття.
- 1886 – Відкрито першу телефонну станцію у Києві.
- 1888 – Генріх Герц експериментально довів існування електромагнітних хвиль (хвилі Герца).
- 1890 – Едуард Бранлі запропонував детектор із назвою радіоконтур (у подальшому його називають «когерер»), що започаткувало використання терміну «радіо».
- 1895 – Олександр Попов вперше продемонстрував сеанс радіозв'язку (Росія).

- 1897 – Джон Томсон описав параметри електрона: *заряд електрона: $e = -1,6021892 \cdot 10^{-19}$ Кл, маса електрона: $m_e = 9,109534 \cdot 10^{-31}$ кг.*
- 1897 – Карл Фердинанд Браун запропонував кінескоп – «трубка Брауна» (*Лауреат Нобелівської премії 1909 р* – разом з Гульєльмо Марконі).
- 1897 – Гульєльмо Марконі отримав патент на застосування електромагнітних хвиль для безпроводового зв'язку (*Лауреат Нобелівської премії 1909 р.* разом з Карлом Фердинандом Брауном).
- 1901 – Гульєльмо Марконі здійснив електричний зв'язок через Атлантичний океан.
- 1902 – Здійснено перші в Україні радіопередачі між Херсоном та Голою пристанню.
- 1906 – Організовано *першу конференцію* з питань радіо (Берлін).
- 1907 – Борис Розінг запатентував «Спосіб електричного передавання зображень на відстань» із застосуванням трубки Брауна (Росія).
- 1923 – Володимир Зворикін винайшов іконоскоп, що сприяло розвитку електронного телебачення.
- 1924 – *16 листопада* – Започатковане регулярне радіомовлення в Україні. (*День працівників радіо, телебачення та зв'язку України*).
- 1928 – Борис Грабовський здійснив пересилання на деяку відстань сигналу рухомого зображення електронною системою телебачення. Свій винахід він назвав «Телефот» (СРСР).
- 1936 – Впроваджено телевізійне мовлення за системою електронної розгортки (США, Англія, Франція).
- 1938 – Впроваджено телевізійне мовлення в СРСР.
- 1947 – Винайдено транзистор (США).
- 1957 – Виведено на навколосемну орбіту перший штучний супутник Землі з радіопередавачем (СРСР).
- 1959 – Створено інтегральну мікросхему (США).
- 1965 – Створено першу систему міжнародного супутникового зв'язку «*Intelsat*».
- 1967 – У Києві впроваджено радіотелефонний зв'язок системи «Алтай».
- 1969 – 29 жовтня – День народження web-павутини.
- 1969 – Створено мікропроцесор (США).
- 1970 – Міжнародна організація із стандартизації (*ISO*) запропонувала стандарт, який охоплює всі аспекти мережевого зв'язку, – це модель взаємодії відкритих систем.
- 1979 – Впроваджено першу мережу стільникового радіозв'язку (Японія).
- 1981 – Впроваджено мережу стільникового мобільного зв'язку (МСМЗ) аналогового стандарту *NMT 450* (Швеція) – *1G*.
- 1991 – Впроваджено МСМЗ цифрового стандарту *GSM – 2G*.
- 1992 – Проведено перший міжнародний форум інформатизації МФІ–92.
- 1993 – У Києві почала діяти перша в Україні мережа стільникового радіозв'язку.
- 1994 – День 26 листопада зареєстровано ЮНЕСКО як Всесвітній день інформатизації.
- 1995 – Впроваджено систему *IS95 CDMA* (США).

- 1998 – Впроваджено глобальну супутникову систему *Iridium*.
- 2000 – Розпочато тестування та розгортання MCM3 *GPRS* – 2,5G.
- 2002 – Розпочато розгортання MCM3 *IMT-2000* – 3G.
- 2005 – Оператор *Partner Communications* почав розгортання MCM3 – 3,5G.
- 2006 – Розпочато впровадження швидкісної системи передавання даних *HSDPA* – 3,5G.
- 2006 – Корейська компанія *Samsung Electronics* провела демонстрацію технології мереж четвертого покоління (4G).
- 2009 – Компанія *Telia Sonera* впровадила мережі за стандартом *LTE* – (4G) (Швеція).
- 2010 – Internet вийшов у космос – на Міжнародній космічній станції.
- 2012 – У Великому андронному колайдері (Швейцарія) вченими вперше зафіксовано бозон Гігса, який характеризує масу елементарних частинок.
- 2013 – Урядовцями Євросоюзу ухвалено рішення щодо розроблення MCM3 наступного покоління – 5G.

1.3. Розподіл радіохвиль за діапазонами

Як наведено вище, у курсі «Технічна електродинаміка та поширення радіохвиль» оперують електромагнітними хвилями.

За Національним стандартом України ДСТУ 3254-95 «Радіозв'язок.

Терміни та визначення» наведемо деякі визначення.

Радіозв'язок – електровз'язок, що здійснюють із застосуванням радіохвиль.

Радіохвиля – електромагнітна хвиля з частотою до 3ТГц, що поширюється у просторі без штучних напрямних ліній.

Діапазон радіохвиль – визначена безперервна ділянка довжин радіохвиль, котрій присвоєна умовна назва.

Радіочастота – частота радіохвилі.

Частота носія – частота носійного коливання.

Носійне коливання [радіохвиля] – електромагнітне коливання, призначене для створення радіочастотного сигналу зміною одного чи декількох параметрів цього коливання.

Модуляція – процес змінення інформаційного параметра (параметрів) носійної радіохвилі, згідно з інформацією, яку передають.

Розподіл та застосування за різним призначенням радіохвиль є компетенцією відповідних національних та міжнародних установ. Однією з головних є Міжнародний союз електровз'язку (МСЕ) – *International Telecommunication Union* – (ITU).

У табл. 1.2 наведено діапазони радіохвиль за міжнародним документом – Регламентом радіозв'язку та, відповідно, за Національним стандартом України ДСТУ 3254.

Частотні межі діапазонів визначає формула:

$$(0.3...3) \cdot 10^n, \text{ Гц},$$

де n – номер діапазону.

Всього діапазонів – 12, проте для радіозв'язку в Національній таблиці України розподілу радіочастот зазначено нижчі частоти 9 кГц...14 кГц – для радіонавігаційних служб, тобто у *четвертому* діапазоні.

Зауважимо, що за однаковими числами діапазони містять *верхні* значення меж.

Таблиця 1.2. Розподіл радіохвиль за діапазонами

№№ діапазонів п	За частотою			За довжиною хвилі			Орієнтовні галузі застосування
	назва	скорочення (рос.) [англ.]	частоти	назва	скорочення*	довжина	
1	вельми низькі частоти	ВНЧ (КНЧ) [ELF]	(3...30) Гц	декаметрові	–	(10...100) Мм	спеціальна
2	наднизькі частоти	ННЧ (СНЧ) [SLF]	(30...300) Гц	мегаметрові хвилі	–	(1...10) Мм	спеціальна, ЗПЧ, ЛЕП
3	інфранизькі частоти	ІНЧ (ІНЧ) [ULF]	(0,3...3) кГц	гектокілометрові хвилі	–	(100...1000) км	ЗПЧ, ЗШ, телефонний зв'язок
4	дуже низькі частоти	ДНЧ (ОНЧ) [VLF]	(3...30) кГц	міріаметрові хвилі	–	(10...100) км	РН, МС, РТГЗ, СЧ
5	низькі частоти	НЧ (НЧ) [LF]	(30...300) кГц	кілометрові хвилі (довгі хвилі)	ДХ	(1...10) км	РАЗ, РН, РТЗ, РТГЗ, РМ, СЧ
6	середні частоти	СЧ (СЧ) [MF]	(0,3...3) МГц	гектометрові хвилі (середні хвилі)	СХ	(0,1...1) км	РАЗ, РТГЗ, РМ
7	високі частоти	ВЧ (ВЧ) [HF]	(3...30) МГц	декаметрові хвилі (короткі хвилі)	КХ	(10...100) м	ВЗ, РАЗ, РМ, РЧ (RFID), РТГЗ
8	дуже високі частоти	ДВЧ (ОВЧ) [VHF]	(30...300) МГц	метрові хвилі (ультракороткі хвилі – м)	УКХ – м	(1...10) м	РМЧМ(FM), ТБ, РЛ, КЗ, РАЗ, РРЗ
9	ультрависокі частоти	УВЧ (УВЧ) [UHF]	(0,3...3) ГГц	дециметрові хвилі (ультракороткі хвилі – дм)	УКХ – дм	(0,1...1) м	БПЗ (LAN, Bluetooth, GPS) КЗ, ТБ, РРЗ, МЗ
10	надвисокі частоти	НВЧ (СВЧ) [SHF]	(3...30) ГГц	сантиметрові хвилі (ультракороткі хвилі – см)	УКХ – см	(1...10) см	БПЗ (LAN, Bluetooth, GPS) РА, РЛ, КЗ, АН
11	вельмивисокі частоти	ВВЧ (КВЧ) [EHF]	(30...300) ГГц	міліметрові хвилі (ультракороткі хвилі – мм)	УКХ – мм	(1...10) мм	РА, РЛ, КЗ
12	гіпервисокі частоти	ГВЧ (ГВЧ) [THF]	(0,3...3) ТГц	дециміліметрові хвилі	–	(0,1...1) мм	КРЕ, МП, ТГЗ

Примітка: * Національним стандартом України ДСТУ 3254-95 скорочення не встановлено.

Список скорочень деяких сфер застосування радіохвиль за табл. 1.2 наведено в табл. 1.3:

Таблиця 1.3. Скорочення деяких сфер застосування радіохвиль

ЗПЧ	зв'язок з підводними човнами
ЛЕП	лінії електропередавання
ЗШ	зв'язок з шахтами
РН	радіонавігація
МС	метеослужба
РТГЗ	радіотелеграфний зв'язок
СЧ	сигнали часу
РАЗ	радіоаматорський зв'язок
РТЗ	радіотелефонний зв'язок
РМ	радіомовлення
ВЗ	військовий зв'язок
РЧІ (RFID)	радіочастотна ідентифікація
РМЧМ (FM)	радіомовлення з частотною модуляцією
ТБ	телебачення
РЛ	радіолокація
КЗ	космічний зв'язок
РРЗ	радіорелейний зв'язок
БПЗ (LAN, Bluetooth, GPS)	безпроводовий зв'язок
МЗ	мобільний зв'язок
РА	радіоастрономія
АН	астронавігація
КРЕ	квантова радіоелектроніка
МП	мікрохвильова піч
ТГЗ	терагерцові засоби

Є також смуги частот обмеженого конкретного застосування.

У таблиці 1.4 наведено смуги частот за стандартом Інституту інженерів з електроніки та електротехніки (IEEE).

Таблиця 1.4. Смуги частот за стандартом Per IEEE Std 521-2002**

Назва смуги	Значення частот	Пояснення до назви смуги частот]
HF	(3 ... 30) МГц	High Frequency – високі частоти
VHF	(30 ... 300) МГц	Very High Frequency – дуже високі частоти
L	(1 ... 2) ГГц	Long wave – довгі хвилі
S	(2 ... 4) ГГц	Short wave – короткі хвилі
C	(4 ... 8) ГГц	Compromise between S and X – проміжок між S та X
X	(8 ... 12) ГГц	Used in WW II for fire control, X for cross (as in crosshair). Застосовне під час Другої Світової війни у протипожежних засобах та приладах прицілювання
Ku	(12 ... 18) ГГц	Kurz-under – німецькою мовою – короткі нижні
K	(18 ... 27) ГГц	German Kurz (short) – німецькою мовою – короткі
Ka	(27 ... 40) ГГц	Kurz-above – німецькою мовою – короткі верхні
V	(40 ... 75) ГГц	Без пояснень
W	(75 ... 110) ГГц	W follows V in the alphabet – за абеткою: W після V
G	(110 ... 300) ГГц	Без пояснень
H	(220 ... 325) ГГц	Без пояснень

У таблиці 1.5 наведено смуги частот, застосовні у структурах EU, NATO..., US ECM frequency designations

Таблиця 1.5. Смуги частот, застосовні у структурах EU, NATO, US ECM**

Назва смуги	Частоти, ГГц
A	0 ... 0,25
B	0,25 ... 0,5
C	0,5 ... 1,0
D	1 ... 2
E	2 ... 3
F	3 ... 4
G	4 ... 6
H	6 ... 8
I	8 ... 10
J	10 ... 20
K	20 ... 40
L	40 ... 60
M	60 ... 100

У таблиці 1.6 наведено смуги частот, застосовні у хвильоводах (Waveguide frequency)

Таблиця 1.6 Смуги частот, застосовні у хвильоводах**

Назва смуги	Частоти, ГГц
R	1,70 ... 2,60
D	2,20 ... 3,30
S	2,60 ... 3,95
E	3,30 ... 4,90
G	3,95 ... 5,85
F	4,90 ... 7,05
C	5,85 ... 8,20
H	7,05 ... 10,10
X	8,2 ... 12,4
Ku	12,4 ... 18,0
K	15,0 ... 26,5
Ka	26,5 ... 40,0
Q	33 ... 50
U	40 ... 60
V	50 ... 75
W	75 ... 110
Y	325 ... 500

Примітка: ** – http://en.wikipedia.org/wiki/Radio_spectrum

Дали визначимо конкретні смуги частот на прикладі телевізійного каналу (відеозв'язку).

1.4. Спрощена схема відеозв'язку

З'ясуємо, які частоти застосовують у телебаченні – одній із галузей майбутнього місця праці фахівців із телекомунікацій, за спрощеної схеми відеозв'язку, а також ще раз переконаємось у необхідності опанування *засад електродинаміки*.

Одним із широко поширених джерел отримання інформації є телебачення. Відомо, що 80% *інформації людина отримує через органи зору*. Телебачення дає можливість побачити Еверест або Ніагарський водоспад, відвідати інші куточки нашої планети, спостерігати за спортивними змаганнями або отримати останні політичні та економічні новини без виходу з домівки тощо. Це можливо завдяки роботі багатьох людей та функціонуванню комплексу технічних засобів, що забезпечують передавання зображення та звуку від джерела сигналу до користувача. Цей комплекс має назву *телевізійний тракт*.

1.4.1. Структурна схема відеозв'язку

У системах відеозв'язку зображення передають паралельно до звукового супроводу.

Спрощену структурну схему такої системи наведено на рис.1.7.

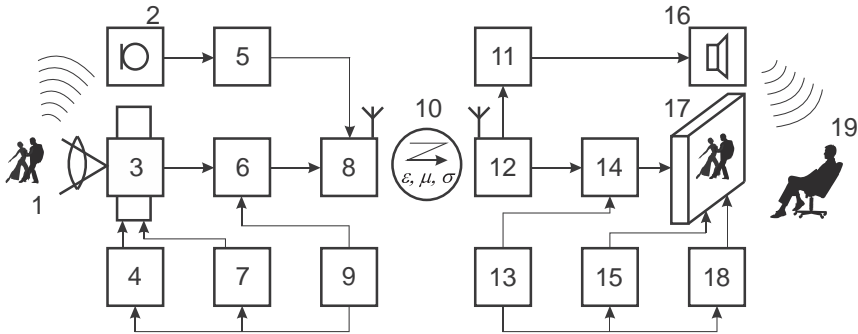


Рисунок 1.7. Спрощена структурна схема відеозв'язку

Позначення на рис. 1.7:

- 1 – інформаційний об'єкт;
- 2 – мікрофон;
- 3 – формувач сигналу зображення;
- 4, 18 – генератор горизонтальної розгортки;
- 5 – підсилювач звуку;
- 6 – відеопідсилювач;
- 7, 15 – генератор вертикальної розгортки;
- 8 – перетворювач сигналів (передавач);
- 9 – генератор синхроімпульсів;
- 10 – середовище поширення електромагнітних хвиль;
- 11 – підсилювач звукового сигналу;
- 12 – перетворювач прийнятого сигналу (приймач);
- 13 – селектор синхроімпульсів;
- 14 – підсилювач відеосигналу;
- 16 – звуковідтворювальна система;
- 17 – телевізійна трубка;
- 19 – одержувач інформації.

Об'єкт (1), інформацію щодо якого треба передати одержувачу (19). Звуковий сигнал з мікрофона (2) через підсилювач звуку (5) надходить до перетворювача сигналів (передавача) (8). Відеосигнал, сформований приймальною трубкою (3), через відеопідсилювач (6) також надходить до перетворювача сигналів (передавача) (8). Відеосигнал створено інформаційним сигналом і генератором горизонтальної (рядкової) (4) та вертикальної (кадрової) (7) розгортки, робота яких узгоджена генератором синхроімпульсів (9). Після перетворення звуковий та відеосигнали від передавача (8) через антенно-фідерний тракт випромінюють у навколишній простір (10) з параметрами ϵ , μ , σ . Прийнятий сигнал через антенно-фідерний тракт надходить до перетворювача (приймача) (12), де його розділено на звуковий та відео сигнали. Звуковий сигнал через підси-

лювач (11) активує гучномовець (16). Сигнал зображення через підсилювач відеосигналу (14) надходить на телевізійну трубку (17). Зображення формують генератори рядкової (18) та кадрової (15) розгортки синхронізовані імпульсами, які надходять з селектора синхроімпульсів (13). Таким чином інформацію від об'єкту (1) перетворено та надано одержувачу (19).

1.4.2. Структура та смуга частот телевізійного сигналу

Інформацію про кожний елемент зображення передають *послідовно* у часі через розгортку, яку здійснюють *синхронно* на передавальній та приймальній сторонах. Генератор *горизонтальної розгортки* забезпечує швидке переміщення електронного променя за *горизонталлю*, а генератор *вертикальної розгортки* – відповідне переміщення за *вертикаллю*. Після формування однієї горизонтальної лінії електронний промінь *змінює позицію* за вертикаллю під впливом вертикальної розгортки на *один діаметр променя*. Таким чином, кожна наступна горизонтальна лінія є *нижче* попередньої й дотикається до неї *без перекриття та проміжків*. За інтервал *прямого ходу кадрів* горизонтальні лінії *заповнюють увесь екран*. Інтенсивність електронного променя, модульованого сигналом зображення, визначає *яскравість* світіння кожної точки екрану.

Основні параметри розкладання зображення:

z – число рядків;

k – формат кадру: $k = \frac{l}{h} = \frac{4}{3}$, (де h, l – висота та ширина кадру, відповідно);

N – число елементів розкладання.

У сучасній апаратурі зображення формує 625 рядків. Вважають, що на відстані (4...5) h від екрану рядкова *структура* зображення *непомітна*.

Наведемо історичну довідку:

1937 року у Москві кількість горизонтальних ліній $z=343$, у Ленінграді $z=340$, 1941 року у СРСР – $z=411$, а з 1948 року – $z=625$.

Загальна кількість елементів розкладання зображення:

$$N = k \cdot z^2 = \frac{4}{3} \cdot 625^2 \approx 520000 \approx 5 \cdot 10^5 \text{ елементів.}$$

Професійну зйомку здійснюють з частотою 24 кадри/с, на телебаченні – 25 кадрів/с, аматорську – 16 кадрів/с.

Телевізійний сигнал є імпульсним *однополярним* сигналом (він є функцією яскравості, яка не може бути різнополярною). Він має складну форму та його спектр можна надати як суму постійного складника та гармонічних складників різних частот. Рівень *постійного складника* характеризує *середню яскравість* зображення. У процесі передавання *рухомих* зображень значення постійного складника *безперервно змінюється* відповідно до освітлення. Сигнали нижчих частот спектру відеосигналу відтворюють *великі деталі* зображення. *Мінімальну частоту* відеосигналу матиме у процесі передавання *однотонно освітленої мішені – жодного перепаду яскравості*, тобто – частота такого сигналу дорівнює нулю $f_{min}=0$ Гц. Сигналом *верхніх частот* передають *найменші*

фрагменти зображення. Найбільш складним є зображення, яке можна уявити як послідовність змін чорних та білих елементів («шахова дошка») (рис.1.8), за розміром, що дорівнює товщині променя. Це зображення сформовано з максимальної кількості елементів зображення.

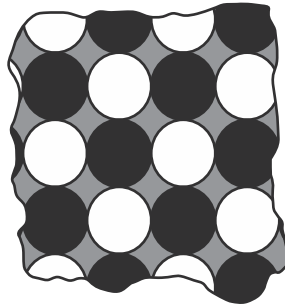


Рисунок 1.8. Зображення дискретних сусідніх точок за умов сигналу «шахова дошка»

Визначимо максимальну частоту сигналу за умови, що частота кадрів у режимі відтворення $n_b = 50$ Гц.

$$f_{max} = n_b \frac{N}{2} = 50 \cdot \frac{5 \cdot 10^5}{2} = 12,5 \text{ МГц.}$$

Таким чином спектр телевізійного відеосигналу охоплює смугу від 0 до 12,5 МГц.

Проте передавання сигналу з таким широким спектром пов'язане з технічними труднощами та обмежує кількість каналів. Для зменшення смуги частот сигналів, який передають, застосовують *черезрядкову розгортку*, сутність якої полягає у тому, що кожен кадр *поділяють* на два півкадра (або поля) – парні та непарні, протягом яких передають 312,5 рядків, тобто в 2 рази менше, ніж для рядкової розгортки. Тоді максимальна частота $f_{max} = 6,25$ МГц.

Повний телевізійний сигнал є сумішшю відеосигналу та синхросигналу. Для передавання цього сигналу, а також сигналу звуку на відстань використовують *носіїні частоти*, на яких здійснено поширення цих сигналів у просторі. Розрахунки показують, якщо ширина спектру інформаційного каналу 6 МГц, спектр телевізійного сигналу може бути передано без спотворень за мінімальної частоти носійного коливання орієнтовно 50 МГц;

Перетворення телевізійного сигналу реалізовано у спеціальному пристрої – *модуляторі*.

В аналоговому телебаченні для передавання зображення застосовують *амплітудну модуляцію (АМ)*, за якої здійснено вплив лише на амплітуду височастотного сигналу носійної частоти.

У відповідності до засад амплітудної модуляції ширина спектру височастотних складників після модуляції *подвоюється*, вона спричинює нижню та верхню бічні смуги і тоді загальна дорівнюватиме 12,5 МГц. Але й верхня, й нижня смуги містять інформацію про зображення, отже не є необхідним пере-

давати їх разом. Для відтворення зображень достатньо передавати лише *одну бічну* (обрали верхню) смугу частот (6,25 МГц), і невеликий «залишок» (1,25 МГц) від нижньої бічної смуги (рис. 1.9 – рисунок без масштабу).

Для передавання звуку застосовують *частотну модуляцію* (ЧМ), (Frequency Modulation – FM) носійної зі смугою (0,5 МГц), яку розташовують вище верхньої бокової смуги сигналу зображення. Інтервал між носійними зображення і звуку є $6,25+0,25 = 6,5$ МГц (це значення незмінне за будь-якого телевізійного каналу).

Таким чином загальна смуга телевізійного сигналу складає (рис.1.9 – рисунок без масштабу) $1,25+6,25+0,5 = 8$ МГц.

У табл. 1.7 наведено смуги телевізійних сигналів деяких каналів. Перші три смуги розташовано у діапазоні метрових хвиль, останні дві – у діапазоні дециметрових хвиль. У метровому діапазоні від 48,5 до 230 МГц розташовано телевізійні канали від № 1 до № 12, у четвертій смузі (470...582) МГц від № 21 до № 34, у п'ятій смузі (582...950) МГц від № 35 до № 80.

Таблиця 1.7. Смуги частот TV-каналів

№№	Частоти, МГц	TV-канали
I	48,5...66	1,2
II	76...100	3...5
III	174...230	6...12
IV	470...582	21...34
V	582...960	35...80

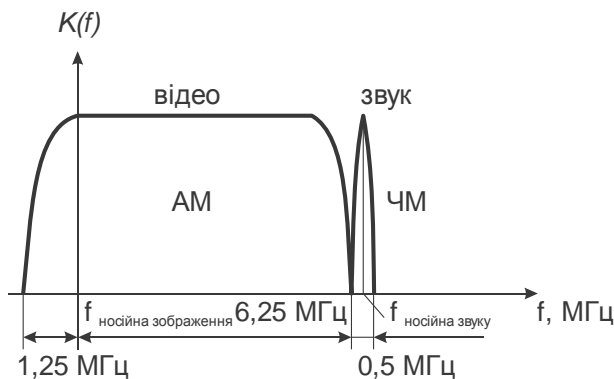


Рисунок 1.9. Структура частотної смуги телевізійного сигналу (рисунок без масштабу)

На рис. 1.10 наведено розташування на осі частот смуг першого та двадцять третього телевізійних каналів.

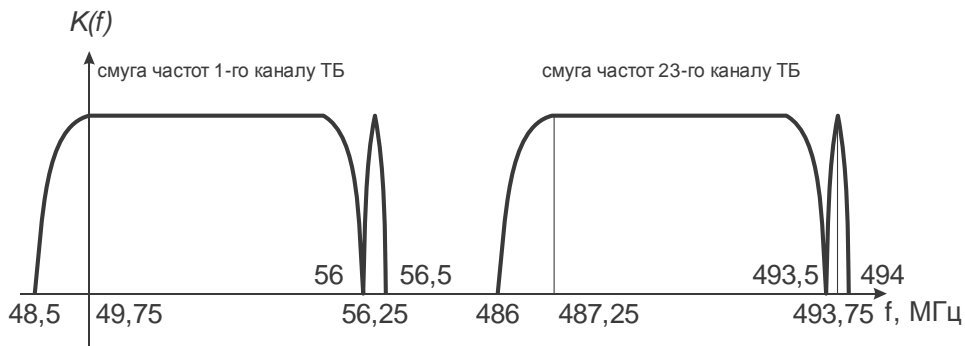


Рисунок 1.10. Розташування смуг частот 1-ого та 23-ого телевізійних каналів

Наведемо приклади основних параметрів деяких телевізійних каналів та радіомовних станцій (табл. 1.8):

Таблиця 1.8. Приклади основних параметрів деяких телевізійних каналів

ТВК	Смуга частот, МГц	Носійна відео, МГц	Носійна звуку, МГц	Потужність передавача, кВт	Висота розташування антени, м
Перший Національний (2-й канал, SECAM)	58...66	59,25	65,75	50	385
1+1 (4-й канал, SECAM)	84...92	85,25	91,75	50	385
Інтер (9-й канал, PAL стерео)	198...206	199,25	205,75	45	385
Україна (11-й канал, SECAM)	214...222	215,25	221,75	2,5	385
3-ій мультиплекс (49-канал, DVB-T2 / H.264/MPEG-4 AVC)*	694...702	-	-	1,8	385
СТБ (50-канал, PAL)*	702...710	-	-	10	385

Примітка: * – сигнал цифрового телебачення.

Таким чином, на прикладі телевізійного сигналу доведено необхідність вивчення електродинаміки як науки стосовно *електромагнітного поля – носія інформації*).

1.5. Висновки

1. Змістом електродинаміки є поняття та закони *формування і поширення електромагнітних полів (хвиль)*.

2. *Електромагнітне поле* – особливий вид матерії, яку визначають векторними величинами, що характеризують *змінні у часі* електричне та магнітне поля, і є *носієм інформації*.

3. *Окремо* електричне та магнітне поля існують у *статичному режимі*, якщо їх джерела – *заряди є нерухомі й незмінні у часі, а струм – постійний*.

4. Проявом електричного та магнітного полів є силова взаємодія, яку визначає сила Лоренца.

5. Для опису електромагнітного поля застосовують 6 основних *дескрипторів*:

$$\vec{E}, \left[\frac{В}{м} \right]; \vec{H}, \left[\frac{А}{м} \right]; \vec{D}, \left[\frac{Кл}{м^2} \right]; \vec{B}, [Тл]; \varphi, [В]; \vec{A}, \left[\frac{В \cdot с}{м} \right],$$

а також інші характеристики.

6. В електродинаміці розв'язують задачі:

– *пряму* – за параметрами *джерела* визначають параметри *поля*;

– *зворотну* – за параметрами *поля* визначають параметри *джерела*.

7. Основою електродинаміки є *система рівнянь*, узагальнених Максвеллом, на підставі *експериментально отриманих законів та положень* електромагнетизму, які сформульовано упродовж достатньо великого терміну.

8. На *формування та поширення* електромагнітних полів суттєво впливають властивості та параметри *середовища*. Електродинамічними параметрами середовища є *діелектрична проникність ϵ* , *магнітна проникність μ* , *питома провідність σ* ; у вільному просторі (вакуумі), їх значення:

$$\epsilon = \epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \cdot 10^{-9} \frac{Ф}{м}; \quad \mu = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Гн}{м}; \quad \sigma = 0.$$

9. Практичне застосування електродинаміки пов'язано із використанням *різних діапазонів частот*: від нульового до оптичних, але найчастіше з діапазонами ВЧ, ДВЧ, НВЧ, які застосовано у сучасних системах зв'язку. Частоти радіохвиль охоплюють *12 діапазонів* в межах від 3 Гц до 3 ТГц.

10. Для передавання будь-якого сигналу необхідною є відповідна *смуга частот*, яку визначають за типом сигналу та видом модуляції.

11. Смугу частот аналогового телевізійного сигналу формують складники 1,25 МГц (запас нижньої бічної) + 6,25 МГц (відеосигнал – АМ) + 0,5 МГц (аудіосигнал – ЧМ) = 8 МГц.

12. Знання дисципліни має бути підтверджено вмінням *розв'язувати завдання* електродинаміки для різних теоретичних та практичних ситуацій.

1.6. Контрольні питання та завдання

1. Наведіть та поясніть сутність *моделей* радіоканалу та радіолінії.
2. Наведіть визначення *понять*: «радіоканал», «радіолінія», «модуляція», «носійна частота», «діапазон радіохвиль» тощо за Національним стандартом України ДСТУ 3254.
3. Охарактеризуйте джерела електричного поля.
4. Охарактеризуйте джерела магнітного поля.
5. Поясніть сутність та *взаємозв'язок* електричного, магнітного та електромагнітного полів.
6. Визначте *масу* електромагнітного поля за обраними Вами параметрами джерел.
7. Охарактеризуйте основні *дескриптори* електромагнітного поля та *взаємозв'язок* між ними.
8. Визначте *частоту* сигналу, якщо відомі *довжина хвилі* й параметри *середовища*, та навпаки.
9. Доведіть, що електрична сила взаємодії двох електронів *значно більша*, ніж гравітаційна.
10. Визначте *швидкість* поширення радіохвиль у вільному просторі та будь-якому середовищі.
11. Визначте *силу Лоренца* для обраного Вами прикладу.
12. Наведіть основні *дати* розвитку науки та практичного застосування електромагнетизму стосовно телекомунікації.
13. Охарактеризуйте та наведіть *приклади скалярних* величин.
14. Охарактеризуйте та наведіть *приклади векторних* величин.
15. Поясніть, за яким принципом радіохвилі *розподілено за діапазонами*.
16. Назвіть основні *сфери* застосування різних діапазонів радіохвиль.
17. Наведіть спрощену *структурну схему* відеозв'язку.
18. Обґрунтуйте значення *смуги частот* телевізійного сигналу.
19. Визначте *смугу частот* деякого телевізійного каналу (за Вашим вибором).
20. Наведіть *значення* електродинамічних параметрів «вільного простору» та питомої провідності міді.
21. Поясніть доцільність застосування черезрядкової розгортки у телебаченні.

Далі з'ясуємо складники електромагнітного поля для статичного режиму. Почнемо з електричного поля.

Розділ 2. ЕЛЕКТРОСТАТИКА

2.1. Закон взаємодії електричних зарядів

2.2. Основні характеристики електричного поля

2.3. Закон Гауса

2.3.1. Закон Гауса в інтегральній формі

2.3.2. Закон Гауса у диференціальній формі

2.3.3. Перетворення (теорема) Гауса – Остроградського

2.4. Робота сил та потенціал електростатичного поля

2.5. Еквіпотенціальні поверхні. Градієнт потенціалу

2.6. Рівняння Пуассона та Лапласа

2.7. Граничні умови електростатики

2.7.1. Нормальні складники векторів електричного зміщення та напруженості електричного поля

2.7.2. Тангенціальні складники векторів напруженості електричного поля та електричного зміщення

2.7.3. Граничні умови потенціалу

2.7.4. Граничні умови на поверхні ідеального провідника

2.8. Поняття електричної ємності. Енергія електростатичного поля

2.9. Висновки

2.10. Контрольні питання та завдання

Під час опанування матеріалу цього розділу та після завершення ви маєте

знати:

- закон взаємодії електричних зарядів;
- основні характеристики електричного поля та зв'язок між ними;
- сутність понять «поляризованість», «діелектрична проникність»;
- сутність діелектричної проникності в однорідних і неоднорідних, ізо-тропних та анізотропних середовищах;
- закон Гауса в інтегральній формі та сутність математичного поняття «потік»;
- закон Гауса у диференціальній формі та сутність математичного поняття «дивергенція»;
- перетворення (теорему) Гауса – Остроградського;
- сутність понять «робота сил» і «потенціал» електростатичного поля;
- сутність понять «еквіпотенціальна поверхня», «градієнт потенціалу»;
- формування та розв'язок рівняння Пуассона;
- граничні умови електростатики для нормальних та тангенціальних складників електростатичного поля:
- особливість граничних умов на поверхні ідеального провідника;
- особливість граничних умов електричного потенціалу;
- визначення поняття «електрична ємність»;
- визначення енергії електростатичного поля;

вміти:

- визначити силу взаємодії електричних зарядів;
- визначити напруженість електричного поля;
- розрахувати значення вектора електричного зміщення за різних конфігурацій заряджених тіл;
- застосувати закон Гауса в інтегральній формі;
- отримати формулу закону Гауса у диференціальній формі;
- визначити дивергенцію векторної величини із застосуванням оператора Гамільтона (оператора «набла») та пояснити її сутність;
- довести та застосувати перетворення (теорему) Гауса – Остроградського;
- розрахувати роботу сил з переміщення заряду;
- визначити потенціал за напруженістю електричного поля та навпаки;
- розв’язувати задачі із застосуванням рівняння Пуассона;
- визначити граничні умови векторів електростатичного поля та потенціалу;
- визначити граничні умови на поверхні ідеального провідника;
- розрахувати електричну ємність, як фізичну величину, й також для плоского конденсатора і тіла сферичної форми;
- розрахувати енергію електростатичного поля;
- розв’язувати пряму та зворотню задачі електростатики.

набути досвід:

- визначення сили взаємодії окремих та систем електричних зарядів;
- застосування закону Гауса у диференціальній та інтегральній формах;
- застосування перетворення (теорему) Гауса – Остроградського, розв’язку рівняння Пуассона;
- опанування засад визначення та застосування граничних умов електричного поля;
- визначення параметрів та енергії електричного конденсатора.

2.1. Закон взаємодії електричних зарядів

Із повсякденної практики відомо, що наелектризовані тіла взаємодіють між собою. Явище взаємодії електричних зарядів відкрив 1773 р. Генріх Кавендіш, але його результати були невідомі майже 100 років. 1785 р. Шарль Августін Кулон незалежно від Кавендіша відкрив та опублікував експериментальний закон, який описує взаємодію нескінченно малих заряджених тіл – точкових електричних зарядів, й відтоді носить його ім’я. Два нерухомих точкових електричних заряди q_1 та q_2 взаємодіють один з одним із силою, яка спрямована вздовж прямої, що з’єднує ці заряди (рис. 2.1а).

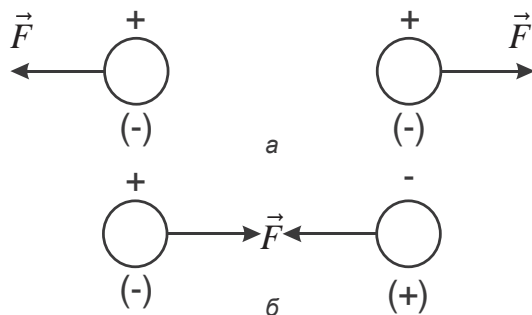


Рисунок 2.1. Взаємодія електричних зарядів: а – одного знаку, б – різних знаків

Значення сили взаємодії дорівнює добутку цих зарядів (кількості електрики в кожному з них), обернено пропорційне квадрату відстані між зарядами r та залежить від електричних властивостей середовища, що показує коефіцієнт k :

$$\vec{F} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{1}_r = k \frac{q_1 q_2}{r^3} \vec{r}, \quad (2.1)$$

де $\vec{r} = r \vec{1}_r$, $\vec{1}_r$ – одиничний вектор, напрям якого співпадає з напрямом сили, що діє на одиничний заряд,

q_1 , який розташовано у полі, яке створює заряд q_2 ,

k – коефіцієнт пропорційності – у системі SI:

$$k = \frac{1}{4\pi \varepsilon}, \quad (2.2)$$

де $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$ – абсолютна діелектрична проникність,

$\varepsilon_0 = (1/36\pi) \cdot 10^{-9} \approx 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\Phi}{\text{м}}$ – електрична стала (для вакууму), ε_r – відносна діелектрична проникність середовища;

$$r = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}, \quad (2.3)$$

де x_i, y_i, z_i – координати розташування зарядів, відповідно – q_1, q_2 ; $i = 1, 2$.

2.2. Основні характеристики електричного поля

На підставі закону Кулона (2.1) встановлено, що один або декілька зарядів, які розташовано будь-яким чином у деякому об'ємі, спричиняють у просторі електричне поле. *Нерухомі та незмінні у часі* електричні заряди, які існують у деякій області простору створюють *електростатичне* поле. Якщо в це поле внести пробний точковий заряд q' , то на нього впливає сила, яка дорівнює рівнодійний усіх сил від кожного з цих зарядів. Необхідно визначити це поле,

як поле *електричної природи*. Тому введено поняття – *напруженість електричного поля* \vec{E} .

Тобто *напруженість електричного поля* – це характеристика *силової дії* поля на пробний точковий заряд q' , якщо припустити, що внесення його у поле не впливає безпосередньо на розташування зарядів, які створюють це поле

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q'} = \frac{q}{4\pi\epsilon r^2} \vec{1}_r, \quad [E] = \left[\frac{\text{Н}}{\text{Кл}} \right] = \left[\frac{\text{В}}{\text{м}} \right]. \quad (2.4)$$

Напруженість електричного поля \vec{E} залежить від *середовища*, що характеризує *діелектрична проникність* (ϵ), тобто на межі середовищ з різними значеннями ϵ , функція напруженості поля має розрив. Для *зручності* деяких розрахунків доцільно застосовувати іншу характеристику поля – *вектор ефективного зміщення*, який також характеризує електричне поле, але *не залежить безпосередньо* від параметра середовища ϵ

$$\vec{D} = \frac{q}{4\pi r^2} \vec{1}_r. \quad (2.5)$$

Із порівняння (2.4) та (2.5) маємо

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}. \quad (2.6)$$

Формула (2.6) – має назву *перше матеріальне рівняння*.

Одиниця вимірювання D – $[\text{Кл}/\text{м}^2]$, тобто він характеризує *густина заряду*.

Сила взаємодії зарядів й, відповідно, напруженість електричного поля у різних середовищах різна. Це можна пояснити тим, що під впливом електричного поля речовина *поляризується*. Створене у результаті додаткове електричне поле накладається на первинне. Тому сумарне електричне поле є відмінним щодо поля у вакуумі.

Для однорідного лінійного *ізотропного середовища* (середовища, фізичні властивості яких у будь-якій точці однакові в усіх напрямках, називають *ізотропними*) та *монохромного поля* вектор *поляризованості* речовини дорівнює:

$$\vec{P} = \chi_r \epsilon_0 \vec{E}, \quad (2.7)$$

де χ_r – *відносна діелектрична сприйнятливість*.

За Національним стандартом України ДСТУ 2843: *поляризованість* – векторна величина, якою характеризують ступінь електричної поляризації речовини і яку визначають як границю відношення електричного моменту певного об'єму речовини до цього об'єму, за його прямування до нуля.

Діелектрична сприйнятливість за Національним стандартом України ДСТУ 2843 – це величина, яка характеризує здатність діелектриків (за винятком сегнетоелектриків) поляризуватися в електричному полі, що є *скалярною* для *ізотропної* речовини і яку визначають як відношення модуля поляризованості до модуля напруженості електричного поля, та *тензорною* для *анізотропної* речовини.

Визначимо вектор електричного зміщення із *урахуванням поляризованості*:

$$\vec{D} = \vec{P} + \varepsilon_0 \vec{E} = \chi_r \varepsilon_0 \vec{E} + \varepsilon_0 \vec{E} = (\chi_r + 1) \varepsilon_0 \vec{E} = \varepsilon_r \varepsilon_0 \vec{E} = \varepsilon \vec{E} \quad , \quad (2.8)$$

де ε – абсолютна діелектрична проникність,

χ_r – відносна діелектрична сприйнятливість,

ε_r – відносна діелектрична проникність.

ε_0 – діелектрична проникність у вакуумі (електрична стала).

Таким чином, *абсолютна діелектрична проникність* – це величина, яка характеризує діелектричні властивості матеріалу діелектрика, яка є *скалярною* для *ізотропної* речовини і дорівнює відношенню модуля електричного зміщення до модуля напруженості електричного поля, та *тензорною* – для *анізотропної* речовини, тобто – це перше матеріальне рівняння (2.6): $\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$.

Параметр ε характеризує діелектричне середовище. За станом змінення параметрів, середовище можна класифікувати як: *однорідне* або *неоднорідне* (властивості середовища можуть *змінюватись* від точки до точки – *неоднорідне* середовище, або бути *незмінними* – однорідне середовище); *ізотропне* або *анізотропне*; *лінійне* або *нелінійне* (якщо між значеннями величин, що характеризують зовнішній вплив на середовище, які спричиняють його зміну, існує зв'язок).

Параметри середовища можуть бути також *стохастичними* (мають *випадковий характер*): стаціонарними та нестаціонарними.

Поле може бути *гармонічним* – величина, яка характеризує поле має одну гармоніку (*монохромним*), або може мати *багато гармонік*, його характеризують *спектральною густиною*.

Для монохромного поля та неоднорідного лінійного ізотропного середовища діелектрична проникність у загальному випадку є функція *узагальнених криволінійних координат* ξ, η, ζ :

$$\vec{D} = \varepsilon(\xi, \eta, \zeta) \vec{E} \quad . \quad (2.9)$$

Для монохромного поля та однорідного нелінійного ізотропного середовища діелектрична проникність залежить від значення параметра поля, тобто $\varepsilon = \varepsilon(E)$:

$$\vec{D} = \varepsilon(E) \vec{E} \quad . \quad (2.9a)$$

Для монохромного поля та однорідного лінійного анізотропного середовища маємо

$$\left. \begin{aligned} D_{\xi} &= \varepsilon_{11}E_{\xi} + \varepsilon_{12}E_{\eta} + \varepsilon_{13}E_{\zeta} \\ D_{\eta} &= \varepsilon_{21}E_{\xi} + \varepsilon_{22}E_{\eta} + \varepsilon_{23}E_{\zeta} \\ D_{\zeta} &= \varepsilon_{31}E_{\xi} + \varepsilon_{32}E_{\eta} + \varepsilon_{33}E_{\zeta} \end{aligned} \right\}, \quad (2.10)$$

де сукупність чисел (ε) має назву *тензор*

$$(\varepsilon) = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{pmatrix}.$$

У скороченій формі:

$$\vec{D} = (\varepsilon) \vec{E}. \quad (2.10a)$$

Запровадження *вектора електричного зміщення* доцільне також для дослідження поля у *неоднорідних середовищах*.

Нехай маємо поле точкового заряду, розрахуємо умовну кількість силових ліній, що перетинає деяку поверхню радіусом r з центром у точці розташування джерела. Кількість силових ліній, які перетинають деяку поверхню, визначає *потік векторного поля*.

Стосовно сфери (рис. 2.2a) потік вектора \vec{E}

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = N_E = ES = E4\pi r^2 = \frac{q4\pi r^2}{4\pi \varepsilon r^2} = \frac{q}{\varepsilon}, \quad (2.11)$$

потік вектора \vec{D} (рис. 2.2б)

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = N_D = DS = D4\pi r^2 = \frac{q4\pi r^2}{4\pi r^2} = q. \quad (2.11a)$$

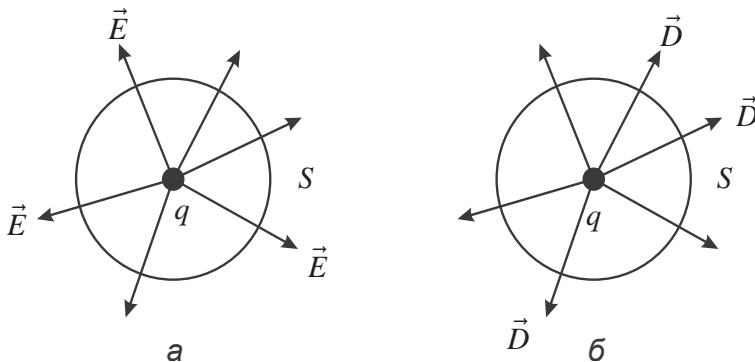


Рисунок 2.2. До визначення потоків: а – N_E , б – N_D

Додатними вважають лінії, які виходять з об'єму, обмеженого деякою поверхнею, а від'ємними, – які в нього входять. Зауважимо, що кількість ліній вектора \vec{D} , тобто потік N_D , які перетинають сферичну поверхню, дорівнює алгебраїчній сумі зарядів, які є всередині об'єму, обмеженого цією поверхнею (2.11a).

2.3. Закон Гауса

2.3.1. Закон Гауса в інтегральній формі

Нехай вектор \vec{D} , який створено зарядом q , перетинає нескінченно малу площину $d\vec{S}$ – плаский елемент поверхні, зорієнтований у просторі. Тобто ця площина має дві характеристики: значення та напрям, як векторна величина, тому має назву *вектор-площадка*. Вектор $d\vec{S}$ – перпендикулярний до поверхні, а його значення чисельно дорівнює dS .

Орієнтація площини у просторі (яку характеризує *вектор-площадка*) є *принципово-важливим фактором* під час аналізу векторних величин.

На рис. 2.3 показано орієнтацію вектора $d\vec{S}$ та довільного вектора \vec{D} .

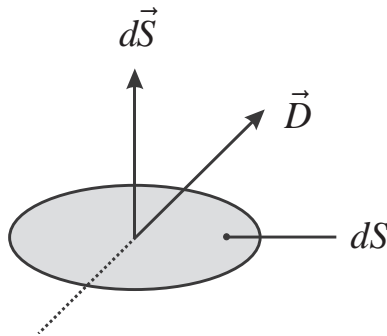


Рисунок 2.3. Приклад орієнтації векторів $d\vec{S}$ та \vec{D}

Визначимо диференціал потоку вектора \vec{D} :

$$dN_D = \vec{D} \cdot d\vec{S} = |\vec{D}| |d\vec{S}| \cos(\widehat{Dd\vec{S}}). \quad (2.12)$$

Нехай далі маємо замкнену поверхню будь-якої форми навколо точкового заряду q . Замінімо вектор електричного зміщення \vec{D} через значення заряду та відстані за визначенням (2.5) $|\vec{D}| = \frac{q}{4\pi r^2}$, тоді:

$$dN_D = \frac{q dS \cos(\widehat{\vec{D}d\vec{S}})}{4\pi r^2}, \quad (2.12a)$$

або

$$dN_D = q \frac{d\Omega}{4\pi}, \quad (2.13)$$

де $d\Omega$ – елементарний *тілесний* кут, за якого можна побачити площину з точки розташування заряду q (рис. 2.4)

$$d\Omega = \frac{dS \cos(\widehat{\vec{D}d\vec{S}})}{r^2}. \quad (2.14)$$

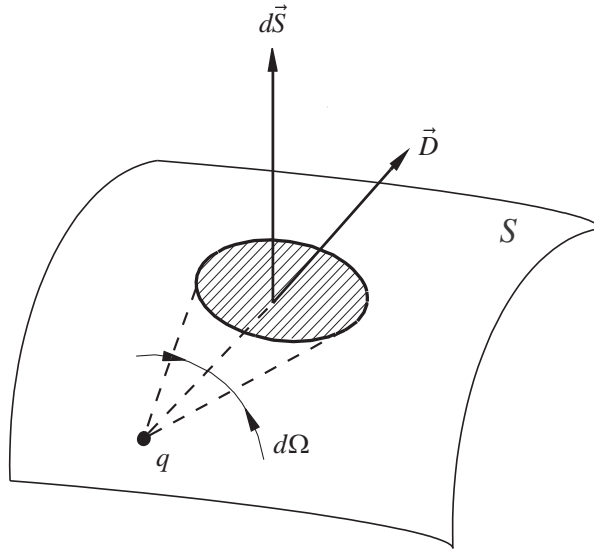


Рисунок 2.4. До визначення поняття тілесний кут

Міра тілесного кута – співвідношення площі елемента сферичної поверхні до квадрату відстані з урахуванням орієнтації.

Потік вектора через цю поверхню S можна визначити інтегруванням (2.13) за поверхнею S (тобто Ω є в межах $0 \dots 4\pi$)

$$N_D = \int_0^{4\pi} \frac{q d\Omega}{4\pi} = q. \quad (2.15)$$

Нехай в об'ємі, який обмежує поверхню S , є безліч точкових зарядів q_1, q_2, \dots, q_n . Тоді, згідно принципу суперпозиції для лінійних середовищ, отримаємо сумарний вектор електричного зміщення:

$$D_{\Sigma} = \vec{D}_1 + \vec{D}_2 + \dots + \vec{D}_n . \quad (2.16)$$

Таким чином, відповідний потік вектора електричного зміщення:

$$N_{\Sigma D} = \int_S \vec{D}_1 \cdot d\vec{S} + \int_S \vec{D}_2 \cdot d\vec{S} + \dots + \int_S \vec{D}_n \cdot d\vec{S} , \quad (2.17)$$

де $i = 1, 2, \dots, n$.

Тоді

$$N_{\Sigma D} = \sum_{i=1}^n q_i = q_{\Sigma} , \quad (2.18)$$

тобто

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = q_{\Sigma} . \quad (2.19)$$

Формула (2.19) визначає закон Гауса в інтегральній формі та свідчить, що потік вектора електричного зміщення через будь-яку замкнену поверхню дорівнює алгебраїчній сумі зарядів, які розташовано всередині об'єму, обмеженого цією поверхнею. За цією формулою можна розв'язувати пряму задачу електродинаміки – за відомими зарядами визначити характеристики поля \vec{E} та \vec{D} .

Для розв'язання зворотної задачі необхідно мати співвідношення, яке пов'яже у конкретній точці – вектор \vec{D} із густиною заряду, тобто визначити диференціальну форму закону Гауса.

2.3.2. Закон Гауса у диференціальній формі

Визначимо будь-яку точку $a(x, y, z)$ у просторі, в якому є електричне поле. Значення вектора \vec{D}_a у точці a складено з компонентів:

$$\vec{D}_a = i\vec{D}_{ax} + j\vec{D}_{ay} + k\vec{D}_{az} .$$

Отже, маємо замкнену поверхню, за формою елементарного кубу з центром у точці a із сторонами довжиною Δx , Δy , Δz (рис. 2.5) та застосуємо закон Гауса, тобто визначимо потік вектора \vec{D} крізь цей куб за формулою (2.19).

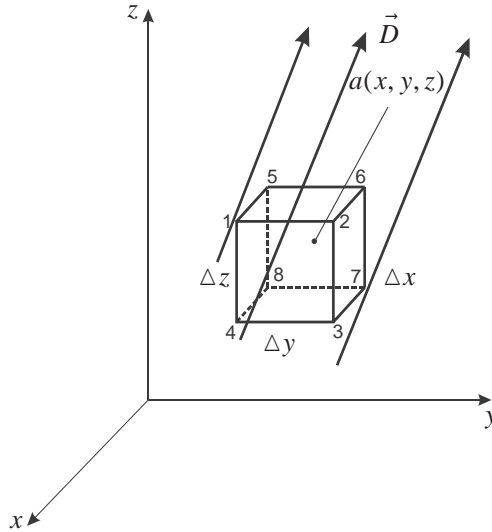


Рисунок 2.5. До визначення закону Гауса в диференціальній формі.
Модель елемента простору в електричному полі

Для визначення цього інтегралу треба розкласти його на шість складників – відповідно до кожної поверхні куба:

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{S} \Rightarrow \int_{1234} + \int_{5678} + \int_{1584} + \int_{2673} + \int_{1562} + \int_{4873} . \quad (2.20)$$

Проаналізуємо ретельно перший інтеграл для фронтальної поверхні. Оскільки елемент поверхні дуже малий, значення модуля вектора \vec{D} на ньому можна вважати незмінним і тоді:

$$\int_{1234} \Rightarrow \vec{D}_{1234} \cdot \Delta\vec{S}_{1234} \Rightarrow \vec{D}_{1234} \cdot \Delta y \Delta z \vec{1}_x \Rightarrow D_{x,1234} \Delta y \Delta z, \quad (2.21)$$

де потрібно визначити D_x на цій поверхні куба, $D_{x,1234}$.

Ця поверхня є на відстані $\frac{\Delta x}{2}$ від точки a , тому

$$D_{x,1234} \Rightarrow D_{ax} + \frac{\partial D_x}{\partial x} \frac{\Delta x}{2}, \quad (2.22)$$

де D_{ax} – значення у точці a ;

частинна похідна $\frac{\partial D_x}{\partial x}$ визначає змінення значення D_x вздовж осі x .

Таким чином із (2.21) з урахуванням (2.22) маємо

$$\int_{1234} \Rightarrow (D_{ax} + \frac{\partial D_x}{\partial x} \frac{\Delta x}{2}) \Delta y \Delta z. \quad (2.23)$$

Проаналізуємо інтеграл для протилежної поверхні

$$\int_{5678} \Rightarrow \vec{D}_{5678} \cdot \Delta \vec{S}_{5678} = \vec{D}_{5678} \cdot (-\Delta y \Delta z \vec{1}_x) = -D_{x,5678} \Delta y \Delta z. \quad (2.24)$$

Змінення значення D_x від точки a до площини ΔS_{5678}

$$D_{x,5678} = D_{ax} - \frac{\partial D_x}{\partial x} \frac{\Delta x}{2}. \quad (2.25)$$

Таким чином із (2.24) із урахуванням (2.25) маємо

$$\int_{5678} \Rightarrow (-D_{ax} + \frac{\partial D_x}{\partial x} \frac{\Delta x}{2}) \Delta y \Delta z. \quad (2.26)$$

Додамо інтеграли (2.23) та (2.26) і отримаємо:

$$\int_{1234} + \int_{5678} \Rightarrow \frac{\partial D_x}{\partial x} \Delta x \Delta y \Delta z. \quad (2.27)$$

За саме таким принципом отримаємо:

$$\int_{1584} + \int_{2673} \Rightarrow \frac{\partial D_y}{\partial y} \Delta x \Delta y \Delta z \quad (2.28)$$

та

$$\int_{1562} + \int_{4873} \Rightarrow \frac{\partial D_z}{\partial z} \Delta x \Delta y \Delta z. \quad (2.29)$$

Об'єднанням формул (2.27)...(2.29) (за всіма поверхнями) маємо:

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = (\frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z}) \Delta x \Delta y \Delta z, \quad (2.30)$$

або

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = q = (\frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z}) \Delta V. \quad (2.30a)$$

Таким чином, застосовано закон Гауса для обмеженого простору – елементарного об'єму ΔV . У результаті маємо формулу, яка показує, що заряд, зосереджений в об'ємі ΔV , дорівнює

$$q = \left(\frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z} \right) \Delta V . \quad (2.31)$$

Тобто за (2.30)...(2.30a) визначено, що сума частинних похідних проекцій вектора \vec{D} дорівнює потоку, віднесеному до об'єму за умови прямування об'єму до нуля і дорівнює *об'ємній густині заряду*:

$$\frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\oint \vec{D} \cdot d\vec{S}}{\Delta V} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{q}{\Delta V} = \rho . \quad (2.32)$$

За визначенням з математики, границя потоку вектора, віднесеного до об'єму за умов $\Delta V \rightarrow 0$, є *дивергенція* цього вектора:

$$\lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\oint \vec{D} \cdot d\vec{S}}{\Delta V} = \frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z} = \text{div} \vec{D} = \rho . \quad (2.33)$$

Тобто можна трактувати операцію *дивергенція* як *диференціальну характеристику потоку*.

Зауважимо, що операція *div* змінює *одиницю вимірювання* відповідної функції на m^{-1} (до речі, те ж саме притаманне операціям *rot* та *grad*).

Із застосуванням оператора Гамільтона – «набла» – ∇

$$\nabla = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z} , \quad (2.34)$$

де $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – одиничні вектори (*орти*) вздовж координатних осей, відповідно x, y, z ;

можна записати:

$$\text{div} \vec{D} = \nabla \cdot \vec{D} = \rho . \quad (2.35)$$

Формула (2.35) визначає *закон Гауса в диференціальній формі*, тобто стосовно *об'ємної густини* заряду, тоді як в *інтегральній формі* – стосовно *усього заряду* (2.19).

2.3.3. Перетворення (теорема) Гауса – Остроградського

З'ясуємо взаємозв'язок сумарного заряду q в об'ємі V з об'ємною густиною зарядів ρ . Починаємо із визначення заряду q з відомих формул (2.19):

$$q = \int_S \vec{D} \cdot d\vec{S},$$

та з урахуванням (2.35)

$$q = \int_V \rho dV = \int_V \text{div} \vec{D} dV. \quad (2.36)$$

Отже, отримаємо:

$$\int_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_V \text{div} \vec{D} dV. \quad (2.37)$$

Це співвідношення названо *перетворення (теорема) Гауса – Остроградського – потік вектора через замкнену поверхню дорівнює інтегралу від дивергенції цього вектора за об'ємом, обмеженим цією поверхнею*. Тобто, воно пов'язує об'ємний інтеграл із поверхневим, що передбачає можливість змінення порядку інтегрування.

2.4. Робота сил та потенціал електростатичного поля

З'ясуємо ситуацію, за якої в електростатичному полі точкового заряду q у деякому просторі переміщується пробний заряд q_0 за траєкторією l (рис. 2.6).

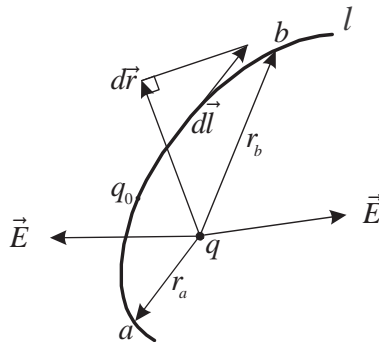


Рисунок 2.6. Траєкторія руху заряду q_0 у полі, що створено зарядом q

За законом Кулона, на заряд діє сила, визначена формулою (2.1) (q_1 замінено на q , q_2 – на q_0):

$$\vec{F} = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon r^2} \vec{1}_r.$$

Елементарна робота dA цієї сили на ділянці шляху $d\vec{l}$ (рис. 2.6):

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{l} = |\vec{F}| |d\vec{l}| \cos(\hat{r}d\vec{l}) = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon r^2} dl \cos(\hat{r}d\vec{l}) = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon r^2} dr. \quad (2.38)$$

Роботу сил переміщення заряду q_0 з точки a в точку b визначають інтегруванням dA вздовж шляху ab

$$A = \int_{ab} dA = \int_a^b \frac{qq_0}{4\pi\epsilon r^2} dr = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon} \left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b} \right). \quad (2.39)$$

Звідки випливає, що робота сил електростатичного поля *не залежить від форми траєкторії* й визначена найкоротшою відстанню між початковою та кінцевими точками. Сили, робота яких не залежить від траєкторії, називають *консервативними*.

Цей висновок для точкового заряду можна *узагальнити* для будь-якого електростатичного поля. Проаналізуємо роботу сил електростатичного поля з переміщення заряду q_0 вздовж замкненої траєкторії $abcd$ (рис 2.7). У цьому випадку роботу визначимо інтегруванням \vec{E} вздовж замкненого контуру l . Проявом сили, яка здійснює роботу, є напруженість поля. В електричному полі цю силу характеризує вектор \vec{E}

$$A' = \oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l}, \quad \text{де } A' = \frac{A}{q}. \quad (2.40)$$

Такий інтеграл називають *циркуляцією* вектора \vec{E} . З рис. 2.7 маємо:

$$A' = \oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_{abc} \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_{cda} \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0. \quad (2.40a)$$

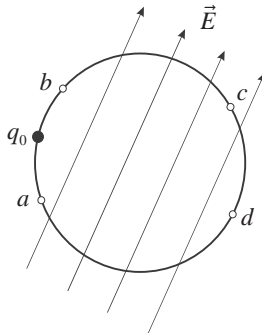


Рисунок 2.7. Замкнений контур переміщення заряду q_0 у полі \vec{E}

У разі переміщення заряду вздовж визначеного контуру на ділянці abc електростатичне поле витрачає енергію, а на cda навпаки – заряд віддає енергію полю. Оскільки робота не залежить від форми траєкторії, то можна стверджувати, що

$$\int_{abc} \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_{cda} \vec{E} \cdot d\vec{l}, \quad (2.40б)$$

де abc і cda – відстані ділянок, початок і кінець яких є, відповідно, у однакових точках (a та c). Цей інтеграл у енергетичному аспекті характеризує *принцип збереження енергії*.

Робота з перенесення заряду є лише функцією відстані між початковою та кінцевими точками (без урахування напрямку), тому доцільно застосувати *скалярний* параметр поля, який називають *потенціалом*. Різниця потенціалів між двома точками характеризує роботу сил електростатичного поля (із протилежним знаком) з перенесення одиниці кількості електрики із однієї точки в іншу:

$$\varphi_a - \varphi_b = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_b^a \vec{E} \cdot d\vec{l}. \quad (2.41)$$

Одиниця вимірювання потенціалу – *вольт* [1В]. На відміну від напруженості поля \vec{E} , яку визначено у конкретній точці, потенціал визначають різницею значень у двох точках, тобто це є скалярна величина. Уявімо, що точка нескінченно віддалена, тобто потенціал в ній дорівнює нулю: відстань до т. $b \rightarrow \infty$, $\varphi_b \rightarrow 0$, тоді φ_a характеризує роботу з переміщення пробного заряду q_0 із нескінченності в зазначену точку

$$\varphi = - \int \vec{E} \cdot d\vec{l} + C, \quad (2.41a)$$

де C – стала інтегрування відповідно до початкових умов.

Для поля сукупності зарядів сумарний потенціал за *принципом суперпозиції* (якщо середовище *лінійне*) дорівнює сумі потенціалів:

$$\varphi_\Sigma = (- \int \vec{E}_1 \cdot d\vec{l} + C_1) + (- \int \vec{E}_2 \cdot d\vec{l} + C_2) + \dots + (- \int \vec{E}_n \cdot d\vec{l} + C_n). \quad (2.41б)$$

Для електростатичного поля $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$. Таким чином *електростатичне поле* визначають *векторними величинами* \vec{E} та \vec{D} й *скалярною* величиною φ , яка є *допоміжною* величиною й також характеризує електричне поле.

2.5. Градієнт потенціалу. Еквіпотенціальні поверхні

Оскільки електростатичне поле характеризують *скалярною неперервною функцією* – *потенціалом*, то в ньому завжди можна відокремити геометричне місце точок з однаковим потенціалом. У тривимірному просторі таку поверхню

називають *еквіпотенціальною*. Тобто електростатичне поле можна уявити нескінченною кількістю еквіпотенціальних поверхонь. Щоб визначити взаємне розташування однієї поверхні відносно іншої, а також відносно силових ліній \vec{E} , тобто структуру поля, пояснимо поняття «градієнт потенціалу» – характеристику, яка визначає зв'язок \vec{E} та φ .

Отже *градієнт потенціалу* – це вектор, який характеризує *інтенсивність зміння скалярної величини φ* , та *спрямований у бік її зростання* (за нормаллю до відповідної поверхні). Оскільки найінтенсивніша зміна ϵ у напрямку найменшої відстані між поверхнями S_1 та S_2 , то вектор градієнта є перпендикулярним до дотичної стосовно еквіпотенціальній поверхні у конкретній точці та спрямований до більшого значення, тому записуємо:

$$\text{grad}\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial n}\vec{1}_n, \quad (2.42)$$

де $\vec{1}_n$ – одиничний вектор вздовж нормалі до поверхні.

Для визначення градієнту в ортогональній системі координат з'ясуємо спочатку похідну потенціалу φ вздовж довільного напрямку l (рис. 2.8).

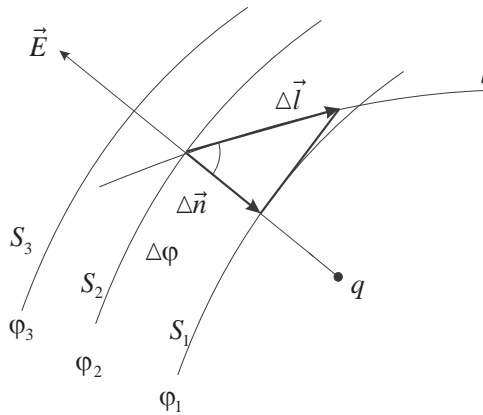


Рисунок 2.8. До визначення градієнта потенціалу

З рис. 2.8 визначимо

$$\Delta l = \frac{\Delta n}{\cos(\hat{n}\vec{l})}. \quad (2.43)$$

Візьмемо відношення приросту потенціалу φ до приросту l :

$$\frac{\Delta\varphi}{\Delta l} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta n} \cos(\hat{n}\vec{l}), \quad (2.44)$$

або для нескінченно малих величин:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial l} = \frac{\partial\varphi}{\partial n} \cos(\hat{n}\vec{l}). \quad (2.45)$$

Формула (2.45) визначає проекцію вектора $grad\varphi$ на довільний напрямок l :

$$grad_l\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial l}. \quad (2.46)$$

Якщо довільний напрямок \vec{l} надати у прямокутній системі координат $\vec{l} = \vec{i}l_x + \vec{j}l_y + \vec{k}l_z$, то отримаємо:

$$grad\varphi = \vec{i}grad_x\varphi + \vec{j}grad_y\varphi + \vec{k}grad_z\varphi, \quad (2.47)$$

або із застосуванням оператора Гамільтона («набла»):

$$grad\varphi = \vec{i}\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \vec{j}\frac{\partial\varphi}{\partial y} + \vec{k}\frac{\partial\varphi}{\partial z} = \nabla\varphi. \quad (2.48)$$

Модуль:
$$|grad\varphi| = \sqrt{\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)^2}. \quad (2.49)$$

Для визначення зв'язку між напруженістю поля з потенціалом φ нагадаємо співвідношення (2.41), з якого, за умови нескінченного зменшення відрізка ab в межах $d\varphi$ отримано:

$$\Delta\varphi = -\vec{E} \cdot d\vec{l}. \quad (2.50)$$

З урахуванням (2.46) маємо

$$\vec{E} = -grad\varphi. \quad (2.51)$$

Зазначимо, що знак « \leftarrow » має фізичний зміст, бо напрямки векторів \vec{E} та $grad\varphi$ – протилежні (рис. 2.8).

Це важливе співвідношення свідчить, що напруженість електричного поля – вектор \vec{E} , можна визначити як *градієнт скалярної величини* – потенціалу φ .

З формули (2.51) випливає, що за значенням потенціалу можна розв'язати пряму задачу електростатики, якщо є зв'язок між потенціалом та густиною заряду. Це співвідношення визначимо із розв'язку рівняння Пуассона.

2.6. Рівняння Пуассона та Лапласа

Для розв'язання прямої задачі електростатики необхідно визначити три проекції вектора \vec{E} : E_x, E_y, E_z . З урахуванням (2.48) та (2.51), маємо

$$E_x = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}; \quad E_y = -\frac{\partial \varphi}{\partial y}; \quad E_z = -\frac{\partial \varphi}{\partial z}. \quad (2.52)$$

Нагадаємо закон Гауса у диференціальній формі (2.33):

$$\operatorname{div} \vec{D} = \frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z} = \rho.$$

Підстановкою (2.52) в (2.33), з урахуванням першого матеріального рівняння $\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$, отримуємо:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon}. \quad (2.53)$$

Із застосуванням оператора Гамільтона узагальнено запишемо

$$\nabla^2 \varphi = \operatorname{divgrad} \varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon}. \quad (2.54)$$

Формула (2.54) – рівняння Пуассона.

Математичний розв'язок цього рівняння:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \int_V \frac{\rho}{r} dV, \quad (2.55)$$

де r – поточна відстань між елементом dV та точкою спостереження.

Після інтегрування отримуємо:

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon r}. \quad (2.56)$$

Таким чином, послідовність розв'язку прямої задачі: за (2.55) визначимо *потенціал* як функцію розподілу зарядів відносно координат точки спостереження, а далі за відомим потенціалом – *напруженість електричного поля* як градієнт із протилежним знаком (2.51).

Якщо у деякому об'ємі заряди відсутні, то рівняння (2.53) та (2.54) такі:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0, \quad (2.57)$$

або

$$\nabla^2 \varphi = \operatorname{divgrad} \varphi = 0. \quad (2.57a)$$

Формули (2.57), (2.57a) – рівняння Лапласа. Їх застосовують для розрахунку електричних полів в області простору, де заряди відсутні.

Розв'язок рівняння Лапласа визначають як добуток функцій:

$$\varphi(x, y, z) = X(x)Y(y)Z(z). \quad (2.58)$$

Для розв'язку рівняння Лапласа необхідно визначити, яким чином зміняться вектори електростатичного поля \vec{E} та \vec{D} на межі двох середовищ.

2.7. Граничні умови електростатики

На рис. 2.9 наведено приклад подання довільного вектора \vec{K} двома складниками: нормальним $\vec{i}_n K_n$ вздовж осі y , та тангенціальним $\vec{i}_\tau K_\tau$ уздовж осі x .

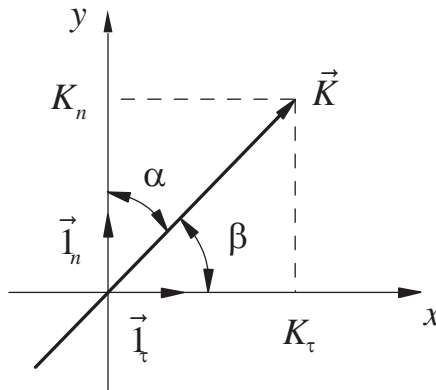


Рисунок 2.9. Вектор \vec{K} та його проекції $K_n = K \cos \alpha$, $K_\tau = K \cos \beta$

Аналогічно, на межі двох середовищ з різними значеннями діелектричної проникності (ε_1 та ε_2) вектори \vec{E} та \vec{D} , які описують електричне поле можна надати двома складниками:

- нормальним (проекцією на нормаль до границі – вздовж осі y)
- тангенціальним (дотичним) складником (проекція на границю – вздовж осі x).

2.7.1. Нормальні складники векторів електричного зміщення та напруженості електричного поля

Щоб визначити *нормальний складник*, зручним є вибір вектора електричного зміщення, як такого, що характеризує *потік*, який *проймає* межу двох середовищ.

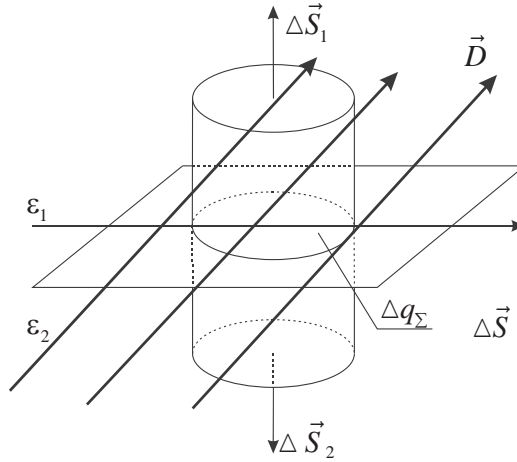


Рисунок 2.10. До визначення нормальних складників векторів електричного поля

Нехай силові лінії вектора $\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$ перетинають межу двох середовищ з параметрами ε_1 та ε_2 . (рис. 2.10). Цю межу характеризує *поверхнева густина заряду*:

$$\rho_s = \frac{q_\Sigma}{\Delta S}. \quad (2.59)$$

Відповідно до закону Гауса в інтегральній формі маємо визначення потоку вектора \vec{D} , який дорівнює сумарному заряду в об'ємі, обмеженому поверхнею S :

$$\int_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = q_\Sigma.$$

Наведемо циліндр з поперечним перерізом ΔS , верхньою та нижньою основами ΔS_1 , ΔS_2 , твірні якого перпендикулярні (нормально спрямовані) до межі середовищ. Відносно циліндра потік вектора \vec{D} – це сума потоків крізь верхню, нижню та бічну поверхні (рис. 2.10):

$$\int_{\Delta S_1} \vec{D} \cdot d\vec{S} + \int_{\Delta S_2} \vec{D} \cdot d\vec{S} + \int_{\Delta S_{\text{бок}}} \vec{D} \cdot d\vec{S} = q_\Sigma. \quad (2.60)$$

Заряд зосереджено лише на поверхні ΔS , тому висоту циліндра можна змінювати без спотворення загального результату. За умови зменшення висоти до нуля з урахуванням (2.59) маємо:

$$\int_{\Delta S_1} \vec{D} \cdot d\vec{S} + \int_{\Delta S_2} \vec{D} \cdot d\vec{S} = q_\Sigma = \rho_s \Delta S. \quad (2.61)$$

Перший доданок характеризує стан поля у першому середовищі, а другий – у другому. Зменшуємо площу ΔS так, щоб можна було вважати, що у кожній точці цієї поверхні $D = const$.

Тоді:

$$\vec{D}_1 \cdot \Delta \vec{S}_1 + \vec{D}_2 \cdot \Delta \vec{S}_2 = \rho_S \Delta S, \quad (2.62)$$

або

$$\Delta \vec{S}_1 \cdot \vec{D}_1 \cos(\vec{D}_1 \wedge \Delta \vec{S}_1) + \Delta \vec{S}_2 \cdot \vec{D}_2 \cos(\vec{D}_2 \wedge \Delta \vec{S}_2) = \rho_S \Delta S. \quad (2.63)$$

У (2.63) перший доданок – нормальний складник у першому середовищі D_{n1} , а другий – у другому D_{n2} . Зауважимо, що $\Delta \vec{S}_1$ та $\Delta \vec{S}_2$ протилежні за напрямками стосовно $\Delta \vec{S}$ та однакові за модулем $|\Delta \vec{S}_1| = |\Delta \vec{S}_2| = |\Delta \vec{S}|$.

Отже, граничні умови для нормального складника вектора \vec{D} :

$$D_{n1} - D_{n2} = \rho_S. \quad (2.64)$$

тобто нормальний складник вектора \vec{D} за наявності поверхневого заряду змінюється стрибком.

Щодо складників вектора \vec{E} маємо:

$$\varepsilon_1 \vec{E}_{n1} - \varepsilon_2 \vec{E}_{n2} = \rho_S. \quad (2.65)$$

В окремому випадку, якщо поверхневий заряд відсутній $\rho_S = 0$, то

$$D_{n1} = D_{n2} \quad (2.66)$$

та

$$E_{n1} = E_{n2} \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}. \quad (2.67)$$

Отже, нормальний складник вектора напруженості електричного поля \vec{E} змінюється стрибком.

2.7.2. Тангенціальні складники векторів напруженості електричного поля та електричного зміщення

Для визначення *тангенціального складника* зручним є вибір вектора напруженості електричного поля як такого, що характеризує *циркуляцію* вздовж межі двох середовищ.

Нехай силові лінії вектора \vec{E} перетинають межу двох середовищ з параметрами ε_1 та ε_2 . Визначимо *циркуляцію* \vec{E} . Як відомо, від форми контуру зна-

чення циркуляції не залежить, тому оберемо для зручності контур прямокутної форми $abcd$, сторони якого нескінченно малі, а напрямок обходу за годинниковою стрілкою (рис. 2.11). Циркуляція вектора напруженості електричного поля \vec{E} характеризує роботу сил поля. За визначенням, для *електростатики*

$$\int \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0,$$

тобто:

$$\int_{ab} \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_{bc} \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_{cd} \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_{da} \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0. \quad (2.68)$$

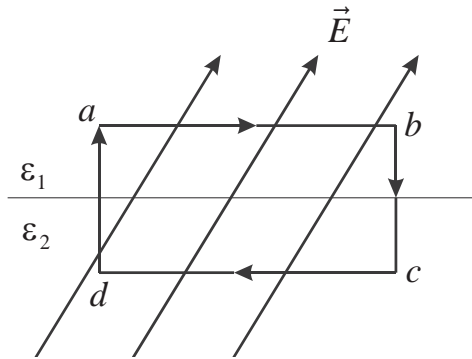


Рисунок 2.11. До визначення тангенціальних складників електричного поля

Якщо наближати контур до межі середовищ – інтеграли $\int_{bc} \vec{E} \cdot d\vec{l}$ та

$\int_{da} \vec{E} \cdot d\vec{l}$ прямують до нуля. Тоді із (2.68) маємо

$$\int_{ab} \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_{cd} \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0. \quad (2.68a)$$

Перший доданок характеризує перше середовище, другий – друге. Сторони ab та cd – нескінченно малі величини й дорівнюють dl , тому можна вважати, що значення напруженості електричного поля однакові, тоді:

$$\left. \begin{aligned} \int_{ab} \vec{E} \cdot d\vec{l} &= \vec{E}_1 \cdot \vec{ab}, \\ \int_{cd} \vec{E} \cdot d\vec{l} &= \vec{E}_2 \cdot \vec{cd}. \end{aligned} \right\} \quad (2.69)$$

З (2.68a) та з урахуванням (2.69) та напрямків обходу контуру, отримаємо:

$$E_1 ab \cos(\vec{E}_1 \hat{\vec{ab}}) - E_2 cd \cos(\vec{E}_2 \hat{\vec{cd}}) = 0. \quad (2.70)$$

З урахуванням, що $ab = cd = dl$ та після скорочення маємо:

$$E_1 \cos(\vec{E}_1 \hat{ab}) - E_2 \cos(\vec{E}_2 \hat{cd}) = 0. \quad (2.70a)$$

Доданки (2.70a) – тангенціальні складники вектора \vec{E} , які не зазнають розриву

$$E_{\tau 1} = E_{\tau 2}. \quad (2.71)$$

Стосовно складників вектора \vec{D} маємо:

$$D_{\tau 1} = D_{\tau 2} \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}. \quad (2.71a)$$

Отже, тангенціальний складник вектора електричного зміщення \vec{D} змінюється стрибком.

2.7.3. Граничні умови потенціалу

Визначимо граничні умови потенціалу електростатичного поля. Згадаємо співвідношення (2.51) $\vec{E} = -grad\varphi$, яке в прямокутній системі координат, стосовно площини ділянки межі, запишемо так:

$$\vec{i} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial \varphi}{\partial y} = -\vec{i} E_x - \vec{j} E_y. \quad (2.72)$$

Тобто

$$\left. \begin{aligned} E_x &= -\frac{\partial \varphi}{\partial x}, \\ E_y &= -\frac{\partial \varphi}{\partial y}. \end{aligned} \right\} \quad (2.73)$$

Оберемо координати таким чином, що вісь x спрямовано вздовж межі двох середовищ, а вісь y – співпадає з напрямком нормалі до межі (рис. 2.12). Тоді, з урахуванням $D_{n1} - D_{n2} = \rho_s$ та (2.71), отримаємо:

$$\left. \begin{aligned} E_{x1} &= E_{x2}, \\ \varepsilon_1 E_{y1} - \varepsilon_2 E_{y2} &= \rho. \end{aligned} \right\} \quad (2.74)$$

З урахуванням, що $x \rightarrow \tau$, $y \rightarrow n$, маємо:

$$E_\tau = -\frac{\partial \varphi}{\partial \tau}; \quad (2.75)$$

$$E_n = -\frac{\partial \varphi}{\partial n}. \quad (2.75a)$$

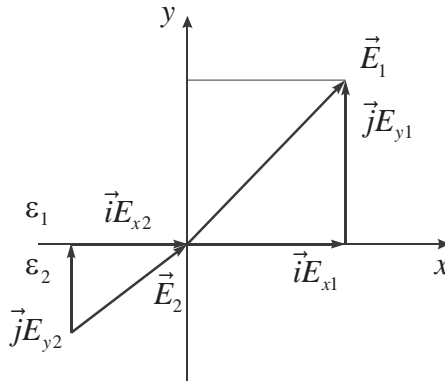


Рисунок 2.12. Складники вектора \vec{E} на межі двох середовищ

Відповідно до (2.75) з урахуванням (2.74) на межі середовищ для $y = 0$:

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial \tau} = \frac{\partial \varphi_2}{\partial \tau}. \quad (2.76)$$

З цього рівняння та на підставі граничних умов для тангенціальних складників вектора \vec{E} , який подано як функцію потенціалу φ , отримаємо:

$$\varphi_{\tau 1} = \varphi_{\tau 2}|_{y=0}. \quad (2.77)$$

Рівняння (2.77) свідчить, що потенціал на межі середовищ – неперервна функція. Нормальні складники \vec{E} можливо подати також через φ із врахуванням (2.75) та (2.75a):

$$-\varepsilon_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial n} + \varepsilon_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial n} = \rho_s. \quad (2.78)$$

Далі з'ясуємо граничні умови, якщо одна з поверхонь – *ідеальний провідник*.

2.7.4. Граничні умови на поверхні ідеального провідника

Практичне значення має ситуація, якщо одне з середовищ є провідник, наприклад, антена, що межує з повітрям. Відмінність провідника та діелектрика є в тому, що провідник має *вільні* заряди (*ідеальним* є провідник, в якому кількість вільних зарядів *нескінченно велика*). Внесення провідника в електростатичне поле спричиняє *перерозподіл* зарядів, тобто негативні заряди зосереджено на поверхні провідника, яка зорієнтована назустріч полю, а позитивні заряди – на протилежній. Тоді всередині провідника виникає поле, спрямоване назустріч до зовнішнього. Перерозподіл зарядів триває доки поле, яке зосереджено всередині, не компенсує зовнішнє в межах об'єму провідника. Отже, *ідеальний провідник* має достатню кількість зарядів, щоб *компенсувати зовнішнє поле* у межах всього об'єму провідника. Тому сумарне поле всередині ідеального провідника дорівнює нулю.

Для тангенціальних складників маємо (2.71):

$$E_{\tau 1} = E_{\tau 2}.$$

Отже, якщо $E_2 = 0$, тому й складники $E_{\tau 2} = 0$ та $E_{n 2} = 0$. Для нормальних складників вектора \vec{E} на підставі (2.65) маємо:

$$E_{n 1} = \frac{\rho_s}{\varepsilon_1}. \quad (2.79)$$

Таким чином, силові лінії електростатичного поля завжди спрямовані за нормаллю до поверхні ідеального провідника.

У компактній формі граничні умови електростатики наведено в табл. 2.1.

Таблиця 2.1 Граничні умови електростатики

Складники поля	Базові співвідношення	Граничні умови		
		У загальній формі	З ідеальним провідником	
Нормальний n	$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = q$	$D_{n1} - D_{n2} = \rho_s,$ $\varepsilon_1 E_{n1} - \varepsilon_2 E_{n2} = \rho_s,$ $E_{n1} \neq E_{n2}.$	$E_{n2} = 0$ $E_{n1} = \frac{\rho_s}{\varepsilon_1}$	
Тангенціальний τ	$\oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$	$E_{\tau 1} = E_{\tau 2},$ $\frac{D_{\tau 1}}{\varepsilon_1} = \frac{D_{\tau 2}}{\varepsilon_2}.$	$E_{\tau 1} = 0$ $E_{\tau 2} = 0$	

2.8. Поняття електричної ємності. Енергія електростатичного поля

Нагадаємо, який компонент електричного кола накопичує електричну енергію. Цей елемент – конденсатор. Відомо, що основний функціональний параметр конденсатора електрична ємність.

Електричну ємність (далі ємність) визначають як відношення заряду q до напруги U на обкладинках конденсатора або різниці потенціалів $\Delta\varphi$:

$$C = \frac{q}{\Delta\varphi}. \quad (2.80)$$

Зауважимо, що формула (2.80) показує існування електричної ємності між будь-якими об'єктами, за наявності різниці потенціалів між ними та зарядів, наприклад, між двома провідниками. Така ємність має назву **паразитна**, бо існує незалежно від проектанта та користувача апаратури.

За одиницю ємності прийнято ємність конденсатора, в якому є заряд 1 Кл за умови, що до його обкладинок прикладена напруга 1 В. Цю одиницю називають фарад [1 Ф]: 1 Ф = 1 Кл/1 В.

Визначимо ємність плоского конденсатора за формулою (2.80) з урахуванням, що напруга (різниця потенціалів) між обкладинками на відстані d

дорівнює Ed , а заряд визначимо за формулою закону Гауса в інтегральній формі (2.19) та з урахуванням (2.6)

$$C = \frac{q}{U} = \frac{\int \vec{D} \cdot d\vec{S}}{Ed} = \frac{\varepsilon ES}{Ed} = \varepsilon \frac{S}{d}, \quad (2.81)$$

де S – площа обкладинок конденсатора, d – відстань між ними (товщина діелектрика).

Для тіл сферичної форми: $\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon R}$, тому електрична ємність такого тіла:

$$C = \frac{q}{\Delta\varphi} = 4\pi\varepsilon R, \quad (2.81a)$$

де R – радіус сфери.

З формул (2.81) та (2.81a) маємо, що ємність будь-яких компонентів електричного кола залежить від їх розмірів, форми, властивостей середовища (матеріалу діелектрика).

Відомо, що для змінення електричного потенціалу за значенням $d\varphi$ необхідно виконати роботу

$$dA = C\varphi d\varphi. \quad (2.82)$$

За інтегруванням (2.82) визначимо *роботу*, необхідну для зарядження тіла від нульового потенціалу до φ :

$$A = \int_0^{\varphi} C\varphi d\varphi = \frac{C\varphi^2}{2}. \quad (2.82a)$$

Таким чином, *електрична енергія* зарядженого конденсатора дорівнює роботі, яку необхідно виконати, щоб його зарядити:

$$W_E = \frac{C\varphi^2}{2}. \quad (2.83)$$

Енергію *електричного поля* також наведемо як функцію величин, що характеризують поле: *напруженості* E та *електричного зміщення* D .

Перетворимо формулу (2.83), з урахуванням формул для ємності конденсатора з відстанню між пластинами d , (2.81) $C = \frac{\varepsilon S}{d}$ та різниці потенціалів між його обкладинками $\Delta\varphi = Ed$.

Тоді:

$$W_E = \frac{\varepsilon E^2}{2} S \cdot d = \frac{\varepsilon E^2}{2} V. \quad (2.84)$$

З урахуванням першого матеріального рівняння (2.6) маємо

$$W_E = \frac{\vec{E} \cdot \vec{D}}{2} V. \quad (2.84a)$$

Або узагальнено

$$W_E = \int_V w_E dV = \int_V \frac{\varepsilon E^2}{2} dV = \int_V \frac{\vec{E} \cdot \vec{D}}{2} dV, \quad (2.85)$$

де w_E питома енергія електричного поля.

2.9. Висновки

1. Електричне поле (статичне) створюють незмінні у часі нерухомі заряди.
2. Проявом взаємодії зарядів ϵ , так звана «кулонівська сила» \vec{F} , [Н], яка, зокрема, для електронів значно перевищує гравітаційну.
3. Для означення (підкреслення) електричного характеру сили взаємодії зарядів введено поняття «вектор напруженості електричного поля» $\vec{E} = \vec{F}/q = (q/4\pi\epsilon r^2)\vec{1}_r$, [В/м] – це силова характеристика електричного поля.
4. Для визначення характеристик електричного поля незалежного від параметрів середовища застосовують поняття «вектор електричного зміщення» $\vec{D} = \epsilon\vec{E}$, [Кл/м²], який характеризує густину електричного заряду.
5. Для опису характеристик електричного поля застосовують поняття: інтегральні – «значення», «напрямок», «потік вектора електричного зміщення», «циркуляція вектора за замкненим контуром» і диференціальні – «градієнт», «дивергенція» та «ротор».
6. Потік вектора електричного зміщення визначено зарядом, який його створює $\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = q$ (закон Гауса в інтегральній формі); дивергенція вектора \vec{D} визначає густину заряду $\text{div}\vec{D} = \rho$ (закон Гауса у диференціальній формі).
7. Для розв'язку завдань електростатики та електродинаміки є корисним перетворення (теорема) Гауса – Остроградського $\int_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_V \text{div}\vec{D} dV$, за яким можливо змінювати параметр інтегрування.
8. Ознакою електричного поля є сила, тому в умовах переміщення заряду виконана робота дорівнює: $A = q \int_l \vec{E} \cdot d\vec{l}$.
9. Роботу електричного поля можна характеризувати потенціалом $\phi = -\int \vec{E} \cdot d\vec{l} + C$ – допоміжною характеристикою поля.
10. Для означення поля потенціалом у просторі застосовують поняття «еквіпотенціальні поверхні».
11. Для оцінювання ступеня змінення потенціалу з відстанню використовують поняття «градієнт потенціалу» $(\partial\phi/\partial n)\vec{1}_n$, $\text{grad}\phi = -\vec{E}$.
12. Розв'язок прямої та зворотної задач електростатики полягає у виявленні зв'язків між q , ρ , ϕ , \vec{E} , \vec{D} .
13. Електричний потенціал визначають із розв'язку рівняння Пуассона $\nabla^2\phi = \rho/\epsilon$, звідки $\phi = \int \rho dV / 4\pi\epsilon r$.
14. За умов існування електричного поля в просторі, параметри якого різні, необхідно визначити граничні умови:
 - для нормальних складників використовують потік вектора електричного зміщення \vec{D} та отримують $D_{n1} - D_{n2} = \rho_S$;

– для *тангенціальних* складників використовують *циркуляцію вектора* напруженості електричного поля \vec{E} та отримують $E_{\tau_1} = E_{\tau_2}$.

15. *Потенціал* на межі розподілу не має стрибка, тобто є *неперервним*.

16. Суттєвою для практики є ситуація, якщо одне із середовищ є ідеальний провідник, за якої силові лінії вектора напруженості електричного поля \vec{E} *перпендикулярні* до провідної поверхні.

17. Електрична *ємність*: це фізична величина, яка характеризує взаємозв'язок між *зарядом* та *різницею потенціалів*; її математична модель;

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{U}.$$

18. *Енергію* електричного поля визначають через *ємність* та *різницю потенціалів* (напругу): $W_E = \frac{C\varphi^2}{2}$; або

$$\text{параметри електричного поля: } W_E = \int_V \frac{\vec{E} \cdot \vec{D}}{2} dV; \quad W_E = \int_V \frac{\varepsilon E^2}{2} dV.$$

2.10. Контрольні питання та завдання

1. Поясніть сутність закону Кулона як *прояв* електричного поля.
2. Порівняйте силу взаємодії двох електронів: електричну, механічну.
3. Сформулюйте сутність та наведіть визначення *напруженості* як *силової характеристики електричного поля*; обґрунтуйте одиниці вимірювання.
4. Поясніть сутність та наведіть визначення вектора електричного зміщення.
5. Наведіть основні *дескриптори* електричного поля.
6. Поясніть сутність понять: «*поляризованість*» та «*діелектрична сприйнятливість*».
7. Поясніть необхідність застосування поняття «*тензор*».
8. Поясніть сутність фізичного та математичного поняття «*потік*»
9. Сформулюйте сутність закону Гауса в інтегральній формі.
10. Виведіть формулу для закону Гауса у диференціальній формі.
11. Поясніть фізичну сутність поняття «*дивергенція*».
12. *Доведіть* теорему (перетворення) Гауса – Остроградського.
13. Опишіть *роботу сил* під час руху електричного заряду в електричному полі.
14. Обґрунтуйте інтегральне та диференціальне співвідношення між *напруженістю* електричного поля та *потенціалом*.
15. Наведіть сутність поняття «*градієнт*».
16. Наведіть сутність поняття «*потенціал*».
17. Наведіть сутність поняття «*еквіпотенціальна поверхня*».

