

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»**

Приладобудівний факультет

Кафедра комп'ютерно-інтегрованих оптичних і навігаційних систем

До захисту допущено:

Завідувач кафедри

_____ Надія БУРАУ

«__»_____2024р.

Дипломна робота

на здобуття ступеня бакалавра

**за освітньо-професійною програмою «Комп'ютерно-інтегровані технології та
системи навігації і керування»**

спеціальності 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології»

на тему: «Система інерціальної орієнтації об'єкта»

Виконав:

студент IV курсу, групи ПГ-01

Проценко Володимир Вікторович _____

Керівник:

Кандидат тех. наук, доцент

Мураховський Сергій Анатолійович _____

Рецензент:

Кандидат тех. наук, доцент

Вислоух Сергій Петрович _____

Засвідчую, що у цій дипломній роботі немає
запозичень з праць інших авторів без
відповідних посилань.

Студент _____

Київ – 2024 року

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Приладобудівний факультет

Кафедра комп'ютерно-інтегрованих оптичних та навігаційних систем

Рівень вищої освіти – перший (бакалаврський)

Спеціальність – 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології»

Освітньо-професійна програма «Комп'ютерно-інтегровані системи та технології в приладобудуванні»

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

_____ Надія БУРАУ

«__» _____ 20__ р.

ЗАВДАННЯ

на дипломну роботу студенту

Проценку Володимирі Вікторовичу

1. Тема роботи «Система інерціальної орієнтації об'єкта», керівник роботи Мураховський Сергій Анатолійович, к.т.н., затверджені наказом по університету від «__» _____ 20__ р. № _____

2. Термін подання студентом роботи 12.06.2024 р.

3. Вихідні дані до роботи

Час роботи системи в інерціальному режимі - до 500 с, точність визначення кутів крену і тангажу - 0.1° , точність визначення кута курсу – 0.5° , максимальні дрейфи по кутовій швидкості - $\omega_D = 5^\circ/\text{год}$.

4. Зміст роботи

Вступ. Огляд інерціальних датчиків та систем орієнтації кутовим положенням. Аналіз математичної моделі системи інерціальної орієнтації при різних типах датчиків первинної інформації, вибір алгоритмів системи орієнтації. Розробка програмної моделі в середовищі MATLAB, моделювання та аналіз результатів. Висновки.

5. Перелік ілюстративного матеріалу (із зазначенням плакатів, презентацій тощо)

Презентація 15-20 слайдів. Рисунки, схеми в пояснювальній записці.

6. Консультанти розділів роботи*

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв

7. Дата видачі завдання _____

Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання дипломної роботи	Термін виконання етапів роботи	Примітка
1	Огляд літератури	26.05.2024	
2	Огляд систем інерціальної орієнтації	31.05.2024	
3	Розробка математичної моделі	05.06.2024	
4	Розробка програмної моделі. Моделювання	10.06.2024	
5	Оформлення пояснювальної записки	12.06.2024	

Студент

Володимир ПРОЦЕНКО

Керівник

Сергій МУРАХОВСЬКИЙ

* Якщо визначені консультанти. Консультантом не може бути зазначено керівника дипломної роботи.

АНОТАЦІЯ

Дана робота була виконана з метою створення та дослідження роботи імітаційної моделі інерціальної системи орієнтації об'єкта, відповідно до умов заданих у завданні роботи.

Актуальність даної роботи аргументується зростаючою потребою у розробці та вдосконаленні інерціальних систем орієнтації, головною перевагою, яких є автономність та завадостійкість, що є вкрай важливим аспектом для сучасним автоматизованих систем.

У першому розділі було виконано огляд основ систем інерціальної орієнтації та навігації об'єкта, з акцентом на основи орієнтації. Проведено огляд принципів роботи безплатформних інерціальних систем орієнтації, їх компонентів, а також методів калібрування чутливих елементів, що використовуються в цих системах. Було досліджено сучасні інерціальні засоби визначення кутової орієнтації та виконано короткий огляд алгоритмів, що використовуються для її визначення.

Другий розділ роботи присвячено огляду та аналізу математичних моделей та методів, що використовуються в інерціальних системах орієнтації, а саме: систем координат, кінематичних параметрів кутового положення об'єкта, кінематичних рівнянь орієнтації та методів інтегрування кінематичних та диференціальних рівнянь.

Третій розділ даної роботи присвячено моделюванню системи інерціальної орієнтації в середовищі MATLAB. Для моделювання роботи системи орієнтації було розроблено імітаційну модель інерціальної системи орієнтації, а також створено блок імітаційного руху основи, на якій має розміщуватись система. Використовуючи результати моделювання було проведено аналіз та сформовано висновки.

Ключові слова: орієнтація, система орієнтації, гіроскоп, алгоритм.

ABSTRACT

This thesis was conducted with the aim of creating and studying the operation of a simulation model of the inertial orientation system of an object, according to the conditions specified in the task of the work.

The relevance of this work is justified by the growing need for the development and improvement of inertial orientation systems, whose main advantages are autonomy and resistance to interference. These features are critically important for modern automated systems.

The first chapter provides an overview of the fundamentals of inertial orientation and navigation systems, with a focus on the basics of orientation. An overview of the principles of operation of strapdown inertial orientation systems, their components, and the methods for calibrating the sensitive elements used in these systems is presented. Modern inertial means of determining angular orientation and a brief review of the algorithms used for this purpose are also examined.

The second chapter is dedicated to the review and analysis of the mathematical models and methods used in inertial orientation systems, namely: coordinate systems, kinematic parameters of the angular position of the object, kinematic orientation equations, and methods for integrating kinematic and differential equations.

The third chapter of this work focuses on the modeling of the inertial orientation system in the MATLAB environment. For the modeling of the orientation system, a simulation model of the inertial orientation system was developed, and a block for simulating the motion of the base, on which the system is to be placed, was created. Using the results of the modeling, an analysis was conducted and conclusions were formed.

Keywords: orientation, orientation system, gyroscope, algorithm.

ЗМІСТ

АНОТАЦІЯ	4
ABSTRACT	5
ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ.....	8
ВСТУП.....	9
РОЗДІЛ 1. ОГЛЯД СТАНУ ПРОБЛЕМИ	11
1.1. Основи систем орієнтації і навігації.....	11
1.2. Загальний огляд БІСО та її складових.....	14
1.3. Калібрування чутливих елементів безплатформної інерціальної системи орієнтації	16
1.4. Огляд сучасних засобів визначення кутової орієнтації.....	17
1.4.1. Механічні гіроскопи	18
1.4.2. Вібраційні гіроскопи.....	20
1.4.3. Лазерні гіроскопи.....	22
1.4.4. Волоконно-оптичні гіроскопи	25
1.4.5. Мікромеханічні гіроскопи.....	27
1.5. Алгоритми визначення орієнтації.....	32
1.6. Висновки та постановка завдання	33
РОЗДІЛ 2. МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ТА МЕТОДИ, ЩО ВИКОРИСТОВУЮТЬСЯ В ІНЕРЦІАЛЬНИЙ СИСТЕМАХ ОРІЄНТАЦІЇ	35
2.1. Системи координат.....	35
2.2. Кінематичні параметри кутового положення тіла	39
2.2.1. Кути Ейлера-Крилова і матриця напрямних косинусів	39
2.2.2. Вектор Ейлера єдиного повороту.....	42
2.2.3. Кватерніон повороту.....	43

	7
2.2.4. Вектори повороту Гіббса та скінченого повороту Родріга	44
2.3. Кінематичні рівняння орієнтації	45
2.4. Методи інтегрування кінематичних та диференціальних рівнянь	48
2.5. Висновки до розділу 2	54
РОЗДІЛ 3. МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМИ ІНЕРЦІАЛЬНОЇ ОРІЄНТАЦІЇ В СЕРЕДОВИЩІ MATLAB	56
3.1. Розробка імітаційної моделі	56
3.2. Моделювання роботи БІСО	58
3.3. Висновки до розділу 3	76
ВИСНОВКИ	78
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	80
ДОДАТОК А	83

ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ

- БІСО – безплатформна інерціальна система орієнтації
БІНС – безплатформна інерціальна навігаційна система
СК – система координат
ЧЕ – чутливий елемент
ДКШ – датчик кутової швидкості
ІВМ – інерціальний вимірювальний модуль
ІНС – інерціальна навігаційна система
МЕМС – мікроелектромеханічна система
КВГ – Коріолісовий вібраційний гіроскоп
КЛГ – Кільцевий лазерний гіроскоп
ВОГ – волоконно-оптичний гіроскоп
ММГ – мікромеханічний гіроскоп
МНК – матриця напрямних косинусів
РР – режим руху
РЧ – режим чутливості

ВСТУП

Для ефективного керування будь-яким рухомим об'єктом є необхідним визначення його поточного кутового положення у просторі, а також місцезнаходження. Реалізація визначення кутових положень та місцезнаходження об'єкта можлива з використанням систем: інерціальних, супутникових, оптичних, радіо, оглядово-порівняльних та інших. З усіх перелічених лише інерціальна система орієнтації має ключову перевагу у вигляді повної автономності, що є суттєвим параметром під час вибору системи орієнтації для вирішення тих чи інших задач.

Метою системи інерціальної орієнтації є вдосконалення систем керування об'єктом за рахунок надання інформації про кутове положення об'єкта у просторі, без необхідності використання зовнішніх джерел інформації, таких як супутникове або наземне обладнання. Даний аспект вказує на цілий ряд переваг даного типу систем, а саме можливість автономного визначення кутів рискання, тангажу та крену об'єкта, незалежно від зовнішнього впливу, що в свою чергу може забезпечити певну стабільність об'єкта у просторі. Автономність є важливим фактором популяризації систем інерціальної орієнтації, адже надійність з'єднання з зовнішніми джерелами інформації, яке реалізоване за допомогою радіозасобів, або ж оптико-електронних систем є вкрай не надійним методом передавання інформації для багатьох рухомих об'єктів, через існування таких явищ як радіоперешкоди, відсутність прямої видимості, не відповідні кліматичні умови застосування та недостатня кількість зовнішніх джерел інформації.

З плином часу потреба у системах інерціальної орієнтації об'єктів лише зростає. Зростаюча актуальність систем аргументується появою нових та розширенням існуючих сфер діяльності людства. Це в свою чергу призводить до підвищення вимог до розвитку та удосконалення систем у напрямку точності, зменшення габаритних розмірів та ваги, а також зниження вартості.

Можливості використання систем інерціальної орієнтації розширилися з появою сучасних мікромеханічних датчиків, основними перевагами, яких є невелика вартість відносно точності, яка є достатньою для вирішення ряду задач у таких

сферах, як: авіація, судноплавство, космонавтика, автомобільна промисловість, безпілотні засоби, робототехніка тощо. Однією з ключових сфер, які популяризують та формують перспективи систем інерціальної орієнтації у наш час є безпілотні засоби. Кількість та різноманітність задач в яких застосовуються інерціальні системи орієнтації невідомо зростає, що в свою чергу ставить відповідні вимоги до технічних характеристик інерціальних систем. Відповідно до цього аргументується актуальність у роботі над дослідженням та удосконаленням інерціальних систем орієнтації об'єктів, а в значній частині над найбільш актуальними та сучасними безплатформними інерціальними системами, які стали ідеальними поєднанням програмного та апаратного забезпечення.

Для вирішення проблеми розв'язуються задачі визначення орієнтації об'єкта, ефективних математичних моделей систем інерціальної орієнтації, за різних умов, вибору алгоритмів системи орієнтації, вибору оптимальних датчиків для системи, опрацювання та нівелювання різноманітних аспектів, що впливають на точність систем, а також задачі, що стосуються удосконалення інерціальних систем в усіх напрямках. Вирішення цих задач є ключовими для забезпечення високої точності та надійності інерціальних систем орієнтації. Розробка, дослідження та впровадження ефективних алгоритмів і методів дозволяє підвищити точність і стійкість систем до різноманітних зовнішніх впливів, що є критично важливим для їх успішного функціонування в реальних умовах експлуатації.

Під час вирішення проблеми увага суттєво акцентується на обранні оптимального датчиків, які задовольняють вимоги до системи та мають суттєвий вплив на точність системи. Також одним з важливим аспектів розробки, дослідження та удосконалення систем інерціальної орієнтації є вибір алгоритму визначення орієнтації, який є основою програмної частини системи. Вибір оптимального алгоритму серед усіх можливих варіантів визначення кутової орієнтації об'єкта є важливим аспектом для ефективної системи інерціальної орієнтації.

РОЗДІЛ 1

ОГЛЯД СТАНУ ПРОБЛЕМИ

В даному розділі розглянуті ключові аспекти, які впливають на точність сучасних систем інерціальної орієнтації. Виконано огляд різноманітних наукових робіт, ціллю яких було дослідження проблематики неточностей інерціальних систем орієнтації з ціллю пошуку інноваційних методів компенсації виникаючих похибок.

1.1. Основи систем орієнтації і навігації

Система інерціальної орієнтації в більшій частині випадків є важливою складовою частиною інерціальної навігаційної системи (ІНС). Над концепцією створення інерціальних систем навігації і орієнтації почали активно працювати ще на початку 20 століття. ІНС стали головним кроком до створення ефективних навігаційних систем для рухомих об'єктів. Базовими чутливими елементами для систем навігації і орієнтації стали акселерометр та гіроскоп. За рахунок того, що прилади, які використовуються в системах навігації і орієнтації, це прилади принцип роботи яких полягає у використанні інерції маси, системи називають інерціальним. Надважливим здобутком в сфері інерціальних систем стало створення безплатформних систем [1, 2].

Головною тенденцією розвитку інерціальних систем навігації і орієнтації в наш час є практично повний перехід до концепції безплатформних інерціальних навігаційних систем (БІНС) та безплатформних інерціальних систем орієнтації (БІСО) [1, 3].

Головною особливістю БІНС є жорстке закріплення блоку з інерціальними чутливими елементами (ЧЕ) у корпусі, що зафіксований на осях об'єкта. Відповідно до цього не відбувається фізичне моделювання системи координат (СК) за допомогою гіростабілізаційної платформи. Розрахунок СК відбувається аналітично, що в свою чергу через деякі причини призводить до підвищення вимог щодо точності ЧЕ. Електромеханічна платформа дозволяє провести калібрування ЧЕ при кожному

включені, при цьому виконати горизонтування системи і фізичне встановлення орієнтації осей платформи шляхом подвійного гірокомпасування. В безплатформних системах ці процедури проводяться аналітично під час початкової виставки [3].

Робота БІНС не можлива без формування аналітичної платформи, яка представляє з себе конкретний математичний апарат, що створює умови для описання орієнтації системи координат, яка зв'язана з об'єктом відносно опорної СК. В БІНС ця задача виконується підсистемою, яку називають безплатформною інерціальною системою орієнтації [1, 3]. Інформація про орієнтацію об'єкта необхідна як для керування, так і для вирішення питання навігації об'єкта, шляхом перепроєктування вектору прискорення і його подвійного інтегрування [3].

Варто зазначити, що точність системи орієнтації є надважливим критерієм, що істотно впливає на точність БІНС. Точність БІСО визначають за допомогою інструментальних похибок інерціальних вимірювачів БІНС та методичних похибок алгоритмічного забезпечення [3].

Привабливість безплатформних систем активно зростала за рахунок відсутньої необхідності у використанні гіростабілізуючої платформи, яка є найбільш технологічно важкою складовою системи, що в той же час вказує на її високу вартість. В свою чергу безплатформні системи встановлюються безпосередньо на борту об'єкта. В свою чергу електромеханічна модель гіростабілізуючої платформи системи координат замінюється на математичну модель. Це у свій час вказало на неможливість використання усього потенціалу схеми у зв'язку з жорсткими умовами роботи ЧЕ безпосередньо на борту об'єкта при високих умовах до їх технічних характеристик. Серійне виробництво БІНС було опановане в 80-х роках, насамперед в США [4].

Перелік переваг безплатформних інерціальних систем над платформовими [3]:

- відсутність істотної залежності від маневрування об'єкта;
- більша частота вихідного сигналу;
- висока надійність;
- суттєво зменшений час початкової виставки;
- менші маса та габарити;

- зменшена вартість виробництва та обслуговування;
- стійкість до вібрацій і ударів;
- зменшене енергоспоживання.

В наш час можливості безплатформних систем суттєво зростають. Підвищення можливостей аргументується прогресом у виробництві гіроскопів, акселерометрів та мікропроцесорної техніки. Також варто зазначити, що розвиток інерціальних систем провокується й появою нових сфер застосування цих систем. При цьому великий вплив здійснило виникнення можливості корекції за допомогою супутникових навігаційних систем, які активно розвинулись за останні декілька десятиліть [4].

Для роботи БІНС та БІСО є необхідним визначення початкових умовних систем, а саме: кутова орієнтація, координати та інше. Для цього виконується процедура початкової виставки, яка визначає початкову орієнтацію зв'язаної СК відносно базової. Умовно виставка поділяється на початкову та при русі об'єкта. Задача початкової виставки в інерціальній навігації полягає в визначенні кінематичних параметрів орієнтації. Поділяючи початкову виставку на грубий і точний етапи отримаємо, що сенс грубої початкової виставки полягає у визначенні вертикалі місця, що ще називають аналітичним горизонтуванням, та азимута, що ще називають аналітичним гірокомпасуванням. Для цього використовуються акселерометри та акселерометри з гіроскопами відповідно. Під час етапу точної початкової виставки визначаються малі кути між зв'язаною і базовою СК. За рахунок використання фільтра Калмана отримуємо можливість оцінки похибок кутової орієнтації, складових швидкостей для подальшого їх врахування при виставці [3].

Слід також зауважити, що основою для побудови інерціальних систем орієнтації та навігації є інерціально-вимірювальні модулі (ІВМ), або ж як їх ще можуть називати – блоки чутливих елементів. Складовим частинами ІВМ є акселерометри та гіроскопи, які мають свої індивідуальні параметри, а саме: масштабний коефіцієнт, зміщення нуля, коефіцієнти перехресного зв'язку та інші. Не враховуючи це варто згадати про розбіжності осей ЧЕ з базовими осями блоку, які виникають через інструментальні похибки виготовлення. Для визначення вищенаведених параметрів використовується процедура калібрування [5].

1.2. Загальний огляд БІСО та її складових

Безплатформна інерціальна система орієнтації є важливою компонентою БІНС. Головна її задача полягає у визначенні поточної кутової орієнтації об'єкта, на якому встановлено інерціальну систему, відносно місцевої географічної системи координат, з метою здійснення перепроєціювання вектора поточного прискорення основи з об'єктної системи координат на географічну СК. БІСО можна називати систему в якій блок чутливих елементів жорстко зафіксований на борту рухомого об'єкту, це вказує на те, що положення осей чутливості ЧЕ у просторі змінюється разом з положенням рухомого об'єкта [6].

Основними перевагами БІСО над іншими системами визначення кутової орієнтації об'єкту є [3]:

- високоточне визначення положення об'єкта в будь-якому діапазоні кутів;
- висока частота видачі інформації;
- незбурюваність зовнішніми прискореннями;
- завадостійкість;
- автономність.

Основними недоліками БІСО є :

- необхідні початкової виставки;
- накопичення похибок з часом;
- необхідність безперервності роботи.

Двома головними блоками безплатформної інерціальної системи орієнтації є [6]:

- 1) блок вимірювачів, призначенням якого є виміри значень або проекцій абсолютної кутової швидкості основи, що виконуються гіротахометрами, в окремі моменти часу, що в свою чергу є розділеними по так званому кроку вимірювачів, або інтегралів за часом від цих проекцій (так званих квазікоординат) за один крок опитування;

- 2) бортовий обчислювальний пристрій, який відповідно до вимірювання виконує обчислення, за допомогою чисельного інтегрування відповідно до визначеного алгоритму, параметрів поточної орієнтації основи.

