МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

МАТЕМАТИЧНІ ЗАДАЧІ У ВІДНОВЛЮВАНОЇ ЕНЕРГЕТИЦІ

РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНА РОБОТА

Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
як навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра освітньо-
професійної програми «Нетрадиційні та відновлювані джерела енергії»
спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка
та електромеханіка»

Київ
КПІ ім. Ігоря Сікорського
2023

Математичні задачі у відновлюваної енергетиці: розрахунково-графічна робота [Електронний ресурс]: навч. посіб. для студ. спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» / КПІ ім. Ігоря Сікорського /уклад.: О.Ю. Гаєвський – Електронні текстові дані (1 файл: 1,72 Мбайт). – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2023. – 28 с.

Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
(протокол № 6 від 30 березня 2023 р.)
за поданням Вченої ради Факультету електроенерготехніки та автоматики
(протокол № 8 від 27.02. 2023 р.)

Електронне мережеве навчальне видання

МАТЕМАТИЧНІ ЗАДАЧІ У ВІДНОВЛЮВАНОЇ ЕНЕРГЕТИЦІ

РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНА РОБОТА

Укладач:
Гаєвський Олександр Юлійович, д.ф.-м.н, проф. каф. відновлюваних джерел енергії,

Рецензент: Перетятко Юлія Вікторівна, к.т.н., доцент кафедри теоретичної електротехніки.

Відповідальний редактор: Будько Василь Іванович, д.т.н, доцент, завідувач каф. відновлюваних джерел енергії

Навчальний посібник присвячений освоєнню студентами прийомів роботи з графічними об’єктами пакета MATLAB на прикладах розрахунку параметрів розташування сонця відносно приймачів випромінювання і відповідних характеристик, які необхідні при визначенні приходу сонячної радіації на різних територіях земної кулі. Навики таких розрахунків корисні в задачах оптимізації складу та конфігурації електричних і теплових сонячних станцій.

© КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2023

Тема РГР: "Застосування графічних засобів MATLAB в задачах відновлюваної енергетики"

Мета роботи:

Освоєння методів побудови двовимірних та трьохвимірних графіків за допомогою функцій MATLAB. Вивчення методики обчислення сонячних та часових кутів й ілюстрація цих методів графічними засобами MATLAB.

Частина 1. Двовимірні графіки

Теоретичні відомості

Функція plot

Для векторів x = (x_1, x_2, .. x_n) і y = (y_1, y_2, .. y_n) однакової довжини функція

```
plot(x,y)
```

будує в графічному вікні ламану лінію, що проходить через вузли (x_i, y_i). Масштаб по обох осях встановлюється автоматично самою функцією. Також автоматично відкривається графічне вікно, якщо воно не було раніше відкрито. В разі відкритого вікна функція `plot` видаляє попередній графік. Утримати попереднє зображення можна командою `hold on`.

Нове графічне вікно з номером N відкривається командою

```
figure(N)
```

Функція plot може містити додатковий строковий аргумент, який позначає колір і стиль лінії:

```
plot(x,y,'стиль')
```

Ці аргументи можна поділити за категоріями:

• Колір: `'b'` – синій, `'g'` – зелений, `'r'` – червоний, `'c'` – бірюзовий, `'m'` – ліловий, `'y'` – жовтий, `'k'` – чорний.

• Стиль лінії: `'-'` – суцільна лінія (за замовчуванням), `'--'` – штрих-лінія, `':'` – пунктирна лінія, `'-.'` – штрих-пунктирна лінія, `'none'` – немає лінії.

• Тип маркера:

Можливо побудова і завдання стилю відразу декільком кривим у графічному вікні:

```
plot(x1,y1,'Стіль1',x2,y2,'стіль2'...)
```

Для графічного вікна передбачені наступні атрибути:

• `xlabel('підпис1'), ylabel('підпис2')` - додають підписи до осі абсцис і ординат відповідно,

• `title('заголовок1')` –додає заголовок графіка;

• `xlim ([xmin, xmax], ylim ([ymin, ymax]` - задають діапазони через змін координат x, y;

• `axis ([xmin, xmax, ymin, ymax])` - задає границі зміни для обох координат;

• `axis auto` – встановлює режим автоматичного вибору границь по осях;

• `grid on` вмикає, а команда `grid off` вимикає режим відображення координатної сітки.

Явне завдання кривих

Наведемо приклад оформлення графіка згасаючих періодичних процесів:

```
t =0:0.2:10;
y1 = 1.05 * exp(-0.25*t).*cos(0.97*t);
y2 = 1.22 * exp(-0.4*t).* sin(1.3*t);
y3 = 0.9 * exp(-0.6*t).*cos(1.85*t-3.1);
plot(t,y1,'*b', t,y2,'or', t,y3,'--k')
ylim([-1, 1.2])
xlabel('t,сек')
ylabel('U,B')
title('Згасаючі коливання')
grid on
```

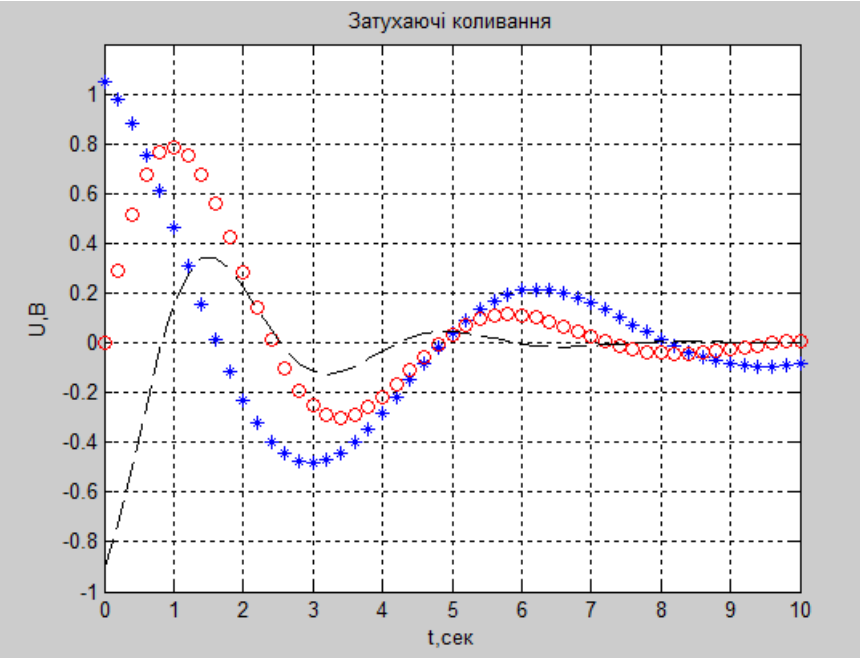


Рис.1. Приклад застосування функції `plot`*:*
графіки згасаючих періодичних процесів

Параметричне завдання кривих

Наведемо приклад побудови замкнутих кривих з періодами, кратними 2π (фігури Ліссажу). Як параметр виступає вектор t:

```
t =0:0.01:1;
figure(2)
x=cos(2*pi*t);
y1=sin(4*pi*t);
y2=sin(6*pi*t);
plot(x,y1,'b', x,y2,':k')
title('Фігури Ліссажу')
```

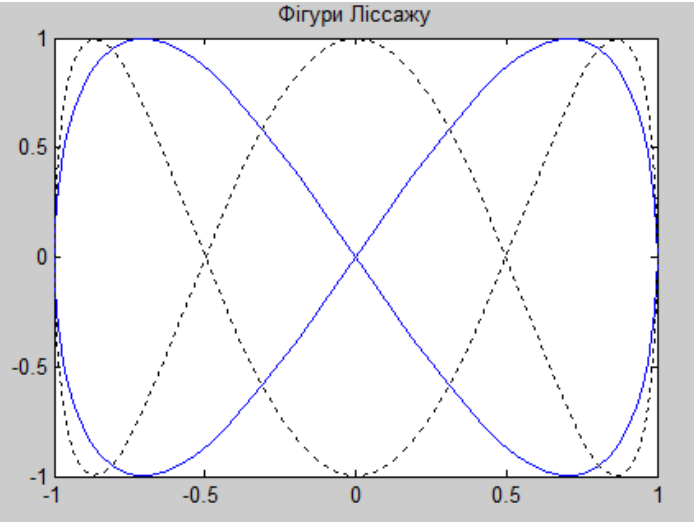


Рис.2. Приклад параметричного завдання функції:
фігури Ліссажу

Графік в полярних координатах

Функція

```
polar(phi,ro)
```

будує графік функції, заданої в полярних координатах. Вектори `phi` (полярний кут) і `ro` (радіус) повинні мати однакову довжину.