18. Сформулюйте *рівняння Пуассона* та наведіть його розв'язок.
19. Поясніть *сутність граничних умов* електростатики.
20. Обґрунтуйте співвідношення для *нормальних складників* векторів електричного поля.
21. Обґрунтуйте співвідношення для *тангенціальних складників* векторів електричного поля.
22. Поясніть граничні умови для векторів електричного поля, якщо одне середовище – *ідеальний провідник*.
23. Поясніть граничні умови для потенціалу.
24. Поясніть сутність поняття «*електрична ємність*».
25. *Виведіть* формулу для ємності *плаского конденсатора*.
26. *Виведіть* формулу для *питомої та повної енергії* електричного поля.

Далі вивчаємо та досліджуємо властивості магнітного поля постійного струму.

Розділ 3. МАГНІТНЕ ПОЛЕ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

- 3.1. Основні характеристики магнітного поля постійного струму.
Закон Біо – Савара.
- 3.2. Закон повного струму
 - 3.2.1. Закон повного струму в інтегральній формі
 - 3.2.2. Закон повного струму в диференціальній формі
 - 3.2.3. Перетворення (теорема) Стокса
- 3.3. Розв'язування прямої задачі магнітного поля постійного струму у загальній формі
- 3.4. Граничні умови магнітного поля постійного струму
 - 3.4.1. Нормальні складники векторів магнітної індукції та напруженості магнітного поля
 - 3.4.2. Тангенціальні складники векторів напруженості магнітного поля та магнітної індукції
 - 3.4.3. Граничні умови на поверхні ідеального провідника
- 3.5. Поняття індуктивності. Енергія магнітного поля постійного струму
- 3.6. Висновки
- 3.7. Контрольні питання та завдання

Під час опанування матеріалу цього розділу та після завершення ви маєте

знати:

- модель «магнітної спиці» та аналог закону взаємодії електричних і магнітних зарядів;
- основні характеристики магнітного поля постійного струму та зв'язок між ними;
- сутність понять «намагніченість», «магнітна сприйнятливість», «магнітна проникність»;
- закон Біо – Савара ;
- закон повного струму в інтегральній формі;
- закон повного струму в диференціальній формі;
- математичне та фізичне визначення циркуляції та ротора стосовно характеристик магнітного поля постійного струму;
- перетворення (теорему) Стокса;
- сутність векторного магнітного потенціалу (\vec{A});
- формування та розв'язок аналогу рівняння Пуассона для магнітного поля постійного струму;
- граничні умови магнітного поля постійного струму для нормальних і тангенціальних складників векторів магнітного поля;
- особливість граничних умов на поверхні ідеального провідника;
- визначення поняття «індуктивність»;
- визначення енергії магнітного поля постійного струму;

вміти:

- визначити силу взаємодії магнітних зарядів;
- визначити напруженість магнітного поля;
- розрахувати значення вектора магнітної індукції;
- застосувати закон повного струму в інтегральній формі;
- отримати та застосувати формулу закону повного струму в диференціальній формі;
- визначити ротор векторної величини із застосуванням оператора Гамільтона (оператора «набла») та пояснити його сутність;
- довести та застосувати перетворення (теорему) Стокса;
- визначити циркуляцію вектора напруженості магнітного поля \vec{H} ;
- визначити векторний магнітний потенціал \vec{A} ;
- визначити нормальний та тангенціальний складники векторів магнітної індукції \vec{B} та напруженості магнітного поля \vec{H} ;
- визначити граничні умови на поверхні ідеального провідника;
- розрахувати індуктивність, як фізичну величину, та для соленоїда (дроселя);
- розрахувати енергію магнітного поля постійного струму;
- розв'язувати пряму та зворотню задачі магнітного поля постійного струму.

набути досвід:

- визначення сили взаємодії магнітних зарядів;
- застосування законів Біо – Савара та повного струму у диференціальній та інтегральній формах;
- застосування перетворення (теорема) Стокса;
- розв'язку аналога рівняння Пуассона стосовно магнітного поля;
- опанування засад визначення та застосування граничних умов магнітного поля;
- визначення параметрів та енергії індуктора (електричного дроселя).

3.1. Основні характеристики магнітного поля постійного струму. Закон Біо – Савара

Сили, які можна виявити за умови взаємодії струмів та дії магнітів, мають однакову природу – їх називають *магнітними*. Джерелом *магнітних сил* є *магнітне поле*, яке існує у просторі, що оточує магніти та провідники зі струмом. Будь-який *рухомий електричний заряд* створює у навколишньому середовищі *магнітне поле*. Воно неперервне у просторі та впливає на інші рухомі електричні заряди. Скрізь, де є електричний струм, тобто рухомі електричні заряди, існує *магнітне поле*. Електричний струм та магнітне поле пов'язані між собою. Через те, що магнітне поле виникає навколо провідника зі струмом, його вважають *джерелом магнітного поля*. Саме так треба розуміти висловлювання «магнітне поле струму», «магнітне поле, створене струмом».

Одним із способів виявлення магнітного поля навколо провідника є експеримент із використанням залізних ошурків. У магнітному полі ці шматочки заліза *намагнічуються*, та зміщуються за структурою магнітного поля у даній точці. Під час проходження постійного струму крізь провідник пропущений, наприклад, через аркуш картону із залізними ошурками, вони розміщуються навколо нього за *концентричними колами*.

За аналогією з електростатикою введемо поняття «магнітні заряди». На відміну від електричних зарядів, *окремих* магнітних зарядів одного знаку в природі не існує. Скільки б не розрізали навпіл магніт, він завжди матиме два полюси (рис. 3.1а). Тому для спрощення досліджень застосовують модель магніту як нескінченно довгу тонку «магнітну спицю» (рис.3.1б) з *фіктивними магнітними зарядами* протилежних знаків, які «зосереджено» на її кінцях.

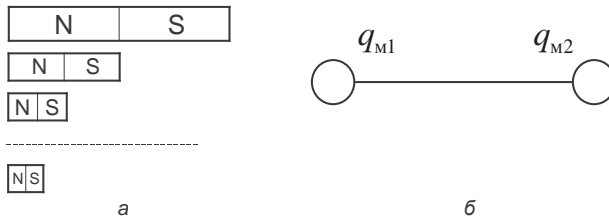


Рисунок 3.1. Модель: а – магніту; б – «магнітної спиці»

Для такої моделі магніту можна, за аналогією, скористатись законами та положеннями електростатики. Аналогія закону Кулона для магнітної спиці:

$$\vec{F}_M = \frac{q_{M1}q_{M2}}{4\pi\mu r^2} \vec{1}_r, \quad (3.1)$$

q_{M1}, q_{M2} – фіктивні магнітні заряди, r – відстань між ними, μ – магнітна проникність середовища.

Вектор напруженості електричного поля визначають як (2.4):

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q'} = \frac{q}{4\pi\epsilon r^2} \vec{1}_r,$$

за аналогією запишемо вектор напруженості магнітного поля:

$$\vec{H} = \frac{\vec{F}_M}{q'_M} = \frac{q_M}{4\pi\mu r^2} \vec{1}_r. \quad (3.2)$$

Одиниця вимірювання H – $\left[\frac{A}{M} \right]$.

Визначимо одиниці вимірювання q_M за формулою (3.2):

$$\left[\frac{A}{M} \right] = \left[\frac{A \cdot M \cdot q_M}{C \cdot B \cdot M^2} \right], \text{ звідки } [q_M] = [B \cdot c] = [Wb]$$

В електростатиці вектор електричного зміщення (у літературі попередніх років його називали «вектор електричної індукції») $\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$ характеризує електричне поле незалежно від середовища, в якому це поле існує. За аналогією введемо поняття «вектор магнітної індукції»:

$$\vec{B} = \mu \vec{H} = \frac{q_M}{4\pi r^2} \vec{1}_r. \quad (3.3)$$

За фізичною сутністю вектор \vec{B} – це *густина магнітного потоку*.
Визначимо одиницю вимірювання вектора магнітної індукції за (3.3):

$$[\vec{B}] = \left[\frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{М}^2} \right] = \left[\frac{\text{Вб}}{\text{М}^2} \right] = [\text{Тл}], \quad 1 \text{ Тл} = 10^4 \text{ Гс},$$

де [1 Вб] – вебер, [1 Тл] – тесла, [1 Гс] – гаус.

Деякі об'єкти, розташовані у магнітному полі, мають властивість *намагнічуватись*. Це явище характеризує *вектор намагніченості*

$$\vec{M} = \chi_{mr} \vec{H}, \quad (3.4)$$

де \vec{M} – *намагніченість* речовини, χ_{mr} – відносна магнітна *сприйнятливість*.

За Національним стандартом України ДСТУ 2843 – *намагніченість* – це векторна величина, якою характеризують магнітний стан речовини, яку визначають як границю відношення магнітного моменту елементів об'єму речовини до цього елемента об'єму, коли останній прямує до нуля.

За Національним стандартом України ДСТУ 2843 – *магнітна сприйнятливість* – це величина, яка характеризує властивість речовини намагнічуватись у магнітному полі і яку визначають як відношення модуля намагніченості до модуля напруженості магнітного поля, вона скалярна для ізотропної речовини.

Для *магнітних* речовин вектор *магнітної індукції* визначають:

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{M} + \mu_0 \vec{H} = \mu_0 \chi_{mr} \vec{H} + \mu_0 \vec{H} = \mu_0 (\chi_{mr} + 1) \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H} = \mu \vec{H}. \quad (3.5)$$

де μ – абсолютна магнітна проникність,

χ_{mr} – відносна магнітна сприйнятливість,

μ_r – відносна магнітна проникність,

μ_0 – магнітна проникність у вакуумі (магнітна стала).

Магнітна проникність μ – величина, що показує відмінність значення магнітної індукції \vec{B} магнітного поля в однорідному середовищі відрізняється від магнітної індукції \vec{B}_0 у вакуумі. Для діамагнетиків, тобто речовин, що послаблюють магнітну індукцію зовнішнього поля, $\mu_r < 1$ ($\chi_{mr} < 0$). Для парамагнетиків, що підсилюють магнітну індукцію зовнішнього поля $\mu_r > 1$ ($\chi_{mr} > 0$). Для феромагнетиків, що мають власну намагніченість і внутрішнє магнітне поле у багато разів перевищує зовнішнє поле, $\mu_r \gg 1$.

Для монохромного поля та неоднорідного лінійного ізотропного середовища магнітна проникність у загальному випадку є функцією узагальнених криволінійних координат. ξ, η, ζ .

Тоді маємо:

$$\vec{B} = \mu(\xi, \eta, \zeta,) \vec{H}. \quad (3.6)$$

Якщо середовище нелінійне, тобто $\mu = \mu(H)$, маємо:

$$\vec{B} = \mu(H) \vec{H}. \quad (3.6a)$$

Для монохромного поля, однорідного лінійного анізотропного середовища:

$$\left. \begin{aligned} B_\xi &= \mu_{11}H_\xi + \mu_{12}H_\eta + \mu_{13}H_\zeta, \\ B_\eta &= \mu_{21}H_\xi + \mu_{22}H_\eta + \mu_{23}H_\zeta, \\ B_\zeta &= \mu_{31}H_\xi + \mu_{32}H_\eta + \mu_{33}H_\zeta, \end{aligned} \right\} \quad (3.7)$$

де сукупність чисел (μ) має назву *тензор*:

$$(\mu) = \begin{pmatrix} \mu_{11} & \mu_{12} & \mu_{13} \\ \mu_{21} & \mu_{22} & \mu_{23} \\ \mu_{31} & \mu_{32} & \mu_{33} \end{pmatrix}.$$

У скороченій формі:

$$\vec{B} = (\mu) \vec{H}. \quad (3.8)$$

З'ясуємо визначення магнітного поля, яке створює постійний електричний струм. В основі розв'язання прямої задачі магнітного поля постійного струму є *закон Біо – Савара*, відкритий експериментально 1820 р.:

$$d\vec{H} = \frac{\vec{Idl}}{4\pi r^2} \times \vec{l}_r, \quad (3.9)$$

де \vec{Idl} називають «*елемент струму*», що є вектором, за яким визначають модуль та напрямок елемента $d\vec{H}$.

Закон Біо – Савара свідчить про те, що *напруженість магнітного поля*, яку створює елемент постійного струму \vec{Idl} , *прямо пропорційна значенню цієї величини, обернено пропорційна квадрату відстані до точки спостереження та залежить від напрямку на неї* (рис. 3.2).

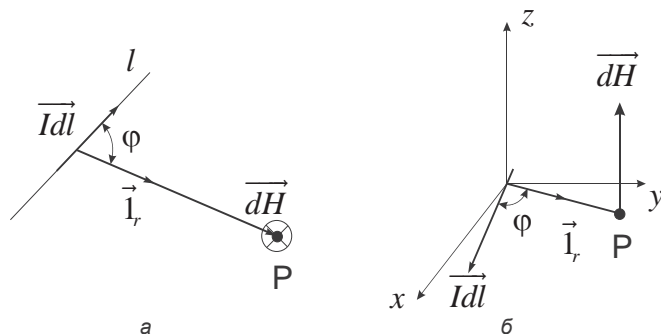


Рисунок 3.2. До визначення напрямку вектора напруженості магнітного поля \vec{H} :
 а – на площині; б – умовно у просторі (P – точка спостереження)

Визначимо модуль dH :

$$|d\vec{H}| = \frac{|\vec{Idl}||\vec{1}_r|\sin(\vec{dl} \wedge \vec{1}_r)}{4\pi r^2}, \quad (3.10)$$

де $\sin(\vec{dl} \wedge \vec{1}_r) = \sin \varphi$, де φ – кут між напрямком \vec{dl} та одиничним вектором $\vec{1}_r$.

Загальне поле відповідно до принципу *суперпозиції* визначають за результатом інтегрування за всіма елементами струму.

Тоді напруженість магнітного поля:

$$|\vec{H}| = \frac{I}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin \varphi}{r^2} dl. \quad (3.11)$$

Проаналізуємо приклад застосування закону Біо – Савара для *нескінченно довгого тонкого провідника* l зі силою струму I . На відстані R від провідника є точка спостереження D , через яку проходять силові лінії магнітного поля (рис 3.3).

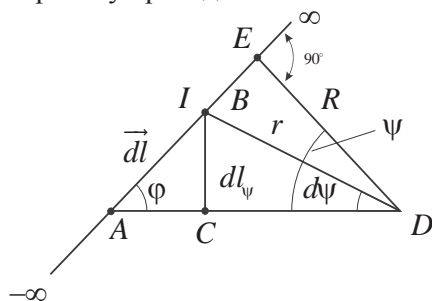


Рисунок 3.3. До визначення напруженості магнітного поля

Інтеграл (3.11) має нескінченні межі інтегрування. Для конкретизації межі інтегрування використаємо співвідношення із трикутників ABC , BDC з урахуванням, що за малих значень аргументу α : $\sin \alpha \approx \alpha$, відповідно:

$$dl_{\psi} = dl \sin \varphi, \quad (3.12)$$

$$dl_{\psi} = r \sin \psi d\psi \approx r d\psi. \quad (3.13)$$

Після заміни $dl \sin \varphi$ (3.11) на $r d\psi$ (3.13) на підставі (3.12) та заміни меж інтегрування маємо

$$H = \frac{I}{4\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\psi}{r}. \quad (3.14)$$

З трикутника AED (із врахуванням, що внаслідок нескінченно малого значення dl $AD \cong BD$) маємо:

$$\cos \psi = \frac{R}{r} \Rightarrow r = \frac{R}{\cos \psi}.$$

Підставимо цю формулу в рівняння (3.14) та отримаємо:

$$H = \frac{I}{4\pi R} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos \psi d\psi. \quad (3.15)$$

Після інтегрування (3.15), для напруженості магнітного поля маємо:

$$H = \frac{I}{2\pi R}, \quad (3.16)$$

Визначимо напруженість магнітного поля \vec{H} як вектор:

$$\vec{H} = \frac{I}{2\pi R} \vec{1}_n, \quad (3.16a)$$

де $\vec{1}_n$ – це вектор, перпендикулярний до площини з провідником із струмом та вектором \vec{r} .

Таким чином встановлено, що значення напруженості магнітного поля, яку створює нескінченно довгий провідник зі струмом I , визначають за формулою (3.16), напрямком вектора \vec{H} визначають за дотичною до концентричних кіл радіусу R навколо провідника зі струмом.

Застосування закону Біо – Савара для аналізу провідника фіксованої довжини з визначеним діаметром вимагає складного інтегрування, тому потрібен *інший підхід* до розрахунку магнітного поля.

Такий підхід обґрунтовано *законом повного струму (Circular Ampere's Law – круговий закон Ампера)*.

3.2. Закон повного струму

3.2.1. Закон повного струму в інтегральній формі

Визначимо роботу поля з переміщення пробного заряду вздовж замкненого контуру:

$$A = \int \vec{F}_m \cdot d\vec{l} = q_m \int_l \vec{H} \cdot d\vec{l}. \quad (3.17)$$

Контур (рис. 3.4) може охоплювати провідники зі струмом I , а може не охоплювати. Вважаємо, що струм I протікає у нескінченно тонкому і довгому провіднику. Вектор \vec{dl} є дотичною до контуру, вектор \vec{dl}_φ – спрямовано в тому ж напрямі, що й вектор \vec{H} , а \vec{dl}_r перпендикулярний до нього. Напрямы силових ліній вектора напруженості магнітного поля \vec{H} визначають за «правилом свердлика».

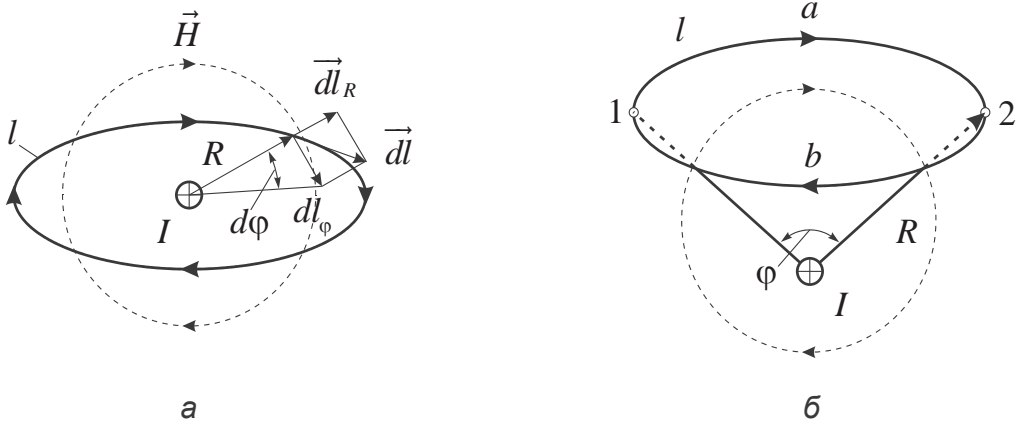


Рисунок 3.4. Провідник із струмом: a – охоплює контур l ; b – за межами контуру l

Проаналізуємо першу ситуацію: контур *охоплює* струм I (рис. 3.4а). Позначимо відстань від провідника до елемента контуру dl через R та визначимо:

$$\vec{dl} = \vec{dl}_R + \vec{dl}_\varphi, \quad (3.18)$$

$$\oint \vec{H} \cdot \vec{dl} = \int \vec{H} \cdot \vec{dl}_R + \int \vec{H} \cdot \vec{dl}_\varphi. \quad (3.19)$$

З правої частини (3.19) маємо: оскільки вектори \vec{dl}_R і \vec{H} взаємно перпендикулярні, їх скалярний добуток дорівнює нулю; напрямки векторів \vec{dl}_φ і \vec{H} співпадають – добуток цих векторів дорівнює добутку їх модулів.

Отже:

$$\left. \begin{aligned} \vec{H} \cdot \vec{dl}_R &= H dl_R \cos(\vec{H} \wedge \vec{dl}_R) = 0, \\ \vec{H} \cdot \vec{dl}_\varphi &= H dl_\varphi \cos(\vec{H} \wedge \vec{dl}_\varphi) = H dl_\varphi. \end{aligned} \right\} \quad (3.20)$$

Із урахуванням, що

$$dl_\varphi \cong R \sin d\varphi, \quad (3.21)$$

та за умови малого кута $d\varphi$

$$dl_\varphi \cong R d\varphi \quad (3.21a)$$

рівняння (3.19) є таким:

$$\int_l H dl_\varphi \Rightarrow \int_0^{2\pi} HR d\varphi = HR 2\pi. \quad (3.22)$$

Із урахуванням (3.16) маємо

$$\int_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum_{n=1}^k I = I_\Sigma. \quad (3.23)$$

З'ясуємо іншу ситуацію, якщо контур *не охоплює* провідник зі струмом. Проведемо дві прямі, дотичні до контуру в точках 1 та 2. Тоді контур умовно наводимо двома траєкторіями: 1a2 та 2b1:

У цій ситуації циркуляція вектора \vec{H} є сумою двох інтегралів:

$$\oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = \frac{I}{2\pi} \left[\int_{1a2} d\varphi + \int_{2b1} d\varphi \right] = 0. \quad (3.24)$$

Перший інтеграл характеризує роботу поля з переміщення пробного заряду за траєкторією 1a2, а другий – за траєкторією 2b1. Оскільки кути за колами 1a2 та 2b1 однакові за значенням та протилежні за знаком – у підсумку маємо нуль.

Узагальнення результатів ситуацій 1 та 2 (за рис. 3.4a та рис. 3.4б) показує, що *циркуляція* вектора \vec{H} за замкненим контуром дорівнює *алгебраїчній сумі* сили струмів, які *охоплює* цей контур.

Таким чином, закон повного струму в інтегральній формі надає можливість розв'язку прямої задачі магнітного поля.

Для розв'язку зворотної задачі – за даними поля визначити розподіл струмів у провіднику, які створюють це поле – закон повного струму в інтегральній формі відповіді не надає. Тому проаналізуємо закон повного струму в *диференціальній формі*.

3.2.2. Закон повного струму в диференціальній формі

Визначимо в просторі точку $a(x, y, z)$, де напруженість поля \vec{H}_a :

$$\vec{H}_a = \vec{i}H_{ax} + \vec{j}H_{ay} + \vec{k}H_{az}. \quad (3.25)$$

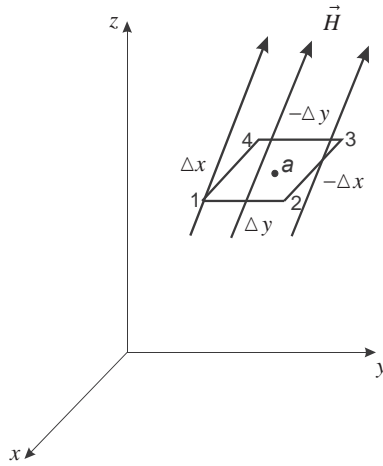


Рисунок 3.5. До визначення закону повного струму в диференціальній формі (модель площини, яка паралельна xOy);

Визначимо *циркуляцію* вектора \vec{H} навколо точки a , спочатку в площині xOy (рис. 3.5)

$$\oint_{1234} \vec{H} \cdot d\vec{l} = (\vec{H} \cdot \Delta\vec{l})_{12} + (\vec{H} \cdot \Delta\vec{l})_{23} + (\vec{H} \cdot \Delta\vec{l})_{34} + (\vec{H} \cdot \Delta\vec{l})_{41}. \quad (3.26)$$

Відповідно до рис. 3.5 із урахуванням напрямку руху за контуром 12341 формула (3.26) є такою:

$$\oint_{1234} \vec{H} \cdot d\vec{l} \Rightarrow H_{y12}\Delta y + H_{x23}(-\Delta x) + H_{y34}(-\Delta y) + H_{x41}\Delta x. \quad (3.26a)$$

Визначимо H_{y12} з урахуванням змінення H_y вздовж осі x

$$H_{y12} \Rightarrow H_{ay} + \frac{\partial H_y}{\partial x} \frac{\Delta x}{2}. \quad (3.27)$$

Тоді

$$(\vec{H} \cdot \Delta\vec{l})_{12} = (H_{ay} + \frac{\partial H_y}{\partial x} \frac{\Delta x}{2})\Delta y. \quad (3.28)$$

Виконаємо аналогічні операції для інших сторін чотирикутника:

$$(\vec{H} \cdot \Delta\vec{l})_{23} \Rightarrow -(H_{ax} + \frac{\partial H_x}{\partial y} \frac{\Delta y}{2})\Delta x, \quad (3.28a)$$

$$(\vec{H} \cdot \Delta\vec{l})_{34} \Rightarrow -(H_{ay} - \frac{\partial H_y}{\partial x} \frac{\Delta x}{2})\Delta y, \quad (3.28b)$$

$$(\vec{H} \cdot \Delta\vec{l})_{41} \Rightarrow (H_{ax} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \frac{\Delta y}{2})\Delta x. \quad (3.28c)$$

Об'єднаємо (3.28) ... (3.28в):

$$\oint_{1234} \vec{H} \cdot d\vec{l} \Rightarrow \frac{\partial H_y}{\partial x} \Delta x \Delta y - \frac{\partial H_x}{\partial y} \Delta x \Delta y = \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) \Delta x \Delta y = J_z \Delta x \Delta y. \quad (3.29)$$

Цей закон повного струму за контуром 12341 – в дужках маємо величину за одиницею вимірювання $[A/m^2]$, тобто проекцію густини струму J_z (за напрямком z). Аналогічно для площин zOx та yOz отримуємо:

$$zOx: \quad \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) \Delta x \Delta z = J_y \Delta x \Delta z, \quad (3.30)$$

в дужках густина струму J_y (за напрямком y);

$$yOz: \quad \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) \Delta x \Delta z = J_x \Delta y \Delta z, \quad (3.31)$$

в дужках густина струму J_x (за напрямком x).

Тобто співвідношення для густини струму в декартовій системі координат:

$$J_z = \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = \frac{\oint \vec{H} \cdot d\vec{l}}{\Delta x \Delta y}; \quad (3.32)$$

$$J_y = \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = \frac{\oint \vec{H} \cdot d\vec{l}}{\Delta x \Delta z}; \quad (3.32a)$$

$$J_x = \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = \frac{\oint \vec{H} \cdot d\vec{l}}{\Delta y \Delta z}. \quad (3.32б)$$

Границі від правих частин рівнянь, (3.32)...(3.32б) є проекції ротора на осі, перпендикулярні до відповідних площин:

$$\lim_{\Delta x \Delta y \rightarrow 0} \frac{\oint \vec{H} \cdot d\vec{l}}{\Delta x \Delta y} = \text{rot}_z \vec{H}, \quad (3.33)$$

$$\lim_{\Delta x \Delta z \rightarrow 0} \frac{\oint \vec{H} \cdot d\vec{l}}{\Delta x \Delta z} = \text{rot}_y \vec{H}, \quad (3.33a)$$

$$\lim_{\Delta y \Delta z \rightarrow 0} \frac{\oint \vec{H} \cdot d\vec{l}}{\Delta y \Delta z} = \text{rot}_x \vec{H}. \quad (3.33б)$$

Узагальнено:

$$\lim_{\Delta S_n \rightarrow 0} \frac{\oint \vec{H} \cdot d\vec{l}}{\Delta S_n} = \text{rot}_n \vec{H}. \quad (3.34)$$

Таким чином, границя відношення *циркуляції вектора* до елемента площини за умов прямування цієї площини до нуля є проекцією *ротора* цього вектора на нормаль до цієї площини.

Тобто можемо трактувати операцію *rot* як *диференціальну характеристику циркуляції*.

У декартовій системі координат *ротор* визначають:

$$\text{rot} \vec{H} = \vec{i} \text{rot}_x \vec{H} + \vec{j} \text{rot}_y \vec{H} + \vec{k} \text{rot}_z \vec{H} = \vec{i} J_x + \vec{j} J_y + \vec{k} J_z. \quad (3.36)$$

Отже, закон повного струму в *диференціальній формі*:

$$\text{rot} \vec{H} = \vec{J}_{\text{np}}. \quad (3.37)$$

У компактній матричній формі операцію *rot* визначають із застосуванням оператора Гамільтона (оператора «набла» – (2.34):

$$\nabla \times \vec{H} = \text{rot} \vec{H} = \begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ H_x & H_y & H_z \end{bmatrix} = \vec{i} \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) + \vec{j} \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) + \vec{k} \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right). \quad (3.38)$$

Надалі визначимо *перетворення Стокса*.

3.2.3. Перетворення (теорема) Стокса

З'ясуємо взаємозв'язок сумарного струму I в контурі l із густиною струмів \vec{J} .

Перетворення Стокса пов'язує *інтеграли різного порядку* (на зразок перетворення (теорема) Гауса – Остроградського). Це дозволяє переходити від *лінійного інтеграла* до *поверхневого*, і навпаки, що в деяких ситуаціях суттєво полегшує розв'язування задач електродинаміки.

Скористаємось підходом аналогічно п. 2.3.3 для перетворення Гауса – Остроградського. Доведення почнемо із визначення сили струму I та скористаємось відомими формулами (3.27), (3.37):

$$I = \oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l},$$

$$I = \int_s \vec{J} \cdot d\vec{S} = \int_s \text{rot} \vec{H} \cdot d\vec{S}. \quad (3.39)$$

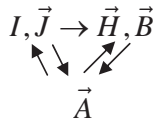
Отже, отримаємо:

$$\oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_s \text{rot} \vec{H} \cdot d\vec{S}. \quad (3.40)$$

Таким чином, *циркуляція вектора* за довільним замкненим контуром дорівнює *поток його ротора через поверхню*, обмежену цим контуром. Тобто співвідношення (3.40) пов'язує лінійний інтеграл з поверхневим, що надає можливість змінювати порядок інтегрування.

3.3. Розв'язування прямої задачі магнітного поля постійного струму у загальній формі

Як встановлено вище, першопричиною магнітного поля є струм:



де \vec{H} визначає *силовий вплив*, тобто – *напруженість магнітного поля*, \vec{B} – *густину потоку*, \vec{A} є допоміжний параметр – *векторний магнітний потенціал*.

Встановимо зв'язок між густиною струму $\vec{J}(x, y, z)$ та напруженістю магнітного поля \vec{H} створеного струмом.

Вектор \vec{H} визначають трьома проекціями, тому для розв'язання цієї задачі знадобиться система не менш як із трьох рівнянь.

Перше рівняння – закон повного струму в диференціальній формі (3.37):

$$\text{rot} \vec{H} = \vec{J}.$$

Магнітне поле існує у середовищі із певною *магнітною проникністю*, тому друге рівняння:

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \text{ – це 2-ге матеріальне рівняння середовища (3.3).}$$

Третє рівняння – аналог закону Гауса – Остроградського в інтегральній формі стосовно магнітних тіл:

$$\int_s \vec{B} \cdot d\vec{S} = q_m, \quad (3.41)$$

тобто потік вектора магнітної індукції дорівнює *сумарному магнітному заряду* в заданій ділянці простору. У зв'язку з тим, що магнітні заряди завжди існують як *диполі*, *сумарний заряд дорівнює 0* і відповідно маємо, що інтеграл також дорівнює 0:

$$\int_s \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \text{ – в інтегральній формі,} \quad (3.41a)$$

$$\text{div} \vec{B} = 0 \text{ – у диференціальній формі.} \quad (3.42)$$

Нагадаємо, що з векторного аналізу відомо: якщо дивергенція будь-якого вектора дорівнює нулю, наприклад, $\text{div}\vec{L}=0$, то можна стверджувати, що існує деякий вектор \vec{M} , ротор якого дорівнює вхідному вектору \vec{L} , тобто $\text{rot}\vec{M} = \vec{L}$. Це положення ілюструє рис. 3.6.

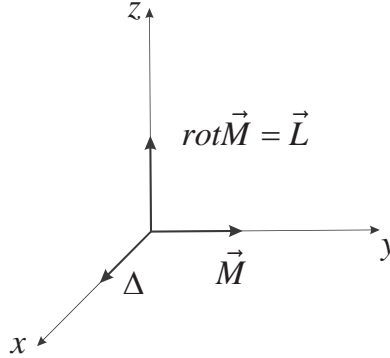


Рисунок 3.6. До пояснення положення: якщо $\text{div}\vec{L} = \nabla \cdot \vec{L} = 0$ то існує вектор \vec{M} , ротор якого дорівнює \vec{L} , $\text{rot}\vec{M} = \nabla \times \vec{M} = \vec{L}$

На основі цього твердження отримаємо ще одне рівняння:

$$\vec{B} = \text{rot}\vec{A}, \quad (3.43)$$

де \vec{A} векторний магнітний потенціал.

Визначимо одиницю вимірювання векторного магнітного потенціалу з (3.43).

$$\left[\frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{м}^2} \right] = \left[\frac{1}{\text{м}} \cdot \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{м}} \right], \text{ тобто } [\vec{A}] = \left[\frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{м}} \right] = \left[\frac{\text{Вб}}{\text{м}} \right].$$

З формули (3.43) з урахуванням (3.3) отримаємо:

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu} \text{rot}\vec{A}. \quad (3.44)$$

Виконаємо операцію ротор з лівою та правою частинами рівняння (3.44), отримаємо:

$$\text{rot}\vec{H} = \frac{1}{\mu} \text{rot rot}\vec{A}. \quad (3.45)$$

На підставі (3.37) маємо:

$$\text{rot rot}\vec{A} = \mu \vec{J}. \quad (3.46)$$

Нагадаємо положення з векторного аналізу: ротор ротора довільного вектора \vec{M} дорівнює:

$$\text{rot rot}\vec{M} = \text{grad div}\vec{M} - \nabla^2 \vec{M}.$$

Тоді з урахуванням (3.46) маємо:

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{A} = \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{A} - \nabla^2 \vec{A} = \mu \vec{J}. \quad (3.46a)$$

Оскільки вектор \vec{B} визначають через $\operatorname{rot} \vec{A}$ (3.43), значення якого не дорівнює нулю, вектор \vec{A} , має *вихровий характер*. Водночас відомо, що дивергенція вихору дорівнює нулю, тоді в (3.46a): $\operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{A} = 0$.

Отже, можемо записати:

$$\nabla^2 \vec{A} = -\mu \vec{J}. \quad (3.47)$$

Надамо векторне співвідношення (3.47) як *систему скалярних формул* – проєкцій на координатні осі:

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 A_x &= -\mu J_x, \\ \nabla^2 A_y &= -\mu J_y, \\ \nabla^2 A_z &= -\mu J_z. \end{aligned} \right\} \quad (3.47a)$$

Ці рівняння *аналогічні за формою* рівнянню Пуассона (2.54). Їх розв'язок для проєкцій за формою також аналогічний (2.55):

$$\left. \begin{aligned} A_x &= \frac{\mu}{4\pi} \int \frac{J_x}{r} dV, \\ A_y &= \frac{\mu}{4\pi} \int \frac{J_y}{r} dV, \\ A_z &= \frac{\mu}{4\pi} \int \frac{J_z}{r} dV, \end{aligned} \right\} \quad (3.48)$$

де r – це відстань від джерела поля (яке створює струм) до точки спостереження.

Якщо помножити проєкції A_x, A_y, A_z на відповідні орти, отримаємо формулу у векторній формі:

$$\vec{A} = \vec{i}A_x + \vec{j}A_y + \vec{k}A_z = \frac{\mu}{4\pi} \left(\vec{i} \int \frac{J_x}{r} dV + \vec{j} \int \frac{J_y}{r} dV + \vec{k} \int \frac{J_z}{r} dV \right). \quad (3.49)$$

У компактній формі:

$$\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi} \int \frac{\vec{J}}{r} dV. \quad (3.49a)$$

Якщо визначити $dV = d\vec{l} \cdot d\vec{S}$, то формулу (3.49a) можна записати інакше:

$$\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi} \int \frac{Id\vec{l}}{r}. \quad (3.49б)$$

На основі рівняння (3.44) із урахуванням (3.49б) отримаємо:

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu} \operatorname{rot} \frac{\mu}{4\pi} \int \frac{\vec{J}}{r} dV. \quad (3.50)$$

Після скорочення та заміни порядку операцій маємо:

$$\vec{H} = \frac{1}{4\pi} \int \frac{\text{rot} \vec{J}}{r} dV. \quad (3.51)$$

Рівняння (3.51) – це *розв'язок прямої задачі* магнітного поля постійного струму у загальній формі: визначено *напруженість магнітного поля* \vec{H} через *густину струму* в просторі.

Всі здобуті співвідношення застосовують для аналізу магнітних полів постійного струму в конкретних середовищах із визначеною магнітною проникністю μ . Проте розв'язки, отримані на межі двох середовищ, не дають однозначну відповідь, тому потрібно з'ясувати граничні умови.

3.4. Граничні умови магнітного поля постійного струму

Використаємо аналогічний підхід як у електростатиці. Для *нормальних* складників скористаємось формулами *потіку* вектора магнітної індукції, для *тангенціальних – циркуляцією* напруженості магнітного поля, як це застосовано в 2.7.

3.4.1. Нормальні складники векторів магнітної індукції та напруженості магнітного поля

Нагадаємо: *нормальний складник вектора* – це проекція вектора на нормаль до межі розподілу. Нехай силові лінії вектора магнітної індукції $\vec{B} = \mu \vec{H}$ перетинають межу середовищ із різними параметрами *магнітної проникності*. Виділимо нескінченно малу ділянку поверхні ΔS , щоб можна було нехтувати її кривизною та вважати значення незмінним, тоді можна вважати, що значення вектора магнітної індукції також незмінне $\vec{B} = \text{const}$.

Побудуємо циліндр з поперечним перерізом ΔS , твірні якого паралельні нормалі до межі середовищ (рис. 3.7).

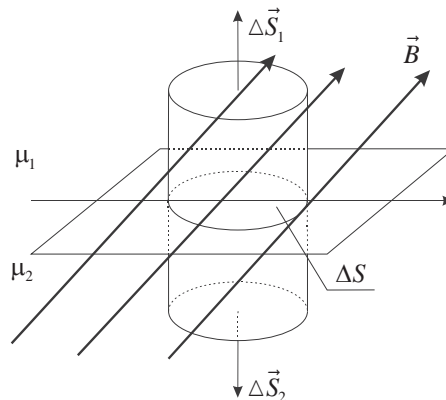


Рисунок 3.7. До визначення нормальних складників магнітного поля

Магнітні заряди існують як диполь. Тому сумарний магнітний заряд $q_{M\Sigma} = 0$, а отже, аналог закону Гауса для магнітного поля такий (3.41a):

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = q_{M\Sigma} = 0.$$

Потік вектора \vec{B} – це сума потоків

$$\oint_{\Delta S_1} \vec{B} \cdot d\vec{S} + \oint_{\Delta S_2} \vec{B} \cdot d\vec{S} + \oint_{\Delta S_{\text{бок}}} \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0. \quad (3.52)$$

Оскільки заряд зосереджено на площадці ΔS , то без втрати загального результату можна спрямувати до нуля висоту циліндра, тобто і площу бічної поверхні $\Delta S_{\text{бок}}$.

Тоді

$$\oint_{\Delta S_1} \vec{B} \cdot d\vec{S} + \oint_{\Delta S_2} \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0. \quad (3.52a)$$

Перший доданок характеризує стан в умовному першому середовищі, а другий в другому. Зменшуємо ΔS так, щоб можна було вважати, що в кожній точці $B = \text{const}$, тоді:

$$\vec{B}_1 \cdot \Delta\vec{S}_1 + \vec{B}_2 \cdot \Delta\vec{S}_2 = 0. \quad (3.53)$$

За умови $|\Delta S_1| = |\Delta S_2| = \Delta S$, з (3.53) маємо скалярні добутки:

$$B_1 \cos(\vec{B}_1 \wedge \Delta\vec{S}_1) + B_2 \cos(\vec{B}_2 \wedge \Delta\vec{S}_2) = 0. \quad (3.53a)$$

Складники лівої частини рівняння є нормальними складниками вектора магнітної індукції

$$B_{n1} - B_{n2} = 0. \quad (3.54)$$

Тобто

$$B_{n1} = B_{n2}. \quad (3.54a)$$

Для напруженості магнітного поля:

$$\mu_1 H_{n1} - \mu_2 H_{n2} = 0. \quad (3.55)$$

$$\mu_1 H_{n1} = \mu_2 H_{n2}. \quad (3.55a)$$

Отже, нормальний складник вектора напруженості магнітного поля змінюється стрибком

$$H_{n2} = \frac{\mu_1 H_{n1}}{\mu_2}. \quad (3.55b)$$

3.4.2. Тангенціальні складники векторів напруженості магнітного поля та магнітної індукції

Для визначення *тангенціального складника* зручним є вибір вектора напруженості магнітного поля \vec{H} , як такого, що до нього застосовуємо операцію *циркуляція* на площині.

Нехай вектор напруженості магнітного поля перетинає межу двох середовищ. Визначимо циркуляцію вектора \vec{H} за контуром $abcd$ (рис. 3.8). Операція циркуляції не залежить від форми контуру, тому виберемо для зручності контур *прямокутної* форми $abcd$, сторони якого нескінченно малі, а напрям обходу за годинниковою стрілкою (рис. 3.8). Циркуляція \vec{H} характеризує роботу сил поля. За визначенням для магнітного поля $\int \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{\Sigma}$,

$$\int \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{\Sigma},$$

тобто:

$$\int_{ab} \vec{H} \cdot d\vec{l} + \int_{bc} \vec{H} \cdot d\vec{l} + \int_{cd} \vec{H} \cdot d\vec{l} + \int_{da} \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{\Sigma}. \quad (3.56)$$

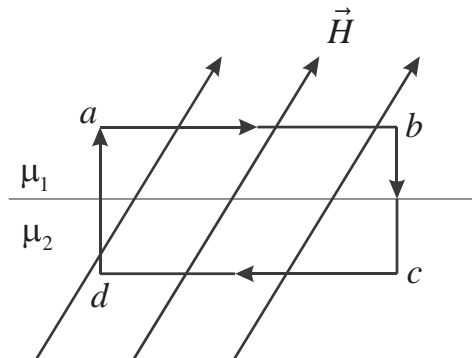


Рисунок 3.8. До визначення тангенціальних складників магнітного поля

Якщо наближати контур до межі середовищ, то інтеграли $\int_{bc} \vec{H} \cdot d\vec{l}$ та $\int_{da} \vec{H} \cdot d\vec{l}$ прямують до нуля. Тоді із (3.56) маємо

$$\int_{ab} \vec{H} \cdot d\vec{l} + \int_{cd} \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{\Sigma}. \quad (3.56a)$$

Перший доданок характеризує перше середовище, другий – інше. Сторони ab та cd , відповідно нескінченно малі величини і дорівнюють dl , тому можна вважати, що в кожній точці $H = const$, тоді:

$$\left. \begin{aligned} \int_{ab} \vec{H} \cdot d\vec{l} &= \vec{H}_1 \cdot \overline{ab}, \\ \int_{cd} \vec{H} \cdot d\vec{l} &= \vec{H}_2 \cdot \overline{cd}. \end{aligned} \right\} \quad (3.57)$$

З (3.56a) з урахуванням (3.57) та напрямків обходу контурів отримаємо:

$$H_1 ab \cos(\vec{H}_1 \wedge \vec{ab}) - H_2 cd \cos(\vec{H}_2 \wedge \vec{cd}) = I_\Sigma. \quad (3.58)$$

Із урахуванням, що $ab=cd=dl$ та після скорочення з урахуванням $dl = \Delta l$, маємо:

$$H_1 \cos(\vec{H}_1 \wedge \vec{ab}) - H_2 \cos(\vec{H}_2 \wedge \vec{cd}) = \frac{I_\Sigma}{\Delta l}. \quad (3.58a)$$

Тобто

$$H_{1\tau} - H_{2\tau} = \frac{I_\Sigma}{\Delta l}, \quad (3.59)$$

або

$$H_{1\tau} - H_{2\tau} = J_{\text{пов}}, \quad (3.59a)$$

де $J_{\text{пов}}$ – поверхнева густина струму провідності вздовж границі розподілу, А/м.

3.4.3. Граничні умови на поверхні ідеального провідника

Для тангенціальних складників з формули (3.59a) за умови, що всередині ідеального провідника сумарне поле відсутнє, маємо:

$$H_{\tau 1} = J_{\text{пов}} \neq 0,$$

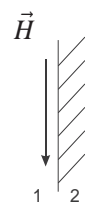
тобто на межі розподілу існує лише дотичний складник вектора напруженості магнітного поля.

Нормальний складник вектора напруженості магнітного поля, як випливає з (3.55) та (3.55a), із урахуванням, що всередині провідника магнітне поле відсутнє: $H_{n1} = 0$.

Отже, силові лінії магнітного поля на границі розподілу середовищ зорієнтовано лише вздовж дотичної до поверхні провідника (табл. 3.1), тоді як силові лінії електричного поля спрямовано перпендикулярно до провідника (табл. 2.1).

Таблиця 3.1. Граничні умови магнітного поля постійного струму

Складник поля	Базові співвідношення	Граничні умови	
		У загальній формі	З ідеальним провідником
Нормальний n	$\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = q_{M\Sigma} = 0$	$B_{n1} - B_{n2} = 0.$	$B_{2n} = 0$ $B_{1n} = 0$
Тангенціальний τ	$\int_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_\Sigma$	$H_{\tau 1} - H_{\tau 2} = J_{\text{пов}}$	$H_{\tau 2} = 0$ $H_{\tau 1} = J_{\text{пов}}$



3.5. Поняття індуктивності. Енергія магнітного поля постійного струму

Нагадаємо, якій елемент електричного кола накопичує *магнітну* енергію. Цей елемент – *катушка індуктивності*, або *соленоїд (дросель)*. Відомо, що основний функціональний параметр соленоїда – *індуктивність*.

Індуктивність – властивість фізичних об'єктів накопичувати та віддавати енергію магнітного поля визначають як відношення магнітного потоку Φ до сили струму I , який цей потік створює.

$$\text{Тобто} \quad L = \frac{\Phi}{I}. \quad (3.60)$$

За одиницю індуктивності прийнято індуктивність такого контуру, магнітний потік самоіндукції якого за силу струму в 1 А дорівнює 1 Вб. Цю одиницю називають *генрі* [1 Гн]:

$$1 \text{ Гн} = 1 \text{ Вб/А} = 1 \text{ В}\cdot\text{с/А} = 1 \text{ с}\cdot\text{Ом}.$$

Зауважимо, що формула (3.60) показує існування *індуктивності будь-яких об'єктів*, за протікання струму, наприклад, у провідниках, шинах, елементів корпусів приладів тощо. Така індуктивність має назву *паразитна*, бо існує *незалежно* від проектанта та користувача апаратури.

Визначимо *індуктивність дроселя* за формулою (3.60) з урахуванням, що дросель має w витків, тобто замість Φ застосуємо *потокозчеплення* $\psi = w\Phi$ та у формулу закону повного струму записуємо сумарну силу струму, який протікає в дроселі, як wI .

Отже, наведемо низку перетворень:

$$L = \frac{\psi}{I} = \frac{w \int \vec{B} \cdot d\vec{S}}{\frac{1}{w} \int \vec{H} \cdot d\vec{l}} = \frac{w^2 \mu HS}{lH} = \mu w^2 \frac{S}{l}, \quad (3.61)$$

де S – переріз осердя магнітопроводу, l – довжина середньої лінії осердя. Для змінення магнітного потоку за значенням $d\Phi$ необхідно виконати роботу

$$dA = Id\Phi = ILdl. \quad (3.62)$$

Інтегруванням цього рівняння отримаємо формулу роботи, яку необхідно виконати для створення магнітного поля:

$$A = \int_0^I LI dI = \frac{LI^2}{2}. \quad (3.62a)$$

Тобто *енергія* магнітного поля:

$$W_H = \frac{LI^2}{2}. \quad (3.62b)$$

Енергію *магнітного поля* також наведемо як функцію величин, що *характеризують поле*: напруженість магнітного поля та магнітну індукцію.

Проаналізуємо однорідне магнітне поле всередині соленоїда (дроселя) з індуктивністю за формулами (3.60) і (3.62б) та відомими співвідношеннями: $HI = wI$, $B = \mu H$ та $BS = \Phi$ і отримаємо

$$W_H = \frac{BSHI}{2} = \frac{\vec{B} \cdot \vec{H}}{2} V, \quad (3.63)$$

де $V = Sl$ – об'єм соленоїда.

Або узагальнено

$$W_H = \int w dV = \int \frac{\mu H^2}{2} dV = \int \frac{\vec{H} \cdot \vec{B}}{2} dV, \quad (3.64)$$

де w – питома енергія магнітного поля.

3.6. Висновки

1. Протікання у провіднику постійного *струму* створює навколо нього *магнітне поле*.

2. Проявом магнітного поля є *сила взаємодії* умовних магнітних зарядів \vec{F}_M , [Н].

3. Для використання співвідношень, отриманих в електростатиці, запропоновано модель «*магнітного стрижня*» («*спиці*») із зосередженим на кінцях *умовними магнітними зарядами* q_M , [В·с].

4. Для визначення магнітного характеру сили взаємодії рухомих зарядів введено поняття *вектор напруженості магнітного поля* $\vec{H} = \frac{\vec{F}_M}{q_M}$, $\left[\frac{A}{M} \right]$ – це силова характеристика поля.

5. Для визначення характеристик магнітного поля, незалежно від параметрів середовища застосовують поняття *вектор магнітної індукції*

$$\vec{B} = \mu \vec{H}, \left[\frac{B \cdot c}{M^2} = \frac{B\phi}{M^2} = \text{Тл} \right].$$

6. Для опису характеристик магнітного поля застосовують поняття – «*потік вектора магнітної індукції*», «*циркуляція вектора напруженості магнітного поля*», «*дивергенція*» та «*ротор*».

7. Співвідношення між напруженістю магнітного поля та його джерелом – електричним струмом визначає *закон Біо – Савара* .

8. Магнітне поле має *вихровий характер*, тому потік вектора та дивергенція магнітної індукції дорівнюють нулю $\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = q_{M\Sigma}$, $\text{div} \vec{B} = q_{M\Sigma} = 0$.

9. Для визначення характеристик магнітного поля, яке створено струмом у реальних провідниках застосовують закон повного струму (круговий закон Ампера) $\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{\Sigma}$ – в інтегральній, та $\text{rot}\vec{H} = \vec{J}$ – диференціальній формах.

10. Для розв'язку деяких задач магнітного поля постійного струму та електродинаміки є зручним перетворення (теорема) Стокса: $\int_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_s \text{rot}\vec{H} \cdot d\vec{S}$.

11. Допоміжною характеристикою магнітного поля є векторний магнітний потенціал $\vec{A} = \frac{1}{\mu} \text{rot}\vec{H}$.

12. Векторний магнітний потенціал визначають із розв'язку аналога рівняння Пуассона $\nabla^2 \vec{A} = \mu \vec{J}$, звідки $\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi r} \int \vec{J} dV$.

13. За умов існування магнітного поля у просторі, параметри якого різні, необхідно визначити граничні умови:

– для нормальних складників використовують потік вектора \vec{B} , ($B_{n1} = B_{n2}$),

– для тангенціальних складників використовують циркуляцію вектора \vec{H} , ($H_{\tau1} - H_{\tau2} = J_{\text{пов}}$).

14. Суттєвою для практики є ситуація, якщо одне із середовищ – ідеальний провідник. За таких умов силові лінії вектора \vec{H} паралельні (дотичні) до провідної поверхні.

15. Індуктивність – це фізична величина, яка характеризує взаємозв'язок між магнітним потоком та силою струму, який створює це поле; її математична модель $L = \frac{\Phi}{I}$.

16. Енергію магнітного поля визначають через індуктивність, силу струму або характеристики поля: $W_H = \frac{LI^2}{2}$, $W_H = \int \frac{\mu H^2}{2} dV$; $W_H = \int \frac{\vec{H} \cdot \vec{B}}{2} dV$.

3.7. Контрольні питання та завдання

1. Обґрунтуйте застосування аналога закону Кулона для магнітного поля.
2. Сформулюйте закон Біо – Савара.
3. Сформулюйте сутність і наведіть визначення напруженості магнітного поля, як силовій характеристики поля та обґрунтуйте одиниці вимірювання електромагнітної індукції.
4. Сформулюйте сутність визначення вектора магнітної індукції.
5. Наведіть основні дескриптори магнітного поля.
6. Поясніть сутність понять: «магнітна сприйливість», «магнітна проникність» та «намагніченість».

7. Виведіть формулу для магнітного поля постійного струму навколо ідеального провідника
8. Доведіть перетворення (теорему) Стокса.
9. Поясніть сутність закону повного струму в інтегральній та диференціальній формах.
10. Наведіть нормальний та тангенціальний складники векторів \vec{B} та \vec{H} .
11. Поясніть особливості граничних умов, якщо одне з середовищ – ідеальний провідник.
12. Виведіть формулу закону повного струму в інтегральній та диференціальній формах.
13. Поясніть фізичну сутність поняття «ротор».
14. Обґрунтуйте поняття «векторний магнітний потенціал».
15. Обґрунтуйте та виведіть аналог рівняння Пуассона для магнітного поля постійного струму.
16. Наведіть алгоритм розв'язку прямої задачі магнітного поля постійного струму.
17. Сформулюйте поняття: «індуктивність».
18. Виведіть формулу для індуктивності дротеля.
19. Виведіть формули енергії магнітного поля.
20. Обґрунтуйте перше матеріальне рівняння середовища як систему рівнянь у криволінійній системі координат.
21. Поясніть сутність поняття «тензор».

Таким чином, на підставі розділів 2 та 3 сформовано підґрунтя для вивчення власне електромагнітного поля, тобто електродинаміки.

Розділ 4. ОСНОВНІ РІВНЯННЯ ЕЛЕКТРОДИНАМІКИ. СИСТЕМА РІВНЯНЬ МАКСВЕЛЛА

4.1. Закон збереження електричного заряду

4.2. Перше рівняння (закон повного струму)

4.3. Друге рівняння (закон електромагнітної індукції)

4.4. Система рівнянь Максвелла у диференціальній та інтегральній формах

4.5. Система рівнянь Максвелла для монохромного (гармонічного) процесу (у комплексній формі)

4.6. Класифікація середовищ за провідністю

4.7. Принцип переставної двоїстості

4.8. Явище затримання електродинамічних потенціалів

4.9. Висновки

4.10. Контрольні питання та завдання

Під час опрацювання матеріалів цього розділу та після завершення ви маєте

знати:

– обґрунтування закону збереження електричного заряду в інтегральній та диференціальній формах;

– обґрунтування закону повного струму (круговий закон Ампера) в інтегральній та диференціальній формах;

– сутність закону електромагнітної індукції Фарадея;

– сутність закону Гауса в інтегральній та диференціальній формах;

– сутність безперервності ліній магнітного поля;

– обґрунтування наведення системи рівнянь Максвелла у комплексній формі;

– сутність комплексної діелектричної проникності;

– засади класифікації середовищ за провідністю;

– сутність поняття «тангенс кута втрат»;

– принцип переставної двоїстості;

– особливості явища затримання потенціалів.

вміти:

– сформулювати принцип збереження заряду;

– довести перше рівняння системи рівнянь Максвелла;

– обґрунтувати систему рівнянь Максвелла в цілому;

– навести формули у комплексній формі;

– визначити тип середовища – за частотою;

– визначити тангенс кута втрат;

– застосовувати принцип переставної двоїстості;

– визначити час затримання електромагнітної хвилі від передавача до приймача;

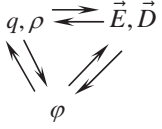
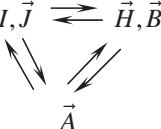
– визначити електричний та векторний магнітний потенціали на основі розв’язку хвильових рівнянь.

набути досвід:

- формування та застосування системи рівнянь Максвелла;
- застосування перетворення Ейлера для формування системи рівнянь Максвелла у комплексній формі;
- опанування засад визначення принципу переставної двоїстості;
- визначення властивостей середовища поширення радіохвиль за провідністю та тангенсом кута втрат;
- опанування сутності процесу затримання сигналу під час поширення радіохвиль.

У розділах 2 та 3 з’ясовано явища незалежні від часу, тобто у *статичному* режимі. Згадаємо основні базові співвідношення для електростатики та магнітного поля постійного струму, серед яких формули Лоренца, Пуассона, закони Кулона та Гауса, перетворення Гауса – Остроградського та Стокса, граничні умови та інші важливі формули і закони. Ці основні формули наведено у таблиці. 4.1, зліва – для електричного поля, справа – для магнітного поля.

Таблиця 4.1. Основні співвідношення для електростатики та магнітного поля постійного струму

	$\vec{F} = q\vec{E} + q[\vec{v} \times \vec{B}]$ <p>Сила Лоренца</p>	
$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$ $\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \cdot 10^{-9}, \frac{\Phi}{\text{м}}$	$\sigma = \sigma_{Cu} \sigma_r$ $\sigma_{Cu} = 5,7 \cdot 10^7, \frac{\text{См}}{\text{м}}$ <p>Закон Ома у диференціальній формі: $\vec{J}_{\text{пр}} = \sigma \vec{E}$</p>	$\mu = \mu_r \mu_0$ $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}, \frac{\text{Гн}}{\text{м}}$
$\vec{F} = \frac{q_1 q_2}{4\pi \epsilon r^2} \vec{1}_r,$ $\vec{F} = \frac{q_1 q_2}{4\pi \epsilon r^3} \vec{r},$ <p>де $\vec{r} = \vec{1}_r r$</p>	$\vec{F}_m = \frac{q_{m1} q_{m2}}{4\pi \mu r^2} \vec{1}_r,$ $d\vec{H} = \frac{\vec{Idl}}{4\pi r^2} \times \vec{1}_r$	
$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$	$\vec{H} = \frac{\vec{F}_m}{q_m}$	
$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$	$\vec{B} = \mu \vec{H}$	
$\oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = q_{\Sigma}$	$\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = q_{m\Sigma} = 0$	
$\text{div} \vec{D} = \rho$	$\text{div} \vec{B} = \rho_m = 0$	
$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$	$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{\Sigma}$	

$\text{rot}\vec{E} = 0$	$\text{rot}\vec{H} = \vec{J}$
$\vec{E} = -\text{grad } \varphi$ $\varphi = \int \vec{E} \cdot d\vec{l} + C$	$\text{rot}\vec{H} = \frac{1}{\mu} \text{rot}\vec{A}$
$\oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_V \text{div}\vec{D} dV$	$\int_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \text{rot}\vec{H} \cdot d\vec{S}$
$\nabla^2 \varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon}$	$\nabla^2 \vec{A} = -\mu \vec{J}$
$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \int \frac{\rho}{r} dV$	$\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi} \int \frac{\vec{J}}{r} dV = \frac{\mu}{4\pi} \int \frac{I}{r} d\vec{l}$
Граничні умови	
$E_{\tau 1} = E_{\tau 2}$	$H_{\tau 1} - H_{\tau 2} = J_{\text{пов}}$
$D_{n1} - D_{n2} = \rho_s$	$B_{n1} = B_{n2}$
Граничні умови, якщо одне з середовищ – ідеальний провідник ($E_2 = 0; H_2 = 0; D_2 = 0; B_2 = 0$)	
$E_{\tau 1} = 0$ $E_{n1} \neq 0$	$H_{\tau 1} \neq 0$ $H_{n1} = 0$
Електрична ємність	Індуктивність
$C = \frac{q}{U}$	$L = \frac{\Psi}{I}$
Енергія	
$W_E = \frac{CU^2}{2}$	$W_H = \frac{LI^2}{2}$
$W_E = \int_V \frac{\vec{E} \cdot \vec{D}}{2} dV = \int_V \frac{\varepsilon E^2}{2} dV$	$W_H = \int_V \frac{\vec{H} \cdot \vec{B}}{2} dV = \int_V \frac{\mu H^2}{2} dV$

Надалі вивчаємо динамічні процеси, тобто такі, що є функціями часу.

4.1. Закон збереження електричного заряду

Електричний струм через замкнену поверхню S – це швидкість зміни кількості заряду q в об'ємі V , обмеженому поверхнею S .

Для пояснення закону збереження електричного заряду застосуємо модель фізичного тіла, яке має об'єм V , обмежений поверхнею S (рис. 4.1). Нехай це тіло має деякий заряд. Вважаємо, що у часі відбувається змінення цього заряду. В момент часу t_1 значення заряду – q_1 , в момент t_2 – q_2 , та $|q_2| < |q_1|$. Тобто частина зарядів «відійшла» з цього об'єму, але вони на основі закону збереження матерії не зникли – утворили електричний струм. Математично це може бути наведено як похідна у часі:

$$I = -\frac{dq}{dt}. \quad (4.1)$$

Знак «-» має фізичний зміст тому, що заряд із зростанням часу зменшується, тобто якщо $t_2 - t_1 = \Delta t > 0$, то $q_1 - q_2 = \Delta q < 0$, отже величина I є позитивна.

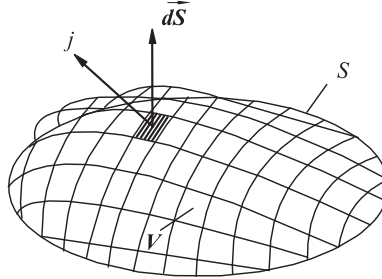


Рисунок 4.1. Модель спливання заряду

Струм через одиницю поверхні називають *густиною струму*, вона є величиною *векторною*:

$$\vec{J} = \frac{dI}{dS} \vec{1}_n, \quad (4.2)$$

де $\vec{1}_n$ – нормаль до площини dS .

На підставі (4.2) сила струму:

$$I = \int \vec{J} \cdot d\vec{S}. \quad (4.3)$$

Формула (4.3) показує, що електричний струм можна трактувати як потік зарядів і тому на основі (4.1) та (4.3) маємо:

$$\int_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = -\frac{dq}{dt}. \quad (4.4)$$

Формула (4.4) – математичне наведення *закону збереження заряду в інтегральній формі*: будь-яке змінення заряду всередині деякого об'єму у часі супроводжується спливанням відповідної кількості зарядів через поверхню, що обмежує цей об'єм.

Проаналізуємо ці процеси у конкретній точці об'єму V за умов змінення заряду. Скористасємось перетворенням Гауса – Остроградського (2.37) стосовно (4.4):

$$\int_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = \int_V \text{div} \vec{J} dV. \quad (4.5)$$

Із застосуванням формул $q = \int \rho dV$, (4.4) та (4.5) маємо:

$$\int_V \operatorname{div} \vec{J} dV = -\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV. \quad (4.6)$$

За умов незмінної поверхні, похідну у часі вважають частинною похідною. У формулі (4.6) інтегрування виконують за однаковою змінною, тому після змінення порядку інтегрування та диференціювання отримаємо співвідношення:

$$\operatorname{div} \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}. \quad (4.7)$$

Рівняння (4.7) – математичне наведення закону збереження заряду в диференціальній формі: дивергенцію густини струму визначає похідна у часі густини заряду в конкретній точці, з протилежним знаком.

Припустимо, що у (4.7), $\rho = \text{const}$, тоді

$$\operatorname{div} \vec{J} = 0. \quad (4.8)$$

Співвідношення (4.8) означає, що алгебраїчна сума струмів у вузлі дорівнює 0, тобто це є положення *першого закону Кірхгофа*.

Оскільки кількість вільних зарядів у середині об'єму характеризує провідні властивості середовища, то створений цими зарядами струм має назву *струм провідності*.

Процес проходження струму провідності починається та закінчується у точках зі змінною у часі густиною заряду, а співвідношення (4.8) вказує на вихровий характер постійного струму, тому для його протікання електричне коло має бути *замкнене*, тоді як кола змінного струму допускають розрив гальванічного (кондуктивного) сполучення. Це означає, що у колі змінного струму, окрім струму провідності є *струм іншої природи* – струм у діелектрику, його називають *струм зміщення* (див. підрозділ 4.2).

У розділах 2 та 3 наведено дані щодо електричного та магнітного полів без їх взаємозв'язку, але такий зв'язок *вочевидь є*, бо *першоджерелом* електричного та магнітного полів є *електричні заряди*:

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = q, \\ \oint \vec{H} \cdot d\vec{S} = I = -\frac{dq}{dt}.$$

Тобто характеристики полів (електричного та магнітного) та їх джерела взаємно пов'язані та описані відповідною системою рівнянь. Легко запам'ятати, що їх *шість*, адже кожен вектор \vec{E} та \vec{H} в просторі має *три* проєкції.

Ця система складена Дж. Кларком Максвеллом (1831-1879) у 1873 р. На підставі отриманих *раніше законів та положень: Ампера (повного струму), Фарадея, Гауса та інших.* У роботі Максвелла була складна форма запису рівнянь. Сучасний вигляд вони набули в працях Г. Герца, Х. Лоренца, О. Хевісайда – тепер їх називають «Система рівнянь Максвелла».

4.2. Перше рівняння (закон повного струму)

Перше рівняння системи рівнянь Максвелла – це *закон повного струму*:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J}_{\text{np}}, \quad - \text{диференціальна форма}, \quad (4.9)$$

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{\text{np}} \quad - \text{інтегральна форма}. \quad (4.9a)$$

Закон повного струму спочатку сформульовано за умови існування постійного струму провідності. Чи буде *закон повного струму* слухний для змінного струму? Знайдемо дивергенцію від обох частин рівняння (4.9):

За визначенням *дивергенція ротора дорівнює нулю*, тобто:

$$\operatorname{div} \operatorname{rot} \vec{H} = 0. \quad (4.10)$$

Проте, для змінного струму маємо (4.7), якщо йдеться про струм провідності:

$$\operatorname{div} \vec{J}_{\text{np}} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \neq 0. \quad (4.11)$$

Тобто на підставі формули (4.11) можна зробити висновок, що формула (4.9) *коректна* лише для *постійного струму*.

Щоб цю формулу можна було застосовувати для *змінного струму*, треба здійснити корегування, яке реалізував Д. К. Максвелл. У праву частину (4.9) додамо деякий вектор \vec{X} , такий, що у результаті загальний вектор дорівнюватиме ротору вектора напруженості магнітного поля:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J}_{\text{np}} + \vec{X}. \quad (4.12)$$

Виконаємо тепер цю ж операцію: визначимо дивергенцію від *обох частин* рівняння (4.12), та скористаємось тотожністю, що *дивергенція ротора* вектора напруженості магнітного поля *дорівнює нулю*:

$$\operatorname{div} \operatorname{rot} \vec{H} = \operatorname{div} (\vec{J}_{\text{np}} + \vec{X}) = 0. \quad (4.13)$$

З формули (4.13) випливає, що

$$\operatorname{div} \vec{J}_{\text{пр}} = -\operatorname{div} \vec{X}. \quad (4.14)$$

Відповідно до закону збереження заряду з урахуванням (4.7), що $\rho = \operatorname{div} \vec{D}$ й можливістю змінення порядку диференціювання, формулу (4.14) наведемо так:

$$\operatorname{div} \vec{J}_{\text{пр}} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\partial \operatorname{div} \vec{D}}{\partial t} = -\operatorname{div} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}. \quad (4.15)$$

Отже, з (4.14) та (4.15) маємо

$$\operatorname{div} \vec{X} = \operatorname{div} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}. \quad (4.16)$$

Тобто одиниця вимірювання вектора \vec{X} [А/м²] і він дорівнює:

$$\vec{X} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \vec{J}_{\text{зм}}. \quad (4.17)$$

Таким чином величину \vec{X} визначає похідна у часі вектора \vec{D} , вона має назву *вектор густини струму зміщення* у діелектрику (введення поняття *струм зміщення* – велика заслуга Максвелла).

Остаточно перше рівняння системи рівнянь Максвелла у диференціальній формі записують так:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J}_{\text{пр}} + \vec{J}_{\text{зм}}. \quad (4.18)$$

Перепишемо рівняння (4.18) інакше:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \sigma \vec{E} + \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \quad (4.19)$$

де

$$\sigma \vec{E} = \vec{J}_{\text{пр}}, \quad (4.20)$$

$$\varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \vec{J}_{\text{зм}}. \quad (4.21)$$

Формула (4.20) є *матеріальним рівнянням* провідного середовища і описує *закон Ома у диференціальній формі*.

З рівняння (4.18) випливає, що магнітне поле створюють *струм провідності* та *струм зміщення*. Якщо середовище – ідеальний діелектрик, то струм провідності у ньому відсутній: $\vec{J}_{\text{пр}} = 0$. Тоді формула (4.19) свідчить, що *змінне електричне поле* створює *магнітне* й трансформується у таку:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}. \quad (4.22)$$

Із формул (4.19), (4.22) можна з'ясувати, що вектори \vec{E} та \vec{H} взаємно перпендикулярні. Вектори \vec{E} та $\operatorname{rot} \vec{H}$ мають однаковий напрям, а будь-який вектор та вектор його ротора взаємно перпендикулярні. Додатково проілюструємо це рисунком 4.2.

З використанням оператора Гамільтона (вектор ∇ – набла) операцію *ротор* записують:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \nabla \times \vec{H}. \quad (4.23)$$

Відповідну графічну інтерпретацію стосовно (4.23) та (4.22) наведено на рис. 4.2, звідки випливає, що в однорідному просторі вектори \vec{E} та \vec{H} взаємно перпендикулярні.

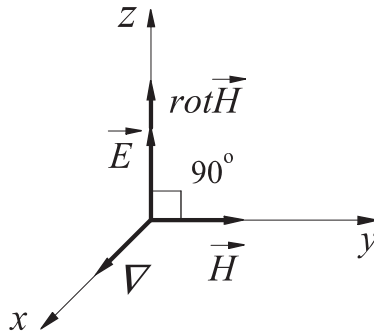


Рисунок 4.2. Визначення взаємної орієнтації у просторі векторів напруженості магнітного та електричного полів

Перше рівняння системи рівнянь Максвелла у диференціальній формі описує зв'язок струму в конкретній точці з проєкціями вектора \vec{H} . Для того щоб отримати інтегральну форму, інтегруємо рівняння (4.18) за поверхнею та отримуємо:

$$\int_S \operatorname{rot} \vec{H} \cdot d\vec{S} = \int_S \vec{J}_{\text{пр}} \cdot d\vec{S} + \int_S \vec{J}_{\text{зм}} \cdot d\vec{S}. \quad (4.24)$$

З використанням перетворення Стокса $\int_S \operatorname{rot} \vec{H} \cdot d\vec{S} = \int_l \vec{H} \cdot d\vec{l}$ – формула (3.40), отримуємо:

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{\text{пр}} + I_{\text{зм}}. \quad (4.25)$$

Рівняння (4.25) описує *закон повного струму* (в англomовній літературі – *Ampere's Circuital Law* – круговий закон Ампера) в інтегральній формі – перше рівняння системи рівнянь Максвелла в інтегральній формі: *циркуляцію век-*

тора напруженості магнітного поля за замкненим контуром визначає сума всіх струмів, які охоплені цим контуром, тобто струмів провідності $I_{\text{пр}}$ та зміщення $I_{\text{зм}}$; у диференціальній формі – рівняння (4.18).

4.3. Друге рівняння (закон електромагнітної індукції)

Друге рівняння системи рівнянь Максвелла описує закон електромагнітної індукції Майкла Фарадея. Цей закон формулюють таким чином: якщо провідний замкнений контур перетинає змінний магнітний потік Φ , то у контурі створюється електрорушійна сила (ЕРС), значення якої дорівнює швидкості змінення магнітного потоку, зі знаком мінус:

$$e = -\frac{\partial \Phi}{\partial t}. \quad (4.26)$$

Максвелл узагальнив цей закон для довільного контуру. Тобто Максвелл припустив, що рівняння (4.26) справедливе також, якщо середовище не має провідних властивостей.

Магнітний потік Φ визначимо через магнітну індукцію (густину магнітного потоку \vec{B}):

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{S}. \quad (4.27)$$

Одиниця вимірювання магнітного потоку:

$$\Phi \Rightarrow \left[\frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{м}^2} \cdot \text{м}^2 \right] = [\text{Вб}].$$

Якщо провідник має декілька витків, тоді застосовують поняття «потокозчеплення» ψ :

$$\psi = w\Phi,$$

де w – кількість витків.

Підставимо у формулу (4.26) визначення для магнітного потоку (4.27) та отримаємо:

$$e = -\frac{d \int \vec{B} \cdot d\vec{S}}{dt}. \quad (4.28)$$

За фізичним змістом ЕРС – це робота з переміщення заряду з однієї точки в іншу через джерело, але цю ж роботу можна уявити як різницю потенціалів, тобто ЕРС можна зв'язати з параметрами електричного поля.

Наведемо ЕРС як характеристику роботи, тобто циркуляції вектора \vec{E} за замкненим контуром l :

$$\phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt}. \quad (4.29)$$

Перепишемо останнє рівняння із урахуванням формули для магнітного потоку (4.27), та за умов незмінної площини скористаємось частинною похідною:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial \int \vec{B} \cdot d\vec{S}}{\partial t} = -\int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}. \quad (4.30)$$

Формула (4.30) визначає друге рівняння системи рівнянь Максвелла в інтегральній формі.

Застосуємо до лівої частини (4.30) перетворення Стокса:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_s \text{rot} \vec{E} \cdot d\vec{S} = -\int_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}. \quad (4.31)$$

Оскільки в (4.31) інтегрування виконано за поверхнею у лівій і правій частинах, то

$$\text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (4.32)$$

або

$$\text{rot} \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}. \quad (4.32a)$$

Це – *друге* рівняння системи рівнянь Максвелла у диференціальній формі.

На підставі цих рівнянь сформулюємо такі висновки:

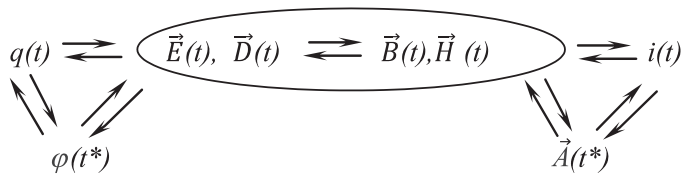
– *магнітне поле*, змінне у часі, створює *електричне поле*;

– *електричне поле*, що створено змінним магнітним полем, має *вихровий характер*, тобто *змінне магнітне поле* створює у довкіллі *електричне поле*, таке, що для будь якого довільно вибраного контуру *циркуляція вектора напруженості* цього поля дорівнює *швидкості змінення магнітного потоку* крізь поверхню, обмежену цим контуром, зі знаком мінус (4.30).

Таким чином, *електричне поле* створює *магнітне поле*, *магнітне* – *електричне*, отже, маємо *поле – електромагнітне!*

4.4. Система рівнянь Максвелла у диференціальній та інтегральній формах

Нагадаємо умовну схему формування єдиного електромагнітного поля, що створюється змінними у часі зарядами та струмами – електричним та магнітним полями:



де $t^* = t - \frac{r}{v}$ – це параметр, який свідчить про затримання у часі елект-

ричного та магнітного потенціалів (це положення доведено у підрозділі 4.8).

Струми, що створено *зовнішніми джерелами* (генераторами) і не залежать від електромагнітного поля, яке ними збуджується, називають *сторонніми*.

Їх можна, за аналогією з автомобілем, вважати *акумулятором*, який забезпечує *запуск* двигуна (у нашій ситуації – поля), та після запуску може бути *вимкненим*.

Вектори густини *сторонніх струмів* разом із густинами струмів провідності та зміщення наводять (за потребою) у правій частині формул закону повного струму – (4.18) та для сили струмів – (4.25), як у таблиці 4.2 перші рівняння.

Таблиця 4.2. Система рівнянь Максвелла

Рівняння	Форма		Коментарі
	Диференціальна	Інтегральна	
1. Закон повного струму, або круговий закон Ампера (1-е рівняння)	$\text{rot} \vec{H}(t) = \vec{J}_{\text{пр}}(t) + \vec{J}_{\text{зм}}(t) + \vec{J}_{\text{стор}}(t)$ $\text{rot} \vec{H}(t) = \sigma \vec{E}(t) + \varepsilon \frac{\partial \vec{E}(t)}{\partial t} + \vec{J}_{\text{стор}}(t)$	$\oint \vec{H}(t) \cdot d\vec{l} = I_{\text{пр}}(t) + I_{\text{зм}}(t) + I_{\text{стор}}(t)$	Закон повного струму – струми різної природи створюють вихрове магнітне поле. Інтегральна форма свідчить, що циркуляція вектора H дорівнює сумі струмів різної природи, які охоплені цим контуром. Змінне у часі електричне поле створює магнітне поле.
2. Закон Фарадея (2-е рівняння)	$\text{rot} \vec{E}(t) = -\frac{\partial \vec{B}(t)}{\partial t}$ $= -\mu \frac{\partial \vec{H}(t)}{\partial t}$	$\oint \vec{E}(t) \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial \int \vec{B}(t) \cdot d\vec{S}}{\partial t}$ $= -\mu \frac{\partial \int \vec{H}(t) \cdot d\vec{S}}{\partial t}$	Магнітне поле, яке змінюється у часі, створює вихрове електричне поле.
3. Закон Гауса (3-е рівняння)	$\text{div} \vec{D}(t) = \rho(t)$ $= \text{div} \varepsilon \vec{E}(t) = \rho(t)$	$\oint \vec{D}(t) \cdot d\vec{S} = q(t)$	Заряд, що змінюється у часі, створює змінне електричне поле. Потік вектора \vec{D} є заряд.
4. Закон неперервності силових ліній магнітного поля (4-е рівняння)	$\text{div} \vec{B}(t) = 0$	$\oint \vec{B}(t) \cdot d\vec{S} = q_{\text{м}\Sigma}^{\pm} = 0,$ <p>де $q_{\text{м}\Sigma}$ – сумарний магнітний заряд, який за визначенням дорівнює нулю (розділ 3).</p>	Магнітне поле є вихровим, тобто силові лінії не мають ні початку, ні кінця, тому потік та дивергенція цього поля дорівнюють нулю. У природі вільні магнітні заряди відсутні, проте їх застосовують як модель для аналізу.

Рівняння	Форма		Коментарі
	Диференціальна	Інтегральна	
5. Перше матеріальне (5-е рівняння)	$\vec{D}(t) = \varepsilon \vec{E}(t)$		Визначають співвідношення напруженості електричного та магнітного полів з вектором електричного зміщення та магнітною індукцією, відповідно, через електродинамічні параметри середовища.
6. Друге матеріальне (6-е рівняння)	$\vec{B}(t) = \mu \vec{H}$		

4.5. Система рівнянь Максвелла для монохромного (гармонічного) процесу (у комплексній формі)

Для здійснення операцій з *гармонічними функціями* зручно користуватись наведенням функцій у *комплексній формі*.

Нехай маємо гармонічну функцію:

$$a(t) = A_m \cos(2\pi ft \pm \psi). \quad (4.33)$$

У цій формулі є *три* параметри: амплітуда – A_m , частота – f (або *кругова частота* $\omega = 2\pi f$ нагадаємо, що $\omega = \frac{2\pi}{T}$ має фізичний зміст, як поєднання *двох періодів*: у часі – T та тригонометричного кола – 2π), початкова фаза – ψ .

Звісно, виконувати операції з трьома параметрами складніше, ніж із меншою кількістю. Спробуємо зменшити кількість параметрів.

Скористаємося *перетворенням Ейлера*

$$e^{\pm j\varphi} = \cos \varphi \pm j \sin \varphi. \quad (4.34)$$

Якщо в (4.34) прийняти до уваги лише дійсний складник $\cos \varphi$, тоді замість $A_m \cos(\omega t \pm \psi)$ (4.33) можна записати

$$\begin{aligned} \dot{a}(t) &= A_m e^{j\omega t} e^{\pm j\psi}, \\ \text{або } \dot{a}(t) &= A_m e^{\pm j\psi} e^{j\omega t} = \dot{A}_m e^{j\omega t}, \end{aligned} \quad (4.35)$$

де \dot{A}_m – комплексна амплітуда $A_m e^{\pm j\psi}$.

У зв'язку з тим, що у лінійній системі кількість гармонічних складників не змінюється, можна вважати, що комплексна амплітуда є у площині, що «обертається» з круговою частотою ω , тобто для здійснення операцій достатньо мати *комплексну амплітуду*, яка містить інформацію лише за двома параметрами (амплітуда та початкова фаза). Окрім того, зручно здійснювати математичні операції, з *експоненціальною функцією*, показники якої *додають* або *відніма-*

ють, замість операцій множення та ділення тригонометричних функцій, також легшими є операції диференціювання (інтегрування): лише треба функцію помножити (розділити) на $j\omega$.

Для повернення до миттєвих значень після операції з комплексною величиною слід визначити дійсну частину комплексної величини

$$a(t) = \operatorname{Re} \left\{ \dot{a}(t) \right\}.$$

Запишемо перше рівняння Максвелла для гармонічного поля (4.19) (без сторонніх струмів) у комплексній формі:

$$\operatorname{rot} \dot{\vec{H}}_m e^{j\omega t} = \sigma \dot{\vec{E}}_m e^{j\omega t} + \varepsilon \frac{\partial \dot{\vec{E}}_m e^{j\omega t}}{\partial t} = \sigma \dot{\vec{E}}_m e^{j\omega t} + j\omega \varepsilon \dot{\vec{E}}_m e^{j\omega t}. \quad (4.36)$$

Скоротивши множники $e^{j\omega t}$ у рівнянні (4.36), маємо:

$$\operatorname{rot} \dot{\vec{H}}_m = \sigma \dot{\vec{E}}_m + j\omega \varepsilon \dot{\vec{E}}_m. \quad (4.36a)$$

Якщо винести за дужки загальний множник $\dot{\vec{E}}_m$ та $j\omega$, рівняння (4.36a) є таким:

$$\operatorname{rot} \dot{\vec{H}}_m = j\omega \dot{\vec{E}}_m \left(\frac{\sigma}{j\omega} + \varepsilon \right), \quad (4.36b)$$

у формулі (4.36b) у дужках – комплексна діелектрична проникність:

$$\dot{\varepsilon} = \varepsilon - j \frac{\sigma}{\omega}. \quad (4.37)$$

Перевіримо одиницю вимірювання $j \frac{\sigma}{\omega} \Rightarrow \left[\frac{\text{См} \cdot \text{с}}{\text{М}} \right] = \left[\frac{\Phi}{\text{М}} \right]$, тобто, вочевидь, така ж, як для діелектричної проникності.

Формула (4.37) – має важливий фізичний зміст – у ній є складник, який характеризує провідні властивості середовища – (σ) та складник, який характеризує діелектричні властивості – (ε) і кругова частота – (ω). Значення кругової частоти ω впливає на співвідношення доданків (4.37), тобто вона визначає співвідношення між значеннями $\vec{J}_{\text{пр}}$ та $\vec{J}_{\text{зм}}$. Це свідчить, що залежно від частоти для конкретних електродинамічних параметрів одне і теж середовище, можна характеризувати різними властивостями, тобто: як провідне, діелектричне або напівпровідне (діелектрик із втратами) (див. підрозділ 4.6).

На підставі (4.35) за аналогією наведемо систему рівнянь Максвелла у комплексній формі; для диференціальної форми – також із застосуванням оператора Гамільтона («набла») (табл. 4.3):

Таблиця 4.3. Система рівнянь Максвелла у комплексній формі

Рівняння	Диференціальна форма	Інтегральна форма
перше	$\operatorname{rot} \dot{\vec{H}}_m = \sigma \dot{\vec{E}}_m + j\omega\varepsilon \dot{\vec{E}}_m,$ або $\nabla \times \dot{\vec{H}}_m = \sigma \dot{\vec{E}}_m + j\omega\varepsilon \dot{\vec{E}}_m$	$\oint \dot{\vec{H}}_m \cdot d\vec{l} = \dot{I}_{m\text{пр}} + \dot{I}_{m\text{зм}},$ $\oint \dot{\vec{H}}_m \cdot d\vec{l} = \int \vec{J}_{m\text{пр}} \cdot d\vec{S} + \int \vec{J}_{m\text{зм}} \cdot d\vec{S}$
друге	$\operatorname{rot} \dot{\vec{E}}_m = -j\omega \dot{\vec{B}}_m,$ $\operatorname{rot} \dot{\vec{E}}_m = -j\omega\mu \dot{\vec{H}}_m,$ або $\nabla \times \dot{\vec{E}}_m = -j\omega\mu \dot{\vec{H}}_m$	$\oint_l \dot{\vec{E}}_m \cdot d\vec{l} = -j\omega\Phi_m,$ $\oint_l \dot{\vec{E}}_m \cdot d\vec{l} = -j\omega \int \dot{\vec{B}}_m \cdot d\vec{S},$ $\oint_l \dot{\vec{E}}_m \cdot d\vec{l} = -j\omega\mu \int \dot{\vec{H}}_m \cdot d\vec{S}$
третє	$\operatorname{div} \dot{\vec{D}}_m = \operatorname{div} \varepsilon \dot{\vec{E}}_m = \dot{\rho}_m,$ або $\nabla \cdot \dot{\vec{D}}_m = \dot{\rho}_m$	$\oint_s \dot{\vec{D}}_m \cdot d\vec{S} = \dot{q}_m,$ $\oint_s \dot{\vec{E}}_m \cdot d\vec{S} = \frac{\dot{q}_m}{\varepsilon}$
четверте	$\operatorname{div} \dot{\vec{B}}_m = 0,$ або $\nabla \cdot \dot{\vec{B}}_m = 0$	$\oint \dot{\vec{B}}_m \cdot d\vec{S} = q_{m\text{зм}}^\pm = 0$
п'яте	$\dot{\vec{D}}_m = \varepsilon \dot{\vec{E}}_m$	
шосте	$\dot{\vec{B}}_m = \mu \dot{\vec{H}}_m$	

4.6. Класифікація середовищ за провідністю

Середовища розрізняють за провідністю на підставі співвідношення між значеннями струмів (густини струмів) провідності $J_{\text{пр}}$ та зміщення $J_{\text{зм}}$:

– якщо $J_{\text{пр}} \gg J_{\text{зм}}$ – *провідне* середовище, (4.38)

– якщо $J_{\text{пр}} \ll J_{\text{зм}}$ – *діелектричне* середовище. (4.38a)

Якщо значення $J_{\text{пр}}$ та $J_{\text{зм}}$ близькі – середовище можна вважати *напів-провідним*, або *діелектричним із втратами* (тепловими).

Звернімося до першого рівняння системи рівнянь Максвелла:

$$\operatorname{rot} \dot{\vec{H}}_m = \dot{\vec{J}}_{m \text{ пр}} + \dot{\vec{J}}_{m \text{ зм}} . \quad (4.39)$$

Після заміни $J_{\text{пр}}$ та $J_{\text{зм}}$ маємо відповідно з (4.20) та (4.21) – (4.36a)

$$\operatorname{rot} \dot{\vec{H}}_m = \sigma \dot{\vec{E}}_m + j\omega \varepsilon \dot{\vec{E}}_m .$$

Після винесення за дужки $j\omega \dot{\vec{E}}_m$ маємо

$$\operatorname{rot} \dot{\vec{H}}_m = j\omega \dot{\vec{E}}_m \left(\frac{\sigma}{j\omega} + \varepsilon \right), \quad (4.40)$$

або

$$\operatorname{rot} \dot{\vec{H}}_m = j\omega \dot{\vec{E}}_m \left(\varepsilon - j \frac{\sigma}{\omega} \right). \quad (4.40a)$$

За формулами (4.39)...(4.40a) з'ясуємо, що на значення густини *струму провідності* впливає у дужках доданок $j \frac{\sigma}{\omega}$, на значення густини *струму зміщення* доданок ε , тобто співвідношення між ними визначає *характер середовища у сенсі поширення радіохвиль*.

Звертаємо увагу, що у першому доданку є параметр ω , тобто значення кругової частоти впливає на співвідношення між $J_{\text{пр}}$ та $J_{\text{зм}}$.

Частота, за якої значення двох доданків однакові (діелектрик із втратами), має назву *гранична частота*

$$\omega_{\text{гр}} = \frac{\sigma}{\varepsilon}. \quad (4.41)$$

Якщо

$\omega \ll \omega_{\text{гр}}$ – середовище, *ближче до провідного*;

$\omega \gg \omega_{\text{гр}}$ – середовище, *ближче до діелектричного*.

Із першого рівняння системи рівнянь Максвелла також впливає, що модуль просторового вектора $|\vec{J}_{\text{пр}}|$ за фазою (на комплексній площині), що співпадає з модулем просторового вектора $|\vec{E}|$, а $|\vec{J}_{\text{зм}}|$, зсунуто на $\pi/2$ (рис.4.3).

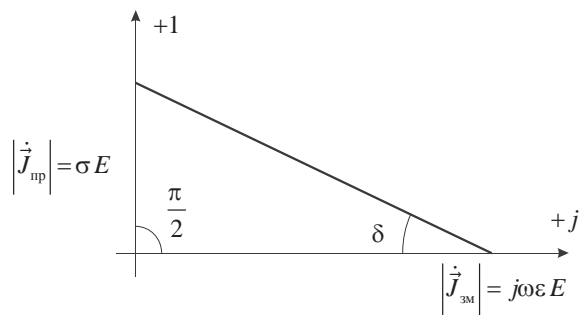


Рисунок 4.3. До визначення фізичного змісту поняття «тангенс кута діелектричних втрат». (Модулі густини струмів провідності та зміщення на комплексній площині).

Як наведено вище, параметр σ – питома провідність характеризує *теплові втрати*, тому кут δ має назву *кут діелектричних втрат*. Його тангенс:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{J_{\text{пр}}}{J_{\text{зм}}} = \frac{\sigma E}{|j\omega\epsilon E|} = \frac{\sigma}{\omega\epsilon} \quad (4.42)$$

залежить від параметрів середовища: σ , ϵ та частоти.

Для ідеальних діелектриків $\operatorname{tg} \delta \rightarrow 0$; для радіочастот середовище вважають *діелектриком*, якщо $\operatorname{tg} \delta < 10^{-3} \dots 10^{-4}$.

4.7. Принцип переставної двоїстості

Дуальність двох перших рівнянь системи рівнянь Максвелла

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H}_m &= j\omega\epsilon \vec{E}_m, \\ \operatorname{rot} \vec{E}_m &= -j\omega\mu \vec{H}_m, \end{aligned}$$

які переходять одне в інше за умови заміни:

$$\vec{E}_m \Leftrightarrow \vec{H}_m, \quad \epsilon \Leftrightarrow -\mu$$

і геометрична *подібність* силових ліній магнітного та електричного полів (рис. 4.4) надають підставу для *обґрунтування* принципу *переставної двоїстості*.

Практичне значення принципу переставної двоїстості полягає в тому, що для розв'язку завдань електродинаміки можливі відповідні заміни, тобто, якщо відомий розв'язок будь-якого електродинамічного завдання в одній формі, перестановка сприяє отриманню розв'язку в іншій формі.

Таким чином, *принцип переставної двоїстості* полягає у замінах:

$$E \Leftrightarrow H, \quad \epsilon \Leftrightarrow -\mu,$$

$$\begin{aligned}
 J &\Leftrightarrow J_M, I \Leftrightarrow -I_M, \\
 \rho &\Leftrightarrow -\rho_M, J_{\text{стор}} \Leftrightarrow -J_{\text{стор}M}.
 \end{aligned}
 \tag{4.43}$$

Прикладом застосування принципу переставної двоїстості є отримання характеристик електромагнітного поля *магнітного* елементарного випромінювача за характеристиками *електричного* елементарного випромінювача (підрозділ 7.2).

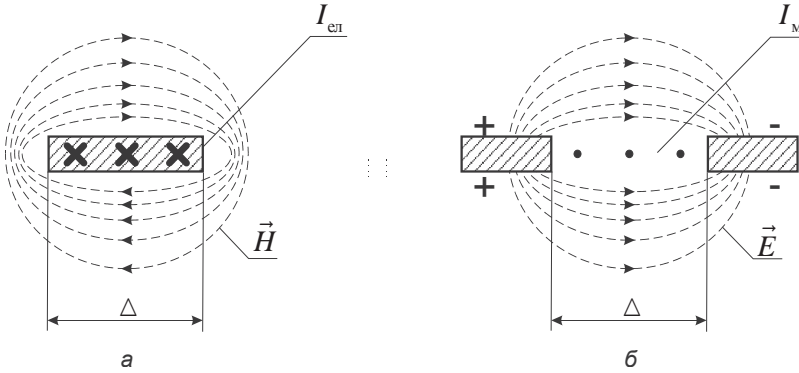


Рисунок 4.4. Ілюстрація до обґрунтування принципу переставної двоїстості.
Силкові лінії полів: *a* – магнітного, *б* – електричного

Для підтвердження, окрім математичних перетворень, й *фізичного змісту* принципу переставної двоїстості, наведено рис. 4.4.