Здебільшого алгоритми, що використовуються в БІСО поділяються на розгінні і безрозгінні [6].

Розгінними називаються алгоритми, що використовують дані з ІВМ на декількох попередніх кроках опитування вимірювачів. З урахуванням цього орієнтація основи визначається через один крок опитування вимірювачів [3].

Безрозгінними (самостартувальними) називають алгоритми у яких немає необхідності у використанні вимірювальної інформації попередніх кроків опитування, відповідно до цього немає необхідності в операції стартування алгоритму. Орієнтація основи визначається алгоритмом через декілька кроків опитування [6].

Розвиток БІСО відбувається за двома основними напрямками: удосконалення технічних характеристик датчиків та пошук нових алгоритмічних та конструктивних рішень побудови систем [1].

Головними вимогами до БІСО є:

- високоточне визначення кутів орієнтації об'єкта;
- невеликі габарити та незначне енергоспоживання відносно виконуваних задач;
- універсальність, яка виражається у алгоритмічному переході до визначення різних параметрів;
- підвищення надійності та тривалості роботи без обслуговування;
- автономність функціонування.

В традиційних БІСО основними датчиками вимірювання є датчики кутової швидкості (ДКШ), використання яких дозволяє визначати усі три кути орієнтації об'єкта, визначення яких є метою роботи інерціальної системи орієнтації, а саме кути крену, тангажу та рыскання. Але варто зазначити, що існує велика різноманітність гіроскопічних вимірювачів, що використовуються в системах. Типи гіроскопічних датчиків можна розподілити за вимірюваними параметрами [4]:

- кути повороту об'єкта (одноосьові гіростабілізатори, лазерні гіроскопи, твердотільні хвильові гіроскопи);
- напрямні косинуси (сферичний гіроскоп з електростатичним підвісом ротора, сферичний гіроскоп з магнітним підвісом, сферичний гіроскоп з газовим підвісом);
- кутові швидкості об'єкта у СК (поплавкові ДКШ, лазерні гіроскопи, волоконно-оптичні гіроскопи, динамічно налагоджувальні гіроскопи, мікромеханічні гіроскопи, вібраційні гіроскопи).

Варто зазначити про безпосередній вплив на точність БІСО таких технічних характеристик ДКШ, як нестабільність зміщення нуля та діапазон вимірювання. Що стосується даних з акселерометрів, які використовуються для початкової виставки системи і її корекції, їх вплив на точність визначення параметрів БІСО може бути незначним [3].

1.3. Калібрування чутливих елементів безплатформної інерціальної системи орієнтації

Калібруванням називають процес визначення параметрів вихідних сигналів вимірювачів з метою урахування їх у подальшому. Точне отримання вимірюваних параметрів є вкрай важливою складовою ефективної роботи інерціальних систем орієнтації та навігації. Досягається воно шляхом урахування усіх похибок та особливостей ЧЕ. В подальшому, після визначення адекватної моделі ЧЕ, при роботі БІСО вихідні сигнали гіроскопів і акселерометрів будуть компенсуватися відповідно до моделі похибок [4].

Для ефективного визначення похибок необхідно зробити раціональний вибір моделі, яка включає в себе перелік коефіцієнтів моделі похибок ЧЕ. До математичної моделі алгоритмічної компенсації похибок висувуються такі вимоги [3]:

- низька обчислювальна складність;
- урахування факторів, що мають вплив на похибку вимірювання;
- адекватність моделі у діапазоні, що вимірюється;

- модель повинна бути гладкою і безперервною функцією своїх змінних;
- можливість спостереження за параметрами під час оцінювання.

Процес калібрування можна розподілити на два етапи. Метою першого етапу є визначення детермінованих похибок ЧЕ, які описуються за допомогою математичної моделі, яка в свою чергу пов'язує вимірюваний вихідний вплив з вихідними сигналами датчиків. При цьому організація даного етапу має бути такою, аби виключити вплив сторонніх факторів на вихідний сигнал. Метою другого етапу є оцінка систематичних похибок інерціальних приладів відносно їх попередньо відкаліброваних значень, які викликаються впливом таких факторів як: магнітне поле, похибки орієнтації осей чутливості, температура, вібрації та інше. Компенсації дрейфів може приділятися серйозне значення, але варто зазначити, що другий етап може бути не обов'язковим при умові зниження зовнішніх впливів за допомогою конструктивних рішень [3].

Калібрування може відбуватися безпосередньо на рухомому об'єкті або на виробництві. Калібрування на виробництві є вагомим фактором для забезпечення точності ІВМ. Калібрування ж на об'єктах під час роботи, зазвичай виконують з метою уточнення параметрів ІВМ, що можуть змінюватись від пуску до пуску і розраховуються без використання спеціального високоточного обладнання [5].

1.4. Огляд сучасних засобів визначення кутової орієнтації

Гіроскоп – це прилад, що реагує на зміну орієнтації об'єкту, на якому він встановлений, відносно інерціального простору. У традиційному розумінні гіроскоп – це прилад з швидкообертним швидким тілом, яке в свою чергу має три обертальні ступені вільності, що надають йому можливість обертання навколо трьох взаємно-перпендикулярних осей. Для надання високої швидкості обертання ротору гіроскопа використовуються спеціальні гіромотори. Також використовуються давачі кута і моменту для зняття інформації з гіроскопу та його управління [7].

Характерні властивості гіроскопа [7]:

- 1) стійкість напрямку головної осі в інерціальному просторі, а саме можливість гіроскопа ефективно протидіяти зовнішнім впливам, що прагнуть змістити напрямок його головної осі у інерціальному просторі;
- 2) прецесії: за умови дії на гіроскоп постійного моменту сил, який прагне до зміни напрямку головної осі, то внаслідок цього головна вісь буде набувати обертання з постійною кутовою швидкістю у площині, яка в свою чергу проходить через вісь прикладеного моменту сил і головну вісь. Швидкість прецесії обернено пропорційною до кутової швидкості власного обертання гіроскопа;
- 3) нутації: за умови впливу на гіроскоп ударного імпульсу сил, який прагне до зміщення напрямку його головної осі, то головною віссю здійснюються коливання великої частоти і малої амплітуди, при цьому описуючи конічну поверхню з вершиною у точці підвісу у просторі. Частота нутації прямо пропорційна величині власної кутової швидкості гіроскопа, а амплітуда нутації обернено пропорційна.

Основою вимірювання великої частини сучасних гіроскопів є вібраційні та хвильові параметри резонатори різних типів, наприклад: механічних, оптичних та інших. Принципи роботи цих гіроскопів базуються на таких ефектах як: ефекти інерції, зсуву, поляризації, Брайана, Фермі, Саньяка та інші.

1.4.1. Механічні гіроскопи

Двоступеневим механічним гіроскопом називається гіроскоп у якого всього два ступеня вільності повороту відносно основи, на якій він встановлений. Першою ступеню його вільності є його власне обертання ротора, що обертається навколо головної осі гіроскопа. Другою ступеню вільності є можливість обертатись навколо осі, яка є перпендикулярною до головної. Цю вісь можна назвати вимірювальною тому, що вимірювання кута повороту гіроскопа відбувається навколо неї. Приклад двоступеневого гіроскопа наведено на рис.1.1 [8].

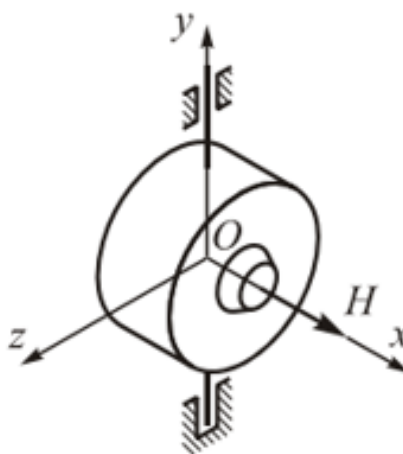


Рис. 1.1. Двоступеневий гіроскоп [8].

Головною частиною традиційного механічного гіроскопа є ротор, який змонтований в двохрамковому кардановому підвісі, що в свою чергу надає ротору два степені вільності додатково до вже існуючого, який є його власним обертанням. Таку конструкцію часто називають вільним гіроскопом. Вільним гіроскопом зберігається орієнтація осі його власного обертання відносно інерціальної системи відліку, яку вважають зафіксованою до зірок. Це явище використовують для визначення орієнтації об'єкта на якому встановлюється гіроскоп відносно інерціальної системи відліку, за умови відсутньої можливості прямого спостереження орієнтації. При знятті однієї зовнішньої рамки гіроскопа, і забезпечені його лише одним кутовим ступенем вільності, ротор гіроскопа, що обертається, виконує рух таким чином, аби сумістити вісь зовнішньої кутової швидкості з віссю власного обертання. Наведене явище використовують у побудові таких гіроскопічних приладів як гіроскопічні компаси та штучні горизонти, де зовнішня кутова швидкість продукується власним обертанням Землі [9].

Гіроскоп у кардановому підвісі це набагато складніша система, приклад її наведено на рис. 1.2. Його складовими частинами є 1 – внутрішня рамка, 2 – зовнішня рамка і 3 – ротор гіроскопа. Зрівноваженим або астатичним називають гіроскоп центр мас частин якого збігається з точкою підвісу O [8].

Варто зазначити, що за умови приєднання пружини до рамки карданового підвісу, що була залишена, тим самим запобігаючи суміщенню осей ротора і кутової

швидкості, що призводить до лінійно зв'язаного кінцевого відхилення рамки із амплітудою зовнішньої швидкості, що в свою чергу дозволить її вимірювання. Саме прилади такого типу і називаються датчиками кутової швидкості. З урахуванням цього можна зробити висновки, що використання ДКШ замість вільних гіроскопів є більш раціональним рішенням у плані вартості, хоча це і менш точний метод побудови інерціальних систем навігації і орієнтації [9].

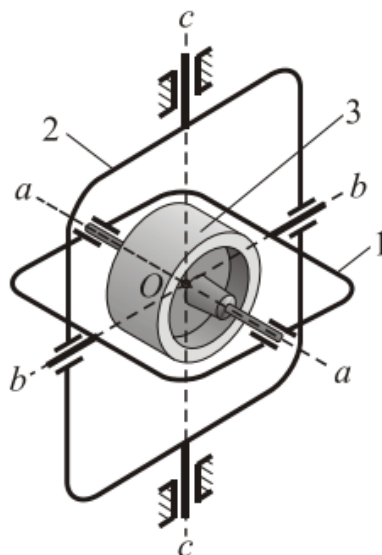


Рис. 1.2. Схема гіроскопа у кардановому підвісі [8].

1.4.2. Вібраційні гіроскопи

Вібраційний гіроскоп – це прилад, що вимірює абсолютну кутову швидкість і кут повороту, а у складі підсистеми орієнтації - ристання, крен і тангаж рухомих об'єктів, складений із вібраційних деталей, вібруючих у реакції на обертання об'єкту [10].

Головною ідеєю вібраційних гіроскопів є заміна компонентів, що постійно обертаються, а саме роторів, на вібруючі структури, з подальшим використанням каріолісового ефекту, який викликає вторинний рух, що в свою чергу пов'язаний з зовнішньою кутовою швидкістю [9].

Використання коливальних рухів замість обертання, яке використовується в традиційних гіроскопах, призвело до ряду позитивних наслідків. В першу чергу

уникання небажаних рухів, що спричинялися внаслідок тертя в підшипниках карданового підвісу. Це також значно спростило конструювання ЧЕ, за рахунок відсутньої потреби в електричних двигунах, що в свою чергу дозволяє суттєво зменшити розміри вібраційних гіроскопів [9].

Міжнародний стандарт IEEE 1431-2004 затвердив повну назву вібраційного гіроскопа як Коріолісовий вібраційний гіроскоп (КВГ) [10].

В КВГ чутливий елемент може бути представлений як інерційний елемент m з пружним підвісом і з двома переважними степенями вільності: вертикальною і горизонтальною, як показано на рис. 1.3 [9].

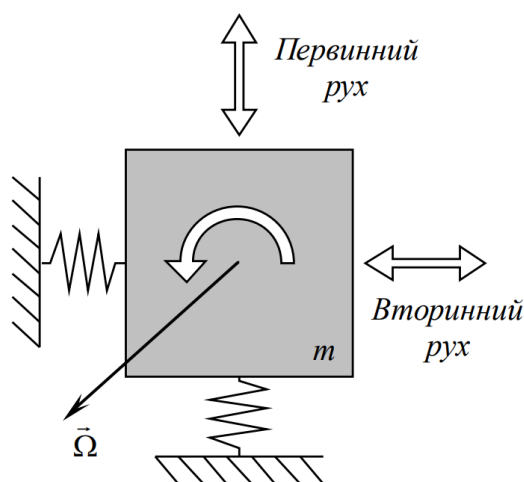


Рис. 1.3. Принцип роботи КВГ [9].

Масивний інерційний елемент m можуть також називати інерційною масою схоже до терміну, що використовують в акселерометрах. Чутливий елемент, з призначеною амплітудою, змушують коливатися по одній зі своїх мод. Цей рух називають первинним рухом. За умови обертання ЧЕ навколо частинної осі тіла, що називається віссю чутливості і зображена перпендикулярно до площини на рис. 1.3, ефект Коріоліса спричиняє вторинний рух, змушуючи інерційну масу m рухатися в перпендикулярному напрямку [9].

КВГ є однією з останніх хронологічно гіроскопічних технологій, які з'явилися на світовому ринку у 90-х роках минулого століття. Ця технологія поширилася по всьому світу за відносно короткий проміжок часу, головним чином завдяки її мікромініатюрній версії на основі мікроелектромеханічної системи (МЕМС), так званих

МЕМС гіроскопів. Існують два відомих режими роботи КВГ: перший - це режим балансування сили, де Коріолісова сила, що виникає через обертання, компенсується системою керування з негативним зворотнім зв'язком, яка утримує вібраційну стоячу хвилю в фіксованому положенні близько до електрода збудження, і, отже, обертається разом з гіроскопом. У цьому випадку сигнал, який компенсує Коріолісову силу, пропорційний кутовій швидкості. Це так званий режим роботи КВГ за швидкістю. Другий режим - це режим інтегрування швидкості, де Коріолісова сила не компенсується. Квадратурний сигнал компенсується лише для зменшення похибок вимірювань. У цьому режимі роботи Коріолісова сила викликає обертання вібраційної стоячої хвилі відносно гіроскопа, і кут її обертання пропорційний куту обертання гіроскопа відносно інерціального простору. Коефіцієнт пропорційності між кутом обертання гіроскопа відносно інерціального простору та кутом обертання стоячої хвилі відносно гіроскопа називається коефіцієнт Брайана [11].

Різновиди вібраційних гіроскопів:

- П'єзоелектричні гіроскопи;
- Твердотільні хвильові гіроскопи;
- Камертон гіроскопи;
- Вібраційні роторні гіроскопи.

1.4.3. Лазерні гіроскопи

Лазерний гіроскоп – це прилад, принципом роботи якого є вимірювання кутової швидкості або зміни орієнтації об'єкта на основі вимірювання параметрів випромінювання, що є головною складовою цього приладу. Ідея лазерного гіроскопа полягає в перетворенні зсуву фази у зсув частоти [12].

Ключовою перевагою лазерного гіроскопа можна назвати його надвисоку чутливість, яка багаторазово перевершує чутливість конкуруючих приладів визначення кутових швидкостей [13].

На сьогоднішній день лазерні гіроскопи є здатними до реєстрації швидкості обертання об'єкта меншої за 0.1 град/год, вимірювання різниці оптичних траєкторій

на рівні до 10^{-5} нм та реєстрації частотних змін близько 0.1 Гц при наявності робочої частоти $10^{14} - 10^{15}$ Гц [14].

Оскільки лазер використовується у гіроскопі у закритому контурі як вказано на рис. 1.4, його називають кільцевим лазерним гіроскопом (КЛГ) [12].

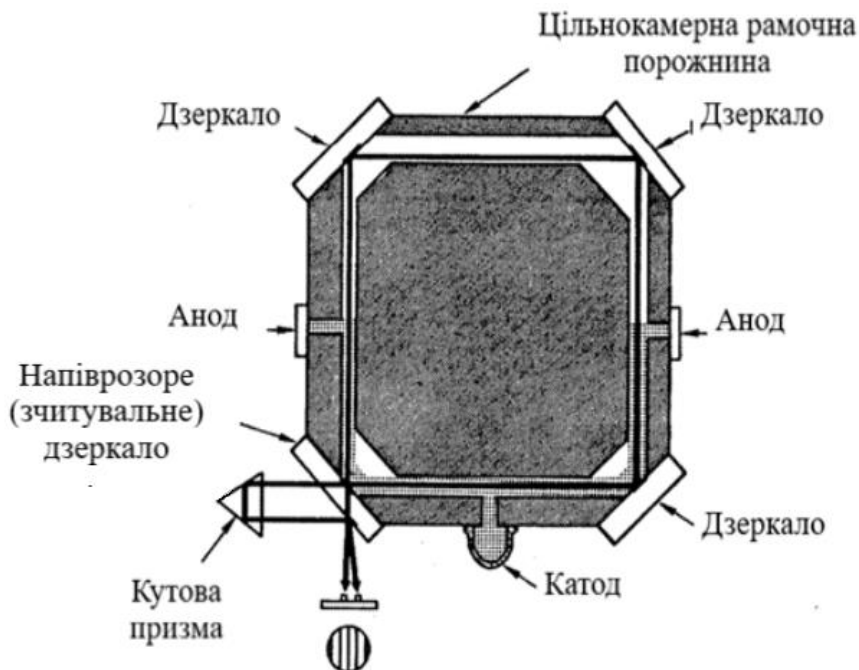


Рис. 1.4. Схема конструкції КЛГ з твердим блоком, у даному випадку з 4-х сторонньою геометрією, з отриманням постійного паралельного розряду за допомогою спільного катода і двох анодів [12].

Лазерний гіроскоп створює лазер, який формується двома квантовими генераторами, в кільцевому резонаторі, який зазвичай складається з трьох і більше відбивачів, що встановлені на жорсткій основі і забезпечуючи замкнутий контур у вигляді трикутника чи прямокутника для зустрічних хвиль. У такій системі стимульоване випромінювання поширюється в обох напрямках, і пучки світла зводяться разом в результаті чого утворюється інтерференційна картина. Визначення кутової швидкості відбувається за допомогою підрахунку кількості смуг інтерференційної картини або їх часток, що проходять за певний проміжок часу по фотоприймачу.

До переваг кільцевого лазерного гіроскопа можна віднести:

- малий час готовності;

- цифровий вихідний сигнал;
- високу точність сигналу;
- відсутність рухомих частин (в деяких випадках) [14].

За умови, що система обертається, у випадку тридзеркального резонатора, у площині трикутника, пересування одного з променів світла з початкової точки в кінцеву відбудеться швидше, а другого повільніше. За умови, що система буде нерухомою частота першого і другого променів буде однаковою. Завдяки Доплерівському ефекту отримуємо диференціальну частоту на нелінійному детекторному елементі, значення якого пропорційне швидкості обертання кільцевого лазера. Приклад, КЛГ виробленого в Україні наведено на рис. 1.5 [13].



Рис. 1.5. КЛГ виробництва українського заводу “Арсенал” з резонатором квадратної форми та розташованим у центрі вібропідвісом [15].

До недоліків КЛГ можна віднести похибки при визначенні кута повороту, що виникають внаслідок дрейфу нульового сигналу, чутливості гіроскопа до вібраційних впливів та прискорень, чутливості до зовнішнього впливу магнітного поля, наявності зони захоплення та змінної масштабного коефіцієнту [14].

