

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»
Навчально-науковий фізико-технічний інститут
кафедра математичного моделювання та аналізу даних**

«На правах рукопису»
УДК _____

До захисту допущено:
Завідувач кафедри
_____ Наталія КУССУЛЬ
«__» _____ 20__ р.

Магістерська дисертація

на здобуття ступеня магістра

**за освітньо-науковою програмою «Математичні методи моделювання,
розпізнавання образів та комп'ютерного зору»**

зі спеціальності 113 «Прикладна математика»

**на тему: «Розподіл ресурсів при протидії створенню коаліції в грі полковника
Блотто в умовах кооперації»**

Виконав:

студент VI курсу, групи ФІ-01 мн
Мельниченко Антон Сергійович _____

Науковий керівник:

к.ф-м.н., доцент
Терещенко Іван Миколайович _____

Консультант:

Рецензент:

м.ф-м.н.
Курочка Павло Миколайович _____

Засвідчую, що у цій магістерській дисертації
немає запозичень з праць інших авторів без
відповідних посилань.

Студент _____

Київ – 2022 року

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
Навчально-науковий фізико-технічний інститут
кафедра математичного моделювання та аналізу даних

Рівень вищої освіти – другий (магістерський)

Спеціальність – 113 «Прикладна математика»

Освітньо-наукова програма: «Математичні методи моделювання, розпізнавання образів та комп'ютерного зору»

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

_____ Наталія КУССУЛЬ

«___» _____ 20__ р.

ЗАВДАННЯ

на магістерську дисертацію студенту

Мельниченко Антон Сергійович

1. Тема дисертації «Розподіл ресурсів при протидії створенню коаліції в грі полковника Блотто в умовах кооперації», науковий керівник дисертації Терещенко Іван Миколайович, доцент, к.ф.-м.н., затверджені наказом по університету від 08.06.2022 р. № 976-с
2. Термін подання студентом дисертації _____
3. Об'єкт дослідження – модель побудована на грі полковника Блотто
4. Предмет дослідження – стратегія оптимального розподілу ресурсів на цій моделі
5. Перелік завдань, які потрібно розробити

6. Орієнтовний перелік графічного (ілюстративного) матеріалу – 7 ілюстрацій.
7. Орієнтовний перелік публікацій – 1 публікація та 1 доповідь на конференції.
8. Консультанти розділів дисертації*

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв

9. Дата видачі завдання _____

Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання магістерської дисертації	Термін виконання етапів магістерської дисертації	Примітка

Студент

Антон МЕЛЬНИЧЕНКО

Науковий керівник

Іван ТЕРЕЩЕНКО

* Якщо визначені консультанти. Консультантом не може бути зазначено наукового керівника магістерської дисертації.

РЕФЕРАТ

Обсяг роботи 96 сторінок, 7 ілюстрацій, 5 таблиць, 2 додатки, 17 джерел літератури.

Об'єктом дослідження є модель побудована на грі полковника Блотто.

Предметом дослідження є стратегія оптимального розподілу ресурсів на цій моделі.

У роботі розглянуто розподіл ресурсів при протидії створенню коаліції під час проведення передвиборчих перегонів. Побудовано модель, яка заснована на грі полковника Блотто. Створено алгоритм пошуку ключових для створення коаліцій інформаційних приводів. Запропоновано та досліджено стратегію оптимального розподілу ресурсів при маніпуляції інформаційними приводами в умовах кооперації. Розроблено програмне забезпечення, яке базується на побудованій моделі та реальних статистичних даних, які були отримані з відкритих джерел. Виконано чисельний експеримент та проведено аналіз отриманих результатів.

Ключові слова: розподіл ресурсів, гра полковника Блотто, передвиборча боротьба, маніпуляція інформаційними приводами, протидія створенню коаліцій, С-ядро

ABSTRACT

The volume of work 96 pages, 7 illustrations, 5 tables, 2 applications, 17 literature sources.

The object of the study is a model based on the Colonel Blotto game.

The subject of the study is the strategy of optimal resource allocation on this model.

In this paper the distribution of resources in counteracting the formation of a coalition during the election campaign is considered. A model based on Colonel Blotto's game was built. An algorithm for finding key newsbreaks for creating coalitions has been created. The strategy of optimal allocation of resources for manipulation of newsbreaks in the conditions of cooperation is offered and investigated. Developed software based on the built model and real statistics obtained from open sources. A numerical experiment was performed and the results were analyzed.

Keywords: distribution of resources, Colonel Blotto's game, election campaign, manipulation of newsbreaks, counteracting the formation of a coalition, C-core

ЗМІСТ

Вступ.....	7
1 Теоретичне підґрунтя.....	10
1.1 Базові поняття теорії ігор.....	10
1.2 Нормальна форма гри.....	11
1.3 Розгорнута форма гри.....	14
1.4 Ігри з випадковими ходами.....	19
1.5 Оптимальний розподіл ресурсів у теорії ігор.....	21
1.6 Кооперативні ігри.....	22
Висновки до розділу 1.....	24
2 Формулювання моделі.....	26
2.1 Гра полковника Блотто.....	26
2.2 Вибірчі перегони.....	27
2.3 Інформаційні приводи та маніпуляція.....	32
2.4 Опис моделі.....	36
Висновки до розділу 2.....	41
3 Дослідження моделі.....	42
3.1 Початкові умови.....	42
3.2 Математичний опис гри.....	44
3.3 Стратегія поведінки та розв’язок задачі.....	53
Висновки до розділу 3.....	56
4 Чисельний експеримент.....	57
4.1 Вхідні дані.....	57
4.2 Аналіз результатів.....	60
Висновки до розділу 4.....	66
Висновки.....	67
Перелік джерел посилань.....	69
Додаток А.....	72
Додаток Б.....	87

ВСТУП

Актуальність роботи. Дослідження виборчих перегонів та процесів, які з ними пов'язані, завжди будуть актуальними, адже будь-яке покращення у методах ведення політичної боротьби може принципово змінити її результати. Незважаючи на вдосконалення процесу ведення політичної боротьби, першим етапом завжди буде формування цілей політичної кампанії та розподіл ресурсів на їх досягнення. На даний момент не існує моделей, які мають абсолютну перевагу над іншими, адже велика увага у таких моделях приділяється соціально-політичному стану, який постійно змінюється. Проте, незмінним є те, що досягнення будь-яких політичних цілей напряду або опосередковано залежить від проведення правильної інформаційної політики, тому саме медійний простір стає основним полем політичного протистояння. Зрозуміло, що можливості будь-якої політичної сили чинити опір у інформаційному протистоянні залежать значною мірою від її фінансового забезпечення, тому ті сили, фінансовий ресурс яких є незначним, вимушені об'єднуватися у коаліції задля супротиву значним політичним конкурентам. Виходячи з цього, у даній роботі запропонований новий підхід ведення інформаційної боротьби для протидії створенню коаліцій, який заснований на грі полковника Блотто. Полем бою у цій моделі є інформаційні приводи, на створення та просування яких ми маємо розподілити свій ресурс. Актуальність цього підходу є критичною для вдалої протидії коаліціям у інформаційному полі.

Мета і завдання дослідження. Мета даної роботи – дослідити можливість використання модифікації гри полковника Блотто в якості математичної моделі виборчих перегонів з можливістю утворення коаліцій, створити відповідну модель та вирішити задачу розподілу ресурсів на новій моделі при маніпулюванні інформаційними приводами для протидії утворення коаліцій. Завдання даної роботи – пошук та аналіз існуючих моделей, які стосуються даної тематики,

програмна реалізація нової моделі та проведення чисельного експерименту для підтвердження практичної цінності запропонованої стратегії ведення інформаційно-політичної боротьби. Об'єкт дослідження – модель побудована на грі полковника Блотто, а предмет дослідження – стратегія оптимальна розподілу ресурсів на цій моделі.

Методи дослідження. Основним методом дослідження є аналіз. Цей метод був застосований для створення вербального опису задачі на основі реальних прикладів політичної боротьби. Разом з методом аналізу був також використаний метод формалізації для створення математичного опису задачі з її вербального опису. Для знаходження розв'язку поставленої задачі був використаний метод моделювання.

Наукова новизна отриманих результатів. Наукова новизна даної роботи полягає у тому, що було створено нову модель проведення виборчих перегонів з можливістю створення коаліцій на основі відомої гри полковника Блотто, яка була модифікована таким чином, що основним методом протидії політичних сил є маніпуляція інформаційними приводами. Визначено оптимальну стратегію розподілу ресурсів та описано ймовірнісний характер моделі.

Практичне значення одержаних результатів. Практична цінність даної роботи полягає у тому, що створену модель та запропоновану стратегію розподілу ресурсів можна використовувати у реальних виборчих перегонах. Задаючи необхідні початкові дані можна отримати конкретний спосіб оптимального розподілу ресурсів при маніпулюванні інформаційними приводами для протидії створенню коаліцій.

Апробація результатів роботи. Роботу було оприлюднено та захищено у формі доповіді на XX Всеукраїнській науково-практичній конференції студентів, аспірантів та молодих вчених “Теоретичні і прикладні проблеми фізики, математики та інформатики”.

Публікації. Роботу було опубліковано на XX Всеукраїнській науково-практичній конференції студентів, аспірантів та молодих вчених “Теоретичні і прикладні проблеми фізики, математики та інформатики”.

1 ТЕОРЕТИЧНЕ ПІДГРУНТЯ

Розглянемо основні розділи теорії ігор, які необхідні для створення або модифікації існуючих моделей на основі відомих ігрових задач. Для знаходження оптимальної стратегії розподілу ресурсів у таких задачах необхідно розглянути деякі класичні приклади для подальшого аналізу спеціалізованих моделей, які відповідають тематиці даної роботи.

1.1 Базові поняття теорії ігор

Теорія ігор – це розділ прикладної математики, який вивчає ситуації прийняття оптимальних рішень в умовах конфлікту. Такі ситуації можуть виникнути у будь-яких сферах людської діяльності, насамперед у економічній, політичній та військовій. Саме тому дослідження та створення ігрових моделей має багато практичних застосувань.

У теорії ігор сторони конфлікту називають гравцями. Дії, які виконує певний гравець, називають стратегією цього гравця. Завданням теорії ігор у будь-якій ситуації конфлікту є знаходження оптимальної стратегії певного гравця. Складність знаходження такої стратегії полягає у тому, що навіть у доволі простих, на перший погляд, прикладах така стратегія не є очевидною.

Теорія ігор поділяється на кооперативні та некооперативні ігри. У кооперативних іграх гравці можуть об'єднуватися в певні групи або коаліції. Це дає змогу досягти більшої колективної вигоди, проте накладає певні обмеження на кожного з членів такої групи. Некооперативні ігри розглядають випадок, коли гравці не мають можливості створювати такі об'єднання і мають грати тільки на свою користь. Також з розвитком теорії ігор виникли гібридні ігри, які включають елементи обох попередніх варіантів. У них гравці можуть об'єднуватися у групи

зادля досягнення колективної мети, проте гравці усередині такої групи також намагаються досягти певної особистої вигоди.

Незважаючи на різницю між типами ігор, аналіз конфліктної ситуації, яку вони описують, починається з формального опису, основними способами якого є нормальна та розгорнута форми гри [1].

1.2 Нормальна форма гри

Для запису гри у нормальній формі необхідно три компоненти:

- 1) Список гравців;
- 2) Список стратегій кожного з гравців;
- 3) Список виграшів гравців.

Гра полягає у тому, що кожен з гравців вибирає певну стратегію, яку він вважає оптимальною, а далі за допомогою набору стратегій усіх гравців знаходяться індивідуальні виграші кожного з них. Тракувати значення цих виграшів можна по-різному: як певну кількість грошових одиниць, як кількість місць у парламенті тощо. Основна складність у прийнятті рішення вибору однієї з стратегій певного гравця полягає у тому, що максимізація виграшу залежить не тільки від стратегії, якої притримується конкретний гравець, а й стратегій усіх інших учасників гри. Тобто гравець повинен також враховувати те, що усі інші гравці також будуть намагатися максимізувати власний виграш.

Незважаючи на залежність виграшу, яку принесе певна стратегія конкретному гравцю, від стратегій інших гравців, сам вибір стратегії відбувається незалежно. Тобто, те, що один з гравців буде дотримуватись однієї зі своїх стратегій ніяк не впливає на можливості вибору іншого гравця.

Гра у нормальній формі також називається матричною грою, адже у її описі є так звана платіжна матриця, яка показує виграти кожного з гравців при дотримання певного набору стратегій.

Розглянемо декілька прикладів таких ігор.

Першим прикладом буде гра, суть якої полягає у тому, що два гравці кладуть на стіл монети певною стороною ввєрх таким чином, щоб вони не бачили монети один одного. Після цього вони відкривають монети один одному і розподілять виграти таким чином, якщо монети лежать однаковою стороною, то умовний перший гравець отримує виграти 1, а другий – програє 1, інакше другий виграти 1, а перший програє 1. Платіжна матриця цієї гри представлена у таблиці 1.1. Ця гра є одним з найпростіших прикладів ігор з нульовою сумою, тобто некооперативних ігор, в яких сума вигратів усіх гравців дорівнює нулю. Такі ігри часто називають антагоністичними, адже у них програш одного гравця дорівнює виграту іншого.

Таблиця 1.1 – Платіжна матриця гри

1 гравець \ 2 гравець	авєрс	реверс
	авєрс	реверс
авєрс	1\1	-1\1
реверс	-1\1	1\1

Наступним прикладом гри у нормальній формі буде так звана дилема в'язня. Суть цієї гри полягає у тому, що двох злочинців затримали після скоєння злочину, проте прямих доказів вини нема. Їх підозрюють у скоєнні злочину за попереднім зговором, що, як відомо, карається більш суворо. Звісно, якщо допитувати злочинців разом, то вони не признаються у скоєнні злочину за зговором, тому було вирішено їх допитати у різних кімнатах для того, щоб вони не знали як саме буде поводити їх колега. Таким чином, якщо один із в'язнів буде свідчити проти іншого,

а інший мовчатиме, то першого звільнять за відсутності доказів, а другого позбавлять волі на 10 років. Якщо обидва злочинці будуть мовчати, то доказів не вистачить для того, щоб довести скоєння ними злочину, тому їх зможуть притягнути до відповідальності лише по значно меншій статті, в результаті чого вони будуть затримані лише на 1 рік. Якщо ж обидва вирішать, що краще здати свого товариша, то кожного з них позбавлять волі на 8 роки в силу того, що вони винні, проте співпрацюють. Матрична форма цієї гри показана у таблиці 1.2.

Таблиця 1.2 – Дилема в'язня.

1 злочинець \ 2 злочинець	мовчати	свідчити
	мовчати	свідчити
мовчати	-1 / -1	-10 / 0
свідчити	0 / -10	-8 / -8

Дилема у цій грі виникає при дослідженні оптимальної стратегії цієї гри. Зрозуміло, що найкращим колективним рішенням було б мовчання, адже тоді сумарна кількість років проведена у в'язниці дорівнювала б 2. Проте, злочинці у цій грі не мають змогу скооперуватися, адже у них немає можливості домовитися про спільні дії.

Розглянемо ситуацію з точки зору одного зі злочинців. Якщо товариш буде мовчати, то мені краще свідчити проти нього, адже тоді мене одразу випустять. Якщо він буде свідчити проти мене, то мені також слід свідчити проти нього, щоб замість 10 років отримати 8 за співпрацю. Тобто, оптимальною індивідуальною стратегією кожного зі злочинців є свідчення проти іншого, хоча такий розв'язок не є оптимальним у глобальному сенсі.

1.3 Розгорнута форма гри

Ігри у розгорнутій формі відрізняються від ігор у нормальній формі в першу чергу тим, що на відміну від ігор у нормальній формі, ходи гравців відбуваються у порядку черги. Замість того, щоб заздалегідь вибрати стратегію не знаючи стратегії свого супротивника, в іграх у розгорнутій формі створюється певний порядок ходів. Звісно, що певний гравець на поточному кроці гри знає усі ходи, які зробили інші гравці на попередніх ходах даної гри. Така принципова відмінність ігор у розгорнутій та нормальній формі дозволяє з аналізу правильного вибору стратегії з урахуванням невідомого вибору стратегії супротивника перейти до аналізу порядку ходів та отриманої інформації.

Ігри у розгорнутій формі поділяються на ігри з повною та неповною інформацією. Найпростішими, звісно, є ігри з повною інформацією (або як їх ще називають – позиційні ігри), тому розпочнемо огляд ігор у розгорнутій формі саме з них.

Оскільки у позиційних іграх важливим є порядок ходів гравців, то доволі часто такі ігри зображають у вигляді направленого дерева. Таке дерево називається деревом гри і воно має мати один корінь та не містити циклів. Вершинами такого дерева є можливі позиції гри, а направленими ребрами, які виходять з певної вершини, є ходи гравців, які вони можуть зробити з поточної позиції. У корінь дерева не входить жодне з ребер, тому його можна назвати витиком, а з листів не виходить жодне з ребер, тому їх називають стоком. Листи є терміналами, тобто кінцем гри. Біля таких вершин записують вектор вигравів гравців. Інші ж вершини відповідно називають нетерміналами, а відповідно гра у таких позиціях ще триває. Звісно, дерево має бути скінченним, щоб за скінченну кількість ходів можна було перейти у термінальну вершину і гра завершилась.

На рисунку 1.1 зображений приклад гри у розгорнутій формі.