На рис. 4.4*a* показано *магнітні силкові лінії*, що виникають поблизу плоского провідника шириною Δ , в якому протікає *електричний струм* $I_{\text{ел}}$. Силкові лінії поблизу провідника дещо повторюють його контур, але в процесі віддалення вони поступово деформуються та перетворюються у коло.

На рис. 4.4*б* зображено картину силових ліній *електричного поля* в системі з двох заряджених металевих напівплощин, які розділено зазором шириною Δ . З точністю до напрямку стрілок у верхньому та нижньому напівпросторах ця картина тотожна тій, яку наведено на рис. 4.4*a*.

Схожість картин цих полів дозволяє формально припустити, що у зазорі протікає гіпотетичний (фіктивний) струм I_M , який має назву *магнітний струм* з одиницею вимірювання – вольт [1В]. Таким чином і за фізичним змістом *підтверджено* принцип переставної двоїстості.

4.8. Явище затримання електродинамічних потенціалів

Функція, що полегшує розв'язувати задачі електродинаміки, є потенціал. Нагадаємо, що в електростатиці формула для потенціалу (2.55) така:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int \frac{\rho}{r} dV,$$

а для магнітного поля постійного струму – векторний магнітний потенціал (3.49a):

$$\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi} \int \frac{\vec{J}}{r} dV,$$

де $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ – відстань від джерела до точки спостереження у декартовій системі координат.

Останні рівняння отримано у результаті розв'язування *рівняння Пуассона* для електростатики та за аналогією для магнітного поля постійного струму, відповідно (2.54) та (3.47):

$$\begin{aligned} \nabla^2 \varphi &= -\frac{\rho}{\varepsilon}, \\ \nabla^2 \vec{A} &= -\mu \vec{J}_{\text{пр}}, \end{aligned}$$

де $\nabla^2 \equiv \Delta$ – оператор Лапласа (лапласіан).

Окрім того, маємо за (2.51):

$$\vec{E} = -\nabla \varphi = -\text{grad} \varphi,$$

та (3.44)

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu} \text{rot} \vec{A}.$$

Визначимо функцію \vec{A} , якщо струм і заряд є *змінними* у часі. Нагадаємо витоки появи вектора \vec{A} . З векторного аналізу відомо: *якщо* $\text{div} \vec{B} = 0$, то існує деякий вектор, *ротор* якого дорівнює *вхідному*, тобто $\text{rot} \vec{A} = \vec{B}$ (див. підрозділ 3.3).

Таким чином, якщо відомі φ (2.55) та \vec{A} (3.49a), визначимо \vec{E} (2.51) та \vec{H} (3.44), відповідно. Визначимо напруженість електричного поля для ситуації, якщо ці процеси змінні у часі (для змінного джерела). На підставі другого рівняння системи рівнянь Максвелла :

$$\text{rot} \vec{E}(t) = -\mu \frac{\partial \vec{H}(t)}{\partial t},$$

з урахуванням (3.44), можемо записати:

$$\text{rot} \vec{E}(t) = -\mu \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{\mu} \text{rot} \vec{A}(t) \right). \quad (4.44)$$

Оскільки операція *ротор* є операцією диференціювання за координатами, то (4.44) можна записати так:

$$\text{rot} \left[\vec{E}(t) + \frac{\partial \vec{A}(t)}{\partial t} \right] = 0. \quad (4.44a)$$

З векторного аналізу відомо також: якщо ротор будь-якого вектора дорівнює нулю, то існує скалярна функція, наприклад ψ , градієнт якої дорівнює цьому вектору, тобто:

$$\text{grad}\psi(t) = \vec{E}(t) + \frac{\partial \vec{A}(t)}{\partial t}. \quad (4.45)$$

Підтвердимо це положення:

$$\text{rot grad}\psi = \nabla \times (\nabla \psi) = [|\nabla| \cdot |\nabla \psi| \sin(\nabla(\nabla \psi))] \cdot \vec{1}_n = 0.$$

Якщо $\vec{A} - \text{const}$, то (4.45) співпадає із співвідношенням: $\vec{E} = -\text{grad}\varphi$ або (2.51), за умови $\psi = -\varphi$. Використаємо цю заміну, тому що обмежень на вибір знаку немає: $\psi = -\varphi$, й отримаємо:

$$\vec{E} = -\text{grad}\varphi(t) - \frac{\partial \vec{A}(t)}{\partial t}. \quad (4.46)$$

Звідси випливає, що у динамічному процесі на відміну від статичного режиму, напруженість електричного поля $\vec{E}(t)$ визначає не лише електричний потенціал $\varphi(t)$, але й змінний у часі векторний магнітний потенціал $\vec{A}(t)$.

Тепер встановимо зв'язок $\varphi(t)$ і $\vec{A}(t)$ із параметрами першоджерела поля.

У першому рівнянні системи рівнянь Максвелла, в якому (табл. 4.2 – перший рядок – без густини стороннього струму):

$$\text{rot}\vec{H}(t) = \vec{J}_{\text{np}}(t) + \varepsilon \frac{\partial \vec{E}(t)}{\partial t}.$$

Замінімо $\vec{H}(t)$ та $\vec{E}(t)$, на підставі (3.44) та (4.46):

$$\text{rot} \left(\frac{1}{\mu} \text{rot}\vec{A}(t) \right) = \vec{J}_{\text{np}}(t) - \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} \left(\text{grad}\varphi(t) + \frac{\partial \vec{A}(t)}{\partial t} \right). \quad (4.47)$$

За тотожності векторного аналізу $\text{rot}\vec{A} = \text{grad div}\vec{A} - \nabla^2 \vec{A}$, перестановки доданків та врахуванням можливості зміни порядку диференціювання отримаємо:

$$\nabla^2 \vec{A}(t) - \varepsilon\mu \frac{\partial \vec{A}(t)}{\partial t} - \text{grad} \left(\frac{\varepsilon\mu \partial \varphi(t)}{\partial t} + \text{div} \vec{A}(t) \right) = -\mu \vec{J}_{\text{np}}(t). \quad (4.48)$$

Зауважимо, що у рівнянні (4.48) є величина пов'язана зі швидкістю поширення електромагнітної хвилі $v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} : [\varepsilon\mu] = (c/m)^2$. Це рівняння має нескінченну множину розв'язків, тому що у ньому є дві невідомі величини φ і \vec{A} . Щоб розв'язати, спростимо його; для цього припустимо, що:

$$\varepsilon\mu \frac{\partial \varphi(t)}{\partial t} + \text{div} \vec{A}(t) = 0. \quad (4.49)$$

Це співвідношення називають *калібрувальним перетворенням Лоренца*. За такої умови (4.48) є спрощено:

$$\nabla^2 \vec{A}(t) - \varepsilon\mu \frac{\partial \vec{A}(t)}{\partial t} = -\mu \vec{J}_{\text{np}}(t). \quad (4.50)$$

Звідки випливає, що *векторний потенціал \vec{A} визначає густину струму*.

До речі, якщо $\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = 0$, то отримаємо рівняння для магнітного поля постійного струму (див. (3.47)).

Тепер встановимо зв'язок потенціалу φ з джерелом через густину заряду ρ .

Для цього у третє рівняння системи рівнянь Максвелла (див. табл. 4.2):

$$\text{div} \vec{D}(t) = \rho(t),$$

з урахуванням першого матеріального рівняння (п'яте – табл. 4.2) підставимо значення із (4.47) і отримаємо:

$$\text{div} \left(\frac{\partial \vec{A}(t)}{\partial t} + \text{grad} \varphi(t) \right) = -\frac{\rho(t)}{\varepsilon}. \quad (4.51)$$

Змінімо порядок диференціювання у (4.51):

$$\frac{\partial}{\partial t} \text{div} \vec{A} + \text{div} \text{grad} \varphi(t) = -\frac{\rho(t)}{\varepsilon}. \quad (4.51a)$$

З врахуванням, що з (4.49) $\operatorname{div} \vec{A} = -\varepsilon\mu \frac{\partial \varphi(t)}{\partial t}$, і застосуванням оператора Гамільтона $\operatorname{div} \operatorname{grad} \varphi(t) = \nabla^2 \varphi$ запишемо:

$$\nabla^2 \varphi(t) - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \varphi(t)}{\partial t^2} = -\frac{\rho(t)}{\varepsilon}. \quad (4.52)$$

Формули (4.50) та (4.52) однакові за формою й мають назву – *рівняння Даламбера*.

Розв'язок цього рівняння є найпростіший для точкового заряду. За цих умов значення $\varphi(t)$ у сферичній системі координат залежить від відстані от точкового заряду до точки спостереження r , та не залежить від кутів (для спрощення запису далі аргумент t не показуємо, наприклад $\varphi(t) \Rightarrow \varphi$).

Запишемо лапласіан у сферичній системі координат:

$$\nabla^2 \varphi = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{1}{\sin^2 \theta} \cdot \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \varphi^2}. \quad (4.53)$$

Тобто з урахуванням залежності від відстані r , після диференціювання та перестановки маємо:

$$\nabla^2 \varphi = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial r}. \quad (4.54)$$

Тоді рівняння Даламбера:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial r} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon}. \quad (4.55)$$

Перетворимо ліву частину цього рівняння із введенням нової змінної $v = r\varphi$. Диференціюванням за r отримаємо:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r^2} \quad (4.56)$$

та

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} = \frac{1}{r} \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial r} + 2 \frac{v}{r^3}. \quad (4.57)$$

Підставимо (4.56) та (4.57) у (4.55) з урахуванням $v = r\varphi$ і отримаємо:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon} r. \quad (4.58)$$

За структурою формула (4.58) – *хвильове рівняння* – це неоднорідне диференціальне рівняння другого порядку в частинних похідних, у якому поєднані дані щодо відстані (простору), часу, швидкості (докладніше – у розділі 6).

Нехай $\rho = 0$, тоді (4.58) трансформовано в однорідне рівняння:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0. \quad (4.59)$$

Формальним розв'язком цього рівняння є:

$$v(t) = \varphi_1\left(t - \frac{r}{v}\right) + \varphi_2\left(t + \frac{r}{v}\right), \quad (4.60)$$

де $v = 1/\sqrt{\varepsilon\mu}$ – швидкість поширення електромагнітної хвилі вздовж напрямку r ; для вільного простору – $c = 1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$; φ_1, φ_2 – деякі функції.

З урахуванням заміни $\varphi = v/r$ отримаємо

$$\varphi(t) = \frac{\varphi_1\left(t - \frac{r}{v}\right)}{r} + \frac{\varphi_2\left(t + \frac{r}{v}\right)}{r}. \quad (4.61)$$

Звідки маємо, що аргументи функцій φ_1 і φ_2 є відмінні щодо аргументу функції $\varphi(t)$ на значення $\pm r/v$.

Отже, функції φ_1 і φ_2 описують хвилі, які поширюються зі швидкістю v , або c – у вільному просторі, в протилежних напрямках із однаковими значеннями незалежно від просторових кутів в усіх фіксованих точках r .

Таким чином, розв'язок (4.61) описує *дві сферичні хвилі*, одна з яких «виходить» від випромінювача, а друга – «повертається». На рис. 4.5 *обвідну* другої хвилі показано як відбиту (зворотну, або вторинну) від межі середовищ.

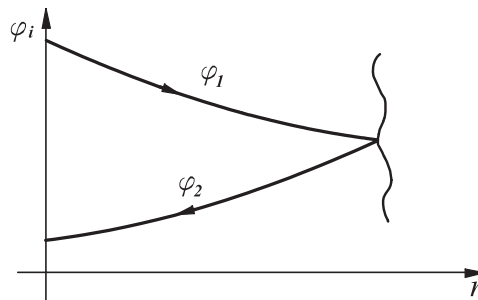


Рисунок 4.5. Обвідні прямої та відбитої хвилі

У нескінченному однорідному середовищі існують лише хвилі, що поширюються від випромінювача, так звані «хвилі, що падають» (спадні, прямі, або первинні хвилі). Тому для подальшого аналізу залишимо перший доданок:

$$\varphi(t) = \frac{\varphi_1\left(t - \frac{r}{v}\right)}{r}, \quad (4.61a)$$

де φ_1 – деяка ще невідома функція часу.

З електростатики відомо, що потенціал визначають як (2.56):

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon r}.$$

За порівняння (4.61a) і (2.56) випливає, що одиниці вимірювання лівої та правої частин за однакових аргументах співпадають [В]:

$$\varphi_1\left(t - \frac{r}{v}\right) = \frac{q\left(t - \frac{r}{v}\right)}{4\pi\epsilon}. \quad (4.62)$$

Тобто, це електричний потенціал змінного струму:

$$\varphi(t) = \frac{q\left(t - \frac{r}{v}\right)}{4\pi\epsilon r}. \quad (4.62a)$$

Таким чином, потенціал $\varphi(t)$ зареєстрований на відстані r , у момент часу t визначають значенням заряду q , який *передує* спостереженню, тобто у момент часу $\left(t - \frac{r}{v}\right)$. Тому потенціал $\varphi(t)$ називають *затриманим* на $\frac{r}{v}$. Тобто «наслідок» затримано відносно «причини», що ініціює процес.

Перейдемо від точкового заряду до об'ємного з густиною ρ .

Тоді електричний потенціал:

$$\varphi(t) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_V \frac{\rho\left(t - \frac{r}{v}\right)}{r} dV, \quad (4.63)$$

де r – відстань до точки спостереження $\varphi(t)$.

Аналогічно для векторного магнітного потенціалу

$$\vec{A}(t) = \frac{\mu}{4\pi v} \int \frac{\vec{J}(t - \frac{r}{v})}{r} dV. \quad (4.64)$$

Для гармонічних процесів зручно користуватися комплексною формою функцій, наприклад, для

$$\rho\left(t - \frac{r}{v}\right) = \rho_m \cos \omega\left(t - \frac{r}{v}\right)$$

у комплексній формі:

$$\dot{\rho}\left(t - \frac{r}{v}\right) = \dot{\rho}_m e^{-j\beta r} \cdot e^{-j\omega t},$$

де $\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$ – коефіцієнт фази, λ – довжина хвилі.

У комплексній формі *електричний затриманий потенціал* є таким:

$$\dot{\phi}_m(t) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int \frac{\dot{\rho}_m e^{-j\beta r}}{r} dV, \quad (4.63a)$$

– векторний *магнітний затриманий потенціал* є таким:

$$\dot{\vec{A}}(t) = \frac{\mu}{4\pi} \int \frac{\vec{J}_m e^{-j\beta r}}{r} dV. \quad (4.64a)$$

Множник $e^{-j\beta r}$ – означає «затримання» «наслідків»: ϕ та \vec{A} від «причин», відповідно ρ та \vec{J} .

Отже, за динамічного режиму *електричний та магнітний векторний потенціали* є *затриманими*.

4.9. Висновки

1. Будь-яке змінення заряду в часі у будь-якому об'ємі супроводжується спливанням саме такої кількості заряду через поверхню, яка обмежує цей об'єм (принцип *збереження заряду*).

2. *Змінний струм*, на відміну від постійного струму (який має вихровий характер), допускає *розрив* провідного (гальванічного, кондуктивного) кола (ланки).

3. Для опису процесів протікання струму у діелектриках введено поняття *струм зміщення*.

4. Для складання чіткої системи рівнянь, на основі яких розв'язують завдання електродинаміки, застосовано базові закони та положення, які об'єднано у *систему рівнянь Максвелла*.

5. У диференціальній та інтегральній формах перше рівняння системи рівнянь Максвелла – *закон повного струму* для провідного і непровідного середовищ (круговий закон Ампера), звідки випливає, що *змінне електричне поле створює – змінне магнітне*:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J}_{\text{пр}}(t) + \vec{J}_{\text{зм}}(t) + \vec{J}_{\text{стор}}(t) = \sigma \vec{E}(t) + \varepsilon \frac{\partial \vec{E}(t)}{\partial t} - \text{диференціальна форма};$$

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{\text{пр}}(t) + I_{\text{зм}}(t) + I_{\text{стор}}(t) - \text{інтегральна форма.}$$

6. Друге рівняння системи рівнянь Максвелла (*закон електромагнітної індукції Фарадея*): $\operatorname{rot} \vec{E}(t) = -\mu \frac{\partial \vec{H}(t)}{\partial t}$ – диференціальна форма;

$\oint \vec{E}(t) \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \oint \vec{B} \cdot d\vec{S}$ – інтегральна форма, звідки випливає, що *змінне магнітне поле створює змінне електричне*.

7. Третє рівняння системи рівнянь Максвелла (*закон Гауса*) $\operatorname{div} \vec{D}(t) = \rho(t)$ – диференціальна форма; $\oint \vec{D}(t) \cdot d\vec{S} = q(t)$ – інтегральна форма.

8. Четверте рівняння системи рівнянь Максвелла показує, що магнітне поле має *вихровий характер* (сумарний магнітний заряд дорівнює нулю): $\operatorname{div} \vec{B}(t) = 0$ – диференціальна форма; $\oint \vec{B}(t) \cdot d\vec{S} = 0$ – інтегральна форма.

9. Рівняння п'яте і шосте показують зв'язок векторів із *параметрами середовища*: $\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$, $\vec{B} = \mu \vec{H}$, тобто це, так звані, *перше та друге матеріальні рівняння*.

10. Рівняння Максвелла свідчать, що *електричне і магнітне поля, існують у взаємному зв'язку і утворюють єдине електромагнітне поле*. Ці вектори у *просторі зсунуто на 90°* (в однорідному ізотропному середовищі).

11. Якщо поле є *гармонічним*, зручно використовувати наведення величин, у *комплексній формі*.

12. Якщо використовують комплексну форму наведення величин, із першого рівняння Максвелла випливає величина – *комплексна діелектрична проникність $\hat{\varepsilon}$* .

13. З аналізу величини $\hat{\varepsilon}$ випливає, що властивості середовища щодо поширення радіохвиль *залежать від частоти* електромагнітного поля, де *граничне значення* кругової частоти $\omega_{\text{пр}} = \sigma / \varepsilon$.

14. Якщо $\omega \ll \omega_{\text{пр}}$ – середовище *наближене до провідного*; якщо $\omega \gg \omega_{\text{пр}}$ – $\hat{\varepsilon}$ до діелектричного.

15. Для порівняння провідних та діелектричних властивостей середовищ застосовують поняття *тангенс кута втрат*: $\operatorname{tg} \delta = \sigma / \omega \varepsilon$. Для ідеальних

діелектриків $tg\delta \rightarrow 0$; для радіочастот вважають середовище *діелектриком*, якщо $tg\delta < 10^{-3} \dots 10^{-4}$.

16. З системи рівнянь Максвелла та порівняння картин поля можна сформулювати принцип *переставної двоїстості*, який полягає у можливості заміни у відповідних системах рівнянь: $\vec{E} \Leftrightarrow \vec{H}$; $\mu \Leftrightarrow -\varepsilon$; $I_m \Leftrightarrow -I$; $\rho_m = -\rho$; $\vec{J}_m = -\vec{J}$.

17. Аналіз електромагнітних процесів показує, що потенціали електричний $\varphi(t - r/v)$ та векторний магнітний $\vec{A}(t - r/v)$ відносно причини, яка їх створила – *затримано* у часі.

4.10. Контрольні питання та завдання

1. Докладно проаналізуйте *базові формули* електростатики та магнітного поля постійного струму як основи для формування системи рівнянь Максвелла.

2. Обґрунтуйте закон *збереження електричного заряду* в диференціальній формі.

3. Обґрунтуйте та доведіть існування *струму зміщення*.

4. Сформулюйте та поясніть перше рівняння системи рівнянь Максвелла в інтегральній та диференціальній формах.

5. Сформулюйте та поясніть друге рівняння системи рівнянь Максвелла в інтегральній та диференціальній формах.

6. Сформулюйте та поясніть третє рівняння системи Максвелла в інтегральній та диференціальній формах.

7. Сформулюйте та поясніть четверте рівняння системи рівнянь Максвелла в інтегральній та диференціальній формах.

8. Охарактеризуйте та поясніть сутність п'ятого та шостого рівнянь системи рівнянь Максвелла.

9. Поясніть доцільність наведення та застосування системи рівнянь Максвелла в *комплексній формі*.

10. Визначте та поясніть сутність *комплексній діелектричній проникності*. Наведіть приклади застосування.

11. Обґрунтуйте *класифікацію* середовищ за *провідністю*.

12. Поясніть сутність поняття «*кут діелектричних втрат*».

13. Обґрунтуйте принцип *переставної двоїстості*.

14. Поясніть сутність понять «*затримані електродинамічні потенціали*».

15. Наведіть формули електродинамічних потенціалів у комплексній формі.

Далі необхідно з'ясувати, яким чином сформовано енергію електромагнітного поля, її баланс, можливість поширення у просторі.

Розділ 5. ЕНЕРГІЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ПОЛЯ

5.1. Теорема Пойнтінга для миттєвих значень векторів електромагнітного поля

5.2. Теорема Пойнтінга для гармонічних процесів (у комплексній формі)

5.3. Уявлення процесу передавання енергії

5.4. Лема Лоренца

5.5. Висновки

5.6. Контрольні питання та завдання

Під час опанування матеріалів цього розділу та після завершення ви маєте

знати:

- обґрунтування теореми Пойнтінга;
- теорему Пойнтінга у диференціальній та інтегральній формах, їх сутність;
- сутність балансу потужностей;
- теорему Пойнтінга у комплексній формі та сутність її складників;
- перший складник вектора Пойнтінга (середнє значення) та другий складник (змінний подвійної частоти);
- формули енергії електромагнітного поля;
- принцип процесу перенесення енергії провідниками зі струмом;
- зв'язок між двома сторонніми струмами у двох різних точках простору і електромагнітними полями, які створено цими джерелами (лема Лоренца);
- напрям якого процесу характеризує вектор Пойнтінга;

вміти:

- вивести теорему Пойнтінга у диференціальній та інтегральній формах;
- визначити складники теореми Пойнтінга;
- обчислити складники вектора Пойнтінга у комплексній формі;
- обчислити потужність електромагнітного поля;
- розв'язати завдання на основі теореми Пойнтінга;
- описати принцип процесу перенесення енергії провідниками зі струмом;
- отримати співвідношення леми Лоренца;
- визначити напрям вектора Пойнтінга стосовно векторів \vec{E} та \vec{H} .

набути досвід:

- виведення теореми Пойнтінга у диференціальній та інтегральній формах на підставі системи рівнянь Максвелла;
- застосування перетворення Ейлера для наведення вектора Пойнтінга у комплексній формі;
- визначення енергії електромагнітного поля та його складників;
- застосування леми Лоренца.
- застосування перетворення Гауса – Остроградського.

5.1. Теорема Пойнтінга для миттєвих значень векторів електромагнітного поля

У 1884 р. англійський фізик Дж. Пойнтінг запропонував та обґрунтував поняття густини потоку енергії електромагнітного поля.

Нехай у будь-якому обмеженому об'ємі V з врахуванням втрат, які обумовлено електричною σ та умовною магнітною σ_m питомими провідностями, є стороннє джерело електромагнітного поля, визначене векторами густини електричного $\vec{J}_{\text{стор}}$ та умовного магнітного $\vec{J}_{\text{стор м}}$ струмів (рис. 5.1). З'ясуємо, яким чином розподілено енергію цього джерела у цьому об'ємі та за його межами. Стороннє джерело, по суті, є «активатором» електромагнітного поля (підрозділ 4.4).

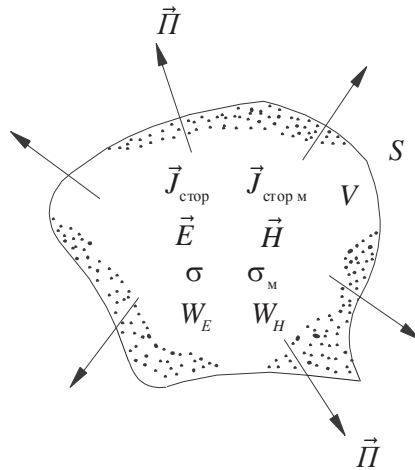


Рисунок 5.1. Об'єм V , обмежений поверхнею S , із джерелом та складниками електромагнітного поля

Нагадаємо, що у природі магнітний струм не існує, проте задля одержання «симетричної» системи всіх складників балансу потужності електромагнітного поля запишемо перше та друге рівняння системи Максвелла у диференціальній формі у повному складі, тобто з урахуванням густини сторонніх струмів (електричного $\vec{J}_{\text{стор}}$ і магнітного $\vec{J}_{\text{стор м}}$), електричних та магнітних втрат, обумовлених σ та σ_m (табл. 4.2):

$$\text{rot} \vec{H} = \sigma \vec{E} + \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \vec{J}_{\text{стор}}, \quad (5.1)$$

$$\text{rot} \vec{E} = -\sigma_m \vec{H} - \mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} - \vec{J}_{\text{стор м}}. \quad (5.2)$$

Помножимо скалярно ці рівняння: перше на \vec{E} , друге на \vec{H} та віднімемо (5.1) від (5.2):

$$\vec{H} \operatorname{rot} \vec{E} - \vec{E} \operatorname{rot} \vec{H} = -\sigma_m H^2 - \mu \vec{H} \cdot \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} - \vec{J}_{\text{стор.м}} \cdot \vec{H} - \sigma E^2 - \varepsilon \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \vec{J}_{\text{стор.}} \cdot \vec{E}. \quad (5.3)$$

На підставі тотожності векторного аналізу:

$$\vec{B} \operatorname{rot} \vec{A} - \vec{A} \operatorname{rot} \vec{B} = \operatorname{div}[\vec{A} \times \vec{B}]$$

та перегрупування складників формули (5.3), маємо:

$$\operatorname{div}[\vec{E} \times \vec{H}] + \sigma_m H^2 + \mu \vec{H} \cdot \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} + \vec{J}_{\text{стор.м}} \cdot \vec{H} + \sigma E^2 + \varepsilon \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \vec{J}_{\text{стор.}} \cdot \vec{E} = 0. \quad (5.4)$$

Рівняння (5.4) – *теорема Пойнтінга у диференціальній формі* (для миттєвих значень векторів). Усі складники – характеризують відповідну *густину потужності*.

Звернемо увагу на перший доданок лівої частини під знаком дивергенції: маємо векторний добуток, який називають *вектор Пойнтінга*, що визначає *густину потужності електромагнітного поля*:

$$\vec{\Pi} = \vec{E} \times \vec{H}. \quad (5.5)$$

Інтегруємо (5.4) за об'ємом:

$$\begin{aligned} \int_V \operatorname{div}[\vec{E} \times \vec{H}] dV + \int_V \sigma_i H^2 dV + \int_V \mu \vec{H} \cdot \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} dV + \int_V \vec{J}_{\text{стор.м}} \cdot \vec{H} dV + \\ + \int_V \sigma E^2 dV + \int_V \varepsilon \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} dV + \int_V \vec{J}_{\text{стор.}} \cdot \vec{E} dV = 0. \end{aligned} \quad (5.6)$$

Формула (5.6) *надає теорему Пойнтінга* в інтегральній формі. Після перегрупування доданків і використання перетворення (теорема) Гауса – Остроградського відносно першого доданка маємо:

$$\begin{aligned} \int_V \vec{J}_{\text{стор.}} \cdot \vec{E} dV + \int_V \vec{J}_{\text{стор.м}} \cdot \vec{H} dV + \int_V \sigma E^2 dV + \\ + \int_V \sigma_m H^2 dV + \int_V \varepsilon \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} dV + \int_V \mu \vec{H} \cdot \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} dV + \int_S [\vec{E} \times \vec{H}] \cdot d\vec{S} = 0. \end{aligned} \quad (5.7)$$

Визначимо чотири категорії доданків:

$$\int_V \vec{J}_{\text{стор.}} \cdot \vec{E} dV ; \int_V \vec{J}_{\text{стор.м}} \cdot \vec{H} dV - \text{перша група;}$$

$$\int_V \sigma E^2 dV; \int_V \sigma_m H^2 dV - \text{друга група};$$

$$\int_V \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \cdot \vec{E} dV; \int_V \mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \cdot \vec{H} dV - \text{третья група};$$

$$\int_S (\vec{E} \times \vec{H}) \cdot d\vec{S} = \int_S \vec{\Pi} \cdot d\vec{S} - \text{особливий доданок}.$$

Визначимо *фізичний* зміст всіх доданків.

Перша група характеризує *потужність сторонніх джерел* електричного та магнітного, відповідно:

$$\int \vec{J}_{\text{стор}} \cdot \vec{E} dV, \quad (5.8)$$

$$\int \vec{J}_{\text{стор м}} \cdot \vec{H} dV. \quad (5.8a)$$

Друга група характеризує *теплові втрати* потужності, які зосереджено в об'ємі, а саме електричні та «магнітні», відповідно:

$$\int \sigma E^2 dV, \quad (5.9)$$

$$\int \sigma_m H^2 dV. \quad (5.9a)$$

Третя група характеризує *потужності електричного та магнітного полів*, які зосереджено в об'ємі V , тобто потужності, що витрачено на утворення відповідних складників електромагнітного поля:

$$\int_V \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \cdot \vec{E} dV, \quad (5.10)$$

$$\int_V \mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \cdot \vec{H} dV. \quad (5.10a)$$

Останній – *особливий* доданок – дуже важливий для практики електрозв'язку. Це *потужність електромагнітного поля* крізь замкнену поверхню S , що охоплює об'єм V , в якому зосереджено сторонні джерела поля. Цей доданок надає можливість реалізувати мобільний зв'язок, переглядати телевізійні передачі, слухати радіо та ін., тобто це – *потужність емісії електромагнітного поля – носія інформації*:

$$P = \int_S (\vec{E} \times \vec{H}) \cdot d\vec{S} = \int_S \vec{\Pi} \cdot d\vec{S}. \quad (5.11)$$

Таким чином у формулі (5.7) є:

– потужність *сторонніх джерел* поля – перша група (5.8), (5.8a);

– потужність *втрат* – друга група (5.9), (5.9a);

– потужність *електричного* та *магнітного* полів, що зосереджена у даному об'ємі V – третя група (5.10), (5.10a);

– потужність електромагнітного поля (5.11), яка «виходить» за межі цього об'єму.

Сума цих потужностей дорівнює нулю, що свідчить про *баланс миттєвої потужності означеного об'єкта*.

Теорема Пойнтінга – одне з найважливіших положень електродинаміки, на основі якого у розділі 10 отримано формулу *ідеального радіозв'язку*. Якщо відоме значення вектора Пойнтінга, можна визначити потужність, яку *емітують* (у ближній зоні – *індукують*, у дальній – *випромінюють*; щодо цих процесів докладно – у розділі 7) та *приймають* антени, розрахувати потужність, яка поширюється у хвилеводах тощо.

Визначимо складник *електричної енергії* електромагнітного поля в об'ємі. Для цього інтегруємо (5.10) у часі:

$$W_E = \int_t P_E dt = \iiint_V \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \cdot \vec{E} dV dt. \quad (5.12)$$

Після визначення $\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} dt$ як повного диференціала $d\vec{E}$ запишемо (5.12) у формі:

$$W_E = \iiint_{VE} \varepsilon \vec{E} \cdot d\vec{E} dV. \quad (5.13)$$

Після інтегрування за напруженістю електричного поля маємо

$$W_E = \int_V \frac{\varepsilon E^2}{2} dV. \quad (5.14)$$

Після виконання аналогічної процедури з (5.10a) отримаємо:

$$W_H = \int_V \frac{\mu H^2}{2} dV. \quad (5.15)$$

У формулах (5.14) та (5.15) під інтегралами ε , відповідно, *об'ємна густина енергії* електричного та магнітних полів:

$$w_E = \varepsilon \frac{E^2}{2} = \frac{\vec{E} \cdot \vec{D}}{2}, \quad (5.16)$$

$$w_H = \mu \frac{H^2}{2} = \frac{\vec{B} \cdot \vec{H}}{2}. \quad (5.17)$$

Енергію електромагнітного поля визначимо як суму складників (5.14) та (5.15)

$$W = W_E + W_H = \int_V \left(\varepsilon \frac{E^2}{2} + \mu \frac{H^2}{2} \right) dV. \quad (5.18)$$

Для практики електровз'язку важливим є визначення напрямку вектора Пойнтінга.

Зорієнтуємо у декартовій системі координат вектори напруженості електричного \vec{E} та магнітного \vec{H} полів, і за правилом векторного множення визначимо напрям вектора \vec{P} (рис. 5.2).

Площина, в якій розташовано вектори \vec{E} і \vec{H} має назву *фронт електромагнітної хвилі*. Таким чином, вектор Пойнтінга зорієнтовано перпендикулярно фронту електромагнітної хвилі.

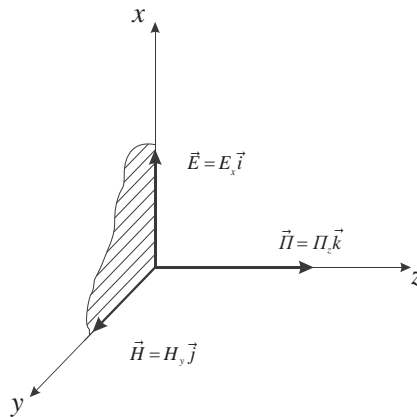


Рисунок 5.2. Визначення напрямку вектора Пойнтінга

5.2. Теорема Пойнтінга для гармонічних процесів (у комплексній формі)

Для процесів, які можна описати *гармонічною* функцією, доцільно застосувати *комплексні та комплексно-спряжені* величини.

Відомо, що дійсна частина – напівсума комплексної та комплексно-спряженої (означено *) величин.

Для вектора напруженості електричного поля:

$$\vec{E} = \text{Re} \left\{ \dot{\vec{E}}_m e^{j\omega t} \right\} = \frac{\dot{\vec{E}}_m e^{j\omega t} + \vec{E}_m^* e^{-j\omega t}}{2}. \quad (5.19)$$

Для вектора напруженості магнітного поля:

$$\vec{H} = \text{Re} \left\{ \dot{\vec{H}}_m e^{j\omega t} \right\} = \frac{\dot{\vec{H}}_m e^{j\omega t} + \dot{\vec{H}}_m^* e^{-j\omega t}}{2}. \quad (5.20)$$

Тоді вектор Пойнтінга:

$$\begin{aligned} \vec{P} &= \vec{E} \times \vec{H} = \frac{1}{4} \left(\dot{\vec{E}}_m e^{j\omega t} + \dot{\vec{E}}_m^* e^{-j\omega t} \right) \times \left(\dot{\vec{H}}_m e^{j\omega t} + \dot{\vec{H}}_m^* e^{-j\omega t} \right) = \\ &= \frac{1}{4} \left(\dot{\vec{E}}_m \times \dot{\vec{H}}_m + \dot{\vec{E}}_m^* \times \dot{\vec{H}}_m + \dot{\vec{E}}_m \times \dot{\vec{H}}_m e^{2j\omega t} + \dot{\vec{E}}_m^* \times \dot{\vec{H}}_m^* e^{-2j\omega t} \right). \end{aligned} \quad (5.21)$$

З урахуванням (5.19) і (5.20) та після перестановки маємо

$$\vec{P} = \frac{1}{2} \text{Re} \left\{ \dot{\vec{E}}_m \times \dot{\vec{H}}_m^* \right\} + \frac{1}{2} \text{Re} \left\{ \left(\dot{\vec{E}}_m \times \dot{\vec{H}}_m \right) e^{j2\omega t} \right\}. \quad (5.22)$$

Таким чином процес емісії енергії гармонічного електромагнітного поля визначено двома доданками: перший доданок *незмінний у часі*, другий – *змінюється з подвійною частотою*.

Перший доданок визначає *середнє за період значення густини потужності*, тобто:

$$\vec{P}_{\text{сєр}} = \frac{1}{T} \int_0^T \vec{P} dt = \frac{1}{2} \text{Re} \left\{ \dot{\vec{E}}_m \times \dot{\vec{H}}_m^* \right\}. \quad (5.23)$$

Другий доданок – *коливальний складник вектора Пойнтінга*:

$$\vec{P}_{\text{кол}} = \frac{1}{2} \text{Re} \left\{ \left(\dot{\vec{E}}_m \times \dot{\vec{H}}_m \right) e^{j2\omega t} \right\}. \quad (5.24)$$

Середнє за період значення цього складника дорівнює нулю.

Таким чином, за умов гармонічного поля використовують *комплексний вектор Пойнтінга*:

$$\dot{\vec{P}} = \frac{1}{2} \left[\dot{\vec{E}} \times \dot{\vec{H}}^* \right]. \quad (5.25)$$

Його дійсна частина є *середнє значення вектора Пойнтінга*, яке визначає *потужність випромінювання* (розділ 7):

$$\vec{P}_{\text{сєр}} = \text{Re} \{ \dot{\vec{P}} \}. \quad (5.26)$$

За фізичним змістом є дещо спільне між вектором Пойнтінга у комплексній формі та комплексною потужністю гармонічного коливання, відомого з курсу теорії електричних кіл. Коливальний складник вектора Пойнтінга, означає, що електромагнітний процес у середньому за період *не переносить* потужність. Тобто цей складник вектора Пойнтінга можна вважати, за характером процесу – аналогією *реактивної потужності електричного кола*.

5.3. Уявлення процесу передавання енергії

Процес передавання енергії з використанням вектора Пойнтінга з'ясуємо на прикладі двопроводової лінії, вздовж якої енергію від джерела електрорушійної сили ЕРС надано у резистивне навантажувальне коло (рис. 5.3а). Орієнтовне зображення силових ліній складників векторів електромагнітного поля \vec{E} та \vec{H} наведено на рис. 5.3б.

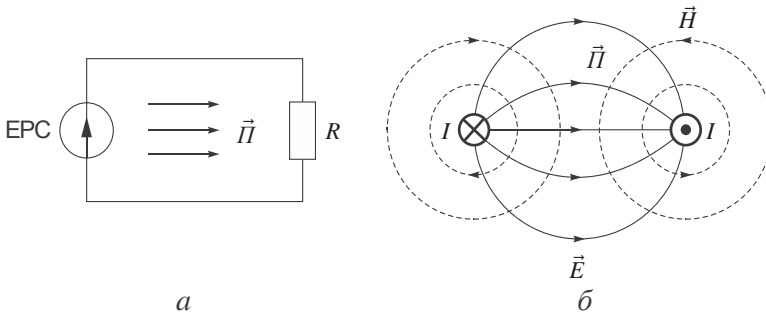


Рисунок 5.3. Поширення електромагнітної енергії:

а – схема електрична еквівалентна,
б – уявлення формування електромагнітного поля двопроводової лінії

Ці складники «формують» вектор Пойнтінга, який орієнтовано вздовж ліній від генератора до навантажувального кола.

Потужність визначимо як

$$P = \int_s \vec{P} \cdot d\vec{S}.$$

Тобто потужність передає електромагнітне поле, а провідники виконують функцію «рейок», вздовж яких поле поширюється.

5.4. Лема Лоренца

Лема Лоренца встановлює зв'язок між сторонніми джерелами, розташованими у двох різних точках *вільного простору* і електромагнітним полем, які створюють ці джерела.

Нехай деяка сукупність гармонічних сторонніх струмів (нагадаємо, що густини фіктивного магнітного струму наводимо задля «симетричної форми» запису, й після математичних викладок їх треба вилучити) утворює електрома-

гнітне поле з комплексними амплітудами $(\vec{E}_{m_1}, \vec{H}_{m_1})$, які описано системою рівнянь Максвелла:

$$\text{rot } \vec{H}_{m_1} = j\omega\varepsilon \vec{E}_{m_1} + \vec{J}_{m_1 \text{ стор }}, \quad (5.27)$$

$$\text{rot } \vec{E}_{m_1} = -j\omega\mu \vec{H}_{m_1} - \vec{J}_{m_1 \text{ стор } м}. \quad (5.27a)$$

Існує також інша група сторонніх струмів, які створюють електромагнітне поле тієї ж частоти з комплексними амплітудами $\vec{E}_{m_2}, \vec{H}_{m_2}$, які також описано системою рівнянь Максвелла:

$$\text{rot } \vec{H}_{m_2} = j\omega\varepsilon \vec{E}_{m_2} + \vec{J}_{m_2 \text{ стор }}, \quad (5.28)$$

$$\text{rot } \vec{E}_{m_2} = -j\omega\mu \vec{H}_{m_2} - \vec{J}_{m_2 \text{ стор } м}. \quad (5.28a)$$

Помножимо скалярно (5.27) на \vec{E}_{m_2} і (5.28a) на \vec{H}_{m_1} та віднімемо друге рівняння від першого. У результаті отримаємо:

$$\begin{aligned} -\text{div} \left(\vec{E}_{m_2} \times \vec{H}_{m_1} \right) &= j\omega\varepsilon \vec{E}_{m_1} \vec{E}_{m_2} + j\omega\mu \vec{H}_{m_1} \vec{H}_{m_2} + \\ &+ \vec{J}_{m_1 \text{ стор }} \vec{E}_{m_2} + \vec{J}_{m_2 \text{ стор } м} \vec{H}_{m_1}. \end{aligned} \quad (5.29)$$

Тепер помножимо скалярно (5.27a) на \vec{H}_{m_2} та (5.28) на \vec{E}_{m_1} і віднімемо друге рівняння від першого. У результаті отримаємо:

$$\begin{aligned} \text{div} \left(\vec{E}_{m_1} \times \vec{H}_{m_2} \right) &= -j\omega\varepsilon \vec{E}_{m_1} \vec{E}_{m_2} - j\omega\mu \vec{H}_{m_1} \vec{H}_{m_2} - \\ &- \vec{J}_{m_2 \text{ стор }} \vec{E}_{m_1} - \vec{J}_{m_1 \text{ стор } м} \vec{H}_{m_2}. \end{aligned} \quad (5.30)$$

Додамо рівняння (5.29) та (5.30) й отримаємо співвідношення

$$\begin{aligned} \text{div} \left(\vec{E}_{m_1} \times \vec{H}_{m_2} \right) - \text{div} \left(\vec{E}_{m_2} \times \vec{H}_{m_1} \right) &= \vec{J}_{m_1 \text{ стор }} \vec{E}_{m_2} + \vec{J}_{m_2 \text{ стор } м} \vec{H}_{m_1} - \\ &- \vec{J}_{m_2 \text{ стор }} \vec{E}_{m_1} - \vec{J}_{m_1 \text{ стор } м} \vec{H}_{m_2}. \end{aligned} \quad (5.31)$$

яке описує лему Лоренца у диференціальній формі.

Векторні добутки $\dot{\vec{E}}_{m_1} \times \dot{\vec{H}}_{m_2}$ та $\dot{\vec{E}}_{m_2} \times \dot{\vec{H}}_{m_1}$ – взаємні вектори Пойнтінга двох незалежних електромагнітних процесів.

Наведемо інтегральну форму леми Лоренца після інтегрування (5.31) за об'ємом V , обмеженим поверхнею S і застосування перетворення Гауса – Остроградського й отримаємо

$$\int_S \left[\dot{\vec{E}}_{m_1} \times \dot{\vec{H}}_{m_2} - \dot{\vec{E}}_{m_2} \times \dot{\vec{H}}_{m_1} \right] \cdot d\vec{S} =$$

$$= \int_V \left(\dot{\vec{J}}_{m_1 \text{ стор}} \cdot \dot{\vec{E}}_{m_2} + \dot{\vec{J}}_{m_2 \text{ стор}} \cdot \dot{\vec{H}}_{m_1} - \dot{\vec{J}}_{m_1 \text{ стор}} \cdot \dot{\vec{E}}_{m_2} - \dot{\vec{J}}_{m_2 \text{ стор}} \cdot \dot{\vec{H}}_{m_1} \right) dV. \quad (5.32)$$

Співвідношення (5.31), (5.32) визначають взаємний зв'язок потужностей поля від двох незалежних джерел, які застосовують під час розв'язку деяких завдань електродинаміки. Ще раз нагадаємо, що густини фіктивного магнітного струму треба вилучити.

5.5. Висновки

1. На основі першого та другого співвідношень системи рівнянь Максвелла у диференціальній формі з урахуванням сторонніх джерел електромагнітного поля та втрат у обмеженому об'ємі отримано *теорему Пойнтінга* для миттєвих векторів поля (які характеризують *густину потужностей*) у диференціальній формі.

2. Після інтегрування за об'ємом теореми Пойнтінга у диференціальній формі з використанням перетворення Гауса – Остроградського отримано формулу *теореми Пойнтінга в інтегральній формі – баланс потужностей*.

3. Векторний добуток $\vec{E} \times \vec{H}$ – має назву *вектор Пойнтінга* (\vec{P}) та характеризує *густину потужності* електромагнітного поля, яке поширюється *назовні* з обмеженого об'єму V .

4. Складниками *балансу потужностей* електромагнітного поля є:

$$- \int \vec{J}_{\text{стор}} \cdot \vec{E} dV; \quad \int \vec{J}_{\text{стор}} \cdot \vec{H} dV - \text{потужність сторонніх джерел поля};$$

$$- \int_V \sigma E^2 dV; \quad \int_V \sigma_M H^2 dV - \text{потужність втрат};$$

$$- \int_V \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \cdot \vec{E} dV; \quad \int_V \mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \cdot \vec{H} dV - \text{потужність електричного та магнітного}$$

полів, що зосереджено у даному об'ємі;

$$- P = \int_S \vec{P} \cdot d\vec{S} - \text{потужність електромагнітного поля, яке виходить за}$$

межі об'єму.

5. Площина, в якій розташовано вектори \vec{E} та \vec{H} , має назву *фронт хвилі*; вектор Пойнтінга зорієнтовано *перпендикулярно* до фронту хвилі.

6. Енергія електромагнітного поля в об'ємі V є сумою енергій електричного та магнітного полів:

$$W_E = \int_V \frac{\varepsilon E^2}{2} dV ; W_H = \int_V \frac{\mu H^2}{2} dV.$$

7. Якщо електромагнітне поле можна описати *гармонічним процесом*, вектор \vec{P} записують через *комплексні* амплітуди напруженості електричного і магнітного полів.

8. Вектор Пойнтінга гармонічного електромагнітного поля характеризують двома складниками: *середнім за період* $\vec{P}_{\text{сер}}$ та *коливальним* $\vec{P}_{\text{кол}}$.

9. Вектор Пойнтінга надає уявлення процесу перенесення енергії провідниками зі струмом, які формують електричне і магнітне поля, тобто електромагнітне поле, та вказують напрям перенесення електромагнітної енергії.

10. Лема Лоренца встановлює зв'язок між двома сторонніми струмами у двох різних точках простору і електромагнітними полями, які створено цими джерелами.

5.6. Контрольні питання та завдання

1. Обґрунтуйте підхід до *виведення* теореми Пойнтінга.
2. Поясніть *сутність* *сторонніх* струмів.
3. Наведіть *теорему Пойнтінга* у *диференціальній* формі та поясніть сутність її складників.
4. Сформулюйте *теорему Пойнтінга* в *інтегральній* формі та поясніть фізичний зміст складників.
5. Для вектора Пойнтінга визначте напрям та поясніть поняття «фронт хвилі».
6. Поясніть особливості вектора Пойнтінга у *комплексній* формі.
7. Визначте та поясніть сутність складників вектора Пойнтінга у комплексній формі.
8. Визначте *енергію електричного* поля та *енергію магнітного* поля.
9. Визначте *енергію електромагнітного* поля.
10. Обґрунтуйте орієнтацію вектора Пойнтінга відносно векторів напруженості електричного та магнітного полів. Що характеризує цей напрям?
11. Охарактеризуйте процес передавання електромагнітної енергії системою провідників.
12. Сформулюйте лему Лоренца та поясніть її сутність.

Далі, на підставі отриманих даних, необхідно з'ясувати, яким чином описати процес поширення електромагнітних хвиль у навколишньому середовищі.

Розділ 6. ПОШИРЕННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ХВИЛЬ У РІЗНИХ СЕРЕДОВИЩАХ

6.1. Хвильові рівняння

6.2. Однорідні плоскі електромагнітні хвилі

6.3. Хвильові рівняння однорідних плоских хвиль

6.4. Особливості поширення однорідних плоских хвиль у різних середовищах

6.4.1. Напівпровідне середовище (діелектрик із втратами)

6.4.2. Діелектрики та провідники

6.5. Поверхневий ефект у провідниках

6.6. Поляризація однорідних плоских електромагнітних хвиль

6.7. Висновки

6.8. Контрольні питання та завдання

Під час опанування матеріалів цього розділу та після завершення ви маєте

знати:

- сутність та процедуру виведення хвильового рівняння векторів напруженості електричного та магнітного полів;
- обґрунтування застосування однорідних плоских хвиль;
- класифікацію плоских електромагнітних хвиль;
- величину, яка характеризує взаємозв'язок між напруженостями електричного \vec{E} і магнітного полів \vec{H} та її практичне застосування;
- хвильові рівняння однорідних плоских хвиль та їх розв'язки;
- сутність поняття «коефіцієнт поширення» електромагнітної хвилі та його складників (згасання та фази);
- особливості поширення однорідних плоских електромагнітних хвиль у напівпровідному середовищі та величини, які характеризують цей процес;
- особливості поширення однорідних плоских електромагнітних хвиль у провідному середовищі та величини, які характеризують цей процес;
- особливості поширення однорідних плоских електромагнітних хвиль у діелектричному середовищі та величини, які характеризують цей процес;
- сутність і причини виникнення поверхневого ефекту в провідниках та його наслідки;
- види та практичне значення поляризації у процесі поширення електромагнітних хвиль;

вміти:

- розв'язати хвильове рівняння;
- визначити параметри електричного та магнітного полів у часовій формі;
- визначити параметри електричного та магнітного полів у комплексній формі;

- визначити тип хвиль за даними проекцій векторів напруженості електричного E_z та магнітного H_z полів;
- визначити вид поляризації електромагнітної хвилі;
- визначити параметри, які характеризують процес поширення електромагнітних хвиль у різних середовищах – ідеальному провіднику, ідеальному діелектрику та діелектрику із втратами;
- описати сутність поверхневого ефекту в провідниках;
- обчислити глибину проникнення внаслідок поверхневого ефекту;
- обчислити опір провідника з урахуванням поверхневого ефекту;
- визначити частоту, за якої необхідно враховувати поверхневий ефект;

набути досвід:

- виведення на підставі системи рівнянь Максвелла рівняння Гельмгольца як такого, що поєднує простір, час та швидкість у процесі поширення електромагнітних хвиль, і його розв’язування;
- опанування типів електромагнітних хвиль та обґрунтування доцільності застосування однорідних плоских хвиль;
- визначення та застосування коефіцієнта пропорційності для напруженості електричного та напруженості магнітного полів;
- визначення коефіцієнта поширення електромагнітних хвиль та його складників у різних середовищах;
- опанування сутності поверхневого ефекту та визначення частоти, за якої необхідно його враховувати.

6.1. Хвильові рівняння

Проаналізуємо електромагнітні процеси у навколишньому просторі із застосуванням системи рівнянь Максвелла (табл. 4.2). Скористаємось першим та другим рівняннями:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H} &= \sigma \vec{E} + \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}. \end{aligned}$$

Здійсимо операцію *rot* стосовно другого рівняння та – підстановку $\operatorname{rot} \vec{H}$ із першого, і отримаємо зі зміною порядку диференціювання:

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{E} = -\operatorname{rot} \left(\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \right) = -\mu \frac{\partial}{\partial t} \left(\sigma \vec{E} + \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right). \quad (6.1)$$

Наведемо ліву частину (6.1) за відомою тотожністю векторного аналізу:

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{E} = \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{E} - \nabla^2 \vec{E}$$

і отримаємо:

$$-\mu\sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{E} - \nabla^2 \vec{E}. \quad (6.2)$$

На основі третього і п'ятого рівнянь маємо (табл. 4.2):

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon}.$$

Після перегрупування доданків (6.2) отримаємо рівняння:

$$\nabla^2 \vec{E} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \operatorname{grad} \frac{\rho}{\varepsilon} + \mu\sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (6.3)$$

відоме як *рівняння Гельмгольца*.

У цьому рівнянні є складники, які визначають процес у *просторі* (лапласіан) й *часі* (функція та похідні), також є добуток $\varepsilon\mu$, який характеризує *швидкість поширення* електромагнітних хвиль ($v = 1/\sqrt{\varepsilon\mu}$), тобто (6.3) поєднує *простір*, *час* і *швидкість*, отже, описує *хвильовий процес*.

Якщо аналогічно застосувати операцію *rot* до обох частин першого рівняння системи рівнянь Максвелла, отримаємо *хвильове рівняння* для вектора *напруженості магнітного поля*:

$$\nabla^2 \vec{H} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = \mu\sigma \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}. \quad (6.4)$$

Для гармонічних процесів наведемо хвильові рівняння у комплексній формі. Отже, запишемо функцію, її першу та другу похідні:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\vec{E}}(t) &= \dot{\vec{E}}_m e^{j\omega t}, \\ \frac{\partial \dot{\vec{E}}}{\partial t} &= j\omega \dot{\vec{E}}_m e^{j\omega t}, \\ \frac{\partial^2 \dot{\vec{E}}}{\partial t^2} &= -\omega^2 \dot{\vec{E}}_m e^{j\omega t}. \end{aligned} \right\} \quad (6.5)$$

Підставимо (6.5) у (6.3) з урахуванням комплексної форми функції $\dot{\rho}(t) = \dot{\rho}_m e^{j\omega t}$ і після скорочення $e^{j\omega t}$ отримаємо:

$$\nabla^2 \dot{\vec{E}}_m + \omega^2 \mu \left(\varepsilon - j \frac{\sigma}{\omega} \right) \dot{\vec{E}}_m = \text{grad} \frac{\dot{\rho}_m}{\varepsilon}. \quad (6.6)$$

Формула в дужках (6.6) – *комплексна діелектрична проникність* $\dot{\varepsilon}$ (4.37). З урахуванням (4.37) рівняння (6.6) є таким:

$$\nabla^2 \dot{\vec{E}}_m + \omega^2 \mu \dot{\varepsilon} \dot{\vec{E}}_m = \text{grad} \frac{\dot{\rho}_m}{\varepsilon}. \quad (6.6a)$$

Аналогічним чином можна отримати *комплексну форму хвильового рівняння* для вектора напруженості магнітного поля:

$$\nabla^2 \dot{\vec{H}}_m + \omega^2 \mu \dot{\varepsilon} \dot{\vec{H}}_m = 0. \quad (6.7)$$

У загальній формі хвильові рівняння є складними. Проте практичні розрахунки виконують за *конкретних* обставин, коли можна врахувати деякі умови, що спрощує хвильові рівняння. Наприклад, в *однорідному* середовищі, на великій відстані від джерела електромагнітного поля кривизною фронту хвилі можна *знехтувати* й вважати розподіл амплітуд векторів напруженості електричного та магнітного складників електромагнітного поля рівномірним. Така хвиля має назву *однорідна пласка*, її застосовують для виконання практичних розрахунків.

6.2. Однорідні пласкі електромагнітні хвилі

Припустимо, що джерело електромагнітного поля розташовано у точці початку декартової системи координат, і хвиля поширюється у додатному напрямі осі z . На *великій* відстані *фрагмент* сферичного фронту хвилі ΔS , обмежений конструкцією приймальної антени, можна вважати *пласким*. Він поширюється вздовж осі z (на що вказує вектор Пойнтінга $\vec{\Pi}$) (рис. 6.1). Хвиля з таким фронтом має назву *поперечна (пласка)*.

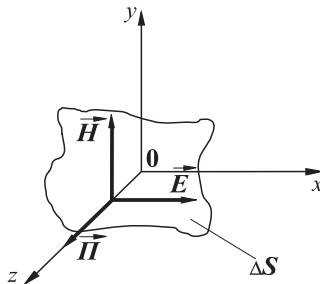


Рисунок 6.1. Фрагмент фронту пласкої хвилі та вектор Пойнтінга

Відомо, що вектори напруженості електричного поля \vec{E} та напруженості магнітного \vec{H} полів у просторі *взаємно перпендикулярні*, кожен з них має, в загальному випадку, три складники E_x, E_y, E_z та H_x, H_y, H_z , відповідно.

З'ясуємо три можливі ситуації:

– складники E_z та H_z *відсутні*, тобто $E_z = 0$ і $H_z = 0$. У цій ситуації є тільки складники E_x, E_y та H_x, H_y й така хвиля має назву *поперечна хвиля*, або *хвиля типу Т* (від *transversal* – поперечний); в англomовній літературі та літературі попередніх років її називають *хвиля типу ТЕМ*, що означає: *поперечна (Т) електромагнітна (ЕМ)*;

– складник E_z є, складник H_z *відсутній*, тобто $E_z \neq 0, H_z = 0$ й така хвиля має назву *поздовжня електрична хвиля – типу Е*; в англomовній літературі та літературі попередніх років її називають *хвиля – типу ТМ*, що означає: *поперечна (Т) магнітна (М)*;

– складник H_z є, складник E_z *відсутній*, тобто $E_z = 0, H_z \neq 0$ й така хвиля має назву *поздовжня електрична хвиля типу Н*; в англomовній літературі та літературі попередніх років її називають *хвиля типу ТЕ*, що означає: *поперечна (Т) електрична (Е)*.

Стисло та наочно обґрунтування назв типів хвиль наведено у таблиці 6.1.

Таблиця 6.1. Основні типи електромагнітних хвиль

№ пп.	Складники поля		Тип хвилі		Назва
	E_z	H_z	Позначення	Попередня та англomовна література	
1	$E_z = 0$	$H_z = 0$	Т	ТЕМ	Поперечна
2	$E_z \neq 0$	$H_z = 0$	Е	ТМ	Поздовжня електрична (поперечна магнітна)
3	$E_z = 0$	$H_z \neq 0$	Н	ТЕ	Поздовжня магнітна (поперечна електрична)

Таким чином, за *великої відстані* від джерела, ділянку фронту хвилі ΔS можна вважати *пласкою*, для якої $E_z = 0$ і $H_z = 0$, тобто – це хвиля типу Т, що має *не шість*, а лише *чотири* проекції E_x, E_y та H_x, H_y . Таке припущення суттєво спрощує опис радіохвиль.

За умов однорідного без втрат ($\sigma \Rightarrow 0$) – (значення питомої провідності прямує до нуля) середовища, тобто за незмінними: $\varepsilon = const$ (діелектрична проникність) та $\mu = const$ (магнітна проникність) вектори напруженості електричного та магнітного полів у всіх точках простору ділянки ΔS також не змінюють значення та напрям. Тоді, відповідні частинні похідні дорівнюють нулю:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial E_x}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial E_x}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial E_y}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial E_y}{\partial y} = 0, \\ \frac{\partial H_x}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial H_x}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial H_y}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial H_y}{\partial y} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (6.8)$$

З урахуванням прийнятих припущень для *пласкої однорідної* хвилі формули є суттєво менш складними ніж (6.6) та (6.7), що *полегшує* розв'язок хвильових рівнянь.

Пласка однорідна радіохвиля, за поширення якої напрям вектора напруженості електричного поля \vec{E} – незмінний, має назву *лінійно-поляризована*. Поляризація електромагнітних хвиль має важливе практичне значення. Наприклад, від виду *поляризації* електромагнітної (радіохвилі) залежить *взаємне розташування* приймальної та передавальної антен, що є важливим для організації зв'язку та забезпечення електромагнітної сумісності (ЕМС). Докладніше – у підрозділі 6.6 і додатковій навчальній та науковій літературі.

6.3. Хвильові рівняння однорідних пласких хвиль

Проаналізуємо ситуації, якщо у просторі заряд відсутній. Тоді хвильове рівняння (6.6a) електричного поля є таким:

$$\nabla^2 \dot{\vec{E}}_m + \omega^2 \dot{\epsilon} \mu \dot{\vec{E}}_m = 0. \quad (6.9)$$

Вектор $\dot{\vec{E}}_m$ визначають трьома проекціями:

$$\dot{\vec{E}}_m = \vec{i} \dot{E}_{mx} + \vec{j} \dot{E}_{my} + \vec{k} \dot{E}_{mz}. \quad (6.10)$$

Рівнянню (6.9) з урахуванням (6.10) є еквівалентною система трьох рівнянь

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 \dot{E}_{mx} + \omega^2 \dot{\epsilon} \mu \dot{E}_{mx} = 0, \\ \nabla^2 \dot{E}_{my} + \omega^2 \dot{\epsilon} \mu \dot{E}_{my} = 0, \\ \nabla^2 \dot{E}_{mz} + \omega^2 \dot{\epsilon} \mu \dot{E}_{mz} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (6.11)$$

Для однорідних пласких хвиль (умови (6.8)) з урахуванням того, що $E_z = 0$, $H_z = 0$ за визначенням пласкої (поперечної) хвилі, систему (6.11) спрощено:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \dot{E}_{mx}}{\partial z^2} + \omega^2 \dot{\epsilon} \mu \dot{E}_{mx} &= 0, \\ \frac{\partial^2 \dot{E}_{my}}{\partial z^2} + \omega^2 \dot{\epsilon} \mu \dot{E}_{my} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (6.12)$$

Аналогічна структура системи рівнянь для напруженості магнітного поля (за $H_z = 0$):

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \dot{H}_{mx}}{\partial z^2} + \omega^2 \dot{\epsilon} \mu \dot{H}_{mx} &= 0, \\ \frac{\partial^2 \dot{H}_{my}}{\partial z^2} + \omega^2 \dot{\epsilon} \mu \dot{H}_{my} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (6.12a)$$

Рівняння (6.12) та (6.12a) є однакової форми й, відповідно, мають аналогічний розв'язок. Це *однорідні диференціальні рівняння другого порядку*. Їх розв'язок має два доданки із показовими функціями, якщо коефіцієнт другого доданка є від'ємним, тобто

$$\dot{k}^2 = -\omega^2 \dot{\epsilon} \mu, \quad (6.13)$$

або

$$\dot{k} = j\omega \sqrt{\dot{\epsilon} \mu}. \quad (6.13a)$$

Обґрунтування його назви – *коефіцієнт поширення хвилі*. Далі це формули (6.19) та (6.20).

Перепишемо системи (6.12) і (6.12a) з урахуванням коефіцієнта k :

$$\frac{\partial^2 \dot{E}_{mx}}{\partial z^2} - \dot{k}^2 \dot{E}_{mx} = 0, \quad (6.14)$$

$$\frac{\partial^2 \dot{E}_{my}}{\partial z^2} - \dot{k}^2 \dot{E}_{my} = 0, \quad (6.14a)$$

$$\frac{\partial^2 \dot{H}_{mx}}{\partial z^2} - \dot{k}^2 \dot{H}_{mx} = 0, \quad (6.15)$$

$$\frac{\partial^2 \dot{H}_{my}}{\partial z^2} - \dot{k}^2 \dot{H}_{my} = 0. \quad (6.15a)$$

Розв'язок цих рівнянь визначає проекції векторів напруженості електричного \vec{E} та магнітного \vec{H} полів у будь-який момент часу t . У рівняннях (6.14)...(6.15a) є взаємно пов'язані пари, тому *замість чотирьох* рівнянь можна розв'язувати *лише два*.

Скористаємось першим рівнянням системи рівнянь Максвелла, яке встановлює взаємозв'язок між векторами напруженості електричного і магнітного полів:

$$\operatorname{rot} \dot{\vec{H}}_m = j\omega \varepsilon \dot{\vec{E}}_m.$$

Застосуємо форму запису вектора через проєкції та скористаємось визначенням операції *rotor*. Тоді маємо:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \dot{\vec{H}}_m &= \vec{i}(j\omega \varepsilon \dot{E}_{mx}) + \vec{j}(j\omega \varepsilon \dot{E}_{my}) + \vec{k}(j\omega \varepsilon \dot{E}_{mz}) = \\ &= \vec{i} \left(\frac{\partial \dot{H}_{mz}}{\partial y} - \frac{\partial \dot{H}_{my}}{\partial z} \right) + \vec{j} \left(\frac{\partial \dot{H}_{mx}}{\partial z} - \frac{\partial \dot{H}_{mz}}{\partial x} \right) + \vec{k} \left(\frac{\partial \dot{H}_{my}}{\partial x} - \frac{\partial \dot{H}_{mx}}{\partial y} \right). \end{aligned} \quad (6.16)$$

Із урахуванням ознак однорідних плоских хвиль (6.8) отримаємо з (6.16):

$$-\frac{\partial \dot{H}_{my}}{\partial z} = j\omega \varepsilon \dot{E}_{mx}, \quad (6.17)$$

$$\frac{\partial \dot{H}_{mx}}{\partial z} = j\omega \varepsilon \dot{E}_{my}. \quad (6.18)$$

Тобто проєкція E_{mx} застосовна разом (у тандемі) з H_{my} , та H_{mx} з E_{my} — ці пари створюють поперечну хвилю (типу Т).

З'ясуємо, яким чином описують процес поширення електромагнітних хвиль у просторі та вплив на цей процес параметрів середовища.

6.4. Особливості поширення однорідних плоских хвиль у різних середовищах

6.4.1. Напівпровідне середовище (діелектрик з втратами)

Задля отримання рівняння, що описує процес поширення електромагнітної хвилі, визначимо розв'язок одного з рівнянь — (6.14), відомий з курсу математики:

$$\dot{E}_{mx} = \dot{E}_{mx_1} e^{-kx} + \dot{E}_{mx_2} e^{kx}. \quad (6.19)$$

Комплексний коефіцієнт k , який має назву *коефіцієнт поширення*, запишемо у формі:

$$\dot{k} = \alpha + j\beta, \quad (6.20)$$

де α – коефіцієнт згасання, β – коефіцієнт фази.
Із урахуванням (6.20) формула (6.19) матиме вигляд:

$$\dot{E}_{mx} = \dot{E}_{mx_1} e^{-\alpha z} e^{-j\beta z} + \dot{E}_{mx_2} e^{\alpha z} e^{j\beta z}. \quad (6.21)$$

Миттєві значення E_x , тобто як функція часу та відстані:

$$E_{mx} = E_{mx_1} e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z + \phi_1) + E_{mx_2} e^{\alpha z} \cos(\omega t + \beta z + \phi_2). \quad (6.22)$$

У рівняннях (6.21) та (6.22) головна особливість – наявність двох аргументів: часу t та відстані z . Перші доданки характеризують хвилю, що віддаляється від початку відліку (координат), тобто *пряму хвилю*, або *хвилю, що падає*. Її амплітуда зменшується за законом $e^{-\alpha z}$, тому параметр α має назву – *коефіцієнт згасання*. Параметр β характеризує стан змінення за фазою залежно від z і тому він має назву – *коефіцієнт фази*. Таким чином, комплексний коефіцієнт \dot{k} має обґрунтовану назву – *коефіцієнт поширення електромагнітних хвиль*.

Другі доданки рівнянь (6.21) та (6.22) характеризують хвилю, що наближається до початку відліку – тобто це *зворотна*, або *відбита* хвиля. Обвідні таких хвиль наведено на рис. 4.5.

Для кращого опанування аргументу із двох змінних: часу t і відстані z наведемо функцію $f = F_m \cos(\omega t - \beta z)$ (за умови, що початкові фази та коефіцієнт згасання дорівнюють нулю) і накреслимо відповідні залежності, з яких впливає взаємозв'язок функції f від t (рис. 6.2).

На рис. 6.2а наведено залежність від t функції виду $f_1 = F_m \cos(\omega t - \frac{\beta z}{\omega})$

із зсувом фази $\frac{\beta z}{\omega}$, а на рис. 6.2б наведено залежність від z –

$$f_2 = F_m \cos(\beta \frac{\omega t}{\beta} - z), \text{ зі зсувом фази } \frac{\omega t}{\beta}.$$

Ще раз звертаємо увагу на сутність фази хвильового процесу $(\omega t - \beta z)$, яка має два доданка ωt , де $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$, тобто характеризує відношення періодів: у тригонометричному колі – 2π , та у часі – період T ; і $-\beta z$, де $\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$, тобто характеризує відношення періодів: у тригонометричному колі – 2π та за відстанню – довжина хвилі λ .

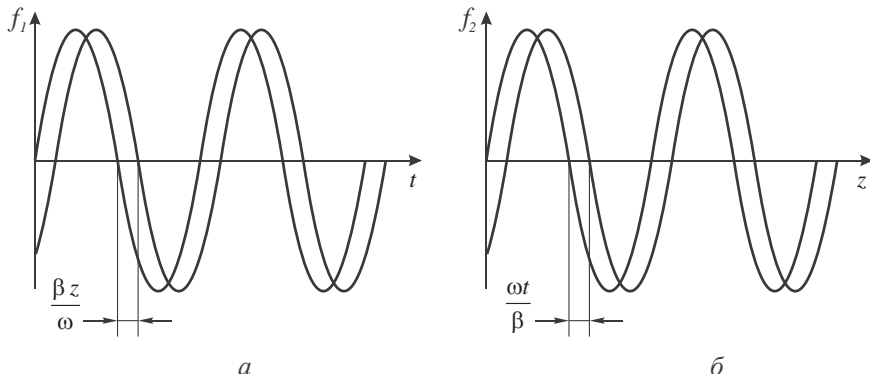


Рисунок 6.2. Фрагменти залежностей хвильового процесу:
a – як функції часу, *б* – як функції відстані

Аналогічно для (6.15*a*) маємо:

$$\dot{H}_{my} = \dot{H}_{my_1} e^{-az} e^{-j\beta z} + \dot{H}_{my_2} e^{az} e^{j\beta z} = \dot{H}_{y_1} e^{-kz} + \dot{H}_{y_2} e^{-kz}, \quad (6.23)$$

$$\dot{H}_{my} = \dot{H}_{my_1} e^{-az} \cos(\omega t - \beta z + \psi_1) + \dot{H}_{my_2} e^{az} \cos(\omega t + \beta z + \psi_2). \quad (6.23a)$$

Окреслимо зв'язок між складниками E_{mx} та H_{my} . На підставі (6.17) після диференціювання (6.23) з урахуванням \dot{k} з (6.20) та перегрупування доданків маємо:

$$\left(\dot{k} \dot{H}_{my_1} - j\omega \dot{\varepsilon} \dot{E}_{mx_1} \right) e^{-kz} - \left(\dot{k} \dot{H}_{my_2} - j\omega \dot{\varepsilon} \dot{E}_{mx_2} \right) e^{kz} = 0. \quad (6.24)$$

Рівняння (6.24) є слухним для будь яких значень z , якщо обидва складника (у дужках) тотожно дорівнюють нулю, тобто із (6.24) маємо два рівняння:

$$\dot{k} \dot{H}_{my_1} - j\omega \dot{\varepsilon} \dot{E}_{mx_1} = 0, \quad (6.25)$$

$$\dot{k} \dot{H}_{my_2} + j\omega \dot{\varepsilon} \dot{E}_{mx_2} = 0. \quad (6.25a)$$

З формул (6.25) та (6.25*a*) випливає, що між напруженістю електричного поля \dot{E} та магнітного \dot{H} існує взаємозв'язок. Цей взаємозв'язок визначають величиною:

$$Z_{w_1} = \frac{\dot{E}_{mx_1}}{\dot{H}_{my_1}} = \frac{\dot{k}}{j\omega \dot{\varepsilon}}, \quad (6.26)$$

$$Z_{w_2} = \frac{\dot{E}_{mx_2}}{\dot{H}_{my_2}} = -\frac{\dot{k}}{j\omega \dot{\varepsilon}}, \quad (6.26a)$$

який має одиницю вимірювання ом [1Ом] та відповідну назву – *хвильовий опір*, точніше – *імпеданс* – внаслідок комплексного характеру (зауважимо, що така назва є коректною для дальньої зони). З урахуванням (6.13а), (4.37):

$$\dot{Z}_w = \sqrt{\frac{\mu}{\dot{\epsilon}}} = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{j\omega\epsilon + \sigma}}. \quad (6.27)$$

Хвильовий імпеданс \dot{Z}_w можна надати в алгебраїчній формі:

$$\dot{Z}_w = X_w + jY_w = \sqrt{\frac{\mu}{\dot{\epsilon}}} \cdot \frac{j\omega\sqrt{\mu}}{j\omega\sqrt{\mu}} = \frac{j\omega\mu}{k} = \frac{\beta\omega\mu + j\alpha\omega\mu}{\alpha^2 + \beta^2}, \quad (6.28)$$

де дійсний складник:

$$X_w = \frac{\beta\omega\mu}{\alpha^2 + \beta^2}, \quad (6.28a)$$

уявний складник:

$$Y_w = \frac{\alpha\omega\mu}{\alpha^2 + \beta^2}. \quad (6.28б)$$

У полярній системі координат

$$\dot{Z}_w = \frac{\dot{E}_{mx_1} e^{j\varphi_1}}{\dot{H}_{my_1} e^{j\varphi}} = \frac{\dot{E}_{mx_1}}{\dot{H}_{my_1}} e^{j(\varphi_1 - \varphi_2)} = Z_w e^{j\phi}, \quad (6.29)$$

де модуль та фаза хвильового імпедансу, відповідно

$$Z_w = \sqrt{X_w^2 + Y_w^2} = \frac{\mu\omega}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}, \quad (6.29a)$$

$$\phi = \arctg \frac{Y_w}{X_w} = \arctg \frac{\alpha}{\beta}. \quad (6.29б)$$

Значення модуля характеризує співвідношення амплітуд напруженості електричного та магнітного полів, кут зсув за фазою між миттєвими значеннями складників E та H .

Із (6.26) та (6.26а) маємо:

$$Z_{w_1} = -Z_{w_2}. \quad (6.30)$$

Таким чином, хвильові імпеданси для прямої та зворотної хвиль однако-ві за модулем, але відрізняються за фазою на кут π .

Тоді співвідношення (6.23а) можна записати так:

$$H_y(t, z) = \frac{E_{mx_1} e^{-\alpha z}}{Z_w} \cos(\omega t - \beta z + \psi_1 - \varphi) + \frac{E_{my_2} e^{\alpha z}}{Z_w} \cos(\omega t - \beta z + \psi_2 - \varphi + \pi). \quad (6.31)$$

Якщо вважати простір, у якому поширюється хвиля, *однорідним*, то зворотної (відбитої, вторинної) хвилі не має, тобто другий складник (доданок) правої частини (6.21), (6.22), (6.23), (6.23a), (6.24), (6.31) відсутній.

Графіки миттєвих значень функцій $E_x(t, z)$ та $H_y(t, z)$ прямої хвилі наведено на рис. 6.3 в момент t_1 , коли фаза хвилі у будь-якій точці простору z відстає за фазою на значення βz , амплітуда менша в $e^{-\alpha z}$ раз. У наступний момент t_2 фаза хвилі у всіх фіксованих точках буде змінена на значення $\omega(t_2 - t_1)$, а амплітуда буде незмінною, тобто маємо *рухома хвилю* з вектором Пойнтінга вздовж осі z .

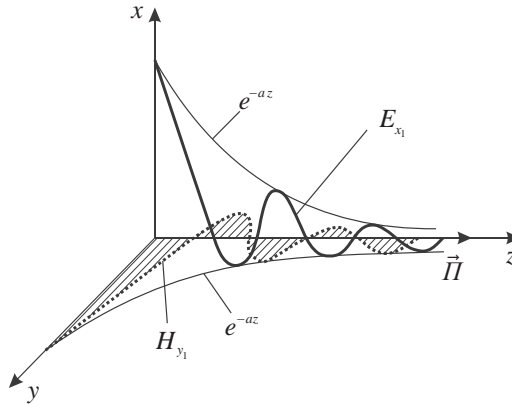


Рисунок 6.3. Залежності $E_{x_1}(z)$ та $H_{y_1}(z)$

Закон змінення обвідних $E(z), H(z)$ такий – $e^{-\alpha z}$, тому ще раз підкреслимо: параметр α має назву *коефіцієнт згасання*, параметр β характеризує змінення фази залежно від відстані z і має назву *коефіцієнт фази*.

Хвильове рівняння визначає процес поширення у *просторі* та у *часі* електромагнітних хвиль, тобто процес, який поширюється з певною *швидкістю*. Визначимо швидкість поширення хвилі. Для цього наведемо приклад повної фази θ прямій хвилі у момент t_1 на відстані z_1 та визначимо момент t_2 ($t_2 > t_1$), для якого у точці z_2 повна фаза також дорівнює θ , тобто:

$$\left. \begin{aligned} \theta &= \omega t_1 - \beta z_1 + \varphi, \\ \theta &= \omega t_2 - \beta z_2 + \varphi. \end{aligned} \right\} \quad (6.32)$$

Тоді з (6.32)

$$t_2 = t_1 + \frac{\beta(z_2 - z_1)}{\omega}. \quad (6.33)$$

Отже швидкість поширення хвилі з (6.33) дорівнює:

$$v = \frac{z_2 - z_1}{t_2 - t_1} = \frac{\omega}{\beta} = \frac{2\pi}{\beta T}, \quad (6.34)$$

де величину T називають *періодом* хвилі.

Визначимо довжину хвилі, що поширюється. Нехай $t_2 - t_1 = T$ період гармонічної функції. Тоді довжина хвилі

$$\lambda = z_2 - z_1 = vT = \frac{\omega T}{\beta} = \frac{2\pi fT}{\beta} = \frac{2\pi}{\beta}. \quad (6.35)$$

Таким чином, досліджено закономірності, що описують процес поширення електромагнітних хвиль. Визначимо розрахункові формули для коефіцієнтів α і β .

Піднесемо в квадрат формули (6.13a) та (6.20) й отримаємо рівняння:

$$-\omega^2 \dot{\epsilon} \mu = \alpha^2 + j2\alpha\beta - \beta^2. \quad (6.36)$$

З урахуванням (4.37), де комплексна діелектрична проникність

$$\epsilon - j\frac{\sigma}{\omega} = \dot{\epsilon},$$

маємо

$$-\omega^2 \epsilon \mu + j\omega \mu \sigma = \alpha^2 - \beta^2 + j2\alpha\beta. \quad (6.36a)$$

Окремо для дійсної частини та уявної частини, відповідно, є:

$$\left. \begin{aligned} \alpha^2 - \beta^2 &= -\omega^2 \epsilon \mu, \\ 2\alpha\beta &= \omega \mu \sigma. \end{aligned} \right\} \quad (6.37)$$

Розв'язок системи (6.37) з урахуванням, що α – додатна дійсна величина:

$$\alpha = \omega \sqrt{\frac{\epsilon \mu}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega \epsilon}\right)^2} - 1 \right]}, \quad (6.38)$$

$$\beta = \omega \sqrt{\frac{\epsilon \mu}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega \epsilon}\right)^2} + 1 \right]}. \quad (6.39)$$

З урахуванням тангенса кута втрат $tg \delta = \frac{\sigma}{\omega \epsilon}$ (4.43) маємо:

$$\alpha = \omega \sqrt{\frac{\epsilon \mu}{2} \left[\sqrt{1 + tg^2 \delta} - 1 \right]}, \quad (6.38a)$$

$$\beta = \omega \sqrt{\frac{\epsilon \mu}{2} \left[\sqrt{1 + tg^2 \delta} + 1 \right]}. \quad (6.39a)$$

Таким чином, отримано залежності коефіцієнтів згасання та фази, які утворюють коефіцієнт поширення $\dot{k} = \alpha + j\beta$, від параметрів середовища

ε, μ, σ та частоти коливань ω у загальному випадку незалежно від співвідношення між силою струму провідності та – зміщення. На практиці, зазвичай, є середовища, у яких або $I_{\text{пр}} \gg I_{\text{зм}}$ (провідники), або $I_{\text{пр}} \ll I_{\text{зм}}$ (діелектрики). Для цих умов співвідношення можна спростити.

6.4.2. Діелектрики та провідники

В пункті 6.4.1 наведено формули, які характеризують процес поширення електромагнітних хвиль у напівпровідному середовищі (діелектрик із втратами). Ознакою діелектрика або провідника є співвідношення між густиною струму провідності та зміщення, або значення тангенса кута втрат: якщо $\text{tg} \delta \ll 1$ середовище наближене до діелектрика, $\text{tg} \delta > 3$ – до провідника (див. 4.6).

Величини, що характеризують процес поширення електромагнітних хвиль у різних середовищах, для зручності застосування, зведено у таблицю 6.2.

Таблиця 6.2. Величини, які характеризують процес поширення електромагнітних хвиль у різних середовищах

Параметр		Середовище		
Символ	Назва	Напівпровідне (діелектрик із втратами)	Діелектричне	Провідне
α	Коефіцієнт згасання	$\omega \sqrt{\frac{\varepsilon\mu}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}\right)^2} - 1 \right]}$	0	$\sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}}$
β	Коефіцієнт фази	$\omega \sqrt{\frac{\varepsilon\mu}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}\right)^2} + 1 \right]}$	$\frac{2\pi}{\lambda}$	$\sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}}$
$ Z_w $	Модуль хвильового імпедансу	$\frac{\omega\mu}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}$	$\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$	$\sqrt{\frac{\omega\mu}{\sigma}}$
ϕ	Фаза хвильового імпедансу	$\arctg \frac{\alpha}{\beta}$	0	$\frac{\pi}{4}$
X	Дійсна частина хвильового імпедансу	$\frac{\beta\omega\mu}{\alpha^2 + \beta^2}$	$\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$	$\sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma}}$
Y	Уявна частина хвильового імпедансу	$\frac{\alpha\omega\mu}{\alpha^2 + \beta^2}$	0	$\sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma}}$
v	Швидкість поширення	$\frac{\omega}{\beta}$	$\frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$	$\sqrt{\frac{2\omega}{\mu\sigma}}$
λ	Довжина хвилі	$\frac{2\pi}{\beta}$	$\frac{v}{f}$	$2\pi \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}}$

На підставі співвідношень, наведених у табл. 6.2, можна сформулювати такі висновки:

– у діелектричному середовищі хвиля поширюється без згасання, фаза хвильового імпедансу дорівнює нулю;

– у провідному середовищі згасання пропорційне $\sqrt{\sigma}$, фаза хвильового опору незмінна, довжина хвилі залежить від параметрів середовища й частоти.

Електромагнітні хвилі поширюються у конкретному середовищі. В підрозділі 4.6 показано, що характер середовища (провідне; напівпровідне, або діелектрик з втратами; діелектричне) визначають не лише електродинамічними параметрами (діелектрична проникність ϵ , магнітна проникність μ , питома електропровідність σ), та частотою. Тобто одне й те саме середовище може бути *провідником*, *напівпровідником* (діелектрик з втратами), *діелектриком* – з урахуванням значення частоти електромагнітного поля, що є важливим фактором під час проектування радіолінії.

Таким чином, найбільш *сприятливим* для поширення електромагнітних хвиль є *діелектричне середовище*.

У реальних *провідниках* електромагнітне поле *швидко* згасає, що призвело до поширеного поняття «витискання» (що не є коректним) поля змінного струму до його поверхні, тобто в провіднику має місце так званий *поверхневий ефект* (*skin-effect*).

6.5. Поверхневий ефект у провідниках

Визначимо, яким чином розподілено поле у напівобмеженому плоскому провіднику, в якому протікає змінний струм $i(t) = I_m \sin \omega t$ (рис. 6.4). Навколо провідника створюється магнітне поле, вектор \vec{H} скеруємо вздовж осі y , тобто $\vec{H} = \vec{j}H_y$.

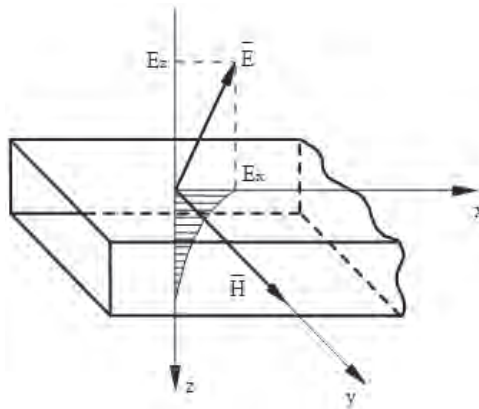


Рисунок 6.4. Процес проникнення електромагнітного поля у провідник

Якщо провідник ідеальний – вектор напруженості електричного поля \vec{E} скеровано перпендикулярно провіднику. Проте в реальному провіднику на будь-якому фрагменті різниця потенціалів не дорівнює нулю, тому є складник

E_x (рис. 6.4) і фактичний вектор \vec{E} зорієнтовано із нахилом до верхньої поверхні провідника. Як відомо, вектори \vec{E} та \vec{H} у просторі є взаємно перпендикулярні. Тому вектор Пойнтінга (5.5) $\vec{\Pi} = \vec{E} \times \vec{H}$ має складники:

$$\left. \begin{aligned} \vec{i}\Pi_x &= -\vec{k}E_z \times \vec{j}H_y, \\ \vec{k}\Pi_z &= \vec{i}E_x \times \vec{j}H_y. \end{aligned} \right\} \quad (6.40)$$

Складник $\vec{k}\Pi_z$ характеризує поле за напрямом осі z , тобто всередину провідника. Амплітуда модуля напруженості електричного поля:

$$E(z) = E(0)e^{-\alpha z} \quad (6.41)$$

зменшується за експоненціальним законом.

Співвідношення (6.41) помножимо на σ й отримаємо формулу для модуля густини струму:

$$J(z) = J(0)e^{-\alpha z}, \quad (6.41a)$$

значення якого також зменшується за експоненціальним законом.

Визначимо відстань, за якої поле є менше у e раз.

Скористаємось співвідношенням:

$$\frac{E(z)}{E(0)} = \frac{J(z)}{J(0)} = e^{-\alpha z}. \quad (6.42)$$

Із співвідношення (6.42) маємо: якщо $e^{-1} = e^{-\alpha\delta}$, тоді параметр δ називають – *глибина проникнення поля й струму в провіднику (skin depth)*:

$$\delta = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \sigma}}. \quad (6.43)$$

З (6.43) випливає, що *глибина проникнення зменшується із зростанням питомої електропровідності, магнітної проникності та частоти*. Для немагнітних провідників магнітна проникність $\mu = \mu_0$, частоту визначає реальний процес, тому на значення δ суттєво впливають значення σ , та *частоти*.

Ефект згасання поля (й струму) в провіднику має назву *поверхневий ефект (skin-effect)*, який полягає в тому, що струм протікає в деякому поверхневому прошарку провідника. Інколи кажуть, що струм «витискується» на поверхню – це не є коректно, бо фактично значення сили струму *зменшується у напрямі до центру провідника* внаслідок згасання. Тому для застосування провідників на радіочастотах використовують провідники із нанесенням на їх поверхню найкращого провідника – срібла ($\sigma_{r, Ag} = 1,05$) або за умови

$d \gg \delta$, де d – діаметр провідника застосовують багатожильний провідник – так званий *літцендрат*.

У зв'язку із зменшенням перерізу протікання струму на високих частотах активний опір провідника зростає.

Його значення, за умови $d \gg \delta$, дорівнює:

$$R_f = \frac{l}{\pi d \sigma \delta}, \quad (6.44)$$

де l – довжина провідника,

d – діаметр провідника.

Для постійного струму значення активного опору:

$$R_0 = \frac{4l}{\pi d^2 \sigma}. \quad (6.45)$$

Для практичного застосування за умови, що робоча частота $f > f_{\text{гр}}$, корисна формула:

$$R_f = \frac{1}{4} R_0 \left(1 + 3 \sqrt{\frac{f}{f_{\text{гр}}}} \right), \quad (6.46)$$

де $f_{\text{гр}}$ – значення частоти, від якого слід враховувати поверхневий ефект:

$$f_{\text{гр}} = \frac{9}{\pi d^2 \mu \sigma}. \quad (6.47)$$

Поверхневий ефект має важливе *практичне значення* для процесу *поширення* електромагнітних хвиль, *екранування* тощо.

6.6. Поляризація однорідних плоских хвиль

Поляризація – це явище, що *характеризує орієнтацію векторів* напруженості електричного та/або магнітного поля у просторі під час роботи передавальних і приймальних пристроїв.

Назву виду поляризації визначає *геометрична фігура*, яку *описує край* вектора \vec{E} . Припустимо, що фронт однорідної плоскої хвилі розташовано в площині xOy (рис. 6.5). Кут нахилу вектора напруженості електричного поля \vec{E} з віссю Ox – θ має назву *кут поляризації*. Площина, в якій розташовано вектори напруженості електричного поля \vec{E} та Пойнтінга \vec{P} , має назву *площина поляризації* (рис. 6.5).

З'ясуємо, яким чином змінюється положення вектора \vec{E} у часі та просторі із змінням співвідношення між значеннями його проєкцій E_x та E_y .

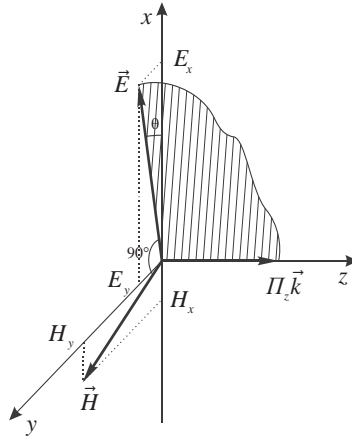


Рисунок 6.5. Площина поляризації однорідної пласкої хвилі

Для хвилі, яку можна описати гармонічним процесом:

$$\vec{E}(t) = \vec{i}E_x + \vec{j}E_y = \vec{i}E_{mx} \cos(\omega t + \varphi_1) + \vec{j}E_{my} \cos(\omega t + \varphi_2), \quad (6.48)$$

де E_{mx} , E_{my} – амплітудні значення E_x та E_y ; φ_1 , φ_2 – початкові фази.

Наведемо можливі ситуації.

1. Початкові фази однакові, тобто $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi$. Тоді модуль вектора

$|\vec{E}|$:

$$|\vec{E}| = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = \sqrt{E_{mx}^2 + E_{my}^2} \cos(\omega t + \varphi) \quad (6.49)$$

є функцією часу.

Кут поляризації від часу є незалежним:

$$\theta = \arctg\left(\frac{E_{my}}{E_{mx}}\right). \quad (6.50)$$

Така поляризація має назву – *лінійна поляризація* – *вертикальна* або *горизонтальна*.

2. Нехай різниця фаз $\varphi_1 - \varphi_2 = \pm \frac{\pi}{2}$, $E_{mx} = E_{my} = E$. Тоді

$$\vec{E} = E_m (\vec{i} \cos \omega t + \vec{j} \sin \omega t). \quad (6.51)$$

Значення модуля вектора є незмінним:

$$E_{mx} = E_{my} = E = \text{const.} \quad (6.52)$$

Значення кута поляризації є функцією часу:

$$\theta = \arctg(\text{tg } \omega t) = \omega t. \quad (6.53)$$

Тобто у цьому випадку довжина вектора незмінна і він описує коло. Така поляризація має назву – *колова поляризація* – *лівостороння* або *правостороння* (стосовно приймача).

3. Нехай *амплітуди* мають *різні значення* $E_{mx} \neq E_{my}$, $0 < \varphi_1 - \varphi_2 < \frac{\pi}{2}$.

За цих умов модуль $|\vec{E}|$ та кут поляризації є величинами, що змінюються, край вектора описує *еліпс*. Така поляризація має назву *еліптична поляризація* – *лівостороння* або *правостороння*.

Отже, назву поляризації визначає геометрична фігура, яку описує за часом вектор \vec{E} у відповідній площині. Однорідна пласка хвиля, за поширення якої напрям змінення вектора \vec{E} є незмінним – це *лінійно-поляризована хвиля*.

Поляризація електромагнітних хвиль має важливе практичне значення.