Приклад побудови за допомогою функції polar еліпса, який описується рівнянням

$$\frac{\cos^2\varphi}{a^2}+\frac{\sin^2\varphi}{b^2}=\frac{1}{\rho^2}$$

```
a=2; b=1;
fi=0:2*pi/100:2*pi;
ro=1./sqrt(cos(fi).^2/a^2+sin(fi).^2/b^2)
figure(3)
polar(fi,ro)
title('Еліпс')
```

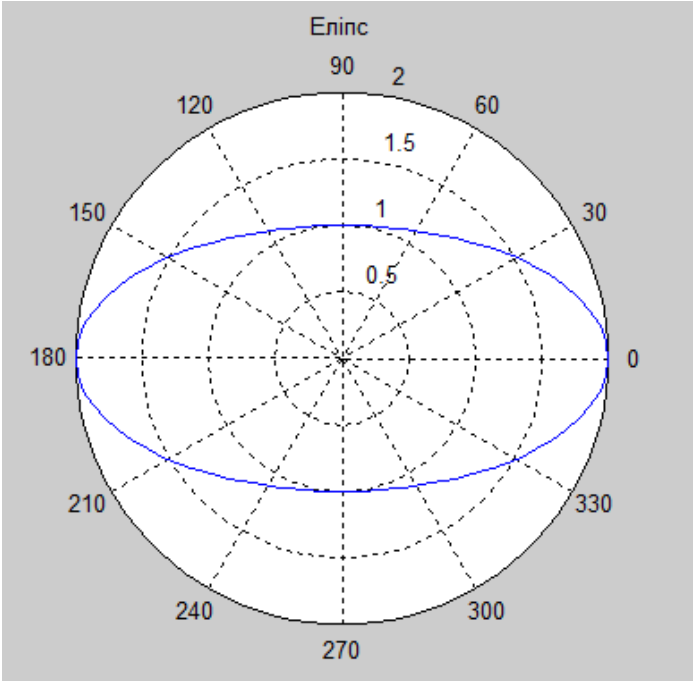


Рис.3. Приклад застосування функції `polar`*:*
графік еліпса

Теоретичні відомості з сонячної радіація та руху Сонця

Земна орбіта має форму еліпса (рис.4), тому відстань від Землі до Сонця змінюється протягом календарного року. Найбільша відстань (афелій) фіксується в липні і дорівнює 152 млн. км, а найменша (перігелій) – в січні і становить 147 млн. км.

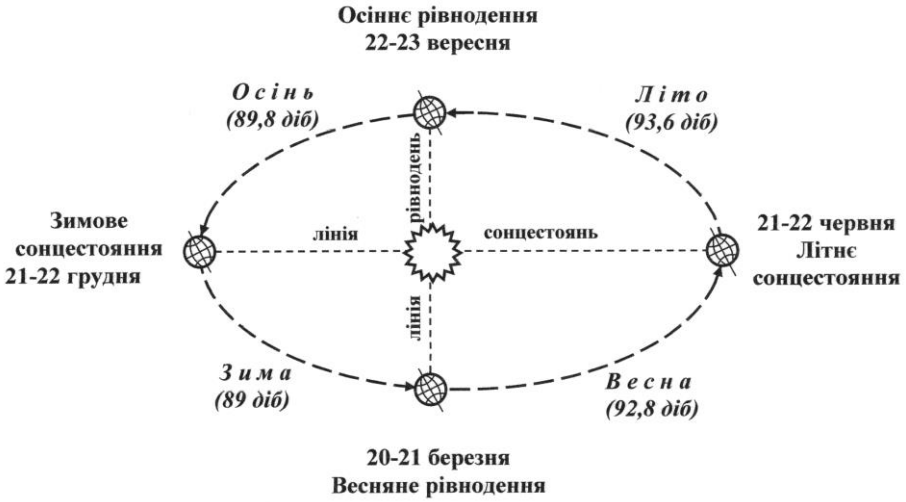


Рис. 4. Еліптична орбіта Землі навколо Сонця

Площина обертання Землі навколо Сонця називається *площиною екліптики*. *Нахил осі* обертання Землі відносно площини екліптики становить $\delta_0 = 23.45^\circ$. Кут між напрямком на Сонце і екваторіальній площиною є *кутом схилення (declination)* δ (рис.5). Зміна кута схилення протягом року описується наближеною формулою Купера [1]:

$$\delta = \delta_0 \sin\left[\frac{360}{365}(284+N)\right], \text{ град} \qquad (1)$$

де N - номер дня (починаючи з 1 січня), аргумент синуса береться у кутових градусах. Величина δ додатна в літні місяці і від'ємна – у зимові. $\delta = 0$ в дні весняного і осіннього рівнодення, $\delta = \delta_0$ в день літнього сонцестояння і $\delta = -\delta_0$ в день зимового сонцестояння.

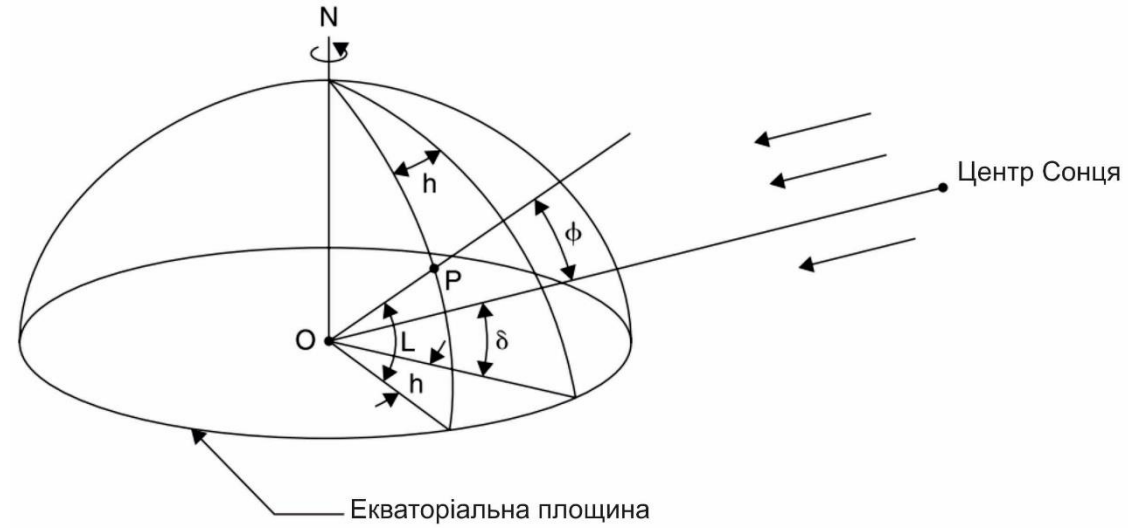


Рис.5. Визначення кута схилення та сонячних кутів

Внаслідок еліптичності земної орбіти інтенсивність сонячного випромінювання (радіація), що приходить на Землю змінюється на протязі року. Зміна сонячної радіації на верхній границі атмосфери протягом календарного року описується формулою:

$$I = I_0 R_c \qquad (2)$$

де I_0 =1361 Вт/м^2 – сонячна постійна, R_c – поправочний множник Спенсера [1], що враховує ексцентриситет земної орбіти, і рівний

$$R_c = 1.00011 + 0.034221\cos B + 1.28\cdot 10^{-3}\sin B + 7.19\cdot 10^{-4}\cos 2B + 7.7\cdot 10^{-5}\sin 2B \qquad (3)$$

Аргумент B в тригонометричних функціях записується в градусах і виражається через номер дня N (N=1 для 1 січня):

$$B = \frac{360(N-1)}{365} \qquad (4)$$

У технічних розрахунках часто застосовується більш проста формула [2]:

$$R_c = 1 + 0.033\cos\left[\frac{360}{365}N\right] \qquad (5)$$

Горизонтальна система координат

В сонячної енергетиці широко використовується *горизонтальна система координат*, яка пов'язана з площиною горизонту в точці спостерігача, або точки знаходження об'єкту ВДЕ, який приймає сонячне випромінювання. Розташування сонця в горизонтальної системі координат визначається висотою світила α і азимутом *z*.