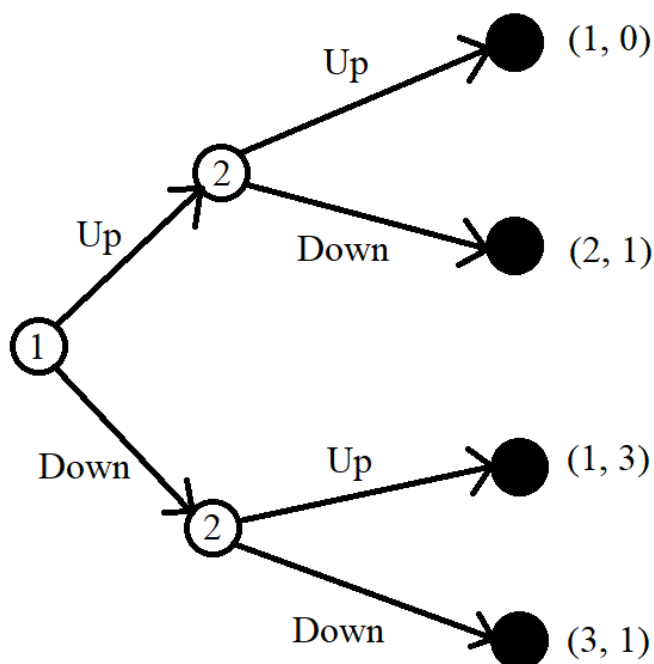


Рисунок 1.1 — Гра у розгорнутій формі

Розглянемо стратегії гравців у даній грі. Гра починається з кореня дерева, у якому стратегію вибирає перший гравець. Зрозуміло, що оскільки останній хід за другим гравцем і він вибере найоптимальніший для себе варіант, то першому гравцю слід вибрати таку стратегію, яка дасть йому найкращий гарантований результат. Якщо б ми розглядали цей приклад з точки зору теорії ймовірності і вважали б, що другий гравець вибирає свою стратегію навмання рівноймовірно, то математичне сподівання виграшу для стратегії “Up” першого гравця дорівнювало б 1.5, а для стратегії “Down” – 2. У такому випадку оптимальною стратегією для першого гравця є хід “Down”. Проте, знаючи, що другий гравець грає оптимально для себе, можемо зрозуміти, що при стратегії “Up” першого гравця його виграш буде дорівнювати 2, а при стратегії “Down” – 1. У цьому випадку оптимальним ходом для першого гравця є “Up”.

Може здатися, що у грі у розгорнутій формі присутні обмеження на дії одного гравця при певних діях іншого, проте це не так. Якщо правильним чином визначати поняття стратегії у цій формі, то ми отримаємо гру у нормальній формі, а відповідно і незалежність можливості ходів.

Визначимо стратегію гравця як деякий його хід з певної позиції, якою він керує. У розглянутому прикладі перший гравець має лише дві стратегії, а другий – по дві на кожну з двох позицій, у яких може опинитися гра після вибору стратегії першим гравцем.

Тоді, очевидним чином можна перевести гру з розгорнутої форми у нормальну, проте обернене перетворення виконати неможливо, адже неможливо відновити порядок ходів.

У таблиці 1.3 наведений аналог гри з рисунку 1.1 у нормальній формі.

Таблиця 1.3 – Платіжна матриця гри

2 гравець 1 гравець		Up	Down
		Up	Down
Up		1\0	2\1
Down		1\3	3\1

Апарат ігор у розгорнутій формі необхідний для опису ігор з неповною інформацією. Такі ігри є доволі складними для розв'язку, адже вони мають ймовірнісний характер. Проте, такі ігри можна представити у вигляді ігор з повною, але недосконалою, інформацією. Суть таких ігор у тому, що гравець у певний момент гри може точно не знати позицію, у якій він перебуває, а знає лише підмножину позицій, яку називають інформаційною множиною. Такі ігри можуть бути зведені до нормальної форми, але, на відміну від ігор з досконалою інформацією, вони можуть бути отримані з ігор у нормальній формі. Тобто

обернене перетворення з гри у нормальній формі у гру в розгорнутій з неповною інформацією можливе, але воно може бути виконаним не єдиним чином.

Розглянемо приклад гри у розгорнутій формі з неповною інформацією, яка називається дилема шерифа. Гра полягає у тому, що шериф зустрічається з людиною, яку підозрюють у скоєнні злочину. У обох з собою є зброя і кожен має прийняти для себе рішення чи слід їм стріляти один в одного.

Зрозуміло, що розвиток подій залежить від того чи є підозрюваний справжнім злочинцем, чи ні. Також зрозуміло, що підозрюваний знає хто він, а шериф – ні, проте шериф має певне ймовірнісне уявлення про те, на скільки вірогідно, що підозрюваний є справжнім злочинцем. Таке уявлення може виникати з аналізу візуального образу підозрюваного, місця зустрічі тощо. Для математичного опису будемо вважати, що шериф вирішив, що з ймовірністю p підозрюваний справді є злочинцем і з ймовірністю $1-p$ він є випадковою невинною людиною. Оскільки підозрюваний розуміє, що відбулося і хто перед ним стоїть, то він також може проаналізувати ситуації з точки зору шерифа, тому допустимо, що величини p та $1-p$ відомі обом гравцям.

Розглянемо поведінку гравців. Оскільки шериф є представником закону і його обов'язком є захист невинних людей, то дозвіл на використання зброї у нього є лише за крайньої необхідності, тому він має право стріляти тільки у тому випадку, коли у нього стріляє підозрюваний. Якщо підозрюваний є справжнім злочинцем, то він завжди буде намагатися поцілити у шерифа, щоб той його не затримав і не допитував. У іншому випадку, коли підозрюваний є звичайною людиною, то у нього немає ніякої причини стріляти у шерифа, навіть якщо почне у нього стріляти.

З опису гри зрозуміло, що матриці виграшів напряду залежать від того, ким насправді є підозрюваний.

Наведемо можливі матриці виграшів у такій грі для типу злочинець у таблиці 1.4 та для типу невинний у таблиці 1.5.

Таблиця 1.4 – Дилема шерифа, тип злочинець

Шериф \ Злочинець	Стріляти	Не стріляти
	Стріляти	Не стріляти
Стріляти	0\0	-1\ -2
Не стріляти	-2\2	1\ -1

Таблиця 1.5 – Дилема шерифа, тип невинний

Шериф \ Невинний	Стріляти	Не стріляти
	Стріляти	Не стріляти
Стріляти	-1\ -3	-1\ -2
Не стріляти	-2\ -1	0\0

Проаналізувавши таблиці можна дійти висновку, що найкращою стратегією для злочинця є стріляти у шерифа, а для невинного навпаки – не стріляти. Оскільки гравці мають діяти раціонально, то шериф має зважити свій виграш у такій грі в залежності від значення p та $1-p$. При стратегії стріляти шериф з ймовірністю p стріляє у злочинця, який цілить у шерифа. У такому випадку виграш для шерифа складає 0, адже вони розмінялися пострілами зі злочинцем. Проте, з ймовірністю $1-p$ стріляє у невинну людину і за це отримує -1 . Тобто математичне сподівання виграшу стратегії стріляти дорівнює $p - 1$. Розглянемо іншу стратегію – не стріляти. Якщо шерифу попадається злочинець, то у такій ситуації шериф отримує кулю, а злочинець втікає, тому виграш шерифа дорівнює -2 . Якщо ж шерифу попадається невинна людина, то шериф отримує 0, адже нічого не відбулося – невинна людина ціла, шериф цілий, справжній злочинець не знайдений. Математичне сподівання

цієї стратегії дорівнює $-2p$. Тобто шерифу треба порівняти два своїх потенційних виграші між собою. Якщо $p - 1 > -2p$, тобто при $p > 1/3$, то шериф має стріляти, адже тоді математичне сподівання його виграшу більше. Якщо ж $p < 1/3$ він має відмовитись від пострілу.

1.4 Ігри з випадковими ходами

У попередньому розділі ми розглянули лише одну з можливих випадковостей – випадковість позиції. Тобто гравець не знає точно де він знаходиться, проте він знає усі можливі позиції у яких він може знаходитись та має певне ймовірнісне уявлення про те у якій саме позиції з якою ймовірністю він може знаходитись. Проте є також інший тип ймовірності – ймовірність ходу. Така ймовірність виникає у випадках, коли на хід гри може впливати природа, тобто явище, яке не залежить від гравців. Прикладом може служити порядок карт у колоді, після того, як її перемішали, або сторона монети, на яку вона впала після підкидання. Зрозуміло, що такі випадковості необхідно якимось чином описувати у самій грі.

Одним з підходів є додавання фіктивного гравця, який як і інші, може робити свої ходи, проте він не керується якоюсь раціональністю або оптимальністю вибору. Такий гравець ходить випадковим чином, проте він має наперед задані ймовірності кожного з його можливих ходів. Такого гравця часто називають природою, через те, що саме через природні випадковості необхідно вводити такого гравця.

Наведемо приклад гри з природою. У такій грі перший гравець кидає гральну кістку, яка з ймовірністю $1/6$ видасть число, яке є сприятливим для нього і відповідно з ймовірністю $5/6$ випаде несприятливе число. Далі перший гравець має вибрати чи слід йому підвищити ставку у азартній грі (r), чи відмовитись від

підвищення (р). Якщо перший гравець вирішив підвищити ставку, то аналогічний вибір має зробити другий гравець, якщо ж перший гравець відмовився від підвищення, то гра закінчується.

На рисунку 1.2 зображена така гра. Виграші вказані лише для першого гравця, бо оскільки ця гра є грою з нульовою сумою, то виграші другого гравця протилежні за знаком виграшам першого.

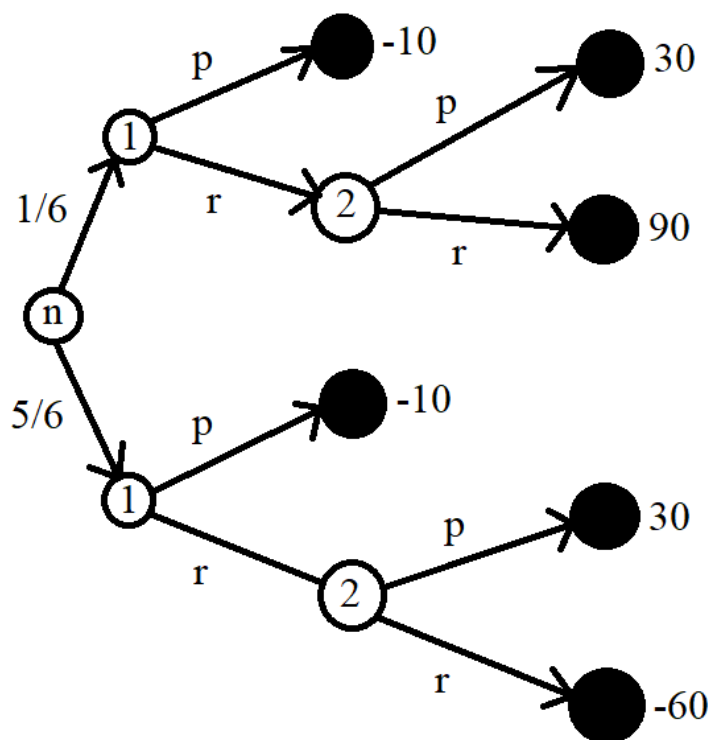


Рисунок 1.2 — Гра з випадковими ходами

По аналогії з попередніми прикладами дану гру можна також перевести у нормальну форму, замінивши виграші на математичне сподівання виграшу, яке обраховується з урахуванням випадкового кроку, який природа робить на початку самої гри.

1.5 Оптимальний розподіл ресурсів у теорії ігор

У іграх, які пов'язані з реальними задачами, прийняття рішення щодо вибору оптимальної стратегії та її дотримання завжди супроводжується певними витратами ресурсів. Ресурс у даному контексті має доволі загальне значення. У реальних ситуаціях такий ресурс може бути грошима, годинами праці, кількістю воєнних та техніки, та навіть більш абстрактними поняттями, такими як: довіра, вплив тощо. Зрозуміло, що такий ресурс завжди є обмеженим, тому виникає бажання, а інколи і необхідність, зменшити витрати свого ресурсу для досягнення певних цілей. Тому доволі часто постає задача оптимального розподілу цих ресурсів. Також часто на практиці постає дуальна задача, яка полягає у тому, що маючи конкретний запас ресурсів ми маємо виконати якомога більше завдань або досягти якомога більшого успіху. Тобто замість фіксованих цілей і найменшої витрати ресурсів маємо фіксовані ресурси і найбільше виконання цілей.

На практиці такі дуальні задачі часто зводяться до оптимізаційних задач, суть яких полягає у тому, що необхідно знайти екстремуми певної цільової функції. Цільова функція у таких задачах описує мету діяльності, яку проводить гравець, а обмеженнями є умови, які ставляться під час цієї діяльності.

Такі задачі розглядаються у дисципліні, яка називається математичним програмуванням, проте, для аналізу випадку, коли оптимальний розподіл відбувається в умовах конкуренції конкретного гравця з іншими, постає необхідність у створенні нового опису задачі у формі гри. Особливістю моделей, які описують зазначену ситуацію, є умови цілочисельності, які на них накладені.

Прикладом таких моделей можна взяти конфлікт двох сторін, які мають однакову кількість різних за цінністю ресурсів. Задачею цих сторін є розподіл своїх ресурсів таким чином, щоб зберегти якомога більше своїх цінних об'єктів та знищити максимальну кількість ресурсів супротивника.

Під час рішення такої задачі розподілу виникають мінімаксні та максимінні задачі суть яких у мінімізації максимальної шкоди, якої може завдати супротивник, або максимізації мінімальної шкоди, яку зможемо нанести ми [2].

Зрозуміло, що сторони не можуть точно оцінити витрати тої чи іншої стратегії, адже дії супротивника заздалегідь невідомі. Тому у таких моделях використовують математичне сподівання як оцінку шкоди нанесеної супротивнику або шкоди, яку супротивник наніс. Такий підхід дозволяє якимось чином оцінювати ту чи іншу стратегію лише з точки зору обмеженої кількості підсистем. Для того щоб оцінити результативність якоїсь стратегії в цілому необхідно виокремити певний критерій, за допомогою якого і буде проводитись оцінювання. Зрозуміло, що такий критерій може не бути єдиним, проте нам необхідно вибрати лише один, який найбільше відповідає за досягнення необхідних нам цілей. У наведеному вище прикладі такими критеріями можуть бути: різниця втрат, які зазнали сторони, відношення втрат, відношення цінностей, які залишилися у сторін тощо.

1.6 Кооперативні ігри

У моделях протистояння групи сторін, чисельність якої більша за 2, можливі ситуації, у яких певна частина сторін може вирішити співпрацювати задля отримання максимального колективного виграшу. У теорії ігор такі моделі розглядаються як кооперативні ігри [3], а відповідні об'єднання сторін називаються коаліцією. У таких моделях коаліції створюються на умовах сумісного договору сторін, які входять у коаліцію, у якому сторони підписуються під своїми обов'язками перед усіма іншими представниками коаліції. Суть обов'язків може бути різною, наприклад, можливі інформаційні союзи, коли кожна зі сторін коаліції ділиться усією доступною інформацією з іншими її членами, або фінансові союзи, коли усі члени коаліції діляться своїм ресурсом з іншими, тощо. Основним

моментом, який цікавить дослідників у теорії кооперативних ігор, є умови та процес створення коаліції, розподіл її виграшу між членами коаліції та умови стійкості таких коаліцій. Саме тому теорія кооперативних ігор може надати певну інформацію про загальний результат гри не розглядаючи гру в цілому, а лише сфокусувавшись на можливих коаліціях, їх стійкості та виграшах.

Розглянемо трьохсторонні перемовини як приклад кооперативної гри та проаналізуємо, що саме ми можемо зрозуміти про результати таких перемовин. У цьому прикладі будуть приймати участь дві сторони, які знаходяться у прямому конфлікті, та третя незалежна сторона, яка має допомогти вирішити цей конфлікт. У цій грі можливі лише дві коаліції – однієї з сторін конфлікту та незалежною стороною. Така коаліція може не означати прямої домовленості сторін, адже це суперечить суті самих перемовин, проте вона може показати характер зв'язків між незалежною стороною й сторонами конфлікту та прибутку з прийняття незалежною стороною того чи іншого рішення. Зрозуміло, що проаналізувавши можливі виграші коаліцій у даній ситуації стає абсолютно зрозумілим і потенційний результат такої гри, адже незалежна сторона підтримає саме ту сторону конфлікту, з якою у неї вийде краща коаліція. Тобто не розглядаючи стан самих перемовин, реальні аргументи та докази, які мають при собі сторони конфлікту, ми змогли визначити доволі ймовірний результат гри базуючись лише на потенційних коаліціях.

Зрозуміло, що у моделях з більш складною моделлю взаємодії сторін виникає необхідність у певних гарантіях безпеки коаліції, адже за певних обставин сторони, які утворили коаліцію, можуть вирішити не притримуватись загального курсу дій, який був обраний цією коаліцією.

Для цих цілей слід вибирати розподіл виграшу коаліції, який не допустить розколу зсередини. Одним з таких розподілів може слугувати С-ядро [4], яке є

множиною розподілів виграшу, яке є стійким до будь-яких відхилень членів коаліції. Тобто це множина векторів $x = (x_1, x_2, \dots, x_N)$, таких, що:

$$\sum_{i \in N} x_i = v(N) \quad (1.1)$$

та для будь-якої коаліції $K \subset N$ виконується

$$\sum_{i \in K} x_i \geq v(K) \quad (1.2)$$

де v – характеристична функція гри.

Таким чином, використовуючи С-ядро як спосіб розподілу певного виграшу коаліції можна досягти її стабільності та забезпечити те, що жодний з її членів не стане відходити від основного плану коаліції.

Висновки до розділу 1

У цьому розділі були розглянуті основні теоретичні матеріали, за допомогою яких можна аналізувати більш специфічну до тематики даної роботи літературу, дослідження якої необхідне для отримання основ практичного застосування гри полковника Блотто.