Вид поляризації електромагнітної хвилі визначає взаємне розташування приймальної та передавальної антен (*вертикальна* поляризація, зазвичай, застосовна у системах *мобільного зв'язку*, *горизонтальна* – у *телебаченні*, *кругова* – у *супутникових* системах зв'язку). За *різної* поляризації приймальної та передавальної антен рівень прийнятого сигналу *зменшено* орієнтовно на 30 дБ.

Від орієнтації векторів напруженості електричного поля щодо площини падіння радіохвилі (вектор розташовано перпендикулярно – *горизонтальна* поляризація, або паралельно – *вертикальна* поляризація) залежать формули для визначення коефіцієнтів відбивання та проходження електромагнітної хвилі на межі двох середовищ (розділ 8).

Таким чином, вид поляризації є важливим фактором в організації зв'язку та забезпеченні *електромагнітної сумісності*.

6.7. Висновки

1. На підставі першого та другого рівнянь системи рівнянь Максвелла отримано хвильові рівняння, в яких вектори поля пов'язані з *простором*, *часом* та величиною, яка визначає *швидкість поширення хвилі*.

2. З метою спрощення розв'язання хвильового рівняння та з урахуванням практичної можливості – доцільно в однорідному середовищі вважати фронт хвилі *пласким* за великій відстані від джерела випромінювання, тобто – аналізувати *однорідні пласкі хвилі*.

3. За класифікацією електромагнітних хвиль розрізняють: *поперечні хвилі* типу Т (ТЕМ), *поздовжні електричні хвилі* типу Е (ТМ), *поздовжні магнітні хвилі* типу Н (ТЕ).

4. Із розв'язання хвильового рівняння випливає, що існує два процеси – *прямий* (хвиля, що падає – первинна) та *зворотний* (– відбита, вторинна хвиля).

5. Параметр, який характеризує процес поширення хвилі – *коефіцієнт поширення* $k = \alpha + j\beta$, де α – *коефіцієнт згасання*, β – *коефіцієнт фази*.

6. Як випливає з розв'язання хвильового рівняння, між значеннями напруженості електричного та магнітного полів існує *взаємозв'язок*, визначений величиною, яка має одиницю вимірювання – ом [1 Ом], й тому має назву – *хвильовий імпеданс*, яка є коректна для *дальнього поля*, бо хвильовий процес є лише у *дальньому* полі (розділ 7) й залежить від параметрів середовища

$$\dot{Z}_w = \frac{\dot{E}_m}{\dot{H}_m} = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{j\omega\varepsilon + \sigma}}.$$

7. Електромагнітні хвилі поширюються у різних середовищах. Ознакою діелектрика або провідника є співвідношення між густиною струму (силою струму) провідності та зміщення, або значення тангенса кута втрат $\operatorname{tg}\delta$. Якщо $\operatorname{tg}\delta \ll 1$ – середовище наближене до діелектрика; якщо $\operatorname{tg}\delta > 3$ – до провідника.

8. У *діелектричному середовищі* хвиля поширюється без згасання, фаза хвильового імпедансу дорівнює нулю.

9. У *провідному середовищі* втрати пропорційні $\sqrt{\sigma}$, фаза хвильового опору незмінна, довжина хвилі залежить від параметрів середовища й частоти.

10. Найбільш *сприятливим* для поширення електромагнітних хвиль є *діелектричне середовище*.

11. У *реальних провідниках* у напрямі до центра електромагнітне поле *згасає*, що призвело до поширеного поняття, «витискання поля змінного струму до його поверхні», яке не є коректним, тому його не слід застосовувати, бо природа явища, ще раз підкреслимо, у *згасанні* поля (й струму) за поширення у глибину провідника.

12. Ефект згасання поля (й струму) в провіднику має назву *поверхневий (skin-effect)*, який полягає в тому, що струм протікає в деякому *поверхневому* прошарку на поверхні провідника, тобто значення сили струму в напрямі до центру провідника зменшується.

13. Формула $\delta = \sqrt{2/\omega\mu\sigma}$ показує, що глибина проникнення поля у провідник зменшується зі зростанням питомої електропровідності, магнітної проникності та частоти.

14. У зв'язку зі зменшенням перерізу протікання струму на високих частотах *активний опір провідника зростає*. Його значення за умови $d \gg \delta$ дорівнює:

$$R_f = \frac{1}{\pi d \delta \sigma}.$$

15. Значення *частоти*, за якого слід враховувати поверхневий ефект, залежить зокрема від *діаметра* провідника, тому доцільно застосовувати *багатожилні* провідники, в яких провідники мають *менший* діаметр й, відповідно, більше значення граничної частоти, з якого слід враховувати поверхневий ефект.

16. Залежно від траєкторії вектора напруженості електричного поля визначають різні види поляризації: *лінійна* (вертикальна, горизонтальна), *колова* й *еліптична* (правостороння та лівостороння).

17. Важливим для організації зв'язку і забезпечення електромагнітної сумісності є застосування відповідного виду поляризації.

18. За різних видів поляризації сигнал на вході приймальної антени зменшено орієнтовно на 30 дБ (поляризаційна розв'язка).

6.8. Контрольні питання та завдання

1. Обґрунтуйте підхід до виведення *рівняння Гельмгольца* та виведіть його.
2. Охарактеризуйте *компоненти рівняння Гельмгольца*.
3. Обґрунтуйте доцільність та наведіть *рівняння Гельмгольца у комплексній формі*.
4. Охарактеризуйте *типи електромагнітних хвиль*.
5. Охарактеризуйте *пласкі однорідні хвилі*.
6. Наведіть *хвильові рівняння однорідних плоских хвиль*.
7. Наведіть розв'язок хвильових рівнянь плоских хвиль. Поясніть сутність *коефіцієнтів: поширення, згасання та фази* електромагнітних хвиль.
8. Обґрунтуйте виведення коефіцієнтів пропорційності між напруженостями електричного та магнітного полів.
9. Визначте *швидкість поширення фронту* електромагнітної хвилі.
10. Виведіть формулу для *коефіцієнта згасання*.
11. Виведіть формулу для *коефіцієнта фази*.
12. Поясніть особливість визначення *коефіцієнтів згасання та фази для ідеального діелектрика*.
13. Поясніть особливість визначення *коефіцієнтів згасання та фази для ідеального провідника*.
14. Поясніть сутність *поверхневого ефекту у провідниках*.
15. Поясніть сутність величини «*глибина проникнення*».
16. Поясніть *залежність активного опору провідника від частоти*.
17. Обґрунтуйте значення *граничної частоти*, від якої треба враховувати поверхневий ефект.
18. Охарактеризуйте сутність та *види поляризації*.
19. Поясніть *практичне значення* поляризації електромагнітних хвиль.

Далі з'ясуємо основи емісії електромагнітних хвиль.

Розділ 7. ОСНОВИ ВИПРОМІНЮВАННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ХВИЛЬ

- 7.1. Елементарний електричний випромінювач (диполь Герца, електричний вібратор)
 - 7.1.1. Загальні положення
 - 7.1.2. Ближня зона (зона індукції)
 - 7.1.3. Дальня зона (зона випромінювання)
 - 7.1.4. Проміжна зона
 - 7.1.5. Діаграма спрямованості випромінювача
 - 7.1.6. Потужність та опір випромінювання диполя Герца
- 7.2. Магнітний елементарний випромінювач
 - 7.2.1. Метод визначення характеристик
 - 7.2.2. Ближня зона
 - 7.2.3. Дальня зона
 - 7.2.4. Потужність та опір випромінювання елементарного магнітного випромінювача
- 7.3. Елементарний щілинний випромінювач
 - 7.3.1. Метод визначення характеристик
 - 7.3.2. Потужність та опір випромінювання елементарного щілинного випромінювача
- 7.4. Елемент Гюйгенса
- 7.5. Висновки
- 7.6. Контрольні питання та завдання

Під час опанування матеріалів цього розділу та після завершення ви маєте

знати:

- визначення емітерів (випромінювачів) електромагнітного поля та їх особливості;
- критерій, за яким випромінювач називають елементарним, та його сутність;
- методику визначення складників електромагнітного поля у довільній точці простору;
- засади застосування сферичної системи координат для моделювання електромагнітного поля;
- складники електромагнітного поля, створеного диполем Герца у довільній точці простору;
- особливості електромагнітних процесів у ближній та дальній зонах диполя Герца;
- характер коефіцієнта пропорційності \dot{E}_m / \dot{H}_m у ближній та дальній зонах диполя Герца;

- особливості формування вектора Пойнтінга у ближній та дальній зонах диполя Герца;
- особливості формування електромагнітного поля у проміжній зоні;
- формування діаграми спрямованості диполя Герца;
- формули потужності та опору випромінювання диполя Герца;
- модель та реальний елементарний магнітний випромінювач;
- раціональну методику визначення складників електромагнітного поля у будь-якій точці простору для рамкового магнітного випромінювача;
- особливості електромагнітних процесів у ближній та дальній зонах елементарного магнітного випромінювача;
- характер коефіцієнта пропорційності \dot{E}_m/\dot{H}_m у ближній та дальній зонах магнітного випромінювача;
- яким чином сформовано вектор Пойнтінга у ближній та дальній зонах магнітного випромінювача;
- формули потужності та опору випромінювання елементарного магнітного випромінювача;
- визначення елементарного циліндрового випромінювача;
- складники електромагнітного поля у довільній точці простору циліндрового випромінювача;
- формули потужності та опору випромінювання циліндрового випромінювача;
- визначення та особливості елемента Гюйгенса;
- особливість діаграми спрямованості елемента Гюйгенса;

вміти:

- визначити границю між ближньою та дальньою зонами;
- обчислити складники електромагнітного поля для елементарних випромінювачів у довільній точці простору;
- обчислити потужність та опір випромінювання елементарних випромінювачів;
- визначити залежність \dot{E}_m/\dot{H}_m для ближньої та дальньої зон різних типів випромінювачів;
- навести силові лінії складників поля для елементарного – переважно електричного емітера у ближній та дальній зонах;
- навести силові лінії складників поля для елементарного – переважно магнітного емітера у ближній та дальній зонах;
- скласти діаграму спрямованості диполя Герца;
- скласти діаграму спрямованості рамкового магнітного випромінювача;
- скласти діаграму спрямованості елемента Гюйгенса;
- застосувати принцип переставної двоїстості.

набути досвід:

- визначення складників електромагнітного поля, сформованих елементарним електричним емітером (диполем Герца);
- застосування принципу переставної двоїстості під час визначення складників електромагнітного поля, сформованих елементарним магнітним емітером, з наступною заміною рамкою з електричним струмом;
- визначення умов та особливостей розподілу навколишнього середовища на ближню і дальню зоні та коефіцієнта пропорційності напруженостей електричного та магнітного полів у цих зонах для різних типів емітерів;
- визначення сутності та застосування діаграм спрямованості випромінювачів різних типів, особливо елемента Гюйгенса;
- визначення та застосування величини «опір випромінювання».

7.1. Елементарний електричний випромінювач (диполь Герца, електричний вібратор)

7.1.1. Загальні положення

Вище показано – у природі існують *електромагнітні хвилі*, які можуть поширюватися у *різних* середовищах, зокрема, у вільному просторі, та математично описані *хвильовими рівняннями*, отриманими на підставі *системи рівнянь Максвелла*. Експериментально це підтвердив 1888 р. Генріх Рудольф Герц – і хвилі отримали назву «хвилі Герца». Як випромінювач, Герц використовував вібратор з іскровим проміжком, який формує коливання (диполь Герца).

Довжина цього вібратора значно *менша довжини хвилі* ($l \ll \lambda$), тому значення сили струму та його фази вздовж випромінювача практично *однакові*. Тобто диполь Герца – це *короткий*, у порівнянні з *довжиною хвилі* (тому *елементарний*), вібратор, й можна вважати, що відстань від будь-якої точки диполя до точки спостереження *однакова*. Можна вважати також, що заряди умовно сконцентровано на кінцях стрижня, тому його називають *диполем*. Теорію сучасних антен створено на основі цього пристрою.

Визначимо формули, які описують вектори напруженості електричного поля \vec{E} і напруженості магнітного поля \vec{H} у довільній точці простору.

Вважаємо, що вібратор активують *гармонічним сигналом*. Тому далі застосовуємо *комплексну форму*.

Як з'ясуємо далі – під час роботи випромінювача навколишнє середовище умовно поділене на дві основні зони: *ближню (індукції)* і *дальню (випромінювання)*. Тому коректна назва – *емітер*, який у ближній зоні *індукує* електромагнітне поле, а у дальній *випромінює*.

Нехай диполь Герца розташовано у декартовій системі координат як показано на рис. 7.1 – вздовж осі z .

Напруженість поля у будь-якій точці простору визначимо за таким алгоритмом: \vec{J} або $I \rightarrow \vec{A} \rightarrow \vec{H} \rightarrow \vec{E}$.

З'ясуємо докладніше завдання:

1. *Визначити:* у точці спостереження P функції $E(t,r), H(t,r)$ стосовно сферичної системи координат $\vec{1}_r, \vec{1}_\theta, \vec{1}_\varphi$ або $(\vec{r}, \vec{\theta}, \vec{\varphi})$.

2. *Дано:* сила струму диполя I , або густина струму \vec{J} , довжина диполя l , відстань від диполя до точки спостереження r , параметри середовища. Якщо аналізуємо процес у вільному просторі (*free space*) параметри середовища такі: $(\varepsilon = \varepsilon_0, \mu = \mu_0, \sigma = 0)$.

3. *Стратегія (алгоритм) розв'язку:* нагадаємо схему взаємозв'язку параметрів електромагнітного поля $\vec{J}, I \rightarrow \vec{A} \rightarrow \vec{H} \rightarrow \vec{E}$ та застосуємо відповідні співвідношення.

4. *Розв'язок* (див. нижче).

5. *Відповідь:* наведено у табл. 7.1 наприкінці п. 7.1.3.

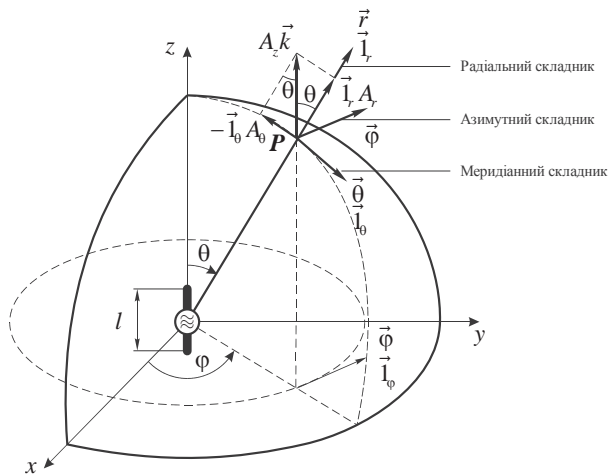


Рисунок 7.1. Складники електромагнітного поля диполя Герца

Починаємо *аналіз процесу емісії* електромагнітного поля елементарним електричним випромінювачем (диполем Герца) (рис. 7.1).

Позиції 1...3 сформульовано вище.

Отже, визначаємо:

4. *Розв'язок*

За значенням густини струму \vec{J} визначаємо векторний потенціал \vec{A} з урахуванням, що він є *затриманим* (підрозділ 4.6):

$$\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi} \int_v \frac{\vec{J}\left(t - \frac{r}{v}\right)}{r} dV, \quad (7.1)$$

або у комплексній формі (для гармонічного сигналу):

$$\dot{\vec{A}}_m = \frac{\mu}{4\pi} \int \frac{\dot{\vec{J}}_m e^{-j\beta r}}{r} dV. \quad (7.1a)$$

Вектор $\dot{\vec{H}}$ визначимо через векторний потенціал:

$$\dot{\vec{H}}_m = \frac{1}{\mu} \text{rot } \dot{\vec{A}}_m. \quad (7.2)$$

Електричне поле визначимо з першого рівняння системи рівнянь Максвелла для ідеального діелектричного середовища (модель «вільний простір»):

$$\text{rot } \dot{\vec{H}} = \varepsilon \frac{\partial \dot{\vec{E}}}{\partial t} \Rightarrow \text{rot } \dot{\vec{H}}_m = j\omega\varepsilon \dot{\vec{E}}_m \Rightarrow \dot{\vec{E}}_m = -j \frac{1}{\omega\varepsilon} \text{rot } \dot{\vec{H}}_m. \quad (7.3)$$

Оскільки об'єм V , охоплений струмом, є малий – густина струму всередині цього об'єму – величина *незмінна*. Нагадаємо, що $l \ll r$, тобто відстань r від довільної точки вібратора до довільної точки простору – точки спостереження, вважаємо також незмінною величиною.

Тому рівняння (7.1a) надамо у формі:

$$\dot{\vec{A}}_m = \frac{\mu}{4\pi} \int_v \frac{\dot{\vec{J}}_m e^{-j\beta r}}{r} dV = \frac{\mu}{4\pi} \int_v \frac{\dot{\vec{J}}_m e^{-j\beta r}}{r} d\vec{S} \cdot \vec{dl} = \frac{\mu}{4\pi} \int \frac{\dot{I}_m e^{-j\beta r}}{r} d\vec{l}. \quad (7.1b)$$

Вібратор скеровано вздовж осі z (рис. 7.1). Тому:

$$\left. \begin{aligned} \dot{A}_{mx} &= 0, \\ \dot{A}_{my} &= 0, \\ \dot{A}_{mz} &= \frac{\mu}{4\pi} \frac{\dot{I}_m l e^{-j\beta r}}{r}. \end{aligned} \right\} \quad (7.4)$$

Отже, *векторний магнітний потенціал* має лише одну проекцію вздовж осі z . Оскільки вібратор це провідник зі струмом I , – він утворює навколо себе магнітне поле, яке формує електричне, ... і далі (за попереднім текстом) – електромагнітне поле. Радіохвиля поширюється у навколишньому просторі, тому для аналізу процесу в просторі використаємо сферичну систему координат (рис. 7.1).

Задачу розв'язуємо із застосуванням вектора $\vec{\dot{A}}_m = \dot{A}_{mr} \vec{1}_r + \dot{A}_{m\theta} \vec{1}_\theta + \dot{A}_{m\varphi} \vec{1}_\varphi$ у точці спостереження P . Визначимо його складники:

Радіальний складник:

$$\dot{A}_{mx} = \dot{A}_{mz} \cos \theta = \frac{\mu \dot{I}_m l e^{-j\beta r}}{4\pi r} \cos \theta. \quad (7.5)$$

Меридіанний складник:

$$\dot{A}_{m\theta} = -\dot{A}_{mz} \sin \theta = -\frac{\mu \dot{I}_m l e^{-j\beta r}}{4\pi r} \sin \theta. \quad (7.5a)$$

Азимутний складник:

$$\dot{A}_{m\varphi} = 0. \quad (7.5b)$$

Мінус у співвідношенні (7.5a) свідчить, що напрям вектору $\dot{A}_{m\theta} \vec{1}_\theta$ протилежний означеному у сферичній системі координат.

Визначимо \vec{H}_m з рівняння (7.2). Із наведенням ротора вектора у сферичній системі координат отримаємо:

$$\begin{aligned} \vec{\dot{H}}_m = \frac{1}{\mu} \text{rot} \vec{\dot{A}}_m = \frac{1}{\mu} \left\{ \vec{1}_r \left[\frac{1}{r \sin \theta} \left(\frac{\partial (\dot{A}_{m\varphi} \sin \theta)}{\partial \theta} - \frac{\partial \dot{A}_{m\theta}}{\partial \varphi} \right) \right] + \right. \\ \left. + \vec{1}_\theta \cdot \frac{1}{r} \left[\frac{\partial \dot{A}_{mr}}{\partial \varphi} \right] - \frac{\partial (r \dot{A}_{m\varphi})}{\partial r} \right] + \vec{1}_\varphi \cdot \frac{1}{r} \left[\frac{\partial (r \dot{A}_{m\theta})}{\partial r} - \frac{\partial \dot{A}_{mr}}{\partial \theta} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (7.6)$$

Внаслідок колової симетрії вібратора:

$$\frac{\partial \dot{A}_{mr}}{\partial \varphi} = 0; \quad \frac{\partial \dot{A}_{m\theta}}{\partial \varphi} = 0. \quad (7.7)$$

З урахуванням (7.5б) та (7.7) маємо із (7.6) лише один складник:

$$\vec{H}_m = \vec{1}_\varphi \dot{H}_{m\varphi} = \vec{1}_\varphi \frac{1}{\mu r} \left[\frac{\partial(rA_{m\theta})}{\partial r} - \frac{\partial A_{mr}}{\partial \theta} \right]. \quad (7.8)$$

Отже, із (7.8) випливає, що напруженість магнітного поля має лише азимутний складник H_φ . Підтвердження цьому можна отримати також з рис. 7.1, де бачимо, що, як випливає з фізичного змісту, магнітне поле створюється навколо провідника зі струмом (тобто спочатку – навколо диполя). Підставимо у (7.8) A_{mr} з (7.5) та $A_{m\theta}$ з (7.5а). Після диференціювання та перетворення задля отримання складників із компонентами $\left(\frac{\lambda}{2\pi r}\right)^n$ маємо:

$$\begin{aligned} \dot{H}_{m\varphi} &= \frac{\dot{I}_m l}{4\pi r} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{re^{-j\beta r}}{r} \cdot \sin \theta \right) - \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{e^{-j\beta r}}{r} \cdot \cos \theta \right) \right] = \\ &= \frac{\dot{I}_m l}{4\pi r} \left(j\beta \cdot \sin \theta + \frac{1}{r} \sin \theta \right) e^{-j\beta r} = \frac{\dot{I}_m l}{4\pi} \left(j\frac{\beta}{r} + \frac{1}{r^2} \right) e^{-j\beta r} \sin \theta = \\ &= \frac{\dot{I}_m l \beta^2 e^{-j\beta r}}{4\pi} \left(j\frac{1}{\beta r} + \frac{1}{\beta^2 r^2} \right) \sin \theta = \frac{\dot{I}_m l \beta^2 e^{-j\beta r}}{4\pi} \left[j\frac{\lambda}{2\pi r} + \left(\frac{\lambda}{2\pi r} \right)^2 \right] \sin \theta. \end{aligned} \quad (7.9)$$

На основі співвідношень (7.3) та (7.9) визначимо вектор напруженості електричного поля \vec{E} .

У сферичній системі координат:

$$\begin{aligned} \dot{E}_m &= -j \frac{1}{\omega \varepsilon} \left\{ \vec{1}_r \cdot \frac{1}{r \sin \theta} \left[\frac{\partial(\dot{H}_{m\varphi} \sin \theta)}{\partial \theta} - \frac{\partial \dot{H}_{m\theta}}{\partial \varphi} \right] + \right. \\ &\left. + \vec{1}_\theta \cdot \frac{1}{r} \left[\frac{1}{\sin \theta} \left(\frac{\partial \dot{H}_{mr}}{\partial \varphi} \right) - \frac{\partial(r\dot{H}_{m\varphi})}{\partial r} \right] + \vec{1}_\varphi \cdot \frac{1}{r} \left[\frac{\partial(r\dot{H}_{m\theta})}{\partial r} - \frac{\partial \dot{H}_{mr}}{\partial \theta} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (7.10)$$

Оскільки $\dot{H}_{mr} = 0, \dot{H}_{m\theta} = 0$ – у співвідношенні (7.10) залишилися такі складники:

$$\dot{\vec{E}}_m = \vec{1}_r \dot{E}_{mr} + \vec{1}_\theta \dot{E}_{m\theta} = -j \frac{1}{\omega \varepsilon} \left\{ \vec{1}_r \cdot \frac{1}{r \sin \theta} \cdot \frac{\partial(\dot{H}_{m\varphi} \sin \theta)}{\partial \theta} - \vec{1}_\theta \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial(r \dot{H}_{m\varphi})}{\partial r} \right\}. \quad (7.10a)$$

Звідки:

$$\dot{E}_{mr} = -j \frac{1}{\omega \varepsilon r \sin \theta} \cdot \frac{\partial(\dot{H}_{m\varphi} \sin \theta)}{\partial \theta}, \quad (7.11)$$

$$\dot{E}_{m\theta} = j \frac{1}{\omega \varepsilon r} \cdot \frac{\partial(r \dot{H}_{m\varphi})}{\partial r} = \frac{1}{\omega \varepsilon r} \cdot \frac{\partial(r \dot{H}_{m\varphi})}{\partial r} e^{j \frac{\pi}{2}}, \quad (7.12)$$

$$\dot{E}_{m\varphi} = 0,$$

де $j = \exp(j\pi/2)$ відповідно до перетворення Ейлера (4.34).

Значення $\dot{E}_{m\varphi}$, дорівнює нулю, це отримано з формальних математичних перетворень, й також впливає з фізичної сутності процесів – цей складник – відсутній (див рис.7.1).

Підставимо у формули (7.11) та (7.12) попередньо отримане значення з (7.9). Після диференціювання та перетворення задля отримання складників із

компонентами $\left(\frac{\lambda}{2\pi r}\right)^n$ маємо:

$$\begin{aligned} \dot{E}_{mr} &= -j \frac{\dot{I}_m l \beta^2 e^{-j\beta r}}{\omega \varepsilon r \sin \theta \cdot 4\pi} \cdot \left[j \frac{\lambda}{2\pi r} + \left(\frac{\lambda}{2\pi r}\right)^2 \right] 2 \sin \theta \cos \theta = \\ &= \frac{\dot{I}_m l \beta^2 e^{-j\beta r}}{2\pi \omega \varepsilon} \cdot \left[\frac{\lambda}{2\pi r^2} - j \left(\frac{\lambda}{2\pi r}\right)^2 \frac{1}{r} \right] \cos \theta = \\ &= \frac{\dot{I}_m l \beta^2 e^{-j\beta r} \beta}{2\pi \omega \varepsilon} \cdot \left[\frac{\lambda}{2\pi r^2} \cdot \left(\frac{\lambda}{2\pi}\right) - j \frac{\lambda^2}{4\pi r^2} \left(\frac{\lambda}{2\pi r}\right) \right] \cos \theta = \\ &= \frac{\dot{I}_m l \beta^3 e^{-j\beta r}}{2\pi \omega \varepsilon} \cdot \left[\left(\frac{\lambda}{2\pi r}\right)^2 - j \left(\frac{\lambda}{2\pi r}\right)^3 \right] \cos \theta. \end{aligned} \quad (7.11a)$$

Використаємо заміну для дальнього поля у вільному просторі $\frac{\beta}{\omega \varepsilon} = Z_w$:

$$\dot{E}_{mr} = \frac{\dot{I} Z_w \beta^2 e^{-j\beta r}}{4\pi} \cdot \left[\left(\frac{\lambda}{2\pi r}\right)^2 + j \left(\frac{\lambda}{2\pi r}\right)^3 \right] \cos \theta. \quad (7.11б)$$

За аналогією отримаємо формулу для складника $\dot{E}_{m\theta}$:

$$\dot{E}_{m\theta} = j \frac{1}{\omega \varepsilon} \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial (r \dot{H}_{m\phi})}{\partial r} = j \frac{1}{\omega \varepsilon} \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{r \dot{I}_m l \beta^2 e^{-j\beta r}}{4\pi} \cdot \left[j \frac{\lambda}{2\pi r} + \left(\frac{\lambda}{2\pi r} \right)^2 \right] \right\} \sin \theta =$$

(7.12a)

$$= \frac{\dot{I}_m l \beta^3 e^{-j\beta r}}{4\pi \omega \varepsilon} \cdot \left[j \frac{\lambda}{2\pi r} + \left(\frac{\lambda}{2\pi r} \right)^2 - j \left(\frac{\lambda}{2\pi r} \right)^3 \right] \sin \theta.$$

Використаємо заміну $\frac{\beta}{\omega \varepsilon} = Z_w$ й отримаємо:

$$\dot{E}_{m\theta} = \frac{\dot{I}_m l Z_w \beta^2 e^{-j\beta r}}{4\pi} \left[j \frac{\lambda}{2\pi r} + \left(\frac{\lambda}{2\pi r} \right)^2 - j \left(\frac{\lambda}{2\pi r} \right)^3 \right] \sin \theta. \quad (7.12б)$$

З аналізу формул (7.9), (7.11a, 7.11б) та (7.12a, 7.12б) випливає, що від співвідношення між довжиною хвилі λ та відстанню від диполя до довільної точки у просторі r , їх можна спростити, якщо умовно поділити простір довкола емітера (вібратора) на дві основні області (зони): ближню зону (зона індукції) й дальню зону (зона випромінювання) за ознаками:

якщо: $r \ll \frac{\lambda}{2\pi}$ – ближня зона, (7.13)

якщо: $r \gg \frac{\lambda}{2\pi}$ – дальня зона. (7.13a)

Цей поділ визначено параметром – гранична відстань:

$$r_{гp} = \frac{\lambda}{2\pi}. \quad (7.14)$$

Між ближньою та дальньою зонами розташовано проміжну зону (п. 7.1.4). З'ясуємо особливості електромагнітного поля у кожній основній зоні.

7.1.2. Ближня зона (зона індукції)

У ближній зоні $r \ll r_{гp} = \frac{\lambda}{2\pi}$, тобто $\frac{\lambda}{2\pi r} \gg 1$.

За такої умови у формулах (7.9), (7.11а,7.11б), (7.12а,7.12б) доданками $\left(\frac{\lambda}{2\pi r}\right)^n$ з меншими степенями n нехтуємо, а співмножник $e^{-j\beta r}$ – прямує до одиниці:

$$e^{-j\beta r} = e^{-j\frac{2\pi r}{\lambda}} \rightarrow 1. \quad (7.15)$$

Тобто затриманням сигналу у ближній зоні нехтуємо. Пригадаємо, що для діелектричного середовища $\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$, тому згідно з (7.9) отримаємо:

$$\dot{H}_{m\theta} = \frac{\dot{I}_m l}{4\pi} \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \frac{\lambda^2}{(2\pi)^2 r^2} \sin\theta = \frac{\dot{I}_m l}{4\pi r^2} \sin\theta. \quad (7.16)$$

Таким чином, у ближній зоні напруженість магнітного поля є однаковою за фазою зі струмом. Формулу (7.16) можна трактувати як *модифікацію закону Біо – Савара*.

З формули (7.11а) отримаємо:

$$\dot{E}_{mr} = -j \frac{\dot{I}_m l}{2\pi\omega\epsilon} \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^3 \cdot \frac{\lambda^3}{(2\pi)^3 r^3} \cos\theta = -j \frac{\dot{I}_m l}{2\pi\omega\epsilon r^3} \cos\theta = \frac{\dot{I}_m l}{2\pi\omega\epsilon r^3} e^{-j\frac{\pi}{2}} \cos\theta, \quad (7.17)$$

де, нагадаємо, $j = \exp(-j\pi/2)$, тобто свідчить про *фазовий зсув* на 90° .

Аналогічно з формули (7.12а) отримаємо:

$$\dot{E}_{m\theta} = -j \frac{\dot{I}_m l}{4\pi\omega\epsilon} \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^3 \cdot \left(\frac{\lambda}{2\pi r}\right)^3 \sin\theta = -j \frac{\dot{I}_m l}{4\pi\omega\epsilon r^3} \sin\theta = \frac{\dot{I}_m l}{4\pi\omega\epsilon r^3} e^{-j\frac{\pi}{2}} \sin\theta. \quad (7.18)$$

Зауважимо, що радіальний складник вектора напруженості електричного поля є пропорційний $E_r \equiv \cos\theta$, тоді як меридіанний – $E_\theta \equiv \sin\theta$. Тому під час визначення напруженості електричного поля вздовж осі, перпендикулярної осі вібратора, враховуємо лише складник E_θ , бо $\cos 90^\circ = 0$, $\sin 90^\circ = 1$.

Зі співвідношень (7.16) та (7.18) випливає, що у *ближній зоні* складники напруженості електричного поля та магнітного за *фазою зміщено* на 90° . Тобто *магнітний та електричний* складники поля є у *квадратурі* (рис. 7.2).

Миттєві значення вектора Пойнтінга коливаються з *подвійною частотою*, його *середнє значення* у ближній зоні *дорівнює нулю* ($P_{\text{сеп}} = 0$) – перенесення енергії відсутнє (режим *нерухомих хвиль* – (розділ 9).

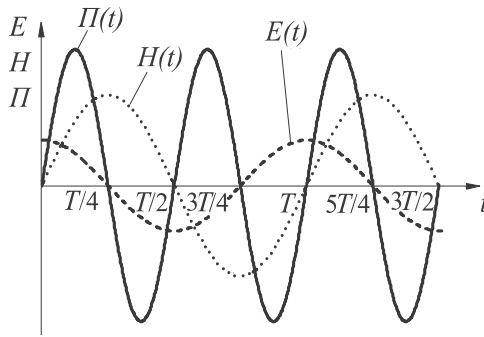


Рисунок 7.2. Залежності $E(t)$, $H(t)$, $\Pi(t)$ у ближній зоні

У ближній зоні є обмін енергією між електричним та магнітним полями, тому цю зону називають також *зоною індукції*, або *зоною коливань*.

За цих умов можливий прояв електричних або магнітних *завад*, – це так звані «*наведення*» в апаратурі.

Умовно силові лінії поля наведено на рис.7.3: лінії магнітного складника навколо диполя, лінії складника струму *провідності* починаються й закінчуються на кінцях диполя й замкнені через навколишній простір внаслідок наявності складника *струму зміщення*.

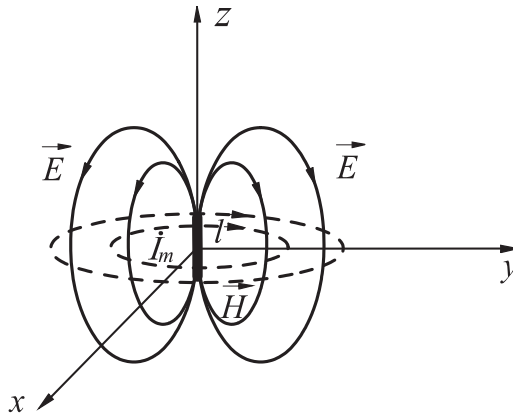


Рисунок 7.3. Уявлення силових ліній складників ближнього поля

Визначимо дуже важливий для аналізу процесу поширення електромагнітних хвиль – *коефіцієнт пропорційності* між складниками E та H у *ближній зоні*:

$$\dot{Z}_{63}^E = \frac{\dot{E}_{m\theta}}{\dot{H}_{m\phi}} = -j \frac{\dot{I}_m l \sin \theta}{4\pi\omega\epsilon r^3} \cdot \frac{4\pi r^2}{\dot{I}_m l \sin \theta} = -\frac{j}{\omega\epsilon r} = \frac{1}{j\omega\epsilon r}, \quad (7.19)$$

$$|Z_{63}^E| = \frac{1}{\omega\epsilon r}. \quad (7.20)$$

Накреслимо графік модуля $|Z_{63}^E|$ у ближній зоні (рис. 7.4). Слід звернути увагу, що в п. 6.5.1 співвідношення між складниками \dot{E}_m та \dot{H}_m названо *хвильовий імпеданс*, що є *коректним* лише для зони хвильового процесу – дальньої зони.

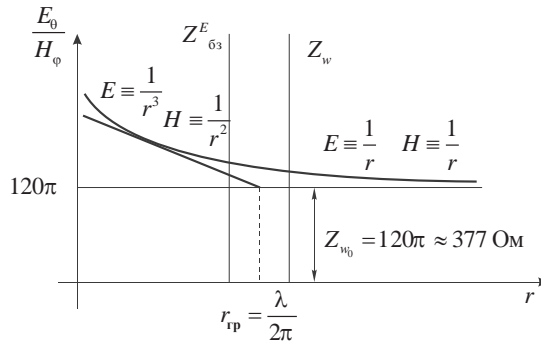


Рисунок 7.4. Залежність у точці спостереження відношення між складниками \dot{E}_m та \dot{H}_m від відстані до електричного випромінювача (емітера)

З формули (7.20) та рис. 7.4 випливає, що у ближній зоні електричний диполь є *високоімпедансним* ($Z_{63}^E > 120\pi$).

У ближній зоні *характер* залежностей складників поля від відстані є таким:

$$E \equiv \frac{1}{r^3}, \quad H \equiv \frac{1}{r^2}.$$

Ці співвідношення показують, що *електричний складник* поля електричного випромінювача у ближній зоні *згасає* від відстані *інтенсивніше*, ніж магнітний, можна пояснити тим, що *електричний* вібратор створює як *електричний*, так і *магнітний* складники поля, тобто «працює на два складники».

7.1.3. Дальня зона (зона випромінювання)

Як вище зазначено: у дальній зоні $r \gg \frac{\lambda}{2\pi}$, тобто $\frac{\lambda}{2\pi r} \ll 1$.

За цих умов, у формулах (7.9), (7.11a, 7.11б), (7.12a, 7.12б) доданками $\left(\frac{\lambda}{2\pi r}\right)^n$ з більшими степенями n нехтуємо, а *затримання радіохвилі*, яке показує множник $e^{-j\beta r}$ формула – (7.15), необхідно враховувати.

Тоді формули для складників електромагнітного поля у дальній зоні із (7.9), (7.11б), (7.12б) є такими:

$$\dot{H}_{m\varphi} = j \frac{\dot{I}_m l}{2\lambda r} e^{-j\beta r} \sin \theta, \quad (7.21)$$

$$\dot{E}_{m\theta} = j \frac{\dot{I}_m l \dot{Z}_w}{2\lambda r} e^{-j\beta r} \sin \theta, \quad (7.22)$$

$$\dot{E}_{mr} = \frac{\dot{I}_m l \dot{Z}_w}{4\pi r^2} e^{-j\beta r} \cos \theta. \quad (7.23)$$

Зауважимо, що (7.22) може бути отримано безпосередньо множенням (7.21) на \dot{Z}_w , тобто на підставі співвідношення $\dot{Z}_w = \frac{\dot{E}_m}{\dot{H}_m}$.

Порівняння максимальних значень (7.22) (7.23) показує, що $\frac{E_{mr}}{E_{m\theta}} = \frac{\lambda}{\pi r} \ll 1$, тобто для умов дальньої зони для модулів слушне співвідношення $E_{mr} \ll E_{m\theta}$ і перпендикулярно диполю значення E_{mr} дорівнює нулю ($\cos 90^\circ = 0$). Тому нижче враховуємо лише пару $\dot{E}_{m\theta}$ та $\dot{H}_{m\varphi}$, яка формує вектор Пойнтінга напрямку $\vec{1}_r$ і стверджуємо, що за великої відстані від випромінювача фронт радіохвилі безпосередньо біля приймальної антени можна вважати *пласким* внаслідок малої його кривизни.

З аналізу формул (7.21)...(7.23) випливає, що комплексні величини \dot{E}_m та \dot{H}_m мають *однакові фази* (є «у фазі») (рис. 7.5), таким чином середнє значення вектора Пойнтінга *не дорівнює нулю* $\Pi_{\text{ср}} \neq 0$, отже, у дальній зоні існує *процес перенесення електромагнітної енергії*, тобто є *радіохвиля*.

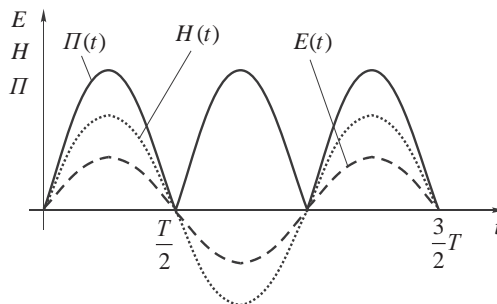


Рисунок 7.5. Залежності $E(t)$, $H(t)$, $\Pi(t)$ у дальній зоні

Визначимо *хвильовий імпеданс* (для дальньої зони – це *коректна* назва):

$$Z_w = \frac{E_{m\theta}}{H_{m\varphi}} = \frac{j\dot{I}_m l \beta^2 \sin \theta \cdot 4\pi r}{j\dot{I}_m l \beta \sin \theta \cdot 4\pi \omega \epsilon r} = \frac{\beta}{\omega \epsilon} = \frac{1}{\lambda f \epsilon} = \frac{\sqrt{\epsilon \mu}}{\epsilon} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}. \quad (7.24)$$

У вільному просторі $\mu = \mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ Гн/м}$, $\varepsilon = \varepsilon_0 = (1/36\pi)10^{-9} \text{ Ф/м}$ та $Z_{w0} = 120\pi \approx 377 \text{ Ом}$.

Зауважимо, що у дальній зоні слухними є співвідношення (7.21) та (7.22), які показують, що у цій зоні інтенсивності згасання електричного та магнітного складників поля *однакові* (рис.7.4).

$$E \equiv \frac{1}{r}, \quad H \equiv \frac{1}{r}.$$

Силкові лінії складників поля є замкнені криві, які відокремлено від диполя (рис. 7.6). Як свідчать рівняння системи Максвелла змінне *електричне* поле створює *магнітне, магнітне – електричне* і так далі...

Таким чином у *дальній* зоні створено поле внаслідок *випромінювання* диполем.

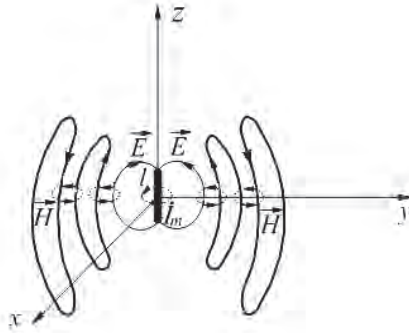


Рисунок 7.6. Уявлення силових ліній складників дальнього поля

Отже, завдання пункту 4. *Розв’язок* – виконано.

5. *Відповідь* (стратегію визначення параметрів поля– див. пп. 7.1.1).

Відповідь маємо у формі таблиці 7.1, як результат розв’язку завдання – визначено складники електромагнітного поля, створеного елементарним електричним (*переважно*) випромінювачем для ближньої та дальньої зон.

Таблиця 7.1. Складники електромагнітного поля, створені елементарним електричним емітером

Елементарний електричний випромінювач	
Ближня зона	Дальня зона
$\dot{E}_{m\theta} = -j \frac{\dot{I}_m l}{4\pi\omega\varepsilon r^3} \sin\theta$	$\dot{E}_{m\theta} = j \frac{\dot{I}_m l Z_w}{2\lambda r} e^{-j\beta r} \sin\theta$
$\dot{H}_{m\phi} = \frac{\dot{I}_m l}{4\pi r^2} \sin\theta$	$\dot{H}_{m\phi} = j \frac{\dot{I}_m l}{2\lambda r} e^{-j\beta r} \sin\theta$
$\dot{E}_{mr} = -j \frac{\dot{I}_m l}{2\pi\omega\varepsilon r^3} \cos\theta$	$\dot{E}_{mr} = \frac{\dot{I}_m l Z_w}{2\pi r^2} e^{-j\beta r} \cos\theta$

7.1.4. Проміжна зона

Ознакою цієї зони є те, що значення параметрів поля *випромінювання* – дальнього та *реактивного* – ближнього, є однакового порядку. Стадії формування силових ліній поля від ближньої через *проміжну* до дальньої зони показано на рис.7.7.

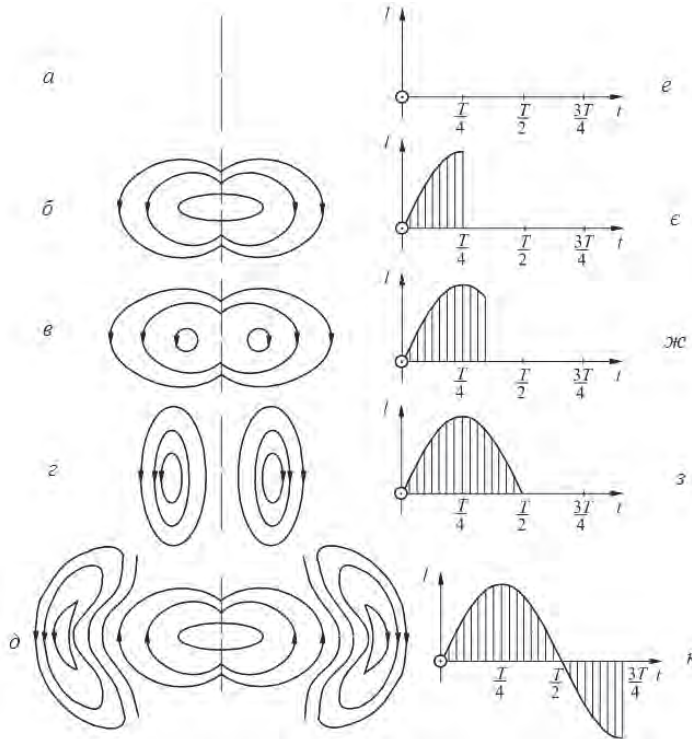


Рисунок 7.7. Стадії формування електромагнітного поля:
a...д – силові лінії, *e...к* – часові діаграми струму в диполі

Наведемо діаграми поля у цій ситуації та пояснимо кожний рисунок докладно:

a – до появи коливань обидві половини диполя не заряджені;

e – струм відсутній;

б – з'явився струм *провідності*; через чверть періоду він «зарядив» верхню половину вібратора позитивним зарядом, а нижню половину – негативним, лінії струму *зміщення* поля починаються на верхній половині вібратора і закінчуються на нижній;

є – струм в межах від 0 до $\frac{T}{4}$;

в – на цьому етапі заряди зменшуються (спадають); зовнішня частина поля просувається далі, одночасно починають відокремлюватись лінії поля;

$ж$ – струм в межах від 0 до $\frac{T}{3}$;

$з$ – в кінці другої чверті періоду обидві половини вібратора не заряджено; відокремлювання ліній поля не закінчено;

$з$ – струм в межах від 0 до $\frac{T}{2}$;

$д$ – під час третьої частини періоду струм протікає у зворотному напрямку, тому верхня половина вібратора заряджається позитивним зарядом, а нижня – негативним;

$к$ – струм в межах від 0 до $\frac{3}{4}T$.

Наприкінці третьої чверті періоду повертаємось до рисунку, аналогічному фрагменту *б*, але з лініями поля за протилежним напрямом, й аналогічно – у подальшому.

Умовно для диполя Герца лінії електричного поля наведено на рис. 7.8а, магнітного поля – на рис. 7.8б.

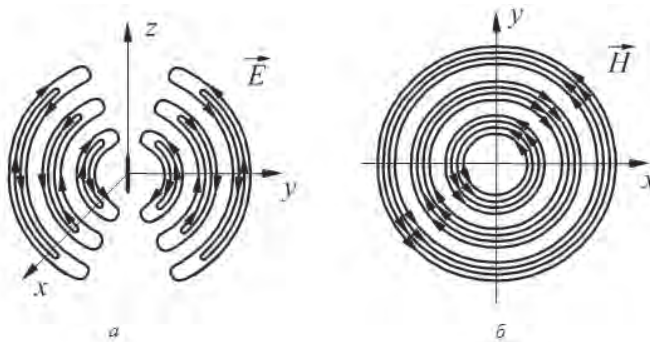


Рисунок 7.8. Силві лінії складників поля: *а* – електричного, *б* – магнітного

На підставі структури поля з'ясуємо сутність діаграми спрямованості випромінювача.

7.1.5. Діаграма спрямованості випромінювача

Діаграма спрямованості – це геометричне місце точок однакового значення фізичної величини залежно від напрямку. Стосовно випромінювача – *діаграма спрямованості* – це графічне зображення залежності амплітуд векторів напруженості поля випромінювання у дальній зоні від кута спостереження.

Елементарний електричний вібратор *не емітує* електромагнітне поле вздовж своєї осі, емісія *максимальна* вздовж напрямку, перпендикулярного до осі вібратора. Відповідно до (7.12а) можна записати у меридіанній площині (рис. 7.9а):

$$E_{m\theta} = E_{max} \sin \theta . \quad (7.25)$$

В азимутній площині для складника H_φ – діаграма спрямованості – коло (рис. 7.8б). Введемо безрозмірну функцію – *нормовану характеристику*, що визначає *діаграму* спрямованості у меридіанній площині:

$$F(\theta, \varphi) = \frac{E_{m\theta}}{E_{max}} = \sin \theta . \quad (7.26)$$

Укладемо об'ємну графічну фігуру, що має назву *характеристика спрямованості*. Оскільки у горизонтальній площині $E_{m\theta}$ не залежить від φ , тому діаграма має вигляд тороїда (рис. 7.9в).

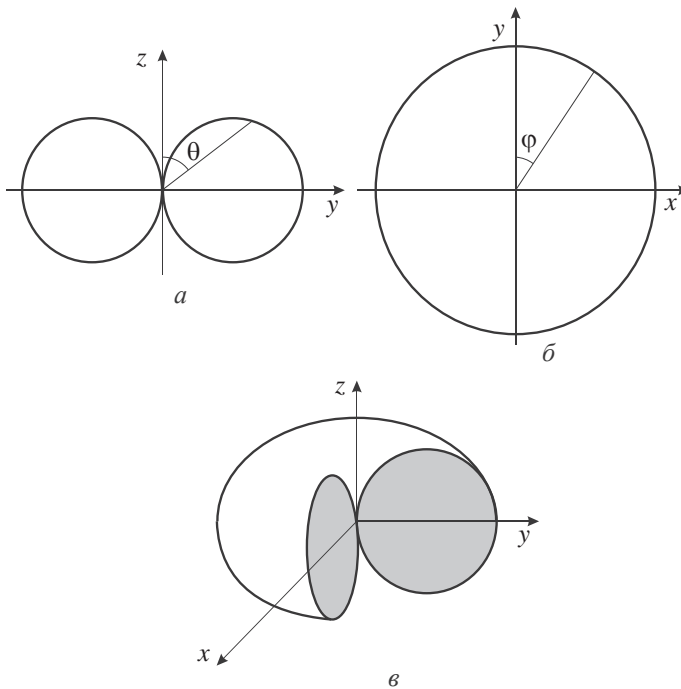


Рисунок 7.9. Діаграма спрямованості електричного вібратора: a – у меридіанній площині, b – в азимутній площині, c – об'ємна

7.1.6. Потужність та опір випромінювання диполя Герца

Нагадаємо, потужність хвильового процесу визначають інтегруванням вектора Пойнтінга:

$$P_\Sigma = \int_S \vec{P} \cdot d\vec{S} , \quad (7.27)$$

де

$$dS = r^2 \sin \theta d\theta d\varphi \quad (7.28)$$

– елементарна площаина у сферичній системі координат.

На підставі (5.23) з урахуванням (7.21) та (7.22) отримаємо:

$$\vec{P}_{\text{сер}} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \dot{\vec{E}}_{\theta} \times \vec{H}_{\varphi}^* \right\} = \left[\frac{(I_m l)^2}{8r^2 \lambda^2} Z_w \sin^2 \theta \right] \vec{1}_r. \quad (7.29)$$

Визначимо потужність випромінювання з урахуванням (7.28):

$$P_{\Sigma} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{(I_m l)^2}{8r^2 \lambda^2} Z_w \sin^2 \theta r^2 \sin \theta d\theta d\varphi, \quad (7.30)$$

як відомо

$$\int_0^{\pi} \sin^3 \theta d\theta = \frac{4}{3},$$

тоді, з урахуванням, що напрямки векторів $\vec{P}_{\text{сер}}$ та $d\vec{S}$ співпадають, маємо:

$$P_{\Sigma} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{(I_m l)^2 \sin^3 \theta \cdot Z_w}{8\lambda^2} d\theta d\varphi = \frac{(I_m l)^2 \pi Z_w}{3\lambda^2}. \quad (7.31)$$

На підставі формули для електричної потужності можна записати:

$$P_{\Sigma} = \frac{I_m^2 R_{\Sigma}}{2},$$

де R_{Σ} – опір випромінювання – специфічна величина, якої можна характеризувати різні випромінювачі за випромінюваною потужністю (за однакові значення сили струму).

Формули для опору випромінювання з урахуванням (7.31):

$$R_{\Sigma} = \frac{2P_{\Sigma}}{I_m^2} = \frac{2\pi Z_w}{3} \left(\frac{l}{\lambda} \right)^2. \quad (7.32)$$

Значення хвильового імпедансу вільного простору (див. 7.24) дорівнює $Z_{w0} = 120\pi \approx 377 \text{ Ом}$. І тоді на підставі (7.32) отримаємо:

$$R_{\Sigma} = 80\pi^2 \left(\frac{l}{\lambda} \right)^2. \quad (7.33)$$

Зазначимо, що одиницею вимірювання опору випромінювання R_{Σ} є ом [1 Ом].

7.2. Магнітний елементарний випромінювач

7.2.1. Метод визначення характеристик

Поле, що утворює елементарний *магнітний* випромінювач (*емітер*), можна дослідити за методикою, аналогічно як для електричного диполя. Елементарний магнітний випромінювач реалізуємо як аналог електричного вібратора з *фіктивним магнітним струмом* I_m .

Далі на підставі принципу *переставної двоїстості* (п. 4.7) виконаємо відповідні заміни:

$$E_{\theta} \Leftrightarrow H_{\theta}, E_r \Leftrightarrow H_r, H_{\varphi} \Leftrightarrow E_{\varphi}, I \Leftrightarrow -I_m, \varepsilon \Leftrightarrow -\mu. \quad (7.34)$$

На рис. 7.10а показано електричний вібратор Герца з *магнітним* струмом I_m який створює силові лінії електромагнітного поля.

Зауважимо, що такі самі лінії поля (відповідно й саме таке поле) формує *рамка з електричним* струмом (рис. 7.10б) замість фіктивного магнітного диполя. Тому реальним магнітним елементарним випромінювачем є *рамка з електричним струмом*.

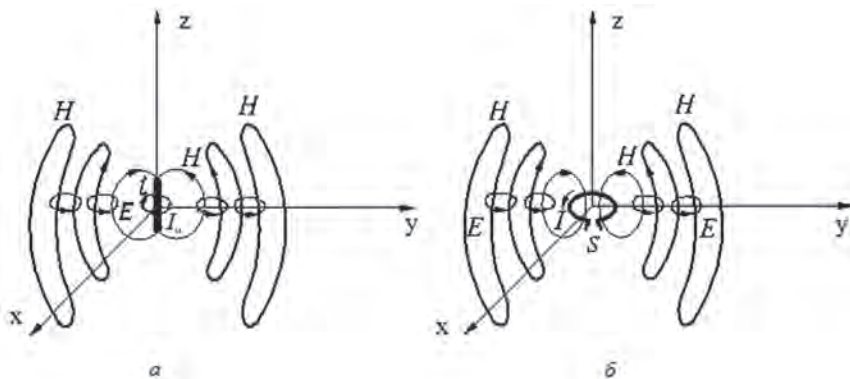


Рисунок 7.10. Елементарний магнітний емітер:

a – із фіктивним магнітним струмом I_m ,

б – із реальним електричним струмом I (рамка зі струмом)

Отже, загальну систему рівнянь складників електромагнітного поля магнітного елементарного емітера отримаємо із (7.9), (7.11a), (7.12a), відповідно, для складників електромагнітного поля E_φ , H_r , H_θ на підставі замін (7.34), тобто:

$$\dot{E}_{m\varphi} = \frac{-\dot{I}_{mM}l}{4\pi} \beta^2 e^{-j\beta r} \left[j \frac{\lambda}{2\pi r} + \left(\frac{\lambda}{2\pi r} \right)^2 \right] \sin \theta, \quad (7.35)$$

$$\dot{H}_{mr} = \frac{\dot{I}_{mM}l\beta^3 e^{-j\beta r}}{2\pi\omega\mu} \left[\left(\frac{\lambda}{2\pi r} \right)^2 - j \left(\frac{\lambda}{2\pi r} \right)^3 \right] \cos \theta, \quad (7.36)$$

$$\dot{H}_{m\theta} = \frac{\dot{I}_{mM}l\beta^3 e^{-j\beta r}}{4\pi\omega\mu} \left[j \frac{\lambda}{2\pi r} + \left(\frac{\lambda}{2\pi r} \right)^2 - j \left(\frac{\lambda}{2\pi r} \right)^3 \right] \sin \theta. \quad (7.37)$$

У природі магнітний струм не існує, отже, *реальний магнітний елементарний випромінювач (емітер) – це рамка з електричним струмом.*

Для отримання відповідних формул необхідно виконати заміну *фіктивного* магнітного струму \dot{I}_{mM} у лінійному вібраторі довжиною l – *реальним* електричним струмом \dot{I}_m у *рамці* площею S , тобто

$$\dot{I}_{mM}l = -j\omega\mu\dot{I}_mS. \quad (7.38)$$

Із урахуванням (7.38) перепишемо рівняння складників електромагнітного поля магнітного елементарного випромінювача (7.35)...(7.37) для електричного струму:

$$\dot{E}_{m\varphi} = \frac{j\omega\mu\dot{I}_mS}{4\pi} \beta^2 e^{-j\beta r} \left[j \frac{\lambda}{2\pi r} + \left(\frac{\lambda}{2\pi r} \right)^2 \right] \sin \theta, \quad (7.39)$$

$$\dot{H}_{mr} = \frac{-j\dot{I}_mS\beta^3 e^{-j\beta r}}{2\pi} \left[\left(\frac{\lambda}{2\pi r} \right)^2 - j \left(\frac{\lambda}{2\pi r} \right)^3 \right] \cos \theta, \quad (7.40)$$

$$\dot{H}_{m\theta} = \frac{-j\dot{I}_mS\beta^3 e^{-j\beta r}}{4\pi} \left[j \frac{\lambda}{2\pi r} + \left(\frac{\lambda}{2\pi r} \right)^2 - j \left(\frac{\lambda}{2\pi r} \right)^3 \right] \sin \theta. \quad (7.41)$$

Далі з'ясуємо конкретні ситуації для *ближньої* та *дальньої* зон магнітного елементарного випромінювача.

7.2.2. Близня зона

У таблиці 7.2 наведено відповідні формули, що отримано на основі принципу «переставної двоїстості» з формул (7.35)...(7.37) та (7.39)...(7.41), за умови ближньої зони $r \ll \lambda/2\pi$ для умовного електричного вібратора з фіктивним магнітним струмом (7.42)...(7.44) та рамкового з реальним електричним (7.45)...(7.47).

Таблиця 7.2. Складники поля елементарного магнітного емітера у ближній зоні

Фіктивний магнітний струм			Електричний струм		
№	Формула	№ формули	№	Формула	№ формули
1	$\dot{H}_{m\theta} = -j \frac{\dot{I}_{mM} l}{4\pi\omega\mu r^3} \sin \theta$	(7.42)	1	$\dot{H}_{m\theta} = \frac{\dot{I}_m S}{4\pi r^3} \sin \theta$	(7.45)
2	$\dot{E}_{m\phi} = \frac{\dot{I}_{mM} l}{4\pi r^2} \sin \theta$	(7.43)	2	$\dot{E}_{m\phi} = j \frac{\dot{I}_m S \omega \mu}{4\pi r^2} \sin \theta$	(7.46)
3	$\dot{H}_{mr} = -j \frac{\dot{I}_{mM} l}{2\pi\omega\mu r^3} \cos \theta$	(7.44)	3	$\dot{H}_{mr} = \frac{\dot{I}_m S}{2\pi r^3} \cos \theta$	(7.47)

Визначимо співвідношення напруженості електричного та магнітного поля для магнітного емітера:

$$\dot{Z}_{\delta 3}^H = \frac{\dot{E}_{m\phi}}{\dot{H}_{m\theta}} = j\omega\mu r, \quad (7.48)$$

$$|\dot{Z}_{\delta 3}^H| = \omega\mu r. \quad (7.48a)$$

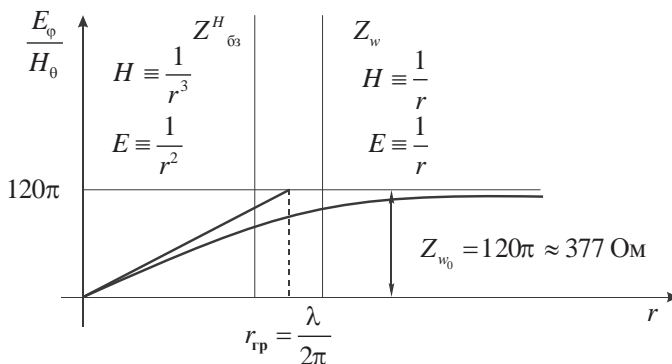


Рисунок 7.11. Залежність у точці спостереження відношення між складниками E та H від відстані до магнітного випромінювача (емітера)

Зазначимо, що середнє значення модуля вектора Пойнтинга у ближній зоні *дорівнює нулю*, як це випливає з (7.35) і (7.37), або (7.39) і (7.41), бо складники $E(t)$ та $H(t)$ – є у *квадратурі*.

Із формули (7.48) та рис. 7.11 випливає, що параметр Z_{63}^H *магнітного випромінювача є низькоімпедансним*. Зауважимо, що у ближній зоні характер залежності складників поля від відстані такий: $H \equiv \frac{1}{r^3}$; $E \equiv \frac{1}{r^2}$. Ці співвідношення показують, що *магнітний складник* поля рамки зі струмом у ближній зоні *згає* від відстані *інтенсивніше*, ніж електричний, бо *магнітний емітер* створює як *магнітний*, так і *електричний* складники поля, тобто «працює на два складники».

7.2.3. Дальня зона

У таблиці 7.3 наведено формули для складників поля магнітного випромінювача, які отримано на основі принципу «переставної двоїстості» для дальньої зони $r \gg \lambda/2\pi$ із формул (7.35)...(7.37) та (7.39)...(7.41) у вільному просторі. На

підставі наведених вище положень отримаємо формули для лінійного вібратора з фіктивним магнітним струмом (7.49)...(7.51) та рамкового, з реальним електричним струмом (7.52)...(7.54). У формулі (7.52) застосовано заміну $\omega\mu / \beta = Z_w$.

Таблиця 7.3. Складники поля елементарного магнітного випромінювача у дальній зоні

Фіктивний магнітний струм			Електричний струм		
№	Формула	№ формули	№	Формула	№ формули
1	$\dot{H}_{m\theta} = j \frac{\dot{I}_{mM} l \pi}{\lambda^2 r \omega \mu} e^{-j\beta r} \sin \theta$	(7.49)	1	$\dot{H}_{m\theta} = -\frac{\dot{I}_m S \pi}{\lambda^2 r} e^{-j\beta r} \sin \theta$	(7.52)
2	$\dot{E}_{m\varphi} = j \frac{\dot{I}_{mM} l}{2\lambda r} e^{-j\beta r} \sin \theta$	(7.50)	2	$\dot{E}_{m\varphi} = \frac{\dot{I}_m S Z_w \pi}{\lambda^2 r} e^{-j\beta r} \sin \theta$	(7.53)
3	$\dot{H}_{mr} = -j \frac{\dot{I}_{mM} l}{2\pi \lambda r^2 \omega \mu} e^{-j\beta r} \cos \theta$	(7.51)	3	$\dot{H}_{mr} = -\frac{\dot{I}_m S}{2\pi \lambda r^2} e^{-j\beta r} \cos \theta$	(7.54)

Звідки також випливає, що *фази хвиль $E(t)$ та $H(t)$ співпадають*, тобто середнє значення вектора Пойнтинга більше нуля, отже, існує процес перенесення електромагнітної енергії, є процес *випромінювання*.

Визначимо хвильовий імпеданс з (7.49) та (7.50), або (7.52) та (7.53):

$$|Z_w| = \left| \frac{\dot{E}_\varphi}{\dot{H}_\theta} \right| = \frac{\omega\mu}{\beta} = \frac{\mu}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$$

Для вільного простору (7.24): $\mu = \mu_0$; $\varepsilon = \varepsilon_0$; $Z_{w0} = 120\pi \approx 377$ Ом.

Щодо діаграми спрямованості магнітного елементарного випромінювача – вона аналогічна діаграмі диполя Герца, але зорієнтована перпендикулярно.

7.2.4. Потужність та опір випромінювання елементарного магнітного випромінювача

Електромагнітне поле, що створює рамковий випромінювач, являє собою просторову локально пласку хвилю, яка переносить потужність у радіальному напрямку за аналогією з диполем Герца.

Опір випромінювання:

$$R_{\Sigma} = 80\pi^2 \left(\frac{l}{\lambda} \right)^2 = \frac{320\pi^4 S^2}{\lambda^4}, \quad (7.55)$$

потужність випромінювання:

$$P_{\Sigma} = I^2 160\pi^4 \frac{S^2}{\lambda^4}. \quad (7.56)$$

7.3. Елементарний щілинний випромінювач

7.3.1. Метод визначення характеристик

Окрім диполя Герца та магнітного рамкового елементарного випромінювачів (емітерів), проаналізуємо, так званий, *щілинний випромінювач*. Теоретично це випромінювальна система, що є нескінченною ідеальною провідною площиною, в якій прорізано щілину довжиною l , шириною Δ (рис. 7.12).

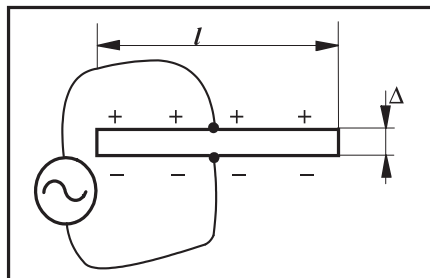


Рисунок 7.12. Елементарний щілинний випромінювач

Якщо в щілині створити змінне електричне поле, то така щілина є елементом, в якому «протікає» *фіктивний магнітний струм* I_m у напрямі, паралельному довгим краям щілини.

Для того щоб цю щілину вважати *елементарним випромінювачем*, необхідним є виконання нерівностей: $l \ll \lambda$, та $\Delta \ll l$.

Відповідно до принципу *переставної двоїстості*, щілинний випромінювач дуальний відносно електричного випромінювача – він є різновидом *магнітного випромінювача*.

Отже, використаємо принцип переставної двоїстості до визначених раніше проєкцій векторів поля елементарного електричного випромінювача у *дальній зоні* вільного простору з урахуванням (7.49), (7.50) $\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$, $\omega\mu / \beta = Z_w$:

$$\dot{E}_\varphi = \frac{-j\dot{I}_{mM}l\beta e^{-j\beta r}}{4\pi r} \sin\theta = \frac{-j\dot{I}_{mM}l e^{-j\beta r}}{2\lambda r} \sin\theta, \quad (7.57)$$

$$\dot{H}_\theta = \frac{j\dot{I}_{mM}l\beta e^{-j\beta r}}{4\pi r Z_w} \sin\theta = \frac{j\dot{I}_{mM}l e^{-j\beta r}}{2\lambda r Z_w} \sin\theta. \quad (7.58)$$

Зауважимо, що у *дальній зоні* елементарний щілинний випромінювач стосовно напруженості електричного поля має один складник, спрямований за ортом азимутної координати $\vec{\phi}$. Це означає, що силові лінії вектора напруженості електричного поля, які виходять з щілини, на деякій відстані мають форму кіл. Великою, що характеризує джерело поля, замість фіктивного магнітного струму I_{mM} є комплексна амплітуда $\dot{U}_{mш}$ *реальної напруги у щілині*.

Із урахуванням, що комплексна амплітуда магнітного струму чисельно дорівнює подвоєній комплексній амплітуді напруги в щілині:

$$\dot{I}_{mM} = 2\dot{U}_{mш}, \quad (7.59)$$

запишемо формули для розрахунку проєкцій векторів електромагнітного поля у *дальній зоні щілинного випромінювача*:

$$\dot{E}_\varphi = \frac{-j\dot{U}_{mш}l e^{-j\beta r}}{\lambda r} \sin\theta, \quad (7.57a)$$

$$\dot{H}_\theta = \frac{j\dot{U}_{mш}l e^{-j\beta r}}{\lambda r Z_w} \sin\theta. \quad (7.58a)$$

Далі визначимо формули потужності та опору випромінювання.

7.3.2. Потужність та опір випромінювання елементарного щілинного випромінювача

Потужність, що випромінює елементарний щілинний вібратор, визначимо інтегруванням $P_{\text{сеп}}$ за поверхнею S сфери достатньо великого радіуса, точки якої розташовано у дальній зоні випромінювача:

$$P_{\Sigma} = \int_S \vec{P}_{\text{сеп}r} \cdot \vec{dS} = \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{U_{\text{мщ}}^2 (l\beta)^2}{8\pi^2 Z_w} \sin^3 \theta d\varphi d\theta = \frac{U_{\text{мщ}}^2 (l\beta)^2}{3\pi Z_w} = \frac{U_{\text{мщ}}^2 l^2}{90\lambda^2}. \quad (7.60)$$

Оскільки потужність випромінювання пропорційна квадрату напруги у щілині, формулу (7.60) запишемо так:

$$P_{\Sigma} = \frac{U_{\text{мщ}}^2}{2R_{\Sigma_{\text{мщ}}}}, \quad (7.61)$$

де $R_{\Sigma_{\text{мщ}}}$ – величина за одиницю вимірювання *ом*, і назва якої – *опір випромінювання* щілинного випромінювача. За співставленням (7.60) та (7.61) отримаємо:

$$R_{\Sigma_{\text{мщ}}} = 45 \left(\frac{\lambda}{l} \right)^2. \quad (7.62)$$

7.4. Елемент Гюйгенса

Важливим для практики є ще один *елементарний випромінювач* (*емітер*), який являє собою *комбінацію елементарних електричного* (диполь Герца) та *магнітного* (рамка зі струмом). Модель такого випромінювача – *елемент Гюйгенса* (рис. 7.13). Його доцільно аналізувати як елемент пласкої поверхні з поверхневими магнітним та електричним струмами, розподілення яких відомо. Основою реальних антен із розкритом (*апертурні антени*) є *елемент Гюйгенса*.

Елемент Гюйгенса можливо також уявити як *елемент фронту хвилі*, що поширюється. Магнітне поле в цьому елементі можна ототожнити з еквівалентним електричним струмом, а електричне поле – еквівалентним магнітним струмом. Таким чином, елемент Гюйгенса вважають *елементарним випромінювачем з електричним та магнітним струмами*. Визначимо його властивості спрямованості.

Оскільки вектори \vec{E} та \vec{H} у просторі взаємно перпендикулярні, то й еквівалентні їм магнітний та електричний струми також є взаємно перпендикулярні. Розташуємо вектори на пласкій пластинці (площині) S у площині, паралельній $z = 0 - xOy$ (рис. 7.13) або паралельній цій площині.

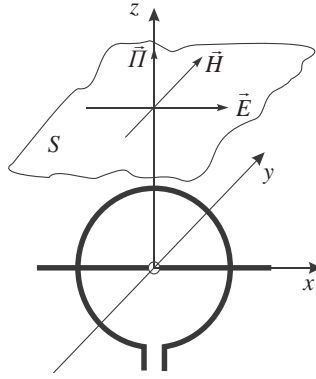


Рисунок 7.13. До визначення елемента Гюйгенса

Характеристику спрямованості такого елемента сформуємо як комбінацію фрагментів *елементарного електричного випромінювача* – рис. 7.9а, та *елементарного магнітного* в цій же площині, за принципом «переставної двоїстості», характеристики спрямованості якого співпадають із характеристикою спрямованості елементарного електричного випромінювача в азимутній площині – рис. 7.9б.

Характеристику спрямованості елемента Гюйгенса – рис. 7.14, сформувано на підставі характеристик спрямованості *диполя Герца* – рис. 7.9а, 7.9б, та відповідно зорієнтованої характеристики спрямованості *магнітного випромінювача*. Отже, характеристика спрямованості елемента Гюйгенса має форму *кардіоїди*.

Формула характеристики спрямованості такого елемента

$$F(\theta, \varphi) = \frac{(1 + \cos \theta)}{2}. \quad (7.64)$$

Окремі точки характеристики наведено в таблиці 7.4.

Таблиця 7.4. Дані для характеристики спрямованості елемента Гюйгенса

Кути	$\cos \theta$	$1 + \cos \theta$
0	1	2
$\pi/2$	0	1
π	-1	0
$3\pi/2$	0	1

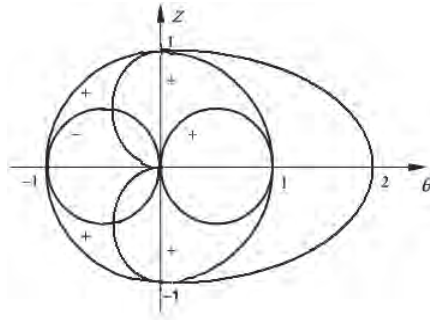


Рисунок 7.14. Діаграма спрямованості елемента Гюйгенса

Застосуванням антени, складеної за принципом Гюйгенса, визначають напрям на джерело випромінювання (за зникнення сигналу).

7.5. Висновки

1. Емісію електромагнітних полів здійснюють пристрої, які називають *випромінювачами* (більш коректна назва – *емітери*).

2. Елементарними (краща назва – *базовими*) випромінювачами є *електричний вібратор* (диполь Герца) та *магнітні елементарні* випромінювачі (*рамка* з електричним струмом та *щілина*).

3. Елементарні випромінювачі активують *електромагнітну хвилю*, яку за умови великої відстані до точки спостереження вважаємо *локально пласкою* з основними (необхідними для формування вектора Пойнтінга у напрямі поширення фронту хвилі Π_r, \vec{l}) складниками поля: напруженість електричного поля та напруженість магнітного поля.

4. Аналіз процесу випромінювання електричного елементарного вібратора виконано за алгоритмом: задано *величини джерела*: – \vec{J}_m або \vec{I}_m ; на підставі співвідношення

$\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi} \int \frac{\vec{I}_m e^{-j\beta r}}{r} d\vec{l}$ визначено *векторний магнітний потенціал* у декартовій та сферичній системах координат; на підставі співвідношення

$\vec{H}_m = (\text{rot} \vec{A}_m) / \mu$ визначено *вектор напруженості магнітного поля*; на підставі першого рівняння системи рівнянь Максвелла визначено *вектор напруженості електричного поля* $\vec{E}_m = (1/j\omega\epsilon) \vec{H}_m$, отже процедура така: \vec{J} , або

$I \rightarrow \vec{A} \rightarrow \vec{H} \rightarrow \vec{E}$.

5. На підставі аналізу отримано для електричного емітера (диполя Герца) один складник магнітного поля H_φ та два складники електричного E_θ, E_r , але важливими для подальшого аналізу є складники E_θ та H_φ (утворюють радіальний складник вектора Пойнтінга $\vec{l}_r \Pi_r = \vec{l}_\theta E_\theta \times \vec{l}_\varphi H_\varphi$).

6. Формули складників поля елементарного *магнітного емітера* отримано на підставі принципу *переставної двоїстості*.

7. Для реального магнітного емітера у розрахункових формулах фіктивний магнітний струм \dot{I}_{mM} (у стержні) замінено на елемент із реальним електричним струмом \dot{I}_m (у рамці): $\dot{I}_{mM}l = -j\omega\dot{I}_mS$.

8. Залежно від відстані між емітером та точкою спостереження простір умовно поділяють на *ближню* $r \ll r_{rp}$ та *дальню* зони $r \gg r_{rp} = \lambda / 2\pi$.

9. У *ближній* зоні електромагнітна хвиля *не* поширюється (це зона *індукції*) $\vec{P}_{сеп} = 0$.

10. У *ближній* зоні, так званого, *електричного* вібратора електромагнітне поле характеризують такі величини: $|Z_{\delta 3}^E| = 1 / \omega \varepsilon r$; $E \equiv 1 / r^3$; $H \equiv 1 / r^2$; $|Z_{\delta 3}^E| > |Z_{w0}| = \sqrt{\mu_0 / \varepsilon_0} = 120\pi$ Ом (поле *високоомне*).

11. У *ближній* зоні, так званого, *магнітного* вібратора електромагнітне поле характеризують такі величини: $|Z_{\delta 3}^H| = \omega \mu \varepsilon r$; $H \equiv 1 / r^3$; $E \equiv 1 / r^2$; $|Z_{\delta 3}^H| < |Z_{w0}| = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 120\pi$ Ом (поле *низькоомне*). Тому його важко екранувати,

що є дуже важливим під час розв'язку завдань забезпечення електромагнітної сумісності, зокрема, радіоелектронної апаратури.

12. У *дальній* зоні є електромагнітне поле (це зона *хвильового процесу*), у вільному просторі: $Z_{w0} = \sqrt{\mu_0 / \varepsilon_0}$; $E \equiv 1 / r$; $H \equiv 1 / r$.

13. У *проміжній* зоні силові лінії поля відокремлено від вібратора – починає формуватися електромагнітна хвиля.

14. З метою порівняння випромінюваної потужності різних випромінювачів за умови однакової сили струму введено поняття «*опір випромінювання*» R_{Σ} .

15. Для електричного вібратора (*диполя Герца*) рамки зі струмом та *щілинного* випромінювача опір випромінювання, відповідно: $R_{\Sigma} = 80\pi^2 (l / \lambda)^2$; $R_{\Sigma} = 320\pi^4 S^2 / \lambda^4$; $R_{\Sigma} = 45(\lambda / l)^2$ (для диполя Герца l – довжина вібратора, для щілинного – довжина щілини).

16. Інтенсивність випромінювання елементарних випромінювачів різна у різних напрямках, тому застосовують поняття – *характеристика спрямованості* $F(\theta, \varphi)$.

17. Для електричного та магнітного вібраторів характеристика спрямованості: $F(\theta, \varphi) = \sin \theta$; для елемента Гюйгенса $F(\theta, \varphi) = (1 + \cos \theta) / 2$.

18. Із застосуванням антени, складеної за принципом елемента Гюйгенса, можна визначити *напрямок* на джерело випромінювання (за зникнення сигналу).

7.6. Контрольні питання та завдання

1. Поясніть сутність, так званих, *елементарних* електричного та магнітного випромінювачів (емітерів).
2. Обґрунтуйте *алгоритм* (процедуру) розв'язку завдання визначення параметрів електромагнітного поля у точці спостереження.
3. Визначте *складники* електромагнітного поля, що створює *диполь Герца*.
4. Охарактеризуйте поняття «*гранична відстань*», визначте критерій поділу на *ближню* і *дальню* зони.
5. Визначте складники електромагнітного поля, що створює диполь Герца у *ближній зоні (індукції)*; охарактеризуйте залежності $E = f(r)$, $H = f(r)$ та наведіть графік залежності відношення E / H від відстані.
6. Визначте складники електромагнітного поля, що створює диполь Герца у *дальній зоні (випромінювання)*; охарактеризуйте залежності $E = f(r)$, $H = f(r)$ та наведіть графік залежності відношення E / H від відстані.
7. На підставі принципу *переставної двоїстості* визначте складники електромагнітного поля магнітного емітера.
8. Обґрунтуйте можливість застосування *рамки зі струмом* як елементарного магнітного емітера.
9. Визначте складники електромагнітного поля, що створює *рамка зі струмом* у *ближній зоні (індукції)*, охарактеризуйте залежності $E = f(r)$, $H = f(r)$ та наведіть графік залежності відношення E / H від відстані.
10. Визначте складники електромагнітного поля, що створює *рамка зі струмом* у *дальній зоні (випромінювання)*; охарактеризуйте залежності $E = f(r)$, $H = f(r)$ та наведіть графік залежності відношення E / H від відстані.
11. Охарактеризуйте елементарний *щілинний випромінювач*, наведіть формули для розрахунку проєкцій векторів електромагнітного поля в *дальній зоні* для *щілинного випромінювача*.
12. Поясніть сутність *потужності та опору* випромінювання на прикладах магнітних випромінювачів та диполя Герца.
13. Поясніть сутність поняття *характеристика спрямованості* та обґрунтуйте її форму для елементарних електричного та магнітного випромінювачів, елемента Гюйгенса.
14. Поясніть, чому *ближню зону* називають зоною *індукції*.
15. Поясніть, чому у *ближній зоні* $P_{\text{сеп}} = 0$.
16. Поясніть, чому *дальню зону* називають зоною *випромінювання*, або *електромагнітної хвилі*.
17. Поясніть, чому у *дальній зоні* $P_{\text{сеп}} \neq 0$.
18. Поясніть сутність відношення E/H для елементарних електричного та магнітного випромінювачів (емітерів) у *ближній та дальній зонах*.

19. Поясніть, чому застосування терміну «хвильовий імпеданс» *не* завжди є коректним.

20. Обґрунтуйте, застосування якого випромінювача дає можливість визначити напрям на джерело випромінювання.

21. Графічно наведіть характеристики спрямованості, тобто *діаграму спрямованості* диполя Герца та елемента Гюйгенса.

22. Поясніть, чому елементарний магнітний випромінювач (емітер) характеризують, як «низькоомний», а електричний – «високоомний». Яке це має практичне значення?

Далі проаналізуємо процеси (хвильові явища) на межі двох середовищ, як це є у реальних умовах поширення електромагнітних хвиль.

Розділ 8. ХВИЛЬОВІ ЯВИЩА НА МЕЖІ ДВОХ СЕРЕДОВИЩ

8.1. Основні поняття та закони

8.1.1. Процеси на межі двох середовищ

8.1.2. Закони Снеліуса

8.2. Похиле падіння електромагнітної хвилі на межу двох середовищ

8.2.1. Вектор напруженості електричного поля зорієнтовано перпендикулярно до площини падіння

8.2.2. Вектор напруженості електричного поля зорієнтовано паралельно площині падіння

8.3. Явище повного відбивання електромагнітної хвилі

8.4. Проходження електромагнітної хвилі без заломлення. Кут Брюстера

8.5. Утворення середовища без відбитих електромагнітних хвиль

8.6. Висновки

8.7. Контрольні питання та завдання

Під час опанування матеріалів цього розділу та після завершення ви маєте

знати:

- закони Снеліуса та їх застосування;
- сутність коефіцієнтів Френеля;
- особливості хвильових явищ на межі двох середовищ за умови похилого падіння електромагнітної хвилі;
- умови повного внутрішнього відбивання електромагнітної хвилі;
- умови повного проходження електромагнітної хвилі (кут Брюстера);
- принцип формування середовища без відбитих хвиль;
- формули коефіцієнтів Френеля за різної орієнтації вектора напруженості електричного поля стосовно площини падіння;

вміти:

- навести ілюстрацію процесу падіння плоскої електромагнітної хвилі на межу двох середовищ;
- вивести формули першого та другого законів Снеліуса;
- застосувати закони Снеліуса;
- обчислити коефіцієнти Френеля за різною орієнтацією векторів електромагнітного поля;
- визначити умови повного відбивання електромагнітної хвилі;
- обчислити кут Брюстера (кут, за якого відсутнє заломлення);
- обґрунтувати утворення середовища без відбитих радіохвиль.

набути досвід:

- опанування процесів падіння плоскої електромагнітної хвилі на межу двох середовищ;

- застосування законів Снеліуса;
- визначення коефіцієнтів Френеля за різною орієнтацією векторів електромагнітного поля;
- опанування умов проходження електромагнітної хвилі без заломлення або – повного відбивання.

8.1. Основні поняття та закони

За реальних умов поширення електромагнітних хвиль *на шляху радіолінії* є природні (пагорби, гори, ліси, річки, моря тощо) та штучні (житлові будинки, промислові будівлі, шахти і терикони тощо) *перешкоди* зі власними *електродинамічними параметрами*. В цьому розділі з'ясуємо, яким чином ці об'єкти впливають на процеси поширення електромагнітних хвиль, що описано у розділі 6. Отже, проаналізуємо закономірності явищ *падіння, відбивання, заломлення* електромагнітних хвиль за наявності на радіолінії об'єктів із різними електродинамічними параметрами.

8.1.1. Процеси на межі двох середовищ

Припустимо, що на межу двох середовищ (діелектриків без втрат) за кутом φ до нормалі падає плоска електромагнітна хвиля (пряма радіохвиля) – рис. 8.1 (1 – межа двох середовищ; 2 – нормаль до межі; 3 – фронт радіохвилі, що падає; 4 – вектор Пойнтінга радіохвилі, що падає; 5 – фронт відбитої радіохвилі; 6 – вектор Пойнтінга відбитої радіохвилі; 7 – фронт заломленої радіохвилі; 8 – вектор Пойнтінга заломленої радіохвилі).

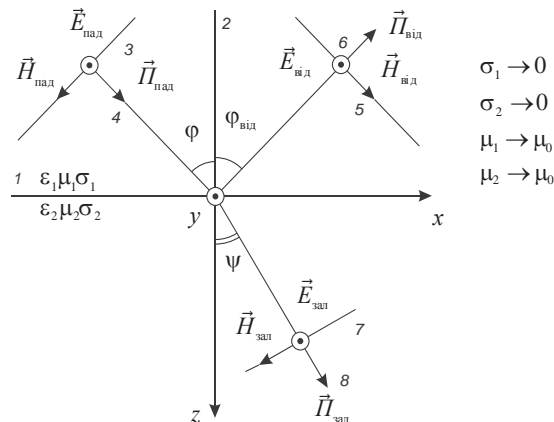


Рисунок 8.1. Процес падіння плоскої радіохвилі

Радіохвиля, що падає (символи 3, 4), частково відбивається (символи 5, 6) та проходить в інше середовище (символи 7, 8). Всі кути – падіння (φ), відбивання ($\varphi_{\text{від}}$) та заломлення (ψ) – визначають від нормалі (2) до межі розподілу (1).

Площина падіння радіохвилі – це площина, в якій розташовано *нормаль* до межі та *вектор Пойнтінга*.

Орієнтація векторів напруженості електричного поля \vec{E} та напруженості магнітного поля \vec{H} у площині падіння може бути довільною, і у цій площині їх можна розкласти на ортогональні. Тому окремо проаналізуємо ситуації: вектор \vec{E} розташовано *нормально* відносно площини падіння (горизонтальна поляризація) та вектор \vec{E} *паралельний* площині падіння (вертикальна поляризація).

Вектори напруженості електричного поля \vec{E} та напруженості магнітного поля \vec{H} довільної орієнтації можна отримати як *суперпозицію* цих двох окремих випадків.

Визначимо далі взаємозв'язок між *кутами падіння, відбивання, заломлення* та параметрами *середовища*, а також співвідношення між амплітудами радіохвиль: *тієї що падає, відбитої та заломленої*.

8.1.2. Закони Снеліуса

Нехай на межу двох різних діелектриків падає пласка лінійно поляризована радіохвиля, трансформацію якої можна описати гармонічними законами:

$$\dot{E}_{\text{пад}} = \dot{E}_{m1} e^{-j\beta l_1}, \quad (8.1)$$

$$\dot{E}_{\text{від}} = \dot{E}_{m2} e^{-j\beta l_2}, \quad (8.2)$$

$$\dot{E}_{\text{зал}} = \dot{E}_{m3} e^{-j\beta l_3}, \quad (8.3)$$

де l характеризує траєкторію поширення хвилі.

Згадаємо розв'язок хвильового рівняння (6.22) із заміною z на l :

$$E(t, l) = E_m e^{-\alpha l} \cos(\omega t - \beta l + \theta).$$

У ситуації поширення хвилі у середовищі без втрат (тобто $\sigma = 0$ та відповідно, $\alpha = 0$) маємо:

$$E(t, l) = E_m \cos(\omega t - \beta l + \theta),$$

або у комплексній формі:

$$\dot{E} = \dot{E}_m e^{j\omega t} e^{-j\beta l}.$$

Нагадаємо закони Снеліуса та їх обґрунтування.

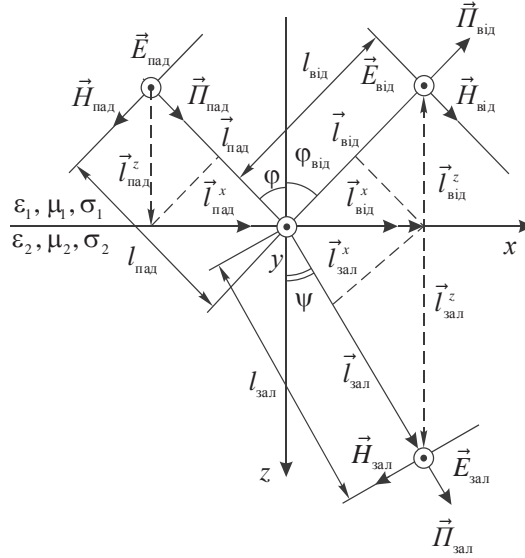


Рисунок 8.2. До обґрунтування законів Снеліуса

На основі рис. 8.2 наведемо траєкторії фронтів відповідних радіохвиль за осями координат та запишемо:

$$l_{\text{пад}} = l_{\text{пад}}^x + l_{\text{пад}}^z = x \sin \varphi + z \cos \varphi, \quad (8.4)$$

$$l_{\text{від}} = l_{\text{від}}^x + l_{\text{від}}^z = x \sin \varphi_{\text{від}} + z \cos \varphi_{\text{від}}, \quad (8.5)$$

$$l_{\text{зал}} = l_{\text{зал}}^x + l_{\text{зал}}^z = x \sin \psi + z \cos \psi. \quad (8.6)$$

Після підстановки (8.4)...(8.6) у (8.1)...(8.3), відповідно, отримаємо:

$$\dot{E}_{\text{пад}} = \dot{E}_{m \text{ пад}} e^{-j\beta_1(x \sin \varphi + z \cos \varphi)}, \quad (8.7)$$

$$\dot{E}_{\text{від}} = \dot{E}_{m \text{ від}} e^{-j\beta_1(x \sin \varphi_{\text{від}} - z \cos \varphi_{\text{від}})}, \quad (8.8)$$

$$\dot{E}_{\text{зал}} = \dot{E}_{m \text{ зал}} e^{-j\beta_2(x \sin \psi + z \cos \psi)}. \quad (8.9)$$

Всі ці складники на межі (тобто за $z=0$) визначаємо за граничними умовами:

$$E_{\tau 1} = E_{\tau 2} \Big|_{z=0}. \quad (8.10)$$

Тоді вони такі:

$$\dot{E}_{m x \text{ пад}} e^{-j\beta_1 x \sin \varphi} + \dot{E}_{m x \text{ від}} e^{-j\beta_1 x \sin \varphi_{\text{від}}} = \dot{E}_{m x \text{ зал}} e^{-j\beta_2 x \sin \psi}. \quad (8.11)$$

Співвідношення (8.11) є слушним для будь-яких значень x , а це можливо, якщо показники степенів дорівнюють одне одному, тобто:

$$\beta_1 \sin \varphi = \beta_1 \sin \varphi_{\text{від}} = \beta_2 \sin \psi. \quad (8.12)$$

За однакових середовищ на підставі перших двох компонентів (8.12) маємо:

$$\beta_1 \sin \varphi = \beta_1 \sin \varphi_{\text{від}} = \beta_2 \sin \psi ,$$

тобто

$$\varphi = \varphi_{\text{від}} , \quad (8.13)$$

отже, кут відбивання дорівнює куту падіння – перший закон Снеліуса.

За другим законом Снеліуса – відношення синусів кутів падіння і заломлення обернено пропорційне до відношення коефіцієнтів β відповідних середовищ, що впливає з рівності першого та третього компонентів (8.12):

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \psi} = \frac{\beta_2}{\beta_1} . \quad (8.14)$$

У цій ситуації коефіцієнти β за своєю сутністю є коефіцієнтами заломлення n :

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\beta_2}{\beta_1} .$$

Для середовища без втрат ($\sigma_1 \rightarrow 0, \sigma_2 \rightarrow 0$):

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\beta_2}{\beta_1} = \frac{\omega \sqrt{\frac{\varepsilon_2 \mu_2}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma_2}{\omega \varepsilon_2} \right)^2} + 1 \right]}}{\omega \sqrt{\frac{\varepsilon_1 \mu_1}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma_1}{\omega \varepsilon_1} \right)^2} + 1 \right]}} = \frac{\sqrt{\varepsilon_2 \mu_2}}{\sqrt{\varepsilon_1 \mu_1}} , \quad (8.14a)$$

та за умови немагнітних середовищ (тобто, якщо $\mu_1 = \mu_0, \mu_2 = \mu_0$), маємо:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sqrt{\varepsilon_2}}{\sqrt{\varepsilon_1}} = \frac{\sqrt{\varepsilon_{r2}}}{\sqrt{\varepsilon_{r1}}} . \quad (8.14б)$$

Зв'язок між амплітудами радіохвиль: прямої (що падає), заломленої та відбитої встановлюють коефіцієнтами *відбиття* та *заломлення*, які називають *коефіцієнти Френеля*.