Кутом висоти Сонця α називають кут між площиною горизонту і напрямом від спостерігача до центру світила (рис.6). Очевидно у час сходу та заходу Сонця кут висоти $\alpha = 0$. Максимальної висоти $\alpha_{\max}$ Сонце досягає у сонячний південь (*кульмінація*). Значення $\alpha_{\max}$ залежить від номера дня *N*, а також, взагалі кажучи, від року.

Замість висоти часто користуються *зенітним кутом* Ф, який є доповненням висоти до 90 °, тобто

$$\Phi = 90 - \alpha \qquad (6)$$

Азимут Сонця – це кут між проекцією сонячних променів на горизонтальну площину і напрямком на південь. У напрямку на схід азимутальний кут сонця вважається від'ємним ($z < 0$), на захід – додатним ($z > 0$). У сонячний полудень азимутальний кут дорівнює 0.

Кут між поточною проекцією сонячних променів на горизонтальну площину і проекцією сонячних променів у сонячний південь (коли сонце у зениті $\alpha = \alpha_{\max}$) називається *годинним кутом*. Годинний кут у південь дорівнює нулю (h=0), вважається від'ємним до півдня ($h < 0$) і додатним – після півдня ($h > 0$).

При обертанні Землі годинний кут *h* протягом доби змінюється, але кут схилення δ в інженерних розрахунках вважається незмінним.

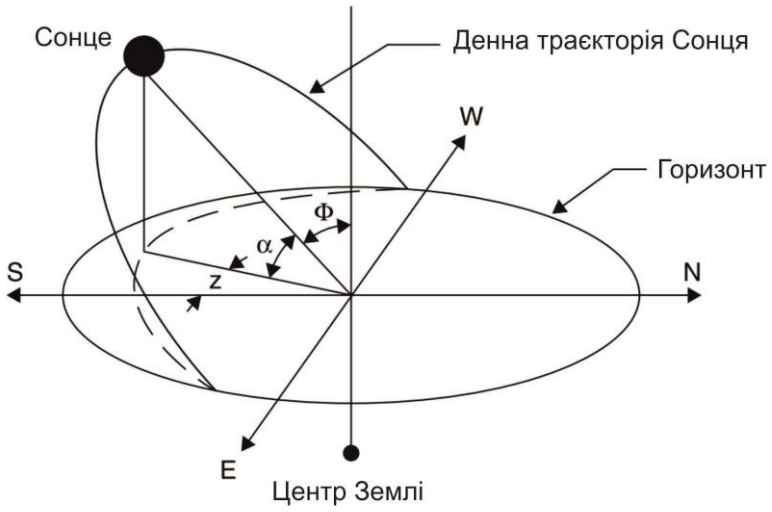


Рис.6. Горизонтальна система координат: α -кут висоти Сонця; Ф - зенітний кут; z – азимут.

Справжній сонячний час

Годинний кут зручно визначати через *справжній сонячний час* (True Solar Time – *TST*). Цей час відрізняється від того часу, який показують годинники і визначається рухом сонця по небосхилу. Очевидно він залежить від *місцевого стандартного часу LST* (Local Standard Time), тобто часу, який відраховується від *стандартного меридіана SL* (Standard Longitude) – центра даної часової зони. Окрім того, спостерігач знаходиться на своєму *локальному меридіані LL* (Local Longitude – на рисунку 5 позначений буквою *L*). Внаслідок існування різниці між *LL* і *SL* необхідно ввести поправку до справжнього сонячного часу, яка дорівнює (*LL – SL)*/15. Ділення на 15 відповідає тому, що годинний кут за 1 годину зростає на 15°. Загальна формула для обчислення справжнього сонячного часу *TST* має вигляд:

$$TST = LST + \frac{LL - SL}{15} + \frac{ET}{60} - DS, \ год \tag{7}$$

де введені ще дві поправки. Перша – це *корекція часу ET* (так зване рівняння часу – Equation of Time), що змінюється на протязі року і не перевищує за модулем 15 хвилин. Друга поправка, *DS*, це поправка на літній час: 1 (з кінця березня по кінець жовтня) або 0 (в інші періоди року).

Корекція часу *ET* враховує нерівномірність руху Землі по екліптиці та нахил земної осі. Внаслідок еліптичності земної орбіти (Рис. 4) наша планета рухається з більшою швидкістю, коли знаходиться найближче до Сонця (перигелій, взимку), ніж коли вона найвіддаленіша (афелій, влітку). В технічних розрахунках для *ET* користуються наступною наближеною формулою [3]:

$$ET = 9.87\sin 2B - 7.53\cos B - 1.5\sin B, хв \tag{8}$$

де $B = \frac{360(N-81)}{364}, град$. Графік змінення корекції часу на протязі року показаний на рисунку 7.

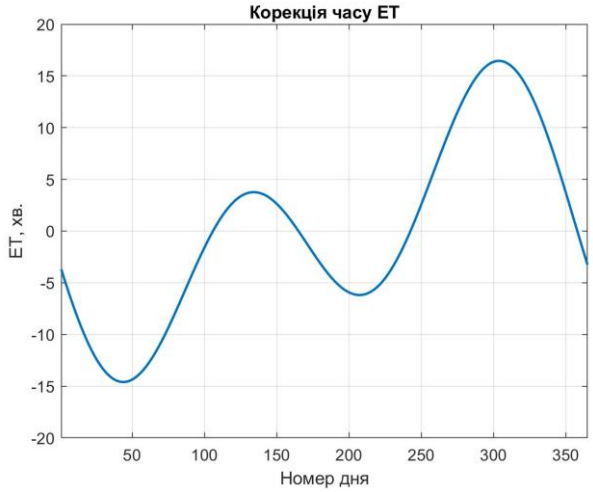


Рис.7. Змінення корекції часу ET на протязі року

Якщо виразити локальний час $LST \equiv t$ через справжній сонячний час *TST*, будемо мати

$$t = TST - \Delta t, \tag{9}$$

де Δt визначає сумарну поправку

$$\Delta t = \frac{LL - SL}{15} + \frac{ET}{60} - DS \tag{10}$$

Часовий кут виражається через справжній сонячний час та локальний час наступною формулою:

$$h = (TST - 12)\cdot 15 = (t + \Delta t - 12)\cdot 15, \ град \tag{11}$$

Обчислення кутових координат Сонця

Кут підйому Сонця α можна обчислити, використовуючи наступну формулу , 2]:

$$\alpha = \arcsin\left(\sin L \sin\delta + \cos L \cos\delta \cos h\right) \tag{12}$$

де *L* – локальна широта (рис.5), яка дорівнює куту між лінією з центру Землі в точку спостереження та екваторіальній площиною. *Зенітний кут*, як показано на рис.6, доповнює кут висоти до 90° і обчислюється за формулою (6).

Сонячний азимутальний кут z пов'язаний з рештою сонячними кутами співвідношенням

$$z = \arccos\left(\frac{\sin\alpha \sin L - \sin\delta}{\cos\alpha \cos L}\right)\text{sign}(h) \tag{13}$$

Знак z має співпадати зі знаком годинного кута *h*, що забезпечується функцією $\text{sign}(h)$. Рівняння (10), (11) фактично описують рух сонця по небосхилу в будь-який день року.