Були розглянуті базові поняття з теорії ігор для правильного запису ігор у їх класичних формах, таких як нормальна та розгорнута. Також були розглянуті приклади класичних ігор для наочного представлення ігор у зазначених вище формах. Таким чином були отримані фундаментальні засади, які необхідні для подальшого ефективного дослідження тематики даної роботи у спеціалізованій літературі.

Також було розглянуто ймовірнісні явища, які використовуються у теорії ігор для опису певних випадковостей різних типів. Розглянуто приклади таких застосувань. Ці теоретичні знання необхідні для опису та моделювання реальних процесів, таких як: маніпулювання інформаційними приводами, прийняття рішень, утворення коаліцій тощо. Зрозуміло, що такі процеси мають ймовірнісний характер, як і більшість процесів у житті людей.

Було описано задачу розподілу ресурсів у ігровій постановці, яка необхідна для вирішення основної задачі у грі, яка буде розглядатись у даній роботі.

У останньому підрозділі було розглянуто кооперативні ігри та їх особливості.

2 ФОРМУЛЮВАННЯ МОДЕЛІ

2.1 Гра полковника Блотто

Класична гра полковника Блотто була описана і вирішена у 1921 році у [5]. Гра полягає у протистоянні двох військ, які мають розставити своїх бійців на полях бою. Звісно, що кількість воєнних, які знаходяться під командуванням двох супротивників та кількість полів бою – це цілі скінченні числа. На кожному з полів бою перемагає той, хто виставив на це поле більше військ. Якщо ж кількість сил з обох сторін рівна, то поле залишається нейтральним. У грі, яка представлена описаним вище воєнним конфліктом, перемагає полковник, який отримав перемогу на більшій кількості полів бою, оскільки кожне поле бою має однакову стратегічну важливість. У класичній версії гри, жоден з полковників не має ніякої інформації щодо розподілу військ свого супротивника. Отже, полковник Блотто, який є одним з керівників військ у цій грі має розподілити свої війська таким чином, щоб перемогти свого суперника. Ця гра є одним з класичних прикладів ігор з нульовою сумою. Також ці ігри називаються антагоністичними, адже у них розглядається пряме протистояння сторін, у якому інтереси, а відповідно і виграші, цих сторін є протилежними.

Розглянемо класичний приклад. Нехай ми граємо за полковника Блотто і маємо військо, яке складається з 100 бойових підрозділів. Військо нашого супротивника має таку ж кількість сил. Всього є 10 полів, на яких будуть відбуватися наші бойові дії. Зрозуміло, що гра полковника Блотто має сенс лише тоді, коли кількість військ значно більша за кількість полів, по яких вони розподіляються, адже лише у такому випадку можна робити певні перекидування військ з одного напрямку на інший.

Першим розподілом військ, який може спасти на думку полковника Блотто, є рівномірний – (10, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10). Проте, наш супротивник може доволі легко перемогти нас розподіливши свої війська наступним чином: (11, 11, 11, 11, 11, 11, 11, 11, 1). Як ми бачимо, за допомогою такого розподілу супротивник переможе полковника Блотто з рахунком 9:1, звісно що не на користь полковника. Проте, таку стратегію нашого супротивника також можна доволі легко перемогти, наприклад так: (12, 12, 12, 12, 12, 12, 12, 12, 2, 2). Аналогічний розгром з рахунком 9:1, але на цей раз у користь полковника Блотто.

Як можна зрозуміти, ця гра немає непереможної стратегії, адже завжди можна віддати певні поля бою супротивнику для того, щоб перемогти на інших. Проте, знаючи стратегію нашого супротивника ми точно зможемо його перемогти. Зрозуміло, що така ситуація доволі мало ймовірна, адже у такому випадку супротивник може дізнатись, що його стратегія була скомпрометована, і змінити її. Проте, у реальному житті доволі часто вдається дізнатися часткову або непрямую інформацію про те, яку стратегію збирається використовувати наш супротивник.

Наразі проводяться дослідження того, яка саме апріорна інформація про ресурси супротивника та їх розподіл необхідна для отримання гарантованої перемоги одного з гравців у грі полковника Блотто та інших подібних іграх [6]. Результати таких досліджень маю значну практичну цінність, адже за допомогою них можна надавати певні гарантії на вирішення важливих задач.

2.2 Вибірчі перегони

Зрозуміло, що класична гра полковника Блотто має лише військову сферу застосування за умови рівності реальної військової сили бойових підрозділів конкуруючих сторін. З часом ця гра модифікувалася для того, щоб відповідати

реальному стану військової справи. Очевидно, що не усі бойові підрозділи є однаковими і не усі поля бою рівні за стратегічну значущістю. Також, кількість та реальна бойова міць підрозділів супротивників не обов'язково будуть однаковими. Тому у гру були введені вагові коефіцієнти, які більш точно моделювали реальний військовий конфлікт.

Проте, після модифікацій, які зазнала гра полковника Блотто, сфера її застосування значно розширилася. Тепер цю гру використовують у політичних та економічних сферах. Основним об'єктом дослідження у політичній сфері стали виборчі перегони – сукупність різних форм взаємодії та послідовних дій з висунення, рекламування та голосування за суб'єктів політичної влади, персональний та структурний склад яких формується вираженням волі тієї частини населення, яка за законодавством вважається достатньою для визнання результатів виборів легітимними [7]. Зрозуміло, що військами з гри полковника Блотто є різні політичні сили, які мають розподілити власні ресурси на протидію один одному на певних полях цієї протидії.

Одна з можливих інтерпретацій гри полковника Блотто для використання у передвиборчих перегонах була описана у [8]. У цій роботі автори замінили поля бою з класичної гри полковника Блотто на виборців, двох конкуруючих полковників на дві партії-супротивники, а розподіл військ замінили на розподіл своїх передвиборчих обіцянок.

Розподіл обіцянок обох партій представляє собою такі функції розподілу, що ймовірність будь-якого інтервалу інтерпретується як частина виборців, які зацікавлені у обіцянках певного кандидата щодо надання їм державної допомоги, яка знаходиться в цьому інтервалі.

Як автори роботи зазначили, якщо функція розподілу обіцянок має кумулятивну функцію ймовірності $F(\cdot)$, то значення $F(x)$ відповідає ймовірності того, що певний виборець із випадкової вибірки буде саме тим, кому кандидат,

якому належить ця функція розподілу, обіцяв вигоду не більше, ніж x грошових одиниць.

Таким чином, перемогу на кожному полі бою, або ж голос кожного з виборців, отримує той, хто пропонує виборцю більшу максимальну вигоду. По аналогії з грою полковника Блотто, у виборчому процесі перемагає той, хто переможе на більшій кількості полів бою, тобто отримає більшу кількість голосів.

Основним нововведенням цієї роботи стали ймовірнісні функції розподілу, які були запропоновані для опису того, що саме кандидати можуть пропонувати своїм виборцям. Зрозуміло, що характер цієї допомоги, як і характер самих обіцянок, у реальному житті має ймовірнісний характер, тому додавання таких функцій необхідне для більш точного опису процесу виборчих перегонів. Також послаблення обмежень, які накладені на функції розподілу військ у класичній грі полковника Блотто, допомагає розширити клас задач, які можна моделювати за допомогою ідей цієї гри. Також, автори показали, що їх модель може бути розширена до протистояння декількох партій з різною можливістю надання своїх передвиборчих обіцянок.

Така інтерпретація класичної гри полковника Блотто доволі непогано описує процес виборчих перегонів в цілому, проте вона не описує певні деталі. Однією з доволі важливих деталей, які дана робота не описує є те, що незважаючи на ймовірнісний характер вибору передвиборчих обіцянок і їх розподілу, у даній роботі перемога за голос кожного з виборців має детерміністичний характер. Проте у реальності голос кожного з виборців також віддається з деякою ймовірністю за того чи іншого кандидата. Звісно, що грошова допомога, яку виборець отримає від певного кандидата, якщо той переможе, є одним з основних факторів, на які опирається виборець при вирішенні за кого голосувати, проте у детерміністичному підході втрачається можливість опису преференцій одного з кандидатів над іншим. Тому для більш точного опису слід використовувати ймовірнісні функції, які

залежать не тільки від однієї змінної, яка описує пряму вигоду того чи іншого виборця.

Також застосування описаної моделі на практиці є доволі складним в силу того, що функції $F(x)$ обох кандидатів не відображають реальний ресурс, який був вкладений у створення списку обіцянок, його розвиток та просування. Ці функції дають лише співвідношення між виграшами виборців, які будуть надані кожному з них.

До того ж описана модель має доволі очевидну стратегію, яка була описана авторами у роботі, яка дозволить розділити порівну голоси між конкурентами. Такою стратегією є простий рівномірний розподіл. Авторами було доведено, що при зміні цієї стратегії на будь-яку іншу, кандидат не може отримати більше голосів, ніж у нього було до цього. Проте, авторами було також показано, що при збільшенні кількості кандидатів та іншими можливими виборчими системами, можна отримати досить цікаві результати, які можуть бути застосованими на практиці.

Інша робота, яка розглядає модифікацію гри полковника Блотто у якості моделі передвиборчих перегонів є робота [9]. Дана робота розглядає американські президентські перегони 2000 року. У даній роботі автори модифікували класичну гру полковника Блотто таким чином, що полями бою стали 51 штат, які мають свою вагу, відповідну до кількості виборців, які мають бути висунутими від кожного зі штатів. Ці ваги приймають цілочисельні значення від 3 до 54. Ці значення відповідають кількості населення того чи іншого штату. Якщо просумувати ваги усіх 51 штатів, то отримаємо значення 538. Зрозуміло, що кандидат, який отримає не менше, ніж 270 голосів, переможе на виборах.

Також ця модель враховує певні преференції кожного зі штатів. Це зроблено для того, щоб правильно моделювати уподобання кожного з штатів. Так склалося, що деякі з штатів віддають перевагу республіканцям, а інші – демократам.

У цій модифікації гри полковника Блотто кандидатам необхідно розподілити свої ресурси таким чином, щоб проводячи певні заходи, які спрямовані на отримання переваги у тому чи іншому штаті, отримати вирішальну кількість голосів. Такими заходами можуть бути будь-які інформаційно політичні дії, такі як: політичні дебати, певні угоди, політична реклама, висвітлювання у конкретних ЗМІ, в аудиторії яких зацікавлений конкретний кандидат.

Також авторами були проаналізовані реальні звіти щодо витрат на ті чи інші заходи, для того, щоб можна було оцінити ресурси кандидатів, які були витрачені під час проведення виборчого процесу. Це було необхідно для отримання певних даних, які можна використовувати у моделюванні виборчого процесу, для більшої відповідності цього процесу реальним подіям, які відбувалися.

Дана робота є прямою адаптацією гри полковника Блотто до реальних політичних перегонів. Тому є можливим використання вже розробленої математичної теорії для аналізу та розв'язку даної задачі. Оскільки ця модель базується на реальному прикладі виборів, то вона також має можливість бути використаною для отримання певних альтернативних результатів, які могли б стати реальними, якщо б певний кандидат використовував оптимальну стратегію розподілу своїх ресурсів. Аналогічним чином, ця модель може бути використана для прогнозування, якщо відома певна інформація щодо ресурсів сторін.

Однак, ця модель також має певні недоліки, наприклад, неможливість непрямого впливу на виборців у певних штатах. Такий непрямий вплив може бути виконаний за допомогою певних інформаційних маніпуляцій та провокацій. Зрозуміло, що в реальних політичних перегонах боротьба відбувається на заздалегідь підготованих “полях бою”, тому доцільним є додавання можливості таких маніпуляцій у свою модель.

2.3 Інформаційні приводи та маніпуляція

Основою інформаційної боротьби політичних сил є інформаційні приводи – сплановані психологічні операції у мирний і воєнний час, які спрямовані на будь-яку аудиторію, суть яких у тому, що ціль цих операцій зазнає впливу на власну поведінку та настанови задля досягнення певних переваг.

Зрозуміло, що основою боротьби за допомогою інформаційних приводів є створення на маніпулювання цими приводами таким чином, щоб завдати найбільшої шкоди опоненту. Наприклад у політичній боротьбі може використовуватись певне інтерпретування тих чи інших дій або висказувань опонента таким чином, щоб його політичний рейтинг та ділова репутація постраждали якнайбільше.

Інформаційні приводи не є новою технологією, адже мистецтво дезінформації та провокування опонентів, або маніпулювання їхніми вчинками, було відомо вже дуже давно. Проте, технології та методи ведення інформаційної боротьби за допомогою інформаційних приводів значно змінилися за усю історію людства.

Основною сферою застосування перших інформаційних маніпуляцій була військова сфера. Задля того, щоб перемогти на полі бою не достатньо лише воєнної сили, адже, як було описано у класичній грі полковника Блотто, знаючи стратегію свого суперника можна його завжди перемогти. Тому основою будь-якого серйозного військового протистояння у першу чергу інформаційна операція, яка була спрямована на дезінформацію про кількість військ, їх положення та стратегію ведення бою.

Твори античності та середньовіччя, коли розвиток формалізації отриманих знань ще не був на достатньому рівні для розвитку реальної наукової теорії, висвітлювали проблеми інформаційної протидії, дезінформації, моральних,

психологічних та політичних аспектів впливу на масову та індивідуальну свідомість. У творах тих часів можна знайти конкретні поради та приклади, що стосуються методів дезінформування воєнного та політичного супротивника, правил поведінки політичного діяча у певних ситуаціях тощо.

Але реальної актуальності інформаційні приводи як основний метод ведення інформаційної боротьби набули лише на початку двадцятого сторіччя. Перша світова війна стала поштовхом для науковців, який змусив їх приділити значну увагу до формалізації усіх знань та розвитку наукових теорій для оптимального ведення інформаційної боротьби. Результати вчених тих часів створили фундамент для усіх майбутніх досліджень інформаційних приводів та їх застосування у будь-якій сфері, у якій виникають конфлікти [10].

Наразі теорія інформаційних приводів досить розвинена. Вона дозволяє класифікувати інформаційні приводи та описувати їх. Існує доволі багато методичних матеріалів для створення та просування інформаційних приводів, проте всі вони мають певні однакові елементи – схема розвитку інформаційних приводів. Ця схема складається з трьох кроків:

1) Попередній етап. Мета цього етапу полягає у необхідності визначення доцільності створення приводу, цілей, які ми переслідуюмо та намагаємось досягти за допомогою цього приводу, ресурсів, які необхідно використати для створення і просування цього приводу. На даному етапі проводиться підготовча дослідницька робота, яка допоможе визначити чи слід, а якщо слід то як саме, використовувати той чи інший інформаційний привід. Без цього етапу неможлива будь-яка продуктивна діяльність пов'язана з інформаційним простором.

2) Основний етап. На цьому етапі відбувається сама інформаційна операція – створення та просування інформаційного приводу. Цей етап є головним, адже саме на ньому ми намагаємось досягти поставлених цілей інформаційної операції і саме він визначає результативність усієї операції. Цьому етапу приділяється

максимальна увага, адже на етапі планування ми працювали з гіпотетичними ситуаціями, а на цьому ми працюємо з реальним життям, результати дій у якому вже не можна виправити. Результат цього етапу – конкретний вплив на конкретних осіб або певних груп осіб, які є цільовою аудиторією інформаційного приводу. Цей вплив має допомогти нам просунути певні власні ідеї.

3) Заключний етап. Суть цього етапу у тому, щоб правильно завершити інформаційну операцію. Зрозуміло, що для того, щоб наша інформаційна операція не була скомпрометована або викрита, нам необхідно правильним чином її завершити або взагалі вийти з неї.

Очевидним є те, що після досягнення цілей нашої інформаційної операції або після виходу з неї нам більше не має сенсу продовжувати просувати інформаційний привід втрачаючи власні ресурси. Також зрозуміло, що якщо наша операція була викрита, то нам теж слід припинити фінансування інформаційного приводу, щоб нам самим не потрапити під вплив інформаційних приводів наших супротивників, які будуть спрямовані на дискредитуванні цього приводу, а відповідно і нас як політичну силу, що просуває його. Проте, різкий вихід із викритої операції не є допустимим, адже спекулювання на цьому також не додадуть нам політичних рейтингів. Але, у випадку коли інформаційну операцію не викрито, ми можемо використовувати різкий вихід із фінансування якогось приводу на свою користь.

Розглянемо приклад такого використання. Припустимо, що ми є політичною партією, яка приймає участь у виборчих перегонах. Ми маємо декілька партій-супротивників, які також приймають участь у цих перегонах. Зрозуміло, що для того, щоб отримати місця при владі, партіям необхідно набрати певну кількість голосів своїх виборців. Також зрозуміло, що виборці голосують за ті партії, чиї ідеї вони підтримують або чиїми ідеями вони зацікавились.

Політичні партії мають просувати власні інформаційні приводи, які спрямовані на власну аудиторію для того, щоб отримувати більшу впізнаваність

серед зацікавлених людей. Проте, інші партії також можуть долучатись до просування певних приводів для того, щоб частину зацікавлених у приводі людей перетягнути на себе і не віддати усю аудиторію у руки інших партій. Зрозуміло, що просування таких спільних приводів ділить кошти, які будуть використані на просування, між усіма зацікавленими у його просуванні партіями певним чином. Це зумовлено тим, що ефірний час на телеканалах або інших ЗМІ, який відведений на будь-яку рекламу є обмеженим. Зрозуміло, що ніхто не буде дивитися рекламу цілий день, тому має обов'язково бути якийсь основний контент, саме тому за законами України процент реклами не може перевищувати 15 відсотків протягом кожної астрономічної години фактичного мовлення [11]. Також час усіх політичних шоу та дебатів обмежений певними рамками конкретного ефіру, тому якщо на такий ефір прийдуть декілька політичних сил для обговорення певної тематики, то вони розділять цей час між собою, а відповідно і кошти, які вони витратять на проведення самого ефіру.