Коефіцієнт відбиття хвилі \dot{R} (від англ. *reflection* – «відбиття»):

$$\dot{R} = \frac{\dot{E}_{\text{від}}}{\dot{E}_{\text{пад}}} . \quad (8.15)$$

Коефіцієнт заломлення хвилі (*refraction factor*), проте у літературі його позначення – літера T (від англ. *transmission*, або *transmittance* – «проходження»):

$$\dot{T} = \frac{\dot{E}_{\text{зал}}}{\dot{E}_{\text{пад}}} . \quad (8.16)$$

Визначимо коефіцієнти Френеля через параметри середовищ з урахуванням кутів падіння, заломлення та відбивання.

З'ясуємо дві ситуації: вектор напруженості електричного поля \vec{E} зорієнтовано *перпендикулярно* до площини падіння та *паралельно* площині падіння. Вплив орієнтації векторів на загальну картину поля ілюструє рис. 8.3.

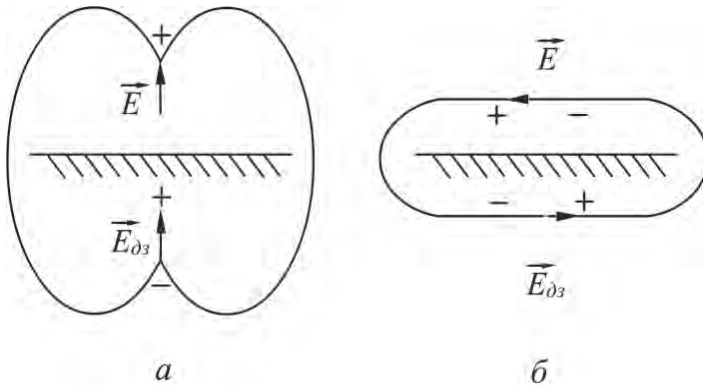


Рисунок 8.3. Картина поля з різною орієнтацією вектора \vec{E} :
 a – вертикальна, b – горизонтальна

Вектори побудовано на підставі принципу дзеркального відображення. Картини поля є *різні* для *різної орієнтації* векторів напруженості електричного поля \vec{E} та напруженості магнітного поля \vec{H} , тому аналізувати їх слід *окремо*.

8.2. Похиле падіння електромагнітної хвилі на межу двох середовищ

8.2.1. Вектор напруженості електричного поля зорієнтовано перпендикулярно до площини падіння

Процес падіння хвилі за умови орієнтації вектора напруженості електричного поля перпендикулярно до площини падіння (горизонтальна поляризація) наведено на рис. 8.4.

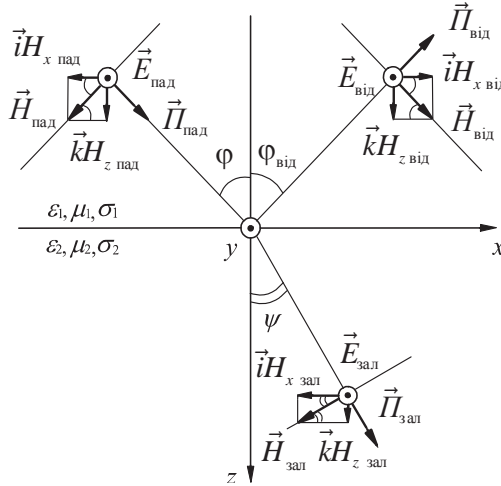


Рисунок 8.4. Процес падіння електромагнітної хвилі з вектором \vec{E} , розташованим перпендикулярно до площини падіння

Як відомо, на межі двох середовищ значення тангенціальних складників \vec{E} (рис.8.4) у цих середовищах однакове:

$$\dot{E}_{\tau 1} = \dot{E}_{\tau 2},$$

тобто на межі ($z = 0$) маємо:

$$\dot{E}_{\text{пад}} + \dot{E}_{\text{від}} = \dot{E}_{\text{зал}}. \quad (8.17)$$

За умови відсутності поверхневого струму на межі також маємо:

$$\dot{H}_{\tau 1} = \dot{H}_{\tau 2},$$

Тобто проекції на осі z

$$\left(\dot{H}_{\text{пад}} + \dot{H}_{\text{від}} \right) \cos \varphi = -\dot{H}_{\text{зал}} \cos \psi, \quad (8.18)$$

або

$$\left(-\dot{H}_{\text{пад}} + \dot{H}_{\text{від}} \right) = \dot{H}_{\text{зал}} \frac{\cos \psi}{\cos \varphi}. \quad (8.18a)$$

З урахуванням $\dot{H} = \frac{\dot{E}}{Z_w}$ отримаємо з (8.18) та (8.18a):

$$\left(\dot{E}_{\text{пад}} - \dot{E}_{\text{від}} \right) = \dot{E}_{\text{зал}} \frac{Z_{w1} \cos \psi}{Z_{w2} \cos \varphi}. \quad (8.19)$$

На підставі (8.15) та (8.16) після перетворень (8.17) і (8.19) отримаємо:

$$\left. \begin{aligned} 1 + \dot{R}_\perp &= \dot{T}_\perp \\ 1 - \dot{R}_\perp &= \dot{T}_\perp \frac{\dot{Z}_{w1} \cos \psi}{\dot{Z}_{w2} \cos \varphi} \end{aligned} \right\} \quad (8.20)$$

Після розв'язання системи (8.20) для вектора напруженості електричного поля \vec{E} , перпендикулярного до площини падіння, отримуємо коефіцієнти Френеля (проходження та відбиття відповідно):

$$\dot{T}_\perp = \frac{2\dot{Z}_{w2} \cos \varphi}{\dot{Z}_{w2} \cos \varphi + \dot{Z}_{w1} \cos \psi}, \quad (8.21)$$

$$\dot{R}_\perp = \frac{\dot{Z}_{w2} \cos \varphi - \dot{Z}_{w1} \cos \psi}{\dot{Z}_{w2} \cos \varphi + \dot{Z}_{w1} \cos \psi}. \quad (8.22)$$

8.2.2. Вектор напруженості електричного поля зорієнтовано паралельно площині падіння

Процес падіння хвилі за умови орієнтації вектора напруженості електричного поля паралельно площині падіння (вертикальна поляризація) наведено на рис. 8.5.

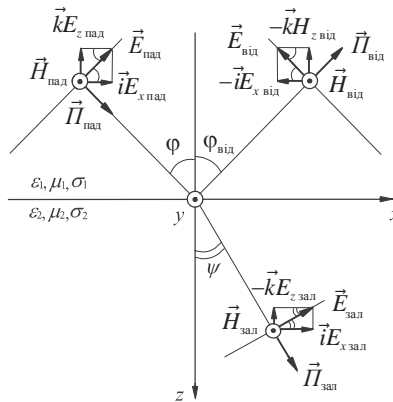


Рисунок 8.5. Процес падіння електромагнітної хвилі з вектором \vec{E} , розташованим паралельно площині падіння

На межі двох середовищ значення тангенціальних складників вектора \vec{H} (рис. 8.5) у цих середовищах однакове, тобто за ($z = 0$) маємо:

$$\dot{H}_{\tau 1} = \dot{H}_{\tau 2},$$

$$\dot{H}_{\text{пад}} + \dot{H}_{\text{від}} = \dot{H}_{\text{зал}}. \quad (8.23)$$

За умови відсутності поверхневого струму на межі також є однаковими:

$$\dot{E}_{\tau 1} = \dot{E}_{\tau 2},$$

тобто, проекції на вісь x

$$\left(\dot{E}_{\text{пад}} - \dot{E}_{\text{від}} \right) \cos \varphi = \dot{E}_{\text{зал}} \cos \psi, \quad (8.24)$$

або:

$$\dot{E}_{\text{пад}} - \dot{E}_{\text{від}} = \dot{E}_{\text{зал}} \frac{\cos \psi}{\cos \varphi}. \quad (8.25)$$

На підставі (8.23) з урахуванням того, що $\dot{H} = \frac{\dot{E}}{Z_w}$, отримаємо:

$$\dot{E}_{\text{пад}} - \dot{E}_{\text{від}} = \dot{E}_{\text{зал}} \frac{\dot{Z}_{w1}}{\dot{Z}_{w2}}. \quad (8.26)$$

З рівнянь (8.25) та (8.26) після відповідних перетворень отримаємо:

$$\left. \begin{aligned} 1 + \dot{R}_{\text{II}} &= \dot{T}_{\text{II}} \frac{\dot{Z}_{w1}}{\dot{Z}_{w2}} \\ 1 - \dot{R}_{\text{II}} &= \dot{T}_{\text{II}} \frac{\cos \psi}{\cos \varphi} \end{aligned} \right\}. \quad (8.27)$$

За розв'язання системи рівнянь (8.27) для вектора, паралельного площині падіння, отримаємо коефіцієнти Френеля (*проходження та відбиття*, відповідно)

$$\dot{T}_{\text{II}} = \frac{2\dot{Z}_{w2}\cos\varphi}{\dot{Z}_{w2}\cos\psi + \dot{Z}_{w1}\cos\varphi}, \quad (8.28)$$

$$\dot{R}_{\text{II}} = \frac{\dot{Z}_{w1}\cos\varphi - \dot{Z}_{w2}\cos\psi}{\dot{Z}_{w2}\cos\psi + \dot{Z}_{w1}\cos\varphi}. \quad (8.29)$$

Далі з'ясуємо умови відбивання електромагнітної хвилі *без заломлення*.

8.3. Явище повного відбивання електромагнітної хвилі

Визначимо кут падіння електромагнітної хвилі на межу двох діелектриків, за якого *заломлена хвиля відсутня* – рис. 8.6. Вважаємо, що: $\varepsilon_1 \neq \varepsilon_2$ та $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$.

Результати різні для різних співвідношень між ε_1 та ε_2 .

За другим законом Снеліуса:

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \psi} = \sqrt{\frac{\varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r1}}} \quad (8.30)$$

Умові $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$ відповідає нерівність $\varphi < \psi$.

Оскільки для кутів φ та ψ співвідношення (рис. 8.6) визначає другий закон Снеліуса, тому зі збільшенням кута падіння кут заломлення також зростає. За умов деякого кута $\varphi = \varphi_0$ кут заломлення сягає 90 градусів.

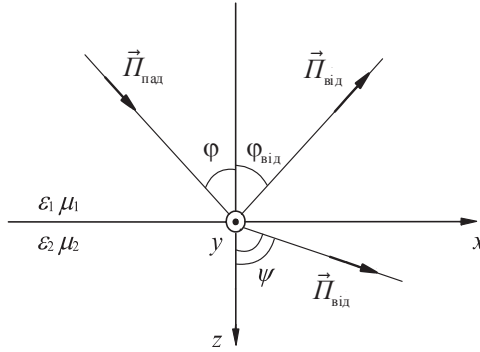


Рисунок 8.6. До визначення кута повного внутрішнього відбиття

Отже, за цих умов електромагнітна хвиля поширюється лише у *приграничному прошарку без проникнення* в інше середовище. Тобто якщо $\varphi \geq \varphi_0$, можна вважати, що заломлення хвилі відсутнє, а є *повне внутрішнє відбивання*. Таким чином для $\sin \psi = 1$ отримаємо:

$$\sin \varphi_0 = \sqrt{\frac{\varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r1}}} \quad (8.31)$$

Кут, за якого заломлення немає:

$$\varphi_0 = \arcsin \sqrt{\frac{\varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r1}}} \quad (8.32)$$

З (8.31) випливає, що явище повного внутрішнього відбивання є можливим, якщо $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$. Ситуація $\varepsilon_1 < \varepsilon_2$ є неможливою, бо за визначенням, завжди $\sin \varphi \leq 1$.

Далі з'ясуємо іншу ситуацію – *відсутність* відбивання.

8.4. Проходження електромагнітної хвилі без заломлення. Кут Брюстера

З'ясуємо, за яких умов хвиля, що падає на межу двох середовищ, повністю проходить в інше середовище *без відбивання* від границі, тобто $R = 0$, $T = 1$ для двох ситуацій розташування вектора напруженості електричного поля \vec{E} відносно площини падіння.

Кут падіння хвилі, за якого відсутнє відбиття від границі розподілу, має назву *кут Брюстера*.

Спочатку проаналізуємо ситуацію, якщо вектор напруженості електричного поля \vec{E} зорієнтовано *паралельно площині падіння*.

Коефіцієнт відбиття для цієї ситуації отримуємо як результат ділення чисельника та знаменника (8.29) на Z_{w1} :

$$\dot{R}_{\parallel} = \frac{\frac{\dot{Z}_{w1}}{\dot{Z}_{w2}} \cos \varphi - \cos \psi}{\frac{\dot{Z}_{w1}}{\dot{Z}_{w2}} \cos \varphi + \cos \psi}. \quad (8.33)$$

За умови $\varepsilon_1 \neq \varepsilon_2$ та $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$ ($\sigma \Rightarrow 0$) маємо:

$$\frac{\dot{Z}_{w1}}{\dot{Z}_{w2}} = \frac{\sqrt{\frac{j\omega\mu_1}{j\omega\varepsilon_1 + \sigma}}}{\sqrt{\frac{j\omega\mu_2}{j\omega\varepsilon_2 + \sigma}}} = \frac{\sqrt{\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}}}{\sqrt{\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}}} = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}. \quad (8.34)$$

Підставимо у (8.33) формулу (8.34):

$$\dot{R}_{\parallel} = \frac{\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} \cos \varphi - \cos \psi}{\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} \cos \varphi + \cos \psi}. \quad (8.35)$$

За умови $R_{\parallel} = 0$ маємо з (8.35):

$$\cos \psi = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} \cos \varphi_{\text{Бр}}, \quad (8.36)$$

де $\varphi_{\text{Бр}}$ – *кут Брюстера*.

Після деяких тригонометричних перетворень та застосування другого закону Снеліуса визначимо кут Брюстера: за умови *паралельної орієнтації вектора* напруженості електричного поля до площини падіння за формулою:

$$\varphi_{\text{Бр}} = \arctg \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}. \quad (8.37)$$

Далі проаналізуємо ситуацію, якщо вектор напруженості електричного поля \vec{E} зорієнтовано *перпендикулярно до площини падіння*.

За аналогічним підходом, як для попередньої ситуації, із урахуванням \dot{R}_{\perp} з (8.22) після перетворень маємо:

$$\dot{R}_\perp = \frac{\cos \varphi_{\text{Бр}} - \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} \cos \psi}{\cos \varphi_{\text{Бр}} + \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} \cos \psi}. \quad (8.38)$$

За умови $\dot{R}_\perp = 0$ маємо:

$$\cos \varphi_{\text{Бр}} = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} \cos \psi, \quad (8.39)$$

Після деяких тригонометричних перетворень та застосування другого закону Снеліуса отримуємо *тотожність*

$$1 - \sin^2 \varphi_{\text{Бр}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} - \sin^2 \varphi_{\text{Бр}}, \quad (8.40)$$

$$1 = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}, \text{ або } \varepsilon_2 = \varepsilon_1. \quad (8.40a)$$

Співвідношення (8.40a) показує, що *повне проходження* електромагнітної хвилі за умови, якщо вектор напруженості електричного поля є *нормальним площині падіння*, можливе лише, якщо $\varepsilon_2 = \varepsilon_1$, тобто в однорідному середовищі, а це означає, що *межі розподілу немає*.

8.5. Утворення середовища без відбитих електромагнітних хвиль

Для виготовлення безлунних приміщень, в яких, наприклад, випробовують антенні пристрої, іншу радіоелектронну апаратуру, потрібні штучні матеріали, які не відбивають електромагнітні хвилі, а їх *поглинають, або/та розсіюють у локальному об'ємі*.

З формули $R = \frac{Z_{w2} - Z_{w1}}{Z_{w2} + Z_{w1}}$ (нормальне падіння електромагнітної хвилі на

границю розподілу) випливає, що коефіцієнт відбиття від границі розподілу дорівнює нулю лише за умови $Z_{w2} = Z_{w1}$. Ця рівність еквівалентна такій:

$$\mu_2 / \varepsilon_2 = \mu_1 / \varepsilon_1. \quad (8.41)$$

На сьогодні не існує середовищ, у яких співвідношення (8.41) актуальне у широкому діапазоні частот.

Практичний метод створення не відбивального середовища полягає у застосуванні ефекту багатократних *відбивань або розсіяння та поглинань*. Прик-

лад об'єкта, поверхня якого виконана як пірамідальні структури, наведено на рис. 8.7.

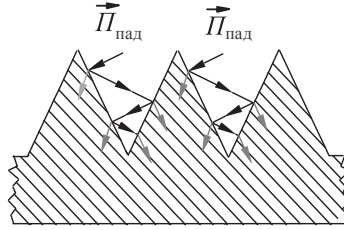


Рисунок 8.7. До утворення середовища, що поглинає та локально розсіює електромагнітні хвилі

Таким чином, у ситуації похилого падіння плоскої електромагнітної хвилі в пазах структури відбуватимуться багатократні відбивання, кожне з яких супроводжується поглинанням частини енергії хвилі.

8.6. Висновки

1. За умов падіння електромагнітної хвилі на межу двох середовищ відбувається *відбивання та заломлення хвилі*.

2. Перший закон Снеліуса – кут *відбивання* дорівнює куту *падіння*:
 $\varphi_{\text{від}} = \varphi_{\text{пад}}$.

3. Другий закон Снеліуса – *відношення синусів* кутів падіння і заломлення *обернено пропорційне* відношенню коефіцієнтів заломлення відповідних середовищ:

$$\frac{\sin \varphi_{\text{пад}}}{\sin \varphi_{\text{зал}}} = \frac{\beta_2}{\beta_1} = \sqrt{\frac{\varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r1}}}.$$

4. Співвідношення між амплітудами хвилі, що падає, відбитої та заломленої хвиль визначають *коефіцієнтами Френеля*, відповідно – R та T .

5. Коефіцієнти Френеля для ситуації, якщо вектор напруженості електричного поля \vec{E} розташовано *перпендикулярно* до площини падіння:

$$\dot{T}_{\perp} = \frac{2\dot{Z}_{w2}\cos\varphi}{\dot{Z}_{w2}\cos\varphi + \dot{Z}_{w1}\cos\psi}, \quad \dot{R}_{\perp} = \frac{\dot{Z}_{w2}\cos\varphi - \dot{Z}_{w1}\cos\psi}{\dot{Z}_{w2}\cos\varphi + \dot{Z}_{w1}\cos\psi}.$$

6. Коефіцієнти Френеля для ситуації, якщо вектор напруженості електричного поля \vec{E} розташовано *паралельно* площині падіння:

$$\dot{T}_{\parallel} = \frac{2\dot{Z}_{w2}\cos\varphi}{\dot{Z}_{w2}\cos\psi + \dot{Z}_{w1}\cos\varphi}, \quad \dot{R}_{\parallel} = \frac{\dot{Z}_{w1}\cos\varphi - \dot{Z}_{w2}\cos\psi}{\dot{Z}_{w2}\cos\psi + \dot{Z}_{w1}\cos\varphi}.$$

7. Явище повного внутрішнього відбивання можливе лише за умови: $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$. Кут, за якого заломлення відсутнє: $\varphi_0 = \arcsin \sqrt{\frac{\varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r1}}}$.

8. Кут падіння хвилі, за якого відсутнє відбивання від границі розподілу двох середовищ, має назву *кут Брюстера*.

9. Для ситуації, якщо вектор напруженості електричного поля \vec{E} розташовано паралельно площині падіння: $\varphi_{\text{Бр}} = \arctg \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}$.

10. Для ситуації, якщо вектор напруженості електричного поля \vec{E} розташовано перпендикулярно площині падіння, повне проходження може бути лише за $\varepsilon_2 = \varepsilon_1$, тобто в однорідному середовищі.

11. Практичний метод створення невідбивального середовища реалізовано внаслідок ефектів багатократного відбивання та поглинання із застосуванням пірамідальних структур.

8.7. Контрольні питання та завдання

1. Сформулюйте загальні положення процесу падіння електромагнітних хвиль на межу середовищ та наведіть визначення поняття «площина падіння хвилі».

2. Охарактеризуйте закони Снеліуса.

3. Поясніть, за яких умов відбувається відбивання та заломлення електромагнітної хвилі.

4. Сформулюйте сутність коефіцієнтів відбиття та проходження електромагнітної хвилі (коефіцієнти Френеля).

5. Визначте коефіцієнти Френеля за умови похилого падіння електромагнітної хвилі на межу двох середовищ, якщо вектор напруженості електричного поля \vec{E} зорієнтовано перпендикулярно до площини падіння.

6. Визначте коефіцієнти Френеля за умови похилого падіння електромагнітної хвилі на межу двох середовищ, якщо вектор напруженості електричного поля \vec{E} зорієнтовано паралельно площині падіння.

7. Наведіть сутність і умови явища повного внутрішнього відбивання.

8. Наведіть сутність явища безпосереднього проходження електромагнітних хвиль, визначте умови, за яких воно є, та сформулюйте сутність поняття «кут Брюстера».

9. Поясніть практичну реалізацію невідбивального середовища.

Далі з'ясуємо особливості хвильових явищ над плоскою ідеально-провідною поверхнею, яка є моделлю деяких приладів та компонентів надвисокочастотного обладнання, зокрема хвилеводів.

Розділ 9. ПОШИРЕННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ХВИЛЬ НАД ПЛАСКОЮ ІДЕАЛЬНО-ПРОВІДНОЮ ПОВЕРХНЕЮ

9.1. Загальні поняття

9.1.1. Типи хвиль

9.1.2. Поняття рухомої хвилі та нерухомої хвилі

9.1.3. Фазова та групова швидкості

9.2. Структура електромагнітного поля над ідеально-провідною поверхнею

9.2.1. Вектор напруженості електричного поля зорієнтовано перпендикулярно до площини падіння

9.2.2. Вектор напруженості електричного поля зорієнтовано паралельно площині падіння

9.3. Висновки

9.4. Контрольні питання та завдання

Під час роботи з матеріалом цього розділу та після завершення ви маєте

знати:

- ознаки типів хвиль;
- які швидкості характеризують поширення електромагнітної хвилі у напів-обмеженому просторі;
- сутність поняття «рухома хвиля» та «нерухома хвиля»;
- поняття характеристичного опору за умови падіння електромагнітної хвилі на ідеально-провідну поверхню;
- структуру електромагнітного поля над ідеально-провідною поверхнею за різної орієнтації вектора напруженості електричного поля \vec{E} стосовно площини падіння;

вміти:

- пояснити сутність понять «коефіцієнт рухомої хвилі», «коефіцієнт нерухомої хвилі»;
- навести картину складників електромагнітного поля для різних орієнтацій вектора напруженості електричного поля \vec{E} ;
- визначити швидкість фронту, фази та групову, пояснити зв'язок між ними;
- обчислити характеристичний опір;
- описати структуру електромагнітного поля над ідеально-провідною поверхнею за різної орієнтації вектора напруженості електричного поля \vec{E} стосовно площини падіння;

набути досвід:

- визначення типів та швидкостей поширення радіохвиль;
- застосування понять «рухома хвиля», «нерухома хвиля»;

– складання структури електромагнітного поля над ідеально-провідною поверхнею за різної орієнтації вектора напруженості електричного поля \vec{E} стосовно площини падіння.

9.1. Загальні поняття

У розділі 1 (рис.1.1) показано, що у комплексі радіоканалу є *фідер*. Широко застосовним різновидом фідера є *хвилевод*, виконаний із провідного матеріалу, моделлю якого доцільно вважати *ідеальний провідник*. Далі проаналізуємо процес поширення радіохвиль на межі двох середовищ за умови, якщо одне з них є *ідеально-провідним*.

9.1.1. Типи хвиль

Як відомо (підрозділ 6.2), електромагнітні хвилі можна розділити на дві групи. До першої групи належать ті, що мають лише *поперечні (transversal)* складники – це пари: E_x-H_y і E_y-H_x , а *поздовжні (longitudinal)* відсутні. Оскільки є лише *поперечні* складники, то така хвиля має назву *хвиля типу Т*, або *поперечна електромагнітна (transverse electromagnetic – ТЕМ)*.

Проте у замкненому просторі можуть існувати також хвилі іншої групи, тобто хвилі, до складу яких входять складники H_z та E_z : за $H_z \neq 0$ та $E_z = 0$, або за $E_z \neq 0$ та $H_z = 0$. Ці хвилі, відповідно, мають назву *поздовжні хвилі типу Н*, або *поперечно-електричні (transverse electric – ТЕ)* та *поздовжні хвилі типу Е*, або *поперечно-магнітні (transverse magnetic – ТМ)*.

Нижче покажемо, яким чином поширюються електромагнітні хвилі над ідеально-провідною поверхнею з урахуванням граничних умов.

Залежно від орієнтації вектора напруженості електричного поля \vec{E} відносно площини падіння, у хвилеводі виникають хвилі або типу Е, або типу Н.

Відзначимо, якщо у хвилеводі передають багато частотний сигнал (із широким спектром), – кожна гармоніка поширюється зі своїми груповою та фазовою швидкостями.

Порядок хвилі визначають індексами: E_{mn} , H_{mn} , де m та n – кількість цілих напівхвиль, відповідно, вздовж осі x та вздовж осі y . Тобто кількість нерухомих напівхвиль на стінці вздовж осі x визначає індекс m , а вздовж осі y – n .

Для хвилеводу з круговим перерізом:

– m є кількість нерухомих напівхвиль, що укладено на половині довжини кола;

– n є кількість максимумів поля вздовж радіуса.

Щоб навчитись побудувати структуру поля хвилі будь-якого порядку, доцільно починати з хвиль *найпростіших типів*: H_{10} , H_{11} , E_{11} . Для цього необхідно дотримуватись таких правил:

– на стінках хвильоводу завжди виконано граничні умови:

$$E_{\tau} = 0, E_n \neq 0, H_{\tau} \neq 0, H_n = 0;$$

тобто *силові лінії вектора \vec{E}* завжди *нормальні* до стінки хвильоводу, а \vec{H} – *дотичні*;

– у будь-якій точці простору вектори \vec{E} та \vec{H} завжди *взаємно перпендикулярні*;

– силові лінії векторів \vec{E} для радіохвиль найпростіших типів починаються і закінчуються на стінках хвильоводу, а силові лінії векторів \vec{H} завжди замкнено. У хвилях більш вищих порядків ($m, n \geq 2$) силові лінії векторів \vec{E} також утворюють вихори.

9.1.2. Поняття рухомої та нерухомої хвиль

Нехай на ідеально-провідну поверхню падає однорідна *пласка поперечна* хвиля (хвиля типу Т). Оскільки глибина проникнення в ідеальному провіднику прямує до нуля ($\sigma \Rightarrow \infty$):

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}} \Rightarrow 0,$$

хвиля, що падає, *повністю відбивається*, а це спричиняє утворення *двох* плоских хвиль: такої, що *падає* та *відбитої*. У результаті маємо вектор:

$$\vec{\Pi}_{\text{рез}} = \vec{\Pi}_{\text{пад}} + \vec{\Pi}_{\text{від}}. \quad (9.1)$$

Звертаємо увагу на те, що цей вектор орієнтовано паралельно осі z . Тобто, якщо кут падіння $\varphi = 0$, то $\vec{\Pi}_{\text{рез}} \Rightarrow 0$; а якщо $\varphi = 90^\circ$ – $\vec{\Pi}_{\text{рез}} \Rightarrow \max$ (рис. 9.1).

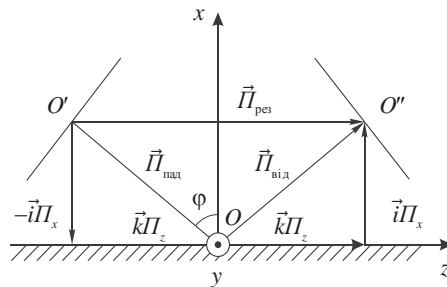


Рисунок 9.1. Процес похилого падіння електромагнітної хвилі на ідеально-провідну поверхню

Зі змінням кута падіння φ змінюється розподіл складників енергії електромагнітного поля. Розкладемо вектор Пойнтінга цих двох пласких хвиль: *що падає*, та *відбитої* уздовж координатних осей:

$$\vec{\Pi}_{\text{пад}} = -i\Pi_{x\text{пад}} + k\Pi_{z\text{пад}}, \quad (9.2)$$

$$\vec{\Pi}_{\text{від}} = -i\Pi_{x\text{від}} + k\Pi_{z\text{від}}. \quad (9.2a)$$

Умови перенесення енергії вздовж осей x і z різні (складники вздовж осі z $\Pi_{z\text{пад}}$ та $\Pi_{z\text{від}}$ – скеровано однаково, складники вздовж осі x $\Pi_{x\text{пад}}$ та $\Pi_{x\text{від}}$ – протилежно). Отже, усереднено за період вздовж осі z є *перенесення* енергії, а вздовж осі x – *немає*.

Режим, за якого є перенесення енергії – *хвильовий режим* (рухома хвиля), а режим, за якого немає перенесення енергії – *коливальний режим* (нерухома хвиля) – рис. 9.2 та рис. 9.7. Таким чином, за $\varphi = 0$ сформовано режим *нерухомої* хвилі; $\varphi = 90^\circ$ – режим *рухомої* хвилі; $0 \leq \varphi \leq 90^\circ$ – *комбінований режим*: існують рухома та нерухома хвилі.

Нехай у момент часу $t = 0$ фронт хвилі, що падає, є у вільному просторі у точці O' , а в момент $t = T$ у точці O'' . Якщо T – період гармонічного процесу, то відстань між точками O' та O'' відповідає довжині хвилі у вільному просторі λ . *Довжина хвилі* – це мінімальна відстань між двома точками з однаковою фазою. Такі відстані показано на осях x і z , та позначено $\lambda_{\text{нр}}$, $\lambda_{\text{р}}$ – довжини *нерухомої* та *рухомої* хвиль відповідно.

З'ясуємо, як між собою співвідносяться ці три довжини хвиль.

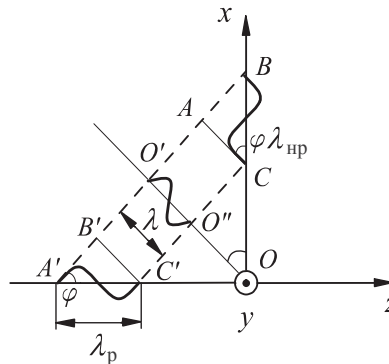


Рисунок 9.2. До визначення режиму хвиль

Із трикутника $\triangle ABC$: $\cos \varphi = \lambda / \lambda_{\text{нр}}$. Із трикутника $\triangle ACB$: $\sin \varphi = \lambda / \lambda_{\text{р}}$ тобто маємо – довжина нерухомої хвилі:

$$\lambda_{\text{нр}} = \frac{\lambda}{\cos \varphi}, \quad (9.3)$$

– довжина рухомої хвилі:

$$\lambda_p = \frac{\lambda}{\sin \varphi} . \quad (9.4)$$

З (9.3) та (9.4) також випливає, якщо $\varphi = 0$, то рухомої хвилі немає ($\lambda_p \Rightarrow \infty$), а якщо $\varphi = 90^\circ$ – немає нерухомої хвилі ($\lambda_{нр} \Rightarrow \infty$). Ці положення ілюструє рис. 9.3.

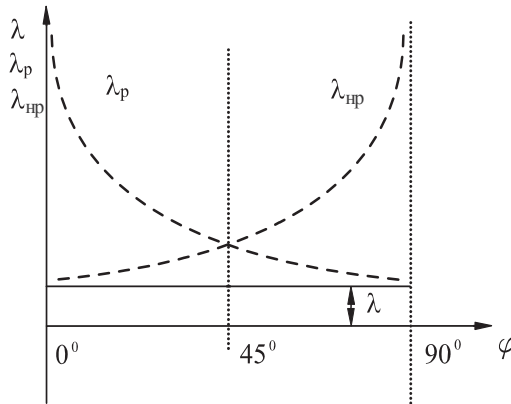


Рисунок 9.3. Залежності довжин хвиль від кута падіння

Далі з'ясуємо особливості швидкостей поширення електромагнітних хвиль.

9.1.3. Фазова та групова швидкості

Нехай у деякий момент часу t фронт хвилі, що падає, є у точці O' , а через інтервал Δt – O'' (рис. 9.4). За визначенням, фронт однорідної плоскої хвилі є поверхнею однакових фаз. Тому переміщення фронту хвилі еквівалентне переміщенню деякого фазового стану з точки O' , в точку O'' зі швидкістю у діелектрику $v = 1/\sqrt{\epsilon\mu}$.

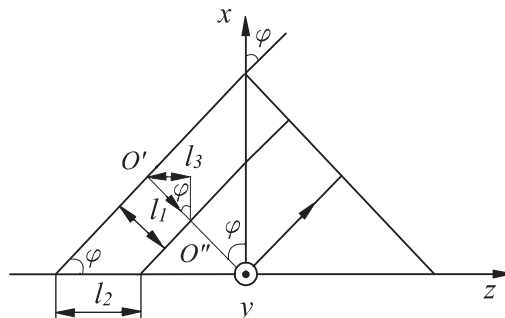


Рисунок 9.4. До визначення понять швидкостей електромагнітної хвилі

З рис. 9.4 випливає, що ця швидкість є *швидкістю фронту* хвилі, яку визначає формула:

$$v_{\text{фр}} = \frac{l_1}{\Delta t}. \quad (9.5)$$

Оскільки отримана хвиля пересувається вздовж осі z , визначимо швидкість зміщення фазового фронту хвилі у цьому напрямі – тобто *фазову швидкість*:

$$v_{\text{фз}} = \frac{l_2}{\Delta t} = \frac{l_1}{\Delta t} \frac{l_2}{l_1} = \frac{v_{\text{фр}}}{\sin \varphi}. \quad (9.6)$$

З формули (9.6) випливає, що фазова швидкість може *перевищувати* швидкість світла. Ця обставина не суперечить законам фізики, оскільки поняття фази не пов'язане з процесами перетворення енергії та матерії. Фаза – це *математична характеристика* стану процесу, яка може змінюватись з будь-якою швидкістю, а також миттєво, тобто з необмежено великою швидкістю. З'ясуємо дві ситуації: якщо кут $\varphi = 0$, тоді – фронт хвилі «пласко» падає на площину, тобто дотикається до неї всіма точками (тоді $v_{\text{фз}} \rightarrow \infty$) та якщо $\varphi = \pi/2$ – фронт хвилі рухається вздовж площини, а фазовий стан у довільній точці на площині змінюється зі швидкістю світла (у вільному просторі).

Визначимо швидкість поширення енергії, яка має назву *групова швидкість*. Нехай у момент t в точці O' маємо певний запас енергії. За проміжок часу Δt ця енергія «зміститься» у точку O'' вздовж осі z зі швидкістю:

$$v_{\text{грп}} = \frac{l_3}{\Delta t} = \frac{l_1}{\Delta t} \frac{l_3}{l_1} = v_{\text{фр}} \sin \varphi. \quad (9.7)$$

Ця швидкість не перевищує швидкість світла. Залежності значень швидкостей $v_{\text{фр}}$, $v_{\text{фз}}$, $v_{\text{грп}}$ від кута падіння φ наведено на рис. 9.5.

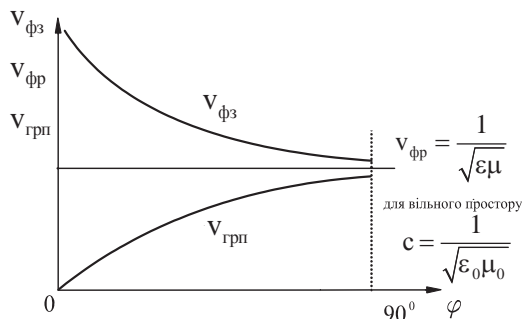


Рисунок 9.5. Залежності швидкостей $v_{\text{фз}}$, $v_{\text{грп}}$, $v_{\text{фр}}$ від кута падіння φ

З (9.6) та (9.7) маємо:

$$v_{\text{фз}} v_{\text{грп}} = v_{\text{фр}}^2 \quad (9.8)$$

Таким чином, у напів-обмеженому просторі електромагнітну хвилю характеризують три швидкості: *фронту*, *фази* та *групова*. У вільному просторі

$$v_{\text{фр}} = c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \cong 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

9.2. Структура електромагнітного поля над ідеально-провідною поверхнею

Поняття «структура поля» визначає сукупність у просторі векторів напруженості електричного \vec{E} та магнітного \vec{H} полів сформованої хвилі. Необхідно з'ясувати структуру поля електромагнітної хвилі для двох ситуацій:

- вектор *напруженості електричного поля* \vec{E} хвилі, що падає *перпендикулярно* до площини падіння;
- вектор *напруженості електричного поля* \vec{E} хвилі, що падає *паралельно* площині падіння.

9.2.1. Вектор напруженості електричного поля зорієнтовано перпендикулярно до площини падіння

Ілюстрацію процесу похилого падіння електромагнітної хвилі типу Т за орієнтацією вектора напруженості електричного поля \vec{E} перпендикулярно до площини падіння (горизонтальна поляризація) наведено на рис. 9.6.

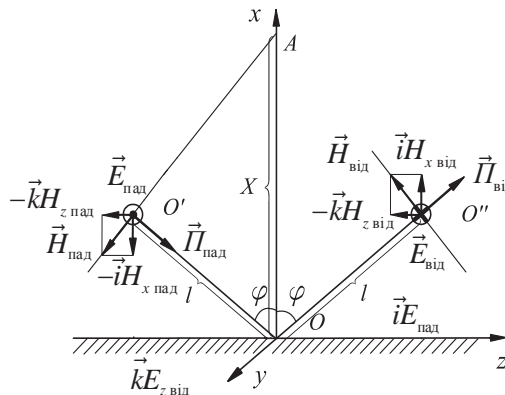


Рисунок 9.6. Складники поля за умови, якщо вектор \vec{E} перпендикулярний до площини падіння

Взаємна орієнтація векторів хвилі, що падає, є:

$$\vec{E}_{\text{пад}} = \vec{j}E_{y \text{ пад}}, \quad (9.9)$$

$$\vec{H}_{\text{пад}} = -i\vec{H}_{x \text{ пад}} - k\vec{H}_{z \text{ пад}}. \quad (9.10)$$

На підставі граничних умов, з урахуванням, що на поверхні ідеального провідника $E_z = 0$, маємо:

$$E_{y \text{ пад}} + E_{y \text{ від}} = 0, \quad (9.11)$$

$$E_{y \text{ пад}} = -E_{y \text{ від}}. \quad (9.11a)$$

Знак «мінус» у (9.11a) означає, що напрям відбитого вектора $\vec{E}_{\text{від}}$ змінюється на протилежний.

Відповідно до напрямку вектора Пойнтінга $\vec{\Pi}_{\text{від}}$ запишемо $\vec{H}_{\text{від}}$.

$$\vec{H}_{\text{від}} = i\vec{H}_{x \text{ від}} - k\vec{H}_{z \text{ від}}. \quad (9.12)$$

Отримане у результаті значення $E_{y \text{ рез}}$ визначимо додаванням миттєвих значень відповідних проекцій хвилі, що падає, та відбитої хвилі. Нехай у точці $x = 0$ маємо:

$$E_{y \text{ пад}} = E_{m y} \cos \omega t, \quad (9.13)$$

$$E_{y \text{ від}} = -E_{m y} \cos \omega t. \quad (9.13a)$$

Тоді, у точках O' та O'' , відповідно:

$$E_{y \text{ пад}}(O') = E_{m y} \cos(\omega t + \beta l), \quad (9.14)$$

$$E_{y \text{ пад}}(O'') = -E_{m y} \cos(\omega t - \beta l). \quad (9.15)$$

Напруженість електричного поля E у довільній точці визначимо додаванням (9.14) та (9.15). *Нагадаємо:* $A[\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta)] = -2A \sin \alpha \sin \beta$. Тоді:

$$E_{y \text{ рез}} = -2E_{m y} \sin\left(\frac{2\pi l}{\lambda}\right) \sin \omega t. \quad (9.16)$$

Із урахуванням, що $l = x \cos \varphi$, маємо:

$$E_{y \text{ рез}} = -2E_{m y} \sin\left(\frac{2\pi \cos \varphi}{\lambda} x\right) \sin \omega t. \quad (9.16a)$$

З (9.19) та (9.19a), якщо вважати, що R_{ch} – дійсна додатна величина (за умов вільного простору), впливає, що поперечні складники електричного та магнітного полів хвилі, що падає, та відбитої, однакові, тобто змінюються за тим самим законом.

Тоді:

$$\begin{aligned}
 H_{x\text{рез}} &= -\frac{E_{y\text{рез}}}{R_{ch}} = 2\frac{E_m}{R_{ch}} \sin\left(\frac{2\pi\cos\varphi}{\lambda}x\right) \sin\omega t = \\
 &= 2\frac{E_m}{Z_w} \sin\varphi \sin\left(\frac{2\pi\cos\varphi}{\lambda}x\right) \sin\omega t = \\
 &= 2H_m \sin\varphi \sin\left(\frac{2\pi\cos\varphi}{\lambda}x\right) \sin\omega t = \\
 &= 2H_{m_x} \sin\left(\frac{2\pi\cos\varphi}{\lambda}x\right) \sin\omega t. \tag{9.20}
 \end{aligned}$$

Визначимо $H_{z\text{рез}}$ на підставі граничних умов для тангенціальних складників вектора \vec{H} на межі розподілу з ідеальним провідником. За рис. 9.6 впливає, що тангенціальний складник після відбиття не змінюється, тобто:

$$\begin{aligned}
 H_{z\text{рез}} &= -2H_m \cos\varphi \cos\left(\frac{2\pi\cos\varphi}{\lambda}x\right) \sin\omega t, \\
 &= -2H_{m_z} \cos\left(\frac{2\pi\cos\varphi}{\lambda}x\right) \sin\omega t. \tag{9.21}
 \end{aligned}$$

У співвідношеннях між E та H для будь-якої точки поля вздовж осі z для конкретного значення координати маємо додатковий зсув за фазою $\beta z = 2\pi z / \lambda$.

Запишемо співвідношення (9.16a), (9.20), (9.21) з урахуванням додаткового зсуву за фазою таким чином:

$$E_{y\text{рез}} = -2E_m \sin\left(\frac{2\pi\cos\varphi}{\lambda}x\right) \sin(\omega t - \beta z); \tag{9.22}$$

$$H_{x\text{рез}} = 2H_m \sin\left(\frac{2\pi\cos\varphi}{\lambda}x\right) \sin(\omega t - \beta z); \tag{9.23}$$

$$H_{z\text{рез}} = -2H_m \cos\left(\frac{2\pi\cos\varphi}{\lambda}x\right) \cos(\omega t - \beta z). \tag{9.24}$$

Укладаємо структуру поля в момент $t = 0$. Для цього виконуємо таке:

1) приймаємо за основу формули складників поля уздовж осей x та z (9.22...9.24);

2) умовно визначаємо знаки співмножників уздовж осей x та z з урахуванням знаків у формулах (9.22...9.24) аргументу $(\omega t - \beta z)$:

	x	z
E_y	-	-
H_x	+	-
H_z	-	+

3) починаємо укладання структури поля з осі z : $E_y(z), H_x(z), H_z(z)$ (рис. 9.8а);

4) наводимо $E_y(x), H_x(x), H_z(x)$ вздовж осі x (рис. 9.8б);

5) перемножуємо складники: $E_y(x)E_y(z); H_x(x)H_x(z); H_z(x)H_z(z)$ та наводимо зорієнтовані криві на рис. 9.8в;

6) виконуємо першу перевірку – лінії вектора \vec{H} замкнено, другу перевірку – лінії вектора \vec{E} спрямовано вздовж межі – вони є дотичними;

7) наводимо вектори напруженості магнітного поля \vec{H} так само: вони є у площині, що перпендикулярна площині аркуша (рис. 9.8в).

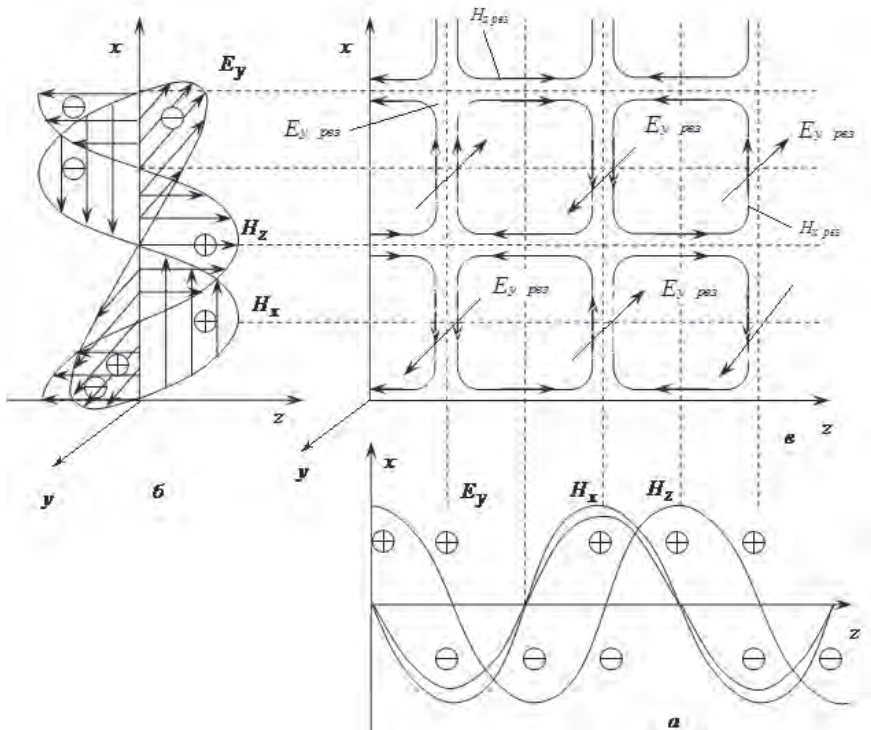


Рисунок 9.8. Структура поля за умови, що \vec{E} перпендикулярний до площини падіння: а – складники вздовж осі z ; б – складники вздовж осі x ; в – загальна

Формулюємо висновок: оскільки у *результаті* силові лінії напруженості магнітного поля мають *складники* H_x та H_z то з хвилі типу Т сформовано *поздовжню* хвилю типу Н або поперечну електричну хвилю – типу ТЕ, якщо вектор напруженості електричного поля \vec{E} *перпендикулярний* до площини падіння.

9.2.2. Вектор напруженості електричного поля зорієнтовано паралельно площині падіння

Ілюстрацію процесу похилого падіння електромагнітної хвилі типу Т за орієнтацією вектора напруженості електричного поля \vec{E} паралельно площині падіння (вертикальна поляризація) наведено на рис. 9.9.

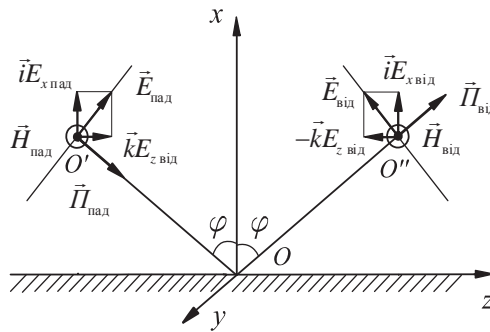


Рисунок 9.9. Складники поля за умови, якщо вектор \vec{E} паралельний площині падіння

Нагадаємо – *площина падіння* є площиною з вектором *Пойнтінга* та *нормаллю до межі середовищ*. У цій ситуації вектори \vec{E} та \vec{H} хвилі, що падає, мають такі складники:

$$\vec{H}_{\text{пад}} = \vec{j}H_y, \quad (9.25)$$

$$\vec{E}_{\text{пад}} = i\vec{E}_x + \vec{k}E_z. \quad (9.26)$$

Щоб записати синтезовані складники, необхідно виконати ті самі операції, що у попередньому пункті.

Уздовж осі z поширюється *рухома хвиля*, а уздовж осі x – сформована *нерухома хвиля*.

У цьому випадку вектор напруженості магнітного поля \vec{H} на підставі граничних умов ($H_\tau \neq 0$) на межі поділу має не нульове значення, його напрям після відбиття не змінюється (рис. 9.9). Тому у формулі для $H_{y \text{ рез}}$ за віссю x повинна бути функція \cos , адже $\cos 0 = 1$; за часом функція може бути будь-яка, наприклад, також \cos :

$$H_{y \text{ рез}} = 2H_m \cos\left(\frac{2\pi \cos \varphi}{\lambda} x\right) \cos(\omega t - \beta z). \quad (9.27)$$

Складники електричного поля $E_{x\text{рез}}$ разом з $H_{y\text{рез}}$ формують рухому хвилю уздовж осі z , вони є у «фазі» ($\vec{P}_{\text{cp}} \neq 0$), тобто знову використовуємо функцію \cos :

$$E_{x\text{рез}} = 2E_{m_x} \cos\left(\frac{2\pi\cos\varphi}{\lambda}x\right)\cos(\omega t - \beta z), \quad (9.28)$$

де $E_{m_x} = E_m \sin\varphi$.

Складник напруженості електричного поля $E_{z\text{рез}}$ разом з вектором напруженості магнітного поля $H_{y\text{рез}}$ утворюють уздовж осі x нерухому хвилю – вони є у квадратурі. Для забезпечення відповідного позитивного напрямку вздовж осі x у формулі $E_{z\text{рез}}$ передує знак мінус:

$$E_{z\text{рез}} = -2E_{m_x} \sin\left(\frac{2\pi\cos\varphi}{\lambda}x\right)\sin(\omega t - \beta z), \quad (9.29)$$

де $E_{m_z} = E_m \cos\varphi$.

Далі за визначеними вище правилами формуємо структуру поля: уздовж осі z (рис 9.10а), – осі x (рис 9.10б) та загальну – (рис 9.10в). Для зазначених складників $H_{y\text{рез}}$, $E_{x\text{рез}}$, $E_{z\text{рез}}$ знаки вздовж осей x, z прийнято +. Додатково перевіряємо, щоб лінії поля вектора \vec{E} «спиральсь» на межу розподілу (рис 9.10в).

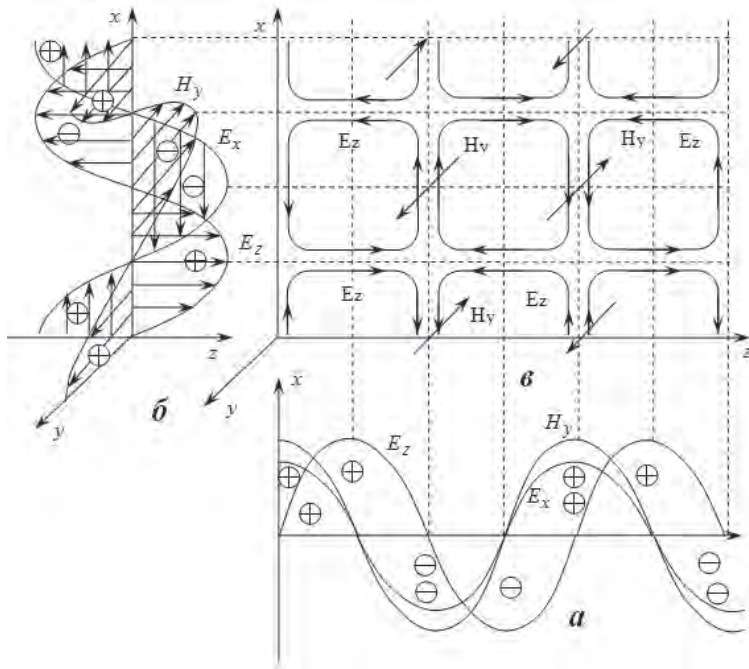


Рисунок 9.10. Структура поля за умови, що \vec{E} паралельний площині падіння:
 а – складники вздовж осі z ; б – складники вздовж осі x ; в – реальна

Формулюємо висновок: оскільки у *результаті* силові лінії напруженості магнітного поля мають *складники* E_x та E_z то з хвилі *типу* Т, сформовано *поздовжню* хвилю типу Е, або *поперечну* магнітну хвилю – типу ТМ, якщо вектор \vec{E} *паралельний* площині падіння.

9.3. Висновки

1. Є дві групи типів електромагнітних хвиль. До першої групи належать ті, що мають лише *поперечні* складники – це пари E_x-H_y та E_y-H_x , а *поздовжні* відсутні. Така хвиля має назву *хвиля типу* Т, або *поперечна електромагнітна* (ТЕМ).

2. У просторі можуть існувати також хвилі іншої групи – *поздовжні*, в яких є складники H_z та E_z : якщо $H_z \neq 0$ та $E_z = 0$, або $E_z \neq 0$ та $H_z = 0$. Ці *поздовжні* хвилі, відповідно, мають назву *хвилі типу* Н, або *поперечні електричні* (ТЕ) та хвилі типу Е, або *поперечні магнітні* (ТМ).

3. За умов падіння електромагнітної хвилі типу Т на *ідеально-провідну* поверхню утворюється *лише відбита* хвиля і поле спрямовано вздовж *ідеально-провідної* поверхні.

4. Сумарний вектор \vec{P} має два складники:

– уздовж осі x (характеризує режим *нерухомої* хвилі);

– уздовж осі z (характеризує режим *рухомої* хвилі).

5. У напів-обмеженому просторі електромагнітну хвилю характеризують три швидкості: *фронту* $v_{\text{фр}}$, *фази* $v_{\text{фз}} = v_{\text{фр}}/\sin\varphi$ та *групову* $v_{\text{гр}} = v_{\text{фр}} \sin\varphi$ (зауважимо, що $v_{\text{гр}} v_{\text{фр}} = v_{\text{фр}}^2$). У вільному просторі $v_{\text{фр}} = c$.

6. За умови падіння електромагнітної хвилі на *ідеально-провідну* поверхню доцільно ввести поняття *характеристичного опору* R_{ch} , який визначають через *хвильовий імпеданс* Z_w та *кут падіння*.

7. Структури полів електричних та магнітних векторів *різні* за умови *різної орієнтації вектора* \vec{E} хвилі, що *падає типу* Т:

– якщо вектор напруженості електричного поля \vec{E} зорієнтовано *перпендикулярно* до площини падіння – у результаті сформовано *хвилю типу* Н (ТЕ);

– якщо вектор напруженості електричного поля \vec{E} зорієнтовано *паралельно* площині падіння – у результаті сформовано *хвилю типу* Е (ТН).

8. Конструкція, складена з майже *ідеальних провідних стінок*, є основою *хвилеводів*.

9.4. Контрольні питання та завдання

1. Назвіть *типи* електромагнітних хвиль залежно від складників поля H_z та E_z .

2. Охарактеризуйте поняття і параметри *рухомої* та *нерухомої* хвиль.
3. Охарактеризуйте поняття і параметри швидкостей фронту хвилі, фазової та групової.
4. Наведіть вектори Пойнтінга для хвилі, що падає, та відбитої хвилі у проєкціях на координатні осі.
5. Дайте визначення поняттю «*довжина хвилі*» різних модифікацій.
6. Наведіть співвідношення, які описують залежність між довжинами хвиль: що падає λ , нерухомої $\lambda_{\text{нр}}$ та рухомої $\lambda_{\text{р}}$.
7. Сформулюйте зв'язок між *режимом хвилі* та *кутом її падіння*.
8. Охарактеризуйте процеси під час падіння однорідної пласкої хвилі на ідеально-провідну поверхню.
9. Сформулюйте засади формування поля, якщо одне із середовищ – ідеальний провідник.
10. Виведіть формули складників електромагнітного поля, якщо вектор напруженості електричного поля \vec{E} зорієнтовано *перпендикулярно* до площини падіння.
11. Виведіть формули складників електромагнітного поля, якщо вектор напруженості електричного поля \vec{E} зорієнтовано *паралельно* площині падіння.
12. Поясніть етапи та наведіть *структуру поля*, якщо вектор напруженості електричного поля \vec{E} зорієнтовано *перпендикулярно* до площини падіння.
13. Поясніть етапи та наведіть *структуру поля*, якщо вектор напруженості електричного поля \vec{E} зорієнтовано *паралельно* площині падіння.
14. *Обґрунтуйте*, чому за умов падіння на ідеально-провідну поверхню хвилю типу Т у результаті сформовано хвилю типу Е або типу Н.

Цей розділ завершує першу частину кредитного модуля дисципліни «Технічна електродинаміка та поширення радіохвиль-1», яка є базою для опанування наступної частини, пов'язаної із процесом поширення радіохвиль у реальних умовах, тобто створює засади для проектування радіоліній. Отже, можемо починати вивчення другої частини кредитного модуля, яка має назву «Поширення радіохвиль».

Частина II. ПОШИРЕННЯ РАДІОХВИЛЬ

Розділ 10. ЗАСАДИ ПОШИРЕННЯ РАДІОХВИЛЬ

10.1. Поширення радіохвиль у навколишньому просторі Землі

10.2. Поширення радіохвиль у вільному просторі. Формула ідеального радіозв'язку

10.3. Коефіцієнт ослаблення

10.4. Частина простору, істотна для поширення радіохвиль (зони Френеля)

10.5. Сутність явища дифракції

10.6. Заломлення та відбивання радіохвиль на межі двох середовищ

10.7. Криві поширення радіохвиль, рекомендовані Міжнародним союзом електрозв'язку (МСЕ).

10.8. Висновки

10.9. Контрольні питання та завдання

Під час опанування матеріалів цього розділу та після завершення ви маєте

знати:

- склад атмосфери;
- типи радіохвиль, які поширюються в атмосфері;
- типи радіоліній;
- формулу ідеального радіозв'язку для напруженості електричного поля та потужності у точці приймання;
- обґрунтування необхідності наведення фізичних величин у децибелах;
- сутність понять «втрати у вільному просторі», «основні втрати»;
- сутність коефіцієнта ослаблення;
- сутність принципу Гюйгенса – Френеля;
- визначення частини простору істотну для поширення радіохвиль (зони Френеля);
- сутність ефекту Доплера;
- сутність явища дифракції;
- особливості відбивання та заломлення радіохвиль на межі двох середовищ;
- явища, які впливають на поширення радіохвиль (відбивання, заломлення, інтерференція, рефракція, дифракція, розсіювання, поглинання).
- сутність та засади формування кривих поширення радіохвиль, рекомендованих Міжнародним союзом електрозв'язку (МСЕ);
- яким чином застосовувати криві поширення радіохвиль МСЕ під час проектування радіолінії.

вміти:

- вивести формули ідеального та реального радіозв'язку для напруженості електричного поля E та потужності випромінювання P ;

- обчислити амплітудне і середньоквадратичне значення напруженості електричного поля та потужності у точці приймання для ізотропного та спрямованих випромінювачів;
- визначити втрати під час поширення радіохвиль;
- визначити частину простору, що є суттєвою для поширення радіохвиль;
- пояснити особливості відбивання та заломлення радіохвиль на межі двох середовищ;
- пояснити сутність та практичне значення явищ відбивання, заломлення, інтерференції, рефракції, дифракції, поглинання та розсіювання радіохвиль;
- пояснити сутність розв'язання завдання стосовно поширення радіохвиль у різних середовищах;
- застосовувати для розрахунків величин у децибелах та виконувати наведення значень фізичних величин у децибелах і навпаки;
- використовувати криві поширення радіохвиль МСЕ для проектування однорідної та змішаної радіотрас.

набути досвід:

- визначення структури та параметрів областей атмосфери і типів радіохвиль за умовами поширення;
- виведення формул ідеального та реального радіозв'язку, визначення коефіцієнтів ослаблення (втрат) під час поширення радіохвиль;
- визначення зон Френеля;
- застосування кривих поширення радіохвиль МСЕ під час проектування радіолінії та виконання розрахунків величин, наведених у децибелах.

Знання матеріалів розділу 1 кредитного модуля «Технічна електродинаміка та поширення радіохвиль – 1» створили підґрунтя для подальшого опанування процесів, пов'язаних із поширенням радіохвиль у реальних умовах діяльності людей.

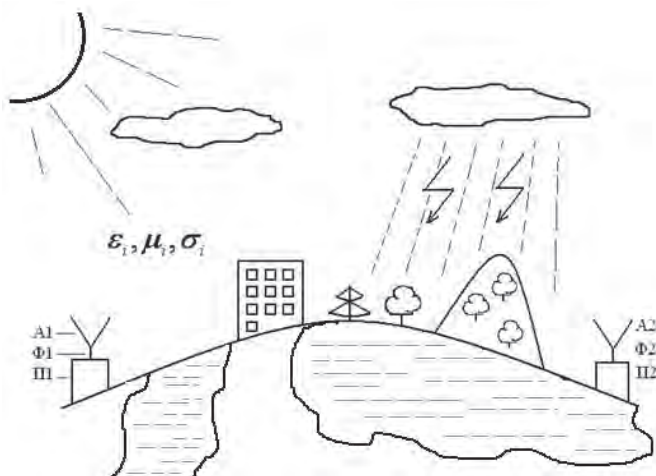


Рисунок 10.1. Узагальнена схема радіозв'язку з перешкодами між передавальною (A1) та приймальною (A2) антенами; (Φ1, Φ2, Π1, Π2 – фідерні лінії, приймально-передавальні станції для об'єктів 1 та 2 відповідно)

На рис. 10.1 узагальнено показано *радіоканал* у реальних умовах передавання сигналів із урахуванням середовища поширення радіохвиль у містах, гірської місцевості, за наявності водоймищ, атмосферних явищ тощо. Зверніть увагу, що означені різні об'єкти із власними електродинамічними параметрами ($\epsilon_i, \mu_i, \sigma_i$) – є *перешкодами* на шляху поширення радіохвиль.

Таким чином метою II частини кредитного модуля «Технічна електродинаміка та поширення радіохвиль – 1» є:

– надати студентам знання та навчити виконувати *базові розрахунки* енергетичних параметрів природних трас для передавачів та приймачів електромагнітних хвиль різних частот за різних умов;

– вивчити класифікацію та особливості поширення *різних типів хвиль*, з'ясувати, який вплив чинять на поширення хвиль параметри Землі та її атмосфери;

– вивчити особливості поширення хвиль *різних діапазонів частот*;

– визначити *множники ослаблення* та їх властивості за різних ситуацій;

– з'ясувати механізми *різного характеру спотворень сигналу* та знати засоби їх зменшення;

– опанувати інформацію щодо *кривих поширення* Міжнародного союзу електров'язку (МСЕ) та *моделей радіоліній* і навчитись ними користуватись.

10.1. Поширення радіохвиль у навколишньому просторі Землі

Метою цього розділу є з'ясування сутності процесів поширення радіохвиль безпосередньо біля планети Земля та в її навколишньому просторі. Земля має радіус, який приблизно дорівнює $R_3 = 6370$ км та неоднорідну поверхню (суходіл, моря, міста тощо).

Землю охоплює газова оболонка, що обертається разом із нею – атмосфера.

Атмосферу поділяють на такі основні складники:

– тропосферу, яка містить 79% маси атмосфери;

– стратосферу (20% маси атмосфери);

– іоносферу (1% маси атмосфери).

Тропосфера – простір, що сягає висот: (7...10) км – полярні широти, (10...12) км – помірні, (16...18) км – екваторіальні, є неоднорідною як вертикально, так і вздовж поверхні. Її електродинамічні параметри: діелектрична проникність ϵ та питома провідність σ змінюються за висотою та метеорологічними умовами. Тропосфера впливає на поширення *наземних* радіохвиль і поширення так званих *тропосферних* радіохвиль. Поширення тропосферних РХ пов'язане з явищами *рефракції* (викривлення траєкторії), *розсіяння та поглинання*.

Тропапауза – порівняно тонкий вищий прошарок тропосфери.

Стратосфера – простір, що сягає висот (50...60) км, має порівняно з тропосферою значно меншу густину газу – в десятки, сотні разів, та температурну інверсію: на висотах (30...35) км температура майже незмінна – 220 К, на

висотах (50...60) км зростає до 320 К. Механізм поширення радіохвиль у стратосфері є аналогічним поширенню у тропосфері з дещо послабленим впливом відповідно до параметрів стратосфери, послаблених порівняно з параметрами тропосфери.

Тропосфера та стратосфера є нейтральним середовищем, тому ці складники називають *нейтросферою*, на відміну від *іоносфери*. Саме на *нейтросферу* та *іоносферу* поділяють атмосферу залежно від структури та, відповідно, механізму поширення радіохвиль.

Іоносфера – ділянка атмосфери, яка починається від висот (50...60) км до $(2,5...3)R_3$, тобто приблизно 20000 км. В іоносфері на висотах (80...90) км температура знижується до 200 К, далі плавно зростає й на висотах (500...600) км сягає (2000...3000) К. Особливістю іоносфери є повністю *іонізований* газ, його густина мала (у порівнянні з тропосферою і стратосферою): кількість електронів – $10^3...10^6$ у 1 см^3 . Наявність електронів впливає на електричні властивості газу та зумовлює відбивання радіохвиль частотою орієнтовно $f < 30$ МГц від іоносфери. Радіохвилі, які *відбиваються* або *розсіюються* від іоносфери, називають *іоносферними*. Радіохвилі, відбиті послідовно від іоносфери та Землі, можуть поширюватись навколо Землі. Для частот орієнтовно понад 30 МГц іоносфера є *радіопрозорою*.

Фізичні параметри атмосфери змінюються залежно від відстані до поверхні Землі.

У більшості практичних ситуацій радіохвилі, які використовує людина, поширюються в атмосфері, а поза атмосферою – у космосі. У космічному просторі газ повністю іонізовано (кількість протонів та електронів є однаковою: $2...20$ у 1 см^3).

Залежно від довжини хвилі вплив кожного середовища є різним, тому для зручності з'ясування процесу поширення радіохвилі поділяють на діапазони (розділи 1, 14).

Зауважимо, що тропосфера, стратосфера та іоносфера не мають магнітних властивостей, тобто $\mu = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м, а Земну поверхню вважають, як діелектрик з втратами. Отже, мають місце ефекти *поглинання*, *відбивання*, *заломлення*, *рефракції* та *розсіювання радіохвиль*.

Процес поширення наземних радіохвиль, а також у тропосфері та іоносфері докладно наведено у наступних розділах 11, 12, 13.

Траєкторія, вздовж якої енергія радіохвилі поширюються від джерела до точки спостереження, залежить від різних чинників. Основними з них є смуга частот сигналу та електродинамічні параметри середовища (ε , μ_0 , σ).

Приклади різновидів радіохвиль, які поширюються у атмосфері та космосі, наведено на рисунку 10.2.

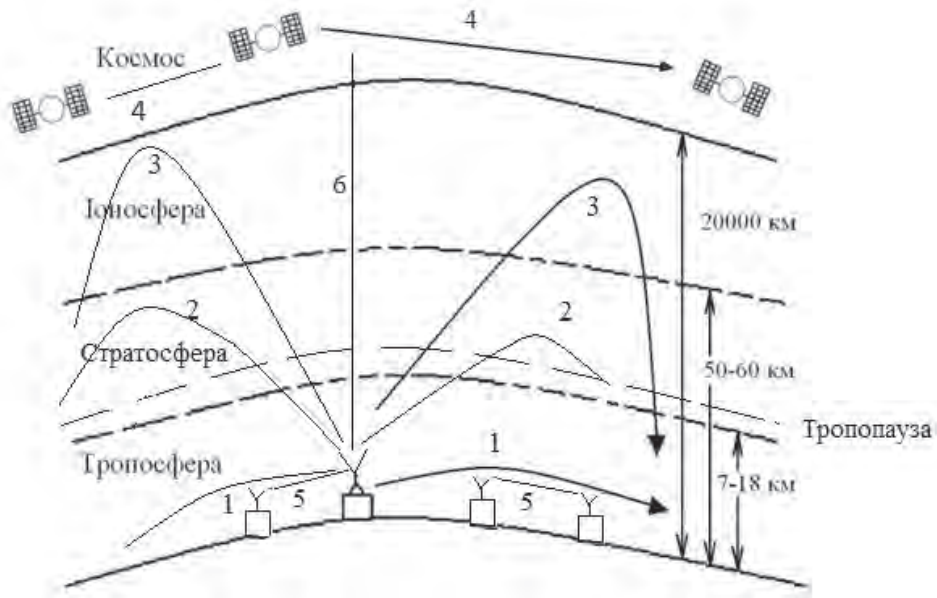


Рисунок 10.2. Области атмосфери та різновиди поширення радіохвиль (без урахування масштабу)

Радіохвилі, які поширюються безпосередньо біля поверхні Землі та частково огинають Земну кулю, називають *наземними*, або *поверхневими* (1).

Радіохвилі, що поширюються на значні відстані внаслідок *рефракції* у тропосфері, називають *тропосферними* (2).

Радіохвилі, що поширюються на великі відстані та огинають Землю внаслідок відбивання від іоносфери, називають *іоносферними* (*просторовими*) (3).

У *нескінченних однорідних ізотропних* середовищах хвилі поширюються *вздовж прямої лінії*. Такі хвилі називають *прямими радіохвилями*. Прикладом є радіозв'язок, що здійснено між об'єктами у космічному просторі (4) й на Землі у межах *прямої видимості без перешкод* (5).

Радіохвилі, для яких іоносфера є *радіопрозорою* (орієнтовно $f > 30$ МГц), можна також вважати *прямими* хвилями (6).

Умови поширення радіохвиль вздовж природних трас визначає багато факторів, впливати на які неможливо, тому аналіз цих процесів дуже складний і можливий за застосування *теорії імовірності*. У кожній конкретній ситуації, для певної моделі траси обирають фактори, які впливають найбільше.

Для поширення радіохвиль відстань r між передавачем та приймачем, має велике значення, як в сенсі залежності втрат потужності, так і у фізичній сутності процесів. Для радіозв'язку характерним є процес поширення радіохвиль у *дальній зоні* електромагнітного поля:

$$r \gg r_{\text{rp}} = \frac{\lambda}{2\pi} - \text{для елементарного } (l \ll \lambda) \text{ емітера (випромінювача);}$$

$$r \ll r_{\text{rp}} = \frac{2l^2}{\lambda} - \text{для реальних антен (емітерів),}$$

де λ – довжина хвилі, l – конструктивний параметр емітера.

Сферичність та характер поверхні Землі впливають на поширення радіохвиль, що потрібно враховувати.

Наведемо деякі приклади організації радіозв'язку: лінії безпосереднього передавання від передавача до приймача (рис. 10.3а); радіорелейні лінії (зауважимо, що у різних напрямках частоти різні) (рис. 10.3б); з пасивною ретрансляцією (відбиванням або розсіянням від неоднорідності прошарків атмосфери, штучних споруд тощо) – рис. 10.3в.

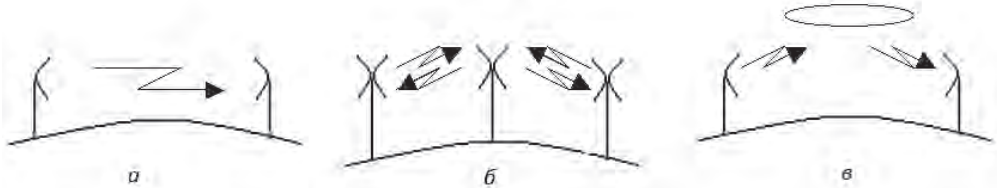


Рисунок 10.3. Різновиди радіоліній:

а – безпосередні, б – радіорелейні, в – з пасивною ретрансляцією

Для різних галузей застосовують радіохвилі різних частот, тому існує чіткий розподіл хвиль за діапазонами частот (та відповідними довжинами). Інформацію щодо розподілу радіохвиль за діапазонами та сферами застосування радіохвиль різних частот наведено у розділах 1 та 14.

10.2. Поширення радіохвиль у вільному просторі. Формула ідеального радіозв'язку

Для початку з'ясуємо особливості процесу поширення радіохвиль у вакуумі з параметрами: $\epsilon_r = 1$, $\mu_r = 1$, $\sigma = 0$ См/м. Стосовно поширення радіохвиль застосовують модель *вільного простору* (*free space*), параметри якого вважають близькими до вакууму. Отримані для цієї ситуації формули є *базовими*, на підставі яких створено теоретичні засади процесу поширення радіохвиль.

Поширення радіохвиль за реальних умов характеризують аналогічними формулами із *корегувальними* коефіцієнтами.

Для того щоб отримати формули *ідеального радіозв'язку*, застосуємо спочатку модель *ізотропної антени*, яка випромінює радіохвилю з носійною частотою f_1 , потужністю P_1 у точці А, *однаково* в усіх напрямках простору – рис. 10.4.

Для ізотропної антени енергія W радіохвилі розподілена рівномірно на поверхні уявної сфери і визначає потужність випромінювання $P = \frac{\partial W}{\partial t}$.

Фізик Джон Генрі Пойнтінг уперше вивів формулу для *густини потужності*, що переносить електромагнітне поле (вектор Пойнтінга – розділ 5).

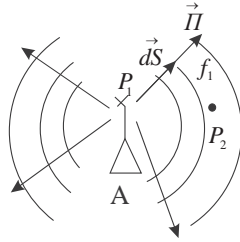


Рисунок 10.4. Модель та діаграма спрямованості ізотропного випромінювача (P_1 – точка випромінювання, P_2 – точка спостереження)

Потужність променів у будь-якій точці простору поширення радіохвиль можна визначити інтегруванням вектора Пойнтінга за поверхнею:

$$P_1 = \int \vec{\Pi} \cdot d\vec{S} = \Pi S, \quad (10.1)$$

де $\vec{\Pi}$ – вектор Пойнтінга, $S = 4\pi r^2$ – площа сфери, r – відстань від антени передавача до антени приймача.

Для сфери значення модуля вектора Пойнтінга дорівнює:

$$\Pi = \frac{P}{4\pi r^2}. \quad (10.1a)$$

Вектор $\vec{\Pi}$ є векторним добутком напруженості електричного та магнітного полів \vec{E} та \vec{H} , які у просторі взаємно перпендикулярні, у дальній зоні змінюються синфазно. Напрямок вектора $\vec{\Pi}$ – це напрямок поширення електромагнітної хвилі, модуль Π :

$$\Pi = \frac{1}{2} E_m H_m, \quad (10.1б)$$

де E_m та H_m – амплітудні значення, відповідно, напруженості електричного та магнітного полів.

Скористаймося поняттям *хвильового опору*, що є коефіцієнтом пропорційності між напруженостями електричного та магнітного полів. У дальній зоні – це (6.27):

$$\dot{Z}_w = \frac{\dot{E}_m}{\dot{H}_m} = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{j\omega\varepsilon + \sigma}}.$$

Для вільного простору $Z_w^0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 120\pi \cong 377$ Ом.

Із (10.1б) та співвідношення $Z_w = \frac{\dot{E}_m}{\dot{H}_m}$ запишемо середньоквадратичне значення вектора Пойнтінга:

$$P = \frac{1}{2} E_m \frac{E_m}{120\pi} = \frac{E_m^2}{240\pi}. \quad (10.2)$$

Тоді з (10.2) з урахуванням (10.1а) отримаємо амплітудне та середньоквадратичне значення напруженості електричного поля E , відповідно:

$$E_m = \frac{\sqrt{60P}}{r}, \frac{\text{В}}{\text{М}}; \quad (10.3)$$

$$E = \frac{\sqrt{30P}}{r}, \frac{\text{В}}{\text{М}}. \quad (10.3a)$$

Цю залежність значення напруженості поля від потужності випромінювання та відстані називають *формулою ідеального радіозв'язку*.

Для практичних розрахунків використовують одиниці вимірювання: для потужності – *кіловати*, для відстані – *кілометри*, вони є більш зручні для реальних умов. За їх застосування формули (10.3) та (10.3а) набувають таку форму за одиницю вимірювання результату *мілівольт/метр*:

$$E_m = \frac{245\sqrt{P_{[\text{кВт}]}}}{r_{[\text{км}]}} \frac{\text{МВ}}{\text{М}}, \quad (10.3б)$$

$$E = \frac{173\sqrt{P_{[\text{кВт}]}}}{r_{[\text{км}]}} \frac{\text{МВ}}{\text{М}}. \quad (10.3в)$$

Ізотропні випромінювачі – це ідеальні випромінювачі, їх неможливо реалізувати на практиці. Навіть *диполь Герца* – елементарний випромінювач, має напрямні властивості (підрозділ 7.9). Реально застосовують антени, що мають певну діаграму спрямованості (ДС), тобто різний розподіл випромінювання у різних напрямках, наприклад, як на рис. 10.5.

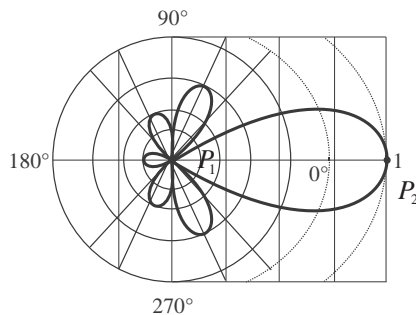


Рисунок 10.5. Модель та приклад ДС спрямованого випромінювача (P_1 – точка випромінювання, P_2 – точка максимального рівня сигналу)

Більш докладно питання, пов'язані із характеристикою спрямованості та іншими параметрів антен, наведено у кредитному модулі «Технічна електродинаміка та поширення радіохвиль – 2».

Ступінь концентрації потужності випромінювання визначає коефіцієнт спрямованої дії антени – D . Спрямована антена, що випромінює потужність P –, створює таку ж напруженість поля E як ізотропна антена, що випромінює потужність *більшу* в D разів. Тобто застосування спрямованих антен для отримання певного рівня сигналу дозволяє *зменшити* випромінювальну потужність P – у D разів порівняно з ізотропною антеною, і тоді замість (10.3) маємо:

$$E_m = \frac{\sqrt{60PD}}{r}, \frac{\text{В}}{\text{м}}. \quad (10.4)$$

Із урахуванням діаграми спрямованості антен напруженість електричного поля E визначають у сферичній системі координат – $E_m(\theta, \varphi)$, тобто залежно від просторових кутів θ, φ – *вертикальній* (меридіанній) та *горизонтальній* (азимутній) площинах відповідно. *Максимальну* напруженість електричного поля, створюваного реальною антеною, записують як $E_{\max} = E_m(0, 0)$.

Нормовану (відносно максимального значення) характеристику спрямованості антени визначають так:

$$F(\theta, \varphi) = \frac{E_m(\theta, \varphi)}{E_m(0, 0)} \leq 1. \quad (10.5)$$

Миттєве значення напруженості електричного поля описують формулою (6.22) (як розв'язок хвильового рівняння (6.9)):

$$E_x(t, z) = E_{m_1} e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z + \varphi_1) + E_{m_2} e^{-\alpha z} \cos(\omega t + \beta z + \varphi_2).$$

Із застосуванням (10.4) та (10.5) за умови, що початкова фаза дорівнює нулю, маємо для *прямої* хвилі:

$$E(t, r) = E_m F(\theta, \varphi) e^{-\alpha r} \cos(\omega t - \beta r), \quad (10.6)$$

де α, β – відповідно коефіцієнти *згасання* та *фази*.

З урахуванням (10.4) маємо:

$$E_m(t, r) = \frac{\sqrt{60PD}}{r} F(\theta, \varphi) e^{-\alpha r} \cos(\omega t - \beta r). \quad (10.6a)$$

У комплексній формі:

$$\dot{E}(t, r) = \frac{\sqrt{60PD}}{r} F(\theta, \varphi) e^{-\alpha r} e^{-j\beta r} . \quad (10.6b)$$

Ці формули слухні для *антен будь-якого типу* за умови відповідних значень множника D .

Упродовж тривалого часу процес поширення радіохвиль оцінювали значенням напруженості електричного поля E , що створює передавач у місці приймання. Це доцільно для зв'язку в діапазонах: ДНЧ (3...30) кГц, тобто *дуже довгих* хвиль (100...10) км; НЧ (30...300) кГц – *довгих* (10...1) км; СЧ (300...3000) кГц – *середніх* (1000...100) м та ВЧ (3...30) МГц *коротких* хвиль (100...10) м. Внаслідок широкого застосування хвиль більш високих частот сигнал доцільно характеризувати *потужністю*, на вході приймача (P_2), (*чутливість* приймальних приладів також визначають потужністю, необхідною для приймання сигналу):

$$P_2 = \int \vec{P} \cdot d\vec{S} = PS_{\text{эф}}, \quad (10.7)$$

де $S_{\text{эф}}$ – *ефективна площа* антени, її можна трактувати як *частину площі фронту радіохвилі*, яка віддає (приймає) енергію антен:

$$S_{\text{эф}} = \frac{D_2 \lambda^2}{4\pi}, \quad (10.8)$$

де D_2 – коефіцієнт спрямованої дії приймальної антени.

За формулами (10.7), (10.8), (10.1a) з урахуванням коефіцієнта спрямованої дії передавальної антени D_1 отримуємо *формулу ідеального радіозв'язку*, яку в такій формі запису також називають *формулою Фрііса (Friis)*:

$$P_2 = \frac{P_1 D_1 D_2 \lambda^2}{(4\pi r)^2}, \quad (10.9)$$

де P_1 – випромінена потужність.

Співвідношення, яке характеризує ослаблення потужності за умови поширення радіохвиль у *вільному просторі* (якщо $D_1 = D_2 = 1$), має назву *втрати (Loss) у вільному просторі*:

$$L_0 = \frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{4\pi r}{\lambda} \right)^2 = \left(\frac{4\pi r f}{c} \right)^2, \quad (10.10)$$

де $c \cong 3 \cdot 10^8$ м/с – величина, відома як швидкість світла (для цій ситуації – швидкість поширення електромагнітної хвилі) у вакуумі (вільному просторі).

Втрати під час поширення електромагнітних хвиль з урахуванням коефіцієнтів спрямованої дії антен передавача D_1 та приймача D_2 *називають основними втратами*:

$$L = \frac{(4\pi r)^2}{D_1 D_2 \lambda^2}. \quad (10.10a)$$

Застосовують також обернену величину:

$$\Gamma_0 = \frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{c}{4\pi r f} \right)^2, \quad (10.11)$$

або у логарифмічних одиницях – *децибелах*:

$$\Gamma_{0, \text{дБ}} = 10 \lg \frac{P_2}{P_1} = 20 \left(\lg \frac{c}{4\pi} - \lg r^* - \lg f^* \right), \text{ дБ}, \quad (10.11a)$$

де r^* – відстань відносно 1 км, f^* – частота відносно 1 МГц,
 $c = 3 \cdot 10^{-1} \frac{\text{КМ}}{\text{МКС}}$.

З урахуванням значень c та π – отримаємо:

$$\Gamma_{0, \text{дБ}} = 10 \lg \frac{P_2}{P_1} = - \left[33 + 20(\lg r^* + \lg f^*) \right], \text{ дБ}. \quad (10.11б)$$

Значення P_1 та P_2 відрізняються на декілька порядків, тому для більшої зручності розрахунків *доцільно* застосовувати значення потужності також у логарифмічних одиницях – *децибелах*:

$$P_{\text{дБ}} = 10 \lg \frac{P}{P_{\text{оп}} = 1 \text{ Вт}}, \text{ дБ}, \quad (10.12)$$

за опорний рівень прийнято $P_{\text{оп}} = 1 \text{ Вт}$ або

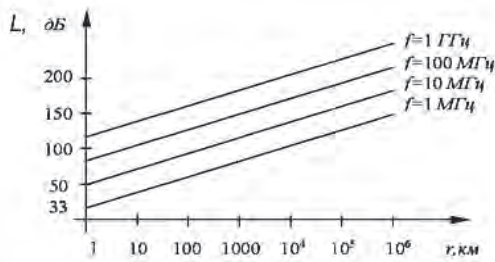
$$P_{\text{дБм}} = 10 \lg \frac{P}{P_{\text{оп}} = 1 \text{ мВт}}, \text{ дБм}, \quad (10.12a)$$

якщо за опорний рівень прийнято $P_{\text{оп}} = 1 \text{ мВт}$.

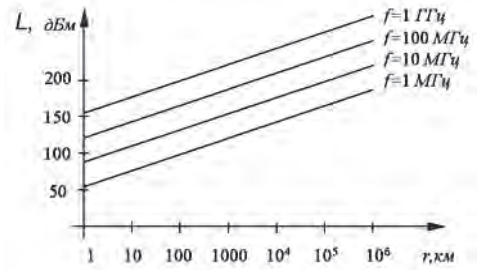
Зазначимо, що рівень $P_{\text{дБм}} = P_{\text{дБ}} + 30$, або $0 \text{ дБ} = 30 \text{ дБм}$, $0 \text{ дБм} = -30 \text{ дБ}$. Звертаємо також увагу, що під час розрахунку *напруженості поля у децибелах* у формулах замість коефіцієнта 10 (для потужності) маємо 20 (для напруженості поля, напруги, сили струму): $E_{\text{дБ}} = 20 \lg \frac{E}{E_{\text{оп}}}$ (де $E_{\text{оп}} = 1 \text{ мкВ/м}$), тому що

$$P \equiv E^2, P \equiv U^2, P \equiv I^2.$$

На рисунку 10.6 наведено залежності $|L|$ від відстані та частоти:



а



б

Рисунок 10.6. Залежності $|L|$ від відстані та частоти для відносних шкал:

а – стосовно 1 Вт (дБ), б – 1 мВт (дБм)

З’ясуємо у наступних розділах, як визначати додаткові втрати.

10.3. Коефіцієнт ослаблення

Процес поширення радіохвиль над поверхнею Землі та у навколосемному просторі супроводжують такі явища: *відбивання, заломлення, інтерференція, рефракція, розсіювання, дифракція та поглинання*, що спричинюють втрати енергії. Поширення наземних радіохвиль також супроводжують втрати енергії внаслідок заглиблення радіохвилі у поверхневий прошарок Землі, тобто також *поглинання*, існуванням перешкод (будівель, гір, пагорбів тощо). Основною причиною *згасання* радіохвиль у тропосфері є краплі води у структурі туману або дощу. Радіохвилі зазнають також втрат енергії внаслідок *тропосферної рефракції*. Іоносферні радіохвилі зазнають втрат у процесі проходження через іонізовані прошарки атмосфери.

Додаткові втрати, які обумовлено вищезгаданими явищами, враховують *множником ослаблення* V у формулах ідеального радіозв’язку (10.3б), (10.3в), (10.9):

$$E_m = \frac{245 \sqrt{P_{[\text{кВт}]}} D}{r_{[\text{км}]}} V, \frac{\text{мВ}}{\text{м}} \quad (10.13)$$

$$E = \frac{173 \sqrt{P_{[\text{кВт}]}} D}{r_{[\text{км}]}} V, \frac{\text{мВ}}{\text{м}} \quad (10.13а)$$

$$P_2 = \frac{P_1 D_1 D_2 \lambda^2}{(4\pi r)^2} V^2. \quad (10.14)$$

У формулі (10.14) маємо квадрат множника послаблення V , тому що значення потужності приймача пропорційне квадрату напруженості поля.

Також зазначимо, що значення множника послаблення V у децибелах однакове для (10.13), (10.13а), (10.14):

$$V_{\text{дб}} = 20\lg V_E = 10\lg V_P^2 = 20\lg V_P \quad . \quad (10.15)$$

Отже, загальні втрати:

$$L = \frac{P_1}{P_2} = \frac{L_0}{V^2} = \left(\frac{4\pi r}{\lambda V} \right)^2 \cdot \frac{1}{D_1 D_2}, \quad (10.16)$$

або у децибелах:

$$L_{\text{дб}} = 20\lg \frac{4\pi r}{\lambda} - V_{\text{дб}} - D_{1\text{дб}} - D_{2\text{дб}}. \quad (10.16а)$$

Подальше опанування матеріалу полягає у визначенні *коефіцієнта ослаблення* для *різних умов поширення радіохвиль різних частотних діапазонів*. Спочатку визначимо частину простору істотну для поширення радіохвиль.

10.4. Частина простору істотна для поширення радіохвиль (зони Френеля)

Частина простору істотна для поширення радіохвиль – це ділянка, в якій зосереджено *основну частку потужності радіохвилі*. Ця частина простору зосереджена навколо прямої, що з'єднує передавач із приймачем. Розміри та конфігурацію цієї ділянки визначають на підставі *принципу Гюйгенса – Френеля*, згідно якого *кожна точка фронту хвилі, що поширюється, є джерелом вторинної сферичної хвилі*. Тобто поле визначають складанням елементарних хвиль, які створено вторинними джерелами, що є первинними для наступних вторинних, і таке інше.

Математичним описом принципу Гюйгенса – Френеля є *формула Кірхгофа*:

$$\psi = -\frac{1}{4\pi} \int_S \left[\psi_S \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{-j\beta r}}{r} \right) - \frac{e^{-j\beta r}}{r} \cdot \frac{\partial \psi_S}{\partial n} \right] dS, \quad (10.17)$$

де ψ – нормальний компонент напруженості поля (електричного або магнітного),

ψ_S – значення ψ на поверхні S , β – коефіцієнт фази, (для вільного простору $\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$),

r – відстань між точками на поверхні S та точкою спостереження.

Умовно (схематично) процес поширення хвилі траєкторіями різної довжини AB та $AC+CB$ наведено на рис. 10.7а, з якого випливає, що внаслідок різної довжини шляху в т. B , як приклад, маємо протифазні сигнали.

На рис. 10.7б наведено апроксимовані відтінками прямих ліній траєкторії променів радіохвилі від т. A до т. B за умови

$$r_0' + r_0'' \gg \lambda. \quad (10.18)$$

Перпендикулярно лінії AB – траєкторії поширення хвиль на деякій відстані від передавача визначимо площину S (рис. 10.7б), яку можна трактувати відповідно до принципу Гюйгенса – Френеля як поверхню із вторинними елементарними джерелами.

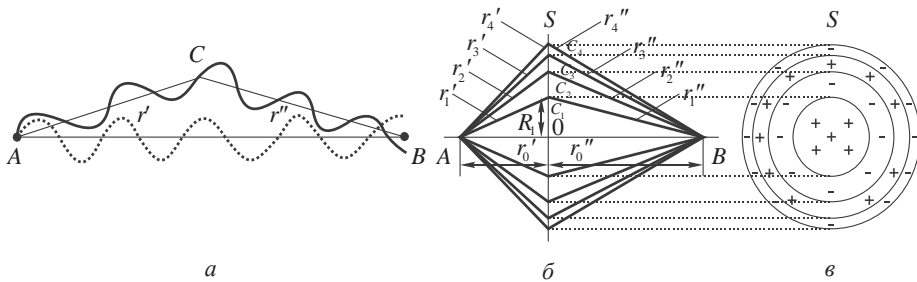


Рисунок 10.7. Пояснення поняття «зони Френеля»:

a – уявлення, як приклад, інтерференції у т. B двох променів у протифазі,

b – фігура, що моделює променевий процес поширення хвиль, c – зони Френеля у площині S

На рис. 10.7б лінії, наприклад, $r_0' - r_0''$ та $r_1' - r_1''$ обмежують частини простору, в межах якого різниця траєкторій променів у т. B не перевищує $\lambda / 2$, тобто за фазою – це 180° , або π .

Отже, між лініями $r_0' - r_0''$ та $r_1' - r_1''$ зосереджено промені, різниця фаз яких у точці B не перевищує 180° , що на рис. 10.7в означено знаком + (плюс).

Між лініями $r_1' - r_1''$ та $r_2' - r_2''$ зосереджено промені, різниця фаз яких у точці B також не перевищує 180° , але стосовно променів у зоні $r_0' - r_0''$ та $r_1' - r_1''$ амплітуди сигналів є від'ємні, що на рис. 10.7в означено знаком - (мінус). І далі таке подібне.

Зони, означені знаками плюс та мінус у площині S (рис. 10.7в), називають зонами Френеля, границі яких є концентричними колами. Їх сформовано за умови, що шлях проходження променів від точки A до точки B через зону Френеля номеру n є довший за шлях від точки A до точки B зони Френеля номеру $(n - 1)$ на половину довжини хвилі, тобто є в інтервалі півхвилі однієї полярності:

$$(r_n' + r_n'') - (r_0' + r_0'') = n \frac{\lambda}{2}, \quad (10.19)$$

де n – номер зони Френеля.