Тривалість світлового дня

Час сходу і час заходу наступають, коли кут підйому α = 0, і з формули (12) знаходимо, що годинний час, який відповідає цим подіям, дається формулою

$$\cos h_s = -\text{tg}L\ \text{tg}\delta \tag{14}$$

де h_s береться додатним на заході і від'ємним на сході. Якщо часи сходу і заходу виразити у годинах, то

$$h_s = \pm\frac{1}{15}\arccos\left(-\text{tg}L\ \text{tg}\delta\right) \tag{15}$$

де значення arccos береться в градусах.

Для більш північних широт в деякі періоди року добуток tg*L*tgδ може виявитися по абсолютній величині більше 1. Це означає, що в ці періоди у розглянутій точці буде або полярна ніч ($-\text{tg}L\text{tg}\delta > 1$) або полярний день ($-\text{tg}L\text{tg}\delta < -1$). Для визначення границь цих періодів можна також використовувати (15), прирівнюючи tg*L*tg$\delta = \pm 1$, що відповідає $h_s = 0°$ або $h_s = 180°$.

Тривалість світлового дня T_s дорівнює очевидно

$$T_s = 2|h_s| \tag{16}$$

Величина h_s (15) відраховується від сонячного півдня, тобто пов'язана зі справжнім сонячним часом. Якщо перейти від *TST* до стандартного локального часу (на годинниках), то час сходу t_{sr} та заходу t_{ss} Сонця будуть дорівнювати відповідно

$$t_{sr} = 12 - h_s - \Delta t\,, \quad t_{ss} = 12 + h_s - \Delta t\,, \tag{17}$$

де поправка Δt дається формулою (9).

Завдання 1.1

1. Створити дві функції для обчислення R_c за двома формулами (3) і (5).
2. Обчислити R_c для кожного календарного дня *N*.
3. Побудувати за допомогою функції `plot` два графіка для різниці $\Delta R_c(N) = R_c(N) - 1$
4. Обчислити середні значення поправки на ексцентриситет для кожного місяця в році за формулами (3) і (5).
5. Вивести на екран функцію позаземної радіації *I (N)* у вигляді таблиці з трьох стовпців:

Місяць	*I* (Spencer)	*I* (Duffie-Beckman)
1	…	…
…	...	...
12	...	...

Рекомендації

Таблицю можна створити за допомогою циклу і функцій `sprintf` та `disp`. Наприклад, для площі кола та довжини окружності маємо:

```
R=0:10;
S=pi*R.*R;
L=2*pi*R;
t=sprintf('R\tS\t\tL');
    disp(t)
for i=1:length(R)
    t=sprintf('%d\t%f\t%f', R(i), S(i),L(i));
    disp(t)
end
```

Завдання 1.2

1. Побудувати графік залежності корекції часу *ET* від номера дня *N*.

2. За допомогою функції `fminsearch` обчислити, в які дні *ET* має максимуми, а в які – мінімуми. Які точні значення цих екстремумів?
3. В які дні корекцію часу можна не враховувати (*ET*=0)?
4. В які періоди року хід справжнього сонячного часу *TST* прискорюється, а в які уповільнюється?

Завдання 1.3

5. Для кожної доби календарного року (*N*=1, 2,..365) на широті міста згідно вашого варіанту обчислити тривалість світлового дня. Побудувати графік $T_s(N)$.
6. Побудувати в одному графічному вікні сімейство кривих – залежностей кута висоти сонця від локального часу доби для різних номерів днів N_1, N_2, N_3, N_4 на широті міста вашого варіанту.
7. Побудувати в одному графічному вікні сімейство кривих – залежностей азимутального кута Сонця від часу доби для широти і днів, зазначених в п. 11.
8. Для кожної доби календарного року на широті міста вашого варіанту обчислити тривалість світлового дня, азимут Сонця на заході, висоту Сонця в сонячний полудень ($\alpha_{\max} = 90^\circ - L + \delta$ при $h = 0$).
9. Дані розрахунків п. 13 вивести на екран у вигляді таблиці:

N	Тривалість дня	Азимут Сонця на заході	Максимальна висота Сонця
1	…	…	
…	...	...	
365	...	...	

10. Знайти максимальну висоту сонця за рік. Перевірити, чи дорівнює вона $\alpha_{\max} = 90^\circ - L + \delta_0$.

На кожному з графіків **мають бути** заголовки, підписи осей, легенди (якщо потрібні). Бажано використовувати атрибути завдання стилю ліній, маркерів, кольору (див відповідні розділи вікна Help, вводячи потрібне слово в строку пошуку MATLAB).

Варіанти до завдання 1.3

№	**Країна**	**Місто**	**№**	**Країна**	**Місто**
1	Україна	Чернігів	16	Іспанія	Барселона
2	Україна	Запоріжжя	17	Іспанія	Малага

3	Україна	Чернівці	18	Судан	Хартум
4	Україна	Винниця	19	Індія	Делі
5	Україна	Одеса	20	Ефіопія	Адис-Абеба
6	Німеччина	Гамбург	21	Гана	Акра
7	Німеччина	Дрезден	22	Мавританія	Нуакшот
8	Франція	Бордо	23	Сенегал	Дакар
9	Польща	Краків	24	Кіпр	Пафос
10	Португалія	Лісабон	25	Ліван	Бейрут
11	Чехія	Прага	26	Франція	Марсель
12	Італія	Болонья	27	Туніс	Туніс
13	Італія	Неаполь	28	Марокко	Касабланка
14	Греція	Афіни	29	Словенія	Любляна
15	Македонія	Скоп'є	30	Туреччина	Стамбул

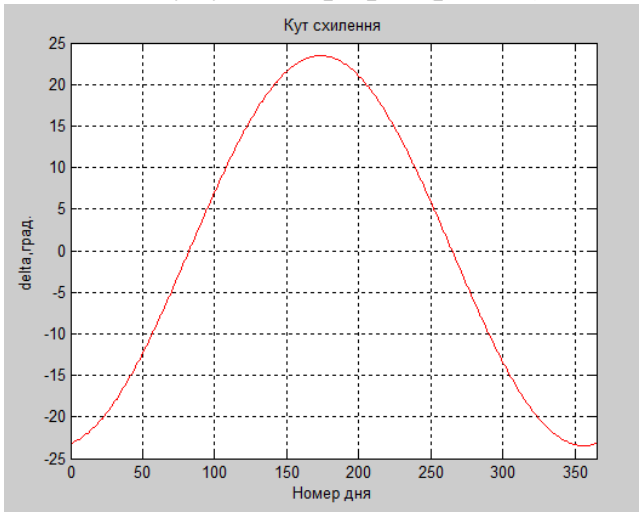
Методика обчислення сонячних кутів (рекомендації).

Алгоритм розрахунків пунктів 10 – 13 завдання 1.3 має бути наступним:

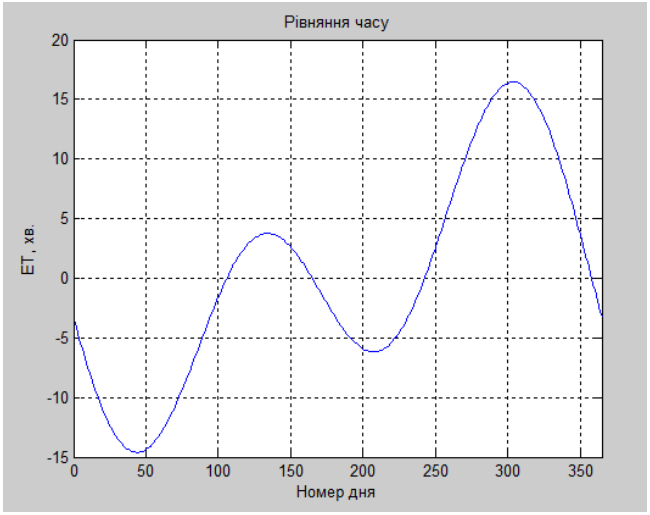
- Задати широту місця *L*, довготу місця *LL*, стандартний локальний меридіан *SL* (наприклад, для України *SL*=30°).
- Задати вектор номерів днів N=1:365.
- Обчислити за формулою (1) для кожного дня кути схилення δ. Побудувати графік (рис.8а).
- Обчислити за формулою (7) корекцію часу (рівняння часу) *ET*(*N*). Побудувати графік (рис.8б).
- Розрахувати часи сходу та заходу Сонця за формулами (14) у вигляді векторів $t_{sr}(N), t_{ss}(N)$.
- Обчислити змінення тривалості світлових днів на протязі року $T_s(N)$ і побудувати графік $T_s(N)$ (рис.8в)
- Задати вектор локального часу доби, наприклад, у хвилинах $\mathrm{t} = 0:1/60:24-1/60$.
- Розрахувати залежності *TST*(*N*,*t*) (формула (7)) і *h*(*N*,*t*) (формула (11)) для днів року і для хвилин доби й оформити ці дані як матриці.
- Розрахувати за формулою (12) залежність $\alpha(N,t)$ і побудувати графік (рис.8г). При розрахунку тим значенням $\alpha(N,t)$, які відповідають темному часу доби, присвоїти константу невизначеності NaN. Наприклад, ввести умову:

якщо $\alpha(N,t)<0$, то $\alpha(N,t)$=NaN

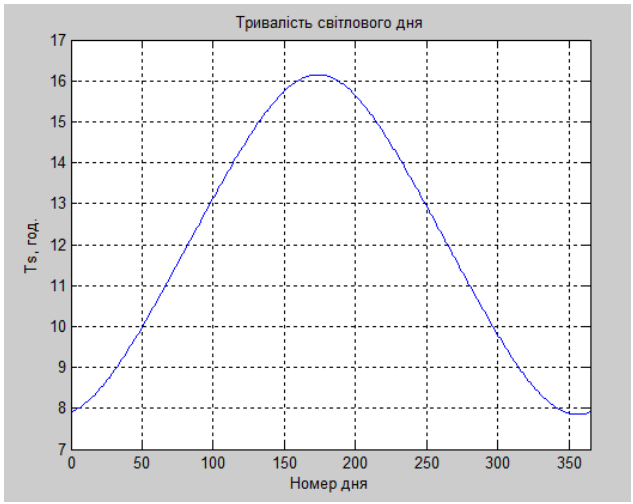
- Розрахувати матрицю зенітних кутів $\Phi(N,t)=90-\alpha(N,t)$. Побудувати графік (рис.8д)
- Розрахувати за формулою (13) матрицю азимутальних кутів $z(N,t)$. Побудувати графік (рис.8е).



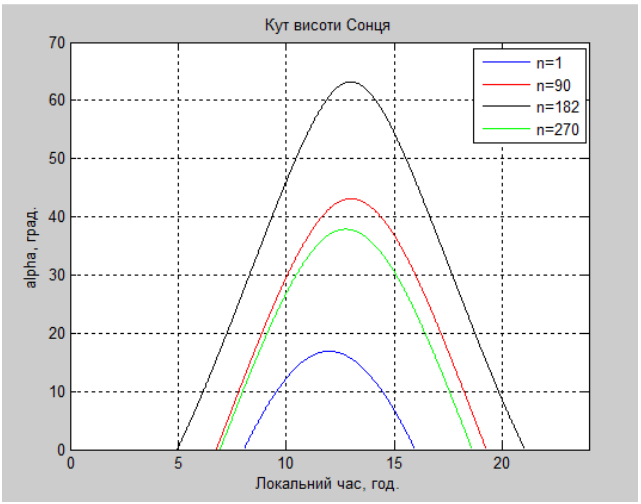
а



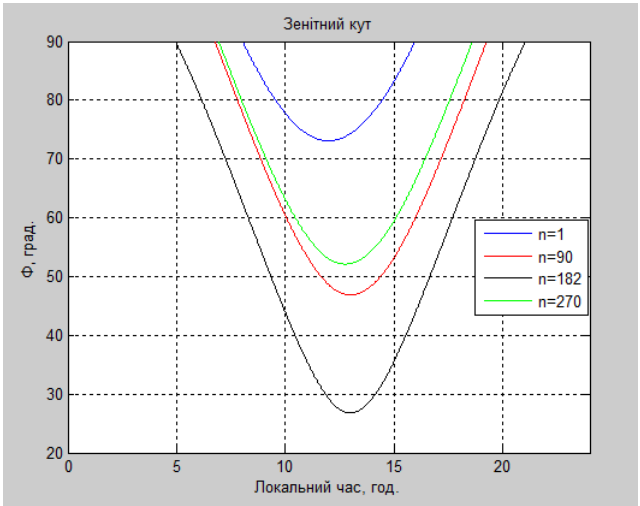
б



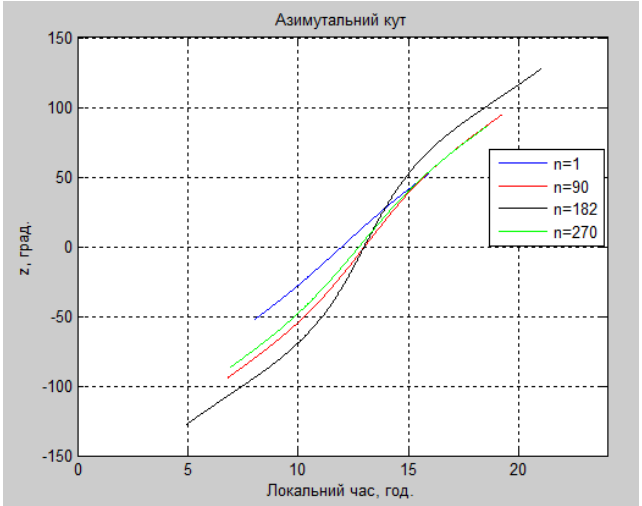
в



г



д



е

Рис. 8. Графіки сонячних та часових кутів: а – кут схилення; б – рівняння часу (корекція часу); в – тривалість світлового дня; г – кут висоти; д – зенітний кут;е – азимутальний кут.

Методичні вказівки до завдань частини 1

Наведемо приклад коду для обчислення часових даних руху Сонця:

```
L=50; LL=31; SL=30;
d0=23.45;
N=1:365;
t=0:1/60:24-1/60; %локальний час  (на годиннику)
dL=(LL-SL)/15; %різниця між локальним та
               %стандартним часовим меридіанами
DS=zeros(1,length(N)); %масив поправок на літній час
for n=N %цикл по днях
    %Кут схилення:
    delta(n)=d0*sind(360/365*(n+284));
    %Рівняння часу:
    B=360*(n-81)/364;
    ET(n)=9.87*sind(2*B)-7.53*cosd(B)-1.5*sind(B);
    %Поправка на літній час:
    if n>=90 & n<=300
        DS(n)=1; %для 2019 р.
    end
    %Час сходу та заходу (на годиннику):
    hs(n)=acosd(-tand(L)*tand(delta(n)));
    dt(n)=dL+ET(n)/60-DS(n);
    t_sr(n)=12-hs(n)/15-dt(n);
    t_ss(n)=12+hs(n)/15-dt(n);
    %Тривалість світлового дня:
    Ts(n)=2*hs(n)/15;
   for i=1:length(t)%цикл по хвилинах
    %Справжній сонячний час:
        TST(n,i)=t(i)+dt(n);
    %Матриця часових кутів:
        h(n,i)=(TST(n,i)-12)*15;
   end
end
```

На кожному з графіків завдань **мають бути** заголовки, підписи осей, легенди (якщо потрібні). Бажано використовувати атрибути завдання стилю ліній, маркерів, кольору (див відповідні розділи вікна Help, вводячи потрібне слово в строку пошуку MATLAB).

