ГРАНИЧНІ ТЕОРЕМИ ДЛЯ ДОВГОВІЧНИХ ЛИСТКІВ У ВИПАДКОВИХ РЕКУРСИВНИХ ДЕРЕВАХ

О.А. ГАЛГАНОВ

Нехай $(\mathcal{T}_n, n \in \mathbb{N})$ — послідовність випадкових рекурсивних дерев з афінним преференційним приєднанням з параметром $a \geqslant 0$ (напр., [2]), а $(b_k, k \in \mathbb{N})$ — деяка послідовність натуральних чисел, яка строго зростає, причому $b_k > k$ для всіх k.

Назвемо вершину k довговічним листком, якщо вона була листком принаймні в деревах $\mathcal{T}_{k+1}, \mathcal{T}_{k+2}, \ldots, \mathcal{T}_{b_k}$. Нехай

$$X_k = \mathbb{1}\{\text{вершина } k \text{ є довговічним листком}\},$$

Теорема 1. $\mathbb{P}(X_k = 1 \text{ н.ч.}) = 1$ *(тобто, довговічних листків нескінченно багато) тоді й тільки тоді, коли* $\sum_{k=1}^{\infty} (\frac{k}{b_k})^{\frac{1}{a+1}} = \infty$. *В протилежному випадку* $\mathbb{P}(X_k = 1 \text{ н.ч.}) = 0$.

Теорема 2. *Припустимо, що*

(1) $\frac{k}{b_k} \to 0$, $k \to \infty$,

(2) $\sum_{k=1}^{\infty} (\frac{k}{b_k})^{\frac{1}{a+1}} = \infty$,

(3) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} (\frac{k}{b_k})^{\frac{1}{a+1}} < \infty$.

Тоді $\frac{S_n - \lambda_n}{\sqrt{\lambda_n}} \xrightarrow{d} \gamma \sim \mathsf{N}(0,1)$, $n \to \infty$, *де* $\lambda_n = \sum_{k=1}^{n} (\frac{k}{b_k})^{\frac{1}{a+1}}$.

Варто зауважити, що випадкові величини X_k є залежними. Теорему 2 доведено на основі методу Стейна [3] за допомогою побудови size-bias coupling.

Література

[1] Drmota Michael. Random Trees: An Interplay between Combinatorics and Probability. — Springer Vienna, 2009.

[2] Pittel Boris. Note on the heights of random recursive trees and random m-ary search trees, *Random Structures & Algorithms*, 2, 337-347, 1994.

[3] Ross Nathan. Fundamentals of Stein's method, *Probability Surveys*, 8, 210–293, 2011.

КПІ ім. Ігоря Сікорського, Київ, Україна
Email address: galganov.oleksii@lll.kpi.ua

На основі сумісної роботи з А.Б. Ільєнком.