Варто зазначити, що потужність світлових променів слабшає при відбитті від дзеркал, проходженні шляху та проходженні через напівпрозоре дзеркало і призму. Через це необхідно аби коефіцієнт підсилення променів на усьому їх шляху був не менше одиниці. Лазерні промені, що генеруються та підсилюються гіроскопом,

постійно різнонаправлено циркулюють у просторі резонатора. Внаслідок цього в КЛГ створюється і підтримується стояча хвиля.

Стояча хвиля – це хвиля, яка при будь-якій фазі коливань не поширюється у просторі. Головною особливістю цієї хвилі є наявність вузлів і пучностей. У вузлах амплітуда хвилі дорівнює нулю. У пучностях амплітуда хвилі максимальною. Попри це, за умови відсутнього руху системи, положення вузлів та пучностей у просторі є незмінним [14].

1.4.4. Волоконно-оптичні гіроскопи

Волоконно-оптичний гіроскоп (ВОГ) – це прилад, який використовує оптичні волокна для виміру кутової швидкості обертання об'єкта.

ВОГ є приладом у якому світлові промені, зустрічно рухаючись, поширюються у замкнутому контурі. Механізм функціонування волоконно-оптичного гіроскопа базується на "вихровому" ефекті Саньяка. Сутність ефекту полягає у тому, що фазові набіги обох променів, що поширювалися в замкнутому контурі в протилежних напрямках, є однаковими. За умови наявності обертання навколо осі контуру, набіги променів будуть відрізнятися, а різниця фаз у цьому випадку буде пропорційною кутовій швидкості обертання контуру. Існує три теорії, що пояснюють вихровий ефект Саньяка, а саме: доплерівська, кінематична та релятивістська. Принцип роботи ВОГ можна побачити на рис. 1.6 [16].

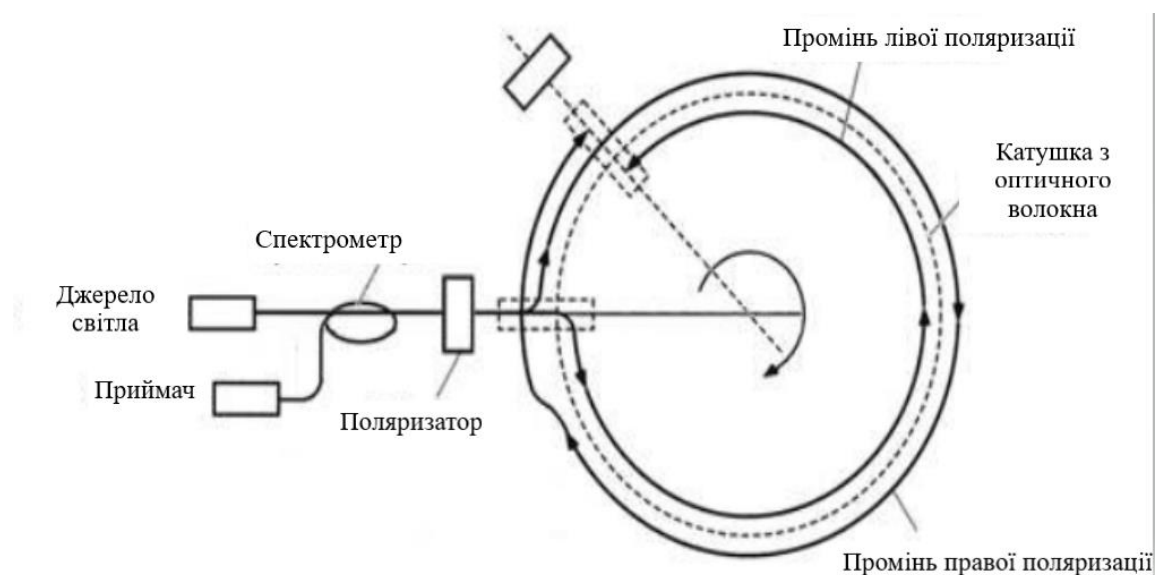


Рис. 1.6. Схематичне зображення принципу роботи ВОГ [17].

Варто зазначити, що використання котушок з великою кількістю витків суттєво вплинуло на чутливість ВОГ. Прикладом може бути, відрізок оптичного волокна (розміром близько 3 кілометрів) намотаний на невелику котушку та те, що обертання датчику призводить до вкрай невеликої різниці в часі прийому двох світлових променів. Тим не менш різницю можливо виміряти та отримати дані про рух датчика [17].

ВОГ наділені певним переліком переваг над лазерними та механічними гіроскопами, а саме [18]:

- невеликі габарити,
- короткий час виходу у робочий стан,
- відносно низькі вартість та енергоспоживання.

За час використання ВОГ була виявлена певна кількість негативних моментів, що призводили до похибок при вимірюванні кутової швидкості обертання, а саме: шумові сигнали, що зумовлюється певними особливостями фотоприймачів ВОГ, інтерференційні явища в осередді світловода, що пов'язано з розсіюванням світла, втрати у волоконній котушці, температурний дрейф кутової швидкості та інші. Приклад реалізації трьохосьового ВОГ можна побачити на рис. 1.7 [18].



Рис. 1.7. Трьохосьовий волоконно-оптичний гіроскоп TFOG – 01.

1.4.5. Мікромеханічні гіроскопи

Мікромеханічні гіроскопи (ММГ) відносяться до МЕМС. При цьому ММГ відноситься до найскладніших, за конструкцією і принципом, мікроелектромеханічних систем. Можна розподілити ММГ по типу конструкцій, а саме: камертонний, карданний, кільцевий і тип вібраційного колеса. Також варто зазначити, що ММГ відносяться до вібраційних гіроскопів [19].

Оскільки ММГ відноситься до вібраційних гіроскопів, в його конструкції відсутні елементи, що обертаються. А отже, головною його відмінністю від традиційних гіроскопів є сигнал вібраційного характеру. МЕМС гіроскопи можуть мати різний характер власного руху ЧЕ, при цьому усі вони працюють за одним фізичним принципом. ЧЕ може здійснювати поступальні або крутильні коливання. Поступальні коливання використовуються в камертонних конструкціях, а крутильні в кільцевих [19].

Головною частиною ММГ є ЧЕ гіроскопа, який ще можна назвати інерційною масою в підвісі, на яку діє прискорення Коріоліса і відповідні до нього сили інерції. При наявності зовнішньої кутової швидкості інерційна маса здійснює вторинні коливання, викликані коріолісовими прискореннями [20].

Виготовлення ЧЕ МЕМС гіроскопів відбувається з таких матеріалів, як: кварц, кремній та інші. В ММГ використовуються електростатичні, електромагнітні, п'єзоелектричні та магнітоелектричні перетворювачі. Використовуються вони для вимірювання вторинних коливань, збудження первинних коливань, створення сил і моментів компенсацій [21]. Для ММГ режим руху (РР) характеризується первинними коливаннями, а режим чутливості (РЧ) — вторинними коливаннями, амплітуда яких вимірюється. За видом руху інерційних мас в РР і РЧ розрізняють [21]:

- LL-тип (linear-linear); для даного типу гіроскопів характерними є поступальні переміщення інерційних мас в РР і РЧ;
- RR-тип (rotary-rotary); для даного типу гіроскопів характерними є обертальні переміщення інерційних мас в РР і РЧ;

- LR (RL)-тип; для даного типу гіроскопів характерними є різні комбінації поступальних та обертальних переміщень інерційних мас в РР і РЧ.

ММГ мають такий ряд позитивних характеристик, як: стабільність, чутливість, високу стійкість до вібрацій та ударів (до 2000g), малі розміри і маса, низька споживча потужність, масштабованість та інтегрованість [22]. Крім того, вони мають широкий спектр застосування в системах навігації, орієнтації, а також керування найрізноманітніший об'єктів, починаючи від автомобілів, закінчуючи побутовою електронікою. Однак ММГ мають перелік суттєвих недоліків, які унеможливають їх використання у вирішенні багатьох задач, а саме: відносно низька точність, через малу амплітуду коливань, вузька смуга пропускання, проблеми з недосконалістю технології виготовлення і інше [23].

Головним недоліком ММГ є — малий час утримання напрямку головної осі гіроскопа. Відповідно до цього виробниками МЕМС гіроскопів їх стабільність вказується в град/с, замість град/год, як в класичних гіроскопах [21].

Принцип роботи двомасового ММГ камертонного типу, наведеного на рис. 1.8, полягає у тому, що чутливі елементи приводять в протифазні вимушені гармонійні коливання з частотою, близькою до резонансу в площині XOZ, за допомогою електростатичних віброприводів. У разі обертання платформи, на якій встановлено гіроскоп, відносно осі чутливості приладу (осі вимірювання z) з кутовою швидкістю Ω виникають протилежно напрямлені Коріолісові сили інерції. Сили інерції Коріоліса змінюються з частотою вимушених коливань, а їх модулі пропорційні кутовій швидкості вимірювання, Ω . Коріолісові сили інерції спричиняють поступальні коливання чутливих елементів в площині YOZ. Амплітуда цих коливань є пропорційною величині кутової швидкості обертання платформи Ω , а їх фаза — напряму [19].

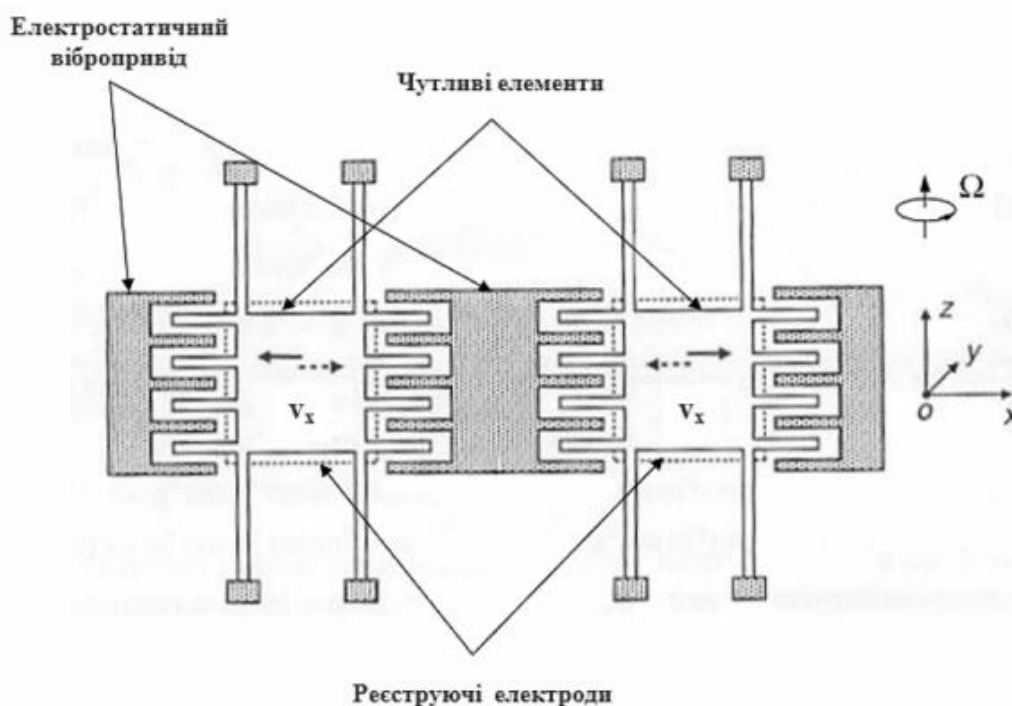


Рис. 1.8. Спрощена схема двомасового ММГ камертонного типу [19].

Також варто відзначити актуальність одномасових ММГ, приклад якого наведений на рис. 1.9, яка аргументується їх компактністю, низьким енергоспоживанням та вартістю, що є важливими факторами для масового виробництва мобільних пристроїв. Даний вид гіроскопів активно впливає на реалізацію різноманітних інноваційних функцій в таких напрямках, як: стабілізація зображення в камерах, віртуальна реальність та додатки розширеної реальності.

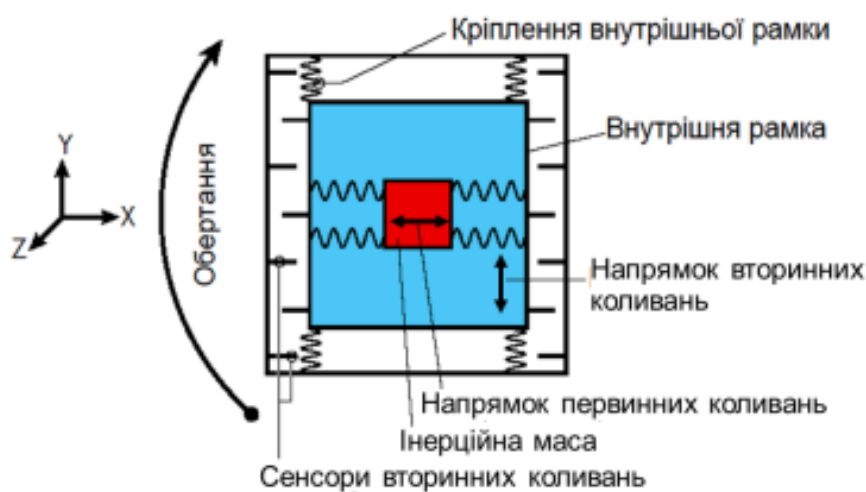


Рис. 1.9. Спрощена кінематична схема одномасового MEMC гіроскопа [21].

Принцип роботи одномасового MEMC гіроскопа наведено на рис. 1.9. Він має додаткову внутрішню рамку, на якій за допомогою пружних підвісів, закріплено інерційну масу, яка може здійснювати коливання (РЧ) вздовж осі Y , які реєструються ємнісними сенсорами коливань. В свою чергу внутрішня рамка разом з інерційною масою здійснює коливальний рух вздовж осі X (РР). В свою чергу внутрішня рамка разом з інерційною масою з'єднана з підкладкою за допомогою пружних мікробалок. Якщо реалізовано режим руху (РР) вздовж осі, а підкладка обертається навколо осі Z , то під дією сили Коріоліса виникнуть коливання в напрямку Y , амплітуда яких пропорційна кутовій швидкості обертання [21].

Перевагою ММГ RR – типу над LL – типу є нечутливість первинних коливань до поступальної вібрації. Виконується це за допомогою збудження обертових первинних і вторинних коливань, що в свою чергу є одним з методів нівелювання чутливості до зовнішніх поступальних скорочень [20].

Для прикладу можна навести одномасовий RR – гіроскоп, зображений на рис. 1.10, що розроблений компанією *Draper Laboratory Inc.* Його складовими частинами є два рухомих елемента, а саме: 1 – рамка та 2 – внутрішній плоский елемент, які поєднані між собою та з'єднані з підкладкою 6, торсіонами 3 та 4. Також на внутрішньому елементі розміщена 5 – додаткова інерційна маса, що необхідна для збільшення інерційності [21].

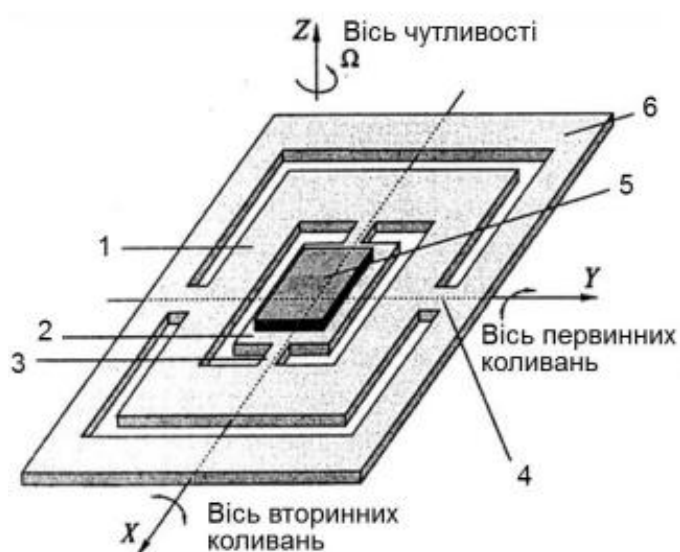


Рис. 1.10. Механічна частина мікрогіроскопа RR-типу [21].

За допомогою електростатичних двигунів рамка 1 здійснює первинні кутові коливання відносно осі Y , які через торсіони 3 передаються на внутрішній елемент, забезпечуючи йому коливальний кінетичний момент (РР). При обертанні підкладки зі швидкістю Ω навколо осі Z виникає сила Коріоліса, що змушує коливатися внутрішній елемент відносно осі X (РЧ). Амплітуда коливань, що пропорційна кутовій швидкості, вимірюється ємнісним перетворювачем (під внутрішнім елементом). Чутливість перших зразків складала 300 град/год [21].

Головним недоліком розглянутого типу гіроскопів є – надмірна чутливість до лінійних навантажень. Додатково до цього, ускладнене виготовлення мікропристроїв з коливальними елементами у вертикальній площині, через порушення принципів планарної технології. Відповідно до цього напрямки первинних і вторинних забезпечуються конструктивно у площині підкладки [21].

Перспективним напрямком для вирішення питання чутливості до поступальних прискорень є мультисенсорні датчики, приклад такого зображений на рис. 1.11. Перспективною схемою створення мультисенсорних датчиків є MEMC гіроскопи з диференціальним виходом, які реалізуються в основі з ADXRS150, що виготовляється фірмою Analog Device. Досягається це за допомогою прийняття певних конструктивних рішень, які дозволяють отримувати дані про кутову швидкість і лінійне прискорення об'єкта [24].

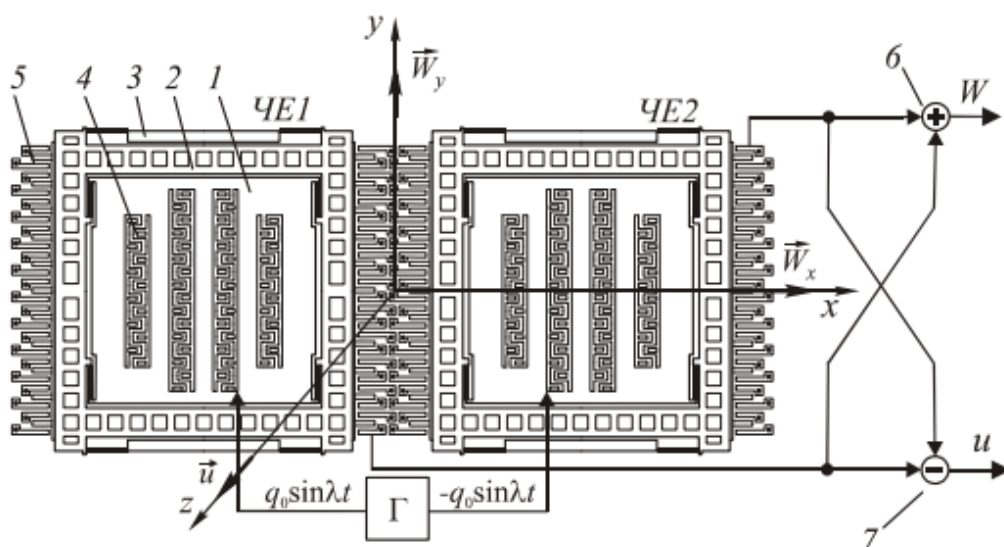


Рис. 1.11. Мікромеханічний датчик із системою зворотного зв'язку [24].

На зображенні мультисенсорного механічного датчика (рис. 1.11) можна побачити однакові ЧЕ1 і ЧЕ2. Складовою частиною кожного з чутливих елементів є: 1 – інерційна маса; 2 – рамка; 3 – основа; 4 – система збудження; 5 – ємнісний датчик; 6,7 – пристрої додавання та віднімання вторинних коливань, відповідно. Також на рис. 11 відображено систему координат зв'язану з об'єктом хуз, вектор кутової швидкості – $\vec{u}$, вектор лінійного прискорення – $\vec{W}$, вихідний сигнал кутової швидкості – u , вихідний сигнал лінійного прискорення – W , а також сигнал збудження первинних коливань – q [24].