Частина 2. Трьохвимірні графіки

Теоретичні відомості

Для малювання графіків функцій двох змінних в системі MATLAB є кілька функцій, найбільш популярні наступні:

```
mesh(X,Y,Z)
surf(X,Y,Z)
contour(X,Y,Z)
```

Функція meshgrid

Ця функція записується як

```
[X,Y]=meshgrid(x,y)
```

і має два вхідних аргументу: вектори x і y довжиною n і m відповідно. Вихідними аргументами являються дві матриці X і Y розмірів m × n:

X =
x(1) x(2) . . . x(n)
x(1) x(2) . . . x(n)
. . . . . .
x(1) x(2) . . . x(n)

Y =
y(1) y(1) . . . y(1)
y(2) y(2) . . . y(2)
. . . . . .
y(m) y(m) . . . y(m)

Функція `mesh` малює сітчасту поверхню (Рис.9), поєднуючи прямими відрізками «сусід-ні» точки, тобто точки, координати яких розташовані або в сусідних рядках, або в сусідних стовпцях матриць X, Y. З вузлами цієї сітки можна зв'язати значення змінної z і побудувати за допомогою функції `mesh` сітчасту поверхню. Наприклад

```
[X,Y]=meshgrid(-3:.2:3,-2:.2:2);
Z=sin(X.^2+Y.^2).*exp(-X.^2);
mesh(X,Y,Z);
xlabel('X')
ylabel('Y')
zlabel('Z')
```

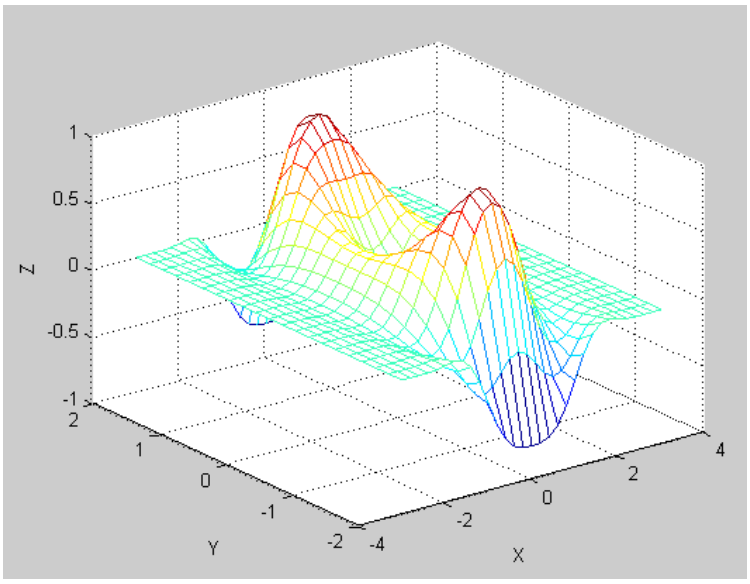


Рис. 9. Приклад побудови сітчастої поверхні за допомогою функції `mesh`

Функція surf

Суцільну (зафарбовану) поверхню (Рис. 10) малює функція

```
surf (X, Y, Z )
```

Наприклад

```
[X,Y]=meshgrid(-3:.2:3,-2:.2:2);
Z=sin(X.^2 + Y.^2).*exp(-X.^2);
surf(X,Y,Z);
xlabel('X')
ylabel('Y')
zlabel('Z')
```

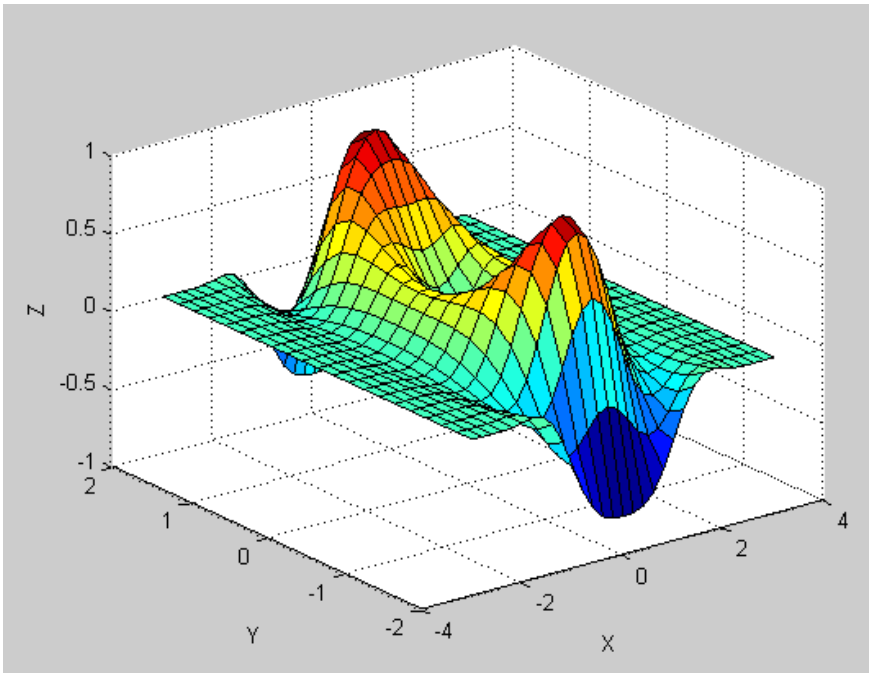


Рис. 10. Приклад побудови зафарбованої поверхні за допомогою функції `surf`

Команда

```
colormap палітра
```

дозволяє вибрати для зафарбовування поверхні певний набір кольорів (палітру). В наявності є такі палітри: `winter`, `spring`, `summer`, `autumn`, `bone`, `copper`, `hot`, `cool`, `gray`, `pink` та ін. Для виведення шкали кольорів використовується команда

```
colorbar
```

Задати спосіб фарбування поверхні можна за допомогою наступних команд:

`shading flat` ¬ забарвлює кожен чотирикутник (грань), з яких складається поверхня, одним кольором;

`shading interp` – кожна грань забарвлюється нерівномірно з використанням лінійної інтерполяції кольору

Команда

```
alpha A
```

дозволяє задати ступінь прозорості поверхні. Значення A = 1 відповідає непрозорої поверхні. Значення A = 0 – повністю прозорої.

Розглянемо приклад, наведений на рисунку 11:

```
[X,Y]=meshgrid(-3:.2:3,-2:.2:2);
Z=sin(X.^2+Y.^2).*exp(-X.^2);
surf(X,Y,Z)
colormap cool
colorbar
xlabel('X')
ylabel('Y')
zlabel('Z')
shading interp
alpha .8
view(-15,20)
```

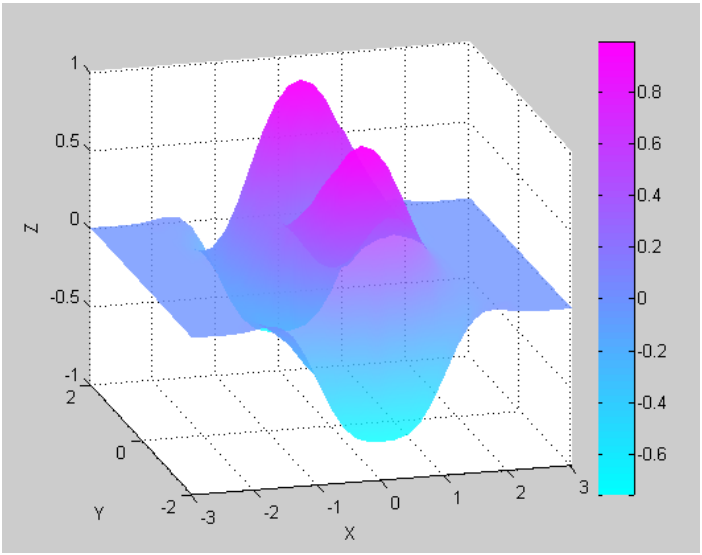


Рис.11. Приклад побудови прозорої поверхні за допомогою функції `surf`

Функція contour

Команда

```
contour(X,Y,Z ),
```

де X і Y – вектори, малює лінії рівня для масиву даних Z з урахуванням діапазону зміни координат x і y (Рис.12). Вказати число контурних ліній можна командою

```
contour(X,Y,Z,n)
```

де `n` - число ліній рівня для масиву даних Z (за замовчуванням n = 10).

Команда

```
contour(X,Y,Z,v)
```

малює лінії рівня для заданих значень, які вказані в векторі v.

Для визначення типу і кольору ліній рівня використовуються ті ж атрибути, що і для функції `plot`.