Очевидно, що розподіл як ефірного та рекламного часу, так і коштів, які будуть витрачені на них, будуть розподілятися відповідно до фінансових можливостей кожної з партій. Зрозуміло, що партії з великим запасом ресурсів можуть платити за відвідування будь-якого з ефірів у той час, коли партії з малим запасом ресурсів мають обережно вибирати ті інформаційні приводи, які принесуть їм найбільшу вигоду за ціну, яку вони заплатять.

Для того, щоб вимусити партії-супротивників витратити значну частину коштів на просування якогось з приводів ми можемо після того, як створили його та профінансували протягом певного часу, різко припинити його фінансування. Зрозуміло, що інформаційний вакуум, який ми створимо такими діями, змусить наших конкурентів швидко його заповнити для того, щоб отримати якнайбільшу підтримку серед зацікавлених виборців. Тим самим, вони швидко витратять ті кошти, які мали б витратити ми. Якщо ж ми будемо постійно створювати

інформаційні приводи та маніпулювати ними, то маючи великий запас фінансових ресурсів ми зможемо значно зменшити запаси ресурсів наших конкурентів. Саме такий підхід і буде використовуватись при розгляданні стратегії розподілу ресурсів для протидії створенню коаліцій у даній роботі.

2.4 Опис моделі

Розглянемо передвиборчі перегони у яких беруть участь 2 партії із великим запасом ресурсів та значна кількість малих, ресурс яких значно менший за той, який мають великі партії. Така ситуація є доволі типовою для українських виборів та виборів у деяких інших державах, тому створення математичного апарату і моделювання саме такої конфігурації розподілу політичних сил є доцільною.

Ми граємо за одну з великих партій. Оскільки малі партії самі по собі не зможуть гарантувати собі місця у парламенті, тому вони можуть вирішити об'єднуватись у коаліції задля досягнення спільної мети. Такі коаліції хоча ще не мають такого ж за величиною ресурсу, як великі партії, проте вже можуть створити для них значні складнощі через те, що перетягнуть значну частину виборців на себе.

У моїй бакалаврській дипломній роботі [12] було розглянуто випадок, коли малі партії не об'єднувались у коаліції, а тому була можливість створити дуополію у владі, де основними будуть дві великі партії. Така дуополія досягалася за допомогою маніпулювання інформаційними приводами і зменшення ресурсу малих партій до такого рівня, щоб вони не могли продовжувати політичну боротьбу. Таким чином малі партії, які були вибиті з перегонів вже не зможуть перетягнути на себе значну частину виборців, тому такими діями можна досягти того, щоб більша частина виборців голосувала за одну з двох великих партій. Очевидно, що найкращим варіантом для нашої великої партії була б монополія при владі, але її

досягнення неможливе через значний запас ресурсів партії супротивника. Проте дуополія також є доволі непоганим варіантом для обох великих партій, адже піти на компроміс лише з однією партією для досягнення власних цілей значно легше, ніж з багатьма.

Для досягнення мети у цій роботі використовувалися інформаційні приводи, частина з яких була фейковими. За допомогою цих фейкових приводів ми мали можливість зменшувати ресурси малих партій для того, щоб повністю вибити їх з передвиборчих перегонів. Досягти цієї цілі було можливо саме через те, що ресурси малих партій є незначними, тому кількість інформаційних приводів, а відповідно і кількість коштів, які ми на них витратили, також була досить незначною. Проте, аналогічний підхід не спрацює з коаліціями, адже тоді, нам доведеться маніпулювати усіма можливими приводами, які можуть просувати усі можливі коаліції. Зрозуміло, що такий підхід доволі затратний, тому його слід модифікувати.

У моделі, яка розглядається у даній роботі, ми як велика партія не хочемо допустити того, щоб дуополія, яку ми б хотіли вистроїти з іншою великою партією, була зруйнована коаліціями, які позбавлять нас можливості просувати власні ідеї йдучи на компроміс лише з одною партією. Тому у даній роботі, задача полягає не у тому, щоб змусити малі партії вийти з політичних перегонів через брак ресурсу, а у тому, щоб ліквідувати усі можливі коаліції та не допустити перетягуванню ними значної кількості виборців на себе.

Для досягнення нашої мети нам необхідно в першу чергу зрозуміти як саме будуть утворюватись коаліції та яким чином ми можемо їх ліквідувати витрачаючи якнайменше свого ресурсу.

У попередньому розділі було описано С-ядро, яке дозволяє партіям не хвилюватися про те, що хтось з її членів вирішить зрадити коаліцію і вирішить діяти незважаючи на домовленості усередині коаліції. Такий механізм, який робить

невигідним невиконання домовленостей, є доволі надійним способом стабілізації коаліцій. Тому саме за допомогою нього ми будемо намагатися їх дестабілізувати.

Проте спочатку треба зрозуміти, що саме буде з себе представляти С-ядро для партій у нашій моделі. Введемо поняття інформаційної задоволеності партії. Цим поняттям будемо позначати загальну кількість коштів, які були використані коаліцією на просування приводів, які були включені у списки кожної з партій. Зрозуміло, що партія, яка не належить до коаліції має інформаційну задоволеність рівну кількості її ресурсів. Тобто С-ядром – це такий розподіл інформаційної задоволеності партій, за якого інформаційна задоволеність кожної з них буде більша за її загальний ресурс. Саме через це партіям не буде вигідно відходити від курсу усієї коаліції, адже тоді їх загальна інформаційна задоволеність буде меншою, бо вони вже більше не будуть приймати участь у спільному з коаліцією просуванню певних ідей.

Але залишається ще одне питання – як саме розподіляється інформаційна задоволеність між партіями. Єдине, що може впливати на інформаційну задоволеність партії – це приводи, які просуває коаліція. Відповідно, якщо коаліція буде мати певний список інформаційних приводів, які вона збирається просувати, то такий список однозначно задає усі інформаційні задоволеності партій. З цього можна зробити висновок, що С-ядро задається не якимось абстрактним розподілом інформаційної задоволеності, а доволі конкретним списком інформаційних приводів, які буде просувати коаліція. Це, насправді, є доволі очевидним, адже зрозумілим є те, що коаліція об'єднується саме інформаційними приводами, які вона просуває, адже за кожним інформаційним приводом стоїть певна ідея. Проте, за допомогою концепції інформаційної задоволеності ми не тільки змогли прийти до заздалегідь очевидних висновків, але й зможемо навести математичний рішення проблеми знаходження С-ядра, адже саме знаходження С-ядра є однією з ключових завдань, які постають перед дослідниками кооперативних ігор.

Знайшовши С-ядра потенційних коаліцій ми зможемо використати їх для знаходження списку ключових для створення коаліцій інформаційних приводів. Далі ми зможемо маніпулювати цими приводами для ліквідації коаліцій. Аналогічно із моделлю з моєї бакалаврської дипломної роботи, коаліції, ресурс яких менший за певний критичний рівень, більше не зможуть приймати активну участь у виборчих перегонах і просто розпадуться. Таким чином ми не лише зможемо більш ефективно витрачати ресурси коаліцій, але й зменшимо витрати своїх ресурсів, що допоможе нам у подальшій боротьбі з великою партією-суперником.

Маніпулювання ключовими для створення коаліцій інформаційними приводами відбувається таким чином:

- 1) Створюємо інформаційний привід, який ми вважаємо тим, який принесе найбільшу користь для нас на поточному кроці.

- 2) Фінансуємо його до певного моменту, коли його популярність майже досягає максимального рівня.

- 3) Різко перестаємо фінансувати цей привід, для того, щоб коаліції разом з поодинокими партіями продовжили за інерцією фінансувати даний привід, витрачаючи значну частину власних коштів, адже їм необхідно вкладати свій ресурс, щоб компенсувати наш вихід з фінансування.

Такими кроками ми зможемо більш ефективно використовувати наш ресурс та витрачати ще більше ресурси суперників.

За основу взаємодії між партіями та коаліціями взята модифікована гра полковника Блотто. Модифікації цієї гри пов'язані з математичним апаратом, який описує сам процес гри. Зокрема, використовуються ймовірнісні функції, побудова яких базується на роботі [13]. У даній роботі описано один із способів побудови

ймовірнісної функції, яка використовується для опису реакції наших супротивників на інформаційні приводи, які ми створюємо та просуваємо.

У термінах гри полковника Блотто ми граємо за велике військо, яке захищається від одного великого війська та багатьох малих. Оскільки малі війська не можуть прорвати нашу оборону поодинокими атаками, то вони можуть об'єднуватись і вдаряти по декількох з напрямків утвореною коаліцією. Зрозуміло, що обороняючись проти одного великого війська нам буде дуже важко відбивати атаки таких об'єднань малих військ, тому ми як сторона яка захищається можемо укріпити деякі напрямки нашої оборони та зробити пастки для ворога задля того, щоб при атаці на цьому напрямку такої коаліції ми їх могли доволі легко здолати. Зрозуміло, що ми не можемо побудувати оборону і пастки на усіх напрямках потенційних атак, тому нам необхідно вибрати найбільш ймовірні напрямки таких атак на основі інформації про розміщення малих військ та їх можливості на певних напрямках атак. Після успішної оборони проти коаліцій малих військ ми зможемо продовжити оборону проти основного ворога – іншого великого війська.

Зрозуміло, що з усього вище описаного впливає те, що у нашій модифікації гри полковника Блотто дійовими особами є дві великі партії та багато малих, які можуть об'єднуватись у коаліції, військами є фінансові ресурси цих партій, а полями протистояння є інформаційні приводи, деякі з яких можуть опинитися фейковими. На відміну від класичної гри полковника Блотто, де ресурси одночасно розподіляються по усім полям бою, у нашій моделі протистояння відбувається покроково – на кожній ітерації розглядається лише один інформаційний привід. Таким чином у партій є можливість приймати рішення про витрати своїх коштів на кожному з кроків, що більше відповідає реальним виборчим перегонам.

Також, на відміну від гри полковника Блотто, кожна битва на полі бою описується не перемогою або поразкою, а ефективністю наших протидій коаліціям. Таким чином ми можемо вибирати оптимальний для нас, з точки зору витрат

коаліцій-супротивників, інформаційний привід для створення і просування на кожній з ітерацій. У випадку, коли у нас був би бінарний критерій, ми б не мали можливості визначити яке з полів бою, на яких ми перемогли, є кращим, саме тому даній роботі використано більш гнучкий критерій.

Висновки до розділу 2

У цьому розділі було розглянуто реальні приклади застосування гри полковника Блотто для моделювання виборчих перегонів, проаналізовано описані моделі та визначено їх недоліки. На базі отриманих знань було описано модель маніпуляції інформаційними приводами для протистояння створенню коаліцій.

Спершу був проведений опис та наліз класичної гри полковника Блотто, розглянутий приклад, та наведено дослідження, які проводяться по даній тематиці.

У другому підрозділі було наведено приклади використання модифікацій гри полковника Блотто на практиці, на прикладах декількох реальних виборчих процесах. Це було необхідно для того, щоб отримати фундаментальні знання у побудові складних моделей виборчих процесів на основі гри полковника Блотто.

Далі було проаналізовано основний інструмент інформаційної боротьби виборчих перегонів – інформаційні приводи. Було описано еволюції теорії інформаційних приводів та наведено їх цикл життя.

У останньому розділі було сформульовано та описано власну модель виборчого процесу в умовах кооперації, яка є модифікацією гри полковника Блотто з урахуванням усіх вимог тематики та отриманого досвіду після розгляду вже існуючих прикладів використання цієї гри на практиці.

3 ДОСЛІДЖЕННЯ МОДЕЛІ

3.1 Початкові умови

Всього є N інформаційних приводів $F_1, \dots, F_N$.

Кожен з них має ціну на створення $Price_1, \dots, Price_N$. У термінах гри полковника Блотто це можна інтерпретувати як підготовка певного поля бою.

Життєвий цикл кожного з цих інформаційних приводів триває D днів.

Також для кожного з цих приводів задано необхідну мінімальну ціну на підтримку інформаційного приводу $price_1, \dots, price_N$. За допомогою цієї ціни буде обраховуватись реальна ціна, яку буде витратити кожна з партій, яка просуватиме цей привід.

Також задані ресурси партій:

R_α – ресурс великої партії, за яку граємо ми.

R_β – ресурс великої партії-супротивника.

$r_1, \dots, r_K$ – ресурси малих партій, де K – їх загальна кількість.

Як R_α і R_β , так і $r_1, \dots, r_K$ є одного порядку між собою.

Проте $R_i \gg r_j$ для $\forall i \in \{\alpha, \beta\}; \forall j \in \{1, \dots, K\}$.

Задані критичні рівні коштів $r_{p_critical}$ та $r_{c_critical}$, які відповідають стану коштів, за якого неможливо продовжувати виборчі перегони для партії або коаліції відповідно.

Кожна партія-супротивник має список інформаційних приводів $List_q$, які вона збирається просувати, де $q \in [\beta, 1, \dots, K]$.

Також задане число p_{real} , яке відповідаю проценту справжніх інформаційних приводів. Причому $p_{real} \in (0, p_{critical}]$, де $p_{critical} < 1$ – значення допустимого порогу для кількості правдивих інформаційних приводів. Необхідність задання такого значення полягає у тому, що якщо всі приводи будуть фейкові, то у нас не буде можливості підняти свою репутацію, а якщо ж всі будуть правдиві, то ми не зможемо ними маніпулювати і тому моделювання такого процесу не має сенсу.

Зрозуміло, що оскільки ми є ініціатором створення і маніпуляції інформаційними приводами, то ми це значення знаємо. Проте наші суперники не мають доступу до цієї інформації. Проте, у них є певні оцінки цих значень, які вони вважають правдивими, або близькі до правдивих. Позначимо ці значення як p_{real}^q , де $q \in [\beta, 1, \dots, K]$.

Задана ймовірнісна функція π , яка в задає певні уявлення певної партії про те чи варто їй фінансувати привід на поточний день чи ні.

Ця функція залежить від поточного ресурсу партії, її уявлення про кількість правдивих приводів, мінімальної ціни фінансування приводу, кількості партій, які фінансували цей привід у минулий день та популярність інформаційного приводу на поточний день. Популярність інформаційного приводу буде описана у наступному розділі.

На виході функції π ми отримуємо ймовірність того, що відповідна партія буде фінансувати інформаційний привід на поточний день.

Така функція необхідна для опису складної системи поведінки та прийняття рішень у політичній партії. Зрозуміло, що частина з вище описаних параметрів, які входять у функцію π , мають ймовірнісну природу, як і сам вибір щодо фінансування. Саме тому функція π має ймовірнісний характер і має бути

ретельно описана, адже саме вона буде впливати на те, як буде проходити уся гра.

Для правильного задання функції π варто навести декілька граничних прикладів:

1) Якщо у певної партії або коаліції поточна кількість ресурсів значно більша за ціну фінансування інформаційного приводу, значна кількість інших партій та коаліцій фінансують цей привід, а популярність приводу досягає максимуму у поточний день, то доволі ймовірним є те, що цей привід є правдивим і він значно підвищить рейтинг серед виборців. До того ж, якщо привід виявиться фейковим, то фінансові втрати не будуть значними. Очевидно, що в такій ситуації ймовірність того, що партія або коаліція буде фінансувати привід, має бути близька до 1.

2) Якщо інші партії не вклали свої ресурси у привід, популярність приводу є незначною і у партії або коаліції, що приймає рішення, вистачить ресурсів для фінансування лише на один день, після чого, ресурс зменшиться до критичного значення, то очевидним є те, що вкладати фінанси у цей привід не слід. Такий крок одразу призведе до виходу з політичної боротьби і не принесе ніякої значної популярності серед виборців, навіть якщо привід не буде фейковим. Отже, ймовірність того, що партія або коаліція буде фінансувати такий привід має бути близька до 0.

3.2 Математичний опис гри

Гра починається з того, що випадковим чином створюються певні коаліції $C_1, \dots, C_{col}$, де col – загальна кількість створених коаліцій. Кожна коаліція складається з 4 партій, адже якщо їх буде більше, то кількість приводів, які будуть

об'єднувати таку коаліцію, буде значно меншою, якщо коаліція буде складатися із меншої кількості партій, то її ресурс все ж не буде небезпечним для великих партій.

Зрозуміло, що будь-яка мала партія може приймати участь лише у одній коаліції.

Ресурс r_{C_j} коаліції C_j обраховується за наступною формулою:

$$r_{C_j} = \sum_{i \in C_j} r_i \quad (3.1)$$

для $j \in \{1, \dots, col\}$.

p_{real}^q для $q \in [\beta C_1, \dots, C_{col}]$ береться як середнє значення усіх партій, які належать до коаліції.

Також кожна коаліція має список інформаційних приводів $List_q$, які вона збирається просувати, де $q \in [C_1, \dots, C_{col}]$. Такі списки створюються за допомогою С-ядра.

Як було описано раніше С-ядро засноване на інформаційній задоволеності кожного з членів коаліції. Інформаційна задоволеність партії q , яка належить коаліції C_j рахується за наступною формулою:

$$Inf_q = \sum_{i \in List_q \cap List_{C_j}} price_i^{simulated} \quad (3.2)$$

де $price_i^{simulated}$ – це ціна, яку коаліція потенційно заплатить за фінансування цього приводу. Вона вираховується за допомогою математичного сподівання кількості партій, які будуть фінансувати привід кожен день його життєвого циклу. Тобто для оцінки того, на скільки коаліція буде успішною для певної партії

необхідно певним чином отримати математичне сподівання інформаційної задоволеності цієї партії. Зрозуміло, що це значення доволі легко можна отримати просто промодельовавши процес фінансування інформаційного приводу.

Якщо значення Inf_q більше за значення власних ресурсів партії q для усіх партій q , що належать коаліції C_j , то ми отримали C -ядро, якому відповідає певний список інформаційних приводів, який ми позначимо як $List_{C_j}$.