1.5. Алгоритми визначення орієнтації

До цього моменту було створена велика кількість різноманітних за своєю концепцією систем визначення поточних параметрів орієнтації об'єкта. Найбільшої популярності серед систем орієнтації набули у свій час інерціальні системи. У наш час з появою сучасних технологій виробництва, прогресом у сфері МЕМС та мікропроцесорної техніки вектор зацікавленості змістився у сторону ІВМ з ММГ.

Є декілька методів математичного подання кутового положення тіла у просторі:

1) за допомогою кутів Ейлера-Крилова, тобто трійки значень кутів повороту навколо трьох координатних осей. Обрані кути однозначно визначають кутове положення зв'язаної СК. Перший кут здійснюється при повороті вертикальної осі та називається кутом рискання, другий кут називається кутом тангажу (диференту), він визначає нахил поздовжньої осі відносно площини горизонту, третій кут називається кутом крену і визначає обертання навколо поздовжньої осі;

2) матрицею напрямних косинусів (МНК) між осями вихідної системи координат і системи координат, пов'язаної з тілом. МНК однозначно описує орієнтацію об'єкта в опорній СК, а також варто зазначити, що перші теоретичні розробки алгоритмів БІСО базувались на використанні цих матриць;

3) параметрами вектора Ейлера єдиного повороту;

4) кватерніоном повороту від вихідної СК до кінцевої [25].

Варто зазначити про те, що основою для векторних параметрів є теорема Ейлера, відповідно до якої кутове положення першої системи координат відносно

другої подається, як поворот початкової СК на якийсь кут, що відбувається навколо якоїсь осі, що є орієнтованою. Відповідно до цього початкова і кінцева системи відліку збігатимуться. Вектори розрізняються за способами подання вектору на параметри Родріга-Гамільтона, вектор Гіббса, вектор Ейлера та інші [3].

1.6. Висновки та постановка завдання

Під час виконання 1 розділу було розглянуто основи інерціальної орієнтації та навігації об'єкта. Було проведено огляд та аналіз систем інерціальної орієнтації та їх складових. Також було визначено фундаментальні аспекти інерціальної орієнтації, що дозволило чітко сформулювати розуміння ключових принципів роботи розглянутих систем, що є критично важливим для подальшої розробки та моделювання системи інерціальної орієнтації об'єкта.

Метою даної роботи можна визначити розв'язок задачі інерціальної орієнтації та вибір алгоритмів, які дозволяють досягти вимог, що поставлені до точності системи.

Для досягнення поставленої мети в роботі розглядається наступні задачі:

- Визначення систем координат, які використовуються в роботі БІСО;
- Визначення кінематичні параметрів кутового положення об'єкта;
- Основні кінематичні рівняння орієнтації об'єкта, та визначення їх ефективності та складності;
- Порівняльний аналіз методів інтегрування кінематичних та диференціальних рівнянь, що використовуються у алгоритмічно-програмній частині БІСО.

Наступним етапом виконання поставленого завдання буде створення імітаційної моделі роботи системи інерціальної орієнтації об'єкта та моделювання БІСО в середовищі MATLAB, з метою оцінки та аналізу точності та ефективності роботи системи, при використанні тих чи іншим методів та підходів, відповідно до умов заданих в технічному завданні.

Реалізація оцінки точності та ефективності роботи системи відбуватиметься шляхом здійснення порівнянь результатів роботи “ідеальної” імітаційної моделі БІСО та результатів роботи наближеної до реальності моделі БІСО. Наближеність до реальних умов має бути реалізована шляхом додавання імітації похибок, що впливають на точність інерціальних систем. Це дозволить нам оцінити реальну ефективність роботи створеного алгоритму та вкаже на можливі шляхи його вдосконалення.

швидкості обертання землі, а t – час. Вісь $O_1\eta$ знаходиться на осі гринвіцького меридіану [4].

Система початок якої знаходиться в точці на поверхні Землі, положення якої задається довготою λ і широтою φ називається – супроводжуюча система координат (або ж супроводжуючий тригранник). Осі цього тригранника позначаються $O_1\xi\eta\zeta$ (або O_1ENH). Вісь $O_1\xi$ напрямлена по дотичній на схід, вісь $O_1\eta$ на північ, вісь $O_1\zeta$ направлена вертикально. Вільна в азимуті СК відносно супроводжуючої системи повернута в площині горизонту на кут χ . За умови, що кут χ є кутом шляху ортодромії, тоді $O_1\xi_0\eta_0\zeta$ є ортодромічною системою координат [4].

Проекції супроводжуючого тригранника, що обертається в інерціальному просторі з кутовою швидкістю виражаються відповідними співвідношеннями.

Географічно супроводжуючий тригранник

Проекції кутової швидкості обертання системи координат (тригранник, базис) відносно інерціального простору можна подати наступним чином [4]:

$$\begin{aligned}\omega_\xi &= -\frac{v_N}{R_2 + h}; \quad h = h_0 + v_\zeta t \\ \omega_\eta &= \frac{v_E}{R_1 + h} + u \cos \varphi; \\ \omega_\zeta &= \left(\frac{v_E}{R_1 + h}\right) tg\varphi + u \sin \varphi; \quad \omega_\zeta = \omega_\eta tg\varphi.\end{aligned}\tag{2.1}$$

де h – висота об'єкта; h_0 – початкове значення висоти; v_ζ – вертикальна складова швидкості; $v_N = v \cos \chi$ – північна складова вектора відносно швидкості руху об'єкта; $v_E = v \sin \chi$ – східна складова.

Також вектор кутової швидкості можна відобразити у вигляді суми

$$\vec{\omega} = \vec{u} + \vec{\omega}^0,$$

де $\vec{u}$ - вектор кутової швидкості обертання Землі; $\vec{\omega}^0$ - вектор кутової швидкості, через пересування об'єкта відносно Землі. Наведені вектори записуються в проекціях на осі супроводжуючого базиса таким чином

$$\vec{u} = [0, \quad u_\eta, \quad u_\xi]^T; \quad \vec{\omega}^0 = [\omega_\xi^0, \quad \omega_\eta^0, \quad \omega_\zeta^0]^T,$$

де

$$u_\eta = u \cos \varphi, \quad u_\xi = u \sin \varphi;$$

$$\omega_{\xi}^0 = -\frac{v_N}{R_2 + h}, \quad \omega_{\eta}^0 = \frac{v_E}{R_1 + h}, \quad \omega_{\zeta}^0 = \frac{v_E \operatorname{tg} \varphi}{R_1 + h}.$$

Абсолютна лінійна швидкість дорівнює сумі лінійної швидкості через обертання землі та відносної лінійної швидкості. Проекції абсолютної лінійної швидкості можна навести в такому вигляді [4]:

$$V_N = V \cos \chi, \quad V_E = V \sin \chi, \quad V_N = v_N, \quad V_E = v_E + (R_1 + h)u \cos \varphi.$$

Відповідно до цього отримуємо форму запису проекцій абсолютної кутової швидкості географічного супроводжуючого тригранника

$$\begin{aligned} \omega_{\xi} &= -\frac{V_N}{R_2 + h}; \\ \omega_{\eta} &= \frac{V_E}{R_1 + h}; \\ \omega_{\zeta} &= \frac{V_E \operatorname{tg} \varphi}{R_1 + h}; \end{aligned}$$

При використанні рівняння швидкості зміни довготи

$$\dot{\lambda} = \frac{v_E}{(R_1 + h) \cos \varphi},$$

тоді (2.1) можна отримати в іншому вигляді:

$$\begin{aligned} \omega_{\xi} &= -\frac{V_N}{R_2 + h}; \\ \omega_{\eta} &= (u + \dot{\lambda}) \cos \varphi; \\ \omega_{\zeta} &= (u + \dot{\lambda}) \sin \varphi. \end{aligned}$$

Ортодромічний супроводжуючий тригранник

Рівняння для проекцій абсолютної кутової швидкості ортодромічного тригранника отримуються шляхом перепроєктування проекцій кутової швидкості географічного тригранника [4]:

$$\begin{aligned} \omega_{\xi 0} &= -u \cos \varphi \sin \chi - \frac{v}{R + h}; \\ \omega_{\eta 0} &= u \cos \varphi \cos \chi; \\ \omega_{\zeta 0} &= u \sin \varphi; \end{aligned}$$

де R – радіус сферичної Землі.

За умови існуючого бокового руху зі швидкістю $v_{\xi 0}$:

$$\omega_{\xi 0} = -u \cos \varphi \sin \chi - \frac{v_{\eta 0}}{R};$$

$$\omega_{\eta 0} = u \cos \varphi \cos \chi + \frac{v_{\eta 0}}{R};$$

$$\omega_{\zeta 0} = u \sin \varphi - \frac{v_{\eta 0}}{R} \operatorname{tg} \Phi;$$

де Φ – ортодромічна широта.

Варто зазначити, що існують й інші методи описання руху ортодромічної СК, в тому числі й методи з урахуванням еліптичності Землі.

МНК між осями гринвіцької СК $O\xi_{\Gamma}\eta_{\Gamma}\zeta_{\Gamma}$ і осями ортодромічної СК $O\xi_0\eta_0\zeta_0$ виглядає так:

$$C^{ge} = \begin{pmatrix} c_{11} = -\sin \varphi \cos \lambda \sin \varepsilon - & c_{12} = -\sin \varphi \sin \lambda \sin \varepsilon + & c_{13} = \cos \varphi \sin \varepsilon; \\ -\sin \lambda \cos \varepsilon; & +\cos \lambda \cos \varepsilon; & \\ c_{21} = -\sin \varphi \cos \lambda \cos \varepsilon + & c_{22} = -\sin \varphi \sin \lambda \cos \varepsilon - & c_{23} = \cos \varphi \cos \varepsilon; \\ +\sin \lambda \sin \varepsilon; & -\cos \lambda \sin \varepsilon; & \\ c_{31} = \cos \lambda \cos \varphi; & c_{32} = \sin \lambda \cos \varphi; & c_{33} = \sin \varphi. \end{pmatrix}$$

Матриця позначається C^{ge} , де друга буква індекса початковий тригранник, а перша – кінцевий тригранник. Приклади зображення тригранників можна побачити на рис.2.2.

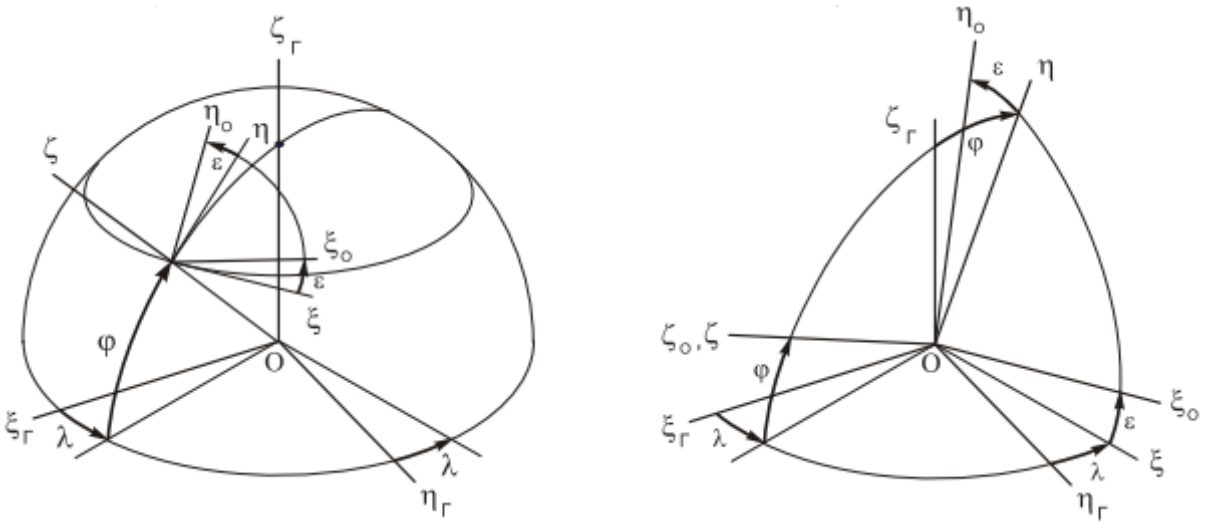


Рис. 2.2. Зображення Гринвіцького та ортодромічного тригранників [4].

Тригранник $O\xi_0\eta_0\zeta_0$ рухається з відносною кутовою швидкістю ω^0 , яка пов'язана з шляховою швидкістю v співвідношенням

$$\vec{v} = \vec{\omega}^0 \times \vec{R},$$

де $\vec{R}$ – радіус кривизни земного еліпсоїда в площині траєкторії.

Проекції вектора $\vec{\omega}^0$ на вісі трьохгранника $O\varepsilon_0\eta_0\zeta$ будуть мати вигляд:

$$\omega^0_{\xi_0} = -\frac{v_{\eta_0}}{R_{\eta_0}} - \frac{v_{\xi_0}}{a} e^2 b_{13} b_{23}, \quad \omega^0_{\eta_0} = -\frac{v_{\xi_0}}{R_{\xi_0}} - \frac{v_{\eta_0}}{a} e^2 b_{13} b_{23},$$

де R_{η_0} і R_{ξ_0} – радіуси кривизни нормальних перерізів еліпсоїда в площинах $O\eta_0\zeta$ і $O\varepsilon_0\zeta$ відповідно, e^2 – квадрата ексцентриситета земного еліпсоїда.

Величини, що зворотні радіусам кривизни, обчислюються за співвідношенням:

$$\frac{1}{R_{\xi_0}} = \frac{1 - \frac{1}{2}e^2 b_{33}^2 + \frac{1}{2}e^2 b_{13}^2 - \frac{h}{a}}{a},$$

$$\frac{1}{R_{\eta_0}} = \frac{1 - \frac{1}{2}e^2 b_{33}^2 + \frac{1}{2}e^2 b_{23}^2 - \frac{h}{a}}{a},$$

де h – висота, a – велика піввісь земного еліпсоїда.

2.2. Кінематичні параметри кутового положення тіла

Різноманіття параметрів описуючих орієнтацію обертової СК відносно нерухомої можна розділити на три принципово відмінні одна від одної групи – кутові, векторні і матричні параметри [1].

До кінематичних параметрів тіла можна віднести такі характеристики, як кут повороту, кутова швидкість та кутове прискорення. Вони описують рух тіла у просторі відносно його власних осей обертання. Варто відзначити що параметри кутового положення тіла визначаються гіроскопом саме відносно інерціального простору.

2.2.1. Кути Ейлера-Крилова і матриця напрямних косинусів

Кути Ейлера-Крилова відносяться до кутових параметрів. Пояснюється це тим, що довільний поворот тіла навколо нерухомої точки можна подати у вигляді трьох послідовних плоских поворотів навколо трьох різних осей, що проходять через цю точку [1].

Перший поворот відбувається навколо однієї з осей початкової СК, другим поворотом є оберт навколо однієї з двох осей, що не були задіяні при першому повороті. Оберт відбувається навколо нового положення координатної осі. Третій поворот відбувається навколо останньої з координатних осей, що не була використана ні в першому, ні в другому поворотах, відносно свого нового положення. Для опису кутової орієнтації рухомого об'єкта зручно використовувати таку форму запису [25]:

$$S \xrightarrow[1_S]{\psi} T \xrightarrow[2_T]{\vartheta} K \xrightarrow[3_K]{\gamma} P$$

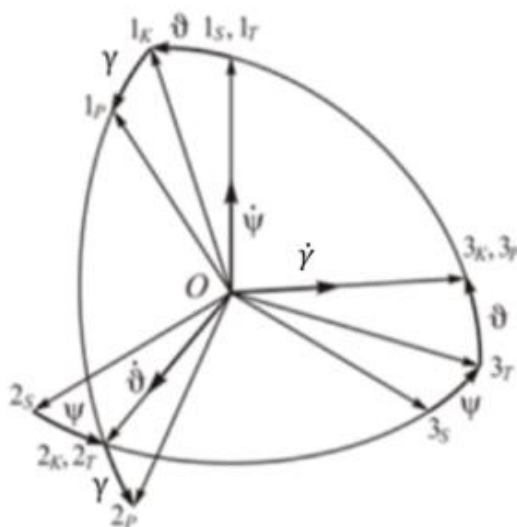


Рис. 2.3. Кути Ейлера-Крилова [25].

Відповідно до рис. 2.3 матриця перетворення C^{SP} буде мати вигляд:

$$C^{SP} = \begin{pmatrix} \cos \vartheta \cos \gamma & -\cos \vartheta \sin \gamma & \sin \vartheta \\ \cos \psi \sin \gamma + \sin \psi \cos \gamma \sin \vartheta & \cos \psi \cos \gamma - \sin \psi \sin \gamma \sin \vartheta & -\sin \psi \cos \vartheta \\ \sin \psi \sin \gamma - \cos \psi \cos \gamma \sin \vartheta & \sin \psi \cos \gamma + \cos \psi \sin \gamma \sin \vartheta & \cos \psi \cos \vartheta \end{pmatrix}$$

Варто зазначити, що операцію знаходження параметрів кінцевого повороту, за допомогою яких відбувається поворот від початкової системи координат S до кінцевої СК P, називають операцією складання поворотів. Відбувається вона в такій послідовності: початкова система координат I за рахунок поворотів переходить у проміжну СК T, яка в свою чергу, через вплив інших поворотів переходить в кінцеву СК E.

$$C^{SP} = C^{ST} \cdot C^{TP}$$

Перевагою використання кутів Ейлера–Крилова є – наочне подання поворотів.

Недоліками використання кутів Ейлера–Крилова є – не існує операції складання поворотів і відсутня можливість безпосереднього проєціювання векторів [3].

Визначення матриці напрямних косинусів

Визначення МНК означає вираження усіх елементів цієї матриці через кути обраної послідовності поворотів. Існує два методи визначення: матричний і за допомогою використання теореми косинусів сферичної тригонометрії [25].

Візьмемо, що кожний з переходів від системи координат S до T , потім до системи K і врешті до СК P перетворює деякий вектор r :

$$R_S = A^{ST} R_T; \quad R_T = A^{TK} R_K; \quad R_K = A^{KP} R_P,$$

де A^{ST} , A^{TK} і A^{KP} це МНК відповідно до систем координат; R – матриця-стовпець з проєкцій вектора r у СК, що показується індексом при матриці. Відповідно до цього виникає рівність:

$$R_S = A^{ST} A^{TK} A^{KP} R_P.$$

Відповідно, за допомогою A^{SP} можна описати перехід від СК S до P :

$$R_S = A^{SP} R_P.$$

Порівнявши отримані рівності, отримаємо співвідношення результуючої матриці з матрицями складових послідовних поворотів:

$$A^{SP} = A^{ST} A^{TK} A^{KP}.$$

Отже, в підсумку можна сказати що МНК результуючого повороту дорівнює добутку МНК складових поворотів, записаних зліва направо у порядку здійснення самих поворотів [25].

Переваги застосування МНК – добра пристосованість до проєціювання векторів та існування простого правила складання поворотів.

Недоліки застосування МНК – велика кількість параметрів, що описують кожний поворот і вказують на не економічність в плані витрат ресурсів електронно-обчислювальної машини, та відсутність наочності подання поворотів [26].