Приклад.

```
] = meshgrid(-3:.2:3, -2:.2:2);
Z = sin(X.^2 + Y.^2).*exp(-X.^2);
contour(X,Y,Z,'ShowText','on'),
colormap copper
colorbar
xlabel('X')
ylabel('Y')
zlabel('Z')
```

В даної програмі специфікація `'ShowText'`- визначає підписи контурних ліній: `'on'` – підписи відображаються вздовж контурних ліній, `'off'` - підписи не відображаються.

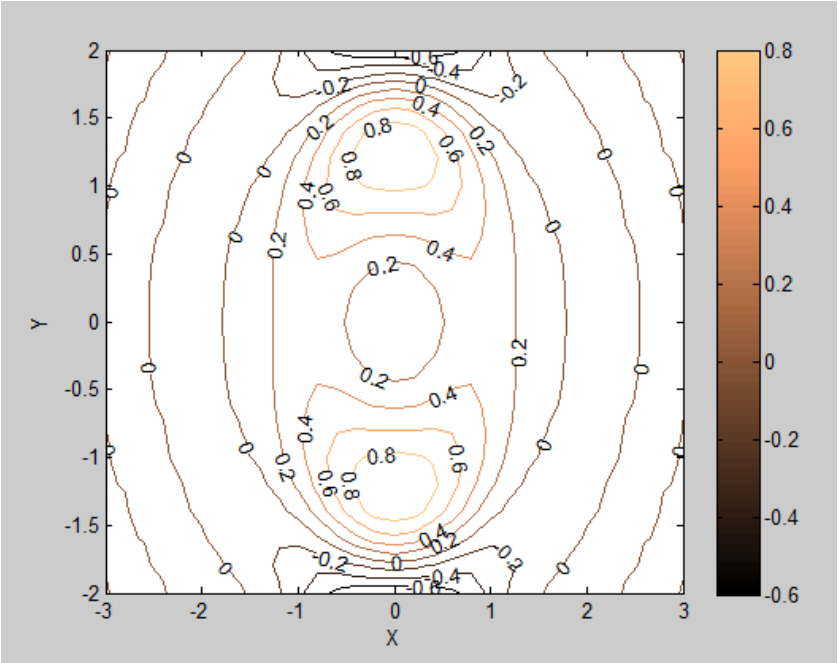


Рис.12. Приклад побудови контурних ліній рівня за допомогою функції `contour`

Функція plot3

Для побудови кривих в 3-вимірному просторі передбачена функція `plot3`, яка має наступний синтаксис:

```
plot3(X,Y,Z,LineSpec)
```

-створює графік в координатах `X,Y,Z`, використовуючи вказаний в наборі атрибутів `LineSpec` стиль лінії, маркер і колір.

Приклад.

```
%% Параметричне завдання кривої в 3D
t =0:pi/50:10*pi; % параметр
a = t.^2.*cos(t);
b = t.^2.*sin(t);
c = t;
figure(1)
plot3(a,b,c, 'LineWidth',1.5)
title('Крива в 3D')
xlabel('a')
ylabel('b')
zlabel('c')
grid on
%% 150 випадкових точок в 3D, нормально розподілених по кільцю
t = linspace(0,2*pi,150);
a=cos(t)+0.2*randn(1,150);
b=sin(t)+0.2*randn(1,150);
c=ones(1,numel(a));
figure(2)
plot3(a,b,c,'o','Color','b','MarkerSize',5,...
    'MarkerFaceColor','#D9FFFF')
title('Точки, нормально розподілені по кільцю')
```

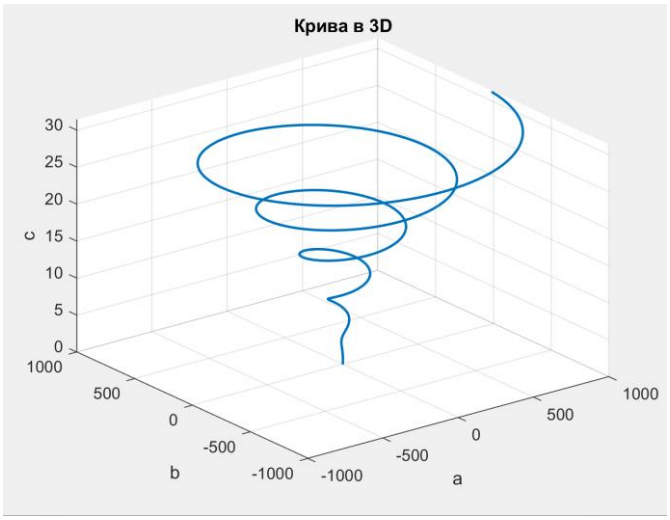
```
xlabel('a')
ylabel('b')
zlabel('c')
grid on
```

В даної програмі застосовані наступні функції та специфікації:

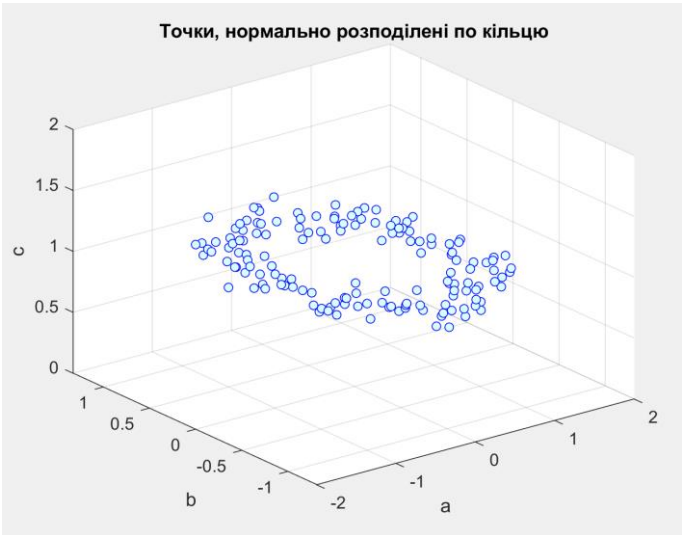
- `'LineWidth',1.5` -визначення товщини лінії;
- `linspace(0,2*pi,150)` – повертає вектор 150 рівномірно розташованих точок між 0 і 2π з інтервалом між точками 2π/150;
- `randn(1,150)` - генератор випадкових чисел з нормальним розподілом, який повертає матрицю 1×150 (вектор);
- `numel(a)` – повертає кількість всіх елементів в масиві `a;`
- `'Color','b','MarkerSize',5,'MarkerFaceColor','#D9FFFF'` – призначення кольору контуру маркера точок, розміру маркера, кольору заповнення маркера

Більш детальне пояснення необхідних функцій і команд можна знайти у вікні **Help**, вводячи потрібне слово в строку пошуку MATLAB.

Отримані графік і діаграма випадково розподілених по кільцу точок показані на рисунках 13а і 13б відповідно.



а



б

Рис.13. Приклади застосування функції `plot3` *для створення графіку трьох вимірної кривої (а) і розташування множини точок (б)*

Завдання 2.1

Для міста вашого варіанту побудувати наступні трьохвимірні графіки:

1. Графік кутів підйому Сонця $\alpha(N,t)$ за допомогою функції `contour`.
2. Графік зенітних кутів $\Phi(N,t)$ за допомогою функції `surf`.
3. Графік азимутальних кутів $z(N,t)$ за допомогою функції `mesh`.
4. За допомогою функції `plot3` побудувати в координатах z, α (азимут, кут підйому сонця) траєкторію руху сонця по небосхилу в дні літнього та зимового сонцестояння. Для обчислення траєкторії використовувати формули (7), (8), (11)-(13).

На кожному з графіків **мають бути** заголовки, підписи осей, легенди (якщо потрібні). Використовувати атрибути завдання стилю ліній, маркерів, кольору або мапи кольору для графіків поверхні.

Частина 3. Графічна ілюстрація нерівномірності руху Землі навколо Сонця. Обчислення аналеми

Внаслідок нерівномірності обертання Землі навколо Сонця маємо поправку *ET* (8) до справжнього сонячного часу. Ця нерівномірність в русі по екліптиці відповідає за те, що сонце спостерігають трохи лівіше або трохи правіше місцевого меридіана опівдні протягом 361 із 365 днів кожного року.