Після створення коаліцій починається сама гра. Вона відбувається циклічно. Кожний цикл починається з вибору нашою партією приводу для фінансування та складається з D кроків, кожен з яких відповідає одній добі. На першому кроці циклу, обравши привід F_j для фінансування, наша партія витрачає $Price_j$ на створення приводу і $price_j$ за його просування у перший день. Таким чином наш поточний ресурс складатиме:

$$R_\alpha := R_\alpha - Price_j - price_j \quad (3.3)$$

На початку наступного кроку циклу деякі партії або коаліції можуть захотіти долучитися до фінансування. Ймовірність p_q того, що це відбудеться визначається за наступною формулою:

$$p_q = \pi(r_q, p_{real}^q, price_j, parties, P(d)) \quad (3.4)$$

де $q \in \{\beta, 1, \dots, K, C_1, \dots, C_{col}\}$,

r_q – поточний ресурс партії або коаліції,

p_{real}^q – певні уявлення партії про кількість правдивих приводів,

$price_j$ – мінімальна ціна фінансування приводу,

parties – кількість партій, які фінансували даний інформаційний привід минулого дня,

d – поточний день життєвого циклу інформаційного приводу.

$P(d)$ – популярність приводу на d -тий день його існування.

Популярність може приймати значення у проміжку $[0, 1]$, що відповідає відношенню зацікавлених в даному інформаційному приводі виборців, які вже проінформовані, до усіх зацікавлених. Функція $P(d)$, яка використовується у даній моделі, має вигляд перевернутої параболи. Обумовлено це тим, що ЗМІ доволі ефективно доносять інформацію до зацікавлених у ній людей, тому у перші декілька днів більша частина тих, хто може бути зацікавленим, отримують інформацію про відповідні події.

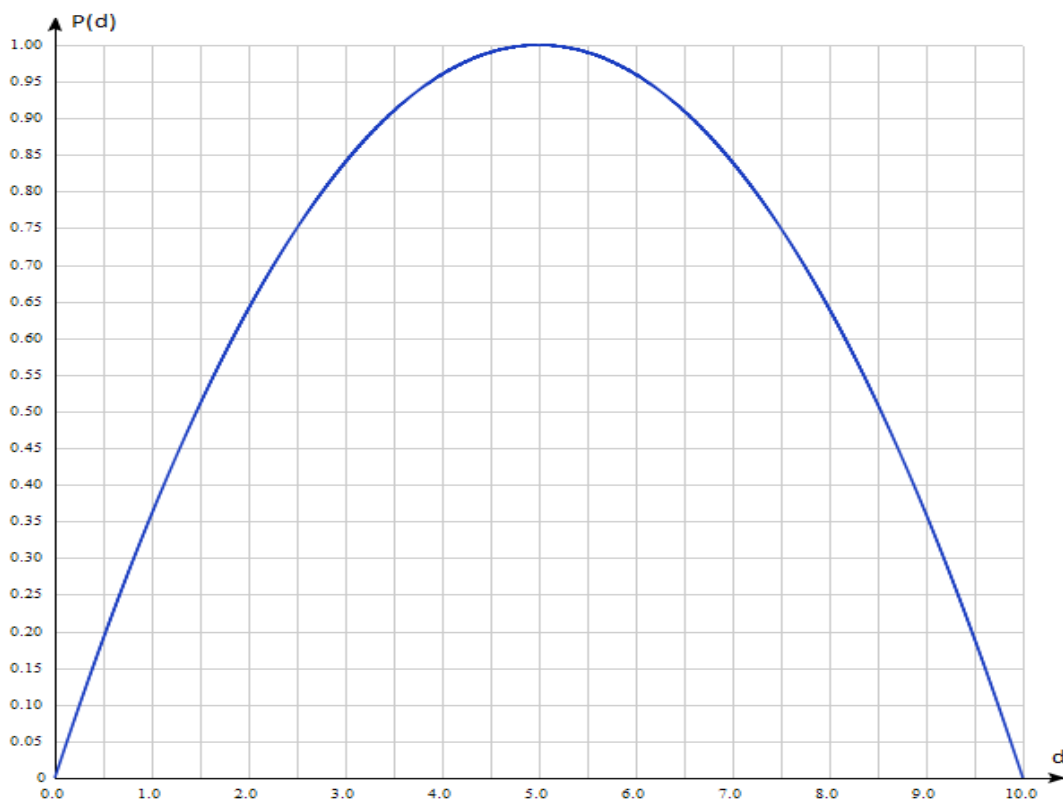


Рисунок 3.1 – Приклад залежності популярності P від кількості дні, які існує інформаційний привід, за умови $D = 10$

Зрозуміло, що у моделях, які використовують інші засоби розповсюдження інформації варто використовувати інші види такої функції.

Виведемо формулу для побудови функції P . Зрозуміло, що треба почати із системи рівнянь, першим з яких буде загальне рівняння параболи. Також ми хочемо, щоб $P(d) = 1$, при $d = \frac{D}{2}$, адже посередині життєвого циклу інформаційного приводу має досягатись його максимальна популярність. Також у нас є умови на краї цієї параболи, а саме $P(0) = P(D) = 0$.

Запишемо і розв'яжемо таку систему:

$$\begin{cases} P(d) = a \cdot d^2 + b \cdot d + c \\ P\left(\frac{D}{2}\right) = 1 \\ P(0) = P(D) = 0 \end{cases} \quad (3.5)$$

де a, b, c – константи, які нам необхідно знайти.

Підставимо друге та третє рівняння у перше.

$$\begin{cases} a \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^2 + b \cdot \left(\frac{D}{2}\right) + c = 1 \\ c = 0 \\ a \cdot D^2 + b \cdot D + c = 1 \end{cases} \quad (3.6)$$

Підставимо друге рівняння у перше і третє, виразимо b через a , з третього рівняння.

$$\begin{cases} a \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^2 + b \cdot \left(\frac{D}{2}\right) = 1 \\ c = 0 \\ b = -a \cdot D \end{cases} \quad (3.7)$$

Підставимо значення b в перше рівняння.

$$\begin{cases} a \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^2 - a \cdot \left(\frac{D^2}{2}\right) = 1 \\ c = 0 \\ b = -a \cdot D \end{cases} \quad (3.8)$$

Виразимо a з першого рівняння та підставимо його у третє рівняння.

$$\begin{cases} a = -\frac{4}{D^2} \\ c = 0 \\ b = \frac{4}{D} \end{cases} \quad (3.9)$$

Таким чином отримуємо:

$$P(d) = \frac{4 \cdot d \cdot (D - d)}{D^2} \quad (3.10)$$

Отже, після того, як ми порахували значення p_q для $q \in \{\beta, 1, \dots, K, C_1, \dots, C_{col}\}$, нам необхідно для кожного q згенерувати випадкове число з рівномірного розподілу на відрізку від 0 до 1. Тоді, нам необхідно занести у список $Fund_d$ усі партії або коаліції, p_q яких виявилося більше за згенероване число. Ці партії будуть фінансувати поточний інформаційний привід на теперішній день. Ціна, яку вони заплатять за просування приводу F_j вираховується за наступною формулою:

$$pay_q = price_j \cdot \sqrt{\frac{r_q}{\sum_{q' \in Fund_d} (r_{q'})}} \quad (3.11)$$

де $q \in Fund_d$;

r_q – поточний ресурс партії або коаліції з індексом q .

Необхідність індивідуального ціноутворення для фінансування інформаційного приводу обумовлена тим, що було зазначено у попередньому розділі.

Тобто, якщо замість формули (3.11) використовувати рівномірний розподіл відповідно до кількості ресурсів, то це призведе до того, що партії з великим запасом ресурсів будуть забирати на себе майже всю ціну інформаційних приводів, що не відповідає реальності.

Якщо ж навпаки, змусити кожного платити повну ціну, то у такій моделі коаліція з 4 партій буде платити таку ж саму ціну, що й одна мала партія, що звісно також не відповідає реальності.

З чого можна зробити висновок, що ціна має певним чином залежати від ресурсу партії або коаліції, яка має її заплатити, проте степінь цього відношення має бути меншим за одиницю, інакше великі партії будуть платити більшу частини ціни самі. Також зрозумілим є те, що загальна ціна при збільшенні кількості партій, що фінансують привід, також має зростати через конкуренцію у інформаційному просторі. Тому в даній роботі було запропоновано залежність від кореня від проценту загального ресурсу, яким володіє конкретна партія або коаліція.

Проаналізуємо чи справді наведена функція відповідає тому опису, який був наданий вище.

По-перше нам необхідно знайти максимум загальної кількості ресурсів ray_{all} , які можуть бути використані на просування даного інформаційного приводу за один день. Приймемо, що кількість партій, які фінансують цей привід рівна n .

Також нам необхідно буде встановити залежність максимуму ray_{all} від n , та переконатися, що дійсно при зростанні кількості партій та коаліцій, які хочуть фінансувати даний привід у поточний день, зростає і загальний ресурс, який витрачений за фінансування цього приводу.

Для цього необхідно спочатку записати умови оптимізаційної задачі, яку нам треба буде вирішити:

$$pay_{all} = \sum_{q=1}^n \left(price_j \cdot \sqrt{\frac{r_q}{\sum_{i=1}^n (r_i)}} \right) \xrightarrow{r_1, r_2, \dots, r_n} \max \quad (3.12)$$

Позначимо $\sum_{i=1}^n r_i$ як S і винесемо $price_j$ за знак суми. Після таких дій отримаємо систему (3.13):

$$\begin{cases} price_j \cdot \sum_{q=1}^n \left(\sqrt{\frac{r_q}{S}} \right) \xrightarrow{r_1, r_2, \dots, r_n} \max \\ S = \sum_{i=1}^n (r_i) \end{cases} \quad (3.13)$$

Використаємо метод множників Лагранжа:

$$L(\bar{m}, \lambda) = price_j \cdot \sum_{q=1}^n \left(\sqrt{\frac{r_q}{S}} \right) + \lambda \cdot \left(\sum_{i=1}^n (r_i) - S \right) \quad (3.14)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial L(\bar{m}, \lambda)}{\partial \lambda} = \sum_{i=1}^n (r_i) - S = 0 \\ \frac{\partial L(\bar{m}, \lambda)}{\partial r_q} = \frac{price_j}{2 \cdot \sqrt{r_q}} + \lambda = 0 \\ q = \overline{1, n} \end{cases} \quad (3.15)$$

З системи (3.15) ми можемо зрозуміти, що максимум pay_{all} досягається тоді, коли ресурс усіх партій рівний. Тепер нам необхідно знайти чому саме дорівнює максимум pay_{all} та знайти залежність pay_{all} від n .

$$\begin{cases} pay_{all} = \sum_{q=1}^n \left(price_j \cdot \sqrt{\frac{r_q}{S}} \right) \\ r_1 = r_2 = \dots = r_n = \frac{S}{n} \end{cases} \quad (3.16)$$

$$pay_{all} = price_j \cdot n \cdot \sqrt{\frac{1}{n}} = price_j \cdot \sqrt{n} \quad (3.17)$$

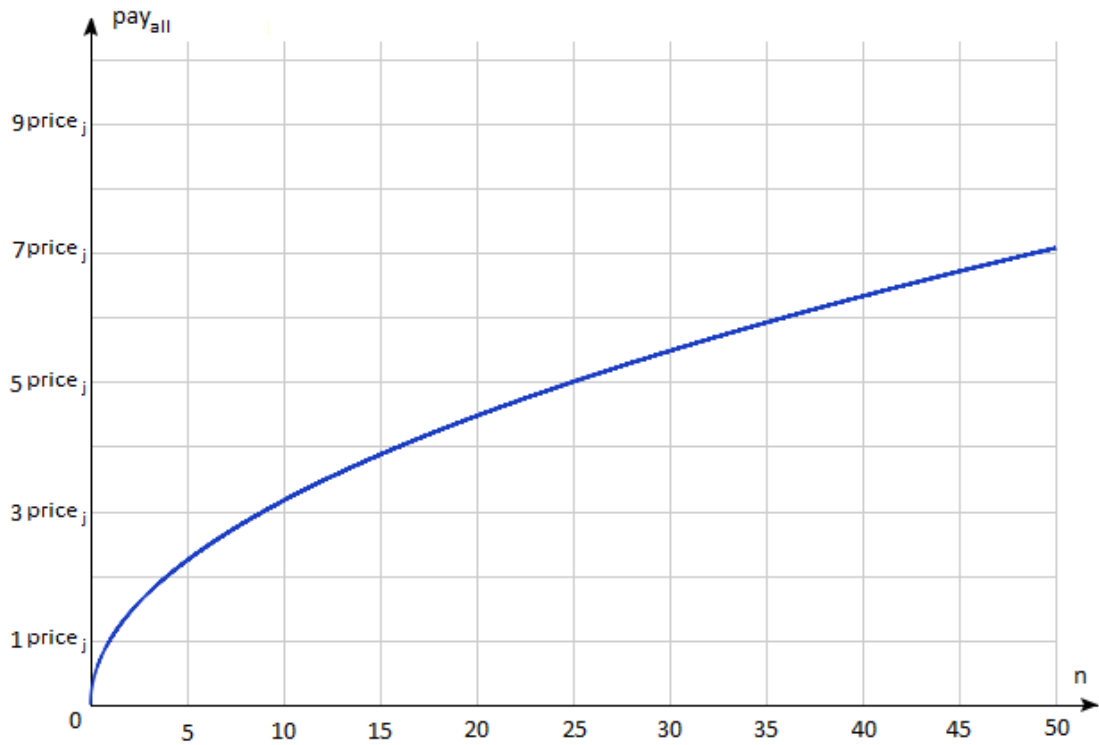


Рисунок 3.2 – Графік залежності максимальної загальної кількості коштів витрачених на певний інформаційний привід в день від кількості партій, що його фінансують

Отже, можна зробити висновок, що запропонована формула (3.11) відповідає вимогам, які були на неї накладені.

Після знаходження pay_q для $q \in Fund_d$ нам необхідно оновити поточні ресурси партій та коаліцій, які приймали участь у фінансуванні інформаційного приводу:

$$r_q := r_q - pay_q \quad (3.18)$$

де $q \in Fund_d$.

Після чого починається новий день життєвого циклу інформаційного приводу, популярність цього приводу змінюється і заново починається процедура прийняття рішень щодо фінансування інформаційного приводу у поточний день. Так відбувається поки не завершиться повний життєвий цикл інформаційного приводу, після чого він видаляється з списку усіх інформаційних приводів і цикл гри починається знову.

Гра завершується, коли частка коаліцій, ресурс яких менший за $r_{c_critical}$ досягає необхідного нам значення $win_condition$.

3.3 Стратегія поведінки та розв'язок задачі

Спочатку розглянемо стратегію нашої поведінки.

Для вирішення поставленої задачі нам спочатку необхідно визначити ключові для створення коаліцій інформаційні приводи. Для цього використаємо С-ядра та адаптований до даної задачі метод перетворення Хафа. За допомогою цього метода ми зможемо відділити приводи, які не є ключовими для створення коаліцій, від тих, на які будуть опиратися коаліції.

Далі, після створення списку таких приводів, якими ми збираємося маніпулювати, нам необхідна стратегія оптимального розподілу ресурсів. Пропонується наступна стратегія, яка складається з двох кроків:

1) Вибираємо інформаційний привід зі списку ключових приводів, які ми ще не використали, таким чином, щоб максимально зменшити ресурси коаліції.

2) Знаходимо день, після якого нам слід припинити фінансування інформаційного приводу для того, щоб партії-суперники та коаліції продовжили по інерції фінансувати його та витрачали свої ресурси.

Тепер перейдемо до розв'язку поставленої задачі.

Для того, щоб знайти список ключових інформаційних приводів $List_{key}$ застосуємо наступний алгоритм:

1) Створюємо змінні $count_1 := 0, \dots, count_N := 0$, які будемо використовувати для підрахунку голосів.

2) Підраховуємо С-ядро для конкретної коаліції.

3) Додаємо 1 до усіх $count_j$, які входять у С-ядро.

4) Повторюємо кроки 2 - 3, поки існують неопрацьовані коаліції.

5) Сортуємо $count_1, \dots, count_N$ у порядку спадання та зберігаємо перші n приводів у наш список ключових приводів

n слід вибирати таким чином, щоб у нас було достатньо приводів для виконання $win_condition$, проте не занадто багато, щоб не фінансувати приводи, які можуть опинитися не такими важливими для коаліції.

Для подальшого вирішення поставленої задачі необхідно замість випадкових величин у оптимізаційних задачах використовувати математичне сподівання цих величин, адже задача у поточній постановці є доволі складною для вирішення.

Таким чином задача зводиться до вибору приводу за формулою (3.19):

$$F_{current} = \operatorname{argmax}_{F_j \in List_{key}} \sum_{d=2}^D S_d^j \quad (3.19)$$

і вибору дня для припинення фінансування за формулою (3.20):

$$d_{stop}^{F_{current}} = \operatorname{argmax}_{c \in \left\{2, \dots, \left(\frac{d+1}{2}\right)\right\}} M(A_c^{F_{current}}) \quad (3.20)$$

де усі позначення, які використовуються у формулах (3.19) та (3.20), пояснені у системі формул (3.21):

$$\left\{ \begin{array}{l} S_d^j = \sum_k pay_q^{j,d} \cdot \pi_q^{j,d}(r_{q,d-1}) \\ M(A_d^j) = \sum_k \pi_q^{j,d-1}(r_{q,d-1}) \\ r_{q,d} = r_{q,d-1} - pay_q^{j,d} \cdot \pi_q^{j,d}(r_{q,d-1}) \\ pay_q^{j,d} = price_j \cdot \sqrt{\frac{r_{q,d-1}}{\sum_k r_{q,d-1} \cdot \pi_q^{j,d}(r_{q,d-1})}} \\ \pi_q^{j,d}(r) = \pi(r, p_{fake}^q, price_j, M(A_d^j), P(d)) \\ q \in \{\beta, 1, \dots, K, C_1, \dots, C_{col}\} \\ M(A_1^j) = 1 \\ r_{q,1} = r_q \end{array} \right. \quad (3.21)$$

На початку кожного цикла гри нам необхідно отримувати рішення за формулами (3.19) і (3.20). В результаті підрахунків ми отримуємо інформаційний привід $F_{current}$ з множини ключових приводів, який нам необхідно створити і

просувати до дня $d_{stop}^{F_{current}}$. Такий алгоритм дій і буде рішенням задачі розподілу ресурсів для протидії створенню коаліцій при маніпулюванні інформаційними приводами передвиборчих перегонів.