2.2.2. Вектор Ейлера єдиного повороту

Згідно теореми Ейлера довільне кутове положення однієї СК Р відносно іншої системи координат S завжди можна подати як єдиний поворот початкової системи S на певний кут δ (кут Ейлера) навколо певно орієнтованої осі (вісь Ейлера), завдяки якому ця система відліку збігатиметься з кінцевою [27]. Косинус кута δ визначається з МНК C^{SP} за формулою:

$$\cos \delta = \frac{[Tr(C^{SP}) - 1]}{2},$$

де $Tr(C^{SP})$ – позначення сліду (trace) матриці напрямних косинусів, тобто суми її діагональних елементів. Напрямні косинуси e_{1S} , e_{2S} і e_{3S} осі цього повороту відносно осей початкової системи 1_S , 2_S і 3_S (або, що те саме, – проекції одиничного вектора е осі Ейлера на ці осі) визначаються співвідношеннями [27]:

$$e_{1S} = \frac{c_{32}^{SP} - c_{23}^{SP}}{2\sin\delta}; \quad e_{2S} = \frac{c_{13}^{SP} - c_{31}^{SP}}{2\sin\delta}; \quad e_{3S} = \frac{c_{21}^{SP} - c_{12}^{SP}}{2\sin\delta}.$$

Відповідно до визначення кути між віссю Ейлера й осями координат не змінюються при повороті навколо неї, а отже напрямні косинуси осі Ейлера у вихідній S і кінцевій Р системах координат будуть ті самі:

$$e_{1S} = e_{1P} = e_1; \quad e_{2S} = e_{2P} = e_2; \quad e_{3S} = e_{3P} = e_3$$

Зворотний зв'язок між МНК і параметрами єдиного повороту Ейлера подамо у такому вигляді [6]:

$$C^{SP} = E + \sin \delta \cdot (e \times) + (1 - \cos \delta) \cdot (e \times)^2, \quad (2.2)$$

де E – це одинична матриця:

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

e – одиничний вектор (матриця-стовпець):

$$e = [e_1, e_2, e_3]^T,$$

$(e \times)$ – це позначення кососиметричної матриці:

$$(e \times) = \begin{bmatrix} 0 & -e_3 & e_2 \\ e_3 & 0 & -e_1 \\ -e_2 & e_1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Вводячи поняття вектору Ейлера:

$$\varphi = \delta \cdot e,$$

враховуючи, що довжина вектора дорівнює:

$$\varphi = |\varphi| = \delta,$$

можна отримати співвідношення (2.2) у вигляді функції цього вектора:

$$C^{SP} = E + \frac{\sin \varphi}{\varphi} \cdot (\varphi \times) + \frac{1 - \cos \varphi}{\varphi^2} \cdot (\varphi \times)^2.$$

2.2.3. Кватерніон повороту

Кватерніоном називається гіперкомплексне число з трьома уявними одиницями, яке має вигляд [27]:

$$Q = q_0 + iq_1 + jq_2 + kq_3,$$

де q_0, q_1, q_2, q_3 – дійсні числа (або ж параметри Родріга–Гамільтона), а i, j, k – уявні одиниці, які мають такі властивості [26]:

$$\begin{aligned} i \circ i = j \circ j = k \circ k = -1; \quad i \circ j = k = -j \circ i; \quad j \circ k = i = -k \circ j; \\ k \circ i = j = -i \circ k, \end{aligned}$$

$\circ$ - позначка кватерніоного добутку.

Величина q_0 є скалярною величиною кватерніону, величини q_1, q_2, q_3 є складовими деякого вектору – матриці-рядка[26]:

$$q = [q_1 q_2 q_3].$$

Кватерніон єдиного повороту на кут δ буде мати вигляд:

$$Q^{SP} = \cos \frac{\delta}{2} + e^{SP} \sin \frac{\delta}{2},$$

де $e^{SP}\{e_1, e_2, e_3\}$ – одиничний вектор осі повороту.

Використовуючи середовище MATLAB, при подані кватерніону у форматі вектору-рядка:

$$Q = [q_0, q_1, q_2, q_3] = [q_0, q], \quad (2.3)$$

отримуємо можливість визначення кватерніону повороту за допомогою параметрів вектору Ейлера наведеним способом:

$$Q^{SP} = \left[\cos \frac{\delta}{2}, \sin \frac{\delta}{2} e \right],$$

де $e\{e_1, e_2, e_3\}$ – одиничний вектор осі повороту.

Зворотнє перетворення кватерніона повороту у МНК виконується відповідно до формули:

$$C^{SP} = E + 2[q_0 E + (q \times)](q \times)$$

де $(q \times)$ кососиметрична матриця:

$$(q \times) = \begin{bmatrix} 0 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & 0 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & 0 \end{bmatrix}$$

Переваги застосування кватерніонів – мінімальна кількість параметрів досить просте правило складання поворотів:

$$Q^{SP} = Q^{ST} \circ Q^{TP}$$

а саме, – кватерніон результуючого повороту дорівнює кватерніонному добутку кватерніонів складових поворотів, записаних зліва направо у порядку самих поворотів.

Недоліки застосування кватерніонів – відсутність наочності в поданні повороту [26].

2.2.4. Вектори повороту Гіббса та скінченного повороту Родріга

Вектор Гіббса взаємопов'язаний з вектором Ейлера і встановлюється наведеним способом [26]:

$$g^{SP} = tg \frac{\delta}{2} \cdot e,$$

де δ і e – параметрами вектора Ейлера.

Правило складання поворотів:

$$g^{SP} = \frac{g^{ST} + g^{TP} + g^{ST} \times g^{TP}}{1 - g^{ST} \cdot g^{TP}}, \quad (2.4)$$

Поширеним є подання вектору Родріга (вектору скінченного повороту):

$$p^{SP} = 2tg \frac{\delta}{2} \cdot e.$$

Правило складання поворотів через вектори Родріга впливає з правила (2.4) складання векторів Гіббса [27]:

$$p^{SP} = \frac{p^{ST} + p^{TP} + \frac{1}{2} p^{ST} \times p^{TP}}{1 - \frac{1}{4} p^{ST} \cdot p^{TP}}$$

Переваги використання векторів: мінімальна кількість параметрів та можливість використання правила складання поворотів;

Недоліки використання векторів: складне правило складання поворотів [26].

2.3. Кінематичні рівняння орієнтації

У теоретичній механіці під кінематичними рівняннями розуміють диференціальні рівняння, що пов'язують проекції кутової швидкості тіла, рух якого досліджується, на осі тої чи іншої системи координат з похідними від параметрів повороту [26].

Оскільки у даній роботі розглядається система інерціальної орієнтації, а саме у даному випадку БІСО, головне призначення якої визначення поточної орієнтації об'єкта, на якому вона встановлена, за допомогою вимірів проекцій кутової швидкості основи на осі СК пов'язаної з основою. Тому рівняннями орієнтації будемо вважати ті кінематичні рівняння, в яких похідні від параметрів орієнтації виражаються через проекції ω_{1P}^{PS} , ω_{2P}^{PS} і ω_{3P}^{PS} вектору ω^{PS} кутової швидкості основи (система координат P) відносно базової СК S [3].

Розглянемо рівняння орієнтації, що виражаються за допомогою раніше розглянутих параметрів орієнтації.

Кінематичні рівняння Ейлера

Відповідно до кінематики наведеної на рис. 2.3, кінематичні рівняння Ейлера будуть мати вигляд [3]:

$$\begin{cases} \frac{d\psi}{dt} = (\omega_{1P}^{PS} \cos \gamma - \omega_{2P}^{PS} \sin \gamma) / \cos \vartheta; \\ \frac{d\vartheta}{dt} = \omega_{2P}^{PS} \cos \gamma + \omega_{1P}^{PS} \sin \gamma; \\ \frac{d\gamma}{dt} = \omega_{3P}^{PS} - \operatorname{tg} \vartheta (\omega_{1P}^{PS} \cos \gamma - \omega_{2P}^{PS} \sin \gamma). \end{cases}$$

Матричне рівняння Пуассона

Кінематичне рівняння Пуассона, що використовує МНК виглядає так:

$$\frac{dC^{SP}}{dt} = C^{SP} \cdot (\omega_p^{PS} \times), \quad (2.5)$$

де $(\omega_p^{PS} \times)$ - позначення кососиметричної матриці

$$(\omega_p^{PS} \times) = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{3P}^{PS} & \omega_{2P}^{PS} \\ \omega_{3P}^{PS} & 0 & -\omega_{1P}^{PS} \\ -\omega_{2P}^{PS} & \omega_{1P}^{PS} & 0 \end{bmatrix}.$$

Варто зазначити про існування ще однієї форми того ж рівняння Пуассона:

$$\frac{dC^{SP}}{dt} = (\omega_p^{PS} \times) \cdot C^{SP}, \quad (2.6)$$

Відмінність форм рівнянь лише у вісі СК на якій задається вектор кутової швидкості повороту рухомої СК. За умови, що вектор задається на осі рухомої СК, то використовують форму (2.5), якщо ж нерухомої, то форму (2.6) [27].

Векторне рівняння орієнтації Ейлера

Кінематичне рівняння через вектор Ейлера (формула Борца) у матричній формі має вигляд [3]:

$$\frac{d\varphi}{dt} = \omega_p^{PS} + \frac{1}{2}(\varphi \times) \omega_p^{PS} + \frac{1 - \frac{\delta}{2} \operatorname{ctg} \frac{\delta}{2}}{\delta^2} (\varphi \times)(\varphi \times) \omega_p^{PS},$$

де вказано матриці

$$\omega_p^{PS} = [\omega_{1P}^{PS} \omega_{2P}^{PS} \omega_{3P}^{PS}]^T; \quad (\varphi \times) = \begin{bmatrix} 0 & -\varphi_3 & \varphi_2 \\ \varphi_3 & 0 & -\varphi_1 \\ -\varphi_2 & \varphi_1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Кватерніонне рівняння орієнтації

Кінематичне кватерніонне рівняння виглядає так [6]:

$$\frac{dQ^{SP}}{dt} = \frac{1}{2} Q^{SP} \circ \Omega_P^{PS},$$

де Q^{SP} – кватерніон повороту вихідної СК S до рухомої СК P; Ω_P^{PS} – вектор-кватерніон, скалярна частина якого дорівнює нулю, а векторна складається з проєкцій ω_P^{PS} на осі системи P вектора ω^{PS} кутової швидкості повороту нерухомої системи відносно кінцевої.

При використанні матричної форми (2.3) кватерніону повороту, тоді рівняння орієнтації буде складатися з двох рівнянь

$$\begin{cases} \frac{dq_0}{dt} = -\frac{1}{2} q^T \cdot \omega_P^{PS} \\ \frac{dq}{dt} = \frac{1}{2} [q_0 \cdot \omega_P^{PS} + (q \times) \cdot \omega_P^{PS}] \end{cases},$$

де q і $(q \times)$ позначення матриць наведених вище.

Рівняння орієнтації через вектор Гіббса

Рівняння орієнтації у матричній формі, що подається через вектор Гіббса може мати вигляд :

$$\frac{dg^{SP}}{dt} = \frac{1}{2} [\omega_P^{PS} + (g^{SP} \times) \omega_P^{PS} + ((g^{SP})^T \cdot \omega_P^{PS}) g^{SP}],$$

де

$$g^{SP} = [g_{1p}^{SP} \quad g_{2p}^{SP} \quad g_{3p}^{SP}];$$

$$(g^{SP} \times) = \begin{bmatrix} 0 & -g_{3p}^{SP} & g_{2p}^{SP} \\ g_{3p}^{SP} & 0 & -g_{1p}^{SP} \\ -g_{2p}^{SP} & g_{1p}^{SP} & 0 \end{bmatrix}; (g^{SP})^T = [g_{1p}^{SP} \quad g_{2p}^{SP} \quad g_{3p}^{SP}]^T = \begin{bmatrix} g_{1p}^{SP} \\ g_{2p}^{SP} \\ g_{3p}^{SP} \end{bmatrix}.$$

Рівняння орієнтації через вектор Родріга

Рівняння орієнтації у матричній формі, що подається через вектор Родріга багато у чому схоже з рівнянням через вектор Гіббса та має вигляд:

$$\frac{dp^{SP}}{dt} = \omega_P^{PS} + \frac{1}{2} (p^{SP} \times) \omega_P^{PS} + \frac{1}{4} ((p^{SP})^T \cdot \omega_P^{PS}) p^{SP},$$

де використовуються позначення

$$p^{SP} = [p_{1p}^{SP} \quad p_{2p}^{SP} \quad p_{3p}^{SP}];$$

$$(p^{SP} \times) = \begin{bmatrix} 0 & -p_{3p}^{SP} & p_{2p}^{SP} \\ p_{3p}^{SP} & 0 & -p_{1p}^{SP} \\ -p_{2p}^{SP} & p_{1p}^{SP} & 0 \end{bmatrix}; (p^{SP})^T = [p_{1p}^{SP} \quad p_{2p}^{SP} \quad p_{3p}^{SP}]^T = \begin{bmatrix} p_{1p}^{SP} \\ p_{2p}^{SP} \\ p_{3p}^{SP} \end{bmatrix}.$$

2.4. Методи інтегрування кінематичних та диференціальних рівнянь

При інтегруванні диференціальних рівнянь можливе використання різноманітних методів. В першу чергу це однокрокові методи, що дозволяють визначати наступну точку інтегральної кривої по інформації про всього одну попередню точку. Однокроковими методами називають методи Рунге-Кутта [4].

Узагальнена формула отримання послідовного значення змінної y_{k+1} на кроці $k + 1$ по відомому її значенню y_k на попередньому кроці k для методів Рунге-Кутта може мати вигляд

$$y_{k+1} = y_k + h \cdot F(t_k, y_k, h).$$

Залежність $F(t_k, y_k, h)$ може мати складний вид. Саме від її виду відрізняються модифікації методів Рунге-Кутта, що наведені у табл.1. В таблиці $Z(t_k, y_k) \equiv y'_k$ – похідна, що відповідає швидкості зміни інтегрованої функції. Порядок методу говорить про його точність, яка визначається членами порядку h^p , де ступінь p і є порядком методу [4].

Таблиця 1. Методи Рунге-Кутта [4].

Порядок методу	Формула методу	Допоміжні величини	Назва методу
1	$F=k_1$	$k_1=Z(t_k; y_k);$	Ейлера
2	$F=(k_1+k_2)/2$	$k_1=Z(t_k; y_k);$ $k_2=Z(t_k+h; y_k+hk_1);$	Модифікований Ейлера
2	$F=(t_k+h/2; y_k+hk_1/2)$	$k_1=Z(t_k; y_k);$	
3	$F=(k_1+4k_2+k_3)/6$	$k_1=Z(t_k; y_k);$ $k_2=Z(t_k+h/2; y_k+hk_1/2);$	Хойне

		$k_3 = Z(t_k + h; y_k + h(2k_2 - k_1));$	
3	$F = (k_1 + 3k_3)/4$	$k_1 = Z(t_k; y_k);$ $k_2 = Z(t_k + h/3; y_k + hk_1/3);$ $k_3 = Z(t_k + 2h/3; y_k + 2hk_2/3);$	
4	$F = (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)/6$	$k_1 = Z(t_k; y_k);$ $k_2 = Z(t_k + h/2; y_k + hk_1/2);$ $k_3 = Z(t_k + h/2; y_k + hk_2/2);$ $k_4 = Z(t_k + h; y_k + hk_3);$	Рунге-Кутта
4	$F = (k_1 + 3k_2 + 3k_3 + k_4)/8$	$k_1 = Z(t_k; y_k);$ $k_2 = Z(t_k + h/3; y_k + hk_1/3);$ $k_3 = Z(t_k + 2h/3; y_k + h(k_2 - k_1/3));$ $k_4 = Z(t_k + h; y_k + h(k_1 - k_2 + k_3));$	

Основні чисельні методи базуються на апроксимації підінтегральної функції $x(t)$ певною наближеною функцією $X(t)$, визначення інтегралу від якої відбувається легко. Наближення функції в основному відбувається шляхом інтерполювання у межах заданого діапазону змінювання аргументу. Візьмемо, що функція задається вектором своїх значень x_i у точках діапазону зміни аргументу t від a до b , що є рівновіддаленими, таким чином, що

$$h = (b - a)/(n - 1)$$

є кроком задання функції, при цьому будучи одночасно кроком інтегрування. На рис. 2.4 наводиться графічне подання відповідної функції [3].

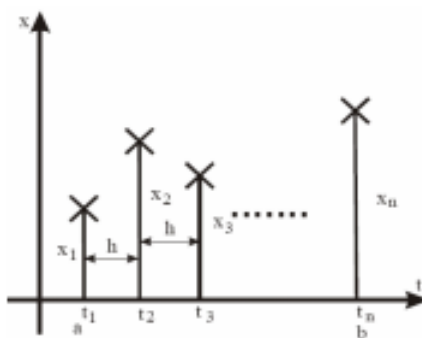


Рис. 2.4. Графічне подання підінтегральної функції [28].

Найвідоміші методи чисельного інтегрування:

Метод правих прямокутників

Один з найпростіших методів чисельного інтегрування, що передбачає на кожному кроці $t_i \leq t \leq t_{i+1}$ інтегрування заміну функції $x(t)$ на рівну величину, що дорівнює x_i на початку відповідного інтервалу [28].

Геометричне представлення інтегралу від функції $x(t)$, у вигляді площі прямокутника, який розташований з права від x_i , другий член якого є оцінкою похибки методу, ξ – значенні аргументу функції на визначеному інтервалі[3]:

$$\int_{t_i}^{t_{i+1}} x(t)dt = x_i \cdot h + \frac{h^2}{2} X'(\xi)$$

Таким чином, для обчислення повного інтегралу відповідно до методу правих прямокутників необхідно здійснити сумування усіх заданих значень функції. Попри це похибку методу визначає середнє значення похідної на інтервалі інтегрування і похибка є пропорційною до кроку у другій степені. При цьому при зменшенні величини кроку інтегрування суттєво зменшується й похибка визначення інтегралу [28].

Отримання загальної формули методів прямокутників відбувається шляхом сумування значень інтегралу на окремих кроках.

Метод лівих прямокутників

Відмінність даного методу від попереднього полягає у тому, що апроксимуючі прямокутники прилягають до заданих точок зліва, а не з права. Але варто зазначити про його похибку, яка буде мати зворотній знак. Відповідно до цього можна зрозуміти, що при комбінуванні двох методів прямокутників значно збільшується точність чисельного інтегрування. Похідною від цього є метод трапецій [28].

Варто також зазначити про метод середніх прямокутників. В цьому методі в якості точок обираються середина часткових відрізків $x_{i-0.5} = x_i - 0.5h$.

Через порушення симетрії в методах правих і лівих прямокутників, їх похибка є значно більшою за похибку в методі середніх прямокутників.

Метод трапецій

При інтегруванні наведеним методом відбувається визначення площі трапецій, які виникають внаслідок з'єднання окремих заданих точок відрізками прямих, а саме за лінійної інтерполяції. Формули методу трапецій є такими [3]:

$$\int_{t_i}^{t_{i+1}} x(t)dt = \frac{h}{2}(x_i + x_{i+1}) + \frac{h^3}{12}X''(\xi)$$

$$\int_a^b x(t)dt = h\left(\frac{x_1 + x_n}{2} + \sum_{i=2}^{n-1} x_i\right) + \frac{h^2 \cdot (b-a)}{12}X''(\xi)$$

Використання методів прямокутників та трапецій досить актуальні у БІСО та БІНС. Ці методи дозволяють швидку організацію процесів інтегрування кінематичних рівнянь, за умови відсутньої необхідності у високих показниках точності. Прикладом застосування даних методів є системи побудовані на МЕМС гіроскопах та акселерометрах .