Радіуси зон Френеля будь-якого номера визначають формулою:

$$R_n = \sqrt{\frac{r_0' r_0'' n \lambda}{r_0' + r_0''}} \quad (10.20)$$

Площі всіх зон Френеля однакові:

$$S_\Phi = \frac{r_0' r_0'' \pi \lambda}{r_0' + r_0''}. \quad (10.21)$$

За наявності зон Френеля значення напруженості електричного поля у точці B змінюється. Внесок кожної зони Френеля у процес формування напруженості електричного поля у точці B можна визначити так. Вважаємо, що у площині S (рис. 10.7в) усі вектори \vec{E}_n – колінеарні, тому в точці B відповідні напруженості полів слід додавати скалярно. З урахуванням фазових зсувів у суміжних зонах Френеля, амплітуду сумарного поля визначимо таким чином:

$$E_{\max} = \sum_{i=1}^n E_{m_i} = E_{m_1} - E_{m_2} + E_{m_3} - E_{m_4} \dots \quad (10.22)$$

Абсолютні значення E_{m_i} зменшуються із зростанням чисел $n = 1, 2, \dots$ внаслідок збільшення довжини радіотраси, тому напруженість електричного поля має коливальний (загасаючий) характер (рис. 10.8).

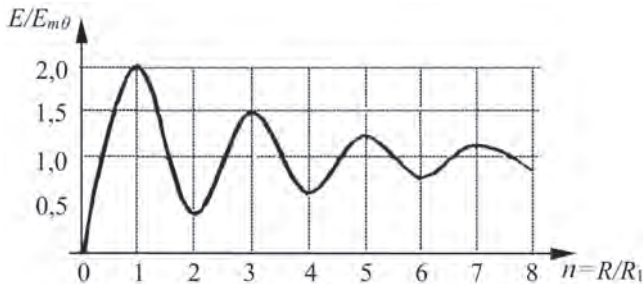


Рисунок 10.8. Залежність відносних значень напруженості електричного поля від кількості зон Френеля

Співвідношення (10.22) надамо у такій формі:

$$E_{\max} = \frac{E_{m1}}{2} + \left(\frac{E_{m1}}{2} - E_{m2} + \frac{E_{m3}}{2} \right) + \left(\frac{E_{m3}}{2} - E_{m4} + \frac{E_{m5}}{2} \right) + \dots \quad (10.22a)$$

Оскільки значення амплітуди напруженості електричного поля на границях суміжних зон Френеля суттєво не відрізняються, то алгебраїчні суми ряду (10.22а), у дужках, значно менші за перший доданок, тому ними у першому наближенні можна знехтувати. Тоді сумарне поле у точці B визначає формула:

$$E_{\max} \cong \frac{E_{m_1}}{2} = E_{m_0}. \quad (10.22б)$$

За напрямом поширення радіохвиль кожна із зон Френеля описує еліпс з фокусами у точках A та B , отже, частину простору, поширення описує геометрична фігура – *еліпсоїд обертання* (рис. 10.9).

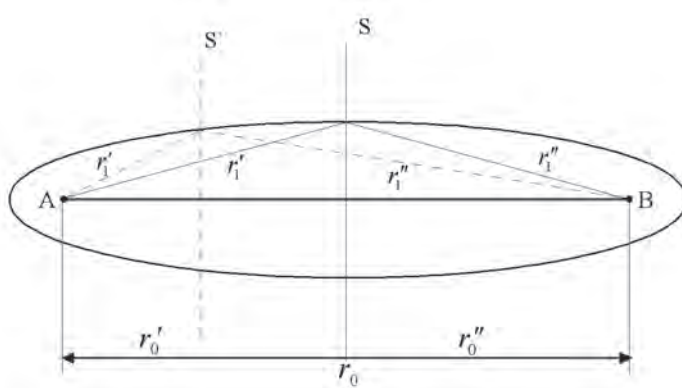


Рисунок 10.9. Схематичне зображення перетину першої зони Френеля

Найбільший розмір поперечного перетину еліпсоїд має за умови $r_0' = r_0''$. Радіус еліпсоїда у цьому перетині дорівнює:

$$R_{n\max} = \sqrt{\frac{r_0 n \lambda}{4}}. \quad (10.23)$$

Таким чином, основний внесок у сумарне поле надають вторинні джерела, які розташовано на площині nS_Φ , де $n = 6 \dots 8$. Істотною для поширення радіохвиль є частина простору, обмежена зонами Френеля декількох початкових номерів. Проте для практичних розрахунків вважають, що суттєвою в процесі поширення радіохвиль є область, обмежена еліпсоїдом, який визначений *першою зоною Френеля*.

Зі зменшенням довжини хвилі площа поперечного перерізу є меншою за умови $\lambda \rightarrow 0$ зона Френеля прямує до променя, що співпадає із *лінією прямої видимості* (див.11.1). Застосування моделі «*промінь*» полегшує розв'язання завдань, пов'язаних з поширенням радіохвиль, але цією моделлю можна користуватись з обмеженнями, обумовленими характером середовища, смугами частот тощо.

У таблиці 10.1 для різних довжин хвиль наведено максимальні радіуси першої зони Френеля (для $r = 10$ км).

Таблиця 10.1. Максимальні радіуси першої зони Френеля для різних довжин хвиль (частот)

λ , м	100	10	1	0,1	0,01	0,001
f	3 МГц	30 МГц	300 МГц	3 ГГц	30 ГГц	300 ГГц
R_{\max} , м	500	160	50	16	5	1,6

Миттєве значення напруженості електричного поля за умови поширення пласкої радіохвилі у діелектричному середовищі із втратами (напівпровідному) у комплексній формі:

$$\dot{E} = \dot{E}_{0m} e^{-\alpha r + j(\omega t - \beta r)}, \quad (10.24)$$

де величина α характеризує згасання напруженості поля у середовищі – коефіцієнт згасання, β характеризує зміну фази хвилі у даному середовищі – коефіцієнт фази.

У разі відносного *переміщення* передавача та приймача з радіальною швидкістю (v_R) фаза хвиль додатково *змінюється*, що обумовлює *зміну частоти коливань*. Це явище описав та перевінив дослідженням австрійський фізик Крістіан Доплер. Частота ω_D , яку називають *частотою Допера*, дорівнює:

$$\omega_D = \omega - \beta \frac{\partial r}{\partial t} = \omega - \beta v_R. \quad (10.25)$$

Різницю значення частоти коливання називають *доплерівським зсувом частоти* та визначають як:

$$\Delta\omega_D = \omega_D - \omega = -\beta v_R = \omega \frac{v_R}{v_\phi}, \quad (10.26)$$

де $v_\phi = \frac{\omega}{\beta}$ – фазова швидкість поширення хвилі.

Далі з'ясуємо, що внаслідок поширення радіохвиль в об'ємі еліпсоїда деякі перешкоди на її шляху не припиняють повністю процес поширення.

10.5. Сутність явища дифракції

Наявність перешкод різного характеру (будівлі, гори, ліси тощо) на трасі, на якій поширюється електромагнітна хвиля, вимагає з'ясування впливу перешкод на цей процес.

Характерними є такі ситуації: перешкоди на шляху проходження хвилі є на різних ділянках траси – нижче або вище лінії AB , що моделює шлях поширення радіохвилі (рис. 10.10).

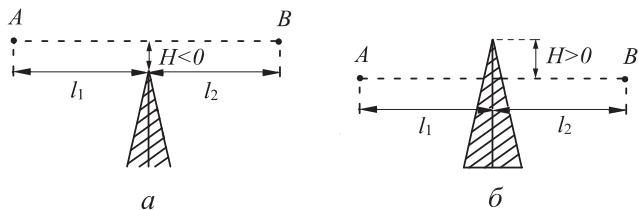


Рисунок 10.10. Поширення радіохвиль вздовж траси AB за наявності непрозорих перешкод: $a - (H < 0)$ перешкода нижче лінії AB , $б - (H > 0)$ перешкода вище лінії AB

Явищем *дифракції* називають явище, за якого радіохвиля, що поширюється у неоднорідному середовищі з непрозорими для електромагнітної хвилі перешкодами, як сформульовано у літературі за тематикою поширення радіохвиль – «огинає» ці перешкоди. Цей термін не є достатньо вдалим, більш обгрунтовано, на наш погляд – *долає*.

Тобто незважаючи на наявність перешкод, певна частина електромагнітної хвилі може бути сприйнята радіоприймальним пристроєм.

За таких умов коефіцієнт ослаблення визначають за формулою з теорії оптичної дифракції:

$$V(v) = \frac{1}{\sqrt{2}} [C(v) - jS(v)], \quad (10.27)$$

$$\text{де } v = \frac{H\sqrt{2}}{R},$$

R – радіус першої зони Френеля у місці розташування перешкоди,
 H – відстань між краєм перешкоди та лінією прямої видимості (рис. 10.10),

$C(v)$ та $S(v)$ – інтеграли Френеля, які визначають формулами:

$$C(v) = \frac{1}{2} - \int_0^v \cos \frac{\pi x^2}{2} dx, \quad (10.28)$$

$$S(v) = \frac{1}{2} - \int_0^v \sin \frac{\pi x^2}{2} dx. \quad (10.28a)$$

Залежність $V(v)$ у децибелах (дБ) наведено на рис. 10.11.

Зауважимо, що за $v > 1$ залежність $V(v)$ апроксимують функцією:

$$V(v) = -(12,953 + 20 \lg(v)).$$

На рис. 10.11 цю частину залежності наведено пунктирною лінією.

Таким чином, наявність перешкод послаблює радіохвилю, проте внаслідок явища *дифракції* радіохвилі частково *долають* перешкоди.

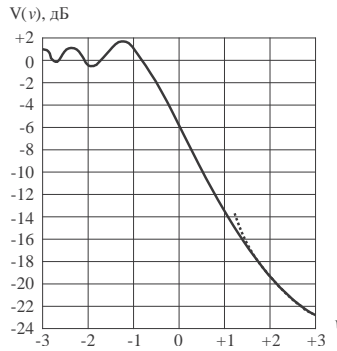


Рисунок 10.11. Залежність множника послаблення від параметра v

10.6. Заломлення та відбивання радіохвиль на межі двох середовищ

Припустимо, що на межу двох середовищ під кутом φ падає плоска електромагнітна хвиля, вона частково відбивається та проходить в інше середовище. Отже, у першому середовищі є хвилі: що *падає* і *відбита*, у другому – хвиля, що *пройшла*, тобто *заломлена*.

Процес відбивання плоских радіохвиль на межі двох діелектриків наведено у розділі 8.

Формули для коефіцієнтів відбивання радіохвиль від діелектричних середовищ з втратами отримаємо заміною величини ε на комплексну величину $\dot{\varepsilon} = \varepsilon - j\frac{\sigma}{\omega}$. Коефіцієнти R_{\parallel} та R_{\perp} за умов розташування вектора напруженості електричного поля *паралельно* або *перпендикулярно* площини падіння є також комплексними, їх можна записати таким чином:

$$\dot{R}_{\parallel} = |R_{\parallel}| e^{-j\Phi_{\parallel}}, \quad (10.29)$$

$$\dot{R}_{\perp} = |R_{\perp}| e^{-j\Phi_{\perp}} \quad (10.29a)$$

де Φ_{\parallel} і Φ_{\perp} є у межах від 0 до 180° .

Коефіцієнти R_{\parallel} та R_{\perp} на межі розподілу двох ідеальних діелектриків (нагадаємо, вони є немагнітними) можна визначити на підставі (8.29), (8.22) та другого закону Снеліуса (8.14) за формулами:

$$R_{\parallel} = \frac{\varepsilon_{r_2} \cos \varphi - \sqrt{\varepsilon_{r_1}} \sqrt{\varepsilon_{r_2} - \varepsilon_{r_1} \sin^2 \varphi}}{\varepsilon_{r_2} \cos \varphi + \sqrt{\varepsilon_{r_1}} \sqrt{\varepsilon_{r_2} - \varepsilon_{r_1} \sin^2 \varphi}}, \quad (10.30)$$

$$\dot{R}_{\perp} = \frac{\sqrt{\varepsilon_{r_1}} \cos \varphi - \sqrt{\varepsilon_{r_2} - \varepsilon_{r_1} \sin^2 \varphi}}{\sqrt{\varepsilon_{r_1}} \cos \varphi + \sqrt{\varepsilon_{r_2} - \varepsilon_{r_1} \sin^2 \varphi}}. \quad (10.30a)$$

За відбивання від діелектричного середовища з втратами модуль і фаза коефіцієнта відбиття залежать від частоти, тому що величина ε також залежить від частоти.

Приклади залежностей коефіцієнтів Френеля (відбиття) для вертикальної (R_{\parallel}) та горизонтальної (R_{\perp}) поляризації під час падіння електромагнітної хвилі із вільного простру на діелектрики з різними діелектричними проникностями наведено на рис. 10.12.

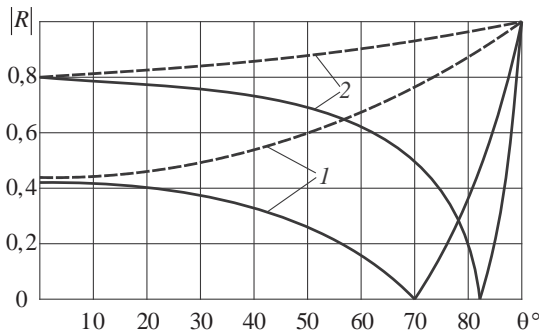


Рисунок 10.12. Залежність коефіцієнта відбиття від кута падіння за умов:

$$1 - \varepsilon_{r_1} = 1, \varepsilon_{r_2} = 10, \quad 2 - \varepsilon_{r_1} = 1, \varepsilon_{r_2} = 80;$$

----- вертикальна поляризація, - - - - горизонтальна поляризація

Отже:

– характер залежностей коефіцієнтів Френеля за різних видів поляризації суттєво відрізняється;

– зміна характеру залежності коефіцієнта відбиття для вертикальної поляризації R_{\parallel} , за кут падіння дещо більше 70° для сухого ґрунту, та 80° для вологого ґрунту обумовлено зміною його фази від 0° до 180° ;

– кут, за якого для вертикальної поляризації коефіцієнт відбиття R_{\parallel} дорівнює нулю, називають *кутом Брюстера* (8.37):

$$\varphi_{\text{Бр}} = \arctg \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}},$$

– тенденції зміни коефіцієнтів проходження (заломлення) для вертикальної та горизонтальної зберігаються під час падіння з повітря на сухий та вологий ґрунт.

Для практики радіозв'язку важливим фактором є зміна характеру поляризації, залежно від співвідношення значень кута падіння та кута Брюстера.

У таблиці 10.2 наведено дані щодо зміни виду поляризації відбитої радіохвилі.

Таблиця 10.2 Змінення характеру поляризації

Поляризація прямої хвилі	Поляризація відбитої хвилі за кутів	
	$\varphi < \varphi_{\text{Бр}}$	$\varphi > \varphi_{\text{Бр}}$
Правостороння кругова	Лівостороння еліптична	Правостороння еліптична
Лівостороння кругова	Правостороння еліптична	Лівостороння еліптична
Правостороння еліптична	Лівостороння еліптична	Правостороння еліптична
Лівостороння еліптична	Правостороння еліптична	Лівостороння еліптична

Зміна виду поляризації зумовлює так звану «поляризаційну розв'язку» на рівні до 30 дБ, що є важливим чинником під час проектування радіоліній, або у процесі розв'язання завдань стосовно забезпечення електромагнітної сумісності (ЕМС) різних систем зв'язку.

10.7. Криві поширення радіохвиль, рекомендовані Міжнародним союзом електрозв'язку (МСЕ)

Внаслідок складного та стохастичного характеру впливу навколишніх факторів на процес поширення радіохвиль Міжнародним союзом електрозв'язку рекомендовано до застосування так звані *криві поширення радіохвиль* (Рекомендації МСЕ-Р – ITU-R: Recommendations. PN Series, Rec. ITU-R PN. 370-7).

Криві поширення радіохвиль – це залежність напруженості електричного поля від відстані (10...1000) км за умови потужності випромінювання 1 кВт з урахуванням:

- нерівності місцевості $\Delta h = 50$ м;
- висоти приймальної антени $h_2 = 10$ м;
- висоти передавальних антен h_1 від 37,5 м до 1200 м;
- смуг частот (30...250) МГц, (450...1000) МГц;
- характеру траси (суходіл, море, тепле море, холодне море);
- відсотку часу гарантованого приймання сигналу $t, \%$ (1%, 10%, 50%);
- відсотку території гарантованого приймання (50%) у межах $200 \times 200 \text{ м}^2$ (далі за текстом застосовуємо поняття «50% розташування»).

Ці криві необхідно застосовувати із поправними коефіцієнтами для конкретних умов.

За умови змішаної траси напруженість поля (у децибелах):

$$E_{\text{зм}} = E_{\text{сд}} + \frac{r_{\text{м}}}{r_{\Sigma}} (E_{\text{м}} - E_{\text{сд}}), \quad (10.30)$$

де $E_{\text{м}}$ – напруженість поля для ділянки траси над поверхнею моря, що дорівнює довжині змішаної траси;

$E_{\text{сд}}$ – напруженість поля для суходільної ділянки траси, що дорівнює довжині змішаної траси;

$r_{\text{м}}$ – довжина ділянки траси над водною поверхнею;

r_{Σ} – довжина всієї траси.

Якщо потужність передавача *відмінна від* 1 кВт, перерахунок виконуємо за формулою:

$$E = E_{1 \text{ кВт}} \sqrt{\frac{P_{\text{кВт}}}{1 \text{ кВт}}}, \quad (10.31)$$

де значення фактичної потужності у кіловатах, $E_{1 \text{ кВт}}$ – значення напруженості електричного поля за потужності 1 кВт.

Приклади кривих поширення наведено на рис. 10.14.

Криві наведено з урахуванням ймовірного характеру сигналів: 50% розташування на площині $200 \times 200 \text{ м}^2$; 1% та 50% – у часі:

Для розрахунку зони обслуговування радіопередавача застосовують графіки напруженості електричного поля за 50% часу та графіки поправкових коефіцієнтів. Для визначення електромагнітної обстановки з метою забезпечити електромагнітну сумісність за 1% часу.

Криві поширення над морською поверхнею слід враховувати у ситуації, якщо траса *над водною поверхнею довша* 10 км. Якщо траса поширення над водною поверхнею *менша* 10 км, слід застосовувати *криві поширення над суходолом*.

Значення напруженості поля для відстані d від 1 до 10 км за умови поширення електромагнітних хвиль над *суходолом* визначають у такий спосіб: на діаграмі (рис. 10.14) з логарифмічною шкалою відстані та лінійною шкалою напруженості поля, відповідну криву лінійно екстраполюють від точки 10 кілометрової відстані з градієнтом кривої напруженості поля в зоні 10 км – $\frac{\Delta E[\text{дБ}]}{\Delta r[\text{км}]}$.

Якщо ця екстрапольована крива перетинає криву вільного простору між 1 км і 10 км (точка на осі відстані абсциси d), напруженість поля вільного простору визначають додаванням значення $\frac{\Delta E}{\Delta r}(10 - d)$ до значення $E(10 \text{ км})$.

Наведемо деякі коментарі до кривих поширення, наведених на рис. 10.14.

Вочевидь на усіх графіках криві для *вільного простору* мають однакові траєкторії розташовані зверху.

Залежності для ситуації поширення радіохвиль над морем (10.14в) та (10.14г) мають значення дещо вищі, особливо за відсотком часу 1% порівняно з поширенням над суходолом (10.14а) та (10.14б). Це можна пояснити кращим відбиванням радіохвилі водною поверхнею у порівнянні з суходолом.

Залежності для ситуації 1% часу (10.14б) та (10.14г) мають значення дещо вищі порівняно з ситуацією 50% часу (10.14а) та (10.14в) особливо для поширення радіохвиль над морем. Це цілком зрозуміло, бо вищі значення можливі за менший інтервал часу, тобто умовно гарантовані з меншою імовірністю.

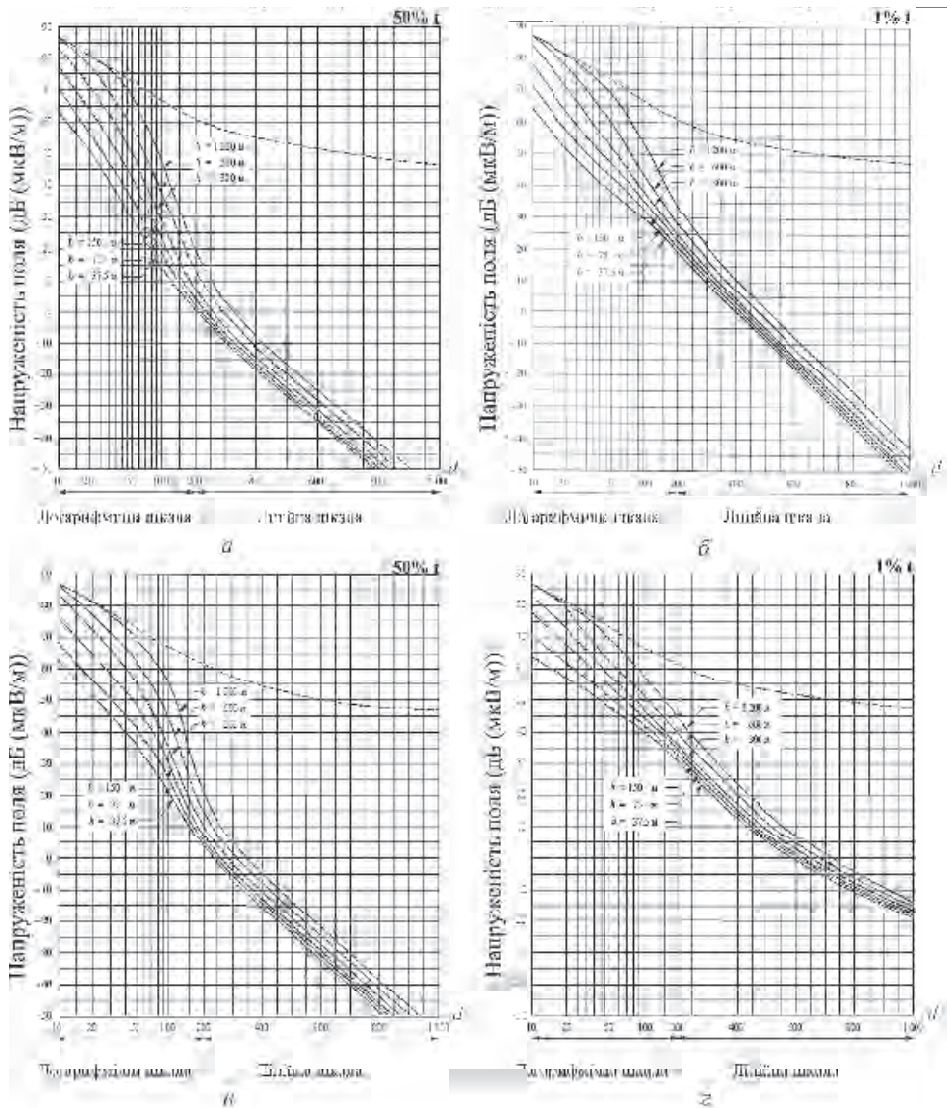


Рисунок 10.14. Напруженість поля (дБ (мкВ/м)) для 1 кВт;
 частота (30...250) МГц (діапазони I, II, III); $h_2 = 10$ м; $\Delta h = 50$ м:
 а – суходіл, 50 % часу, 50 % розташувань; б – суходіл, 1 % часу, 50 % розташувань;
 в – море, 50 % часу, 50 % розташувань; г – море, 1 % часу, 50 % розташувань

10.8. Висновки

1. Радіохвилі за характером поширення поділяють на *прямі* (у тому числі – космічні), *наземні*, *тропосферні*, *іоносферні*.
2. В основі розрахунку радіоліній – формула *ідеального радіозв'язку* з урахуванням характеристик спрямованості антен (для напруженості електричного поля та потужності).

3. За організацією радіозв'язку радіолінії поділяють на деякі типи: передавання здійснено безпосередньо від передавача до приймача та із застосуванням засобів активної та пасивної ретрансляції.

4. Для розрахунку лінії радіозв'язку за реальних умов у разі наявності *перешкод* необхідно визначити значення додаткового *множника ослаблення*.

5. Розрахунки радіоліній доцільно виконувати із застосування фізичних величин у логарифмічних одиницях вимірювання – *децибелах*.

6. Для наведення величин у децибелах для потужності застосовують коефіцієнт 10, а для напруженості електричного, магнітного полів, напруги, сили струму застосовують коефіцієнт 20, тому що потужність пропорційна квадрату цих величин.

7. Розміри та конфігурацію частини простору, суттєву для поширення електромагнітних хвиль визначають за *принципом Гюйгенса – Френеля* та *урахуванням* так званих «зон Френеля».

8. Суттєвою для процесу поширення радіохвиль вважають *першу зону Френеля*, в якій зосереджено переважну частину енергії.

9. У процесі руху приймача відносно передавача фаза хвилі змінюється, що трактують як змінення частоти. Цей ефект називають *ефектом Доплера*.

10. У процесі поширення радіохвилі долають перешкоди внаслідок явища *дифракції*.

11. У разі відбивання радіохвилі від діелектричного середовища із втрачаними модуль і фаза коефіцієнта відбиття залежать від частоти.

12. З метою визначення напруженості електричного поля радіотехнічної системи доцільно застосовувати *криві поширення* радіохвиль, рекомендовані Міжнародним союзом електрозв'язку (МСЕ).

13. *Криві поширення* радіохвиль, рекомендовані МСЕ, складено з урахуванням таких характеристик:

- *нерівності місцевості*;
- *висот приймальної та передавальних антени*;
- *смуг частот*;
- *виду території*;
- *відсотків часу* гарантованого приймання сигналу;
- *відсотків території* гарантованого приймання сигналу

14. *Криві поширення* радіохвиль МСЕ наведено за *потужності передавача 1 кВт*. За *іншої потужності* необхідно виконати відповідний *перерахунок*.

15. За умови *різномірного характеру радіолінії* (суходіл – море або море – суходіл) *криві поширення* радіохвиль, рекомендовані Міжнародним союзом електрозв'язку, застосовують із відповідним *перерахунком*.

10.9. Контрольні питання та завдання

1. Наведіть типи радіохвиль, які поширюються біля поверхні Землі та навколишньому просторі.

2. Виведіть формули *ідеального радіозв'язку* для напруженості електричного поля у точці приймання.
3. Виведіть формули *ідеального радіозв'язку* для потужності випромінювання у точці приймання.
4. Поясніть, чому у деяких формулах *ідеального та реального* радіозв'язку застосовують коефіцієнт *спрямованої дії* антен або коефіцієнт *підсилення* антен.
5. Поясніть сутність понять «втрати у вільному просторі», «основні втрати».
6. Поясніть сутність явищ *відбивання, заломлення, інтерференції, рефракції, дифракції, поглинання, розсіювання*.
7. Охарактеризуйте поняття «коефіцієнт додаткових втрат» (*множник ослаблення*).
8. Поясніть принцип Гюйгенса – Френеля. Його сутність для радіозв'язку.
9. Наведіть формулу Кірхгофа, який принцип вона характеризує?
10. Поясніть сутність поняття «ділянка простору, що є суттєва для поширення радіохвиль» (*зони Френеля*).
11. Поясніть сутність поняття «*частота Доплера*». Що називають доплерівським зсувом частоти.
12. Поясніть сутність явища *дифракції* у процесі поширення радіохвиль. Наведіть основні закони *відбивання та заломлення* радіохвиль.
13. Поясніть сутність *кривих поширення* радіохвиль, рекомендованих Міжнародним союзом електрозв'язку (МСЕ).
14. Застосуйте криві поширення МСЕ для визначення напруженості електричного поля за сформульованими Вашим колегою умовами.
15. Поясніть поняття «50% розташувань».
16. Поясніть, за яких умов необхідно застосовувати криві поширення МСЕ для 1% часу та 50% часу.
17. Визначте у децибелах потужність: 200 Вт, 10 мВт, 1 кВт.
18. Визначте у ватах потужність наведену у децибелах: – 40 дБм, 10 дБ, – 90 дБм, 20 дБм.
19. Визначте у децибелах напруженість електричного поля 100 мкВ/м, 20 В/м, 1 кВ/м відносно 1 мкВ/м.
20. Визначте у фізичних величинах (мкВ/м) напруженість електричного поля: 40 дБ, 0 дБ, – 20 дБ, 80 дБ, надані стосовно 1 мкВ/м.
21. Обґрунтуйте співвідношення 0 дБ = 30 дБм.
22. Обґрунтуйте співвідношення 0 дБм = – 30 дБ.

Далі опануємо процес поширення радіохвиль у наземному просторі.

Розділ 11. ПОШИРЕННЯ ПОВЕРХНЕВИХ (НАЗЕМНИХ) РАДІОХВИЛЬ

11.1. Фактори та явища, що впливають на поширення наземних радіохвиль

11.2. Поширення наземних радіохвиль над пласкою поверхнею Землі

11.2.1. Поширення радіохвиль за умов високо піднятих антен (метрові, дециметрові, сантиметрові хвилі)

11.2.2. Поширення радіохвиль за умов низького розташування антен (гекто-, кіло-, міріаметрові хвилі)

11.2.3. Поширення радіохвиль над неоднорідною поверхнею

11.3. Поширення наземних радіохвиль із урахуванням сферичності Землі

11.3.1. Урахування сферичності Землі у межах прямої видимості

11.3.2. Поширення радіохвиль над однорідною гладкою поверхнею Землі з урахуванням дифракції

11.4 Поширення наземних радіохвиль над нерівною місцевістю

11.5 Висновки

11.6 Контрольні питання та завдання

Під час опрацювання матеріалу цього розділу та після завершення ви маєте

знати:

- сутність процесу поширення наземних радіохвиль над пласкою поверхнею Землі;
- фактори та явища, що впливають на поширення наземних радіохвиль;
- сутність поняття «відстань прямої видимості»;
- особливості поширення радіохвиль за умови високо піднятих антен, формулу Введенського;
- особливості поширення радіохвиль за умови низького розташування антени, формулу Шулейкіна – Ван-дер-Поля;
- особливості поширення радіохвиль над неоднорідною поверхнею, формули Фрейнберга;
- особливості поширення радіохвиль з урахуванням сферичності Землі;
- сутність дифракції під час поширення радіохвиль над однорідною гладенькою поверхнею Землі;
- основні моделі для визначення втрат у процесі поширення наземних радіохвиль;
- сутність кривих Берроуза;
- визначення критерію нерівності поверхні Землі (критерій Релея);
- принцип формування моделі поширення радіохвиль над нерівною місцевістю з урахуванням зон Френеля;

вміти:

- визначити фактори і явища, що впливають на поширення наземних радіохвиль;
- обчислити напруженість електричного поля у точці приймання за інтерференційними формулами та формулою Введенського;
- визначити множник ослаблення для формули Шулейкіна – Ван-дер-Поля, та обчислити напруженість електричного поля у точці приймання за цією формулою;
- обчислити множник ослаблення для змішаних трас за формулою Фрейнберга;
- обчислити наведені висоти антен;
- надати параметри радіолінії із застосуванням відносних одиниць;
- описати поширення радіохвиль над неоднорідною поверхнею;
- застосувати принцип побудови моделі поширення радіохвиль над нерівною місцевістю з урахуванням зон Френеля;
- розрахувати відстань прямої видимості;
- застосувати криві Берроуза;
- розрахувати коефіцієнти послаблення з урахуванням дифракції;

набути досвід:

- визначення електродинамічних параметрів Землі;
- проектування радіолінії за умов високо та низько розташованих антен
- визначення відстані прямої видимості та зон: освітленої, напівтіні та тіні.
- розрахунку коефіцієнтів ослаблення.

11.1. Фактори та явища, що впливають на поширення наземних радіохвиль

Радіохвилі, що поширюються безпосередньо над поверхнею Землі та частково огинають її поверхню (унаслідок явища дифракції), називають *наземними (поверхневими)*.

Землю трактуємо як напівпровідну (діелектрик із втратами) пласку неоднорідну поверхню (водяна поверхня, суходіл: рівнинний, скелястий, з пагорбами, – лісами, містами тощо). Нагадаємо поняття *граничної частоти* $\omega_{\text{гп}}$, яку визначає співвідношення $\omega_{\text{гп}} = \sigma / \varepsilon$ (4.41). Нагадаємо,

$\omega \ll \omega_{\text{гп}} \rightarrow$ середовище, наближене до провідного,

$\omega \gg \omega_{\text{гп}} \rightarrow$ середовище наближене до діелектричного.

Поверхня Земної кулі на 71% – це водна поверхня. Електричні властивості води залежать від наявності у ній солі: зі збільшенням кількості солі збільшується

питома електрична провідність. Слід зауважити, що під час *шторму* море треба моделювати як *нерівну* поверхню.

Для розв'язання завдань щодо поширення радіохвиль необхідно знати і вміти користуватися параметром, що має назву «*тангенс кута втрат*», який визначають із співвідношень:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\sigma}{\omega \varepsilon} = \frac{60 \lambda \sigma}{\varepsilon_r}$$

Ґрунт вважають наближеним до діелектричного середовища за $\operatorname{tg} \delta < \frac{1}{3}$, якщо $\operatorname{tg} \delta > 3$ – провідного.

У таблиці 11.1 наведено електродинамічні параметри різних видів земної поверхні, які впливають на значення $\omega_{\text{ґр}}$, тобто на процес поширення радіохвиль (зауважимо, що значення цих параметрів залежить також від частоти радіохвилі).

Таблиця 11.1. Електродинамічні параметри різних видів земної поверхні

Види земної поверхні	ε_r		σ , См/м	
	Частоти менше		Частоти менше	
	300 МГц	10 ГГц	300 МГц	10 ГГц
Морська вода	75	65	1...6	10...20
Прісна вода	80	65	$10^{-3} \dots 3 \times 10^{-2}$	10...20
Вологий ґрунт	20...30	10...20	$3 \times 10^{-3} \dots 3 \times 10^{-2}$	1...3
Сухий ґрунт	3...6	3...6	$10^{-5} \dots 5 \times 10^{-3}$	$10^{-1} \dots 2 \times 10^{-1}$
Мерзлий ґрунт	3...6		10-3...10-2	
Сніг (-10° С)	1,2	1,2	10^{-6}	10^{-5}
Лід (-10° С)	4...5	3...2	$10^{-2} \dots 10^{-1}$	$10^{-4} \dots 10^{-3}$
Ліс	1,004	1,004...1,4*	$10^{-6} \dots 10^{-5}$	$10^{-5} \dots 10^{-3}$ *

Примітка: * за частот менше 3 ГГц.

Принциповим фактором поширення наземних радіохвиль є необхідність урахування *сферичності* Землі. На рис. 11.1 наведено розташування у точках *A* та *B* антен, відповідно, висотами h_1 та h_2 , відстань r_0 називають *відстанню прямої видимості*, яку визначають із геометричного креслення як:

$$r_0 \approx \sqrt{2R_3} (\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2}), \quad (11.1)$$

$$r_0 = 3,57 (\sqrt{h_{1[m]}} + \sqrt{h_{2[m]}}), \text{ км}, \quad (11.1a)$$

де h_1, h_2 – висоти антен.

Простір поширення хвилі – об’єм еліпсоїда обертання (підрозділ 10.4). За першим законом Снеліуса кут відбивання *дорівнює* куту падіння, тому в точку B надходить, вважаємо умовно, – два промені (рис. 11.3).

Докладно проаналізуємо цю ситуацію поширення радіохвиль (рис. 11.3), щоб визначити напруженість поля у точці B .

Вхідні дані такі: r – відстань між передавачем та приймачем; h_1, h_2 – висоти антени передавача та антени приймача, відповідно; P_1 – потужність, що випромінює передавач; λ – довжина хвилі; ε_r, σ – параметри середовища.

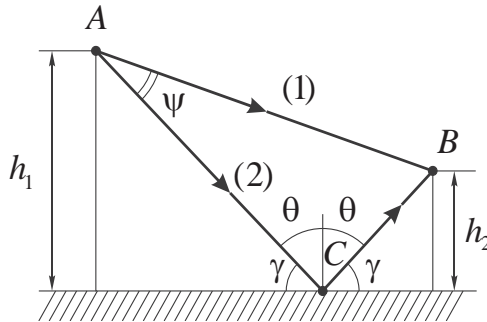


Рисунок 11.3. Процес проходження хвилі з точки A в точку B

На рис. 11.3 позначено γ – кут ковзання: $\operatorname{tg} \gamma \cong \frac{h_1 + h_2}{r} \approx \gamma$

Визначаємо напруженість поля у точці приймання (місці розташування приймальної антени) за формулою для середньоквадратичного значення напруженості електричного поля з урахуванням коефіцієнта ослаблення V .

$$E = \frac{173 \sqrt{P_{[\text{кВт}]}} D_1}{r_{[\text{м}]}} V, \frac{\text{мВ}}{\text{м}}, \quad (11.2)$$

або потужність на вході приймальної антени:

$$P_2 = \frac{6.33 \cdot 10^3 P_{[\text{кВт}]} D_1 D_2 \lambda_{[\text{м}]}^2}{r_{[\text{м}]}^2} V^2, \text{ мВт} \quad (11.2a)$$

У точці B є *інтерференція* променів 1 та 2 (рис. 11.3) із *фазовим зсувом*, що виникає внаслідок розбіжності відстаней AB та ACB поширення хвиль, а також від електромагнітних параметрів поверхні, від якої *відбито* промінь. Тобто від змінення довжини шляху до точки B змінюється *фазовий зсув* між прямим та відбитим променем. Отже, у точці B є послідовність *інтерференційних* максимумів та мінімумів.

Таким чином *амплітуду* напруженості поля у точці *B* (рис. 11.3) сформовано миттєвими значеннями напруженості поля *безпосереднього променя* (1), тобто амплітудне значення:

$$\dot{E}_{mB_1} = \frac{245\sqrt{P_{[\text{кВт}]}D_1}}{r_{1[\text{км}]}} \cdot \frac{\text{мВ}}{\text{м}}, \quad (11.3)$$

і складного променя (2) – *прямого та відбитого* від земної поверхні:

$$\dot{E}_{mB_2} = \dot{R} \frac{245\sqrt{P_{[\text{кВт}]}D_1}}{r_{2[\text{км}]}} e^{-j\beta\Delta r} \cdot \frac{\text{мВ}}{\text{м}}, \quad (11.4)$$

де r_1 – довжина *AB* прямого променя,

$$r_2 = AC + CB,$$

\dot{R} – комплексний *коефіцієнт відбиття* від земної поверхні.

$\Delta r = r_2 - r_1$ – різниця довжини променів (1) та (2), яку визначимо з рисунка 11.3 за співвідношенням:

$$\Delta r = AC + CB - AB. \quad (11.5)$$

За тригонометричних перетворень:

$$\Delta r \cong \frac{2h_1h_2}{r}. \quad (11.5a)$$

Це співвідношення слушне для горизонтально поляризованої хвилі, бо пряма та відбита хвилі мають однакові напрями векторів напруженості електричного поля \vec{E} ; за малих кутів ковзання воно слушне також для інших видів поляризації.

Коефіцієнт відбиття від земної поверхні:

$$\dot{R} = R e^{-j\theta}, \quad (11.6)$$

де R – *модуль* коефіцієнта відбиття та θ – *фазовий кут*, які визначають параметрами середовища.

Коефіцієнти відбиття залежно від поляризації хвилі розраховують за формулами, які відомі як коефіцієнти Френеля (розділ 8).

Розв'язок завдання визначення напруженості електричного поля у точці *B* виконуємо за умов:

$$h_1 \ll r, \quad (11.7)$$

$$h_2 \ll r. \quad (11.7a)$$

Тобто вважаємо, що промені r_1 та r_2 майже паралельні. Промінь r_2 є довшим на відстань Δr , отже, є різниця фаз, яка дорівнює $\beta\Delta r = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta r$, що суттєво впливає на результат (для гармонічної функції).

Із врахуванням (11.6) можемо записати:

$$\dot{E}_{mB_2} = R \frac{245\sqrt{P_{[\text{кВт}]}}D_1}{r_{2[\text{км}]}} e^{j(\omega t - \theta - \frac{2\pi}{\lambda}\Delta r)}, \frac{\text{мВ}}{\text{м}}. \quad (11.8)$$

Порівняємо (11.3) та (11.8): \dot{E}_{mB_2} відрізняється від \dot{E}_{mB_1} амплітудою, що зумовлено втратами через відбиття (модуль коефіцієнта відбиття R), та фазою, через різницю ходу променів. Таким чином можемо записати формулу для сумарного значення напруженості електричного поля у точці B :

$$\dot{E}_{mB\Sigma} = \dot{E}_{mB_1} + \dot{E}_{mB_2} = \dot{E}_m (1 + Re^{-j\beta_i}) e^{j\omega t}, \quad (11.9)$$

де β_i – інтерференційний коефіцієнт фази:

$$\beta_i = \theta + \frac{2\pi}{\lambda}\Delta r. \quad (11.10)$$

Наведемо $(1 + Re^{-j\beta_i})$ через модуль та фазу:

$$(1 + Re^{-j\beta_i}) = 1 + R \cos \beta_i - jR \sin \beta_i = \left(\sqrt{1 + 2R \cos \beta_i + R^2} \right) e^{-j\theta}. \quad (11.11)$$

Кут θ визначимо через тангенс

$$\text{tg} \theta = \frac{R \sin \beta_i}{1 + 2R \cos \beta_i}. \quad (11.12)$$

Отже, формули для напруженості електричного поля (середньоквадратичного та амплітудного значень) відповідно (у знаменнику маємо $r_1 = r_2 = r$, що за великих відстаней практично не впливає на результат):

$$E_{B\Sigma} = \frac{173\sqrt{P_{[\text{кВт}]}}D_1}{r_{[\text{км}]}} \left(\sqrt{1 + 2R \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{\lambda}\Delta r\right) + R^2} \right) [\cos(\omega t - \theta)], \frac{\text{мВ}}{\text{м}}, \quad (11.13)$$

$$E_{mB_{\Sigma}} = \frac{245 \sqrt{P_{\text{I[кВт]}} D_1}}{r_{\text{[км]}}} \left(\sqrt{1 + 2R \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{\lambda} \Delta r\right) + R^2} \right) [\cos(\omega t - \theta)], \frac{\text{мВ}}{\text{м}}. \quad (11.13a)$$

Формули (11.13), (11.13a) мають назву *інтерференційні*.

Отже отримано формулу для визначення коефіцієнта, обумовленого інтерференцією. Тобто, коефіцієнт *додаткових втрат – ослаблення* (п. р.10.3):

$$V = \sqrt{1 + 2R \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{\lambda} \Delta r\right) + R^2}. \quad (11.14)$$

Для визначення R та θ існують також графічні залежності від параметру $60\pi\lambda\sigma = \varepsilon_r t g \delta$ за різних видів поляризації та різних середовищ (криві Берроуза – п. 11.2.2).

Графік функції $V(r)$ наведено на рис. 11.4.

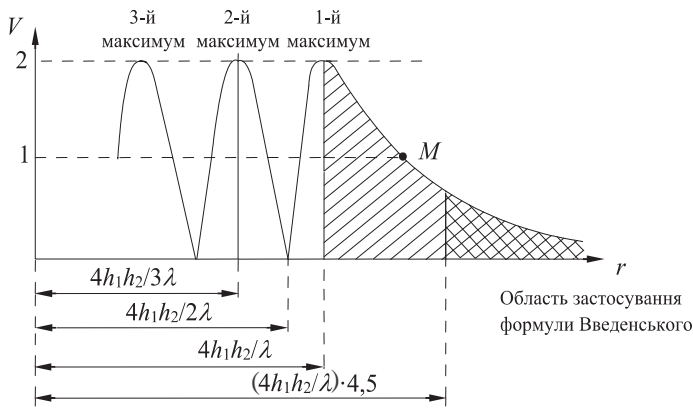


Рис. 11.4. Графік функцій $V(r)$

З рис. 11.4 випливає, що коефіцієнт V має *інтерференційну структуру*, тобто можливо спостерігати (на певній ділянці) як підсилення, так і послаблення сигналу.

Для практичних ситуацій (11.14) можна спростити. За малих кутів ковзання для більшості видів поверхні Землі можна вважати, що модуль коефіцієнта $R \approx 1$, а кут $\theta \approx 180^\circ$. Тоді отримуємо формулу:

$$V = 2 \left| \sin \frac{\pi}{\lambda} \Delta r \right|. \quad (11.15)$$

Зазначимо максимальну та мінімальну відстані екстремумів залежності $V(r)$:

$$r_{\max n} = \frac{4h_1 h_2}{\lambda(2n + 1)}, \quad (11.16)$$

$$r_{\min n} = \frac{4h_1 h_2}{\lambda(1 + n)}. \quad (11.16a)$$

Отже, для високопіднятих антен формула обчислення коефіцієнта V за умови

$$r > \frac{18h_1 h_2}{\lambda} \quad (11.16б)$$

така:

$$V = \frac{4\pi h_1 h_2}{\lambda r}. \quad (11.17)$$

Таким чином середньоквадратичне значення напруженості поля для ситуації високо піднятих антен:

$$E = \frac{2,18 \sqrt{P_{[\text{кВт}]}} D}{r^2_{[\text{км}]} \lambda_{[\text{м}]}} h_{1[\text{м}]} h_{2[\text{м}]}, \frac{\text{мВ}}{\text{м}}. \quad (11.18)$$

Формулу (11.18) називають *формулою Введенського*, яка є *фундаментальною* для розрахунку радіоліній метрового, дециметрового, сантиметрового діапазонів.

За доцільністю врахування дифракційних процесів застосовують таку формулу для розрахунку коефіцієнта послаблення:

$$V = \frac{4\pi \sqrt{h_1^2 + h_0^2} \cdot \sqrt{h_2^2 + h_0^2}}{\lambda r}, \quad (11.19)$$

де h_0 – деяка штучна *мінімальна ефективна висота антени* з урахуванням середовища: вода, вологий або сухий ґрунт тощо та видів поляризації:

$$h_0 = \frac{\lambda}{2\pi q}, \quad (11.19a)$$

де коефіцієнт q :

– для вертикальної поляризації:

$$q = \left| \frac{\sqrt{\varepsilon_r - j60\lambda\sigma - \cos^2 \gamma}}{\varepsilon_r - j60\lambda\sigma} \right|, \quad (11.20)$$

– для горизонтальної поляризації:

$$q = \left| \sqrt{\varepsilon_r - j60\lambda\sigma - \cos^2 \gamma} \right|. \quad (11.20a)$$

11.2.2. Поширення радіохвиль за умов низького розташування антен (гекто-, кіло-, міріаметрові хвилі)

Низько розташованими вважають антени, якщо виконана умова:

$$h_1, h_2 < k\lambda,$$

де коефіцієнт $k = 3 \dots 4$.

Для низько розташованих антен земна поверхня набуває *властивостей наближених до провідника*, отже вона *відбиває* радіохвилі і фронт хвилі має напівсферичну форму стосовно антени, розташованої в точці A (рис. 11.5).

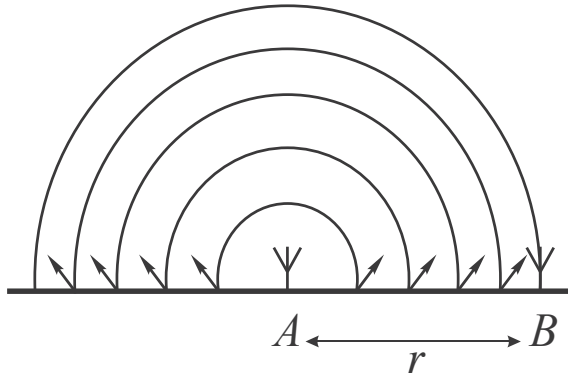


Рисунок 11.5. Модель низького розташування антени

Запишемо формулу для середньоквадратичного значення напруженості електричного поля у точці B (рис. 11.5):

$$\dot{E}_B = \frac{245 \sqrt{P_{\text{IкВт}}} D_1}{r_{\text{км}}} V_1, \frac{\text{мВ}}{\text{м}}, \quad (11.21)$$

де V_1 – множник ослаблення за умови *низько розташованих* антен.

Внаслідок відбивання радіохвилі від земної поверхні середньоквадратичне значення напруженості електричного поля E збільшено у $\sqrt{2}$ порівняно з (11.2).

Якщо задано ефективну висоту антени передавача h_e та силу струму в пучності I_n , зручно застосовувати таку формулу для розрахунку напруженості електричного поля:

$$E = \frac{120\pi h_{e[\text{м}]} I_{n[\text{А}]}}{\lambda_{[\text{м}]} r_{[\text{км}]}} V_1, \frac{\text{мВ}}{\text{м}}. \quad (11.22)$$

Методику визначення коефіцієнта послаблення запропоновано у 1909 р. Зоммерфельдом, вдосконалено у 1925...1931 рр. незалежно М. В. Шулейкіним та Б. ван-дер-Поєм (Balthasar van der Pol).

Для визначення коефіцієнта V_1 запропоновано поняття «чисельна відстань»:

$$x = \frac{r}{s}, \quad (11.23)$$

де r – фактична відстань,

s – масштаб відстані визначають за формулою:

$$s = |\dot{s}| = \frac{\lambda}{\pi} \left| \frac{(\dot{\epsilon}_r)^2}{\dot{\epsilon}_r - 1} \right|, \text{ м.} \quad (11.24)$$

Оскільки діелектрична проникність $\dot{\epsilon}_r$ має комплексний характер, то:

$$x = \frac{r\pi \sqrt{(\epsilon_r - 1)^2 + (60\lambda\sigma)^2}}{\lambda [\epsilon_r^2 + (60\lambda\sigma)^2]}. \quad (11.25)$$

За припущеннями, наведеними нижче, формулу можна спростити.

1. Якщо середовище наближене до провідного:

$60\lambda\sigma \gg \epsilon_r$, тоді

$$s = \frac{60\lambda^2\sigma}{\pi}, \quad (11.26)$$

$$x = \frac{r\pi}{60\lambda^2\sigma}. \quad (11.26a)$$

2. Якщо середовище наближене до діелектричного:

$60\lambda\sigma \ll \epsilon_r$, тоді

$$s = \frac{\lambda\epsilon_r}{\pi}, \quad (11.26б)$$

$$x = \frac{r\pi}{\lambda\epsilon_r}. \quad (11.26в)$$

Отже, коефіцієнт V_1 визначають за співвідношенням:

$$V_1 = \frac{2 + 0,3x}{2 + x + 0,6x^2}. \quad (11.27)$$

Якщо $x > 25$, можна застосувати спрощену формулу:

$$V_1 \cong \frac{1}{2x}. \quad (11.27a)$$

Таким чином формула Шулейкіна – Ван-дер-Поля з урахуванням (11.27) така:

$$E = \frac{245 \sqrt{P_{\text{[кВт]}} D_1}}{r_{\text{[км]}}} \cdot \frac{2 + 0,3x}{2 + x + 0,6x^2}, \frac{\text{мВ}}{\text{м}}. \quad (11.28)$$

Для визначення V_1 можна також користуватися кривими Берроуза (рис. 11.6) із урахуванням виду поляризації конкретної радіохвилі та значення $Q = \frac{\epsilon_r}{60\lambda\sigma}$, що характеризує середовище. Зауважимо, що за зменшення параметра x значення V_1 зростає.

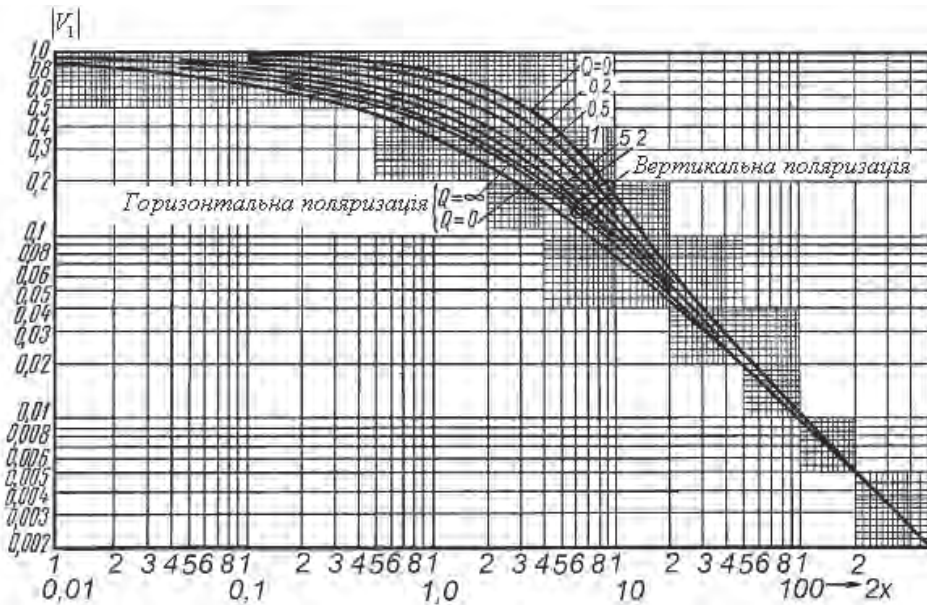


Рисунок 11.6. Криві Берроуза

Далі з'ясуємо ситуації за неоднорідного середовища радіолінії.

11.2.3. Поширення радіохвиль над неоднорідною поверхнею

З'ясуємо в історичному аспекті ситуацію поширення радіохвиль над *неоднорідним середовищем*, наприклад, «суходіл – море» (рис. 11.7).

У 1930 р. Еккерслеї запропонував застосування штучних коефіцієнтів послаблення з урахуванням різного характеру середовища та довжини радіолінії. Методику вдосконалили Міллінгтон та Е. Л. Фейнберг.

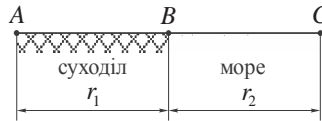


Рисунок 11.7. Поширення радіохвиль над неоднорідним середовищем

Е. Л. Фейнберг отримав формули для визначення множника послаблення для радіолінії над трьома середовищами: *море – суходіл – море*, або *суходіл – море – суходіл* (рис. 11.8) за умови, що сумарна довжина ділянок суходолу та моря однакова ($r_{сд}^{\Sigma} = r_{м}^{\Sigma}$).

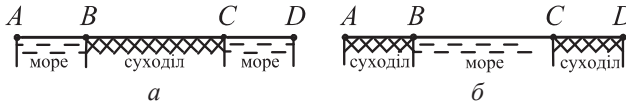


Рисунок 11.8. Радіолінія, що містить ділянки:
а – море – суходіл – море, б – суходіл – море – суходіл

За таких умов на значення напруженості електричного поля найбільше впливають *кінцеві ділянки* траси.

З рисунка (11.9) випливає, що за умови переходу від суходолу до моря значення E суттєво збільшується зі збільшенням відстані від джерела (криві наведено для потужності випромінювання 1 кВт).

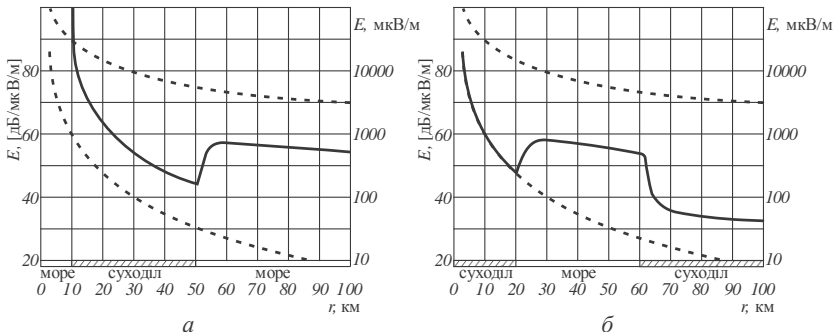


Рис. 11.9. Графіки змінення напруженості електричного поля з відстанню над трасою:
а – «море – суходіл – море» та б – «суходіл – море – суходіл», штрихові криві:
верхні для моря, нижні для суходолу; суцільні криві для комбінованих трас

Для оцінювання значення коефіцієнта V введено параметр $\xi = \frac{r_{\text{сд}}}{r_{\text{сд}} + r_{\text{м}}}$,

який називають *коефіцієнтом заповнення траси сухоходом*. На рис. 11.10. наведено графік залежності $V(\xi)$.

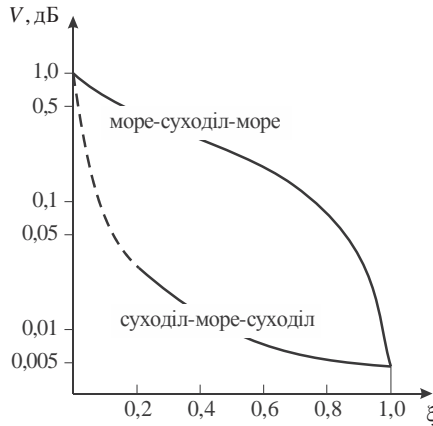


Рисунок 11.10. Графік залежності $V(\xi)$

Із графіка випливає, якщо кінцеві ділянки траси є сухоходом, то й за невеликого розміру цих ділянок ($\xi = 0,1$) множник послаблення такий же малий, як і на трасі, яка повністю є сухоходом. Якщо кінцеві ділянки траси – море, то вплив сухоходу є лише за значення ξ , близьке до 0,9.

На сьогодні є доцільним застосування *кривих поширення, рекомендованих МСЕ*, та формули (10.31), якщо радіолінія охоплює суходіл та море (підрозділ 10.7).

11.3. Поширення радіохвиль з урахуванням сферичності Землі

Скорегуємо отримані результати для реальної Землі.

11.3.1. Врахування сферичності Землі у межах прямої видимості

Як наведено вище, відстанню прямої видимості називають прямою між передавальною та приймальною антенами, яка є дотичною до Земної поверхні (рис. 11.1, формули (11.1), (11.1a)).

Якщо відстань між передавачем та приймачем r є в межах напівтіні: $0,2r_0 < r < 0,8r_0$, необхідно враховувати сферичність Землі.

Для визначення напруженості поля на відстані, меншій за r_0 , можна застосовувати формулу Введенського, але підставляти в неї не фактичні висоти антен h_1 та h_2 , а штучні – h_1' та h_2' .

$$h'_{1[M]} = h_{1[M]} - \frac{r_{1[км]}^2}{12,8}, \quad r_{1[км]} = \frac{h_1}{h_1 + h_2} \cdot r, \quad (11.29)$$

$$h'_{2[M]} = h_{2[M]} - \frac{r_{2[км]}^2}{12,8}, \quad r_{2[км]} = \frac{h_2}{h_1 + h_2} \cdot r. \quad (11.29a)$$

11.3.2. Поширення радіохвиль над однорідною гладенькою поверхнею Землі з урахуванням дифракції

Поширення радіохвиль за межі прямої видимості пояснюють явищем дифракції. Це твердження, запропоноване Г. Ватсоном у 1918 році, є актуальним для низькочастотних хвиль.

Для визначення впливу дифракції на процес поширення радіохвиль за високо розташованих передавальної та приймальної антен трасу розбивають на три ділянки (рис. 11.1):

- зона освітленості $r < 0,8r_0$;
- зона напівтіні $r = (0,8 \dots 1,2)r_0$;
- зона тіні $r > 1,2r_0$.

В. А. Фок отримав загальну формулу для напруженості електричного поля у місці приймання, яка актуальна для будь-яких відстаней від передавача. Але ця формула математично складна, її використовують здебільшого для *зони тіні*. Особливістю цієї формули є наведення множника послаблення як *добуток трьох функцій*:

$$V = U(x)V(y_1)V(y_2), \quad (11.30)$$

або

$$V_{[дБ]} = U_{[дБ]}(x) + V_{[дБ]}(y_1) + V_{[дБ]}(y_2), \quad (11.30a)$$

де $U(x)$ – функція, яка залежить від відстані та електричних параметрів земної поверхні, $V(y_1), V(y_2)$ – функції, які залежать від висот передавальної h_1 та приймальної h_2 антен відповідно.

В. А. Фок запропонував параметри траси надати у величинах:

$$\text{– розмірний масштаб відстані: } L = \left(\frac{\lambda R_3^2}{\pi} \right)^{1/3}, \text{ м}, \quad (11.31)$$

$$\text{– розмірний масштаб висот: } H = \frac{1}{2} \left(\frac{\lambda^2 R_3}{\pi^2} \right)^{1/3}, \text{ м}. \quad (11.31a)$$

Параметри радіолінії визначають із застосуванням відносних величин:

$$x = \frac{r}{L}, \quad y_1 = \frac{h_1}{H}, \quad y_2 = \frac{h_2}{H}. \quad (11.32)$$

Залежність функцій $U(x)$, $V(y_1)$, $V(y_2)$ від їх аргументів визначають із графіків залежності множника послаблення від відносних, відповідно, відстані та висоти – рис. 11.11.

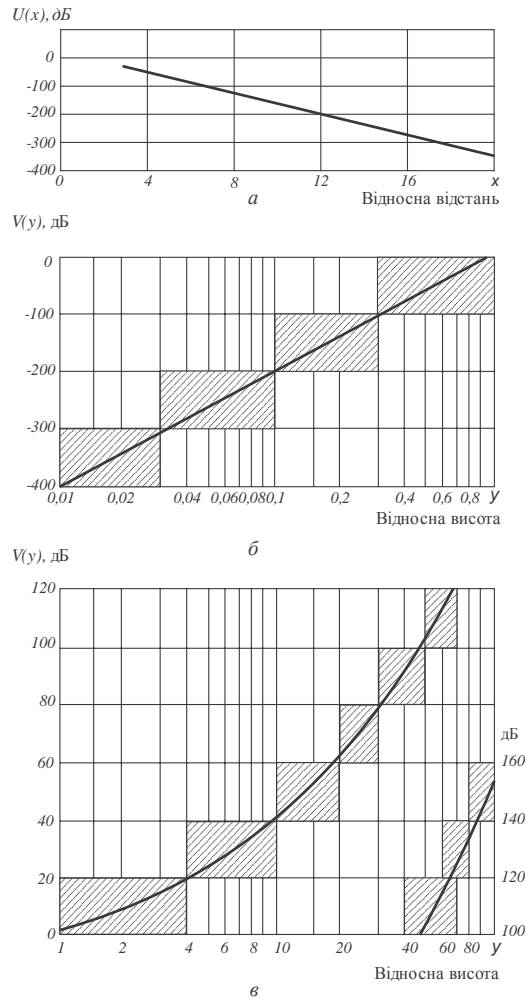


Рисунок 11.11. Функції: $a - U(x)$, $б - V(y)$ – для $y = 0,01 \dots 1$, $в - V(y)$ для $y = 1 \dots 100$.

Отже, після визначення всіх складників за графіками – рис. 11.11 стосовно аргументів за формулою (11.32) отримаємо значення коефіцієнта додаткових втрат відповідно (11.30а).

11.4. Поширення наземних радіохвиль над нерівною місцевістю

Врахувати вплив усіх *перешкод* на шляху радіохвиль узагальнено *неможливо*. Для точного розрахунку необхідно аналізувати кожну *конкретну ситуацію* проходження радіохвиль за умов нерівної (шорсткої) місцевості.

Реально радіохвилю можна моделювати еліпсоїдом обертання з урахуванням діаграми спрямованості антени.

У результаті відбивання радіохвилі від нерівної поверхні у точку приймання надходять пряма та відбита хвилі (рис. 11.12), для кожної з яких існують частини простору, істотні для поширення (яка теж має форму еліпсоїда):

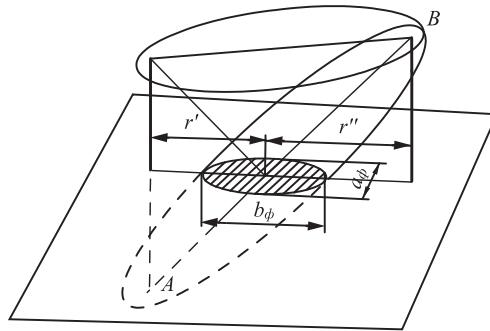


Рисунок 11.12. Ділянка земної поверхні, яка формує відбиту хвилю

Пагорби можуть екранувати ділянку поширення радіохвиль, що спричиняє послаблення хвилі. Тому антени слід підняти таким чином, щоб *перша зона Френеля* була *над пагорбами* та/або іншими перешкодами.

Закони геометричної оптики є слухними, якщо промінь падає на гладеньку поверхню. Проте радіохвилі внаслідок нерівності Землі відбиваються у різних напрямках (у зворотному також). Таке відбивання має назву *розсіяння*.

Визначимо співвідношення між довжиною хвилі та висотою перешкоди, яку необхідно враховувати під час поширення радіохвиль (рис. 11.13).

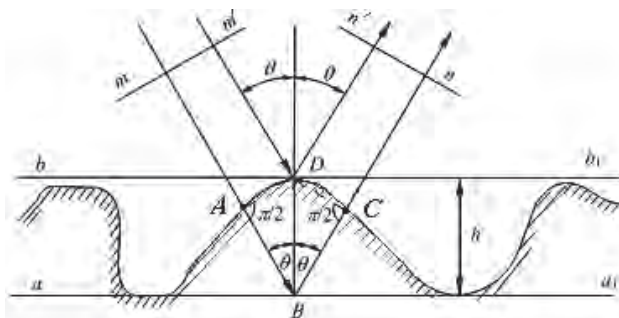


Рисунок 11.13. Процес проходження фронту хвилі, відбитої від горбистої поверхні Землі

Частина енергії фронту хвилі, що падає: $m - m'$ відіб'ється від різних ділянок земної поверхні (фронт відбитої хвилі: $n - n'$). За таких умов є *різниця шляхів* променів, відбитих від точок D і B , яка спричиняє *зсув за фазою* $\Delta\varphi$ внаслідок збільшення відстані за траєкторією ($m - n$) у порівнянні з траєкторією ($m' - n'$):

$$\Delta r = AB + BC = 2h \cos \theta. \quad (11.33)$$

Зсув за фазою

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} 2h \cos \theta. \quad (11.34)$$

Якщо $\Delta\varphi < \frac{\pi}{2}$ – хвилю вважаємо *пласкою*, тобто мінімально допустима висота

$$h_{\text{доп}} = \frac{\lambda}{8 \cos \theta}. \quad (11.35)$$

Таким чином поверхню можна вважати *рівною*, тобто відбивання є близьким до дзеркального, якщо виконано умову $h < h_{\text{доп}}$ (*критерій Релея*).

У діапазонах дециметрових, метрових хвиль треба враховувати *нерівність* водної поверхні під час шторму, середніх довжин хвиль – висоти *будинків* тощо.

Особливою є ситуація шорсткої поверхні – це велике місто. Дослідним шляхом визначено, що напруженість поля у місті менше, ніж на відкритій місцевості приблизно у 3...5 разів. Тому для орієнтовного оцінювання середнього рівня напруженості поля можна використовувати формулу Введенського з коефіцієнтом (0,2...0,4). Також необхідно враховувати поглинання та відбивання радіохвиль усередині приміщень.

На сьогодні сформовано багато математичних *моделей процесу поширення* радіохвиль, що характеризують втрати потужності у радіолінії за різних діапазонів частот та різних умов. Деякі моделі наведено у розділі 14.

11.5. Висновки

1. *Наземні радіохвилі (поверхневі)* – це хвилі, що поширюються *безпосередньо* над поверхнею Землі (71% – море, 29% – суходіл) і частково *огинають її поверхню* внаслідок явища *дифракції*.

2. На процес поширення наземних радіохвиль, головним чином, впливають також *інтерференція, відбивання, поглинання*. Ці процеси зумовлено параметрами середовища ε , σ , видом поляризації; напрямком випромінювання; рельєфом траси.

3. Для розв'язання завдань щодо поширення радіохвиль необхідно знати і вміти користуватися параметром, що має назву «тангенс кута втрат» (розділ 4), який визначають співвідношеннями:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\sigma}{\omega \varepsilon} = \frac{60 \lambda \sigma}{\varepsilon_r}$$

4. Значення ε_r є в межах від одиниць (ліс, сухий ґрунт) до десятків (вода); σ – від стотисячної долі сіменс/м до одиниць... десятків сіменс/м.

5. Для вивчення явища поширення наземних хвиль треба використовувати за відповідних умов моделі пласкої Землі та сферичної Землі з урахуванням перешкод, які чинять екранувальний ефект.

6. Критерієм визначення високо піднятих антен є нерівність $h > k \lambda$, тобто висота антени h повинна у декілька разів перевищувати довжину хвилі λ , (коефіцієнт $k = 3 \dots 4$).

7. Коефіцієнт ослаблення V для високо піднятих антен має інтерференційну структуру за формулою:

$$V = \sqrt{1 + 2R \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{\lambda} \Delta r\right) + R^2}$$

8. Як впливає з формули коефіцієнта ослаблення V для високо піднятих антен на певних ділянках радіолінії можливе як послаблення, так і підсилення сигналу.

9. За умови $r > (18 h_1 h_2) / \lambda$ застосовують *формулу Введенського*.

10. За умови низько розташованих антен $h < (3 \dots 4) \lambda$ застосовують *формулу Шулейкіна – Ван-дер-Поля*.

11. Поширення низькочастотних радіохвиль за межі прямої видимості пояснюють явищем *дифракції*.

12. Для визначення впливу на процес поширення радіохвиль у випадку піднятих передавальної та приймальної антен трасу розбивають на три ділянки:

– зона *освітленості* $r < 0,8 r_0$;

– зона *напівтіні* $r = (0,8 \dots 1,2) r_0$;

– зона *тіні* $r > 1,2 r_0$.

13. Зі збільшенням відстані між передавальною та приймальною антенами виникає похибка (теорія Фока), тому В. А. Фок запропонував коефіцієнти, які визначають параметри траси у одиницях: масштаб відстані: $L = \left(\frac{\lambda R_3^2}{\pi}\right)^{1/3}$,

масштаб висоти: $H = \frac{1}{2} \left(\frac{\lambda^2 R_3}{\pi^2}\right)^{1/3}$ та безрозмірні коефіцієнти: $x = \frac{r}{L}$, $y_1 = \frac{h_1}{H}$,

$y_2 = \frac{h_2}{H}$.

14. Під час проектування траси за умов горбистої місцевості необхідно забезпечити «просвіток» між вершинами перешкод та *першою зоною Френеля*.

15. Умови нерівності поверхні Землі для поширення радіохвиль визначено за *критерієм* Релея.

11.6. Контрольні питання та завдання

1. Охарактеризуйте параметри земної поверхні, які впливають на поширення наземних радіохвиль.
2. Виведіть формулу для кута втрат $tg\delta$ у двох варіантах (з величинами ω та λ відповідно).
3. Виведіть формулу прямої видимості та охарактеризуйте зони: освітлену, напівтіні та тіні.
4. Наведіть процедури отримання інтерференційної формули.
5. Виведіть коефіцієнт додаткових втрат для високо розташованих антен.
6. Поясніть інтерференційний характер залежності $V(r)$.
7. Виведіть *формулу Введенського* та обґрунтуйте її обмеження.
8. Отримайте розрахункові формули для антен низького розташування (*Шулейкіна – Ван-дер-Поля*).
9. Наведіть *криві Берроуза* та приклад їх застосування.
10. Охарактеризуйте особливості розрахунків напруженості електричного поля над *неоднорідною* поверхнею.
11. Охарактеризуйте процес поширення радіохвиль із врахуванням *сферичності* Землі.
12. Поясніть методику розрахунку радіолінії з урахуванням *дифракції*.
13. Визначте коефіцієнти послаблення за методикою *В. А. Фока* (дані за Вашим вибором).
14. Виведіть формули стосовно нерівності поверхні за *критерієм* Релея.

Далі з'ясуємо параметри тропосфери та її вплив на поширення радіохвиль.

Розділ 12. ТРОПОСФЕРА ТА ЇЇ ВПЛИВ НА ПОШИРЕННЯ РАДІОХВИЛЬ

12.1. Властивості тропосфери

12.1.1. Склад та основні параметри тропосфери

12.1.2. Діелектрична проникність та індекс заломлення

12.2. Вплив тропосфери на поширення наземних радіохвиль

12.2.1. Явище тропосферної рефракції

12.2.2. Вплив тропосферної рефракції на поширення наземних радіохвиль

12.2.3. Види тропосферної рефракції

12.2.4. Вплив флуктуаційних процесів у тропосфері на поширення наземних радіохвиль

12.3. Поширення тропосферних радіохвиль

12.3.1. Вплив явища надрефракції на дальнє тропосферне поширення

12.3.2. Ефект розсіювання у тропосфері

12.3.3. Багатопроменевість та завмирання сигналів

12.3.4. Поглинання радіохвиль у тропосфері

12.4. Спрощений інженерний розрахунок тропосферної радіолінії

12.5. Висновки

12.6. Контрольні питання та завдання

Під час опрацювання цього розділу та після завершення ви маєте

знати:

- розташування та склад тропосфери;
- основні параметри тропосфери;
- особливості діелектричної проникності тропосфери;
- сутність коефіцієнта заломлення та індексу заломлення;
- сутність явища тропосферної рефракції та поняття радіуса кривизни траєкторії поширення радіохвиль;
- види рефракції залежно від характеру змінення коефіцієнта заломлення;
- обґрунтування доцільності застосування еквівалентного радіуса Землі;
- вплив тропосфери на поширення наземних хвиль;
- особливості поширення тропосферних хвиль;
- причини виникнення завмирань;
- сутність впливу метеорологічних умов на поширення радіохвиль;
- засади проектування тропосферних ліній зв'язку;

вміти:

- визначити індекс заломлення;

- визначити дальність прямої видимості з урахуванням тропосферної рефракції;
- обчислити еквівалентний радіус Землі стосовно траєкторії поширення радіохвиль;
- обчислити потужність, яку створює радіохвиля у приймальній антені, з урахуванням ефекту розсіювання у тропосфері;
- обґрунтувати причини виникнення завмирань;
- визначити частоти незастосовні для тропосферних радіохвиль;
- визначити тип рефракції;
- визначити густину ймовірності розподілу напруженості електричного поля під час поширення радіохвиль у тропосфері;
- пояснити причини поглинання радіохвиль у тропосфері;
- описати вплив явища надрефракції на поширення тропосферних радіохвиль;
- застосувати спрощений інженерний метод розрахунку тропосферної радіолінії;

набути досвід:

- визначення електродинамічних параметрів тропосфери та індексу заломлення радіохвиль;
- визначення еквівалентного радіусу Землі та типів тропосферної рефракції;
- визначення впливу тропосфери на завмирання та флуктуації радіосигналів;
- спрощеного розрахунку тропосферної радіолінії.

12.1. Властивості тропосфери

12.1.1. Склад та основні параметри тропосфери

Тропосфера – це шар атмосфери, розташований *безпосередньо* над поверхнею Землі, який сягає висот (7...10) км у полярних широтах, (10...12) км – у помірних, (16...18) км – у тропіках. Цей шар містить майже 80% маси атмосферних газів і майже всю масу водяних парів. За складом газу тропосфера містить 78% азоту (N₂), 21% кисню (O₂) та 1% інших газів.

Наведемо параметри, що характеризують *властивості тропосфери* та впливають на значення *діелектричній проникності* – параметр, що суттєво *визначає процес поширення* радіохвиль.

Тиск p (паскаль – [1 Па]) в однорідній атмосфері змінюється з висотою за законом:

$$p = p_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}}, \quad (12.1)$$

де p_0 – атмосферний тиск біля поверхні Землі;
 M – маса грам-молекули газу;
 h – висота, м;
 $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ – прискорення вільного падіння;
 $R = 8,32 \text{ Дж/(град}\cdot\text{моль)}$ – універсальна газова стала;
 T – температура (кельвін).

Абсолютна температура T (кельвін – [1 К]) з висотою зменшується внаслідок адіабатичного розширення повітряних мас (рис. 12.1).

Абсолютна вологість або тиск водяної пари. Концентрація водяної пари швидко зменшується з висотою. Так, наприклад, на висоті 1,5 км кількість водяної пари у повітрі майже в 2 рази менше, а поряд верхньої границі – у сотні разів менше, ніж біля поверхні Землі. Абсолютною вологістю атмосфери називають парціальний тиск водяної пари $p_{\text{п}}$. Відносна вологість атмосфери S пропорційна абсолютній вологості, її визначають у відсотках:

$$S = \frac{p_{\text{п}}}{p_{\text{вп}}} \cdot 100\% , \quad (12.2)$$

де $p_{\text{вп}}$ – тиск водяної пари, що насичує простір за зазначеної температури.

Густина атмосфери характеризують відношенням кількості молекул до одного кубічного метра й визначають за формулою:

$$N_{\text{а}} = \frac{p}{kT} , \quad (12.3)$$

де p – атмосферний тиск, Па,
 $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/град}$ – стала Больцмана,
 T – абсолютна температура, К.

Тропосферу називають *нормальною* за *середніми значеннями* параметрів:
– тиск повітря біля поверхні Землі $p = 0,1013 \text{ МПа}$;
– абсолютна температура $T = 288 \text{ К}$ (25°C);
– відносна вологість $S = 60\%$.

Зі збільшенням висоти на кожні 100 м знижується тиск на 1,2 кПа та температура на 0,55 К. Межею *нормальної тропосфери* вважають *висоту* 11 км.

Криві змінення температури та густини атмосфери за висотою наведено на рис. 12.1.

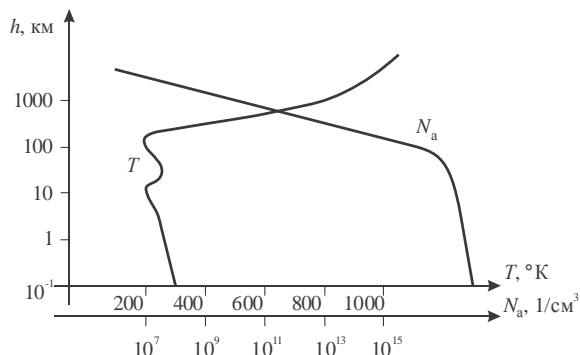


Рисунок 12.1. Графік змінення температури і густини атмосфери за висотою

12.1.2. Діелектрична проникність та індекс заломлення

Незважаючи на те, що значення *відносної діелектричної проникності* ϵ_r не набагато більше за одиницю, змінення цієї величини у часі та просторі *суттєво* впливає на процес поширення радіохвиль, особливо у діапазонах дуже високих частот (ДВЧ), ультрависоких частот (УВЧ) та надвисоких частот (НВЧ). Втрати потужності радіохвиль у тропосфері вельми малі, окрім хвиль довжиною менше 3 см ($f > 10$ ГГц).

Відносна діелектрична проникність:

$$\epsilon_r = 1 + \left[\frac{157}{T} \left(p + \frac{4800 p_n}{T} \right) \right] \cdot 10^{-8}, \quad (12.4)$$

де p – сумарний тиск газу та водяної пари, Па;

p_n – тиск пари, Па.

Коефіцієнт заломлення тропосфери:

$$n \cong \sqrt{\epsilon_r} = \sqrt{(\epsilon_r - 1) + 1} \approx 1 + \frac{\epsilon_r - 1}{2}, \quad (12.5)$$

звідки

$$n - 1 \approx \frac{\epsilon_r - 1}{2}. \quad (12.5a)$$

З урахуванням (12.4):

$$n = 1 + \left[\frac{78,5}{T} \left(p + \frac{4800 p_n}{T} \right) \right] \cdot 10^{-8}. \quad (12.6)$$

Тобто, *коефіцієнт заломлення залежить від тиску та температури*. Залежність від частоти слухна для радіохвиль довжиною $\lambda < 1$ см ($f > 30$ ГГц). На поширення таких хвиль (радіохвилі міліметрового діапазону) суттєво впливають втрати потужності, які можна врахувати, якщо використовувати *комплексну*

діелектричну проникність повітря. Коефіцієнт заломлення n лише на тисячні долі перевищує 1, тому доцільно застосовувати іншу величину *індекс заломлення*:

$$N = (n - 1)10^6. \quad (12.7)$$

N – величина залежна від метеорологічних та кліматичних умов.

Поблизу поверхні Землі $N = 260 \dots 460$.

Численні вимірювання засвідчили, що розподіл індексу заломлення за висотою визначає *експоненціальний закон*, лише у нижній частині тропосфери вертикальний *градієнт індексу заломлення є незмінним*:

$$\frac{dN}{dh} = -0,04 \text{ м}^{-1}. \quad (12.8)$$

За документом Міжнародного союзу електрозв'язку *ITU 453*, для *нормальної атмосфери* формула *індексу заломлення*:

$$N = 315 \cdot e^{-0,136h}, \quad (12.9)$$

де h – висота в кілометрах.

Проте, у реальних умовах є суттєві відхилення від ідеалізованої моделі, бо параметри тропосфери залежать від метеорологічного стану. *Повільні* змінення, пов'язані зі зміною погоди, супроводжують швидкі варіації (так звані *пульсації*), що призводить до локальних змінень індексу заломлення у тропосфері.

У тропосфері існують неоднорідності: глобули та шарові неоднорідності (спричинені формуванням у тропосфері локальних шарів, хмар, метеорологічними фронтами тощо). Тому реальна залежність індексу заломлення тропосфери від висоти є *стохастичною*, наприклад, як показано на рис.12.2, – крива 2.

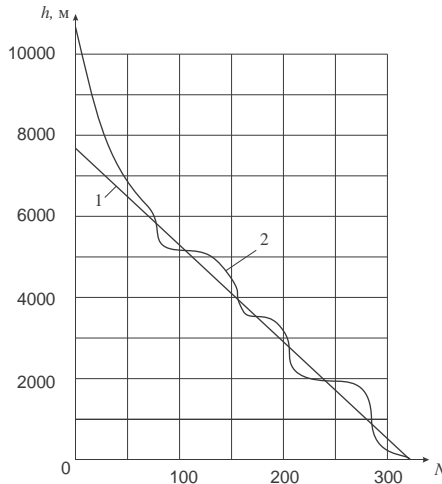


Рисунок 12.2. Залежність індексу заломлення від висоти:

1 – для нормальної рефракції (детермінована крива);

2 – за умов відхилення від нормальної рефракції (експериментальна крива)

12.2. Вплив тропосфери на поширення наземних радіохвиль

12.2.1. Явище тропосферної рефракції

Для пояснення явища рефракції сформуємо модель тропосфери складену вузькими сферичними прошарками Δn , у межах кожного з яких коефіцієнт заломлення вважаємо незмінним (рис. 12.3). Нехай у точці A здійснено процес випромінювання радіохвилі за кутом θ_0 на межу прошарків у точці B . Перехід радіохвилі в інший прошарок спричиняє її заломлення за другим законом Снеліуса. Значення коефіцієнта заломлення з висотою є меншим, бо кут заломлення ψ_1 більше кута падіння θ_0 . На межі розподілу другого, третього та наступних прошарків також є заломлення радіохвилі. Таким чином, у процесі проходження радіохвилі через неоднорідне середовище є викривлення траєкторії. Назва цього явища – *рефракція*.

Отже, *рефракція* – змінення напрямку поширення радіохвиль внаслідок змінення значення діелектричної проникності у неоднорідному середовищі.

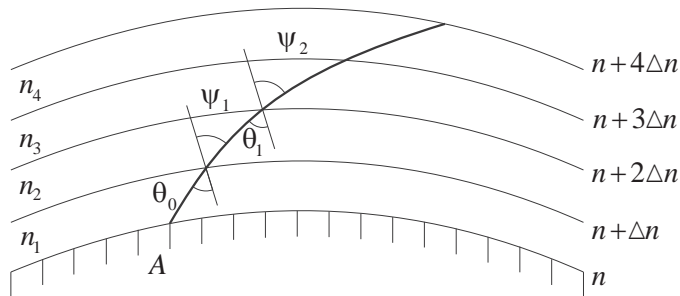


Рисунок 12.3. Рефракція радіохвиль у моделі тропосфери, сформованій з кількох однорідних прошарків

За збільшення значення n , кут θ_1 зростає порівняно з кутом θ_0 , тому траєкторія не є прямолінійною. Якщо нехтувати кривизною Землі та для спрощення аналізу вважати, що поверхні з однаковим коефіцієнтом заломлення є плоскими, паралельними до Землі прошарками, то траєкторію хвилі у такому середовищі можна навести, як на рис. 12.4. Нагадаємо, що на межі прошарків тропосфери є актуальним *другий закон Снеліуса* (8.14):

$$\frac{\sin \theta_0}{\sin \psi_1} = \frac{n + \Delta n}{n}, \quad (12.10)$$

або

$$\sin \theta_0 \cdot n = \sin \psi_1 \cdot (n + \Delta n). \quad (12.10a)$$

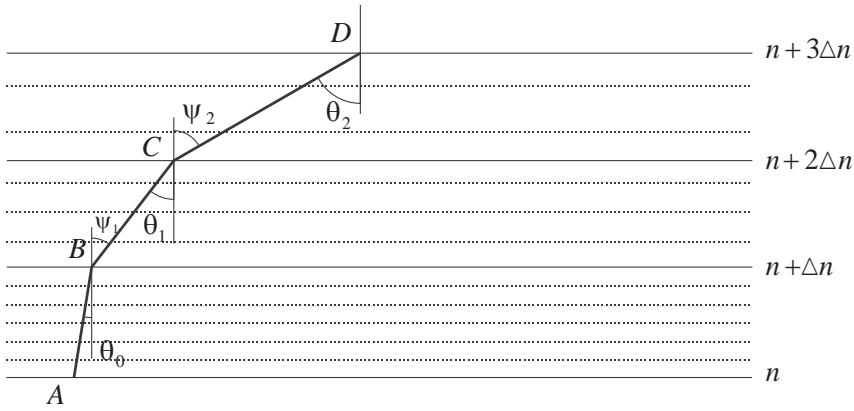


Рисунок 12.4. Спрощена модель поверхні Землі та шарів тропосфери (за умови нехтування кривизною Землі)

Для визначення рефракції застосовують поняття *радіус кривизни* траєкторії радіохвилі, що поширюється у тропосфері. За визначенням, радіус кривизни (рис. 12.5):

$$\rho = \frac{AB}{d\varphi}. \quad (12.11)$$

Для визначення радіусу кривизни за параметрами тропосфери вважаємо її *неоднорідним середовищем* та нехтуємо кривизною Землі. Звертаємо увагу на *дві поверхні* (рис. 12.5), які розташовано одна від одної на відстані dh . На нижній поверхні коефіцієнт заломлення n , а на верхній $n + dn$. Промінь, що падає на нижню поверхню під кутом φ , *заломлюється* на цьому проміжку та падає на вищу поверхню за кутом $\varphi + d\varphi$. Елемент траєкторії у точці B має *додатковий нахил* на кут $d\varphi$ відносно променя у точці A . Таке ж значення має кут між нормалями до цих елементів траєкторії – кут з вершиною в центрі кривизни O .

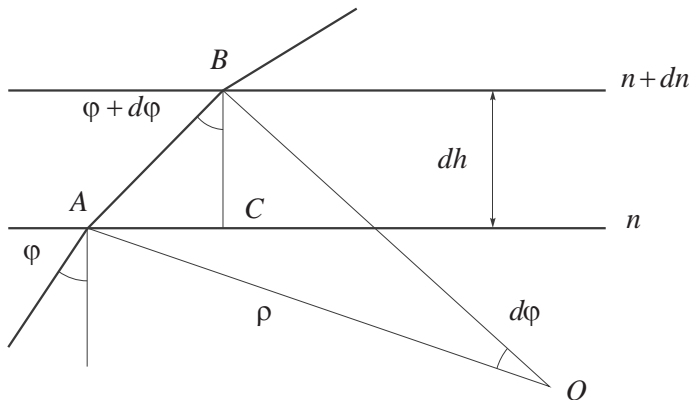


Рис. 12.5. До визначення радіусу кривизни траєкторії хвилі у неоднорідному середовищі

Після математичних перетворювань отримаємо формулу для обчислення радіусу кривизни:

$$\rho = -\frac{n}{(dn/dh)\sin\varphi}, \quad (12.11a)$$

Важливими для практики є *похилі радіохвилі*, які поширюються за умовами $\varphi \rightarrow 90^\circ$ та $n = 1$, тоді з формули (12.11) маємо:

$$\rho = -\frac{1}{(dn/dh)} = -\frac{10^6}{(dN/dh)}. \quad (12.11б)$$

Знак «-» (мінус) означає, що траєкторія має додатну кривизну, тобто є *опуклою вгору* – коефіцієнт заломлення n зменшується за висотою ($dn/dh < 0$). У *нормальній тропосфері* градієнт незмінний: $\frac{dN}{dh} = -0,04 \text{ м}^{-1}$. Траєкторія пологих радіохвиль – це *дуга кола* радіусом $\rho = 25000 \text{ км}$.

На підставі описаних процесів формулюємо висновок, що вплив тропосфери на поширення радіохвиль полягає у викривленні траєкторії, тобто *рефракції*.

12.2.2. Вплив тропосферної рефракції на поширення наземних радіохвиль

З'ясуємо докладно *вплив тропосферної рефракції* на поширення радіохвиль для піднятих приймальної та передавальної антен. Застосуємо *інтерференційні* формули (11.13, 11.13а, 11.18). Такі умови є слушні для діапазону ультракоротких хвиль. Виведення інтерференційних формул зумовлено припущенням, що прямий та відбитий від поверхні Землі промені поширюються вздовж прямолінійних траєкторій з постійною швидкістю. Проте у реальних умовах жодну з цих умов не виконано. Внаслідок тропосферної рефракції *прямий і відбитий* від поверхні Землі промені трасою AB поширюються за *криволінійних* траєкторій із відбиттям від точки C , як показано на рис. 12.6 суцільними лініями. На рисунку штриховими лініями показано також траєкторії променів за відсутності рефракції.

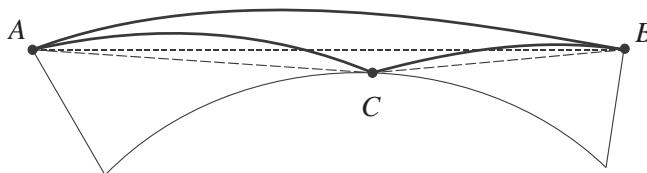


Рисунок 12.6. Форма траєкторій прямого та відбитого від Землі променів за тропосферної рефракції

У 1933 р. Скіллінг, Берроуз та Феррел запропонували *спрощений спосіб* урахування впливу тропосферної рефракції, основою якого є *припущення*, що радіохвиля поширюється вздовж прямолінійної траєкторії з постійною швидкістю *не* над *реальною* поверхнею Землі з радіусом R_3 , а над *уявною* – з *еквівалентним радіусом* $R_{3\text{екв}}$. Значення еквівалентного радіуса визначають за умов *збереження* відносної кривизни між променем та поверхнею Землі у *реальних умовах* та за *еквівалентною траєкторією* поширення (рис. 12.7).

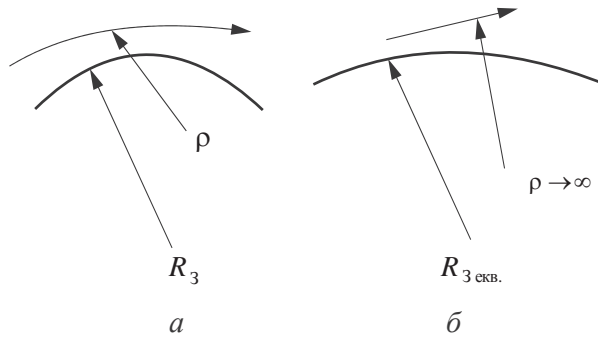


Рисунок 12.7. Промінь та поверхня Землі: *a* – у реальних умовах, *б* – за умов еквівалентного радіуса Землі

Відносною кривизною називають різницю $\frac{1}{R_3} - \frac{1}{\rho}$.