Висновки до розділу 3

Цей розділ був присвячений математичному опису поставленої задачі та алгоритмам, які необхідні для її вирішення.

На початку цього розділу було описано початкові умови поставленої задачі. Далі було наведено повний математичний опис створеної гри. Також було надане обґрунтування вибору певних формул та функцій, які використовуються для опису виборчих перегонів в умовах кооперації.

У кінці розділу було наведено алгоритм пошуку ключових для створення коаліції інформаційних приводів, який заснований на пошуку С-ядер та адаптованому до даної задачі перетворенні Хафа, та наведено стратегію оптимального розподілу ресурсів при маніпулюванні інформаційними приводами виборчих перегонів для протидії створенню коаліцій.

4 ЧИСЕЛЬНИЙ ЕКСПЕРИМЕНТ

4.1 Вхідні дані

Для проведення чисельного експерименту нам необхідно отримати початкові значення для величин, які були описані у попередньому розділі. Зрозуміло, що для реальної можливості застосування даної моделі нам необхідно отримати певні оцінки цих величин, адже точні величини неможливо отримати під час виборчих перегонів. Тому нам необхідно, використовуючи відкриті джерела інформації знайти оцінки необхідних нам параметрів.

Оскільки нашою метою є чисельний експеримент, який покаже реальні можливості застосування даної моделі, то нам достатньо знайти відкриту інформацію про попередні вибори.

Проаналізувавши значний об'єм відкритих джерел інформації було отримано певні оцінки на вхідні параметри моделі.

Основними джерелами інформації стали:

- 1) Портал відкритих даних [14];
- 2) Статті з вебсайтів [15] та [16];
- 3) Звіт однієї з партій [17].

За допомогою цих ресурсів та певних міркувань були обрані певні граничні умови для кожного з параметрів. Необхідність вибору параметрів випадковим чином з певного інтервалів обумовлюється тим, що можливо отримати лише неточні дані, а для моделювання нам необхідне конкретне число.

Загальна кількість інформаційних приводів дорівнює 200.

Усі вони були розбиті на 3 категорії за ціною, їх створення та просування. Зрозуміло, що у реальному житті є інформаційні приводи, які потребують значних зусиль, затрати ресурсів на їх просування. Також є ті інформприводи, просування яких не займає багато фінансового ресурсу, адже вони доволі легкими для сприйняття та підхопляться аудиторією.

Тому було вирішено виділити дешеві, середні та дорогі інформаційні приводи, співвідношення кількості яких було 40:50:10 відповідно.

Границі цін для створення дешевого інформаційного приводу: 30'000 та 80'000.

Границі мінімальної ціни для підтримки дешевого інформаційного приводу: 10'000 та 70'000.

Границі цін для створення середнього інформаційного приводу: 200'000 та 700'000.

Границі мінімальної ціни для підтримки середнього інформаційного приводу: 100'000 та 200'000.

Границі цін для створення дорогого інформаційного приводу: 1'000'000 та 3'000'000.

Границі мінімальної ціни для підтримки дорогого інформаційного приводу: 400'000 та 700'000.

Будь-який інформаційний привід, який використовується у грі триває максимально 15 днів.

Для партій також задані граничні значення для їх ресурсів.

Границі ресурсів великих партій: 80'000'000 та 100'000'000 грошових одиниць.

Загальна кількість малих партій дорівнює 30.

Границі ресурсів малих партій, які можуть об'єднуватись у коаліції: 3'000'000 та 15'000'000 грошових одиниць.

Критичне значення коштів, за якого певна партія має припинити свою активну участь у передвиборчих перегонах, рівне 20'000.

Критичне значення коштів, за якого певна коаліція має припинити свою активну участь у передвиборчих перегонах, рівне 70'000.

Усього допускається створення 4 коаліцій по 4 партії у кожній.

Частка коаліцій, яку ми намагаємося спустити до цього критичного значення ресурсів було прийнято взяти рівну 0.75, тобто нам необхідно ліквідувати три коаліції з чотирьох.

Також у нас є обмеження на кількість ключових приводів, які ми можемо використати для ліквідації коаліцій. У даному експерименті це обмеження було рівне 30 ключовим приводам.

Проте, отримані з відкритих джерел дані не дають нам можливості оцінити функцію π , яка застосовується для прийняття рішення щодо фінансування того чи іншого приводів. Тому було вирішено створити власну функцію π , яка заснована на деяких міркуваннях щодо того, як саме будуть поводити себе партії у процесі прийняття рішення щодо фінансування того чи іншого інформаційного приводу у певний день його життєвого циклу. Ці міркування, необхідність обмежень, накладених на функцію π , та причини виникнення таких обмежень були детальним чином описано у попередньому розділі. В

результаті міркувань та аналізу поведінки реальних партій було створено власну функцію π .

Формула 4.1 наочно показує цю функцію:

$$\pi(r, price_j, n, d) = \sqrt{P(d)} \cdot \sqrt{\frac{\min(D - d + 1, \frac{r}{price_j / \sqrt{n}})}{D - d + 1}} \quad (4.1)$$

де r – поточний ресурс партії;

$price_j$ – ціна просування інформаційного приводу за день;

n – кількість партій, які фінансували даний привід минулий день;

d – номер поточного дня;

$P(d)$ – популярність приводу на поточний день;

D – тривалість кожного інформаційного приводу.

Маючи усі необхідні початкові умови було реалізовано програму, з кодом якої можна ознайомитись у Додатку А. Також у Додатку Б показано приклад виконання даної програми. У наступному підрозділі будуть показані отримані графіки та проаналізовано результати роботи даної програми.

4.2 Аналіз результатів

Після створення випадкових коаліцій ми можемо помітити, що кількість інформаційних приводів у С-ядрі коаліції, приблизно така ж, яку мають партії без коаліцій. Це доволі добре описує реальну ситуацію, що означає, що С-ядро є доволі непоганим способом опису отримання списку коаліцій. Використовуючи інший

метод ми б могли, наприклад, отримати списки, які складаються з декількох приводів або ж навпаки з об'єднання усіх приводів, що хотіли б просувати усі партії, що належать до коаліції. Зрозуміло, що обидва варіанти не відповідають дійсності.

Також цікаві результати надав алгоритм пошуку ключових для створення коаліцій інформаційних приводів. Як бачимо на Рисунку 4.1, серед усіх інформаційних приводів є лише декілька, які присутні у багатьох можливих коаліціях, а отже, вони і є ключовими.

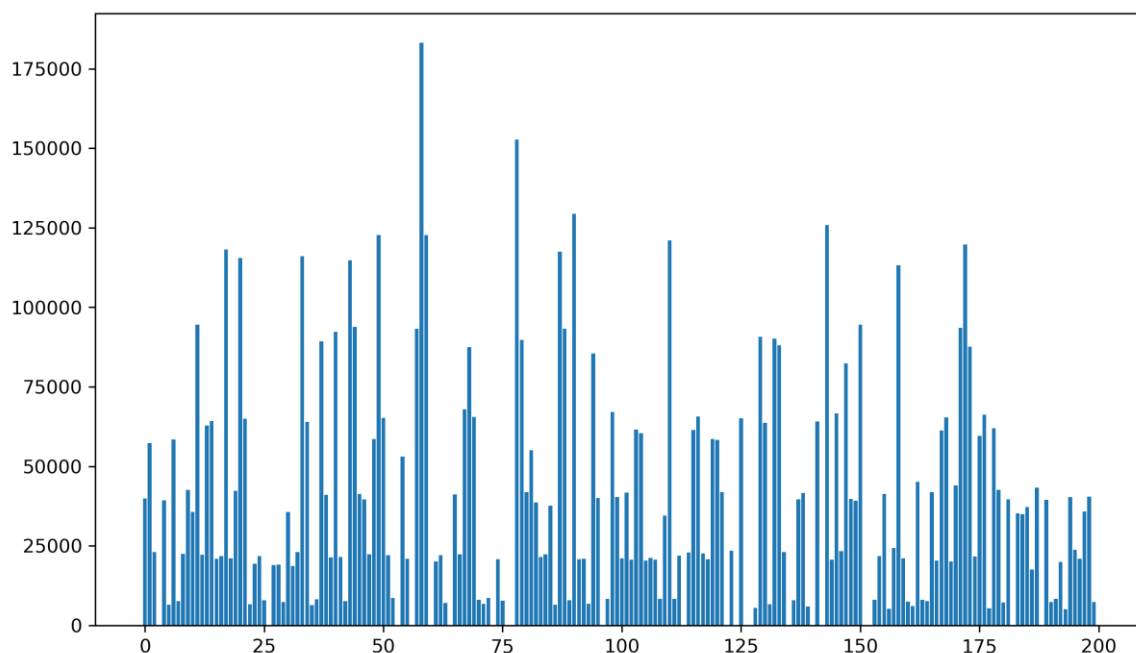


Рисунок 4.1 — Голоси, які отримали ключові приводи

Незважаючи на випадковий розподіл ресурсів та випадкове створення списку інформаційних приводів, виділяються декілька груп інформаційних приводів: ключові, які є фундаментом для створення коаліцій, середні приводи, які не є такими важливими, проте є необхідними для того, щоб отримати певний інтерес виборців до партій та коаліцій, та філлери – ті приводи, які є ні важливими, ні критичним для створення коаліцій. Такі приводи займають переважну більшість

часу будь-яких ефірів, адже не завжди є події та сюжети, які варті уваги глядача, проте займати ефірний час все ж необхідно.

Отже, можемо переконатися, що алгоритм, наведений у даній роботі, дійсно може відділити ключові приводи від тих, якими заповнюють інформаційний простір у той час, коли не має ніяких значних подій. Також ми переконалися, що сама модель здатна генерувати ситуації наближені до реальності.

Після отримання списку ключових приводів почалась сама гра. На рисунку 4.1 ми можемо побачити перебіг цієї гри:

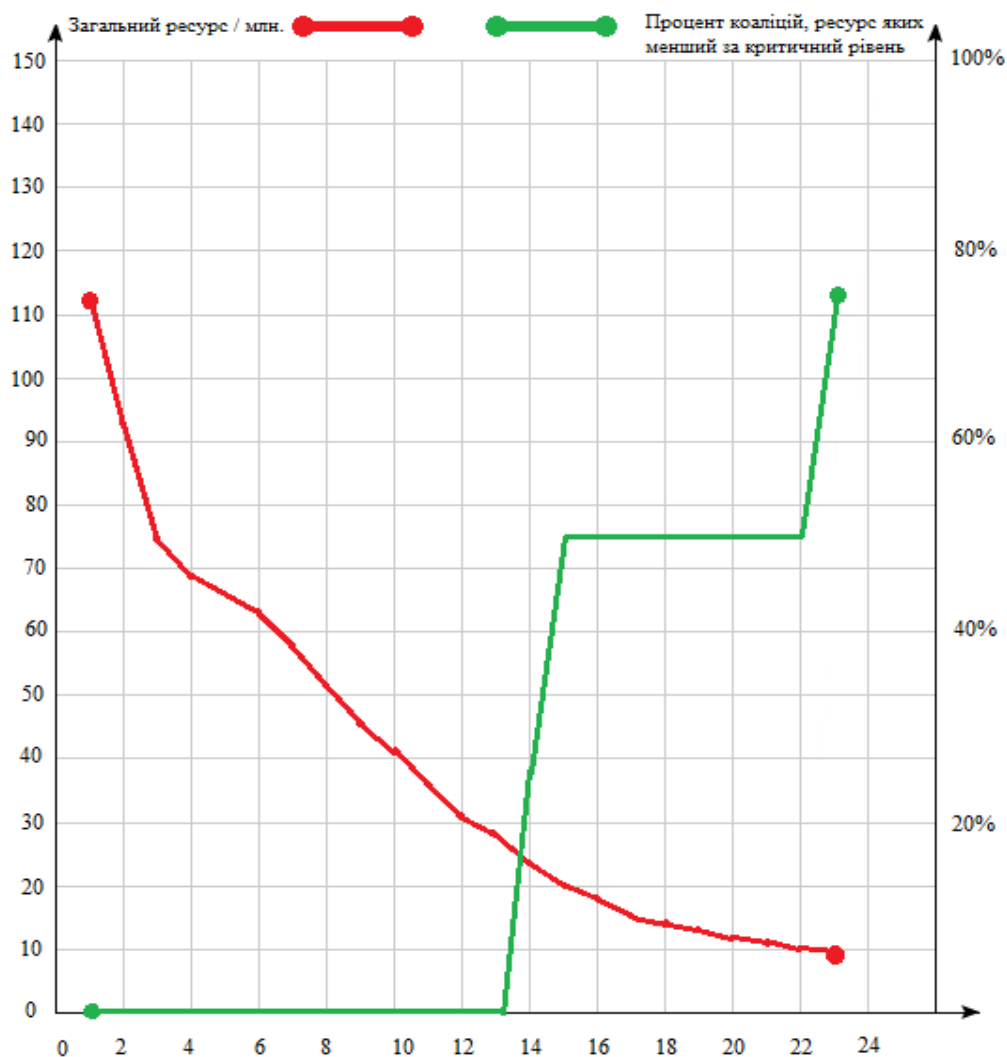


Рисунок 4.2 — Загальний перебіг гри

На рисунку зображені два графіки: червоний – загальний ресурс чотирьох коаліцій, який вимірюється у мільйонах грошових одиниць, зелений – процент коаліцій, ресурс яких нижчий за порогове значення.

Як ми можемо побачити з аналізу графіків та даних експерименту, приводи йдуть у порядку спадання ціни їх просування. Це пояснюється тим, що спершу, коли ресурси коаліцій ще досить значні, вони будуть, скоріше за все, просувати приводи разом з нами, тому у нас є можливість витратити значну частину їх ресурсу використовуючи дорогі приводи. Потім, коли їх ресурс вже починає спадати, ми переходимо на приводи середньої цінової категорії і закінчуємо найдешевшими приводами, які є ключовими для створення коаліцій.

Далі буде наведено один життєвий цикл певного інформаційного приводу.

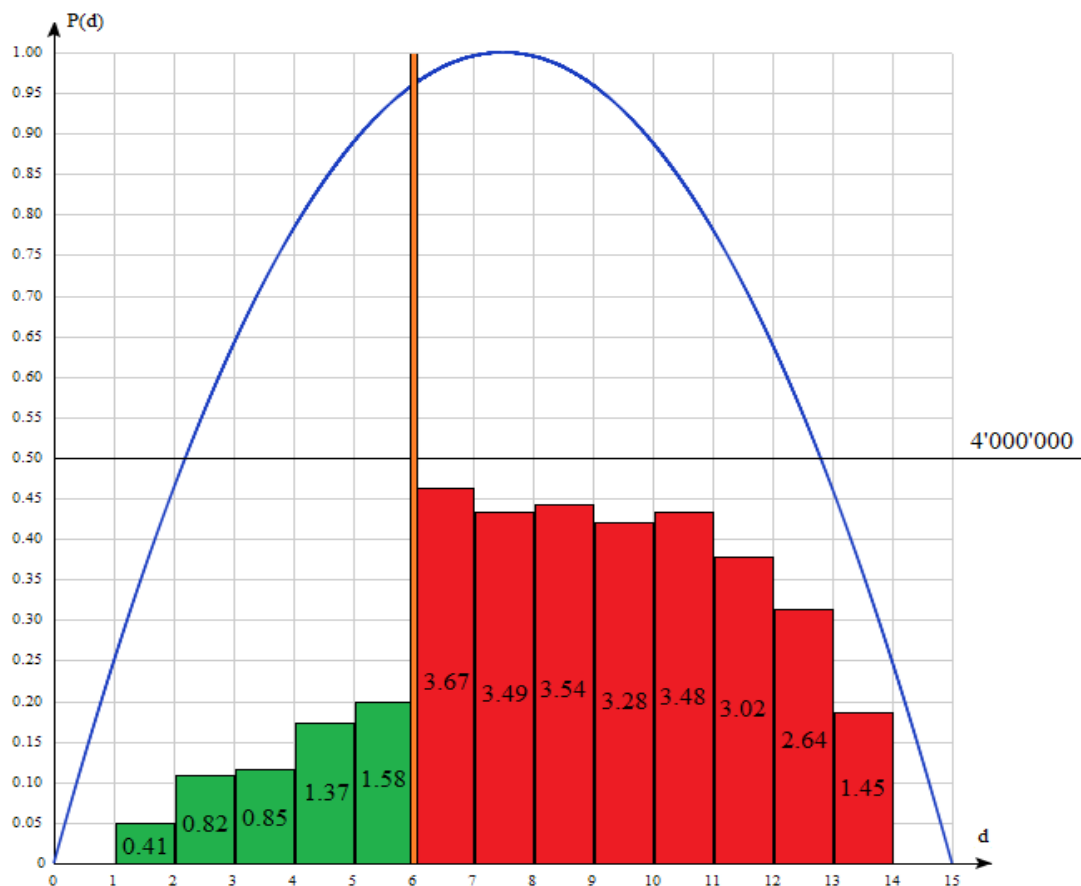


Рисунок 4.3 — Життєвий цикл інформаційного приводу

На даному графіку зображено життєвий цикл інформаційного приводу та загальні витрати коштів наших суперників на його просування кожного дня.