Похибка методу трапецій вища за похибку методу середніх прямокутників, але варто враховувати, що визначення середнього значення на елементарному інтервалі можливе лише у випадку функцій, що задані аналітично. Через це використання методу середніх прямокутників є не завжди можливим.

Метод Сімпсона

В цьому методі підінтегральна функція на частковому відрізку апроксимується параболою, через визначену кількість точок. Інтервал в якому відбувається інтегрування ділиться на рівні частини, так аби їх кількість була парною, а кількість точок, що утворились непарною. В цьому випадку крок інтегрування буде дорівнювати [28]:

$$h = (b - a)/(n - 1) = (b - a)/2(k - 1).$$

Інтерполяція точок на інтервалах реалізується квадратною параболою. При інтегруванні функції в інтервалі $t_i \leq t \leq t_{i+2}$, отримаємо формулу Сімпсона для визначеної ділянки. Після сумування результатів з усіх частинних відрізків, отримується квадратурна формула Сімпсона [28]:

$$\int_a^b x(t)dt(x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 4x_4 + 5x_5 + \dots + 2x_{n-2} + 4x_{n-1} + x_n) - \\ - \frac{h^4(b-a)}{180} X^{IV}(\xi).$$

Досить ефективними є багатокрокові методи, які ще називають методам прогноза-корекції. Це пояснюється тим, що розрахунки за цими методами побудовані на застосуванні двох послідовних етапів. На першому етапі прогнозується значення шуканої змінної в наступній точці, відповідно до інформації про попередні точки. На другому етапі відбувається уточнення (“корекція”) знайденого значення, відповідно до спеціальної неявної формули. У табл. 2 наведені приклади формул методів другого і третього порядків, при цьому варто зазначити про існування методів четвертого порядку [4].

Таблиця 2. Формули методів прогнозу-корекції [4].

Порядок метода	Формула прогнозу	Формула корекції
2	$y_{k+1} = y_{k-1} + 2h \cdot Z(t_k, y_k)$	$y_{k+1} = y_k + \frac{h}{2} [Z(t_{k+1}, y_{k+1}^*) + Z(t_k, y_k)]$
3	$y_{k+1} = y_k + \frac{h}{12} [23 \cdot (t_k, y_k) - 16 \cdot Z(t_{k-1}, y_{k-1}) + 5 \cdot Z(t_{k-2}, y_{k-2})]$	$y_{k+1} = y_k + \frac{h}{2} [5 \cdot Z(t_{k+1}, y_{k+1}^*) - 8 \cdot Z(t_k, y_k) + Z(t_{k-1}, y_{k-1})]$

Похибки чисельного інтегрування рівнянь залежать від рівнянь орієнтації, що використовуються, від метода інтегрування, від кроку інтегрування. Варто зазначити про те, що зі зменшенням кроку інтегрування зменшуються й похибки, але це значно впливає на електронно-обчислювальні можливості системи орієнтації та навігації [4].

Підвищення порядку метода інтегрування значно впливає на підвищення точності, це можна побачити на рис. 2.5.

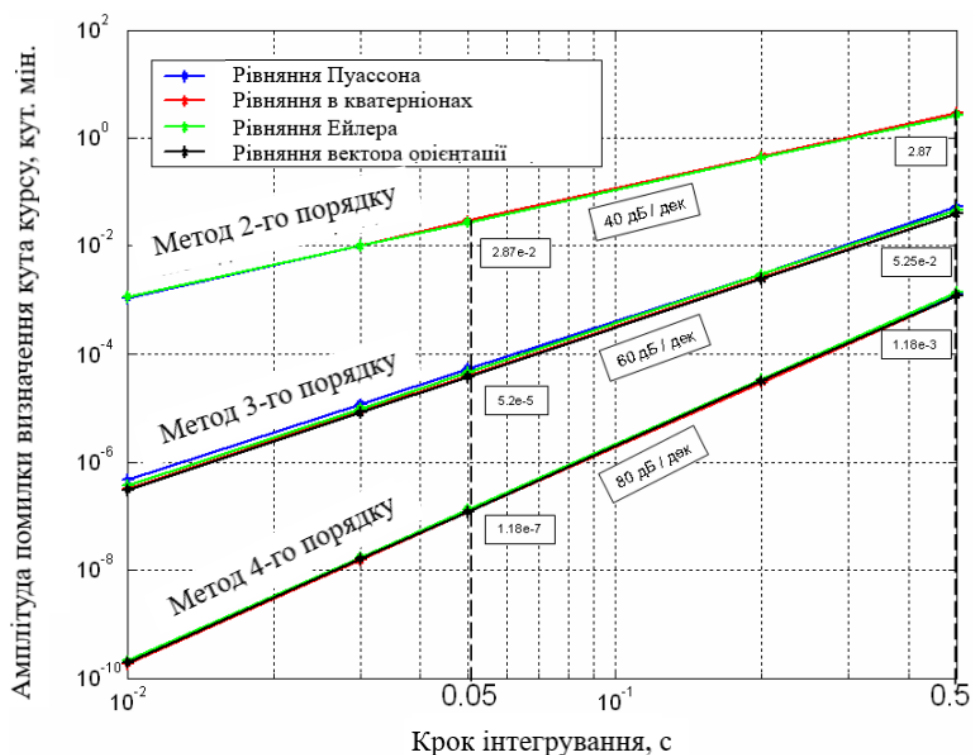


Рис. 2.5. Залежність похибки визначення кута курсу від кроку і методу інтегрування [4].

Похибка методів оцінюється шляхом розгляду залишкових членів. При цьому формула для цих членів визначається як степенева функція від кроку інтегрування. Показник степеня у цьому виразі, який характеризує залежність похибки від кроку, відомий як порядок методу інтегрування. Отже, методи прямокутників, трапеції та Сімпсона відповідають методам першого, другого та четвертого порядків відповідно [28].

Відповідно до оцінки кількості часу необхідного для розрахунків, наведеної на рис. 2.6, можна зробити висновки, що найбільша кількість часу потребується для вирішення рівнянь з вектором орієнтації. Найбільш оптимальними, з точки зору економії часу та ресурсів є використання рівнянь Ейлера і Пуассона. Відповідно до цього, в рівняннях Ейлера і Пуассона виникає можливість використовувати найменший крок інтегрування. Але слід зауважити, що кінцеве рішення у виборі рівнянь та методів можна приймати лише після моделювання для конкретних умов, задач та систем [4].

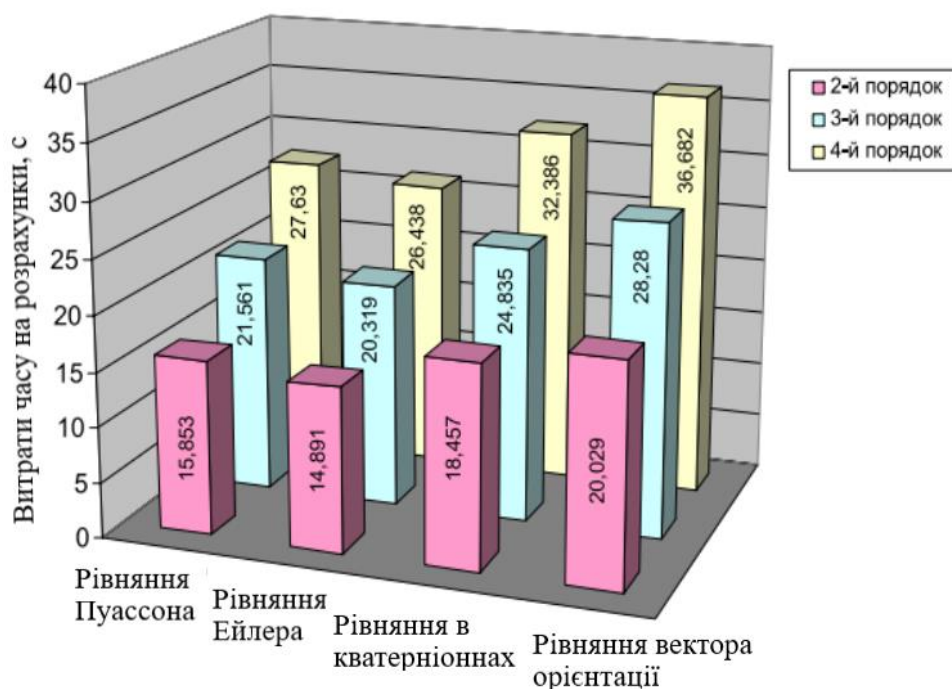


Рис. 2.6. Діаграма витрат часу на розрахунки [4].

Існують тестові рухи, що дозволяють більш ефективно оцінити різноманітні алгоритми чисельного інтегрування. До прикладу можна привести конічний рух. Найбільш наглядно помилки при конічному русі проявляються за умови виникнення гармонічних кутових коливань об'єкта, що відбуваються по двом осям, які взаємно перпендикулярні. Коливання відбуваються з однаковою частотою і з фазою, що здвигнута на $\pi/2$. В даному випадку верхня границя частотного діапазону вимірів має буту суттєво вище, ніж частота коливань [4].

Також, варто зазначити про існування спеціальних алгоритмів чисельного вирішення рівнянь, для рівнянь орієнтації, що використовують до 4-х кроків оновлення інформації і мають 6-й порядок точності.

2.5. Висновки до розділу 2

Під час виконання розділу було розглянуто: існуючі системи координат, на яких базується робота інерціальних систем орієнтації; кінематичні параметри кутового положення об'єкта у просторі; основи кінематичних рівнянь орієнтації об'єкта, та визначення їх ефективності та складності; ефективні та найбільш раціональні методи

інтегрування кінематичних та диференціальних рівнянь, що використовуються у алгоритмічно-програмній частині БІСО.

Було визначено переваги і недоліки усіх кінематичних параметрів кутової орієнтації об'єкта, що вплинуло на подальше виконання роботи.

Під час опису кінематичних рівнянь орієнтації було визначено простоту та інтуїтивну зрозумілість кінематичних рівнянь Ейлера, а також їх широку розповсюдженість для опису руху тверди тіл. Це в свою чергу вказало на раціональність використання даних рівнянь, що аргументується в свою чергу добре розробленою теоретичною базою та численними прикладами застосування. Також важливим моментом стала відсутність високих вимог до високої обчислюваної здатності.

Під час опису методів інтегрування кінематичних та диференціальних рівнянь було визначено найбільш ефективні та раціональні методи інтегрування Рунге-Кутта. Було наведено оцінку залежності похибки визначення кута курсу в залежності від методу та кроку інтегрування, а також було наведено діаграму порівняння витрат часу на розрахунки, для різних рівнянь та порядків точності.

Аналіз вищезазначених аспектів створив надійну теоретичну базу для розробки алгоритму БІСО. Визначення методів інтегрування та кінематичних рівнянь для будь-якої інерціальної системи є ключовим моментом у забезпеченні високої точності та стабільності цієї системи.

РОЗДІЛ 3

МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМИ ІНЕРЦІАЛЬНОЇ ОРІЄНТАЦІЇ В СЕРЕДОВИЩІ MATLAB

3.1. Розробка імітаційної моделі

Першочергово визначимо структурну схему системи інерціальної орієнтації у складі БІНС. Приклад даної структурної схеми можна побачити на рис. 3.1.

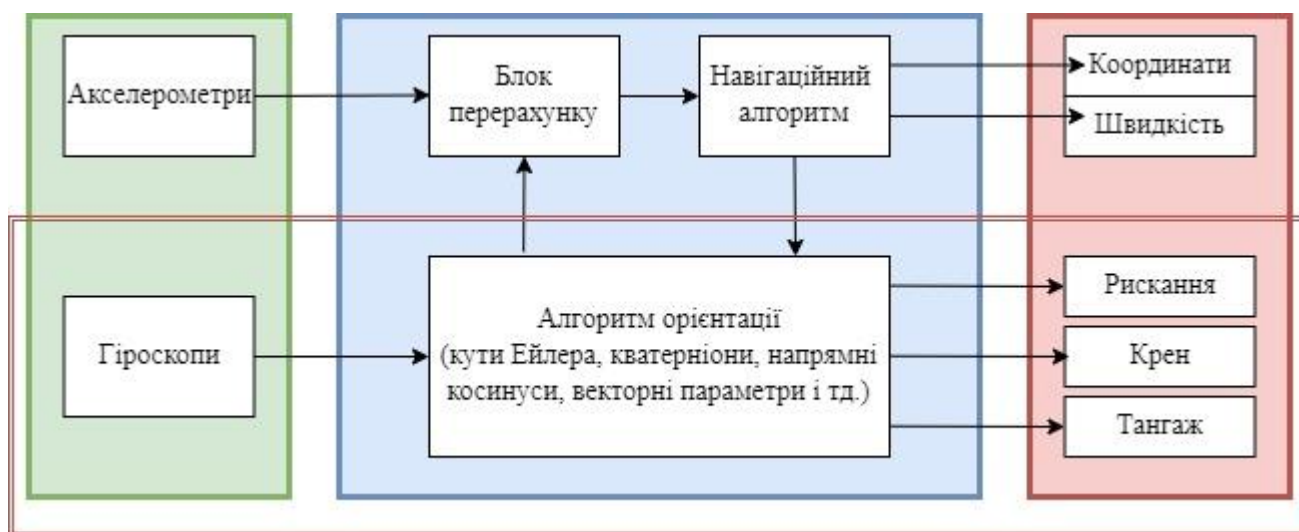


Рис. 3.1. Структурна схема БІСО у складі БІНС.

Наступним етапом буде визначення блоків, з яких буде складатись імітаційна модель системи інерціальної орієнтації, а саме у нашому випадку БІСО. Імітаційна модель буде доповнена блоком порівняння отриманих результатів, для визначення ефективності роботи системи.

Програмний алгоритм імітаційної роботи БІСО складається з:

- 1) блоку моделювання кутового руху ДКШ (або основи на якій його встановлено);
- 2) блок імітації роботи БІСО, що виконує інтегрований в нього алгоритм, відповідно до заданих параметрів;
- 3) блок порівняння отриманих параметрів орієнтації з БІСО, з ідеальними параметрами, що беруться з блоку імітаційного руху ДКШ.

Структуру імітаційної моделі роботи БІСО та порівняння результатів можна побачити на рис. 3.2.

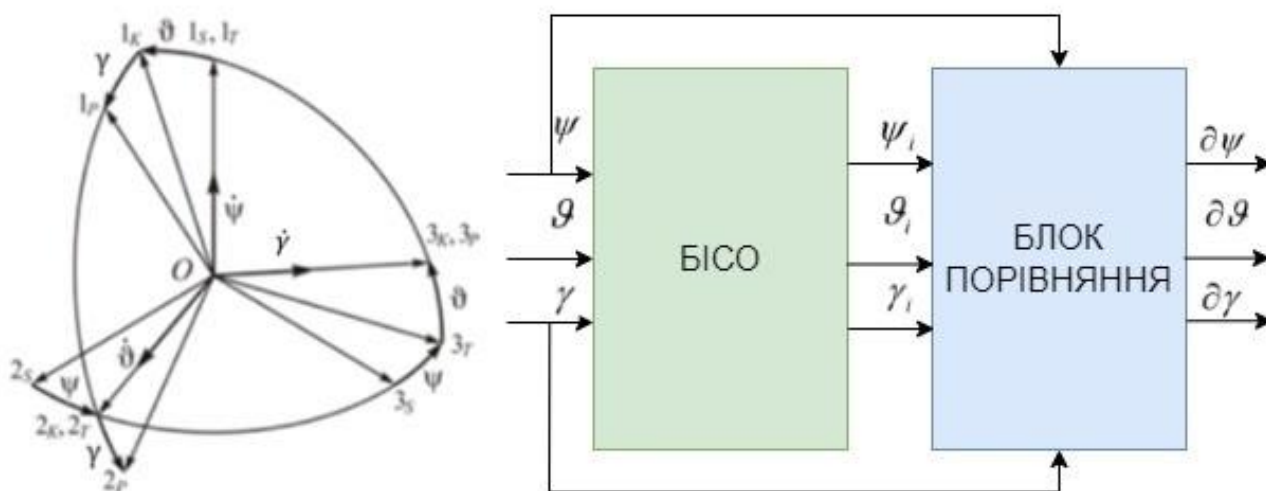


Рис. 3.2. Структура роботи БІСО з блоком порівняння результатів.

Блок моделювання руху основи

Створення кінчного руху для об'єкта є найбільш результативним методом дослідження похибок та особливостей роботи БІСО. Під час цього руху виникає таке явище, як алгоритмічний дрейф, що може значно вплинути на результати вимірювання. У багатьох випадках точність та ефективність роботи БІСО можна оцінювати саме за алгоритмічним дрейфом кінчного руху [29].

Рух основи задається наведеними функціями:

$$\psi(t) = 0; \quad \vartheta(t) = a_m \sin(\omega t + \varepsilon); \quad \gamma(t) = a_m \sin(\omega t),$$

де, a_m та ω параметри руху, а ε зсув фази коливань. Відповідно до цього, основою будуть здійснюватися синхронні коливання, що відбуваються з однаковою амплітудою навколо двох визначених ортогональних осей, при цьому рух навколо третьої осі не відбуватиметься. При $\varepsilon = 90^\circ$ цей рух називають кінчним. Саме він призводить до виникнення суттєвих алгоритмічних дрейфів, відповідно до цього є одним з найбільш популярних методів дослідження систем.

3.2. Моделювання роботи БІСО

Для перевірки працездатності алгоритму необхідно його випробувати та провести моделювання змінюючи параметри, які дозволяють наочно оцінити правильність роботи системи. (Програмний код наведено в ДОДАТОК А).

На рис. 3.3 та 3.4 наведено результати моделювання роботи БІСО за умови, що задані такі початкові параметри для першого моделювання: $a_m = 0,1 \text{ рад}$; $\omega = 0,01 \text{ рад/с}$; початкові значення $y = [0,01; 0,02; 0,05]$; крок опитування $h = 0,1 \text{ с}$; зсув фази коливань $\varepsilon = 0^\circ$. Та змінені параметри $y = [0; 0,05; 0,1]$; $h = 1 \text{ с}$; $\omega = 0,1 \text{ рад/с}$, для другого моделювання.

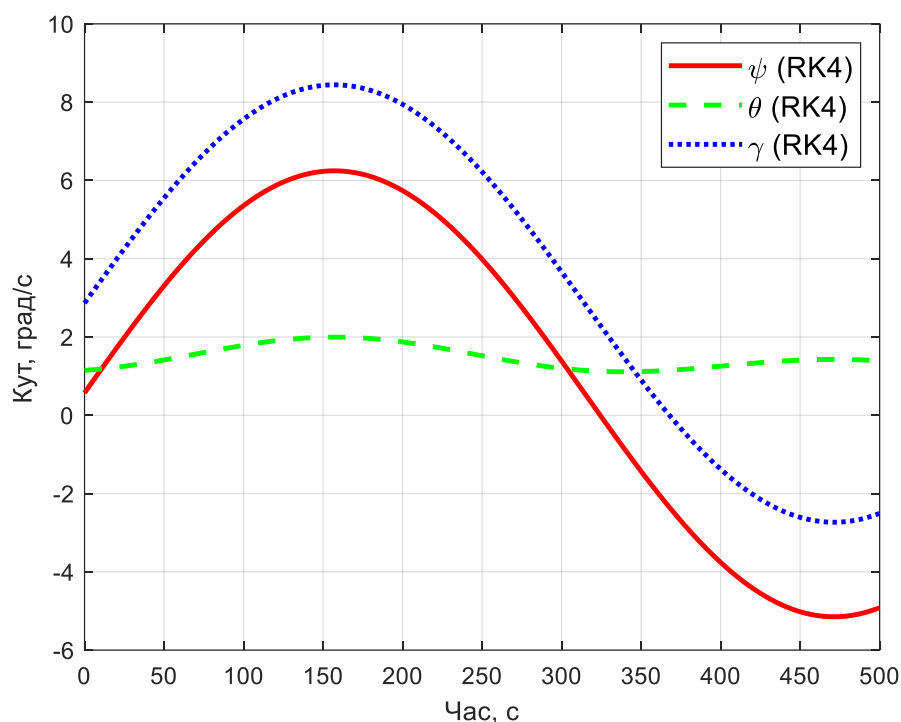


Рис. 3.3. Моделювання імітаційного алгоритму БІСО.