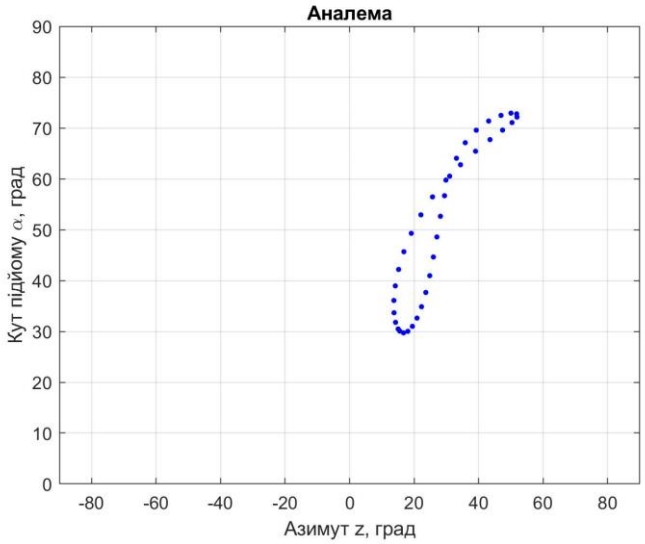
Якщо спостерігати положення сонця на небосхилі в один і той же час доби протягом року, то можна помітити, що ці положення описують петлю, подібну до цифри «8», яку зазвичай називають *аналемою*. Якщо спостереження відбувається протягом першої половини дня, аналема буде нахилена в лівий бік; навпаки, коли сонце спостерігають у другій половині дня, аналема буде нахилена в правий бік. Кут нахилу аналеми залежить від географічної широти. Верхній край аналеми позначає максимальний кут підйому сонця α в даний час на протязі року, нижній край – мінімальному α.

Відомі успішні спроби фотографування аналем, як мультиекспозицій на одну плівку (Рис. 14). На даний час існує невелика кількість успішно виготовлених аналем, що є ознакою технічної складності такого завдання. Корисною для розуміння природи аналеми є анімація, представлена за посиланням: https://en.wikipedia.org/wiki/Equation_of_time#/media/File:EquationofTimeandAnalemma.gif

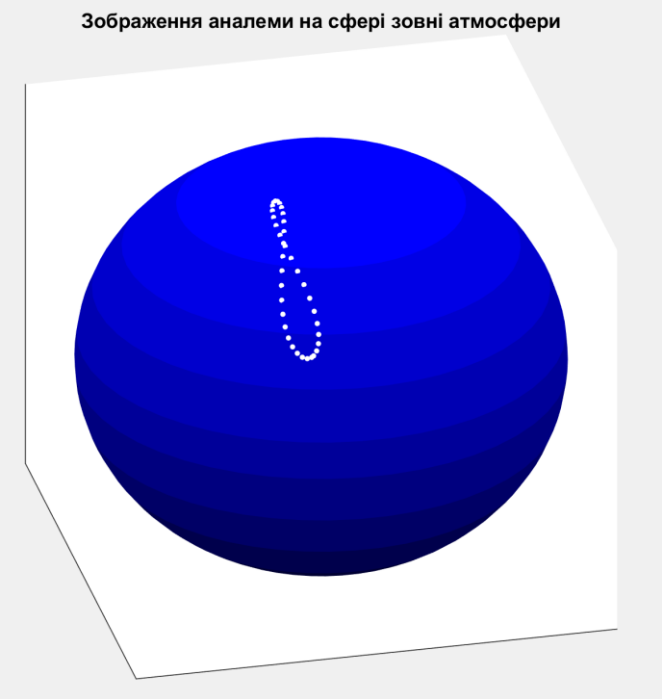
Рис. 14. Аналема, сфотографована в Греції (Афіни) в 09:00:00 UT+2 з 7.01.2003 по 20.12.2003; 47 мультиекспозицій
https://perseus.gr/Astro-Solar-Analemma.htm

Завдання 3.1

1. Користуючись формулами (12), (13), побудувати на площині z, α (азимут, кут підйому сонця) аналему (Рис. 15а) для заданих широти місця *L* та часу спостережень *LST* (згідно свого варіанту, див. нижче). Додаткові умови:
   - інтервали змінних на графіку z∈[-90°, 90°], α∈[0°, 90°];
2. Побудувати на сферичному небосхилі (з його зовнішньої сторони) точкове зображення аналеми у вигляді білих точок, розташованих на сфері одиничного радіусу (Рис.15б).



а



б

Рис. 15. Розрахункові аналеми для широти 35°, часу 13-00, 37 точок: а – представлення в координатах z, α; б – представлення зовні на сфері небосхилу з центром в точці спостерігача.

Варіанти для завдання 3.1

Номер варіанту в комірках в середині таблиці; відповідні значення широти місця *L* та часу спостережень *LST* – в заголовках рядків і стовпчиків.

*L**LST*	9-00	10-00	11-00	12-00	13-00	14-00	15-00
25°	1	2	3	4	5	6	7
35°	8	9	10	11	12	13	14
45°	15	16	17	18	19	20	21
55°	22	23	24	25	26	27	28
65°	29	30	31	32	33	34	35

Рекомендації до завдання 3.1.

Для побудови аналеми (Рис.15а) необхідно

- задати номери днів, для яких будуть розраховуватись положення сонця;
- розрахувати вектори корекції часу *ET* і *TST;*
- знайти вектори сонячних кутів δ, α, z;
- скористатися функцією plot.

Наведемо приклад коду для графічних побудов для п.2 завдання 3.1. Якщо вектори значень z, α вже обчислені (змінні `z,alfa)`, можна застосувати наступний код:

```
figure(1)
plot(z,alfa,'b.', 'MarkerSize',10)
axis([-90 90 0 90])
xlabel('Азимут z, град')
ylabel('Кут підйому \alpha, град')
title('Аналема')
grid on

figure(2)
ax2 = nexttile;
[X,Y,Z] = sphere(ax2,50)
axis equal
map = [0 0 0.2
       0 0 0.3
       0 0 0.4
       0 0 0.5
       0 0 0.6
       0 0 0.7
```

```
        0 0 0.8
        0 0 0.9
        0 0 1.0];
sky=surf(X,Y,Z)
set(sky, 'EdgeColor','none');
set(gca,'xtick',[], 'ytick',[], 'ztick',[])
colormap(map)
hold on

x0=sind(z).*cosd(alfa);
y0=cosd(z).*cosd(alfa);
z0=sind(alfa);
plot3(x0,y0,z0,'.w','MarkerSize',10)
```

Пояснення функцій і команд цього коду можна знайти у вікні **Help**, вводячи потрібне слово в строку пошуку MATLAB.

Оформлення РР

У звіту, який подається в електронному вигляді, повинні бути представлені:

- титульний лист,
- опис завдань,
- програми розрахунків,
- відображення результатів,
- скріншоти графіків,
- висновки.

Література

1. Duffie J.A., Beckman W.A. Solar Energy of Termal Processes. – 4th edition/ New Jersey: John Wiley & Sons, 2013. – 910 p. Даффи Дж.А., Бекман У.А. Тепловые процессы с использованием солнечной энергии /М.: Мир, 1977. – 420 с.
2. Kalogirou S. A.. Solar Energy Engineering: Processes and Systems . – 1st edition / London: Academic Press, 2009. – 760 p.
3. Лазарєв Ю. Ф. Довідник з MATLAB / Електронний навчальний посібник з курсового і дипломного проектування. – К.: НТУУ "КПІ", 2013. – 132 с
4. MATLAB.The Language of Technical Computing / The MathWorks, Inc. , 2005 .- 716 p. Режим доступу: https://www.mn.uio.no/astro/english/services/it/help/mathematics/matlab/graphg.pdf

5. Гаєвський О.Ю. Фотоенергетика. Частина І. Сонячна радіація і фотоелектричні модулі: підручник / О.Ю. Гаєвський. – Київ: КПІ імені Ігоря Сікорського. Електронне видання, 2023. – 141 с.