На підставі цього положення *еквівалентний радіус Землі* визначають із співвідношення:

$$\frac{1}{R_3} - \frac{1}{\rho} = \frac{1}{R_{3\text{екв}}} - \frac{1}{\infty}, \quad (12.12)$$

$$R_{3\text{екв}} = \frac{R_3}{1 - \frac{R_3}{\rho}}. \quad (12.13)$$

Підставимо у формулу (12.13) значення радіуса кривизни (12.11б):

$$R_{3\text{екв}} = \frac{1}{1 + R_3 \frac{dN}{dh} 10^{-6}}. \quad (12.13a)$$

Після підстановки значень для нормальної тропосферної рефракції $\frac{dN}{dh} = -4 \cdot 10^{-2}$ 1/м та *фактичного* радіуса Землі $R_3 = 6370$ км у формулу (12.14) отримаємо *еквівалентний радіус Землі* $R_{3\text{екв}} = 8500$ км та $k = 4/3$ – *відношення* еквівалентного радіуса Землі до фактичного.

Визначення *еквівалентного радіусу Землі* дає змогу застосовувати формули, що отримано вище для обчислень з урахуванням тропосферної рефракції *заміною* в них *фактичного* радіусу на *еквівалентний*.

Нагадаємо формули *відстані прямої видимості* без урахування тропосферної рефракції: (11.1), (11.1a):

$$r_0 = \sqrt{2R_3} \left(\sqrt{h_{1[M]}} + \sqrt{h_{2[M]}} \right) = 3,57 \left(\sqrt{h_{1[M]}} + \sqrt{h_{2[M]}} \right), \text{ км.}$$

Якщо підставити у формулу (11.1a) значення *еквівалентного радіусу* Землі (для нормальної атмосферної рефракції), отримаємо:

$$r_0 = 4,12 \cdot \left(\sqrt{h_{1[M]}} + \sqrt{h_{2[M]}} \right), \text{ км.} \quad (12.14)$$

Під час використання інтерференційних формул, до яких радіус Землі безпосередньо не входить, вплив атмосферної рефракції враховують *заміною* фактичних висот штучними:

$$h_1' = h_1 - \frac{r_1^2 \text{ [км]}}{k \cdot 12,8}; \quad (12.15)$$

$$h_2' = h_2 - \frac{r_2^2 \text{ [км]}}{k \cdot 12,8}. \quad (12.15a)$$

Таким чином, застосування концепції щодо *еквівалентного радіуса Землі* під час розрахунків за інтерференційними формулами для пологих променів є *доцільним*.

12.2.3. Види тропосферної рефракції

Описаний вище вплив тропосферної рефракції враховує лише типовий стан тропосфери – за нормальних умов. Реально, якщо брати до уваги певні метеорологічні умови, індекс заломлення за *станом тропосфери змінюється* залежно від висоти. Тому тропосферна рефракція може набувати різних властивостей.

Нижче надано *класифікацію різних видів тропосферної рефракції*. В основі класифікації – формули для градієнту індексу заломлення dN / dh .

Є такі види тропосферної рефракції.

Негативна рефракція – якщо N не зменшується, а збільшується, $dN / dh > 0$. За таких умов радіохвиля віддаляється від поверхні Землі, а дальність видимості відповідно зменшується. Негативна рефракція – рідкісне явище.

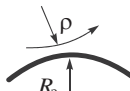
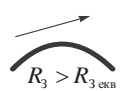
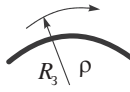
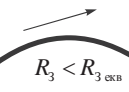
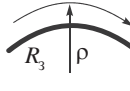
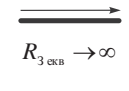
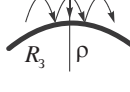
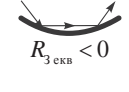
Позитивна рефракція виникає, якщо індекс N зменшується з висотою, тобто $dN / dh < 0$. Позитивна рефракція *сприяє збільшенню дальності* поширення хвиль. Позитивну рефракцію поділяють на:

– *знижену* (скривлення променів менше, ніж за умов нормальної рефракції);

– *нормальну*;

– *підвищену* (скривлення променів більше, ніж за умов нормальної рефракції, але не досягає критичного значення) та *критичну* рефракцію (радіус кривизни траєкторії дорівнює радіусу Земної кулі) і *надрефракцію* (за умов якої скривлення променів більше критичної рефракції).

Таблиця 12.1. Види тропосферної рефракції

Вид тропосферної рефракції	$\frac{dN}{dh}, \frac{1}{\text{м}}$	$R_{3 \text{ экв}}, \text{км}$	Фактична траєкторія	Еквівалентна траєкторія
негативна	> 0	< 6370		
позитивна: знижена	$-(0 \dots 0,04)$	$6370 \dots 8500$		
позитивна: нормальна	$-0,04$	8500		
позитивна: підвищена	$-(0,04 \dots 0,157)$	$8500 \dots \infty$		
критична	$-0,157$	∞		
надрефракція	$< -0,157$	< 0		

У таблиці 12.1 для кожного з вищезгаданих видів рефракції наведено або конкретні значення величин $dN / dh, R_{3 \text{ экв}}, \rho$, або межі їх змінення. Також показано траєкторії променів і еквівалентні схеми поширення радіохвиль над поверхнею Землі з еквівалентним значенням її радіуса.

Зауважимо, що явище «міраж» обумовлено ефектом надрефракції.

12.2.4. Вплив флуктуаційних процесів у тропосфері на поширення наземних радіохвиль

Значення коефіцієнта заломлення є змінним залежно від висоти h та змінним у часі залежно від діелектричної проникності ϵ . Це призводить до *повільних* змінень рівня поля у точці приймання. *Флуктуації* коефіцієнта заломлення n додатково негативно впливають на поширення радіохвиль.

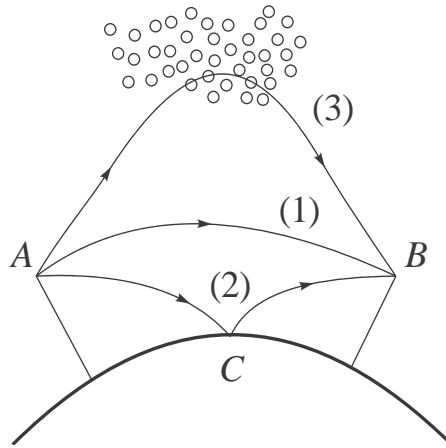


Рисунок 12.8. До виникнення явища завмирання

У зоні прямої видимості поле утворено внаслідок *інтерференції* прямого та відбитого від поверхні Землі променів. Неоднорідності, які є на шляху променів, впливають на поширення й, відповідно, на різницю фаз променів. *Флуктуації фаз* призводять до змінення рівнів сумарного поля, тобто зумовлює *завмирання* сигналу.

Механізм впливу цих *неоднорідностей* є більш суттєвим за умови зменшення довжини радіохвилі ($\lambda < 10$ см). У деяких випадках завмирання можуть виникати через взаємодію двох основних променів 1 та 2 з додатковим 3 (рис. 12.8). Розташування цієї неоднорідності швидко змінюється, тому так само швидко змінюється *різниця фаз* і, відповідно, сумарне значення напруженості поля у точці приймання. Оскільки значення напруженості поля наземної радіохвилі значно більше радіохвилі, розсіяної або відбитої від неоднорідностей, то, зазвичай, завмирання на *коротких радіолініях* мають невелику глибину та суттєвих *спотворень не вносять*. Завмирання треба враховувати у процесі проектування *радіорелейних ліній* особливо великої протяжності через накопичення ділянок, де є завмирання.

12.3. Поширення тропосферних радіохвиль

12.3.1. Вплив явища надрефракції на дальнє тропосферне поширення

Надrefракція – вид позитивної (додатної) атмосферної рефракції, за якої радіус кривизни траєкторії променя більший радіуса Землі. Режимом надrefракції може бути охоплена обмежена за висотою ділянка тропосфери, в якій виконано умову:

$$dN / dh < -0,157 . \quad (12.16)$$

За умови надrefракції *індекс заломлення зменшується* зі зростанням висоти приблизно у *чотири рази більш інтенсивно*, ніж за нормальної рефракції.

За певних метеорологічних умов виникає явище температурної *інверсії*, яке полягає в тому, що в деякому інтервалі висот температура повітря не зменшується з висотою, а починає збільшуватися, що сприяє виникненню надrefракції. Є такі причини появи температурної *інверсії*.

Адвекція (горизонтальне перенесення повітряних мас). Адвекційна інверсія виникає за умови горизонтального перенесення теплих повітряних мас, коли вони розташовані над холоднішим (або охолодженим) прошарком повітря. Прикладом адвекції є перенесення теплого нагрітого повітря з суходолу на холоднішу поверхню моря. Схему виникнення такої інверсії показано на рис. 12.9.

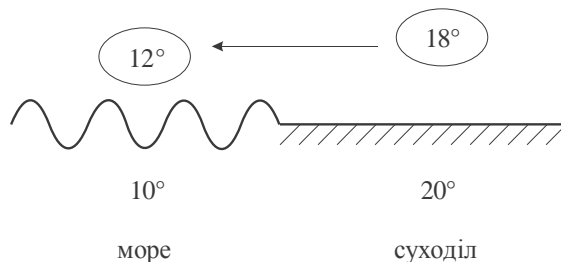


Рисунок 12.9. Схеми виникнення температурної інверсії у разі перенесення нагрітого повітря на холоднішу поверхню моря

Радіаційне охолодження поверхні Землі. За умови радіаційного охолодження поверхні Землі вночі внаслідок теплової емісії, в першу чергу охолоджуються прошарком повітря, які розташовано безпосередньо біля ґрунту.

Стиснення повітряних мас. Внаслідок *рефракції* інверсних прошарків (із змінною температурою) можна досягти відстані поширення радіохвилі (200...400) км.

Процес поширення радіохвиль в умовах надrefракції (рис. 12.10) аналогічний процесам поширення у діелектричних хвилеводах. Нижньою стінкою такого *хвилеводу* є поверхня Землі, що являє собою напівпровідне середовище,

а верхньою межею є ділянка надрефракції (рис. 12.10а). Коефіцієнт заломлення всередині цієї ділянки має більше значення, ніж над нею (рис. 12.10б).

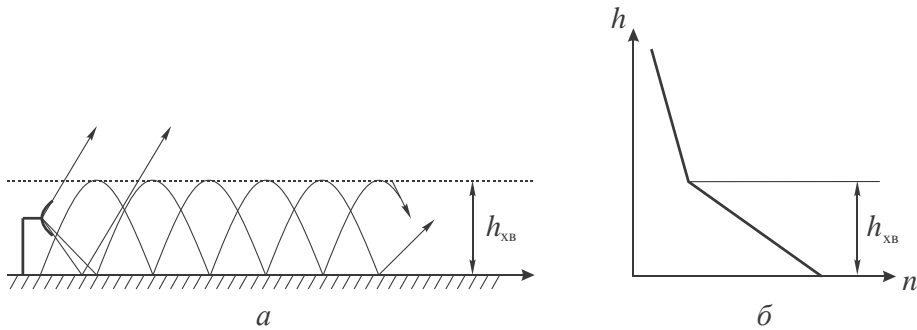


Рисунок 12.10. Умови поширення радіохвиль у тропосферному хвилеводі: а – модель хвилеводу, б – змінення коефіцієнта заломлення за висотою

Ділянку надрефракції у тропосфері називають *тропосферним хвилеводом*, або *тропосферним хвилеводним каналом*. Поширення за умов надрефракції називають *хвилеводним поширенням*. Висота тропосферних хвилеводів досягає декількох десятків метрів, тобто хвилеводне поширення можливе лише для сантиметрових та дециметрових хвиль. На висоті більшій за висоту хвилевода – рефракція нормалізується.

У тропосферних хвилеводах можуть поширюватись лише хвилі, довжина яких не перевищує

$$\lambda_{кр} = 8 \cdot 10^{-4} h_{xb}^{3/2}, \quad (12.17)$$

де h_{xb} – висота хвилеводу.

Якщо передавач і приймач розташовано у межах такого *хвилеводу*, є можливим приймання ультракоротких хвиль на значно більших відстанях, проте тропосферні хвилеводи – явище нерегулярне. Також явище хвилеводного поширення спричиняє завади для станцій, які працюють у сантиметровому діапазоні радіохвиль, а також завади для радіолокаційних станцій виявлення та супроводження літаків тощо.

12.3.2. Ефект розсіювання у тропосфері

З'ясуємо механізм *дальнього тропосферного поширення* ультракоротких хвиль, який зумовлено процесами *розсіювання* у тропосфері. На рис. 12.11 схематично показано тропосферну лінію зв'язку.

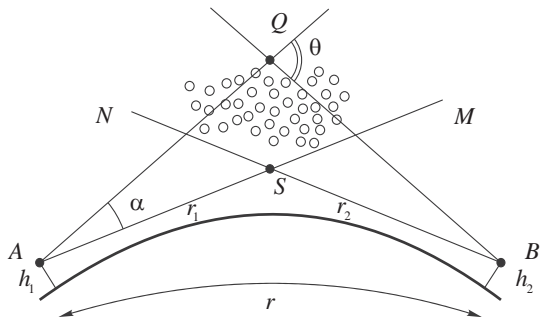


Рисунок 12.11. До пояснення механізму дальнього тропосферного поширення ультракоротких хвиль внаслідок розсіювання у тропосфері

У точці A на висоті h_1 над поверхнею Землі розташовано передавальну антену з коефіцієнтом спрямованої дії D_1 , а у точці B на висоті h_2 – приймальну антену з коефіцієнтом підсилення D_2 . Довжина лінії зв'язку дорівнює $r \approx (r_1 + r_2)$. Промені з точки A та точки B є дотичними до поверхні Землі. Всі точки розсіювання у об'ємі V спостережуювані з пунктів розташування антен. Сукупність цих точок у межах тропосфери формує, як зазвичай називають, *загальний об'єм розсіювання*. Розсіювальний об'єм визначають як простір, обмежений діаграмами спрямованості антен – передавача та приймача. Всі неоднорідності тропосфери, які є у межах загального об'єму та опромінено передавальною антеною, є джерелами *вторинного* випромінювання, яке впливає на приймальну антену.

Мінімальну висоту розташування нижньої межі розсіювального об'єму визначають як:

$$h_{min} \approx \frac{r^2}{8R_{3\text{скв}}}. \quad (12.18)$$

За умов нормальної тропосферної рефракції для трас довжиною $r = (200 \dots 600)$ км – $h_{min} = (0,6 \dots 5)$ км.

Лінійні розміри об'єму розсіювання пропорційні ширині діаграми спрямованості α , та його розраховують за формулою:

$$V_{роз} = \frac{(r\alpha)^3}{4\theta_{роз}}, \quad (12.19)$$

де $\theta_{роз} \approx \frac{r}{R_{3\text{скв}}}$ – кут розсіювання, визначений перетином осей діаграм спрямованості передавальної та приймальної антен.

Позначимо через S_p питому ефективну площу розсіювання одиниці об'єму тропосфери. Ефективна площа розсіювання тіла – це величина, яка, за множення на густину потоку потужності (модуль вектора *Пойнтінга*) первин-

ного випромінювання потужністю P_1 та ділення на $4\pi r_2^2$, визначає *густину потоку потужності* розсіяного випромінювання у точці приймання. Інтенсивність розсіювання залежить від кута розсіювання θ , тому питома ефективна площа розсіювання – $S_p(\theta) \left[\frac{\text{М}^2}{\text{М}^3} \right]$.

Потужність вторинного випромінювання елемента dV , за визначенням:

$$dP_\theta = \frac{P_1 D_1 S_p(\theta)}{4\pi r_1^2} dV . \quad (12.20)$$

Густина потоку енергії радіохвилі у точці B – на вході *приймальної антени*:

$$d\Pi_2 = \frac{dP_\theta}{4\pi r_2^2} , \text{ Вт/м}^2, \quad (12.21)$$

а елемент (диференціал) потужності на вході приймальної антени:

$$dP_2 = d\Pi_2 S_{\text{эф}}, \text{ Вт}, \quad (12.22)$$

де $S_{\text{эф}}$ – *ефективна площа* приймальної антени, пов'язана з коефіцієнтом спрямованої дії та довжиною радіохвилі співвідношенням $S_{\text{эф}} = D_2 \lambda^2 / 4\pi$, м^2 .

Підставимо у формулу (12.22) величини із (12.20) та (12.21) й отримаємо:

$$dP_2 = \frac{P_1 D_1 D_2 S_p(\theta) \lambda^2}{16\pi^2 r_1^2 r_2^2 4\pi} dV , \quad (12.23)$$

та

$$P_2 = \frac{P_1 D_1 D_2 \lambda^2}{64\pi^3} \cdot \int \frac{S_p(\theta)}{r_1^2 r_2^2} dV . \quad (12.24)$$

Формула (12.24) показує, що для розрахунку потужності, яку створює радіохвиля у приймальній антені, необхідно знати *конфігурацію загального об'єму* тропосфери, що створює *розсіяне* випромінювання, та формулу для *питомої ефективної площі* розсіювання.

12.3.3. Багатопрореневість та завмирання сигналів

Механізм дальнього *тропосферного* поширення радіохвиль є суттєво відмінним від поширення наземних радіохвиль:

– у місці приймання напруженість електричного поля створено інтерференцією множини елементарних променів, відбитих та розсіяних від «глобул» в атмосфері;

– розташування розсіювальних центрів безперервно і випадково змінюється. У цьому випадку більш доцільний термін *флуктуаційна багатопрореневість*.

Розрізняють *дискретну* та *неперервну* (дифузну) *багатопрореневості*. Під час дискретної багатопрореневості у пункт приймання потрапляє обмежене число променів, наприклад, два (як це показано на рис. 12.12а). Зазвичай довжини шляхів, які проходять окремі промені, різні.

За дифузної багатопрореневості у пункт приймання потрапляє нескінченна множина елементарних променів (рис. 12.12б).

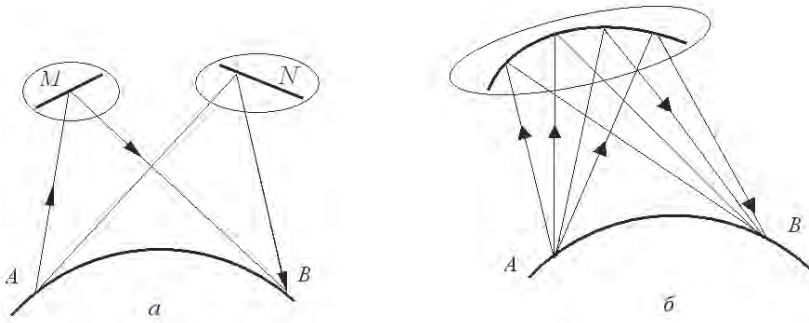


Рисунок 12.12. Види багатопрореневості: а – дискретна; б – дифузна

Аналіз ситуації інтерференції n променів з будь-якими амплітудами і випадковими фазами, якщо $n \geq 10$, показує, що густину розподілу напруженості електричного поля E описує закон Релея:

$$p(E) = \frac{2E}{\bar{E}^2} e^{-\frac{E^2}{\bar{E}^2}}, \text{ м/В} \quad (12.25)$$

де E – середньоквадратичне значення [В/м];

\bar{E} – усереднене за відносно довгий термін (5...10) хв. значення квадрату середньоквадратичного значення.

Таким чином характерною особливістю дальнього поширення ультракоротких радіохвиль внаслідок *розсіювання* у тропосфері є те, що сигнали, які приймають, зазнають *завмирань*, тобто неперервних і хаотичних коливань напруженості електричного поля у місці приймання.

Завмираннями називають неперервні швидкі коливання рівня прийнятого сигналу з тривалістю у декілька хвилин, секунд, часток секунди, які призводять до *спотворення* сигналу.

Наявність завмирань потребує спеціальних визначень для характеристики середнього рівня прийнятого сигналу чи ступеня відхилення миттєвих значень

рівня від обумовленого середнього значення за деякий інтервал T_i . Найбільш застосовним є визначення середнього рівня у *медіанних значеннях* напруженості поля. На рис. 12.13 медіанний рівень позначено через $E_{0,5}$. Періоди перевищення медіанного рівня заштриховано. Довжина заштрихованих відрізків дорівнює довжині не заштрихованих за деякий інтервал. Для орієнтовної характеристики завмирань необхідно додатково вказати ще значення двох, трьох рівнів, які перевищено впродовж, наприклад, 90%; 99%; 99,9%, зазначеного інтервалу приймання сигналу. Рівні (за 90% та 10%) на рис. 12.13 позначено $E_{0,9}$ та $E_{0,1}$ відповідно.

Важливими параметрами завмирань є *середня частота* та *глибина завмирань*. Частоту завмирань визначають за числом перетину медіанного рівня. Зазвичай глибиною завмирань є різниця ($E_{0,1} - E_{0,9}$).

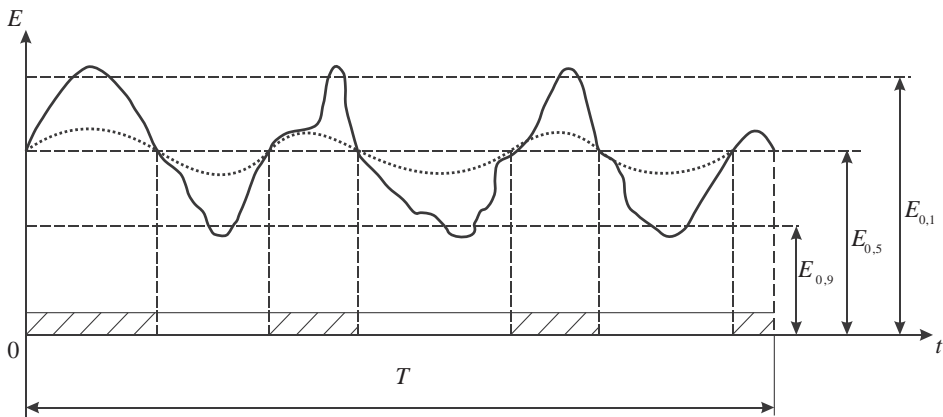


Рисунок 12.13. До визначення медіанного рівня прийнятого сигналу

Ефект *дальнього тропосферного поширення* відкрито В. А. Введенським та А. Г. Аренбергом 1933 року, а 1950 року створено першу станцію тропосферного радіозв'язку. Системи дальнього тропосферного зв'язку та радіолокаційні станції характеризують висока інформативність і тому вони повинні забезпечувати високу інформаційну надійність, що зазнає впливу швидких та повільних завмирань.

Причини завмирань, за якими класифікують їхні типи:

1) *рефракційні завмирання* внаслідок *екранувального впливу перешок* – обумовлено потраплянням приймальної антени в область глибокої тіні; їх визначають як *повільні завмирання* за слабкої частотної залежності та виникають вони практично одночасно у всій системі зв'язку у деякому діапазоні;

2) *рефракційні завмирання інтерференційного типу* – обумовлено збільшенням просвіту на радіотрасі за збільшення рефракції та за потрапляння антени в інтерференційний мінімум виникають у результаті взаємодії прямої радіохвилі та радіохвиль, відбитих від земної поверхні; їх визначають як *швидкі завмирання* з глибиною (25...30) дБ та тривалістю до 10 с;

3) *інтерференційні завмирання* внаслідок впливу шаруватих неоднорідностей тропосфери – обумовлено інтерференцією прямої радіохвилі та радіохвиль відбитих від цих неоднорідностей та можливим потраплянням приймальної антени в інтерференційні мінімуми; їх визначають як *швидкі завмирання* з глибиною (25...30) дБ та тривалістю від частки секунди до секунди;

4) *завмирання внаслідок екранувального впливу неоднорідностей тропосфери* – обумовлено послабленням радіохвиль тропосферою, якщо більша частина енергії послаблюється, а невелика – сягає точки приймання; їх визначають або як *швидкі*, або *повільні завмирання*, що практично корельовано у межах одного частотного діапазону; вони виникають водночас у всій системі зв'язку;

5) *завмирання внаслідок послаблення гідрометеорами* – обумовлено розсіюванням радіохвиль частинками гідрометеорів (дощ, сніг, град, туман, тощо) та нерезонансним поглинанням у цих частинках;

б) *завмирання внаслідок поглинання у газах* тропосфери – обумовлено взаємозв'язком поля радіохвиль та молекул газу, що мають електричні та магнітні властивості, селективний характер та досягають максимуму за збіг частот електромагнітного поля із власними частотами коливань молекул.

12.3.4. Поглинання радіохвиль у тропосфері

Як зазначено вище, одним із факторів впливу на процес поширення радіохвиль є *поглинання*, обумовлене неоднорідностями середовища у тропосфері.

Відомо, що радіохвилі, довжина яких $\lambda > 10$ см, не зазнають ослаблення у тропосфері, проте довжиною $\lambda < 10$ см під час поширення в тропосфері схильні до *поглинання*, яке за деяких умов є настільки великим, що реалізувати радіозв'язок неможливо.

Рисунок 12.14 ілюструє залежність коефіцієнта поглинання у кисні, повітрі та парах води від частоти.

Поглинання радіохвиль у тропосфері спричинено низкою чинників.

Поглинання у крапельних утвореннях, або гідрометеорах (дощ, туман, сніг, град); є дві різні фізичні причини, що спричиняють поглинання радіохвиль у краплинах води: втрати енергії, що виникають у краплинах, та існування струмів зміщення, які є джерелом розсіяного, або вторинного випромінювання. У діапазоні оптичних частот найбільшого поглинання електромагнітні хвилі зазнають у тумані, трохи меншого під час снігопаду і ще меншого – під час дощу.

Молекулярне поглинання за відсутності дощу, туману та інших крапельних утворень. В цих умовах енергію радіохвилі, що поширюється, витрачає на нагрівання, іонізацію та збудження атомів та молекул, фотохімічні процеси тощо.

У момент поглинання атоми та молекули переходять із стану з меншою енергією у стан з більшою енергією. Поміж газів, що входять у склад тропосфери, молекулярне поглинання найбільш суттєве у кисні та водяних парах (рис. 12.14).

Розсіювання на молекулах

Поглинання у твердих частинках (пил, дим)

Ці чинники обов'язково необхідно враховувати під час проектування тропосферних радіоліній.

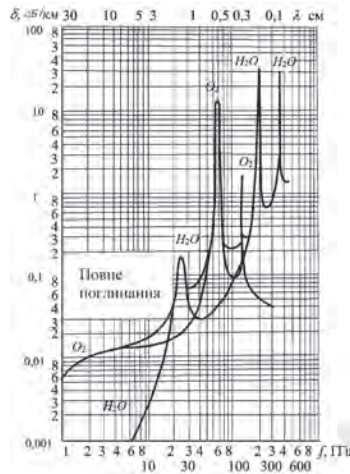


Рисунок 12.14. До ефекту поглинання енергії радіохвиль молекулами у тропосфері

12.4. Спрощений інженерний розрахунок тропосферної радіолінії

Будь-який розрахунок радіолінії полягає у визначенні *втрат потужності* електромагнітної хвилі під час поширення. Метод розрахунку стосовно дальнього поширення тропосферних радіохвиль розроблено Б. А. Введенським та М. А. Колосовим.

В основу методу покладено експериментальні дані, які отримано на сухопутних трасах довжиною до 800 км у діапазоні частот радіохвиль (0,2...10) ГГц. За методом розраховують середнє значення потужності на вході приймача залежно від відстані, довжини радіохвилі та метеорологічних умов, також є можливим врахувати завмирання сигналів. Коефіцієнт ослаблення визначають у децибелах відношенням P_2 до потужності, яка є за умов вільного простору P_{20} :

$$V = 10 \lg \frac{P_2}{P_{20}}. \quad (12.26)$$

Коефіцієнт ослаблення має такі компоненти:

$$V = V_c + \Delta V_m + \Delta V_p + \Delta D + \Delta V, \quad (12.27)$$

де:

V_c – типове значення послаблення сигналу для заданої відстані та довжини хвилі за стандартних умов (стандартними називають умови поширення радіохвиль над гладкою сферичною Землею за індексу заломлення над поверхнею $N = (n - 1) \cdot 10^6 = 315$);

ΔV_m – поправка обумовлена метеорологічними умовами;

ΔV_p – поправка обумовлена рельєфом місцевості;

ΔD – поправка обумовлена втратами підсилення антен;

ΔV – додаткове ослаблення внаслідок завмирань.

На рис. 12.15а наведено графіки залежностей функцій ослаблення від відстані за стандартних умов для радіохвиль різної довжини V_c . Графіки надано для відстаней понад 100 км, якщо сигнал радіохвилі, що розсіяна на неоднорідностях тропосфери, перевищує сигнал внаслідок дифракції (із урахуванням нормальної рефракції).

Для інших метеорологічних умов надають поправку ΔV_m , яку визначають як:

– за відстані $r = (100 \dots 350)$ км:

$$\Delta V_m = (0,93 \dots 1,63 \cdot 10^{-3} r) \cdot (N_{\text{сеп}} - 315), \text{ дБ} \quad (12.30)$$

– за відстані $r = (350 \dots 850)$ км:

$$\Delta V_m = (0,5 \dots 0,4 \cdot 10^{-3} r) \cdot (N_{\text{сеп}} - 315), \text{ дБ} \quad (12.31)$$

де $N_{\text{сеп}}$ – середнє значення коефіцієнта заломлення для зазначеної траси за місяць.

Коефіцієнт ΔV_p визначають за умов конкретної траси.

Коефіцієнт ΔD обумовлено конструктивними особливостями антен стосовно фазових розбіжностей сигналу у розкритті антени та, відповідно, спотворення поля і як результат зменшення коефіцієнта спрямованої дії у 2...3 рази, або на (3...5) дБ.

На рис. 12.15б наведено графіки залежностей ΔV щодо додаткового ослаблення сигналу внаслідок завмирань за визначеними відсотком часу та довжини радіолінії (радіотраси).

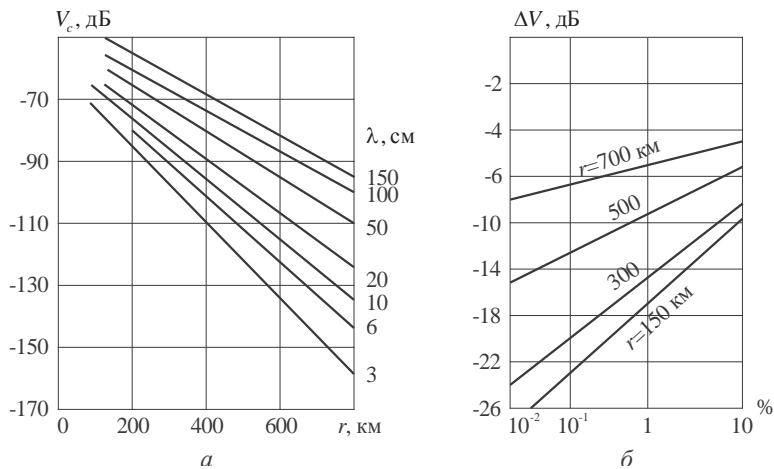


Рисунок 12.15. До інженерного методу розрахунку потужності на вході приймальної антени: *a* – залежність функції послаблення від відстані; *б* – розподіл глибини медіанних завмирань сигналів відносно середнього значення функції послаблення (на осі абсцис наведено відсоток часу, за яким значення ΔV є меншим значень, наведених на осі ординат)

Таким чином визначено втрати потужності випромінювання, що надає інформацію стосовно корегування даних радіолінії, наприклад, потужності випромінювання, чутливості приймача тощо.

12.5. Висновки

1. Тропосфера – ближня до Землі частина атмосфери висотою до 20 км містить 78% азоту, 21% кисню та 1% інших газів.
2. Тропосферу характеризують фізичними параметрами: *температурою, вологістю, тиском пари та газів*, значення яких є змінними з висотою.
3. Від цих параметрів залежить значення *діелектричної проникності*, яке також є змінним з висотою, що обумовлене станом тропосфери (гідрометеори, вітер тощо) і таким чином впливає на процес поширення радіохвиль.
4. Для опису електродинамічних властивостей тропосфери використовують поняття коефіцієнта заломлення n та вводять величину *індекс заломлення* $N = (n - 1) \cdot 10^6$, які залежать від тиску, температури тощо. Розподіл індексу заломлення за висотою визначає *експоненціальний закон*, окрім нижньої частини тропосфери, де вертикальний градієнт індексу є незмінний.
5. Під час проходження через сферичні прошарки тропосфери, які мають різні параметри (тиск, вологість, температура), що впливає на змінення значення діелектричної проникності та спричиняє викривлення траєкторії радіохвилі – явище *тропосферної рефракції*.
6. Для оцінювання впливу рефракції вводять поняття *радіусу кривизни траєкторії*.

7. Залежно від характеру змінення коефіцієнта заломлення існує негативна та позитивна рефракції (знижена, нормальна, підвищена), а також критична рефракція і надрефракція.

8. Наявність рефракції вимагає корегування отриманих раніше інтерференційних формул із використанням поняття *еквівалентного радіусу Землі* ($R_{\text{зекв}} = 8500$ км). Застосування еквівалентного радіусу Землі в інтерференційних формулах можливе для достатньо пологих променів.

9. У зв'язку з тим, що тропосфера безпосередньо починається від поверхні Землі, властивості тропосфери *впливають* на поширення *наземних радіохвиль*.

10. Наявність *завмирань* потребує визначення характеристик середнього рівня напруженості поля.

11. Внаслідок неоднорідностей тропосфери можливе *дальнє тропосферне поширення* радіохвиль.

12. Причиною виникнення надрефракції є *температурна інверсія*, яку спричиняють: адвекція, радіаційне охолодження поверхні, стиснення повітряних мас тощо.

13. На поширення радіохвиль надвисоких частот впливає *поглинання* у гідрометеорах, – молекулярне, – у твердих частинках.

14. Негативним проявом неоднорідностей є явища швидких ($t < 1$ хв.) та повільних *завмирань*.

15. Для оцінювання завмирань застосовують поняття «медіанних» та інших значень характеристик електромагнітного поля, які визначають за законом Релея.

16. Під час розрахунку тропосферних радіоліній треба враховувати *коефіцієнти ослаблення* стосовно конкретних умов.

12.6. Контрольні питання та завдання

1. Охарактеризуйте тропосферу як *середовище* поширення радіохвиль.
2. Поясніть та наведіть графіки *змінення* температури T та густини атмосфери N_a з висотою.
3. Поясніть та наведіть графіки залежності *індексу заломлення* від висоти для нормальної рефракції та за умов відхилення від нормальної рефракції.
4. Наведіть *формули* для визначення індексу заломлення.
5. Опишіть явище тропосферної *рефракції*.
6. Поясніть сутність *еквівалентного радіусу Землі*.
7. Охарактеризуйте різні *види* тропосферної рефракції.
8. Поясніть причини *завмирання* сигналу.
9. Опишіть явища *надрефракції*, адвекції, радіаційного охолодження та стиснення повітряних мас.

10. Опишіть тропосферні хвилеводи.
11. Опишіть ефект *розсіяння* у тропосфері.
12. Поясніть явище *багатопроменевості*, за якими видами його можна класифікувати.
13. Опишіть види *поглинання* радіохвиль у тропосфері.
14. Охарактеризуйте *корегувальні* коефіцієнти послаблення для розрахунку тропосферних радіотрас.
15. Опишіть спрощений *метод розрахунку* тропосферної радіолінії.

Далі з урахуванням отриманих даних необхідно з'ясувати, яким чином поширюються електромагнітні хвилі в іоносфері.

Розділ 13. ІОНОСФЕРА ТА ЇЇ ВПЛИВ НА ПОШИРЕННЯ РАДІОХВИЛЬ

13.1. Структура іоносфери та її властивості

13.1.1. Склад верхніх прошарків атмосфери. Джерела іонізації

13.1.2. Структура іоносфери

13.1.3. Добові, сезонні, одинадцятирічні змінення стану іоносфери

13.2. Поширення радіохвиль в однорідному іонізованому газі

13.2.1. Сили, що діють на електрон в іоносфері

13.2.2. Діелектрична проникність іонізованого однорідного газу

без урахування втрат

13.2.3. Діелектрична проникність та провідність іонізованого

газу в реальних умовах (з урахуванням втрат)

13.3. Заломлення та відбивання радіохвиль в іоносфері

13.3.1. Траєкторія променя в іоносфері

13.3.2. Максимальна та критична частоти

13.4. Вплив магнітного поля Землі на поширення радіохвиль

13.4.1. Гіромагнітний резонанс

13.4.2. Змінення площини поляризації

13.4.3. Явище подвійного променезаломлення

13.5. Висновки

13.6. Контрольні питання та завдання

Під час опрацювання матеріалів цього розділу та після завершення ви маєте

знати:

- структуру іоносфери за висотою;
- джерела іонізації;
- фактори, що впливають на формування прошарків іоносфери;
- характеристики прошарків іоносфери за висотою та електронною густиною;
- причини та властивості добових, сезонних та одинадцятирічних змін стану іоносфери;
- сутність числа Вольфа;
- сили, що впливають на електрон в ідеальному однорідному іонізованому газі та реальному;
- структуру діелектричної проникності іонізованого газу;
- сутність частоти Ленгмюра;
- принцип формування траєкторії радіохвиль в іоносфері;
- сутність максимальної та критичної частот;
- вплив магнітного поля Землі на поширення радіохвиль;
- сутність явища гіромагнітного резонансу;
- явище змінення площини поляризації;
- явище подвійного заломлення променя;

вміти:

- навести графік розподілу електронної густини іоносфери;
- визначити зміни стану іоносфери залежно від часу доби;
- користуватися числом Вольфа;
- описати явища, які впливають на поширення радіохвиль у реальних умовах;
- обчислити значення максимальної та критичної частот;
- обчислити значення еквівалентної діелектричної проникності;
- визначити частоту Ленгмюра;
- визначити максимальну та критичну частоти іоносферної радіохвилі;
- розрахувати власну частоту обертання електрона;
- визначити умови формування звичайного та незвичайного променів у іоносфері;
- охарактеризувати явище подвійного заломлення променя;

набути досвід:

- застосування числа Вольфа та інформації щодо добових, щорічних, 11-річних змін стану іоносфери для визначення впливу на процес поширення радіохвиль;
- опанування засад утворення прошарків іоносфери;
- визначення структури та параметрів прошарків іоносфери;
- розрахунку частот, за якими радіохвиля повертається на Землю або прямує у відкритий космос;
- опанування впливу параметрів магнітного поля Землі на поширення радіохвиль.

13.1. Структура іоносфери та її властивості

13.1.1. Склад верхніх прошарків атмосфери. Джерела іонізації

Іоносфера – це частково або повністю іонізована ділянка атмосфери Землі, що є на висотах від (50...60) км до (15...20) тис. км, у якій газ іонізовано, тобто – з великою кількістю вільних електронів та іонів. Ділянка іоносфери, яка суттєво впливає на поширення радіохвиль, сягає висот (1000...1500) км. Структуру іоносфери наведено на рис 13.1. Процес іонізації атмосферного газу полягає у примусовому вибиванні із зовнішньої оболонки атома під впливом іонізації електронів. У результаті атом набуває позитивного заряду, тобто є іоном.

Основним джерелом іонізації є Сонце – воно створює ультрафіолетове рентгенівське випромінювання. Іншими джерелами є сукупний вплив зірок (0,1% від впливу Сонця) та метеори, швидкість яких $v = (11...72)$ км/с. Після заходу Сонця іонізація зменшується. Джерелами іонізації є також космічне випромінювання, метеорити, космічний пил. У середньому за добу в іоносферу потрапляє до 100 метеоритів масою 1 кг, – до 10^5 , маса яких 1 г, – до 10^8 масою 1 мг. Під час випаровування вони залишають іонізований слід. Число електронів, що є в одиниці об'єму, називають електронною густиною та позначають N_e .

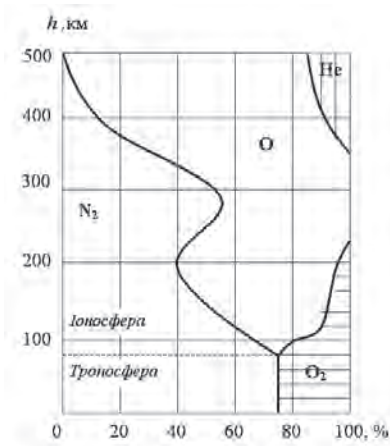


Рисунок 13.1. Схема газового складу тропосфери та іоносфери

Рисунок 13.2 ілюструє процес формування іонізованих прошарків у іоносфері. Із наближенням до поверхні Землі густина електронного потоку J зменшується (крива 1), а тиск p зростає (крива 2). На великих висотах в області малого тиску (крива 2) число молекул, які спроможні іонізуватися, невелика, тому значення N_e (крива 3) в цій області мале. На низьких висотах густина іонізувального потоку J мала та його енергії недостатньо, щоб іонізувати велику кількість молекул. Проте на деякій висоті значення величин J та p достатньо великі, тому в цій ділянці є *максимальне число* електронів N_e – крива 3. *Екстремум*, обумовлений кривими 1 та 2, формує відповідний *прошарок*.

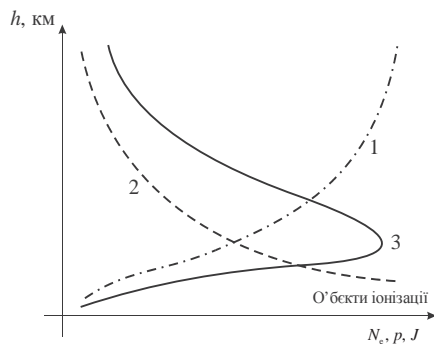


Рисунок 13.2. Формування іонізованого прошарку N_e в іоносфері: густина іонізувального потоку J (1), тиск p (2), електронна густина N_e (3)

Зауважимо, що у процесі зменшення інтенсивності іонізації та тиску (наявності молекул) кількість вільних електронів зменшується, отже, крива 3 має максимум. Із заходом Сонця структура областей іоносфери змінюється.

13.1.2. Структура іоносфери

На рисунку 13.2 наведено і обґрунтовано, яким чином *сформовано іонізований прошарок* іоносфери. Проте дослідження стану іонізації верхніх прошарків атмосфери показало наявність *декілька іонізованих ділянок*, які плавно переходять одна в іншу, що обумовлено неоднорідністю електронної густини залежно від ступеню іонізації внаслідок метеорологічних умов тощо. Стан електронної концентрації N_e від висоти вдень та вночі показано на рис. 13.3.

Вдень влітку є чотири максимуми ступеня іонізації, які отримали назву, відповідно, *областей (прошарків)*: D (60...80) км, E (100...140) км, F_1 (200...250) км та F_2 (250...450 км). Наявність чотирьох максимумів N_e обумовлює неоднорідність атмосфери за висотою та тому, що її властивості змінюються залежно від часу доби, пори року тощо.

Область D – найближчий до Земної поверхні іоносферний прошарок на висоті (60...80) км. Електронна густина становить $(10^3...10^4)$ ел/см³, у ньому є також велика кількість іонів, близько 10^8 іон/см³. Густина іоносфери на цих висотах достатньо велика, що обумовлює поглинальні властивості цього прошарку. Влітку електронна густина прошарку вища, ніж узимку.

Область E – перший прошарок, який відкрито дослідниками. Він є на висоті (100...140) км, електронна густина цього прошарку вдень сягає $N_{e\ max} = 1,5 \cdot 10^5$ ел/см³, вночі – $5 \cdot 10^3$ ел/см³. Основним іонізувальним фактором вдень є ультрафіолетове випромінювання Сонця. Суттєвою особливістю прошарку E є стабільність.

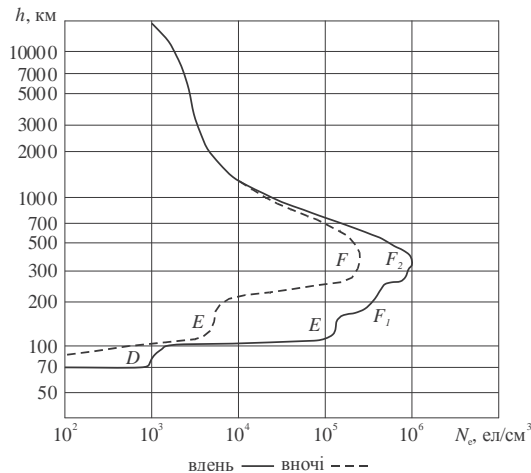


Рисунок 13.3. Розподіл електронної густини іоносфери

Область F є особливою: по-перше, як така, що має максимальну електронну густина: вночі, на висоті (200...400) км – $2,5 \cdot 10^5$ ел/см³, по-друге – влітку вдень вона розщеплена на два прошарки: F_1 та F_2 , відповідно, на висотах (200...250) км з електронної густиною $(2...4) \cdot 10^5$ ел/см³ та (250...400) км з максимальною густиною до 10^6 ел/см³ і більше до $2 \cdot 10^6$ ел/см³. Іонізація області F залежить не лише від ульт-

трафіолетового випромінювання Сонця, а й від потоку заряджених частинок, на траєкторію яких впливає магнітне поле Землі. Ця область F є основною, яка відбиває короткі радіохвилі, що забезпечує радіозв'язок на далекі відстані.

Після заходу Сонця, внаслідок процесу рекомбінації, прошарок D зникає разом із виступом, що характеризує прошарок F_1 (це показано на рис. 13.3 штриховою лінією). Вночі є два іонізованих прошарки: E та F .

Прошарки D , F та F_1 є достатньо стійкими та стабільними утвореннями, електронну концентрацію яких визначає висота Сонця за максимальних значень у полудень, проте прошарок F_2 – нестійкий та зазнає випадкових змін.

Окрім зазначених, інколи виникає *спорадичний прошарок* E_s , на висотах (100...120) км. Це скупчення іонізованого газу площею 100×100 км² набагато більшої електронної густини, ніж густина навколишнього середовища на тій же висоті, яке може виникнути у будь-який момент часу, існує декілька годин та може рухатися зі швидкістю (150...250) км/год. Він може з'явитися на різних висотах. За наявності *спорадичного прошарку* є можливим дальній радіозв'язок, бо цей прошарок відбиває радіохвилі.

Стан іоносфери детерміновано оцінити неможливо, тому вплив інших факторів з'ясуємо нижче і нагадаємо про необхідність знань *теорії ймовірності*.

13.1.3. Добові, сезонні, одинадцятирічні зміни стану іоносфери

Стан іоносфери визначає сонячна активність. Взаємне розташування Землі і Сонця змінюється упродовж доби, року. Орієнтовний графік, що ілюструє добовий хід електронної концентрації для прошарків E та F_2 , наведено на рис. 13.4. Влітку (рис. 13.4а) прошарок F_2 має два максимуми. Другий максимум обумовлено підніманням нагрітих прошарків повітря, що підвищує концентрацію іонів. Взимку (рис. 13.4б) опівдні Сонце є найбільш активним, що пояснює максимум іонізації опівдні. Мінімуми іонізації – у ранкові та вечірні години, коли іонізація припиняється.

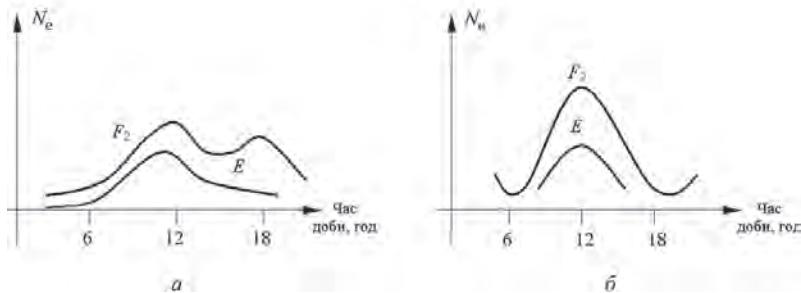


Рисунок 13.4. Добове зміння електронної концентрації для прошарків E та F_2 :
а – влітку; б – взимку

Орієнтовну залежність сезонних змін об'ємної густини електронів у окремих прошарках іоносфери наведено на рисунку 13.5.

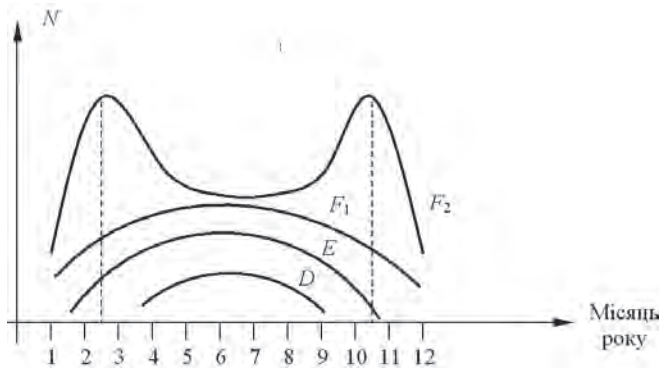


Рисунок 13.5. Сезонне зміння електронної концентрації прошарків D , E , F_1 , F_2 .

Окрім добових та сезонних змін стан іоносфери залежить від періодичної 11-річної сонячної активності (рис.13.6). Зміння сонячної активності супроводжується появою сонячних плям, кількість яких описують *числом Вольфа* (відносне щоріське число сонячних плям) – один з індексів сонячної активності, який характеризує плямоутворювальну ефективність Сонця. Це число запропоновано у 1849 р. швейцарським астрономом Рудольфом Вольфом (Rudolph Wolf, 1816–1893) та названо в його честь.

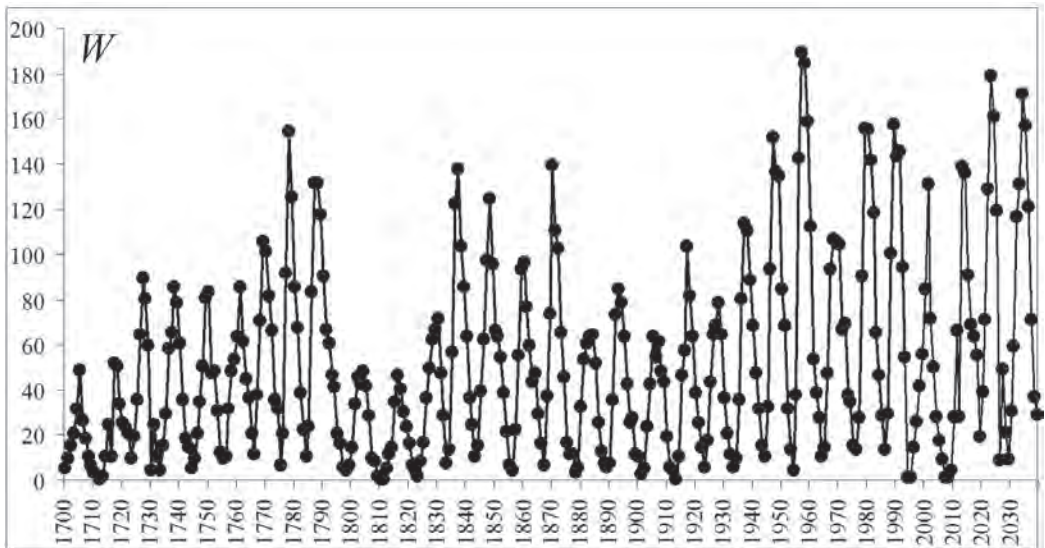


Рисунок 13.6. Зміння сонячної активності: 1700–2039.

Самарина Г. П., Дорошко С. Е. Анализ хозяйственной деятельности предприятий строительной отрасли. – СПб.: изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2007 – 231 с.

$$W = k(f + 10g),$$

де f – кількість плям на диску Сонця,

g – кількість утворених цими плямами груп,

k – нормувальний коефіцієнт, характерний для конкретного дослідницького комплексу.

Виявлено, що концентрація електронів у прошарках змінюється приблизно однаково із зміною кількості сонячних плям: зменшення кількості плям зумовлює зниження електронної концентрації, що погіршує дальній зв'язок на коротких хвилях. Попередній максимум сонячної активності орієнтовно – 2013 р. Графік одинадцятирічних змін стану іоносфери наведено на рис. 13.6 з прогнозуванням до 2040 р.

Надалеке поширення радіохвиль можна спостерігати взимку вдень у роки максимуму сонячної активності. Існує залежність між числом плям та інтенсивністю випромінювання. Зростання інтенсивності випромінювання (число Вольфа зростає) активізує іонізацію прошарків, що створює кращі умови поширення радіохвиль на високих частотах.

13.2. Поширення радіохвиль в однорідному іонізованому газі

13.2.1. Сили, що впливають на електрон в іоносфері

З'ясуємо вплив іонізації (іонізованого газу) у прошарках іоносфери на поширення радіохвиль. Припустимо, що у просторі, який заповнено іонізованим газом, поширюється пласка вертикально поляризована радіохвиля (на рис. 13.7 показано складник напруженості електричного поля):

$$E_x = E_m \cos(\omega t - \beta z), \quad (13.1)$$

де $\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$ – коефіцієнт фази (для вільного простору).

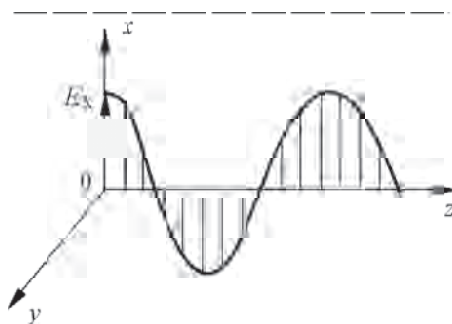


Рисунок 13.7. Модель процесу поширення пласкої вертикально поляризованої радіохвилі

У центрі системи координат $z = 0$, тому:

$$E_x = E_m \cos \omega t. \quad (13.1a)$$

На кожен електрон іонізованого газу електричне поле діє із силою:

$$F = eE_x = eE_m \cos \omega t, \quad (13.2)$$

де $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$, Кл – заряд електрона,

Під впливом цієї сили заряджені частинки прискорюються.

З іншого боку, механічна сила, що діє на частинку, дорівнює добутку її маси на прискорення:

$$F = ma = m \frac{d^2 x}{dt^2}, \quad (13.3)$$

де $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$, кг – маса електрона, a – прискорення.

Звідки:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = eE_m \cos \omega t. \quad (13.4)$$

Інтегруємо (13.4):

$$m \int \frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{eE_m}{\omega} \int \cos \omega t dt \Rightarrow m \frac{dx}{dt} = \frac{eE_m}{\omega} \sin \omega t, \quad (13.5)$$

звідки швидкість частинки:

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{eE_m}{m\omega} \cdot \sin(\omega t). \quad (13.6)$$

Після диференціювання (13.1a) отримаємо:

$$\frac{dE_x}{dt} = -E_m \omega \sin \omega t. \quad (13.7)$$

На підставі (13.6) та (13.7), із урахуванням, що $\frac{dx}{dt}$ – швидкість переміщення частинки в іонізованому просторі, маємо:

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{e}{m\omega^2} \cdot \frac{dE_x}{dt}. \quad (13.8)$$

Далі визначимо діелектричну проникність іонізованого газу.

13.2.2. Діелектрична проникність іонізованого однорідного газу без урахування втрат

Через одиницю поперечного перерізу простору за одиницю часу протікає N_e електронів, що створюють струм *провідності*. З урахуванням (13.8) запишемо густину струму провідності:

$$J_{\text{пр}} = \frac{N_e e dx}{dt} = -\frac{N_e e^2 dE_x}{m\omega^2 dt} \quad (13.9)$$

У зв'язку з тим, що аналізуємо змінне електромагнітне поле, окрім струму провідності є також струм *зміщення*, його густина:

$$j_{\text{зм}} = \varepsilon_0 \cdot \frac{\partial E_x}{\partial t}, \quad (13.10)$$

де ε – діелектрична проникність простору.

Отже, загальний струм є сума двох струмів – струмів *провідності* та *зміщення*, відповідно його густина:

$$J = J_{\text{пр}} + J_{\text{зм}} = \left(\varepsilon_0 - \frac{N_e e^2}{m\omega^2} \right) \frac{dE_x}{dt} \quad (13.11)$$

За порівнянням (13.9) та (13.11) стверджуємо, що іонізований газ можна характеризувати *еквівалентною* діелектричною проникністю:

$$\varepsilon_{\text{іон}} = \varepsilon_0 - \frac{N_e e^2}{m\omega^2}. \quad (13.12)$$

Особливістю цієї величини є можливість змінення знаку.

Частоту, за якої відносна діелектрична проникність іонізованого газу дорівнює нулю, називають *власною частотою іонізованого газу*, або *частотою Ленгмюра*. За $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$, кг – маса електрона, $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$, Кл – заряд електрона, та $\varepsilon_0 = 1/36\pi 10^9$, Ф/м маємо:

$$f_{\text{л [кГц]}} \cong \sqrt{80,8 N_e \left[\frac{\text{ел}}{\text{см}^3} \right]}. \quad (13.13)$$

13.2.3. Діелектрична проникність та провідність іонізованого газу в реальних умовах (з урахуванням втрат)

Отже, якщо не враховувати зіткнення з важкими частинками, електрон повністю емітує енергію, отриману від електромагнітної хвилі. Проте у реаль-

ному газі відбуваються постійні зіткнення між зарядженими частинками. Під час кожного зіткнення деяку кількість енергії втрачено. Тобто відбувається *поглинання* радіохвиль у реальному іонізованому газі. Цей процес можна описати так: під час зіткнення з важкими частинками електрон віддає їм енергію, отриману від електромагнітної хвилі, ця енергія переходить в енергію теплового руху важких частинок. Це можна трактувати як активний опір, що розсіює енергію поля.

Ефект *поглинання* кількісно можна оцінити через провідність іонізованого газу:

$$\sigma_{\text{іон}} = \frac{N_e e^2 \nu}{m(\omega^2 + \nu^2)}, \quad (13.14)$$

де m – маса електрона,

ω – частота коливань,

ν – кількість контактів (зіткнень) носіїв в одиницю часу.

Відносна діелектрична проникність іонізованого газу:

$$\epsilon_{\text{іон}} = \frac{\epsilon_i}{\epsilon_0} = 1 - \frac{N_e e^2}{\epsilon_0 m \omega^2}. \quad (13.15)$$

З формули (13.15) випливає, що значення діелектричної проникності іонізованого газу завжди менше одиниці й залежить від значення робочої частоти.

Якщо підставити у формули (13.12) та (13.14) значення заряду, маси електрона та діелектричної проникності вільного простору ϵ_0 , отримаємо:

$$\epsilon_{\text{іон}} = 1 - \frac{N_e \cdot e^2}{\epsilon_0 \cdot m \cdot (\omega^2 + \nu^2)} = 1 - 3,19 \cdot 10^9 \frac{N_e}{\omega^2 + \nu^2}, \quad (13.16)$$

$$\sigma_{\text{іон}} = 2,82 \cdot 10^{-2} \frac{N_e \cdot \nu}{\omega^2 + \nu^2}. \quad (13.17)$$

Для високих частот $\omega^2 \gg \nu^2$ у (13.16) та (13.17) нехтуємо ν у порівнянні з ω і отримуємо формули:

$$\epsilon_{\text{іон}} = 1 - 3,19 \cdot 10^9 \frac{N_e}{\omega^2}, \quad (13.18)$$

$$\sigma_{\text{іон}} \approx 2,82 \cdot 10^{-2} \frac{N_e \cdot \nu}{\omega^2}. \quad (13.19)$$

Якщо $\omega^2 \ll \nu^2$, то:

$$\varepsilon_{\text{іон}} = 1 - 3,19 \cdot 10^9 \frac{N_e}{\nu^2}, \quad (13.20)$$

$$\sigma_{\text{іон}} \approx 2,82 \cdot 10^{-2} \frac{N_e}{\nu}. \quad (13.21)$$

За таких умов параметри іонізованого газу не залежать від частоти.

Якщо зіткнень немає, тобто $\nu = 0$ – діелектричну проникність визначає формула (13.18), а питома провідність дорівнює нулю – відповідно до (13.19). За відсутності зіткнень іонізований газ можна трактувати як *ідеальний діелектрик*.

Отже, на основі з'ясованого вище формулюємо такі висновки:

- значення відносної діелектричної проникності іонізованого газу менше одиниці;
- значення відносної діелектричної проникності іонізованого газу залежить від частоти;
- значення відносної діелектричної проникності іонізованого газу залежить від концентрації N_e електронів у одиниці об'єму;
- іонізований газ є дисперсним середовищем, оскільки швидкість поширення хвилі визначає співвідношення, де $\varepsilon_{\text{іон } r} = \varepsilon_{\text{іон } r}(f)$ діелектрична проникність залежить від частоти (13.12):

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_{\text{іон } r}}}. \quad (13.22)$$

Зауважимо, що за частот, менших $f_{\text{Д}}$, коефіцієнт заломлення – величина уявна. Фізичний зміст такого стану – відсутність коливань. У такому середовищі електромагнітні коливання згасають.

13.3. Заломлення та відбивання радіохвиль в іоносфері

13.3.1. Траєкторія променя в іоносфері

Реальна іоносфера – це неоднорідний іонізований газ. Значення N_e залежить від висоти, отже, відповідно також – n (коефіцієнт заломлення). Таким чином, промінь переходить із середовища однієї густини в середовище з іншою густиною. Тобто за неоднорідності іоносфери радіохвилі поширюються не за прямолінійною траєкторією, а за криволінійною. Радіохвиля, що зазнає повного внутрішнього відбиття від іоносфери, повертається на Землю (рис. 13.8):

$$n = \sqrt{\frac{\varepsilon_{\text{іон}}}{\varepsilon_0}} = \sqrt{\varepsilon_{\text{іон } r}} = \sqrt{1 - 80,8 \frac{N_e}{f^2}} \quad (13.23)$$

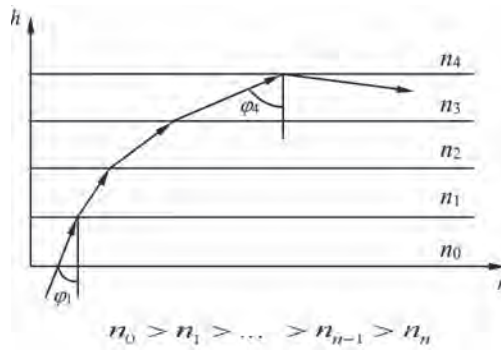


Рисунок 13.8. Заломлення радіохвилі в іоносфері

Застосування до кожної границі умовних прошарків у іоносфері другого закону Снеліуса:

$$n_0 \sin \varphi_0 = n_1 \sin \varphi_1 = \dots = n_n \sin \varphi_n,$$

надає:

$$\sin \varphi_0 = \frac{n_n}{n_0} \sin \varphi_n. \quad (13.24)$$

За умови $\varphi_n = 90^\circ$ та $n_0 = 1$:

$$\sin \varphi_0 = n_n = \sqrt{1 - 80,8 \frac{N}{f^2}}. \quad (13.25)$$

Промінь повертається на Землю, якщо $\varphi > \varphi_0$:

$$\sin \varphi_0 > \sqrt{1 - 80,8 \frac{N_e}{f^2}}. \quad (13.25a)$$

Визначимо граничну частоту, за якої промінь відбивається від іоносфери та повертається на Землю:

$$f \leq \sqrt{\frac{80,8 N_e}{1 - \sin^2 \varphi}} = \sqrt{80,8 N_e} \sec \varphi \quad (13.26)$$

Нерівність (13.26) – умова повернення променя за даних φ та N_e .

13.3.2. Максимальна та критична частоти

Максимально застосовною частотою є таке значення частоти радіохвилі, яку випромінюють під кутом φ , за якого промінь відбивається від іоносфери та повертається на Землю. Її визначає формула (13.26):

$$f_{\max} = \sqrt{80,8N_e} \sec \varphi.$$

Із формули (13.26) випливає, що кожному куту φ відповідає конкретне значення f_{\max} . За умови $f > f_{\max}$ промінь *виходить у відкритий космос* і не повертається на Землю. *Критичною частотою* називають максимальну частоту хвилі, за якої *вертикально спрямований* промінь відбивається від іоносфери. Її визначає формула частоти Ленгмюра (13.13):

$$f_{\text{крит}} [\text{кГц}] = \sqrt{80,8N_e \left[\frac{\text{ел}}{\text{см}^3} \right]}.$$

На практиці значення максимальної та критичної частот визначають стосовно певного конкретного прошарку іоносфери. Так, для $N_e = 2 \cdot 10^6, \text{см}^{-3}$ критична частота $f_{\text{крит}} = 14 \text{ МГц}$. За умови випромінювання вбік горизонту Землі для цього ж значення N_e на висоті $h_{\text{іон}} = 300 \text{ км}$ за формулою:

$$f_{\max}(\varphi_{\text{гр}}) = f_{\text{крит}} \sqrt{\frac{R_3}{2 \cdot h_{\text{іон}}}}, \quad (13.27)$$

де $f_{\text{крит}}$ обчислюють із формули (13.26), $h_{\text{іон}}$ – висота прошарку іоносфери, отримуємо значення максимальної частоти $f_{\text{крит}} = 43 \text{ МГц}$.

Тобто гарантовано, за наведеними даними, на Землю *повертаються* радіохвилі частотою *менше* 14 МГц, а *ходять поза межі* атмосфери – частотою *понад* 43 МГц. Орієнтовним *граничним значенням* вважають 30 МГц.

13.4. Вплив магнітного поля Землі на поширення радіохвиль

Докладне вивчення процесу поширення радіохвиль в іоносфері вимагає врахування впливу *постійного магнітного поля* Землі ($H_3 = 40 \text{ А/м}$).

Наявність магнітного поля Землі суттєво ускладнює процес поширення радіохвиль та надає іоносфері анізотропні властивості. В результаті цього в іоносфері є такі явища:

- гіромагнітний резонанс;
- подвійне заломлення променя;
- змінення площини поляризації хвилі.

13.4.1. Гіромагнітний резонанс

Внаслідок впливу постійного магнітного поля Землі в іоносфері електрони здійснюють *не прямолінійний* коливальний рух, а переміщуються за *більш складною* траєкторією.

Радіус кривизни траєкторії руху електрона (визначений з рівняння руху електрона):

$$\rho = \frac{mv}{e\mu H_3}, \quad (13.28)$$

де m, e – відповідно маса та заряд електрона, v – швидкість руху електрона. Частота обертання електрона за колом:

$$f_n = \frac{e\mu H_3}{2\pi m}. \quad (13.29)$$

Явище обертання електрона у постійному магнітному полі називають *гіромагнітним резонансом*, а частоту f_n – частотою гіромагнітного резонансу. Після підставлення у формулу (13.29) числових значень, величин, що входять до неї, отримуємо частоту, що дорівнює 1,4 МГц.

Важливо, що за всіх умов траєкторія руху електрона є обертальною. Внаслідок цього під час поширення плоскої хвилі можуть виникати додаткові складники електричного поля, що призводять до зміни площини поляризації та до *подвійного заломлення* променя, тобто до явищ, характерних для анізотропних тіл.

Зауважимо, якщо частота радіохвилі співпадає з частотою гіромагнітного резонансу, то траєкторія руху є *спіральною*. Внаслідок зіткнень з нейтральними молекулами цей рух буде перериватись та починатись знову. За таких умов електрони мають більшу середню швидкість руху порівняно зі швидкістю за відсутності магнітного поля, що призведе до збільшення *втрат* під час зіткнень. Отже, на частоті $f = 1,4$ МГц є інтенсивне поглинання радіохвиль в іоносфері, тому зв'язок на цій частоті є *недоцільним*.

13.4.2. Змінення площини поляризації

Припустимо, що *лінійно* поляризований електричний промінь, який характеризує вектор напруженості електричного поля \vec{E} , зорієнтовано відносно вектора напруженості магнітного поля Землі \vec{H}_3 за кутом φ . (рис. 13.9).

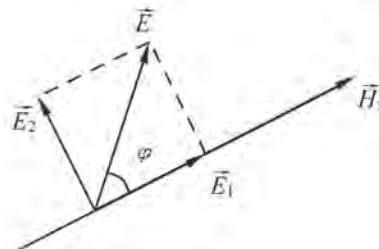


Рисунок 13.9. Складники вектора \vec{E} у магнітному полі Землі

Цей промінь \vec{E} має два складники: $\vec{E}_1 \parallel \vec{H}_3$ та $\vec{E}_2 \perp \vec{H}_3$. З'ясуємо дві ситуації:

1. Є лише $\vec{E}_1 \parallel \vec{H}_3$.

Під впливом вектора напруженості електричного поля \vec{E}_1 електрон починає рухатись вздовж прямої. Але на нього внаслідок наявності вектора напруженості магнітного поля \vec{H}_3 діє сила Лоренца, що викривлює траєкторію. Сила Лоренца зростає із зростанням швидкості руху електрона \vec{v} :

$$\vec{F}_л = -e\mu(\vec{H}_3 \times \vec{v}). \quad (13.30)$$

Якщо $\vec{v} \parallel \vec{H}_3$, то $\vec{H}_3 \times \vec{v} = 0$. Тому і $\vec{F}_л = 0$, тобто на промінь, паралельний \vec{H}_3 , магнітне поле Землі *не впливає*. Діелектрична проникність іоносфери у цій ситуації:

$$\varepsilon_{\text{іон } r1} = 1 - \frac{\omega_{\text{л}}^2}{\omega^2}. \quad (13.31)$$

де $\omega_{\text{л}} = 2\pi f_{\text{л}}$ – кругова частота Ленгмюра.

2. Є лише $\vec{E}_2 \perp \vec{H}_3$.

У цій ситуації абсолютне значення сили Лоренца:

$$F_л = e\mu v H_3. \quad (13.32)$$

Сила Лоренца обертає електрон, який рухається за спіраллю. Тобто, за умови орієнтації векторів \vec{E} та \vec{H}_3 за кутом $\varphi = 90^\circ$, на електрон впливає сила Лоренца. В зв'язку з тим, що електрон у двох випадках (коли $F_л = 0$ та $F_л \neq 0$) є у різних умовах, вважають, що в другій ситуації і діелектрична проникність іоносфери відрізняється від ε_{r1} .

Радіохвиля із складником E_1 , на який магнітне поле Землі не впливає, називають *звичайним променем (хвилею)*.

Радіохвиля із складником E_2 , на який магнітне поле Землі впливає, називають *незвичайним променем (хвилею)*. Відносна діелектрична проникність іоносфери для нього:

$$\varepsilon_{\text{іон } r2} = \left(1 - \frac{\omega_{\text{л}}^2}{\omega^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{\frac{\omega_{\text{н}}^2}{\omega^2}}{1 - \frac{\omega_{\text{л}}^2}{\omega^2}}\right), \quad (13.33)$$

де $\omega_{\text{н}} = 2\pi f_{\text{н}}$ – частота гіромагнітного резонансу.

Умови проходження звичайного та незвичайного променів через іоносферу різні, бо їх швидкості \vec{v}_1 та \vec{v}_2 є різними:

$$\vec{v}_1 = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_{\text{іон}} r_1 \mu}} \neq \vec{v}_2 = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_{\text{іон}} r_2 \mu}}. \quad (13.34)$$

Різниця швидкостей для складників $\vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \vec{E}$ призводить до виникнення фазових зсувів, які призводять до зміни площини поляризації хвилі, що може впливати на стан радіозв'язку.

13.4.3. Явище подвійного заломлення променя

У вертикально спрямованому промені звичайний та незвичайний складники мають спільний шлях поширення, за винятком інтервалу між точками відбиття обох складників. А у променях, що поширюються під гострим кутом, внаслідок різниці показників заломлення виникає явище *подвійного* заломлення променя – звичайний та незвичайний складники поширюються різними траєкторіями:

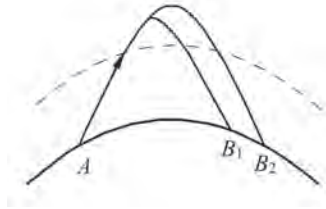


Рисунок 13.10. Розщеплення радіохвилі під впливом магнітного поля Землі

Під час падіння радіохвилі на межу середовищ під гострим кутом маємо формули для звичайного та незвичайного променів відповідно:

$$\sin^2 \varphi_0 = n_2^2, \quad (13.35)$$

$$\sin^2 \varphi_0 = n_1^2, \quad (13.35a)$$

де n_1 та n_2 – значення коефіцієнтів заломлення відповідно для звичайного та незвичайного променів.

Після розв'язку рівнянь (13.35) та (13.35a) можна отримати формули для *максимальних частот звичайного та незвичайного променів*.

13.5. Висновки

1. Іоносфера – це *іонізована* частина атмосфери, розташована на висотах від (50...60) км до орієнтовно 20 000 км.
2. Джерелами іонізації є Сонце, зірки, метеорити тощо.
3. Для поширення радіохвиль важливим параметром іоносфери є *електронна густина*, за якої іоносферу розподіляють на *прошарки D, E, F (F₁, F₂)*.

4. Залежно від часу доби, пори року, одинадцятирічного періоду, *сонячна активність* змінюється, що визначає стан іоносфери та *впливає* на поширення радіохвиль.

5. *Діелектрична проникність* іонізованого газу завжди *менша від одиниці*, є *дисперсною* величиною, залежною від робочої частоти та концентрації електронів.

6. У процесі руху електронів в іонізованому газі на них впливають електрична та механічна сили, що відображено у структурі формули, яка визначає $\mathcal{E}_{\text{іон}}$.

7. Частота, за якої діелектрична проникність дорівнює нулю, називають *власною частотою* іонізованого газу (*частотою Ленгмюра*).

8. У реальному іонізованому газі є *втрати* енергії у результаті зіткнення заряджених частинок.

9. Змінення електронної концентрації N_e з висотою, а отже, – діелектричної проникності ε , спричиняє викривлення траєкторії хвилі – *іоносферної рефракції*.

10. За певного кута випромінювання та за певної частоти хвилі промінь відбивається від іоносфери та *повертається на Землю* або *виходить у відкритий космос*. За $N_e = 2 \cdot 10^6$, см^{-3} хвилі з частотою менше 14 МГц повертаються на Землю, з частотою понад 43 МГц – виходять за межі атмосфери.

11. Наявність *постійного магнітного поля* Землі надає іоносфері анізотропних властивостей, тобто різних властивостей у різних напрямках.

12. Під впливом електричного поля електрони здійснюють не прямолінійний коливальний рух, а переміщуються за більш складними траєкторіями. Явище обертання електрона у постійному магнітному полі називають *гіромагнітним резонансом*.

13. На частоті *гіромагнітного резонансу* – 1,4 МГц – зв'язок є неможливим.

14. У променях, які поширюються під гострим кутом, через різниці в показниках заломлення виникає явище *подвійного заломлення променя*: звичайний та незвичайний складники поширюються різними траєкторіями.

15. Під впливом магнітного поля Землі виникає явище *зміни площини поляризації*.

13.6. Контрольні питання та завдання

1. Охарактеризуйте *іоносферу* як середовище поширення радіохвиль.

2. Обґрунтуйте сутність формування різних прошарків іоносфери, які впливають на процес поширення радіохвиль.

3. Поясніть причини добових та річних змін стану іоносфери, що впливають на радіозв'язок.

4. Обґрунтуйте наявність спорадичного прошарку в іоносфері, як він впливає на організацію радіозв'язку.

5. Поясніть сутність *числа Вольфа*.

6. Охарактеризуйте *явища*, які впливають на поширення іоносферних радіохвиль *без урахування втрат*.
7. Охарактеризуйте *явища*, які впливають на поширення іоносферних радіохвиль *у реальних умовах (з урахуванням втрат)*.
8. Опишіть *особливості* процесу поширення радіохвиль в іонізованому газі.
9. Наведіть формулу *діелектричної проникності* для іонізованого газу.
10. Наведіть формулу частоти *Ленгмюра*.
11. Охарактеризуйте явища поширення радіохвиль в іоносфері з урахуванням впливу *магнітного поля Землі*.
12. Поясніть сутність *заломлення* радіохвиль в іоносфері. Обґрунтуйте поняття *максимальної та критичної частот*.
13. Визначте за обраними Вашим колегою даними *максимальну та мінімальну застосовні частоти* для забезпечення радіозв'язку в іоносфері.
14. Визначте за обраними Вашим колегою даними *частоту, за якої радіохвиля повертається на Землю*.
15. Охарактеризуйте явище *гіромагнітного резонансу*. Поясніть сутність та причини виникнення.
16. Обґрунтуйте явище *подвійного променезаломлення*: поясніть, чому звичайний та незвичайний складники поширюються за різними траєкторіями.

Далі з'ясуємо особливості поширення радіохвиль різних діапазонів та охарактеризуємо деякі математичні моделі визначення втрат під час поширення радіохвиль.

Розділ 14. ПОШИРЕННЯ РАДІОХВИЛЬ РІЗНИХ ДІАПАЗОНІВ

14.1. Міріаметрові та кілометрові (дуже низькочастотні та низькочастотні) хвилі

14.1.1. Характеристика поширення. Основи розрахунку

14.1.2. Властивості та сфери застосування

14.2. Гектометрові (середньочастотні) хвилі

14.2.1. Характеристика поширення. Основи розрахунку

14.2.2. Властивості та сфери застосування

14.3. Декаметрові (високочастотні) хвилі

14.3.1. Характеристика поширення. Основи розрахунку

14.3.2. Властивості та сфери застосування

14.4. Ультракороткі (дуже-, ультра-, над-, вельми- високочастотні) хвилі

14.4.1. Характеристика поширення. Основи розрахунку

14.4.2. Властивості та сфери застосування

14.5. Дециміліметрові (гіпервисокочастотні, терагерцові) хвилі

14.5.1. Особливості формування (генерації) та поширення

14.5.2. Властивості та сфери застосування

14.6. Математичні моделі поширення радіохвиль

14.6.1. Мегастільники

14.6.2. Макростільники

14.6.3. Мікростільники

14.6.4. Пікостільники

14.6.5. Фемтостільники

14.7. Висновки

14.8. Контрольні питання та завдання

Під час опанування матеріалів цього розділу та після завершення ви маєте:

знати:

– особливості поширення міріаметрових та кілометрових хвиль, основи розрахунку;

– особливості поширення гектометрових хвиль, ефект перехресної модуляції;

– особливості поширення декаметрових хвиль, ефект Кабанова;

– особливості поширення ультракоротких хвиль;

– особливості поширення мікрохвиль, вплив метеорологічних умов на поширення високочастотних (понад 10 ГГц) радіохвиль;

– особливості поширення радіохвиль дециміліметрових (терагерцових);

– засади класифікації математичних моделей поширення радіохвиль;

– особливості формування фізичних та емпіричних математичних моделей процесу поширення радіохвиль;

– процедури застосування основних математичних моделей, що характеризують процес поширення радіохвиль різних діапазонів частот за різних умов;

вміти:

– визначати напруженість електричного поля за формулами Остіна, Введенського, Шулейкіна – Ван-дер-Поля, інтерференційними формулами для відповідних діапазонів радіохвиль;

– описати характеристики поширення хвиль кожного діапазону;

– розраховувати напруженість поля за різних діапазонів довжин хвиль;

– сформулювати властивості поширення радіохвиль різних діапазонів;

– описати сфери застосування хвиль кожного діапазону;

– застосовувати криві поширення радіохвиль МСЕ (ITU-R) за різних умов;

– застосовувати математичні моделі для розрахунку напруженості поля у точці приймання для різних типів систем зв'язку;

набути досвід:

– опанування засад формування, особливостей поширення та застосування радіохвиль різних діапазонів;

– застосування розрахункових формул під час проектування радіолінії різного призначення;

– застосування математичних моделей процесів поширення радіохвиль різних частот за різним призначенням.

14.1. Міріаметрові та кілометрові (дуже низькочастотні та низькочастотні) хвилі

14.1.1. Характеристика поширення. Основи розрахунку

Міріаметрові: (10...100) км, дуже низькочастотні ДНЧ: (3...30) кГц хвилі та кілометрові (довгі): (1...10) км, низькочастотні НЧ: (30...300) кГц хвилі.

Фізичні явища (основні), які обумовлюють процес поширення таких радіохвиль – це *дифракція, відбивання, поглинання (несуттєве), інтерференція, рефракція*. Основними механізмами поширення ДНЧ та НЧ радіохвиль є *поверхневі* радіохвилі (внаслідок *дифракції*) та *просторові* радіохвилі (внаслідок *відбивання*). Зі збільшенням довжини хвилі радіохвилі краще огинають (долають) перешкоди. *Поверхневі* хвилі можуть поширюватися на відстані до декількох тисяч кілометрів від радіопередавача, тобто на відстані значно більші, ніж відстань прямої видимості та зазнають ефекту тропосферної *рефракції*.

Просторові (іоносферні) радіохвилі відбивають: вдень прошарок *D*, а вночі – прошарок *E*, внаслідок відповідного значення електронної густини цих

прошарків, бо на частотах від одиниць до сотень кілогерц іоносфера має властивості наближені до *провідного* середовища. Радіохвиля, яка внаслідок відбивання, надходить на земну поверхню, що перевищує сотні кілометрів, може бути відбита від земної поверхні й далі – від іоносфери, ...

Таким чином *просторові (іоносферні)* хвилі поширюються на відстані, які перевищують тисячі кілометрів до орієнтовно 20000 км внаслідок багаторазового послідовного відбивання від нижніх прошарків іоносфери і земної поверхні, що створює своєрідний *сферичний хвилевод*. У цьому хвилеводі найкраще поширюються радіохвилі довжиною $\lambda = (25...30)$ км.

На відстані (700...1000) км може виникати ефект *інтерференції*, бо амплітуди поверхневої і просторової радіохвиль сумірні, тому внаслідок інтерференції може бути явище *завмирання*.

Важливою властивістю ДНЧ та НЧ хвиль довжиною (20...30) км внаслідок *невеликого поглинання* є поширення цих хвиль у *товщі* моря та суходолу. Це забезпечує організацію радіозв'язку із зануреними підводними човнами та підземними об'єктами.

Засади **розрахунку** міріаметрових та кілометрових хвиль такі.

На відстанях до (500...600) км напруженість електричного поля можна визначати за формулою *Шулейкіна – Ван-дер-Поля*.

На відстані до (16000...18000) км напруженість поля міріаметрових та кілометрових хвиль у денний час над морем і суходолом (на відстані понад 2000 км) визначають емпіричною формулою *Остіна (Austin)*:

$$E_m = \frac{245 \cdot \sqrt{P_\Sigma D}}{r} \cdot \sqrt{\frac{\theta}{\sin \theta}} \cdot e^{-0.0014 \cdot (r/\lambda^{0.6})}, \text{ мВ/м}, \quad (14.1)$$

де r – відстань в кілометрах між передавальною та приймальною антенами за дугою великого кола, θ – центральний кут відповідно відстані r (рис. 14.1), λ – довжина хвилі у кілометрах.

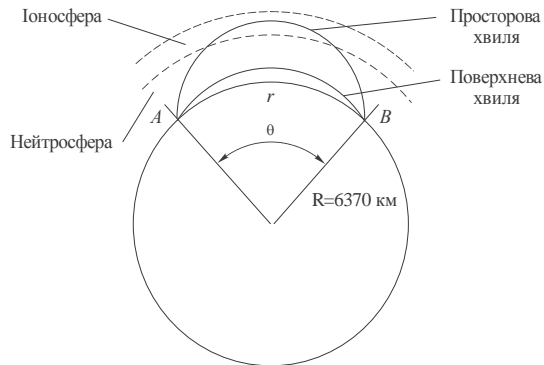


Рисунок 14.1. До поширення міріаметрових та кілометрових хвиль

14.1.2. Властивості та сфери застосування

Позитивні характеристики діапазону:

- можливість проникнення у товщу моря та суходолу;
- відносна *стабільність* напруженості електричного поля;
- поширення на відносно *великі відстані*;
- *мале загасання* радіохвиль;
- *огинання (долання)* нерівностей рельєфу;
- *стабільність* площини поляризації;
- майже *повне відбивання* від іоносфери.

Обмеження частотного діапазону:

- *мала частотна ємність*;
- діапазон *не застосовують* для передавання високоякісних мовних сигналів, що може бути реалізовано за відносно широкою смугою частот;
- *громіздкі* антенні пристрої та неможливість забезпечити гостроспрямоване випромінювання;
- необхідність застосування передавальних пристроїв *великої потужності*;
- сприйнятливості до впливу *атмосферних завад*;
- складність прогнозування фактору *поглинання ґрунтом*.

Застосовують радіохвилі міріаметрового та кілометрового діапазонів для:

- здійснення радіотелеграфного зв'язку на значних відстанях;
- зв'язку з підземними та підводними об'єктами;
- передавання сигналів часу та метеозведень;
- систем радіонавігації;
- спостереження за станом атмосфери Землі;
- радіомовлення;
- радіоаматорського зв'язку.

14.2. Гектометрові (середньочастотні) хвилі

14.2.1 Характеристика поширення. Основи розрахунку

Гектометрові хвилі (середні): (100...1000) м – середньочастотні СЧ: (300...3000) кГц поширюються як *поверхневі* та *просторові*. Іоносферний прошарок *D*, що існує вдень, поглинає енергію гектометрових радіохвиль. Тому вдень просторова (іоносферна) радіохвиля відсутня, а радіозв'язок здійснюють поверхневою хвилею. Вночі прошарку *D* немає, а прошарок *E* для гектометрових хвиль має властивості *наближені до провідника*, тому відбиває радіохвилі у бік земної поверхні. Отже, уночі є поверхневі та просторові радіохвилі, які поширюються на відстані у декілька тисяч кілометрів. Під час аналізу процесу поширення гектометрових хвиль треба враховувати це явище.

Поширення поверхневих (*наземних*) хвиль внаслідок поглинання у діелектричному середовищі із втратами (напівпровідному) обмежене дальністю (500...700) км.

Внаслідок одночасного надходження *поверхневої* та *просторові* хвиль, у деяких точках земної поверхні виникає *інтерференція*, що може негативно вплинути на процес приймання радіосигналу. Це явище обумовлено тим, що максимальна відстань, на яку поширюється просторова хвиля, залежить від електронної густини шару *E*, тому різниця фаз поверхневої та просторової радіохвиль змінюється випадковим чином та призводить до *завмирань* радіохвилі у точці приймання.

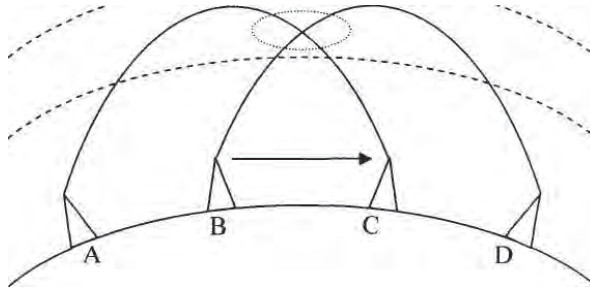


Рисунок 14.2. Ефект перехресної модуляції

Особливістю діапазону гектометрових хвиль є вплив *нелінійних* властивостей іоносфери – ефект *перехресної модуляції*. Цей ефект виявлено 1924 р. під час роботи потужної радіостанції. Його сутність полягає у паразитній амплітудній модуляції сигналу менш потужної станції – за законом обвідної сигналу більш потужної станції внаслідок зміни концентрація електронів в об’ємі спільного розповсюдження прошарку *E*. Отже, якщо у цьому об’ємі одночасно є менш потужна хвиля іншої частоти, то здійснюється її додаткова модуляція за законом модуляції сигналу потужної станції (рис. 14.2). Глибина модуляції може сягати (5...8) %. Внаслідок цього ефекту сигнал гектометрового радіопередавача у процесі поширення може бути також додатково модульованим потужним *грозовим розрядом*.

Станція *C*, яка налаштована на станцію *A* може прийняти сигнал від станції *B*, яка працює зі станцією *D* (рис. 14.2), що створює завади для станції *C*, оскільки радіоприймач заваду не відокремлює від корисної інформації, і обробляє як корисний сигнал.

Засади **розрахунку** напруженості електричного поля гектометрових хвиль у точці приймання такі.

Для хвиль гектометрового діапазону ґрунт за своїми властивостями наближається до напівпровідного середовища (діелектрик з втратами), що призводить до часткового поглинання поверхневої радіохвилі. У тропосфері на хвилі впливає ефект дифракції. Тому поверхнева хвиля частково огинає Землю, дещо загасає у ґрунті та поширюється на відстань до (500...700) км. Напруженість електричного поля *поверхневої* хвилі у точці приймання можна розрахувати за формулою, запропонованою *М. В. Шулейкіним* та *Б. ван-дер-Подем*:

$$E_m = \frac{\sqrt{120 \cdot P_{\Sigma} \cdot D(\theta, \varphi)}}{r} \cdot \frac{2 + 0.3x}{2 + x + 0.6x^2}, \text{ мВ/м} \quad (14.2)$$

Докладно це питання проаналізоване у розділі 11, формула (11.28).

Напруженість електричного поля *просторової* хвилі можна визначити за графіками Міжнародного координаційного комітету з радіо (МККР) – теперішня назва ІТУ-R, складеними на підставі формул із урахуванням дифракції радіохвиль у зоні тіні та на основі експериментальних даних для відповідних смуг частот та умов поширення – *криві поширення МСЕ*.

14.2.2. Властивості та сфери застосування

Позитивні характеристики діапазону:

- добре *огинання (долання)* перешкод та нерівностей рельєфу земної поверхні;
- наявність тропосферної рефракції, що призводить до *збільшення відстані* поширення радіохвиль;
- можливість поширення *двома шляхами* (поверхневим та просторовим).

Обмеження частотного діапазону:

- *мала* частотна ємність діапазону;
- відносно *великі габарити* антенних пристроїв радіопередавачів;
- наявність *завмирань*, середня тривалість яких може сягати кілька секунд;
- залежність характеристик просторової хвилі від нелінійних властивостей іоносфери, що призводить до ефекту *перехресної модуляції*;
- є прояв зон *радіомовчання* («мертвих» зон).

Застосовують радіохвилі гектометрового діапазону для:

- радіомовлення;
- радіонавігації;
- радіотелефонного та радіотелеграфного зв'язку.
- радіоаматорського зв'язку.

14.3. Декаметрові (високочастотні) хвилі

14.3.1. Характеристика поширення. Основи розрахунку

Декаметрові (короткі): (10...100) м, високочастотні ВЧ: (3...30) МГц хвилі поширюються як *просторові*, внаслідок *відбивання* від прошарків іоносфери та ґрунту і як *поверхневі* над Землею. Важливим для практичного застосування є можливість реалізації спрямованих антен невеликих розмірів зручних для користування.

Поверхнева хвиля майже не огинає Землю, частково загасає у ґрунті й поширюється на відстань *декілька десятків* кілометрів.

На великі відстані поширення здійснюється *просторовою хвилею*. Спосіб поширення із відбиванням називають *стрибковим* та характеризують відстанню стрибка $r_{c1}, r_{c2}, \dots, r_{cn}$ і кількістю стрибків n , як показано на рис. 14.3, де 1 – хвиля, відбита від іоносфери двічі; 2 – напрям поширення хвилі співпадає з максимумом діаграми спрямованості антени; 3 – хвиля, що поширюється внаслідок одного відбивання від іоносфери; 4 – хвиля, частота якої вище максимально застосовної частоти (МЗЧ), виходить за межі іоносфери.

Відстань стрибка залежить від висоти розташування прошарку, який відбиває, робочої частоти та діаграми спрямованості антени у вертикальній площині, і змінюється залежно від часу доби, сезону та стану активності Сонця.

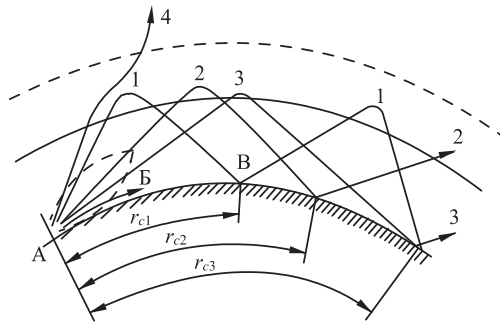


Рисунок 14.3. Шляхи поширення коротких хвиль

Максимальна відстань стрибка за умови відбивання від прошарку F_1 орієнтовно 3000 км, від прошарку F_2 – 4000 км, – E – 2000 км.

Високочастотні радіохвилі у прошарках D і E зазнають часткового поглинання. Оскільки у декаметровому діапазоні є критичні частоти обумовлені іоносферним поширенням просторової хвилі необхідно забезпечити *дві умови*.