На наступному етапі моделювання перевіримо працездатність алгоритму на зміну зсуву фази коливань на $\varepsilon = 90^\circ$. Використовуючи при цьому попередньо задані параметри. Результати моделювання наведені на рис. 3.5.

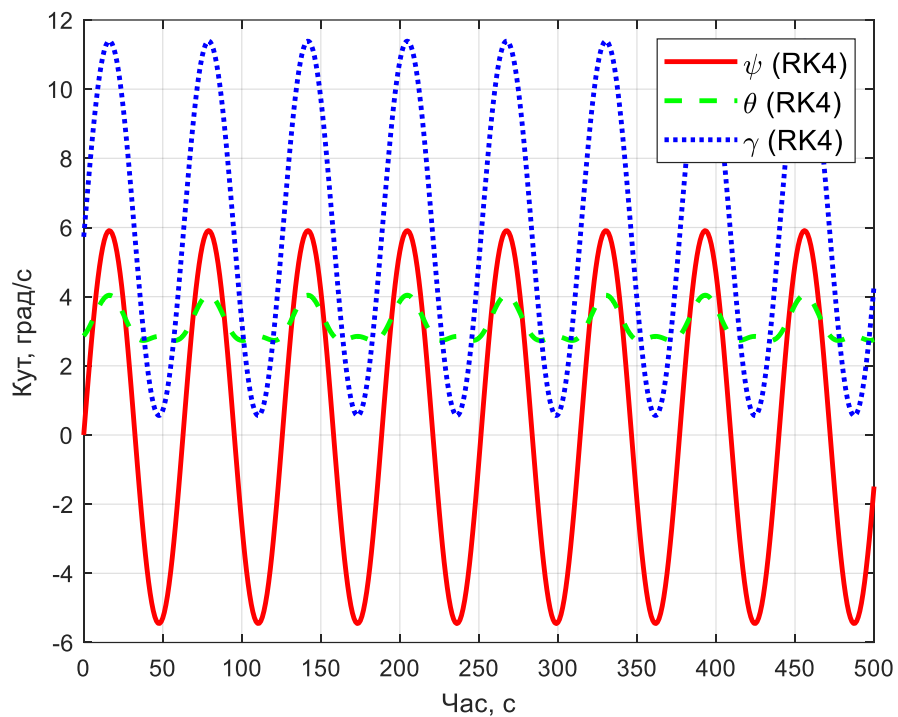


Рис. 3.4. Моделювання імітаційного алгоритму БІСО, з зміненими параметрами.

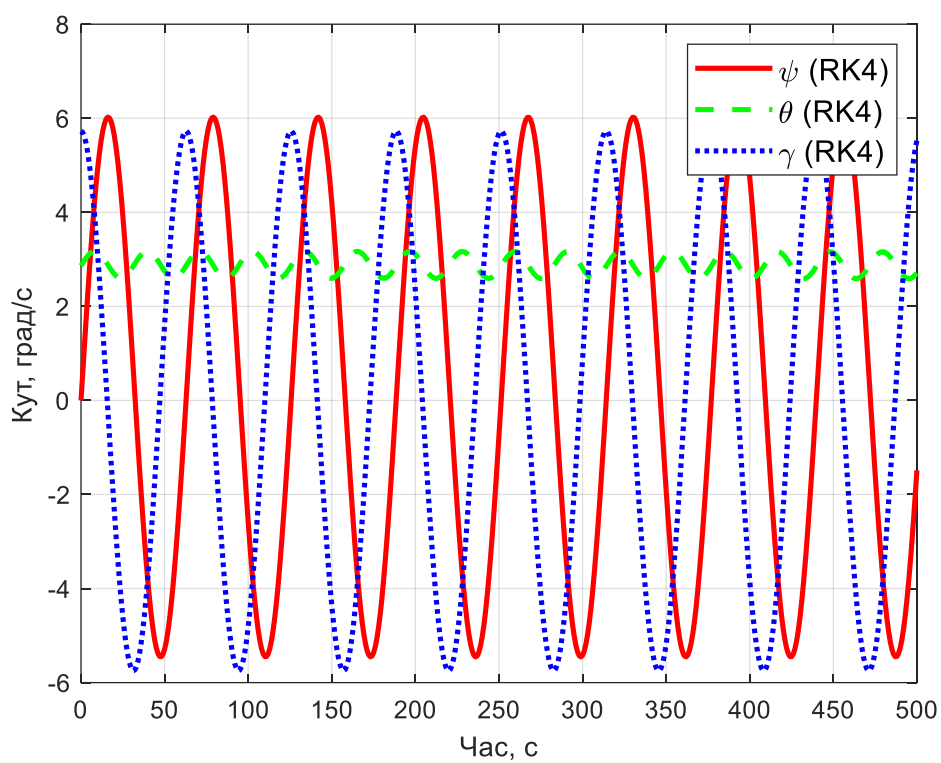


Рис. 3.5. Моделювання імітаційного алгоритму БІСО, з $\varepsilon = 90^\circ$.

Наведене вище моделювання відбувається за допомогою методу Рунге-Кутта 4-го порядку. Для обрання оптимального методу для системи інерціальної орієнтації проведемо порівняльне моделювання для найпростішого методу 1-го порядку (Ейлера) і для найбільш ресурсовимогливого методу Рунге-Кутта 4-го порядку.

На рис. 3.6 наведено результати моделювання алгоритмів БІСО, а саме метода Рунге-Кутта першого порядку (Ейлера) та метода Рунге-Кутта четвертого порядку з таким заданими параметрами: $a_m = 0,1 \text{ рад}$; $\omega = 0,1 \text{ рад/с}$; початкові значення $y = [0; 0; 0]$; крок опитування $h = 1 \text{ с}$; зсув фази коливань $\varepsilon = 0^\circ$. На рис. 3.7 відображено накладання графіків кожного методу один на одного, з ціллю наглядного визначення різниці та порівняння.

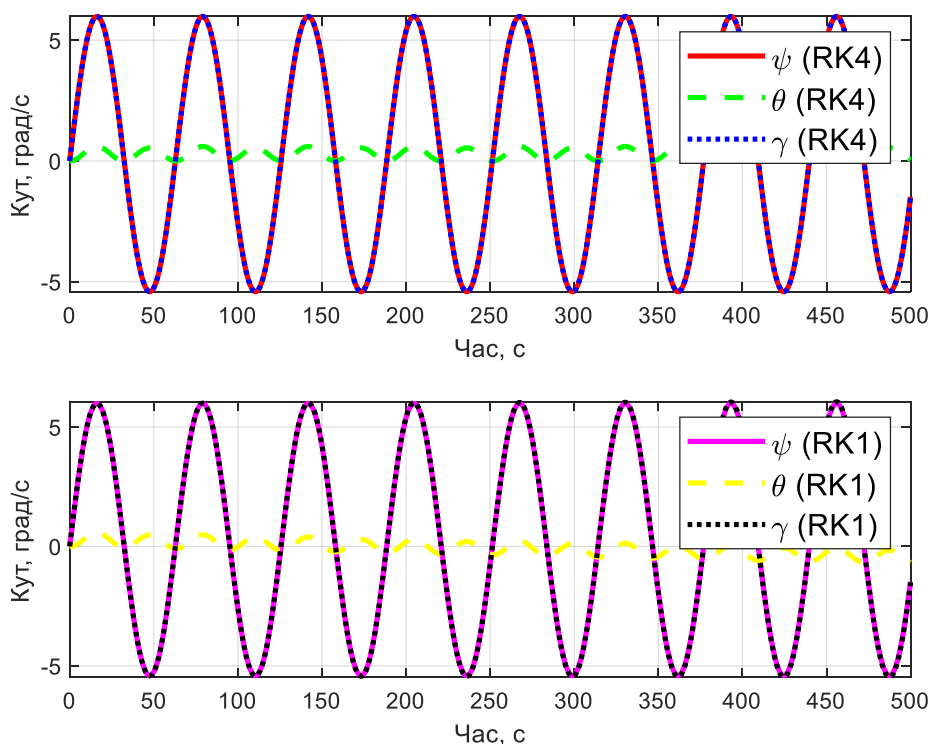


Рис. 3.6. Моделювання методів 1-го та 4-го порядків, з кроком 1 с.

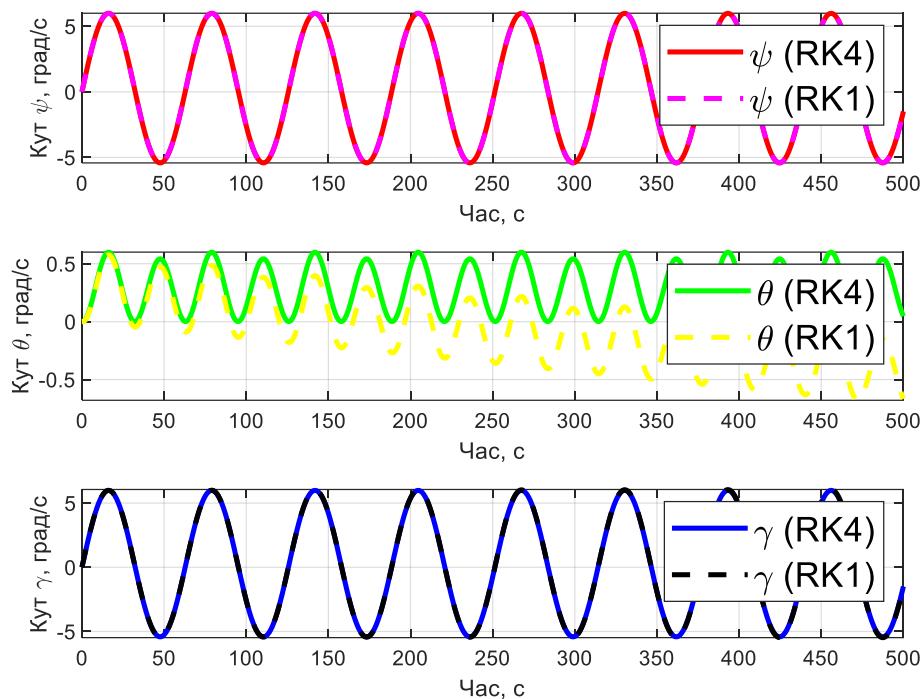


Рис. 3.7. Накладені графіки моделювання методів 1-го та 4-го порядків, з кроком 1 с.

На рис. 3.8 та рис. 3.9 наведено графіки моделювання з аналогічними до попереднього моделювання параметрами, за винятком збільшення частоти кроку опитування до $h = 0,1$ с.

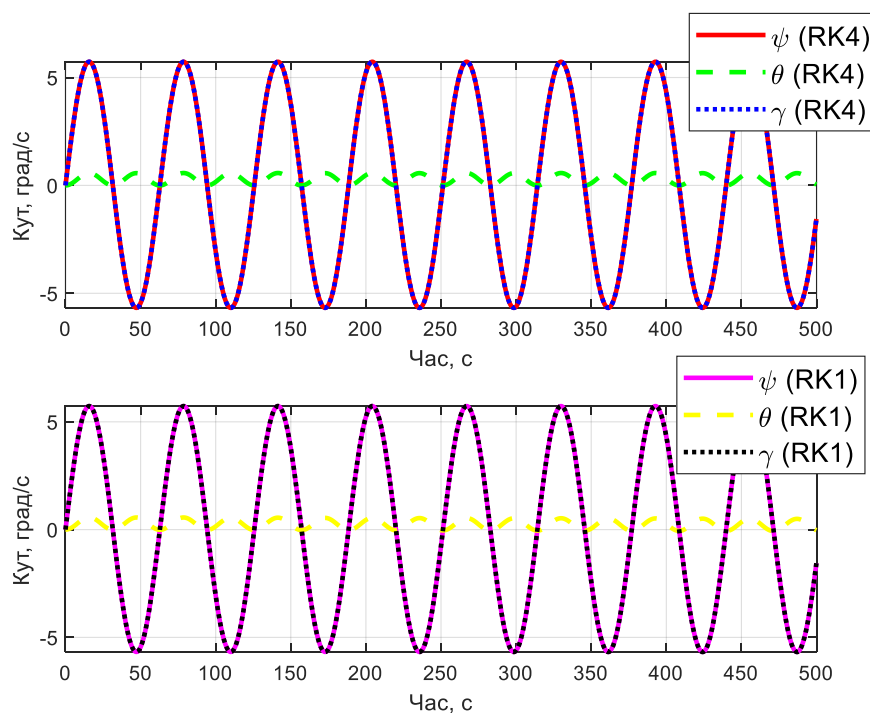


Рис. 3.8. Моделювання методів 1-го та 4-го порядків, з кроком 0,1 с.

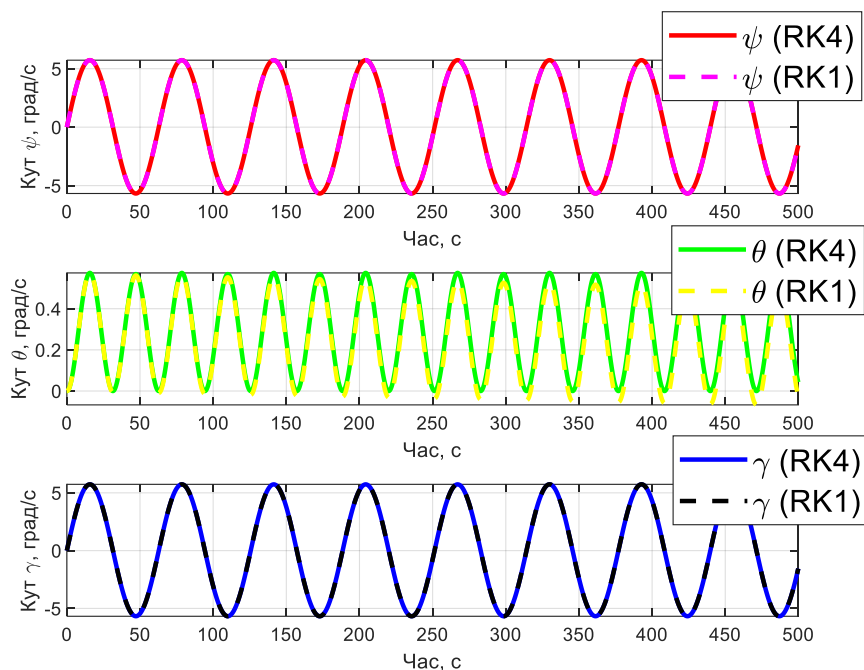


Рис. 3.9. Накладені графіки моделювання методів, з кроком 0,1 с.

Відповідно до виконаних вище моделювань, виконаємо моделювання з відповідними параметрами але з зміною зсуву фаз на $\varepsilon = 90^\circ$. Результати наведені на рис. 3.10 – 3.13.

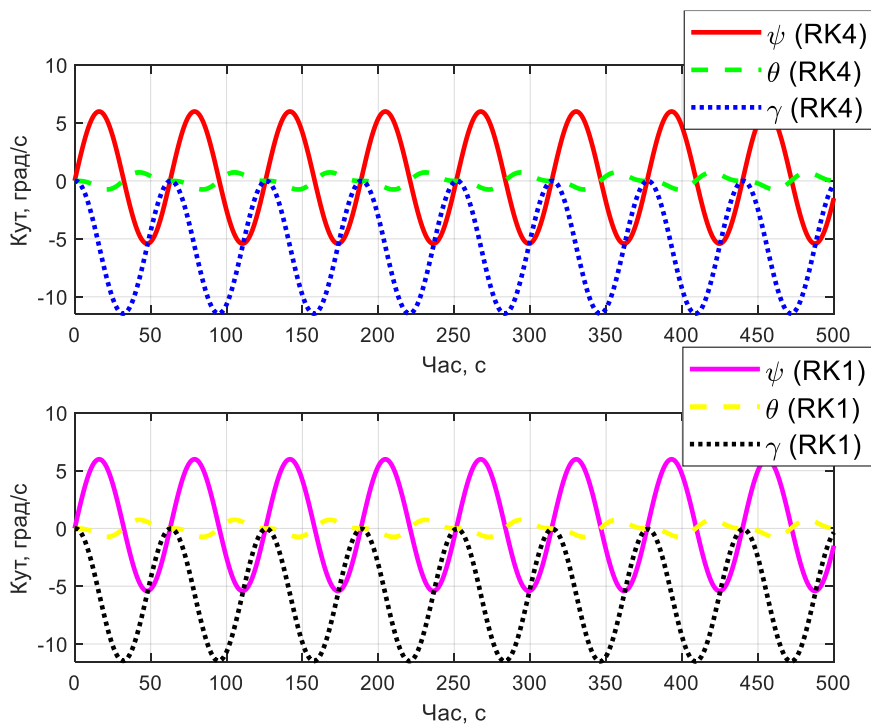


Рис. 3.10. Моделювання методів 1-го та 4-го порядків, з кроком 1 с та $\varepsilon = 90^\circ$.

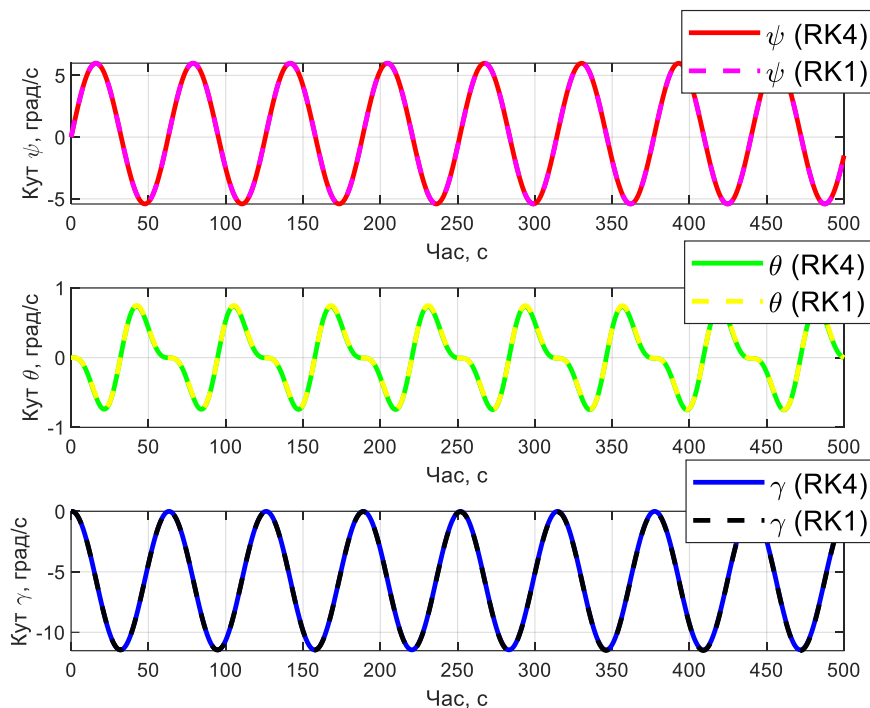


Рис. 3.11. Накладені графіки моделювання методів, з кроком 1 с та $\varepsilon = 90^\circ$.