Зелені стовпці відповідають тим дням, коли ми також фінансуємо інформаційний привід, а червоні – коли ми перестали це робити. Розділяюча помаранчева вертикальна лінія відповідає дню припинення фінансування нами цього інформаційного приводу. Дані у стовпцях відповідають мільйонам грошових одиниць. Горизонтальна лінія з підписом позначає приблизне значення максимальної кількості ресурсів, які партії та коаліції можуть витратити на фінансування цього приводу за один день.

Дані, які були використані для створення цього графіка, були взяті з іншого експерименту. Оскільки один експеримент, який описаний у додатках до роботи не є показником, то було необхідно провести декілька експериментів, щоб впевнитись, що дана модель дійсно може моделювати реальні процеси.

Доволі цікавим є те, що ми не завжди маємо фінансувати привід до 7 дня, після якого й настає максимум функції. Інколи нам достатньо зупинитися на 6 дні, а далі партії та коаліції по інерції продовжать фінансувати цей привід.

Доволі цікавим виявилась кількість інформаційних приводів, які необхідні для того, щоб змусити коаліції зменшити власні ресурси до критичного рівня. У бакалаврській роботі було описано протистояння малим партіям. За результатами тієї роботи виявилось, що для того, щоб подолати 75% малих партій необхідно використати від 40 до 70 інформаційних приводів. Проте, для ліквідації 75% коаліцій, як виявилось після аналізу багатьох експериментів у даній роботі, необхідно лише від 15 до 30 інформаційних приводів, щоб ліквідувати коаліції.

Це можна пояснити тим, що у попередній роботі увага була присвячена більш широким атакам, які за основну мету мають ураження якнайбільшої кількості малих партій. Зрозуміло, що такі атаки не можуть бути сильними, тому необхідна значно

більша кількість приводів, які будуть використані для зменшення ресурсів партій до критичного рівня. У даній роботі описується ситуація, коли ми намагаємось влучно уразити нашого супротивника, адже тепер ми воюємо не з багатьма малими партіями, а з 4 коаліціями. Саме тому, нам необхідна значно менша кількість ударів по ворогу, щоб його ліквідувати.

Отримані в результаті експериментів дані можуть бути використані для того, щоб визначити які з приводів слід робити фейковими, а які ні, хоча це й не було метою даної роботи. Зрозуміло, що можливість зробити той чи інший привод фейковим залежить від багатьох чинників. До того ж, слід враховувати і наші інтереси у виборчих перегонах, адже для отримання місць при владі нам також слід набирати популярність просуваючи реальні інформаційні приводи.

Також цікаву інформацію можуть знайти для себе і наші суперники. Наприклад, вони можуть пожертвувати стабільністю своєї коаліції та вибрати не С-ядро, як список своїх інформаційних приводів, а, наприклад, приводи середньої категорії. Може такі приводи і не принесуть бажаної інформаційної задоволеності кожного з членів коаліції, проте вони будуть гарантувати те, що така коаліція отримає місця при владі, а також убезпечать коаліцію від потенційних інформаційних атак.

Також, алгоритм отримання ключових для створення коаліцій інформаційних приводів можна використовувати для аналізу самих приводів, їх значущості у політичних перегонах тощо. Це може бути корисно як дослідникам, які намагаються виявити певні закономірності у минулих виборчих процесах, так і для тих, хто намагається передбачити те, які з приводів стануть ключовими у майбутніх виборчих перегонах.

Висновки до розділу 4

У заключному розділі було розглянуто можливості практичного застосування побудованої моделі, алгоритм пошуку ключових інформаційних приводів та оптимальну стратегію розподілу ресурсів при протидії утворенню коаліцій. Також у цьому розділі було проаналізовано результати експериментів, які були виконані за допомогою створеного програмного забезпечення.

Перший підрозділ описує необхідні для запуску експерименту статистичні дані та функцію вибору, яку були використано у моделі.

У останньому підрозділі проведено аналіз отриманих результатів, наведені графіки, які наочно показують як проходять деякі з процесів даної гри. Також було порівняно отримані результати та закономірності поведінки на відповідність реальним політичним виборам. Було зроблено висновки щодо реальної користі моделі та додаткових можливостей використання створених алгоритмів, що робить даний підхід більш універсальним в плані практичного застосування.

ВИСНОВКИ

У роботі було розглянуто можливість використання гри полковника Блотто у якості моделі маніпулювання інформаційними приводами виборчих перегонів в умовах кооперації. Було створено власну модель, на основі проаналізованих існуючих моделей виборчих перегонів, які також були засновані на грі полковника Блотто. Також було створено алгоритм знаходження ключових для створення коаліцій інформаційних приводів. Для створеної математичної моделі було запропоновано стратегію оптимального розподілу ресурсів та наведено розв'язок цієї задачі.

Також було створено програмне забезпечення для моделювання виборчих перегонів та процесів, які відбуваються під час їх проходження. Програмне забезпечення базується на математичному опису моделі, статистичних даних, які можна було знайти у відкритих джерелах, та алгоритмах розв'язку поставленої задачі, які були описані у даній роботі. Проведено чисельний експеримент з використанням даних виборів за минулі роки.

В результаті аналізу даних отриманих під час проведення експериментів, стало можливим розбиття інформаційних приводів по категоріям значущості для створення коаліцій. Також моделювання політичних перегонів показало, що поведінка партій, яка описується певними ймовірнісними функціями у даній моделі, доволі схожа на реальну поведінку політичних партій. Також було проведено порівняння результатів отриманих у моїй бакалаврській роботі, яка стосується даної тематики, в результаті чого було описано цікаві відмінності протидії багатьом малим партіям та декільком коаліціям.

З усього описаного вище можна зробити висновок, що створена модель та алгоритми розв'язку, які були запропоновані у даній роботі, можуть

застосовуватися для моделювання реальних процесів, які відбуваються під час виборчих перегонів.

Також у роботі було виявлено та описано можливості використання алгоритму знаходження ключових для створення коаліцій інформаційних приводів для розв'язання іншого класу задач, які пов'язані з класифікацією інформаційних приводів та передбаченням які з них будуть найбільш важливими у конкретних виборчих перегонах, що робить даний алгоритм більш універсальним в плані практичного застосування.

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАНЬ

- 1) Лекции по теории игр [Текст] / В.И. Данилов.; под. общ. ред. В.И. Данилов. – 1-е изд. – М.: Российская экономическая школа, 2002. – 140 с.
- 2) Берзин Е.А. Оптимальное распределение ресурсов и теория игр [Текст] / Е.А. Берзин. – М.: Радио и связь, 1983. – 120 с.
- 3) Теорія кооперативних ігор [Електронний ресурс] Режим доступа: <https://ir.lib.vntu.edu.ua/bitstream/handle/123456789/12182/%D0%A2%D0%B5%D0%BE%D1%80%D1%96%D1%8F%20%D0%BA%D0%BE%D0%BE%D0%BF%D0%B5%D1%80%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%B2%D0%BD%D0%B8%D1%85%20%D1%96%D0%B3%D0%BE%D1%80.pdf?sequence=1&isAllowed=y> – 06.02.2022
- 4) Метод нахождения С-ядра корневой игры [Електронний ресурс] Режим доступа: http://www.mathnet.ru/php/archive.phtml?wshow=paper&jrnid=ubs&paperid=468&option_lang=rus – 06.02.2022
- 5) Borel E. La théorie du jeu les équations intégrales   a noyau symétrique [Текст] / E. Borel // Comptes Rendus de l'Académie. – 1921. – Vol. 173. – P. 1304-1308.
- 6) Бочаров П.С., Горяшко А.П.. Игры разбиений: экспериментальное исследование [Текст] / П.С. Бочаров, А.П. Горяшко // Cloud of science – 2015. – Vol. 2., №4. – P. 599-655.
- 7) Поліщук І. Вибірчий процес як детермінанта сучасної політики [Текст] / І. Поліщук // Політ. менеджмент – 2005. – №3. – С. 137-146.
- 8) Incentives to Cultivate Favored Minorities Under Alternative Electoral Systems [Електронний ресурс] Режим доступа: <http://home.uchicago.edu/~rmyerson/research/spintnts.pdf> – 06.02.2022

9) J. Merolla Lotto, Blotto, or Frontrunner: The 2000 U.S. Presidential Election and The Nature of “Mistakes” [Електронний ресурс] / J. Merolla, M. Munger, M. Tofias. – Режим доступу:

<https://web.archive.org/web/20080407161417/http://www.socsci.duke.edu/ssri/federalism/papers/tofiasmunger.pdf> – 08.02.2022

10) Основи інформаційних приводів [Електронний ресурс] / Режим доступу: https://knowledge.allbest.ru/journalism/3c0a65635a3ad68b4d53a89521216d36_0.html#text – 08.02.2022

11) Закон України Про рекламу [Електронний ресурс] / Режим доступу: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/270/96-%D0%B2%D1%80> – 09.02.2022

12) Мельниченко А. С., Терещенко І. М. Задача розподілу ресурсів при маніпулюванні інформаційними приводами виборчих перегонів в грі полковника Блотто [Текст] / А.С. Мельниченко, І.М. Терещенко // Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», — 2020.

13) Чхартишвили А. Г. Равновесие биполярного выбора и информационное управление [Текст] / А. Г. Чхартишвили // Управление большими системами: сборник трудов – 2004. – №7, Р. 101-105.

14) Портал відкритих даних [Електронний ресурс] / Режим доступу: <https://data.gov.ua/dataset> – 11.02.2022

15) Гра в наперстки: що партії (не)показали у своїх фінзвітах за вибори [Електронний ресурс] / Режим доступу: <https://www.chesno.org/post/3454> – 20.03.2020

16) Выборы в Раду. Сколько партии потратили на голоса украинцев [Електронний ресурс] / Режим доступу: <https://vesti.ua/politika/344236-vybory-v-radu-skolko-partii-potratili-na-holosa-ukraintsev> – 10.02.2022

17) Звіт партії [Електронний ресурс] / Режим доступу: <http://nfront-org-ua.s3.amazonaws.com/fin-reports/10-February-2020-077c2154248a157a8234d58a506e2856.pdf> – 10.02.2022

Додаток А

Model.py

```
import numpy as np
```

```
import random
```

```
import matplotlib.pyplot as plt
```

```
import copy
```

```
def popularityFunction(d):
```

```
    return float(4 * d * (D - d)) / float(D ** 2)
```

```
def PiFunction(m_current, price_j, M, d, ifCoal):
```

```
    if ((not ifCoal) and (m_current > p_critical)) or ((ifCoal) and (m_current >
c_critical)):
```

```
        potPrice = float(price_j)
```

```
        if M != 0:
```

```
            potPrice = float(price_j) / (M ** 0.5)
```

```
        potDays = min(D - d + 1, m_current / potPrice)
```

```
        return (popularityFunction(d) ** 0.5) * ((float(potDays) / float(D - d + 1)) ** 0.5)
```

```
    else:
```

```
        return 0.
```

```
def payFunction(price_j, m):
```

```
    PayList = []
```

```
    Sum = 0.
```

```
    for i in range(len(m)):
```

```

    Sum += m[i]
for i in range(len(m)):
    PayList.append(int(price_j * ((float(m[i]) / Sum) ** 0.5)) + 0.5)
return PayList

```

```

def probabilityPayFunction(price_j, m, Probability):
    PayList = []
    ProbableSum = 0.
    for i in range(len(m)):
        ProbableSum += float(m[i]) * Probability[i]
    for i in range(len(m)):
        if ProbableSum != 0:
            PayList.append(int(float(price_j) * (float(m[i] / ProbableSum) ** 0.5) + 0.5))
        else:
            PayList.append(float(price_j))
    return PayList

```

```

def getProbabilityList(m, price_j, M, d):
    ProbabilityList = []
    for i in range(len(m)):
        ProbabilityList.append(PiFunction(m[i], price_j, M, d, i >= NSmallParties))
    return ProbabilityList

```

```

def getNewM(m, price_j, OldM, d):
    ProbabilityList = getProbabilityList(m, price_j, OldM, d)
    NewM = 0
    for i in range(len(m)):

```

```

    NewM += ProbabilityList[i]
return NewM

```

```

def updateResources(m, price_j, NewM, d):
    ProbabilityList = getProbabilityList(m, price_j, NewM, d)
    PayList = probabilityPayFunction(price_j, m, ProbabilityList)
    UsedResource = 0
    for i in range(len(m)):
        m[i] -= PayList[i] * ProbabilityList[i]
        UsedResource += PayList[i] * ProbabilityList[i]
    return UsedResource

```

```

def pickNewsBreak(m, price, List):
    index = -1
    MaxUsedResource = -1

    for j in List:
        M = 1
        TotalUsedResource = 0
        m_ = copy.deepcopy(m)
        for d in range(2, D + 1):
            M = getNewM(m_, price[j], M, d)
            TotalUsedResource += updateResources(m_, price[j], M, d)

        if (TotalUsedResource > MaxUsedResource):
            MaxUsedResource = TotalUsedResource
            index = j;

```

```
return index
```

```
def pickDay(m, price_j):
    index = -1
    MaxParticipants = -1
    m_ = copy.deepcopy(m)
    M = 1
    for d in range(2, int((D + 1) / 2 + 1)):
        M = getNewM(m_, price_j, M, d)
        updateResources(m_, price_j, M, d)
        if (M > MaxParticipants):
            MaxParticipants = M
            index = d
    return index
```

```
def Simulate(d_stop, Price_j, price_j, m_alpha, m):
    m_alpha -= Price_j + price_j
    M = 1
    for d in range(2, D + 1):
        m_ = copy.deepcopy(m)
        ProbabilityList = getProbabilityList(m_, price_j, float(M), d)
        chosen = []
        M = 0
        for i in range(len(m)):
            chosen.append(ProbabilityList[i] > random.random())
        M += int(chosen[i])
```

```

m_temp = np.zeros(M + int(d < d_stop))
if (d < d_stop):
    m_temp[M] = m_alpha
    ++M
counter = 0
for i in range(len(m)):
    if (chosen[i]):
        m_temp[counter] = copy.deepcopy(m[i])
        ++counter
PayList = payFunction(price_j, m_temp)
counter = 0

for i in range(len(m)):
    if (chosen[i]):
        m[i] -= PayList[counter]
        if (m[i] < 0):
            m[i] = 0
        ++counter

if (d < d_stop):
    m_alpha -= PayList[M - 1]

def potPrice(NewsBreakPerDayPrice):
    return NewsBreakPerDayPrice * 3

def informationSat(Coalition, SmallParties, NewsBreakPerDay, List):
    SumRes = 0

```

```
for part in Coalition:
```

```
    SumRes += SmallParties[part][0]
```

```
PotPrice = []
```

```
for i in range(len(List)):
```

```
    PotPrice.append(potPrice(NewsBreakPerDay[List[i]]))
```

```
SumPotPrice = 0
```

```
for i in range(len(List)):
```

```
    SumPotPrice += PotPrice[i]
```

```
if SumPotPrice != 0:
```

```
    Norm = float(SumRes) / SumPotPrice
```

```
else:
```

```
    Norm = 0
```

```
SatList = []
```

```
for part in Coalition:
```

```
    Sat = 0
```

```
    for i in range(len(List)):
```

```
        if List[i] in SmallParties[part][1]:
```

```
            Sat += PotPrice[i] * Norm
```

```
    SatList.append(Sat)
```

```
return SatList
```

```
def findCore(Coalition, SmallParties, NewsBreakPerDay):
```

```

Core = set()
for i in Coalition:
    for j in Coalition:
        if i != j:
            Core.update(set.intersection(set(SmallParties[i][1]),
                                            set(SmallParties[j][1])))

List = list(Core)
SatList = informationSat(Coalition, SmallParties, NewsBreakPerDay, List)

real = True
for i, party in enumerate(Coalition):
    if SmallParties[party][0] > SatList[i]:
        real = False
        break

if real:
    return List, SatList
else:
    return [], []

def createKeyInfList(SmallParties, NewsBreakPerDay):
    VoteList = np.zeros(N)
    Coals = []
    Cores = []
    for i1 in range(NSmallParties):
        for i2 in range(NSmallParties):
            for i3 in range(NSmallParties):

```

```

for i4 in range(NSmallParties):
    if i1 != i2 and i1 != i3 and i1 != i4 and i2 != i3 and i2 != i4 and i3 != i4:
        PotentialCoalition = [i1, i2, i3, i4]
        Core, SatList = findCore(PotentialCoalition, SmallParties,
NewsBreakPerDay)
        if len(Core) > 0:
            if len(Coals) < CoalAmount:
                fine = True
                for coal in Coals:
                    for party in PotentialCoalition:
                        if party in coal:
                            fine = False
                if fine:
                    Coals.append(PotentialCoalition)
                    Cores.append([Core, SatList])

            for c in Core:
                VoteList[c] += 1

Votes = []
for i, v in enumerate(VoteList):
    Votes.append([v, i])

Votes.sort(key = lambda x: x[0], reverse=True)
KeyList = []
for i in range(KeyN):
    KeyList.append(Votes[i][1])
return KeyList, Coals, Cores, VoteList

```

#####

NSmallParties = 30

CoalAmount = 4

LSmallParties = 3000000

USmallParties = 15000000

LBigParties = 80000000

UBigParties = 100000000

N = 200

D = 15

KeyN = 30

LLNewsCreate = 30000

ULNewsCreate = 80000

LLNewsPerDay = 10000

ULNewsPerDay = 70000

LMNewsCreate = 200000

UMNewsCreate = 700000

LMNewsPerDay = 100000

UMNewsPerDay = 200000

LHNewsCreate = 1000000

UHNewsCreate = 3000000

LHNewsPerDay = 400000

UHNewsPerDay = 700000

NLPercent = 40

NMPercent = 50

NHPercent = 10

p_critical = 20000

c_critical = 70000

win_condition = 0.75

NewsBreakCreate = []