Першу обумовлено *процесом відбивання*. Тому робочі частоти мають бути меншими за максимальні частоти для відповідних кутів θ (13.27):

$$f \leq \sqrt{\frac{80,8N}{1 - \sin^2 \theta}} = \sqrt{80,8N} \sec \theta. \quad (14.3)$$

За формулою (14.3) визначають *максимально застосовну частоту* (МЗЧ) – верхню межу смуги робочих частот за конкретних умов.

Другу обумовлено *процесом поглинання*. Проявом поглинання є ослаблення хвилі внаслідок *теплових втрат*, що зростають із зменшенням частоти радіохвилі. Тому необхідно обмежувати частоту знизу, тобто визначати *найменшу придатну до застосування частоту* (НЗЧ), за якої на приймальній антені значення напруженості електричного поля перевищує рівень шумів, тобто поглинання сигналу в іоносфері не перевищує допустиме, і радіозв'язок забезпечено.

Таким чином, для забезпечення стабільного радіозв'язку з об'єктами, розташованими на земній поверхні, робоча частота має бути у межах МЗЧ $< f < \text{МЗЧ}$. Оскільки об'ємна густина електронів у прошарках іоносфери, що забезпечують формування поверхневих хвиль, залежить від часу доби – значення *максимальних додатних до застосування частот* зазнає змін.

В Інституті земного магнетизму іоносфери та поширення радіохвиль Російської академії наук (ІЗМІРАН) регулярно складають відповідні карти стану іоносфери.

Внаслідок зміни МЗЧ, обумовленої наведеними вище причинами необхідно також змінювати робочі частоти радіостанції. Задля зменшення теплових втрат в іоносфері значення робочої частоти доцільно забезпечити близьким до МЗЧ. На підставі наведених вище міркувань для організації радіозв'язку доцільно визначити *оптимальну робочу частоту* (ОРЧ):

$$\text{ОРЧ} = 0,85\text{МЗЧ}.$$

Значення ОРЧ у межах однієї доби такі:

– денне (7,5...30) МГц, (10...25) м,

– нічне (3...8,6) МГц, (35...100) м).

Значення МЗЧ розраховують за спеціальними алгоритмами із застосуванням експериментальних даних, які регулярно надходять зі спеціальних станцій спостереження за станом іоносфери.

Під час поширення радіохвиль хвиль декаметрового діапазону є кілька *особливих явищ*.

1. *Наявність «зони мовчання»*. У процесі роботи радіостанції декаметрових хвиль на деякій відстані навколо неї є кільцева область, у якій не можливо приймати сигнал. Таку зону називають «зона мовчання». Внутрішній радіус цієї зони визначає максимальна відстань, на яку поширюється *поверхнева* хвиля, а зовнішній радіус – початковою точкою приймання *просторової* радіохвилі. Значення *зовнішнього радіуса* зони мовчання розраховують за формулою:

$$r_{\text{мз[км]}} = 480 \sqrt{\frac{\left(\frac{f_{\text{мзч}}}{f_{\text{кр}}}\right)^2 - 1}{1 + 0,04 \cdot \left[\left(\frac{f_{\text{мзч}}}{f_{\text{кр}}}\right)^2 - 1\right]}}, \quad (14.4)$$

де $f_{\text{мзч}}$ – МЗЧ, $f_{\text{кр}}$ – критична частота (див. розділ 13).

Таким чином, під час віддалення від передавача рівень сигналу зменшується і у певній зоні практично відсутній. У подальшому зі збільшенням відстані радіозв'язок відновлюється внаслідок появи просторової радіохвилі. Розмір зони мовчання для радіопередавача більшої потужності менший. Крім того, її можна зменшити відповідним вибором робочої частоти.

2. *Завмирання*. Рівень прийнятого сигналу радіохвиль декаметрового діапазону змінюється випадковим чином (стохастично), що обумовлює

ефект *завмирань*. За одну хвилину в точці приймання може бути 6...16 завмирань.

Існує кілька причин, що обумовлюють завмирання радіохвиль. Швидкі завмирання (упродовж інтервалу часу у декілька хвилин (3...7):

– *інтерференція просторових радіохвиль* внаслідок багатопроменевого поширення радіохвиль, що надходять у точку приймання після одно- та багаторазового відбивання від іоносфери, що спричиняє фазовий зсув між хвилями відповідно зі зміною електронної густини N_e , тобто – це також *стохастичний* процес;

– *інтерференція просторових радіохвиль* внаслідок розсіювання внаслідок локальних неоднорідностей іоносфери;

– *інтерференція звичайних і незвичайних* радіохвиль внаслідок впливу магнітного поля Землі;

– *поляризаційне завмирання* обумовлене поворотом площини поляризації, внаслідок впливу магнітного поля Землі.

Повільні завмирання – на інтервалі (40...60) хв. внаслідок змінення характеру *поглинання радіохвиль* в іоносфері.

Більш докладно стосовно завмирань тропосферних радіохвиль див. п 12.3.4.

Для подолання завмирань та зменшення їх глибини застосовують кілька способів приймання радіохвиль:

– приймання сигналу на дві антени рознесені одна від одної й розташовані на прямій перпендикулярній напрямку на передавальну антену; відстань між приймальними антенами доцільно вибирати орієнтовно 10 λ ;

– приймання на дві антени з ортогональними поляризаціями,

– приймання на антену з вузькою діаграмою спрямованості.

3. *Радіолуна*. Це явище обумовлено процесами відбивання від різних зон прошарків іоносфери, тобто після одноразового відбивання від нижньої межі, наприклад, прошарку F , а згодом надходить хвиля, відбита від вище розташованої області цього прошарку або після багаторазового відбивання. Отже, затриманий сигнал, – «що запізнився» відносно першого спричиняє ефект *відлуння*, який стосовно радіохвиль називають *радіолуна*. У разі підвищення густини електронів у прошарку F радіохвиля може багаторазово відбиватися від іоносфери, та огинати земну кулю, тоді другий сигнал є затриманим відносно першого орієнтовно на 0,1 с. Такий ефект називають *навколоземною радіолуною*.

Ефект *радіолуни* негативно впливає на якість радіозв'язку, бо може спричинити: появу хибних імпульсів під час передавання телеграфної або цифрової інформації, виникнення реверберації у радіотелефоні. Для подолання або зменшення впливу *радіолуни* застосовують гостроспрямовані антени і вибирають робочі частоти, за яких радіохвиля поширюється на більшу відстань.

4. *Зворотне розсіювання*. Просторова радіохвиля 1 поширюється у *різних напрямках* після відбивання від земної поверхні 2 , 5 (рис. 14.4). Тому є реальною ситуація, коли певна частина енергії 5 розсіяної хвилі *повертається* до місця розташування радіопередавача після повторного відбивання від іоносфери, і

може бути ідентифікована радіоприймачем як радіосигнал. Формування зворотно розсіяної радіохвилі 5 називають *ефектом Кабанова*.

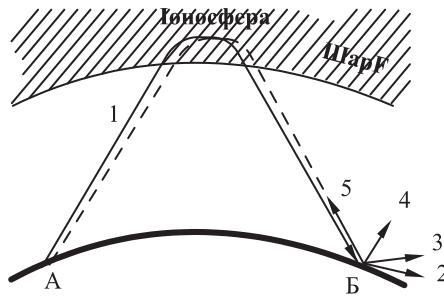


Рисунок 14.4. Ілюстрація ефекту Кабанова

Цей ефект можна використувати, наприклад, для радіолокації протяжних споруд та об'єктів за горизонтом.

5. Якщо на трасі радіохвилі є *спорадичний* прошарок E_s – окрім наведених вище можливе, так зване, *аномальне поширення*, обумовлене наявністю цього прошарку, від якого можуть відбиватися радіохвилі довжиною кілька метрів.

Розрахунок напруженості електричного поля поверхневої радіохвилі на цих відстанях здійснюють за формулами *Введенського* (11.18) та *Шулейкіна – Ван-дер-Поля* (11.28). Поверхнева хвиля згасає у ґрунті, й майже не зазнає дифракції, – не огинає Землю, тому вона поширюється на відстань лише до 100 км.

На відстанях понад 100 км напруженість електричного поля значно ослабленої поверхневої хвилі також можна визначити за кривими Берроуза.

Зручним засобом для проектування радіоліній з робочими частотами поблизу верхньої межі декаметрового діапазону є Криві поширення радіохвиль МСЕ.

14.3.2. Властивості та сфери застосування

Позитивні характеристики діапазону:

- можливість здійснення *дальнього* радіозв'язку за умов відносно невеликих габаритах антен і потужностей радіопередавачів;
- відносно *невелике* поглинання радіохвиль в іоносфері;
- відносно *велика* ємність діапазону.

Обмеження частотного діапазону:

- суттєвий вплив *стану* іоносфери на умови поширення;
- *слабке* огинання гірської місцевості;
- наявність *глибоких завмирань*;
- наявність *зон мовчання*;
- наявність *радіолуни*.

Застосовують радіохвилі декаметрового діапазону для:

- радіомовлення;
- військового зв'язку;
- радіоаматорського зв'язку;
- радіолокації за горизонтом;
- зв'язку на великі відстані між морськими транспортними засобами, літаками;
- радіочастотної ідентифікації (RFID),
- радіотелеграфного зв'язку.

14.4. Ультракороткі (дуже-, ультра-, над-, вельми- – високочастотні) хвилі

Цей підрозділ охоплює 4 діапазони, три вищі за частотою (дециметровий, сантиметровий та міліметровий) ще називають *мікрохвилями*. Нагадаємо основні цифрові показники й застосуємо скорочення – ультракороткі хвилі УКХ, відповідно, метрові УКХ-м, дециметрові УКХ-дм, сантиметрові УКХ-см, міліметрові УКХ-мм. Отже:

- метрові: (1...10) м, УКХ-м, дуже високочастотні ДВЧ: (30...300) МГц;
- дециметрові: (0,1...1) м, УКХ-дм, ультрависокочастотні УВЧ: (300...3000) МГц;
- сантиметрові: (0,01...0,1) м, УКХ-см, надвисокочастотні НВЧ: (3...30) ГГц;
- міліметрові: (0,001...0,01) м, УКХ-мм вельмивисокочастотні ВВЧ: (30...300) ГГц радіохвилі.

14.4.1. Характеристика поширення. Основи розрахунку

Основні механізми поширення ультракоротких хвиль: *поверхневі* – у межах прямої видимості (орієнтовно до (50...60) км, інколи (80...100) км); *проспорові* – істотно рідше, бо для більшості частот верхньої частини діапазону ДВЧ іоносфера є *радіопрозорою*.

Через малу довжину хвилі вони майже не дифрагують навколо сферичної поверхні Землі. Тому поверхневі хвилі, зазвичай, поширюються на незначні відстані, які не набагато перевищують відстань прямої видимості r_0 : формули (11.1а) – без урахування тропосферної рефракції та (12.14) – з урахуванням тропосферної рефракції. Нагадаємо визначення зон відносно *відстані прямої видимості*: $r < 0,8r_0$ – зона *освітлена*, $r = 0,8r_0...1,2r_0$ – зона *напівтіні*, $r > 1,2r_0$ – зона *тіні*.

Для зазначених вище діапазонів є спільні ознаки:

1. На ділянках радіолінії більше: $r > 0,8r_0$ необхідно враховувати *сферичний характер* поверхні Землі.
2. Внаслідок невеликих довжин радіохвиль на процес поширення суттєво впливають *нерівності* земної поверхні (рельєф місцевості), що зумовлює розсіювання під час відбивання.

3. Тропосферна *рефракція* сприяє, зазвичай, поліпшенню процесу приймання сигналів, проте впливає на прояв *завмирань*.

4. У *гірській* місцевості на трасах з перешкодами загальною протяжністю до 150 км інколи може проявитися, так званий, «ефект підсилення на клині» (рис. 14.5). Він полягає у нібито «підсиленні» сигналу через розсіювання його на клиновидній перешкоді з подальшим додаванням когерентних радіохвиль, що надходять у точку приймання внаслідок *багатопроменевого поширення*. За відсутності клиноподібної вершини у точці *C* радіохвиля з точки *A* у точку *B* може надійти лише вздовж прямої *AB*. Але клиноподібна вершина радіолінію умовно поділяє на окремі ділянки: *AC* і *CB*. На першій ділянці у точку *C* надходить декілька хвиль: безпосередньо від передавача розташованого у точці *A* й від вторинного джерела хвилі внаслідок відбивання у точці *D*.

Енергія радіохвилі активує вершину *C*, як ретранслятор, що випромінює енергію радіохвилі у напрямках точки *B*, й точки *E*, що є у межах земної поверхні, від якої радіохвиля відбивається, зокрема у напрямку точки *B* – розташування приймача. Отже у точку приймання надходить *множина когерентних радіохвиль*, й у результаті напруженість електричного поля може *зрости на* (60...80) дБ стосовно прямої хвилі, що поширюється вздовж лінії *CB*. У деяких проектах радіоліній реалізують «підсилювання на клині» встановленням на гірських трасах спеціальних металевих екранів, які реалізують функції пасивних *ретрансляторів*.

Зауважимо, що «підсилення на клині» – це термін, який віддзеркалює той факт, що перешкода, товщина якої є більшою, більше ослаблює сигнал порівняно з перешкодою, що має меншу товщину. Для тоншої перешкоди говорять, що вона нібито «підсилює» порівняно з товщиною перешкодою. Відносну товщину перешкоди характеризують параметром «клиноподібності».

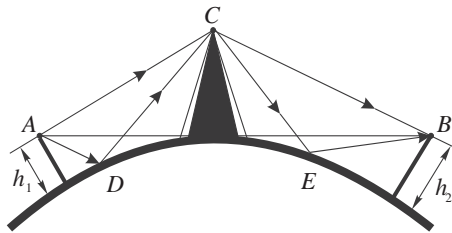


Рисунок 14.5. Ефект «підсилення на клині»

5. Внаслідок відбивання можливим є вплив Місяця та метеорних слідів на поширення радіохвиль.

Охарактеризуємо стисло деякі властивості поширення окремих діапазонів.

1. Сантиметрові та дециметрові хвилі у тропосфері поширюються на відстані до (200...1000) км внаслідок *розсіювання* від *неоднорідностей* тропосфери. За відповідних умов (розділ 12) у тропосфері можливе явище

надрелракції у, так званому, *тропосферному хвилеводі* обмеженому земною поверхнею та нижнім прошарком тропосфери. Проте формування тропосферного хвилеводу – процес стохастичний, внаслідок чого такий радіозв'язок не є стабільний і його у відповідальних мережах не застосовують.

2. Сантиметрові хвилі у тропосфері зазнають поглинання.

3. Метрові хвилі поширюються як *поверхневі* та обмежено – як *просторові*.

Теплові втрати *поверхневої* хвилі, що поширюється над суходолом, внаслідок поглинання земною поверхнею практично відсутні, оскільки ґрунти для цих частот за своїми властивостями наближені до діелектриків. На відстані більші (50...100) км метрові хвилі можуть поширюватись лише як просторові. Поява такої хвилі залежить від стану іоносферних прошарків. Нагадаємо, що навіть для нижчої ділянки хвиль метрового діапазону іоносфера має властивості *діелектрика*, тому не є відбивальним середовищем, тобто радіопрозорим. Але під час *підвищеної* сонячної активності об'ємна густина електронів взимку вдень може сягати значень, за яких прошарок *F* *відбиває* хвилі довжиною (6...10) м. З використанням хвиль такої довжини можна реалізувати дальній радіозв'язок на відстанях (3500...4000) км. Радіозв'язок на відстані (1000...2500) км можливий за наявності влітку вдень нерегулярних (*спорадичних*) прошарків іоносфери E_s на висотах (100...120) км.

Локальні неоднорідності іоносфери, що виникають у прошарках *D* (вдень) і *E* (вночі) на висотах (70...90) км, спричиняють *розсіювання* радіохвиль метрового діапазону ($\lambda < 5$ м). За умови *перетинання* на цих висотах діаграм спрямованості антен передавача та приймача внаслідок іоносферного *розсіювання* можливо реалізувати радіозв'язок на відстані, орієнтовно, від 1000 км до 2500 км. Проте радіосигнали, сформовані внаслідок іоносферного *розсіювання* радіохвиль, зазнають глибоких *завмирань*.

Для забезпечення радіозв'язку на основі іоносферного розсіювання необхідні радіопередавачі потужністю випромінювання не менш 10 кВт і антени з коефіцієнтом підсилення (20...30) дБ.

4. Мікрохвилі поширюються як *поверхневі* у *межах прямої видимості* з урахуванням особливостей рельєфу радіотраси. Внаслідок *багатопроменевого* поширення хвиль через відбивання і розсіювання спорудами та об'єктами на трасі є *завмирання* радіохвиль внаслідок надходження до приймача кількох радіохвиль з різних напрямків. Трасу називають *закритою*, якщо перешкода перекриватиме лінію прямої видимості між передавальною та приймальною антенами, якщо ні – траса є *відкритою* або *напіввідкритою*. *Напіввідкритою* називають трасу, на якій перешкода частково перекриває істотний простір поширення радіохвилі (першу зону *Френеля* –більш докладно наведено у розділі 10), але не перекриває лінію прямої видимості. На значення напруженості електричного поля у точках приймання впливають розмір та розташування перешкоди стосовно радіолінії, тобто необхідно враховувати ступінь перекривання або не перекривання *зон Френеля*.

5. Особливим середовищем поширення ультракоротких хвиль є великі та малі міста. Стосовно процесу поширення радіохвиль великі та малі міста – це неоднорідне середовище із різноманітними об'єктами, які характеризують електродинамічними параметрами (ε, μ, σ) з суттєво різними значеннями, що зумовлює *відбивання* радіохвиль і сприяє їх багатопроменевому поширенню. Щоб забезпечити умови прямої видимості висоти підвісу антен розраховують відносно середнього рівня дахів. За результатами експериментальних даних у місті напруженість електричної складової радіохвилі дециметрового та сантиметрового діапазонів порівняно з відкритою місцевістю у (3...5) разів менша. Всередині приміщень значення напруженості електричного поля зменшено внаслідок *поглинання* електромагнітної енергії. Значення напруженості поля на верхніх поверхах багатопверхового будинку менше на (3...7)%, а на нижніх – на (10...40)% порівняно з напруженістю поля над дахом цього будинку.

6. На відстанях, які перевищують відстань прямої видимості, мікрохвилі поширюються, в основному, внаслідок тропосферної рефракції й розсіювання внаслідок неоднорідності тропосфери.

7. Під час проектування радіолінії в атмосфері Землі слід враховувати, що ультракороткі хвилі різних діапазонів зазнають *різного* загасання. Гідрометеори (хмари, дощ, сніг, туман). суттєво ослаблюють хвилі, коротші за (3...5) см. Водяна пара обумовлює резонансне поглинання радіохвиль довжиною 1,35 см; кисень та вода у складі атмосфери поглинають міліметрові хвилі.

Для **розрахунку** напруженості поля за умови високо піднятих антен використовують інтерференційну формулу (розділ 11), або формулу *Введенського* з урахуванням обмежень до її застосування. Якщо антени є низько розташованими – використовують формулу *Шулейкіна – Ван-дер-Поля*.

Для розрахунку поля на відстанях (80...100) км враховують $0,2r_0 \leq r \leq 0,8r_0$ – еквівалентний радіус Землі та ефект тропосферної рефракції.

Зручним засобом під час проектування радіоліній є застосування кривих поширення радіохвиль МСЕ для відповідних смуг частот та умов поширення.

14.4.2. Властивості та сфери застосування

Позитивні характеристики діапазону:

- велика частотна *ємність*;
- можливість створення і застосування *гостроспрямованих антен* з прийнятними габаритами;
- слабка залежність від впливу атмосферних завад;
- *стійкість* радіозв'язку;
- можливість *вторинного* випромінювання
- можливість встановлення *дальнього радіозв'язку* із земними об'єктами.

Обмеження частотного діапазону:

- промені поширюються лише вздовж лінії *прямої видимості*;
- *нестійкість* площини поляризації;
- *вплив стану іоносфери* на умови поширення радіохвиль;

- вплив рельєфу та покриву території на умови поширення радіохвиль і якість радіозв'язку;
- наявність смуг частот, *непридатних* для практичного використання через загасання радіохвиль у гідрометеорах та атмосферних газах.

Застосовують радіохвилі цих діапазонів для:

- телебачення;
- радіолокації;
- здійснення дуплексного радіозв'язку;
- забезпечення регулярного зв'язку в межах прямої видимості;
- радіорелейного зв'язку;
- тропосферного зв'язку;
- мобільного зв'язку;
- супутникового зв'язку;
- аматорського радіозв'язку;
- забезпечення мовлення радіозасобами у режимі з частотною модуляцією;
- безпроводового зв'язку (LAN, Bluetooth, GPS,...);
- космічного зв'язку;
- радіоастрономії;
- астронавігації.

14.5. Децимиліметрові (гіпервисокі, терагерцові) хвилі

Децимиліметрові (субміліметрові): (0,1...1) мм, (гіпервисокі, терагерцові) ГВЧ: (300...3000) ГГц хвилі.

Попри наведення у Таблиці розподілу радіочастот верхнього значення 275 ГГц (400 ГГц) на сьогодні вже інтенсивно впроваджують більш високі частоти. Діапазон гіпервисоких частот охоплює 300 ГГц...3 ТГц. В англомовній літературі діапазон гіпервисоких частот називають: *terahertz*, або *tremendously high frequency*. Однак у літературі до цього діапазону зараховують також частоти до 10 ТГц.

1. Царьов М. В. Генерация и регистрация терагерцового излучения ультракороткими лазерными импульсами: учеб. пособ. – Нижегородский госуниверситет, 2011. – 75 с.
2. <http://www.kinetics.nsc.ru/center/public/rep05.pdf>.

14.5.1. Особливості формування (генерації) та поширення

Терагерцовим випроміненням називають електромагнітне випромінювання у смузі частот від 300 ГГц до 10 ТГц. Цей частотний інтервал у електромагнітному спектрі є між інфрачервоним (ІЧ) і мікрохвильовим діапазонами, тому його називають також дальнім інфрачервоним, або субміліметровим діапазоном (рис. 14.6).

Природним джерелом терагерцового випромінення є, наприклад, космічне реліктове випромінювання. У Чилійських Андах на висоті 5100 м встановлено перший у світі телескоп, якій приймає випромінювання від Сонця на частотах (0,2...1,5) ТГц.

Донедавна більшу частину інтервалу терагерцового діапазону широко не застосовували через відсутність промислових генераторів та приймачів когерентного випромінювання для цих частот. Тому терагерцову смугу електромагнітного спектра називали «Терагерцовий провал».

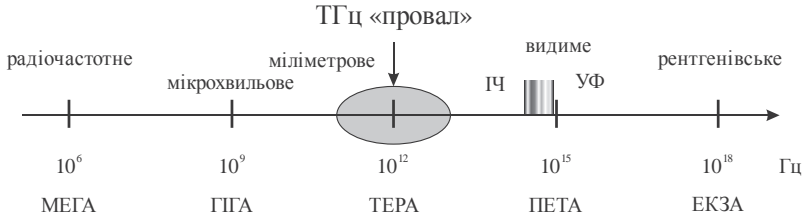


Рисунок 14.6. Спектр хвиль і терагерцовий «провал»

Терагерцовий провал «опанували» наприкінці 90-тих років минулого сторіччя. Приклад функціональної схеми системи для генерації та приймання терагерцового випромінювання ультракороткими лазерними імпульсами наведено на рис. 14.7. Лазерний промінь фемтосекундного (фемто – 10^{-15}) лазера поділено на два: промінь накачування і зондувальний (пробний) промінь. Більш потужний промінь накачування призначено для генерації терагерцового імпульсу. Генерація відбувається, як правило, під дією лазерного імпульсу накачування на деякий кристал або спеціальну структуру. Зондувальний пучок призначено для детектування терагерцового імпульсу. Для детектування можна застосовувати кристал або структуру, аналогічні генератору. Детектування відбувається внаслідок зміни певної характеристики (наприклад, поляризації) зондувального імпульсу за наявності терагерцового імпульсу.

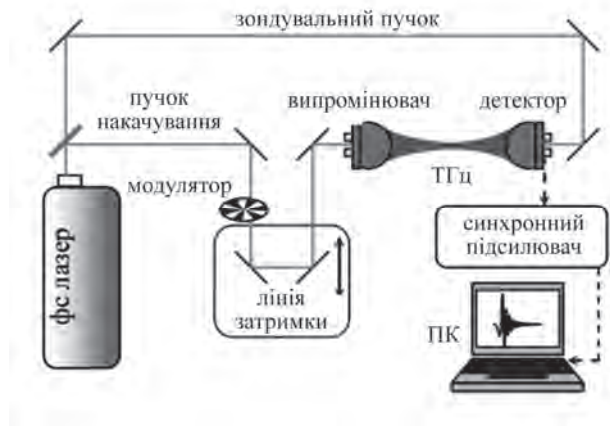


Рисунок 14.7. Функціональна схема генерації та детектування терагерцового випромінювання ультракороткими лазерними імпульсами

Ефективним способом генерації терагерцового імпульсу діапазону частот (0,1...0,3) ТГц є застосування оротрону. Використання відкритого резонатора в оротроні усуває труднощі у разі зменшення довжини хвилі випромінювання.

У порівнянні з традиційними вакуумними приладами, у яких використовують черенковське випромінювання електронів, в оротроні внаслідок селекції мод, можна використовувати більш широкі й менш щільні електронні пучки. Подібні компактні джерела застосовують у міліметровому і субміліметровому діапазонах, насамперед у галузі спектроскопії, що дозволяє отримати випромінювання більш високої потужності та стабільності, ніж із використанням ламп зворотної хвилі.

За попередніми розрахунками у процесі подальшого удосконалення оротрона можна ефективно працювати в усьому субміліметровому діапазоні. Функціонування оротрона ґрунтується на формуванні стимульованого прямолінійного електронного пучка у відкритому дводзеркальному резонаторі (випромінювання Сміта – Парселла). Як правило, резонатор оротрона складено з увігнутого і плоского дзеркал. На поверхню плоского дзеркала нанесено періодичну структуру, що створює повільні просторові гармоніки високочастотного поля моди відкритого резонатора. Магнітне поле фокусує електрони і вони рухаються поблизу періодичної структури та взаємодіють з однією із повільних просторових гармонік поля резонатора за умов синхронізму черенковського типу. Ефективність використання електронного променя істотно збільшується у складніших, ніж «гребінка» періодичних структурах, наприклад, багаторядних – у разі використання яких електрони рухаються всередині структури.

Теоретичні та практичні дослідження у сфері терагерцової спектроскопії різних речовин надають можливість визначити нові сфери застосування.

У системах безпеки використовують міліметрове випромінювання для сканування багажу і людей. Терагерцове випромінювання не завдає шкоди організму, тому технічними засобами на його основі можна ідентифікувати на відстанях до десятків метрів в одязі людини металеві, керамічні, пластикові та інші предмети.

Спектр терагерцового випромінювання є вельми перспективним для дослідження астрофізичних об'єктів, що надає можливість отримати значно більше інформації про їх властивості.

У наш час виконують дослідження та конструкторські проекти у сферах терагерцової еліпсометрії, голографії, дослідження взаємодії терагерцового випромінювання з металами та іншими речовинами, поширення та взаємодії терагерцових плазмонів у хвилеводах різних конфігурацій. Активно впроваджують компоненти (елементну базу) терагерцової схемотехніки: вже виготовлено перші транзистори. Ці дослідження необхідні, зокрема, для підвищення до терагерцових значень робочої частоти процесорів.

14.5.2. Властивості та сфери застосування

Позитивні характеристики діапазону:

- терагерцове випромінювання на відміну від рентгенівського, яке набуло широкого застосування у медичній діагностиці, є *не іонізуювальним*;
- хвилі терагерцового діапазону дозволяють визначити не лише форму, а й склад досліджуваного об'єкта.

– довгохвильова частина терагерцового діапазону зазнає меншого розсіювання; тому сухі діелектричні матеріали, наприклад: тканини, дерево, папір, пластмаси є радіопрозорі для цих хвиль;

Обмеження частотного діапазону:

– у сучасних терагерцових випромінювачах відносно низька ефективність перетворення енергії оптичного імпульсу в енергію терагерцової хвилі;

– істотно ускладнює реалізацію віддаленої терагерцової діагностики високе поглинання хвилі водяною парою, що суттєво ослаблює терагерцовий сигнал під час його поширення в атмосфері;

– об'єкти порівняно великої товщини або зразки з високим коефіцієнтом поглинання у терагерцовому діапазоні не дають змоги зареєструвати сигнал безпосередньо, лише – слабкий розсіяний або відбитий.

Застосовують терагерцові хвилі для:

- моніторингу концентрації важких органічних молекул;
- діагностичної медицини та медичних засобів;
- метеорології;
- систем безпеки (пошук і виявлення вибухових речовин);
- інфрачервоної астрономії;
- квантової радіоелектроніки;
- мікрохвильових печей;
- технічних терагерцових засобів тощо.

14.6. Математичні моделі поширення радіохвиль

Під час проектування систем зв'язку можливе формування мережі різних типів: мегастілникові з орієнтовною зоною обслуговування понад 100 км, макростільникові – (1...100) км, мікростільникові – (0,1...1) км, пікостільникові – до 100 м, фемтостільникові – до 20 м (рис. 14.8).



Рисунок 14.8. Сучасні системи безпроводового зв'язку

Математичні моделі формують на основі *фізичних* закономірностей (фізичні моделі) та на підставі статистично опрацьованих *експериментальних даних* (емпіричні моделі), є також комбіновані моделі. У цьому підрозділі наведено деякі моделі і формули з книги: Simon R. Saunders. Alejandro Aragor N-Zavala, Antenas and Propagation for wireless communication system. – JohnWiley & Sons Ltd, England, 2007 – 553p.

Тому позначення у формулах також з цієї книги.

Спочатку нагадаємо універсальну модель, що ґрунтується на формулі формули ідеального радіозв'язку (формула Фрііса – (10.9). Визначимо основні втрати вільного простору: за формулою (10.11б) й одиницею вимірювання децибелів:

$$L_F = 32,4 + 20 \lg R + 20 \lg f, \text{ дБ},$$

де f – значення частоти, відносно 1 МГц,

R – значення відстані, відносно 1 км.

Таким чином, основні втрати у вільному просторі зростають на 6 децибелів для кожного подвоєння частоти та відстані, або 20 децибелів на декаду відстані або частоти.

Щодо додаткових втрат – ці втрати для наземних радіохвиль визначено у розділі 11: формули – для високо та низько розташованих антен, відповідно, (11.14) та (11.27).

Дали наведемо деякі математичні моделі поширення радіохвиль для систем відповідно до рис. 14.8.

14.6.1. Мегастільники

Мегастільникові системи призначено для реалізації глобального охоплення планети засобами мобільного зв'язку із застосуванням супутників Землі. Приймання сигналів здійснюють мобільними станціями з високими кутами розташування антени, тому будівлі, дерева, територіальні особливості як і атмосферні умови впливають на процес поширення радіохвиль. Це ускладнює процес прогнозування можливості прийняти сигнал, бо необхідно передбачити ефекти швидких завмирань й затінення. Отже прогнози, як правило, мають статистичний характер і залежать від параметрів довкілля і, зокрема, споруд. Мобільні супутникові системи, класифікують за типами орбіт: *низькоорбітальні* системи (НОС) на висотах (500...2000) км із порівняно великою кількістю супутників, щоб забезпечити охоплення всієї поверхні Землі (наприклад, 66 у системі *Iridium*); *середньоорбітальні* системи (СОС) на висотах (5000...12000) км із меншою кількістю супутників для покриття всієї Землі (наприклад, 12 у системі *Odyssey*); *геостаціонарна* система (ГСС) за висот до 36000 км, лише з трьома супутниками для охоплення всієї Землі. Великі відстані обумовлюють великі втрати у вільному просторі. Наприклад, втрати у вільному просторі для ГСС на частоті 1,5 ГГц близько 190 дБ у зеніті. Внаслідок руху супутника відносно місця розташування мобільного абонента має місце суттєвий доплерівський зсув, що може сягати кількох десятків кілогерц.

Нагадаємо, що у цих системах на процес поширення радіохвиль впливають такі явища: відбивання, розсіювання, дифракція, багатопроменевість (розсіювання), поглинання, інтерференція, заломлення.

На рис. 14.9 наведено деякі моделі мегастільників.

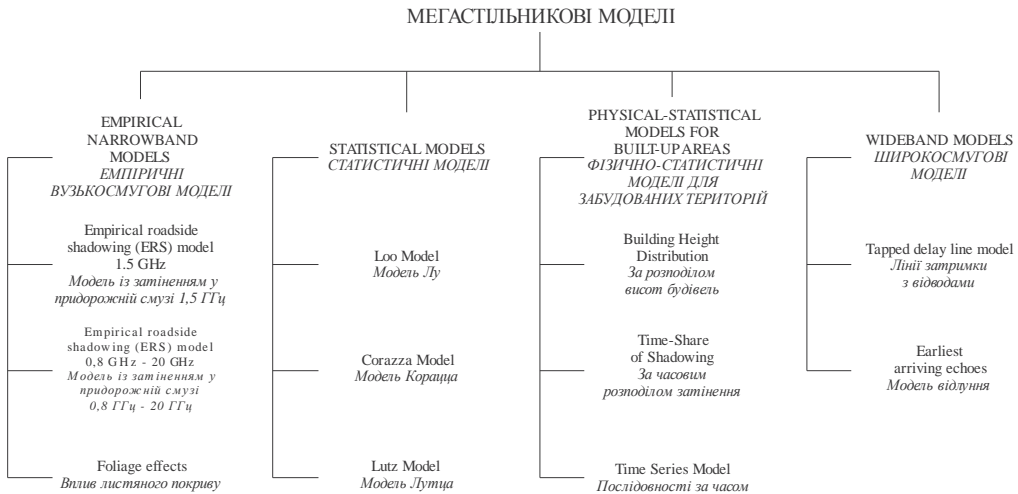


Рисунок 14.9. Класифікація моделей мегастільників

Наведемо деякі приклади опису та застосування моделей. Для проектування мегастільникових моделей необхідно багато вхідних параметрів. Як приклад, з'ясуємо визначення густини імовірності висот будівель за моделлю *Building Height Distribution* та загасання сигналу за *Loo Model*.

Фізично-статистичні моделі

Модель розподілу висот будівель (*Building Height Distribution*)

Вимірювання густини імовірності висот будівель для даної моделі проведено у містах Вестмінстер і Гілфорд (Великобританія).

Модель описує ситуації, коли мобільний термінал є на довгій прямій вулиці, на яку потрапляє безпосередній прямий промінь від супутника. Вулиця є прямою з обох боків, висота будівель випадкова.

Розрахункові формули коректні для ситуацій, якщо будівлі розташовано на невеликих відстанях.

Недоліком моделі вважають недоцільність її застосування для міст, де будівлі розташовані хаотично.

Для розрахунку застосовують функції густини імовірності висоти будинків за розподілами: логнормальним і Релея, з параметрами – математичне сподівання μ та середньоквадратичне відхилення σ_b .

Формула густини імовірності для логнормального розподілу:

$$p_b(h_b) = \frac{1}{h_b \sqrt{2\pi\sigma_b}} \exp(-1/2\sigma_b^2 \ln^2(h_b / \mu)),$$

формула густини імовірності для розподілу Релея:

$$p_b(h_b) = \frac{h_b}{\sigma_b^2} \exp(-h_b^2 / 2\sigma_b^2),$$

де h_b – висота будинків.

Результати оцінювання ймовірнісних параметрів випадкової величини для різних законів розподілу у різних містах наведено у таблиці 14.1.

Таблиця 14.1. Параметри законів розподілу для різних міст

Місто	Логнормальний розподіл		Розподіл Релея
	Математичне сподівання μ	Середньоквадратичне відхилення σ_b	Середньоквадратичне відхилення σ_b
Вестмінстер	20,6	0,44	0,27
Гілфорд	7,1	17,6	6,4

Модель Лу (Loo Model)

Модель розроблено для сухопутного мобільного супутникового зв'язку 1985 року.

Модель вважають універсальною, проте недоліком є відсутність врахування значних перепадів висот на місцевості.

У математичній моделі враховано втрати, які спричиняють дерева біля доріг. Ця модель є однією з основних для мегастільникових мереж. Загальний сигнал складено з двох частин: 1 – для лінії прямої видимості; компонент, який характеризує логарифмічний розподіл внаслідок ослаблення радіохвилі деревами та 2 – багатопроменевий компонент з розподілом Релея. Таким чином, загальне загасання сигналу α :

$$\alpha = de^{j\phi_0} + se^{j\phi},$$

де d – логарифмічно розподілена амплітуда втрат за лінії прямої видимості;

s – амплітуда втрат за багатопроменевого розподілу Релея;

ϕ та ϕ_0 – рівномірно розподілені відповідні фази.

Густину імовірності згасання сигналу $|\alpha|$ складно оцінити аналітично, проте можна наблизити до розподілу Релея для малих значень і логнормального для великих:

$$p(r) \approx \begin{cases} \frac{r}{\sigma_m^2} \exp\left[-\frac{r^2}{2\sigma_m^2}\right] & \text{для } r \ll \sigma_m, \\ \frac{1}{20\lg r \sqrt{2\pi}\sigma_0} \exp\left[-\frac{(20\lg r - \mu)^2}{2\sigma_0^2}\right] & \text{для } r \gg \sigma_m, \end{cases}$$

де – σ_m середньоквадратичне відхилення дійсної чи уявної частини багатопроменевої частини,

σ_0 – середньоквадратичне відхилення $20\lg d$, дБ,

μ – математичне сподівання $20\lg d$, дБ.

Приклад прогнозування густини імовірності загасання наведено на рисунку 14.10 для параметрів моделі *Лу* (*Loo model*), який є адекватним результатам моделі *емпіричного придорожного затінення* (*ЕПЗ*) – *empirical roadside shadowing (ERS model)* за з куту підвищення 45° .

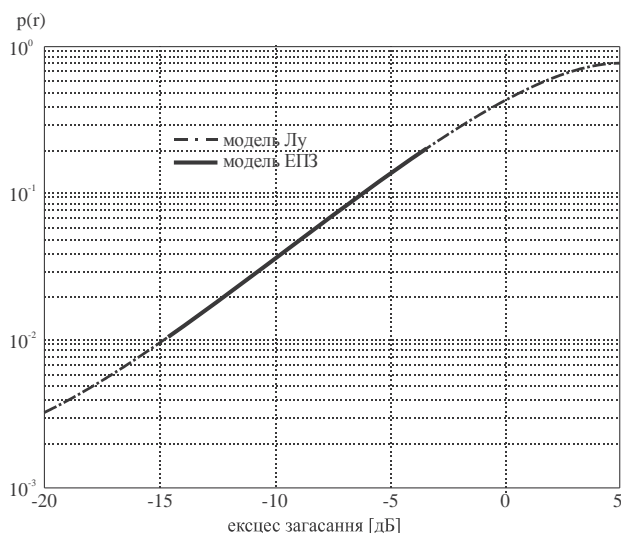


Рисунок 14.10. Залежність імовірності сигналу для моделі *Loo model* та *ERS model* за частоти 1,5 ГГц, з параметрами $\sigma_m = 0,3$, $\sigma_0 = 5$ дБ и $\mu = 0,1$ дБ для кута 45°

14.6.2. Макростільники

Макростільники – це найпоширеніша система організації мобільного зв'язку на великих площах: відкритих територіях, селищах, малих та великих містах. Тому є багато моделей прогнозування втрат на радіотрасах у конкретних місцях. Є *математичні моделі* сформовані на підставі аналітичного опису фізичного процесу й моделі, сформовані за результатами статистичного оброблення експериментальних даних (*емпіричні*).

У формулах, наведених нижче, такі величини:

h_m – висота антени мобільної станції над конкретною місцевістю, зазвичай вважають 1,5 м;

d_m – відстань між мобільною станцією і найближчим будинком, м;

h_0 – типова (зазвичай середня) висота будівель на конкретній місцевості, м;

h_b – висота антени базової станції над конкретною місцевістю, м;

r – відстань (за радіусом) між базовою та мобільною станціями, м;

$R = r \times 10^{-3}$ – відстань (за радіусом) між базовою та мобільною станціями, км;

f – носійна частота, Гц;

$f_c = f \times 10^{-6}$ – носійна частота (у розрахунках), МГц;

λ – довжина хвилі за умов вільного простору, м.

Необхідною умовою макростільника є: $h_b > h_0$. Будівлі є перешкодами на шляху поширення радіохвиль у межах макростільників, що треба враховувати під час проектування радіолінії. На практиці висоту базової станції вважають орієнтовно (15...35) м за застосування щогли, або на 20 м вище, якщо антену розташовано на даху.

Деякі моделі макростільників наведено на рис. 14.11.

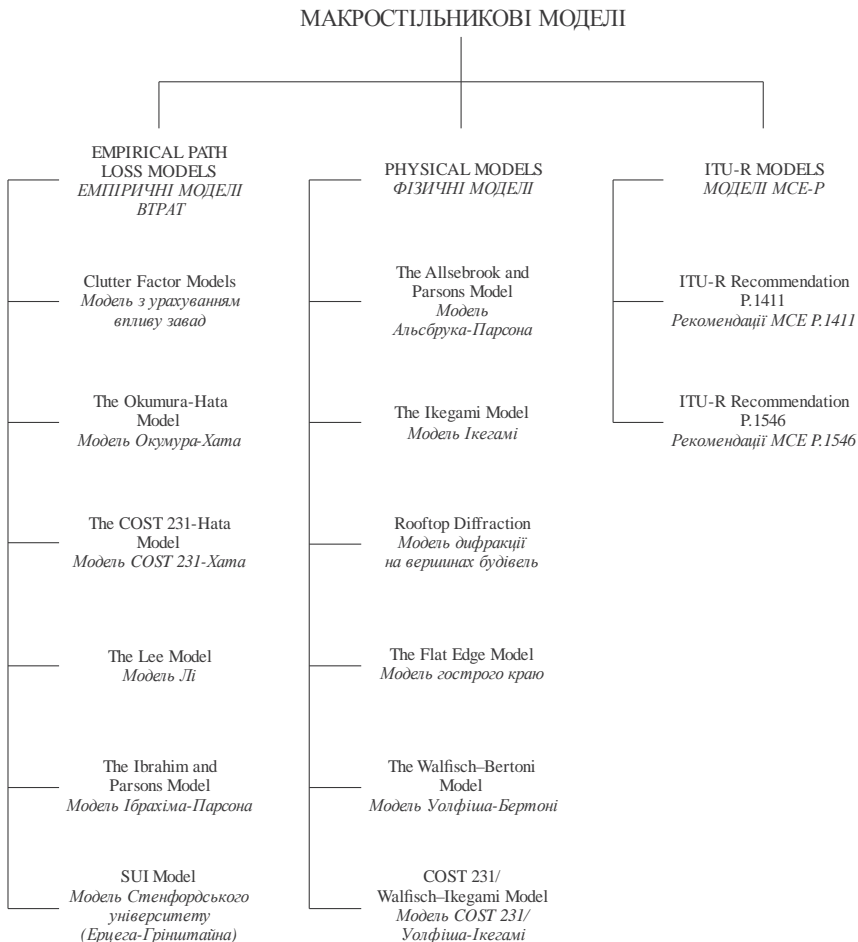


Рисунок 14.11. Класифікація моделей макростільників

Наведемо деякі приклади застосування моделей.

Емпіричні моделі

Модель Еглі (The Egli Model)

Модель, яка є обґрунтованим прикладом моделі з урахуванням впливу завад (*Clutter Factor Models*), розроблено Джоном Еглі 1957 року, вона є однією з перших.

Модель Еглі слухна для стільникового зв'язку, де одна антена фіксована (h_b), а інша мобільна (h_m), і може бути застосовна за умов передавання над пересіченою місцевістю у смугах ультрависоких частот.

Формула для розрахунку втрат:

$$L_{path} = 40\lg(d) - 20\lg(h_b) - 20\lg(h_m) - 10\lg(\beta),$$

$$\text{де } \beta = \left(\frac{40}{f_{MHz}} \right)^2,$$

d – відстань між антенами.

Формула розрахунку втрат за моделлю Еглі, доопрацьована у роботі G. Y. Delisle, J. Lefevre, M. Lecours and J. Chouinard, Propagation loss prediction: a comparative study with application to the mobile radio channel, IEEE Transactions on Vehicular Technology, 26 (4), 295–308 p., 1985, така:

$$L = 40\lg R + 20\lg f_c - 20\lg h_b + L_m,$$

де

$$L_m = \begin{cases} 76,3 - 10\lg h_m & \text{для } h_m < 10 \text{ м,} \\ 76,3 - 20\lg h_m & \text{для } h_m > 10 \text{ м.} \end{cases}$$

Ця ситуація є ілюстрацією неперервного процесу удосконалення моделей поширення радіохвиль, у якому можуть і повинні брати участь студенти, які навчаються за напрямом телекомунікації.

Модель Окумура – Хата (The Okumura – Hata Model)

Цю – одну з найбільш поширених моделей, сформовано у місті Токіо 1980 року за адаптації емпіричних формул до графіків, складених Окумурою.

Dr. Yoshihisa Okumura (1926 р. н.) – японський інженер почав свою професійну діяльність 1950 року в Національній телефонній і телеграфній корпорації (NTT), де отримав і узагальнив дані поширення радіохвиль частотної смуги (150...1920) МГц. Згодом з'ясовано, що ці смуги доцільно застосовувати для мобільних телефонних систем (з урахуванням даних, які зібрав Окумура). Результати дослідження поширення радіохвиль за різних топографічних умов: у великих містах, приміських, сільських і навіть гірських районах на відстанях від 1 км до 100 км Окумура оприлюднив 1968 року.

Перевагами цієї моделі вважають її простоту та універсальність, можливість застосовувати у різних *територіальних* зонах. Смуга робочих частот $f = (200 \dots 2000)$ МГц.

Недоліками є те, що у моделі не враховано особливості рельєфу, та – антени базових станцій необхідно розташувати вище навколишніх споруд.

Розрахункові формули втрат:

Втрати у місті:

$$L_M = 69,55 + 26,16 \lg(f) - 13,82 \lg(h_{BC}) - a(h_{AC}) + (44,9 - 6,55 \lg(h_{BC})) \lg(d), \text{ дБ},$$

де

$a(h_{AC})$ – поправковий коефіцієнт для висоти антени мобільної станції,

що враховує зону охоплення;

d – відстань між базовою та мобільною станціями.

Втрати у передмісті:

$$L_{PM} = L_M - 2(\lg(f / 28))^2 - 5,4, \text{ дБ}.$$

Втрати у невеликому місті:

$$L_C = L_M - 4,78(\lg(f))^2 - 18,33(\lg(f)) - 35,94, \text{ дБ}.$$

Втрати на відкритій території:

$$L_{Vpr} = L_M - 4,78(\lg(f))^2 - 18,33(\lg(f)) - 40,94, \text{ дБ}.$$

Модель Cost 231-Hata (The COST 231-Hata Model)

Модель складено 1999 року, як модифікацію моделі Окумура – Хата. Її застосовують для прогнозування та оцінювання втрат (згасання) сигналів у містах, приміських, сільських та відкритих територіях. Смуга робочих частот $f = (1500 \dots 2000)$ МГц.

Перевагою вважають точну оцінку загасання сигналів.

Недоліком є те, що модель не можна застосовувати, якщо відстань між базовою та мобільною станціями менше 1 км.

Розрахункова формула втрат:

$$L = 46,3 + 33,9 \lg(f) - 13,82 \lg(h_{BC}) - a(h_{AC}) + (44,9 - 6,55 \lg(h_{BC})) \lg(d) + G, \text{ дБ},$$

де

$G = 0$ дБ для малих та середніх міст,

$G = 3$ дБ для мегаполісів.

Модель Лі (The Lee Model)

Модель складено на підґрунті вимірювань, виконаних у США (1982, 1993). Застосовують для прогнозування сигналів у містах на частотах поблизу 900 МГц.

Розрахункова формула втрат:

$$L = 10n \lg r + P_0 - 20 \lg h_{BC} - 10 \lg h_{LC} + 59, \text{ [дБ]}$$

де n та P_0 – корегувальні коефіцієнти.

Ці коефіцієнти визначено експериментально, для конкретних територій їх значення наведено у таблиці 14.2.

Таблиця 14.2. Корегувальні коефіцієнти моделі Лі

Середовище		n	P_0
Вільний простір		2	-45
Відкритий терен		4,35	-49
Передмістя		3,84	-61,7
Місто	Філадельфія	3,68	-70
	Токіо	3,05	-84
	Нью-Йорк	4,8	-77

Фізичні моделі

Модель Ікегамі (The Ikegami Model)

У моделі Ікегамі (1991) враховано промені, однократно відбиті від сусідніх з абонентською станцією будинків. Робочі частоти: (200, 400, 600) МГц.

Розрахунки є достовірними, якщо будівлі розташовано на невеликих відстанях.

Недоліком можна вважати відсутність урахування для розрахунку висоти антени базової станції.

Розрахункова формула втрат:

$$L_E = 10 \lg f_c + 10 \lg(\sin \varphi) + 20 \lg(h_0 - h_m) - 10 \lg w - 10 \lg\left(1 + \frac{3}{L_r^2}\right) - 5,8, \text{ дБ,}$$

де φ – кут між напрямом вулиці та прямою лінією від базової станції до мобільного телефону;

$L_r = 0,25$ – втрати внаслідок відбивання.

Аналіз передбачає, що телефон розташовано у центрі вулиці.

Модель COST 231 Уолфіша-Ікегами (Walfisch-Ikegami Model)

Модель складено для густонаселеної міської місцевості з урахуванням напрямку поширення радіохвиль (1999). Смуга частот: (800...2000) МГц. Модель можна застосовувати, якщо виконано такі умови: $4\text{ м} \leq h_b \leq 50\text{ м}$, $1\text{ м} \leq h_m \leq 3\text{ м}$ та $0,02\text{ км} \leq R \leq 5\text{ км}$.

h_b – висота передавальної антени базової станції (БС), м;

h_m – висота мобільної станції (МС) над рівнем землі, м;

R – відстань між (БС) і (МС), км.

Перевагою є врахування можливості поширення радіохвилі до точки приймання за різними маршрутами та подальшою їх суперпозицією.

Як недолік – обмеження на параметри вулиці.

Відповідно до моделі Уолфіша, медіанне значення загасання визначають за емпіричною формулою, як сумою втрат поширення хвиль у вільному просторі, втрат внаслідок дифракції, обумовленою клиноподібними перешкодами (багатократна) та «звичайною» перешкодою (однократна):

$$L = L_F + L_{msd} + L_{sd} ,$$

де L_F – втрати у вільному просторі;

L_{msd} – втрати внаслідок багатократної дифракції;

L_{sd} – втрати внаслідок однократної дифракції:

$$L_{sd} = -16,9 - 10 \lg f_c + 10 \lg \frac{(h_0 - h_m)^2}{w_m} + L_\phi ,$$

де f_c – носійна частота,

w_m – відстань між будівлями протилежних сторін вулиці, де розташовано мобільний термінал (зазвичай $w_m = w/2$),

w – ширина вулиці, м,

h_0 – висота близько розташованих до передавальної антени будівель, м;

для орієнтовних розрахунків:

$$h_0 = \begin{cases} 3n_{\text{floors}} & \text{для плоских дахів,} \\ 3n_{\text{floors}} + 3 & \text{для нахилених дахів;} \end{cases}$$
$$w = (20 \dots 50) \text{ м}, \quad \phi = 90^\circ ,$$

де n_{floors} – кількість поверхів.

Складником L_ϕ враховують втрати внаслідок орієнтації вулиці відносно траєкторії хвилі, яку характеризують кутом ϕ :

$$L_{\phi} = \begin{cases} -10 + 0,354\phi & \text{за } 0 \leq \phi < 35^{\circ}, \\ 2,5 + 0,075(\phi - 35) & \text{за } 35 \leq \phi < 55^{\circ}, \\ 4,0 - 0,114(\phi - 55) & \text{за } 55 \leq \phi \leq 90^{\circ}. \end{cases}$$

Втрати внаслідок дифракції розраховують за формулою:

$$L_{msd} = L_{bsh} + k_a + k_d \lg R + k_f \lg f_c - 9 \lg w,$$

де

$$L_{bsh} = \begin{cases} -18 \lg(1 + h_b - h_0) & \text{за } h_b > h_0, \\ 0 & \text{за } h_b \leq h_0, \end{cases}$$

$$k_a = \begin{cases} 54 & \text{за } h_b > h_0, \\ 54 - 0,8(h_b - h_0) & \text{за } R \geq 0,5, h_b \leq h_0, \\ 54 - 1,6(h_b - h_0) & \text{за } R < 0,5, h_b \leq h_0, \end{cases}$$

$$k_d = \begin{cases} 18 & \text{для } h_b > h_0, \\ 18 - 15(h_b - h_0)/h_0 & \text{для } h_b \leq h_0, \end{cases}$$

$k_f = -4 + 0,7 \left(\frac{f_c}{925} - 1 \right)$ для міст середніх розмірів та передмістя, за наявності рослин середньої щільності розташування та висоти,
 $k_f = -4 + 1,5 \left(\frac{f_c}{925} - 1 \right)$ для великих міст.

14.6.3. Мікростільники

П. Беделл. Сети. Беспроводные технологии / пер. с англ. Р. М. Евтеев. – НТ Пресс, 2008. – 448 с.

Охарактеризуємо мережу мікростільників, як інфраструктуру базових станцій, розташованих на дахах будівель, об'єктах на вулиці, об'єктах на водних поверхнях тощо. Мікростільники близькі за технічними характеристиками до макростільників, проте менш витратні. Технологія мікростільників сприяє розвитку нових технологій, які забезпечують більшу функціональність, дальність дії, розширену ємність мережі, застосуванню комп'ютерів, серверів тощо.

Перші мікростільники застосовували як засіб ліквідації прогалин у зонах покриття та як підсилювальні елементи. Сучасна технологія мікростільників дозволяє оператору мобільного зв'язку розгорнути станцію протягом малого проміжку часу, без витрат великих коштів і, що можна вважати важливим фактором – мінімальним впливом на користувачів та навколишнє середовище в цілому.

Мікростільникові станції можуть забезпечити майже таку ж ємність мережі та аналогічний радіус дії, що макростільникові станції. Сільникові компанії можуть швидко ввести в експлуатацію мікростільники, встановленням їх у тому місці, де це необхідно, щоб забезпечити необхідне покриття або пропускну здатність мережі без

витрат на це великих коштів. Основною відмінністю між мікросотами і макростільниковими базовими станціями є їх габарити та маса. Окрім того макростільникові базові станції потребують захисту від метеорологічних умов, системи кондиціонування і системи екологічної безпеки. Їх важко замаскувати, особливо у житлових зонах, де населення, зазвичай, до них ставиться негативно.

Внаслідок невеликих габаритів, мікростільникові базові станції можна встановити у будь-якому місці, де це необхідно, наприклад, на стіні будівлі, у тунелі, на мосту тощо. Малі розміри мікростільників, невелика потужність випромінювання надають можливість їх розташування у житлових районах передмість з урахуванням обмежень за санітарними вимогами на встановлення базових станцій. Поза житлових районів мікростільники встановлюють для забезпечення або розширення безпроводової мережі в офісних будівлях, торгових центрах, аеропортах, на стадіонах та інших місцях, де абоненти можуть скористатися мобільним телефоном.

Оскільки для застосування мікростільників будувати окрему щоглу не потрібно, то час встановлення такої базової станції скорочується до декількох годин. Для мереж всередині будівлі можна використовувати антени з характеристиками, наближеними до ізотропних, спрямовані антени або коаксіальний кабель з щілинами.

На рис. 14.12 наведено деякі моделі мікростільників.

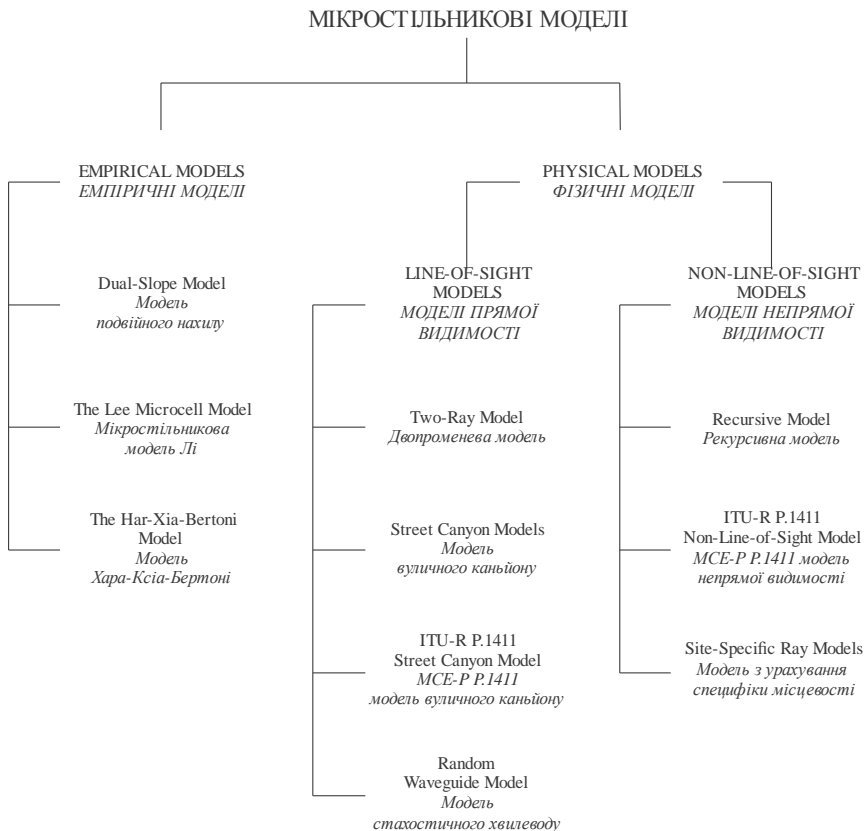


Рисунок 14.12 Класифікація моделей мікростільників

Наведемо деякі приклади застосування моделей.

Емпірична модель

Модель Хара-Ксія-Бертони (The Har-Xia-Bertoni Model)

Модель складено у результаті вимірювань біля затоки Сан-Франциско (1993, 1999).

У формулах враховано характер траси між базовою та мобільною станціями. Робочі частоти: (900...2000) МГц, відстань (0,05...3) км, умовна висота – $8 \text{ м} < \Delta h < 6 \text{ м}$, де $\Delta h = h_b - h_0$, h_b – висота антени БС, м, h_0 – середня висота навколишніх будівель, м.

Перевагою моделі є можливість виконувати розрахунки для траси зі значними перепадами висоти рельєфу місцевості.

Як недолік – модель не можна використовувати для відстані між базовою та мобільною станціями понад 3 км.

Розрахункові формули.

Радіотраса в межах *непрямої* видимості:

втрати для траси за малоповерхових будівель:

$$L = [11,24 + 42,59 \lg f_c] - [4,99 \lg f_c] \operatorname{sgn}(\Delta h) \lg(1 + |\Delta h|) + \\ + [40,67 - 4,57 \operatorname{sgn}(\Delta h) \lg(1 + |\Delta h|)] \lg R + 20(\lg h_m / 7,8) + 10 \lg(20 / d_m),$$

де h_m – висота МС, м,

d_m – відстань між будівлею та МС, м,

$$\operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} +1, & x \geq 0 \\ -1, & \text{інші випадки} \end{cases} \quad \text{– знакова функція, яку використовують як}$$

коефіцієнт;

втрати для траси за високих будівель:

– для маршруту через бокову вулицю

$$L = 97,94 + 12,49 \lg f_c - 4,99 \lg h_b + (46,84 - 2,34 \lg h_b) \lg R,$$

– для маршруту через поперечну вулицю або комбінованого

$$L = 53,99 + 29,74 \lg f_c - 0,99 \lg h_b + (47,23 + 3,72 \lg h_b) \lg R.$$

Радіотраса в межах *прямої* видимості:

втрати для змішаної траси:

за $R < R_{bk}$

$$L = -37,06 + 39,40 \lg f_c - 0,09 \lg h_b + (15,8 - 5,73 \lg h_b) \lg R,$$

за $R > R_{bk}$

$$L = (48,38 - 32,1 \lg R_{bk}) - 137,1 + 45,70 \lg f_c + (25,34 - 13,90 \lg R_{bk}) \lg h_b + \\ + (32,10 + 13,90 \lg h_b) \lg R + 20 \lg \left(\frac{1,6}{h_m} \right),$$

де $R_{bk} = h_b/1000$,

h_b – відстань від базової станції до точки змінення траєкторії (break point), м,
 f_c – робоча частота, МГц.

Фізична модель

ITU-R P.1411 Street Canyon Model

Модель наведено у Рекомендаціях МСЕ-Р (2005) на основі Dual slope Model. Її застосовують для прогнозування сигналів у, так званих, «міських каньйонах». Можливе застосування для смуг частот: (30...300) МГц та (3...15) ГГц на відстанях до 1 км.

Перевагами є урахування багаторазових відбивань, перепад висот на міській місцевості; як недолік – невелика відстань між базовою та мобільною станціями.

Орієнтовні розрахункові формули:

– нижня межа втрат

$$- L_{lower} = L_s + 30 \lg(r/r_s), \text{ дБ},$$

– вища межа втрат

$$- L_{upper} = L_s + 20 + 30 \lg(r/r_s), \text{ дБ},$$

де $-L_s = 20 \lg(\lambda/2\pi r_s)$, дБ,

r_s орієнтовно 20 м.

14.6.4. Пікостільники

Для забезпечення засобами безпроводового зв'язку та інших сервісів на невеликих відстанях застосовують технологію пікостільників.

На рис. 14.13 наведено деякі моделі пікостільників.

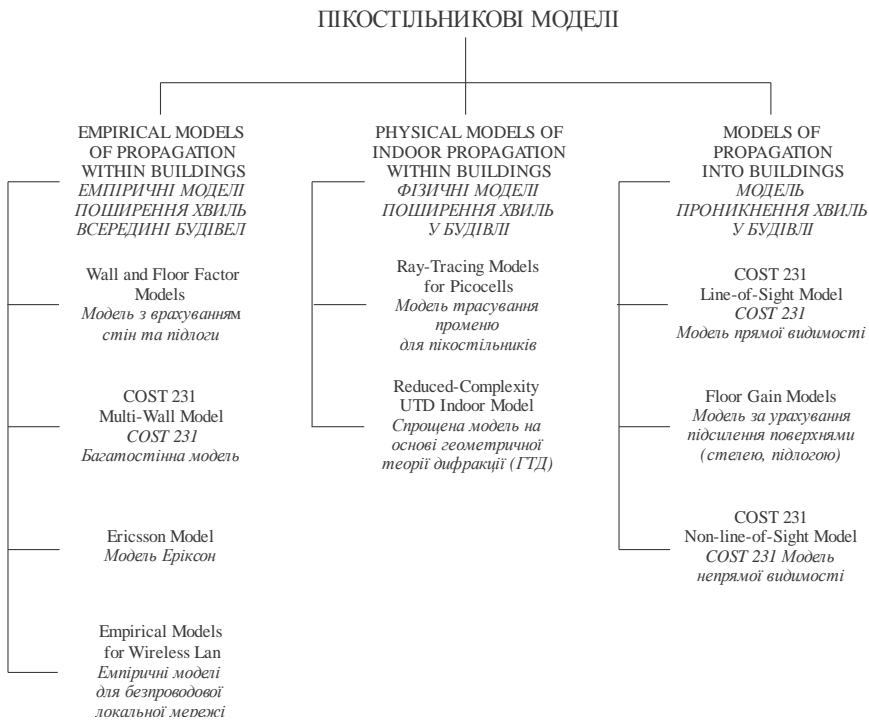


Рисунок 14.13. Класифікація моделей пікостільників

Наведемо деякі приклади застосування моделей

Емпіричні моделі

Модель Ерікссон (The Ericsson Model)

Модель складено 1988 року Д. Акербергом у США після багаторічних вимірювань втрат потужності для частоти 900 МГц. Її застосовують для прогнозування втрат залежно від відстані. Експериментальні дані та розрахункові формули наведено у таблиці 14.3. Модель можна застосовувати також для частоти 1800 МГц за додаванням 8,5 дБ додаткових втрат на всіх відстанях.

Недоліком є обмежені значення частот.

Таблиця 14.3. Втрати потужності сигналу залежно від відстані

Відстань, м	Верхня межа втрат на трасі, дБ	Нижня межа втрат на трасі, дБ
$1 < r < 10$	$30 + 40 \lg r$	$30 + 20 \lg r$
$10 < r < 20$	$40 + 30 \lg r$	$20 + 30 \lg r$
$20 < r < 40$	$1 + 60 \lg r$	$-19 + 60 \lg r$
$40 < r$	$-95 + 120 \lg r$	$-115 + 120 \lg r$

Фізична модель

Променева модель (Ray-Tracing model)

Променева модель оприлюднена у роботі В. С. Lee, А. R. Nix and J. P. McGeehan, Indoor space-time propagation modeling using a ray launching technique, IEEE Proceedings of International Conference of Antennas and Propagation, pp. 279–324, 2001.

Принципи трасування променів застосовні у будівлях. Їх використовують на засадах геометричної оптики і геометричної теорії дифракції, якщо є достатньо даних для обчислення. Детерміновану просторово-часову модель поширення радіохвиль запропоновано у зазначеній вище роботі, що ґрунтується на методах тестових променів спрямованих під різними кутами. Промені взаємодіють з об'єктами у середовищі, де вони поширюються. Можна вважати, що поширення променя «закінчується», якщо рівень напруженості зменшується нижче заздалегідь визначеного граничного значення. У моделі враховано явища відбивання, проходження (заломлення) і дифракції. Загальну напруженість електричного поля, обумовлену i -траєкторією променів визначають за формулою

$$E_i = E_0 f_{ii} f_{ri} L_{FSL}(r) \left[\prod_j R_k \prod_k T_k \prod_l D_l A_l (S_l, S_l') \right] e^{-jkr},$$

де E_0 – напруженість електричного поля джерела випромінювання;

$f_{ii} f_{ri}$ – характеристики спрямованості передавальної та приймальної антен, відповідно

L_{FSL} – втрати у вільному просторі;

R_k – коефіцієнт відбиття хвилі для j -того відбивання;

T_k – коефіцієнт проходження хвилі для k -того проходження;

D_i, A_i – коефіцієнти дифракції та ослаблення, відповідно, для i -тої дифракції;

e^{-jkr} – фазовий множник, де

r – довжина – k -того променя,

k – хвильове число.

14.6.5. Фемтостільники

Фемтостільник – це малопотужна мініатюрна структурна одиниця мережі стільникового зв'язку призначена для обслуговування невеликій території (квартири або офісу).

З'єднання з мережею стільникового оператора реалізують через канал зв'язку, підведений до користувача (інтернет, телефонна мережа загального користування) – рис. 14.14 (<http://ru.wikipedia.org/wiki/Фемтосота>). Залежно від об'єкта фемтостільник обслуговує, зазвичай, 4 мобільних телефони – вдома та – 16 (32) – в офісі. Фемтостільники належать до категорії так званих «малих чарунок»

(small cells) малопотужних безпроводових точок доступу, що працюють у ліцензованій частотній смузі та керовані оператором.

Роботи з перших інсталяцій фемтостільників розпочала наприкінці 2007 року компанія «Sprint» (США) із застосуванням приладів виробництва «Samsung Electronics», які названо Sprint Airave.

У таблиці 14.4. наведено основні параметри фемтостільників.

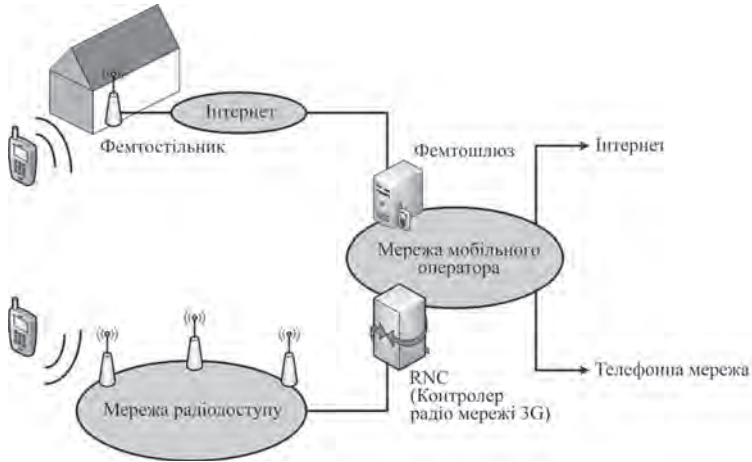


Рисунок 14.14. Схема підключення фемтостільників до мережі мобільного оператора

Таблиця 14.4. Основні параметри фемтостільників

Основні параметри	Значення
Потужність випромінювання, не більше, мВт	100 (помешкання), 250 (офіси)
Радіус покриття, орієнтовно, м	20,0
Підтримувані стандарти	GSM, GPRS, UMTS, WiMAX, LTE
Тип синхронізації	IEEE1588, NTP

У жовтні 2009 здійснено комерційні впровадження у США фірмою «AT&T» на базі обладнання IPACCESS (за участю CISCO), в Англії – «Vodafone» на базі обладнання Alcatel Lucent, в Японії «Softbank» на базі обладнання NEC, у Таїланді «SturHub» на базі обладнання HUAWEI тощо.

Комерційні впровадження у Європі 2010 року відбулися у кількох стільникових операторів: SFR (Франція) на обладнанні NEC, Optimus (Португалія) на обладнанні HUAWEI та інші. Наприкінці 2011 р. в світі застосовано понад 3 млн активних фемтостільників різних типів (приватний і корпоративний сегмент, міські та сільські мережі), тобто більше ніж базових станцій 3G.

Отже реалізація 3G фемтостільників зростає.

Переваги фемтостільників:

- можливість організувати покриття всередині приміщень (indoor) з меншими витратами;
- надають змогу операторам повторно використовувати частоти;

- оператори надають послуги за меншими цінами, що зберігає кошти абонентів;
- можливість організувати надання додаткових сервісів: контроль за будинком, «розумний дім», відеоспостереження тощо.

Особливості застосування та планування фемтостільників

1. *Взаємні електромагнітні завади.* Радіосигнал від фемтостільника може впливати на «великі» стільники, якщо працюють у тому ж частотному діапазоні. Оператор має або використати інші частоти для фемтостільників, або за однакових частот раціонально визначити місце розташування фемтостільників та налаштувати певні параметри для узгодження фемтостільників і зовнішній макростільник. Тобто актуальність проблеми забезпечення *електромагнітної сумісності* (ЕМС) зростає.

2. *Застосування спектра частот.* Під час формування стільникової мережі оператори використовують складні технології частотного планування. Застосувати їх для кожного мікростільника неможливо, тобто їх робота має бути узгоджена з аналогічними пристроями, а також з «великими» стільниками у частотній смузі, наданій оператору.

3. *Запобігання підключення через сусідній фемтостільник.* У технології передбачено різні режими авторизації, тому є необхідний обґрунтований підхід та правильне налаштування режимів авторизації точки доступу фемтостільників.

4. *Особливості розташування стільникових станцій.* Ці точки мають бути точно відомі, зокрема, для екстрених викликів. Проте цю вимогу важко дотримати для станцій, які підключають самостійно користувачам і навіть можуть бути перевезені в іншу країну. У технології фемтостільників передбачено можливість визначення позиціонування за певними параметрами. Тому також важлива юридична сторона контракту, за яким оператор дозволяє використовувати фемтостільники.

5. *Особливості сервісу.* Необхідна технологія безперебійного сервісу для екстрених ситуацій, навіть за аварійного відключення електроживлення та Інтернет-підключення. Можливе рішення – резервне підключення через наземну телефонну проводку і джерела безперебійного живлення.

6. *Інтернет-підключення* повинне завжди забезпечувати необхідну пропускну здатність для стільників, щоб не спричинити перебоїв у зв'язку. Передбачено певні показники ємності Інтернет-каналу, за яких фемтостільники надають певні послуги.

Для голосового дзвінка досить каналу невеликої ємності. Для надання послуг Universal Mobile Telecommunications System (UMTS) – універсальна мобільна телекомунікаційна система технології стільникового зв'язку, наприклад, HSDPA High-Speed Downlink Packet Access – високошвидкісного пакетного доступу є необхідний канал певної (достатньо великої) ємності.

7. *Для планування фемтостільників* як масового продукту виробники обрали принцип «*plug and play*» («вмикай і користуйся»). Тому застосовують загальні рекомендації з монтажу та інсталяції такого обладнання. Водночас стосовно завдання забезпечення *електромагнітної сумісності* як з

макростільниками, так і з точками доступу WiFi на сьогодні опрацьовано недостатньо. Тому у разі масового впровадження фемтостільників, ще раз підкреслимо, актуальність завдань раціонального планування мереж та забезпечення ЕМС суттєво зростатиме.

14.7. Висновки

1. Міріаметрові та кілометрові радіохвилі поширюються, зазвичай, як *поверхневі* за властивості долати (огинати) перешкоди на відстань до 3 000 км від радіопередавача. На відстанях, що перевищують 3 000 км, радіохвилі поширюються як *просторові*. Ці радіохвилі поширюються на відстань до 20 000 км внаслідок *багаторазового послідовного відбивання* від нижніх прошарків іоносфери і земної поверхні.

2. Гектометрові хвилі поширюються як *поверхневі* та *просторові*. У денний час просторова радіохвиля відсутня і радіозв'язок здійснюють через поширення поверхневої радіохвилі. Уночі, внаслідок відбивання від верхніх прошарків атмосфери, крім поверхневої створюється й просторова радіохвиля. У діапазоні гектометрових радіохвиль може виникнути ефект *перехресної модуляції*. Гектометрові хвилі дифрагують, мають значне згасання вдень і вночі, на якість сигналу впливають атмосферні шуми.

3. Радіохвилі декаметрового діапазону можуть поширюватися як *поверхневі*, і як *просторові*. Поверхнева хвиля погано огинає Землю й сильно згасає у ґрунті, тому вона поширюється на відстань до 100 км. Поширення радіохвиль на *великі відстані* здійснюється *просторовою* хвилею у результаті *відбивання* від прошарку *F*. *Дальнє* поширення радіохвиль здійснюється внаслідок їх *багатократних послідовних відбивань* від іоносфери й земної поверхні. Таким чином, просторова радіохвиля поширюється на тисячі кілометрів і може *огинати* Землю. Явище появи зворотно розсіяних радіохвиль називають *ефектом Кабанова*. Якість приймання сигналу залежить від частоти, пори року й часу доби.

4. У діапазоні ультракоротких хвиль усі види поверхні Землі, за винятком водної, можна характеризувати властивостями діелектриків. Тому теплові втрати поверхневої радіохвилі, яка поширюється над сушею, практично відсутні. Проте через малу довжину ці радіохвилі майже *не дифрагують*. Отже, поверхневі радіохвилі поширюються на *невеликі* відстані, які не на багато перевищують відстань прямої видимості. На більші відстані метрові радіохвилі можуть поширюватися лише *просторовою хвилею*. Поява такої хвилі залежить від *стану іоносферних прошарків*. Метрові радіохвилі розсіюються внаслідок температурної інверсії. Поширюються поверхневі мікрохвилі, головним чином, у межах прямої видимості. Під час організації каналів зв'язку в діапазонах мікрохвиль враховують особливості рельєфу місцевості й наслідки *багатопроменевого* поширення радіохвиль. Мають місце *згасання* внаслідок дощу на частотах понад 10 ГГц; є також атмосферне згасання внаслідок взаємодії з киснем і водяною парою.

5. У наш час внаслідок позитивних якостей широко впроваджують електромагнітні хвилі на межі радіохвиль та оптичних – терагерцові (субміліметрові), які застосовують у засобах інформаційних технологій, медицині тощо.

6. Залежно від вимог щодо організації мережі мобільного зв'язку застосовують різні системи: мегастійники із зоною покриття орієнтовно понад 100 км, макростійники – (1...100) км, мікростійники – (0,1...1) км, пікостійники – до 100 м, фемтостійники – до 20 м.

7. На підставі аналітичних (фізичних) та експериментально отриманих (статистичних) залежностей розроблено *математичні моделі* параметрів радіосигналу та радіолінії (завичай, втрат) від типу мережі, частоти, характеристик середовища поширення радіохвиль тощо. Є також комбіновані моделі.

8. Як приклад фізичних моделей у розділі наведено: *Модель Ікегамі, Модель COST 231 Волфіша-Ікегамі; Променева модель; емпіричних: Модель Еглі, Модель Окумура-Хата, Модель COST 231 Хата; як приклад комбінованої: Модель Лу* та інші, що характеризують процес поширення радіохвиль.

14.8. Контрольні питання та завдання

1. Охарактеризуйте основи поширення, засади розрахунку, властивості та сфери застосування радіохвиль діапазону дуже низьких та низьких частот.

2. Охарактеризуйте основи поширення, засади розрахунку, властивості та сфери застосування радіохвиль діапазону середніх частот.

4. Охарактеризуйте основи поширення, засади розрахунку, властивості та сфери застосування радіохвиль діапазону високих частот.

5. Охарактеризуйте основи поширення, засади розрахунку, властивості та сфери застосування радіохвиль діапазону дуже високих частот.

6. Охарактеризуйте основи поширення, засади розрахунку, властивості та сфери застосування радіохвиль діапазону надвисоких та ультрависоких частот.

7. Охарактеризуйте властивості та сфери застосування терагерцових хвиль.

8. Сформулюйте позитивні характеристики та обмеження частотного діапазону дуже низьких та низьких частот.

9. Сформулюйте позитивні характеристики та обмеження частотного діапазону середніх частот.

10. Сформулюйте позитивні характеристики та обмеження частотного діапазону високих частот.

11. Сформулюйте позитивні характеристики та обмеження частотного діапазону дуже високих частот.

12. Сформулюйте позитивні характеристики та обмеження частотного діапазону надвисоких та ультрависоких частот.

13. Сформулюйте позитивні характеристики та обмеження частотного діапазону терагерцових хвиль.

14. Наведіть основні розрахункові формули для радіохвиль різних діапазонів.

15. Охарактеризуйте різновиди стільникових систем організації радіозв'язку.
16. Охарактеризуйте призначення та класифікацію математичних моделей поширення радіохвиль.
17. Охарактеризуйте фізичні математичні моделі *Ікегами*, *COST 231 Уолфіша-Ікегами*, *вільного простору* та інші (за вибором студента).
18. Охарактеризуйте емпіричні математичні моделі *Окумура-Хата*, *COST 231 Хата*, модель *Лі* та інші (за вибором студента).
19. Охарактеризуйте комбіновані математичні моделі: *Модель Лу*, *Модель за розподілом висот будівель* (за вибором студента).
20. Сформулюйте перспективи подальшого розвитку та новітніх технологій проектування радіоліній.

Цей розділ завершує другу частину – «Поширення радіохвиль» кредитного модуля «Технічна електродинаміка та поширення радіохвиль – 1». Студент опанував засади поширення радіохвиль у вільному та наземному просторах, тропосфері, іоносфері за різних траєкторій та різних діапазонів частот. З'ясовано сутність радіолінії, як складову радіоканалу, сформовану антенами (елементарними емітерами) разом із навколишнім середовищем. Отримано стислу інформацію щодо кривих поширення радіохвиль Міжнародного союзу електрозв'язку, математичних моделей поширення радіохвиль у різних стільникових системах, тобто матеріалів, необхідних для обґрунтованого проектування радіотраси.

У наступному кредитному модулі «Технічна електродинаміка та поширення радіохвиль – 2» наведено засади теорії, принцип дії, основні характеристики та конструктивні особливості найбільш поширених типів антен, хвильоводів, фідерів та різних пристроїв, застосованих в апаратурі надвисоких частот.

Автор навчального посібника бажає студентам успіхів у подальшому опануванні дисципліни та набутті глибоких професійних знань, умінь, досвіду фахівця за обраною спеціальністю!

Довідкова інформація

Деякі формули величин *grad*, *div*, *rot*

Гرادієнт скалярної величини	$\text{grad } \varphi = \bar{i} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \bar{j} \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \bar{k} \frac{\partial \varphi}{\partial z}$
Дивергенція векторної величини	$\text{div } \vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$
Ротор вектора	$\text{rot } \vec{A} = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = \bar{i} \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) + \bar{j} \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \bar{k} \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right)$
У циліндричній та сферичній системах координат	
Градієнт	$\text{grad } \varphi = \frac{1}{h_1} \frac{\partial \varphi}{\partial x_1} \bar{i}_{x_1} + \frac{1}{h_2} \frac{\partial \varphi}{\partial x_2} \bar{i}_{x_2} + \frac{1}{h_3} \frac{\partial \varphi}{\partial x_3} \bar{i}_{x_3}$
Дивергенція	$\text{div } \vec{A} = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \left[\frac{\partial}{\partial x_1} (h_2 h_3 A_{x_1}) + \frac{\partial}{\partial x_2} (h_1 h_3 A_{x_2}) + \frac{\partial}{\partial x_3} (h_1 h_2 A_{x_3}) \right]$
Ротор	$\text{rot } \vec{A} = \begin{vmatrix} \bar{i}_{x_1} & \bar{i}_{x_2} & \bar{i}_{x_3} \\ \frac{\partial}{\partial x_1} & \frac{\partial}{\partial x_2} & \frac{\partial}{\partial x_3} \\ h_1 A_{x_1} & h_2 A_{x_2} & h_3 A_{x_3} \end{vmatrix}$ де h_1, h_2, h_3 – коефіцієнти Ляме

Коефіцієнти Ляме для систем координат

Система координат	Декартова	Циліндрична	Сферична
Координати			
x_1	x	ρ	r
x_2	y	φ	θ
x_3	z	z	ψ
Коефіцієнти Ляме			
h_1	1	1	1
h_2	1	ρ	r
h_3	1	1	$r \sin \theta$

Деякі векторні рівняння і тотожності

Якщо $\operatorname{div} \vec{L} = 0$, то існує вектор \vec{M} , що $\operatorname{rot} \vec{M} = L$
$\operatorname{div}(\vec{A} \times \vec{B}) = \vec{B} \operatorname{rot} \vec{A} - \vec{A} \operatorname{rot} \vec{B}$
$\operatorname{div}(\operatorname{rot} \vec{A}) \equiv 0$
$\operatorname{rot}(\operatorname{rot} \vec{A}) = \operatorname{grad}(\operatorname{div} \vec{A}) - \Delta \vec{A}$
$\nabla \cdot (\vec{A} \times \vec{B}) \equiv \vec{B} \cdot \nabla \times \vec{A} - \vec{A} \cdot \nabla \times \vec{B}$
$\nabla (\vec{A} \cdot \vec{B}) \equiv (\vec{A} \cdot \nabla) \vec{B} + (\vec{B} \cdot \nabla) \vec{A} + \vec{A} \times (\nabla \times \vec{B}) + \vec{B} \times (\nabla \times \vec{A})$
$\nabla \times (\vec{A} \times \vec{B}) \equiv \vec{A} \nabla \cdot \vec{B} - \vec{B} \nabla \cdot \vec{A} + (\vec{B} \cdot \nabla) \vec{A} - (\vec{A} \cdot \nabla) \vec{B}$
$\nabla \cdot \nabla V \equiv \nabla^2 V$
$\nabla \cdot \nabla \times \vec{A} \equiv 0$
$\nabla \times \nabla V \equiv 0$
$\nabla \times \nabla \times \vec{A} \equiv \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A}$

∇ – оператор Гамільтона $\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k}$.

Фізичні константи

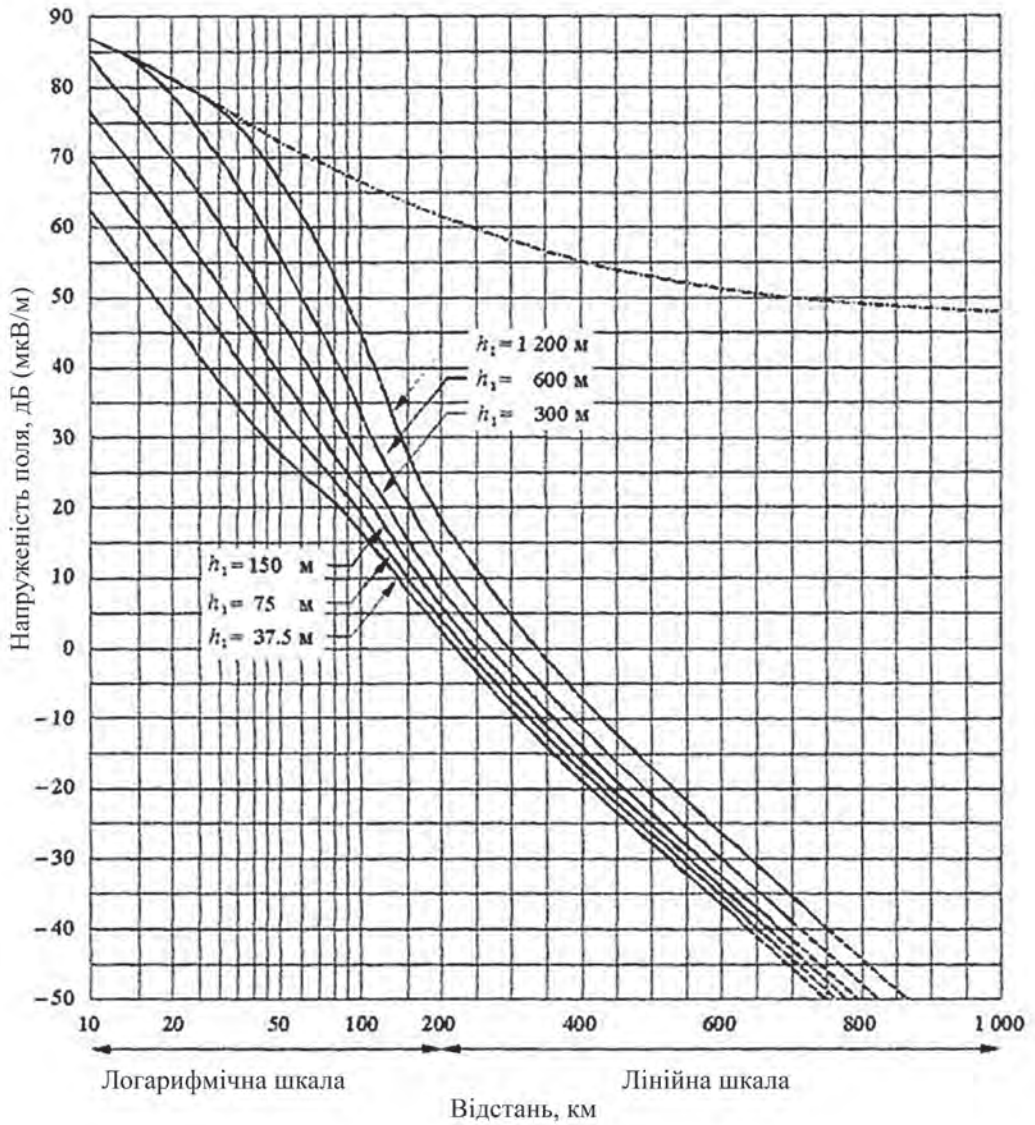
Заряд електрона	$e = (1.6021892 \pm 0.0000046) \times 10^{-19}$ Кл
Маса електрона	$m = (9.109534 \pm 0.000047) \times 10^{-31}$ кг
Діелектрична проникність вільного простору	$\varepsilon_0 = (8.854187818 \pm 0.000000071) \times 10^{-12}$ Ф/м
Магнітна проникність вільного простору	$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ Гн/м
Швидкість світла	$c = (2.997924574 \pm 0.000000011) \times 10^8$ м/с

Десяткові префікси до назв одиниць

Z	зета	10 ²¹	д	деци	10 ⁻¹
E	екса	10 ¹⁸	с	санти	10 ⁻²
P	пета	10 ¹⁵	м	мілі	10 ⁻³
T	тера	10 ¹²	мк	мікро	10 ⁻⁶
G	гіга	10 ⁹	н	нано	10 ⁻⁹
M	мега	10 ⁶	п	піко	10 ⁻¹²
k	кіло	10 ³	ф	фемто	10 ⁻¹⁵
g	гекто	10 ²	а	атто	10 ⁻¹⁸
da	дека	10 ¹	з	зепто	10 ⁻²¹

Криві поширення МСЕ

за потужності випромінювання 1кВт,
діапазони IV, V: частоти (450...1000) МГц, середовище – суходіл,
50% часу, 50% розташуваль, $h_2 = 10$ м, $\Delta h = 50$ м.



ЛІТЕРАТУРА

1. Гольдштейн Л. Д. Электромагнитные поля и волны / Л. Д. Гольдштейн, Н. В. Зернов. – М.: Сов. радио, 1971. – 520 с.
2. Петров Б. М. Электродинамика и распространение радиоволн / Б. М. Петров. – М.: Горячая линия – Телеком, 2004. – 558 с.
3. Вольман В. И. Техническая электродинамика / В. И. Вольман, Ю. В. Пименов. – М.: Связь, 1971. – 487 с.
4. Баскаков С. И. Электродинамика и распространение радиоволн / С. И. Баскаков. – М.: Высшая школа. 1992. – 416 с.
5. Иванов В. О. Електродинаміка та пристрої надвисоких частот: навч. посіб. / В. О. Иванов, Є. І. Габрусенко, Л. В. Сібрук; за ред. В. О. Иванова. – К.: Вид-во нац. авіац. ун-ту «НАУ-друк», 2009. – 312 с.
6. Пименов Ю. В. Техническая электродинамика / Ю. В. Пименов, В. И. Вольман, А. Д. Муравцов. – М.: Радио и связь, 2000. – 536 с.
7. Долуханов М. П. Распространение радиоволн / М. П. Долуханов. – М.: Связь 1972. – 336 с.
8. Грудинская Г. П. Распространение радиоволн: учеб. пособие для радиотехнич. спец. вузов, изд. 2-е, перераб. и доп. / Г. П. Грудинская. – М.: Высшая школа, 1975. – 280 с.
9. Домбругов Р. М. О видеосвязи / Р. М. Домбругов. – К.: Техніка, 1990. – 144 с.
10. ДСТУ 3254-95. Радіозв'язок. Терміни та визначення. – К.: Держстандарт, 1996. – 49 с.
11. Hayt W. H. Engineering electromagnetic / W. H. Hayt. – NY, Paris, Tokyo...: McGraw-Hill Book Company, 2012. – 593 p.
12. Bhag Singh Guru. Electromagnetic Field Theory Fundamentals / Bhag Singh Guru, Huseyin R Hiziroglu. – PWS Publishing Company, 2002. – 600 p.
13. Simon R. Saunders. Antenas and Propagation for wireless communication system. / Simon R. Saunders, Alejandro Arago N-Zavala – JohnWiley & Sons Ltd, England, 2007 – 553p.
14. Байков В. Ю. Сети мобильной связи. Частотно – территориальное планирование / В. Ю. Байков, М. А. Вознюк, П. А. Михайлов. – М.: Горячая линия – Телеком, 2007. – 224 с.

Навчальне видання

Володимир Володимирович Пілінський

**ТЕХНІЧНА ЕЛЕКТРОДИНАМІКА
ТА ПОШИРЕННЯ РАДІОХВИЛЬ**

Навчальний посібник

Відповідальний редактор В. С. Лазебний
Технічний редактор М. В. Родіонова

Підписано до друку:
Формат 70x100/16. Папір офсетний.
Ум.-друк. арк. _____. Наклад 300 прим.

Видавництво «КАФЕДРА»
04136, м. Київ, віл. Маршала Гречко, 13 оф. 117
e-mail: kafedra.druk@gmail.com
www.kafedra.in.ua
тел./факс: +380 44 501 18 30, +380 67 442 98 78
Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи
до Державного реєстру видавців, виготівників
і розповсюджувачів видавничої продукції.
Серія ДК №4175 від 20.19.2011 р.

Друкарня «Гордон»
03179, м. Київ, вул. Котельникова, 95
Тел./факс +380 44 501 35 69
Свідоцтво про державну реєстрацію
ДК №1422 від 08.07.2003 р.