NewsBreakPerDay = []

for i in range(int((N * NLPercent) / 100)):

 NewsBreakCreate.append(random.randint(LLNewsCreate, ULNewsCreate))

 NewsBreakPerDay.append(random.randint(LLNewsPerDay, ULNewsPerDay))

for i in range(int((N * NMPercent) / 100)):

 NewsBreakCreate.append(random.randint(LMNewsCreate, UMNewsCreate))

 NewsBreakPerDay.append(random.randint(LMNewsPerDay, UMNewsPerDay))

for i in range(int((N * NHPercent) / 100)):

 NewsBreakCreate.append(random.randint(LHNewsCreate, UHNewsCreate))

 NewsBreakPerDay.append(random.randint(LHNewsPerDay, UHNewsPerDay))

```

BigParties = []
BigParties.append(random.randint(LBigParties, UBigParties))
BigParties.append(random.randint(LBigParties, UBigParties))

```

```

SmallParties = []
for i in range(NSmallParties):
    R = random.randint(LSmallParties, USmallParties)
    List = []
    l = list(range(N))
    random.shuffle(l)
    Sum = 0
    ind = 0
    while Sum < R:
        Sum += NewsBreakPerDay[l[ind]] * 3
        List.append(l[ind])
        ind += 1
    SmallParties.append([R, List])

```

```

print("-----")
print("Ресурси Великих Партиї")
for i in range(2):
    print(BigParties[i])
print("-----")
print("Ресурси Малих Партиї")
for i in range(NSmallParties):
    print(SmallParties[i][0])
print("-----")

```

```
print("Списки інформаційних приводів Малих Партій")
for i in range(NSmallParties):
    print(SmallParties[i][1])
```

```
#####
```

```
KeyInfList, Coalitions, Cores, VoteList = createKeyInfList(SmallParties,
NewsBreakPerDay)
```

```
for j in range(len(Cores)):
    for i in range(len(Cores[j][1])):
        Cores[j][1][i] = int(Cores[j][1][i])
```

```
print("-----")
print("Утворені Коаліції")
for coal in Coalitions:
    print(coal)
print("-----")
print("С-ядра коаліцій")
for i in range(len(Coalitions)):
    print(Cores[i][0])
print("-----")
print("Розподіл інформаційної задоволеності")
for i in range(len(Coalitions)):
    print(Cores[i][1])
```

```
SmallPartiesId = list(range(NSmallParties))
```

```

NSmallParties -= len(Coalitions) * 4
for coal in Coalitions:
    for c in coal:
        SmallPartiesId.remove(c)
m = []
for i in range(NSmallParties):
    m.append(SmallParties[SmallPartiesId[i]][0])

```

```

print("-----")
print("Ресурси кожної з коаліцій")

```

```

for coal in Coalitions:
    Sum = 0
    for c in coal:
        Sum += SmallParties[c][0]
    m.append(Sum)
    print(Sum)

```

```

m.append(BigParties[1])
m_alpha = BigParties[0]

```

```

print("-----")
print("Список ключових інформаційних приводів")
print(KeyInfList)

```

```

#####

```

```

print("-----")
print("Початок гри")
print("-----")

saved_res = []
saved_win = []

win = 0
while ((win < win_condition) and (len(KeyInfList) > 0)):
    j = pickNewsBreak(m, NewsBreakPerDay, KeyInfList)
    KeyInfList.remove(j)

    print("Ми вибираємо ", j, " Інформаційний Привід")
    print("Ціна на створення:", NewsBreakCreate[j])
    print("Ціна на підтримку:", NewsBreakPerDay[j])

    d_stop = pickDay(m, NewsBreakPerDay[j])

    print("Ми припинимо фінансування на ", d_stop - 1, " день")

    Simulate(d_stop, NewsBreakCreate[j], NewsBreakPerDay[j], m_alpha, m)

    win = 0.
    sum_coal = 0

    for i in range(NSmallParties, NSmallParties + len(Coalitions)):
        sum_coal += m[i]

```

```

    if (m[i] < c_critical):
        win += 1.

saved_res.append(int(sum_coal))
saved_win.append(win / float(len(Coalitions)))
print("Загальний ресурс коаліцій складає ", int(sum_coal))
win /= float(len(Coalitions))
print("Частка малих партій, ресурс яких нижчий за критичне значення, складає ",
win * 100, "%")

print("-----")

print("Кінець Гри")
print("-----")
print("Кількість використаних Інформаційних Приводів")
print(KeyN - len(KeyInfList))
print("-----")

```

Додаток Б

Приклад результатів обрахунку

Ресурси Великих Партій

89084511

80613896

Ресурси Малих Партій

14444595 5907632 3757923 4435579 11565939

3328563 9083535 9322998 8681472 10584387

5681549 3258403 12271593 14035696 12106152

5265947 7315150 10716681 10256223 5776762

12622333 11255773 4161644 7845594 11882545

13802502 7730872 6618066 13375373 5821927

Списки інформаційних приводів Малих Партій

[70, 31, 191, 133, 71, 14, 126, 1, 136, 174, 165, 106, 81, 135, 142, 78, 30, 13, 128, 55, 22, 17, 127, 34, 49, 171, 11, 72, 180, 10, 148, 151, 16, 187, 24, 162, 4, 100, 183]

[1, 93, 109, 12, 72, 46, 9, 94, 189, 18, 158, 112, 131, 22, 133, 108]

[64, 44, 80, 158, 172, 162, 70, 56, 122, 159, 91, 164, 23, 68, 139]

[30, 185, 65, 87, 168, 56, 1, 80, 99, 172]

[121, 196, 23, 155, 24, 15, 62, 150, 138, 190, 9, 14, 60, 64, 38, 166, 144, 199, 183, 175]

[147, 28, 77, 9, 62, 163, 12, 93, 44, 126, 35, 6, 115, 98]

[19, 109, 176, 134, 64, 1, 63, 194, 127, 118, 106, 174, 71, 152, 145, 115, 165, 112, 114, 12, 121, 40, 7, 15, 29, 76, 159, 105]

[27, 12, 184, 9, 85, 194, 104, 92, 23, 58, 32, 131, 138, 170, 50, 143, 118, 102, 189]

[115, 46, 173, 7, 4, 139, 152, 104, 125, 60, 73, 198, 176, 37, 199, 25, 87, 131, 82, 121]

[66, 172, 118, 45, 49, 55, 65, 149, 136, 83, 163, 148, 156, 158, 103, 95, 32, 197, 167, 94, 5, 27, 28, 79, 160, 25, 89, 18, 150, 7, 75, 183]

[2, 148, 143, 6, 193, 29, 162, 112, 144, 199, 100]

[41, 145, 197, 184]

[87, 43, 117, 67, 28, 180, 94, 158, 122, 182, 79, 106, 166, 99, 172, 198, 3, 88, 175, 167, 111, 145, 53, 86, 65, 62, 101]

[118, 153, 18, 110, 36, 102, 106, 193, 68, 124, 80, 12, 109, 126, 14, 182, 39, 119, 3, 107, 127, 25, 20, 69, 70, 35, 148, 115, 44, 47, 40, 6, 46, 112, 53, 54, 76, 38, 186, 191]

[76, 185, 175, 145, 48, 21, 154, 159, 152, 163, 71, 116, 111, 109, 165, 124, 86, 28, 178, 3, 89, 50, 11, 54, 172, 119, 102, 8, 180, 81, 35]

[19, 6, 145, 157, 132, 94, 2, 25, 165, 180, 61, 144, 190]

[145, 127, 197, 122, 174, 34, 157, 89, 136, 111, 164, 17, 171, 125, 133, 104]

[50, 8, 139, 25, 38, 70, 95, 26, 11, 78, 91, 89, 27, 114, 34, 116, 176, 198, 112, 113, 55, 43, 4, 48, 37, 162, 157, 105, 195, 65, 192]

[106, 40, 24, 34, 139, 154, 161, 104, 27, 79, 155, 99, 100, 15, 18, 36, 25, 31, 94, 191, 175, 86, 21, 84, 67, 42, 17, 152, 182]

[6, 122, 64, 55, 4, 63, 21, 140, 12, 13, 157, 49, 7, 15, 169, 153, 183, 198]

[31, 81, 82, 112, 18, 0, 190, 99, 101, 123, 121, 79, 134, 141, 24, 13, 136, 73, 41, 159, 21, 138, 162, 180, 39, 52, 88, 195]

[95, 183, 111, 77, 119, 105, 160, 75, 180, 185, 164, 88, 132, 79, 134, 55, 28, 112, 59, 13, 52, 74, 61, 192]

[185, 84, 4, 79, 81, 8, 193]

[167, 55, 16, 54, 172, 57, 63, 12, 5, 112, 169, 70, 135, 97, 72, 33, 65, 85, 104, 139, 37, 10, 191, 4, 100, 193]

[11, 149, 135, 178, 144, 198, 31, 3, 160, 47, 123, 109, 155, 28, 139, 66, 68, 41, 181, 73, 1, 132, 180, 196]

[114, 178, 117, 59, 147, 7, 190, 192, 130, 131, 98, 17, 58, 66, 39, 136, 90, 22, 6, 49, 152, 171, 193, 38, 132, 2, 93, 106, 20, 3, 165, 74, 18, 56, 156]

[97, 167, 20, 0, 94, 10, 80, 11, 170, 52, 86, 122, 51, 27, 171, 78, 75, 187, 63, 70, 188, 108]

[134, 91, 163, 152, 106, 32, 132, 47, 161, 12, 189, 96, 171, 20, 103, 140]

[1, 62, 105, 191, 189, 89, 185, 30, 16, 39, 135, 44, 93, 103, 120, 110, 107, 111, 139, 178, 25, 186, 106, 59, 86, 114]

[19, 119, 10, 56, 92, 41, 15, 34, 152, 51, 63, 77, 190, 146, 72, 80, 5, 88]

Утворені Коаліції

[0, 1, 2, 3]

[4, 5, 6, 7]

[8, 9, 10, 11]

[12, 13, 14, 15]

С-ядра коаліцій

[1, 162, 133, 70, 72, 172, 80, 22, 56, 158, 30]

[64, 194, 9, 138, 12, 15, 115, 118, 23, 121, 62]

[7, 148, 197, 199, 25]

[3, 6, 76, 145, 86, 119, 25, 28, 94, 35, 165, 102, 106, 172, 109, 175, 111, 180, 53, 182, 54, 124]

Розподіл інформаційної задоволеності

[16258081, 14904557, 16611595, 11295303]

[14106148, 5842979, 25848179, 22956837]

[13355784, 17080815, 15740772, 10234250]

[31781369, 21624503, 29818512, 15115982]

Ресурси кожної з коаліцій

28545729

33301035

28205811

43679388

Список ключових інформаційних приводів

[106, 112, 12, 152, 25, 139, 180, 18, 172, 55, 70, 94, 28, 1, 79, 145, 4, 6, 136, 165, 7, 3, 89, 109, 171, 191, 34, 183, 65, 111]

Початок гри

Ми вибираємо 180 Інформаційний Привід

Ціна на створення: 2235818

Ціна на підтримку: 612765

Ми припинимо фінансування на 6 день

Загальний ресурс коаліцій складає 113093071

Частка малих партій, ресурс яких нижчий за критичне значення, складає 0.0 %

Ми вибираємо 183 Інформаційний Привід

Ціна на створення: 1278807

Ціна на підтримку: 566322

Ми припинимо фінансування на 7 день

Загальний ресурс коаліцій складає 92375923

Частка малих партій, ресурс яких нижчий за критичне значення, складає 0.0 %

Ми вибираємо 191 Інформаційний Привід

Ціна на створення: 2071734

Ціна на підтримку: 472205

Ми припинимо фінансування на 7 день

Загальний ресурс коаліцій складає 75371480

Частка малих партій, ресурс яких нижчий за критичне значення, складає 0.0 %

Ми вибираємо 139 Інформаційний Привід

Ціна на створення: 422013

Ціна на підтримку: 192878

Ми припинимо фінансування на 7 день

Загальний ресурс коаліцій складає 68800923

Частка малих партій, ресурс яких нижчий за критичне значення, складає 0.0 %

Ми вибираємо 89 Інформаційний Привід

Ціна на створення: 415468

Ціна на підтримку: 172211

Ми припинимо фінансування на 6 день

Загальний ресурс коаліцій складає 62650661

Частка малих партій, ресурс яких нижчий за критичне значення, складає 0.0 %

Ми вибираємо 136 Інформаційний Привід

Ціна на створення: 370244

Ціна на підтримку: 147206

Ми припинимо фінансування на 6 день

Загальний ресурс коаліцій складає 57115290

Частка малих партій, ресурс яких нижчий за критичне значення, складає 0.0 %

Ми вибираємо 171 Інформаційний Привід

Ціна на створення: 249212

Ціна на підтримку: 135459

Ми припинимо фінансування на 6 день

Загальний ресурс коаліцій складає 51675740

Частка малих партій, ресурс яких нижчий за критичне значення, складає 0.0 %

Ми вибираємо 94 Інформаційний Привід

Ціна на створення: 616094

Ціна на підтримку: 134108

Ми припинимо фінансування на 6 день

Загальний ресурс коаліцій складає 46628205

Частка малих партій, ресурс яких нижчий за критичне значення, складає 0.0 %

Ми вибираємо 165 Інформаційний Привід

Ціна на створення: 609680

Ціна на підтримку: 126368

Ми припинимо фінансування на 6 день

Загальний ресурс коаліцій складає 41550456

Частка малих партій, ресурс яких нижчий за критичне значення, складає 0.0 %

Ми вибираємо 152 Інформаційний Привід

Ціна на створення: 260871

Ціна на підтримку: 124022

Ми припинимо фінансування на 6 день

Загальний ресурс коаліцій складає 36551965

Частка малих партій, ресурс яких нижчий за критичне значення, складає 0.0 %

Ми вибираємо 106 Інформаційний Привід

Ціна на створення: 382167

Ціна на підтримку: 120123

Ми припинимо фінансування на 6 день

Загальний ресурс коаліцій складає 31910335

Частка малих партій, ресурс яких нижчий за критичне значення, складає 0.0 %

Ми вибираємо 112 Інформаційний Привід

Ціна на створення: 406526

Ціна на підтримку: 118071

Ми припинимо фінансування на 6 день

Загальний ресурс коаліцій складає 28021004

Частка малих партій, ресурс яких нижчий за критичне значення, складає 0.0 %

Ми вибираємо 111 Інформаційний Привід

Ціна на створення: 549531

Ціна на підтримку: 116103

Ми припинимо фінансування на 6 день

Загальний ресурс коаліцій складає 23770123

Частка малих партій, ресурс яких нижчий за критичне значення, складає 0.0 %

Ми вибираємо 145 Інформаційний Привід

Ціна на створення: 629960

Ціна на підтримку: 106811

Ми припинимо фінансування на 7 день

Загальний ресурс коаліцій складає 20762101

Частка малих партій, ресурс яких нижчий за критичне значення, складає 25.0 %

Ми вибираємо 109 Інформаційний Привід

Ціна на створення: 529518

Ціна на підтримку: 102470

Ми припинимо фінансування на 7 день

Загальний ресурс коаліцій складає 18790053

Частка малих партій, ресурс яких нижчий за критичне значення, складає 50.0 %

Ми вибираємо 172 Інформаційний Привід

Ціна на створення: 499468

Ціна на підтримку: 100590

Ми припинимо фінансування на 6 день

Загальний ресурс коаліцій складає 16832954

Частка малих партій, ресурс яких нижчий за критичне значення, складає 50.0 %

Ми вибираємо 34 Інформаційний Привід

Ціна на створення: 40306

Ціна на підтримку: 69359

Ми припинимо фінансування на 6 день

Загальний ресурс коаліцій складає 15680917

Частка малих партій, ресурс яких нижчий за критичне значення, складає 50.0 %

Ми вибираємо 1 Інформаційний Привід

Ціна на створення: 70204

Ціна на підтримку: 59866

Ми припинимо фінансування на 6 день

Загальний ресурс коаліцій складає 14453125

Частка малих партій, ресурс яких нижчий за критичне значення, складає 50.0 %

 Ми вибираємо 25 Інформаційний Привід

Ціна на створення: 78331

Ціна на підтримку: 58805

Ми припинимо фінансування на 6 день

Загальний ресурс коаліцій складає 13384065

Частка малих партій, ресурс яких нижчий за критичне значення, складає 50.0 %

Ми вибираємо 3 Інформаційний Привід

Ціна на створення: 55232

Ціна на підтримку: 56901

Ми припинимо фінансування на 6 день

Загальний ресурс коаліцій складає 12225847

Частка малих партій, ресурс яких нижчий за критичне значення, складає 50.0 %

Ми вибираємо 12 Інформаційний Привід

Ціна на створення: 72804

Ціна на підтримку: 52189

Ми припинимо фінансування на 6 день

Загальний ресурс коаліцій складає 11295847

Частка малих партій, ресурс яких нижчий за критичне значення, складає 50.0 %

Ми вибираємо 79 Інформаційний Привід

Ціна на створення: 72819

Ціна на підтримку: 43362

Ми припинимо фінансування на 6 день

Загальний ресурс коаліцій складає 10444704

Частка малих партій, ресурс яких нижчий за критичне значення, складає 50.0 %

Ми вибираємо 7 Інформаційний Привід

Ціна на створення: 62961

Ціна на підтримку: 32438

Ми припинимо фінансування на 7 день

Загальний ресурс коаліцій складає 10020555

Частка малих партій, ресурс яких нижчий за критичне значення, складає 75.0 %

Кінець Гри

Кількість використаних Інформаційних Приводів

23