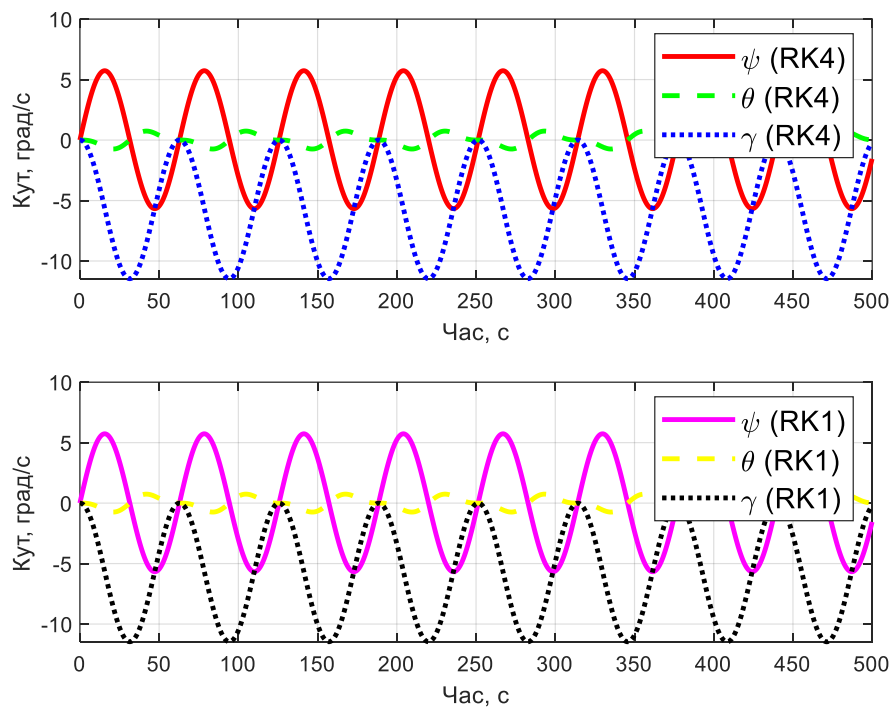


Рис. 3.12. Моделювання методів 1-го та 4-го порядків, з кроком 0,1 с та $\varepsilon = 90^\circ$.

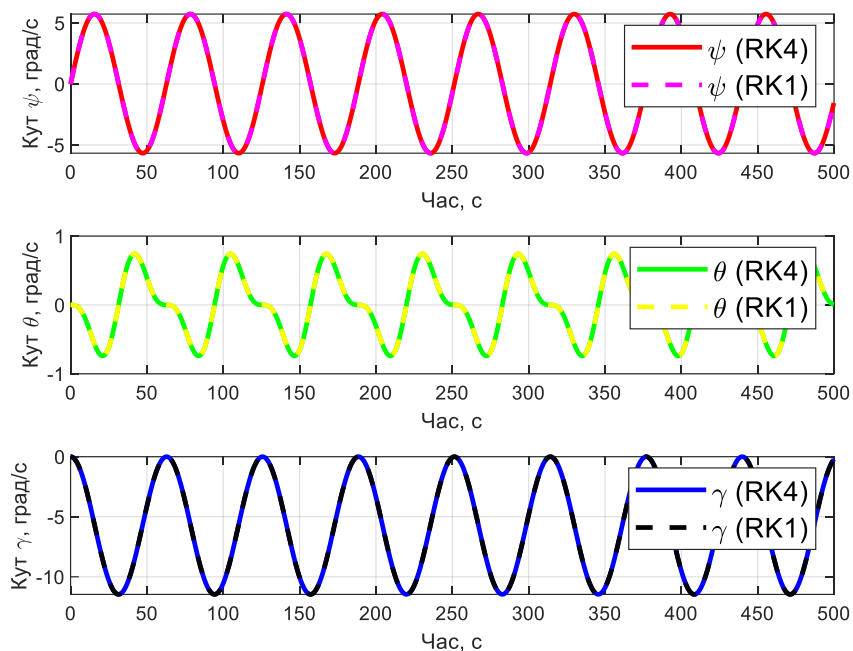


Рис. 3.13. Накладені графіки моделювання методів, з кроком 0,1 с та $\varepsilon = 90^\circ$.

Наступним кроком визначимо різницю між методами, для більш точно розуміння особливостей методів. Моделювання різниці виконаємо відповідно до вище використаних параметрів. Результати моделювання наведені на рис. 3.14 – 3.17.

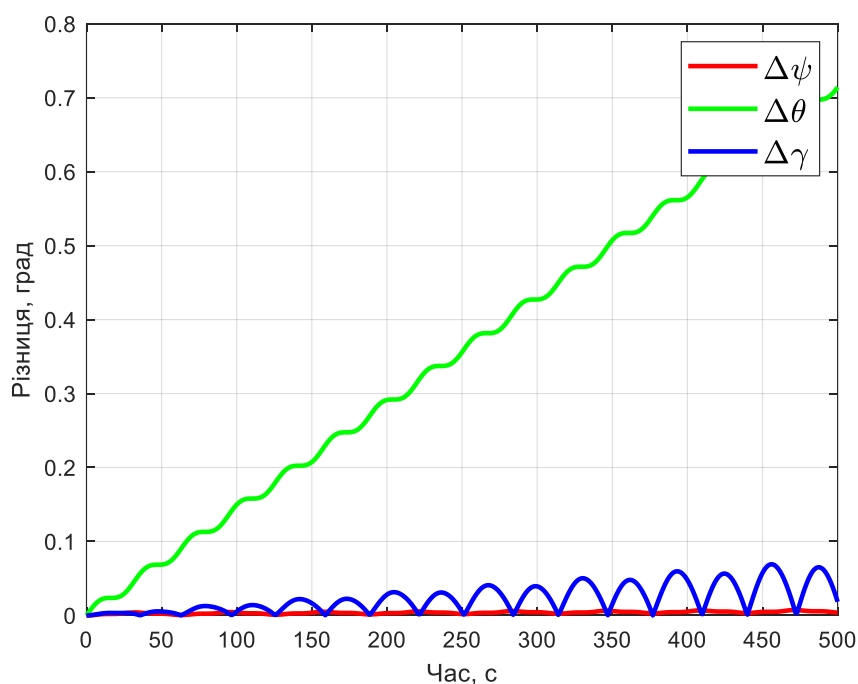


Рис. 3.14. Різниця визначення кутів методами 1-го та 4-го порядків, з кроком 1 с та з зсувом фаз $\varepsilon = 0^\circ$.

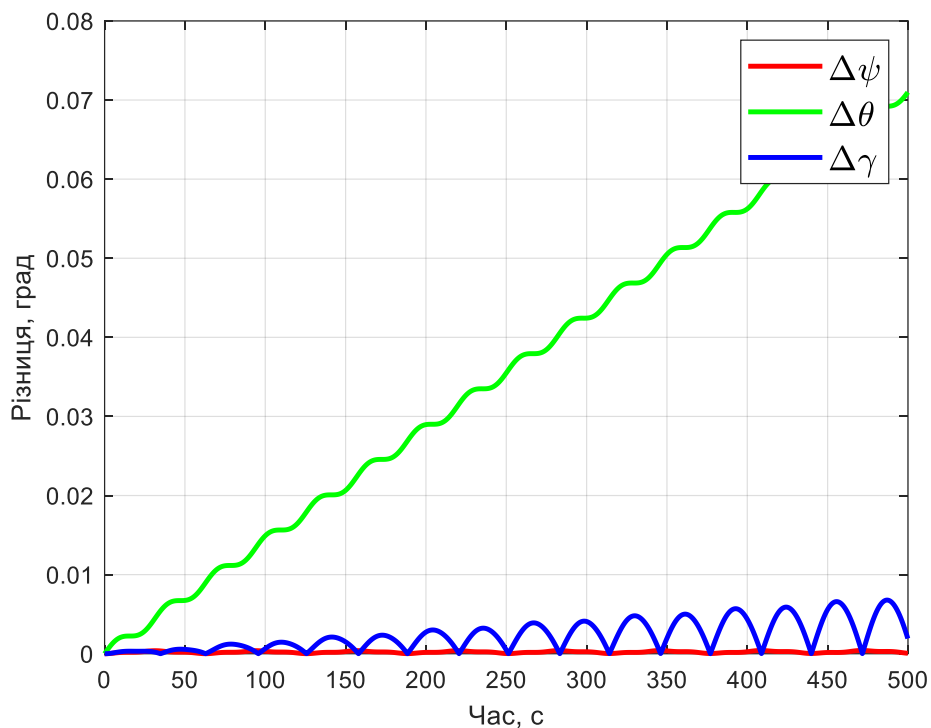


Рис. 3.15. Різниця визначення кутів методами 1-го та 4-го порядків, з кроком 0,1 с та з зсувом фаз $\varepsilon = 0^\circ$.

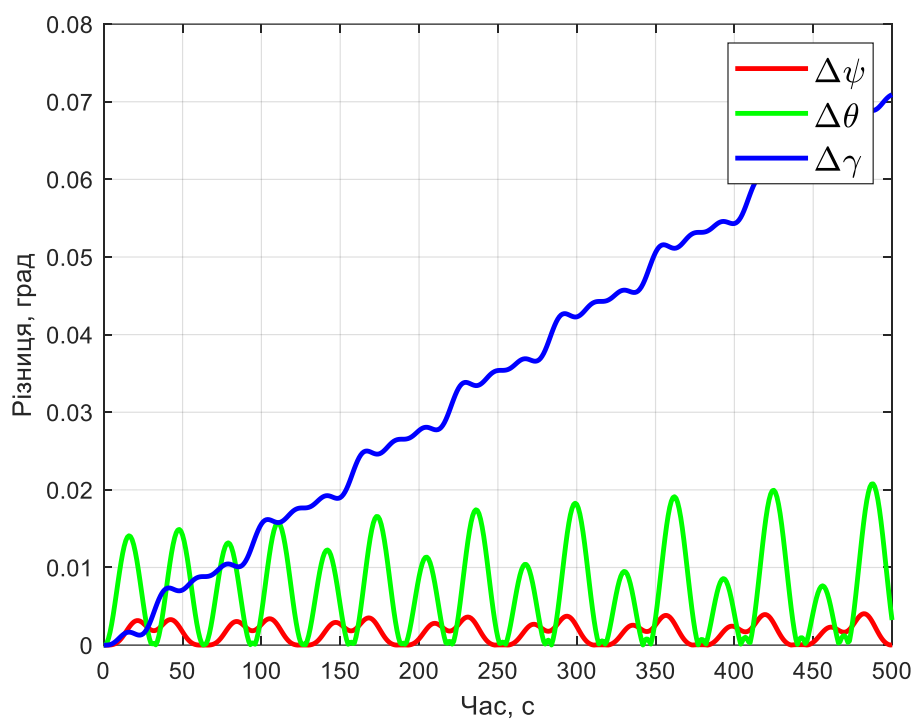


Рис. 3.16. Різниця визначення кутів методами 1-го та 4-го порядків, з кроком 1 с та з зсувом фаз $\varepsilon = 90^\circ$.

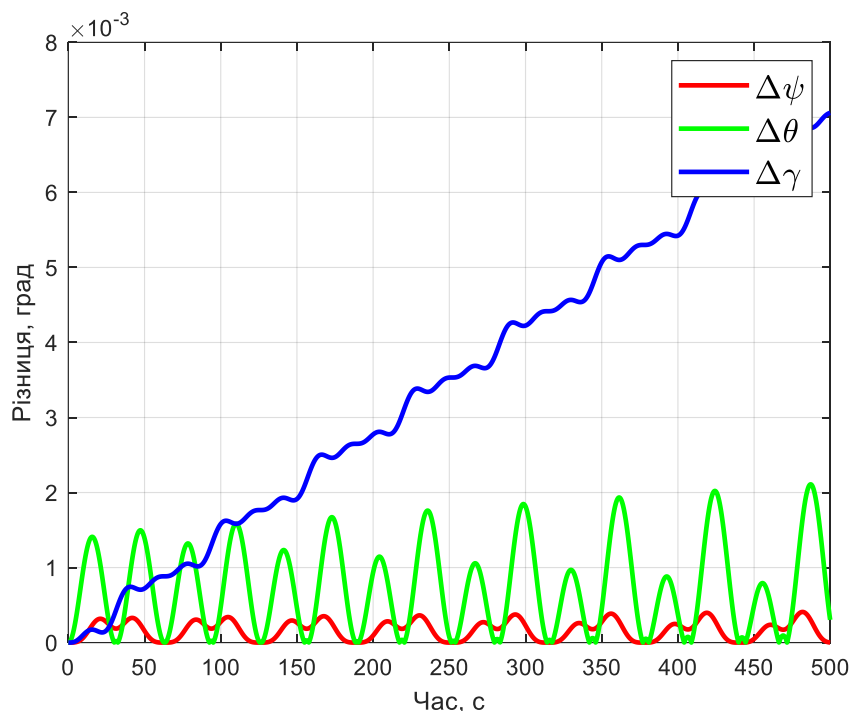


Рис. 3.17. Різниця визначення кутів методами 1-го та 4-го порядків, з кроком 0,1 с та з зсувом фаз $\varepsilon = 90^\circ$.

Аналізуючи результати моделювання методів та визначену різницю між ними можна прийти до наступних висновків.

Метод Рунге-Кутта 4-го порядку з більшою точністю визначає кутове положення об'єкта у просторі. При цьому необхідно вказати на значну залежність точності методів від зміни кроку, для заданих умов та параметрів. Аналізуючи вище наведені графіки можна зрозуміти, що для систем головною ціллю яких не є досягнення надвисокої чи високої точності використання методу Рунге-Кутта 1-го порядку, за умови достатньої частоти кроку опитування, є цілком прийнятним та може мати перелік переваг, а саме простота та швидкість у реалізації. Під час моделювання було визначено, що зміна кроку може давати суттєву різницю між методами у випадку тривалої роботи системи орієнтації.

Коротко проводячи графічний аналіз можна з впевненістю сказати, що метод Рунге-Кутта 4-го порядку є значно надійнішим, особливо для систем з тривалим

часом роботи, оскільки метод показує високу точність та менше накопичення помилок.

Наступним етапом моделювання буде створення для БІСО умов роботи наближених до реальності, а саме створення негативних впливів, що впливають на точність та ефективність вимірювання. Ціллю даного етапу моделювання буде порівняння “ідеальних” вимірюваних параметрів та графіків, які наведені вище з наближеними до реальності даними та графіками, які ми отримаємо шляхом моделювання алгоритму роботи БІСО, з додаванням додаткових параметрів, що мають вплинути на результати моделювання та наблизити їх до результатів, які отримуються за реальних умов. Моделювання виконується відповідно до попередньо заданих параметрів.

В подальшому при моделюванні системи будуть використовуватись такі параметри: $a_m = 0,1 \text{ рад}$; $\omega = 0,1 \text{ рад/с}$; початкові значення $y = [0; 0; 0]$; крок опитування $h = 1 \text{ с}$; зсув фази коливань $\varepsilon = 0^\circ$.

Моделювання для наглядності буде виконуватись з двома різними за точністю датчиками, а саме з високоточним КВГ CRS39-02 з кутовим дрейфом $0,2^\circ/\text{год}$ та випадковим шумом $0,006^\circ/\text{год}$, а також з недорогим масовим виробом ММГ CRG20 - 12, який має кутовий дрейф $5^\circ/\text{год}$ та випадковим шумом $0,2^\circ/\text{год}$. На рис. 3.18 – 3.25 наведено результати моделювання, за умови зміни таких параметрів як h і ε .

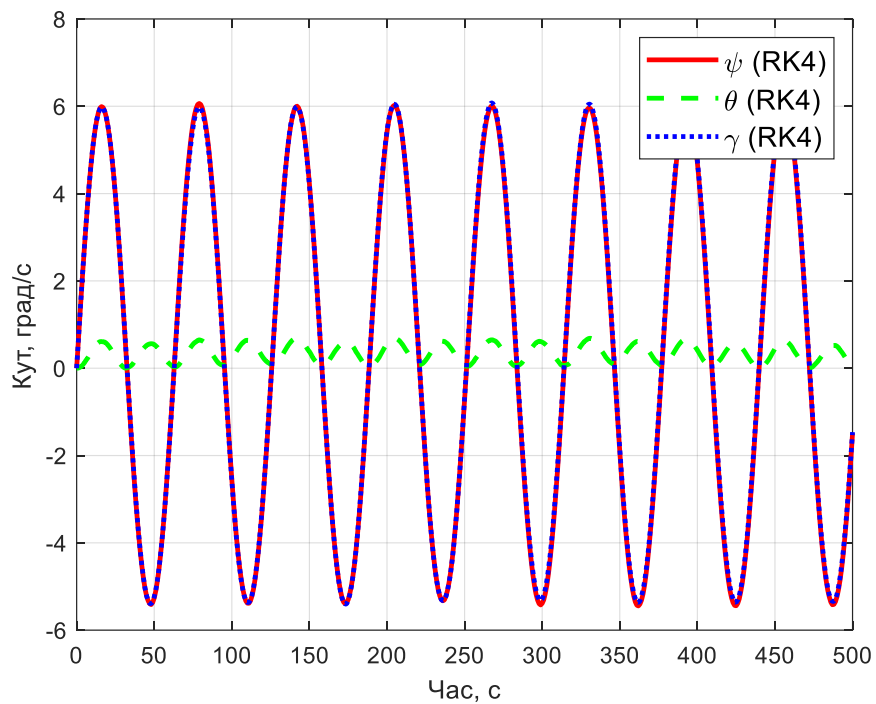


Рис. 3.18. Моделювання роботи БІСО з датчиками CRS39-02, при кроці опитування $h = 1$ с.

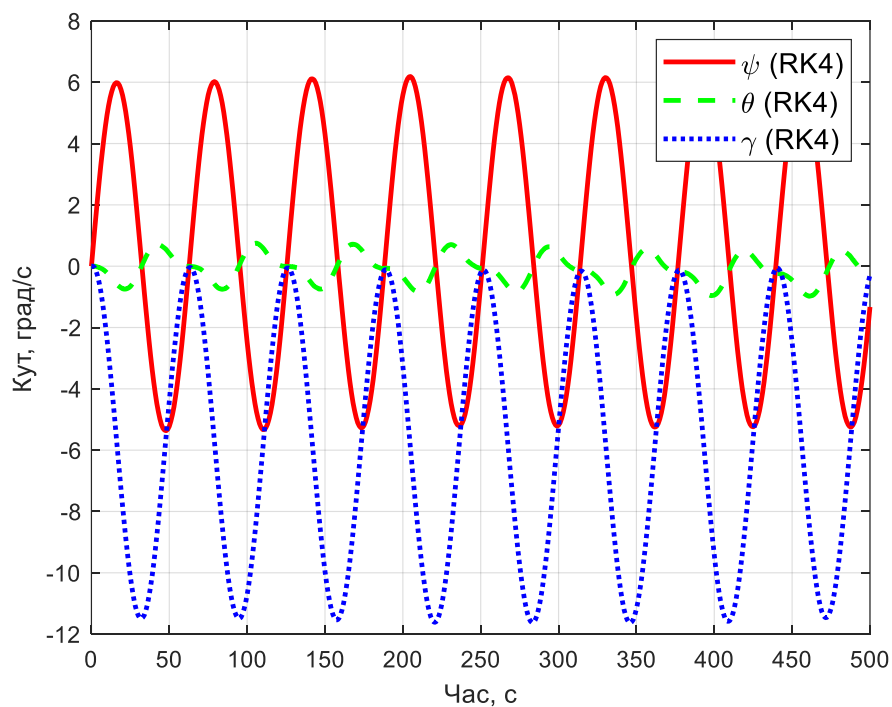


Рис. 3.19. Моделювання роботи БІСО з датчиками CRS39-02, при кроці опитування $h = 1$ с та з зсувом фази коливань $\varepsilon = 90^\circ$.

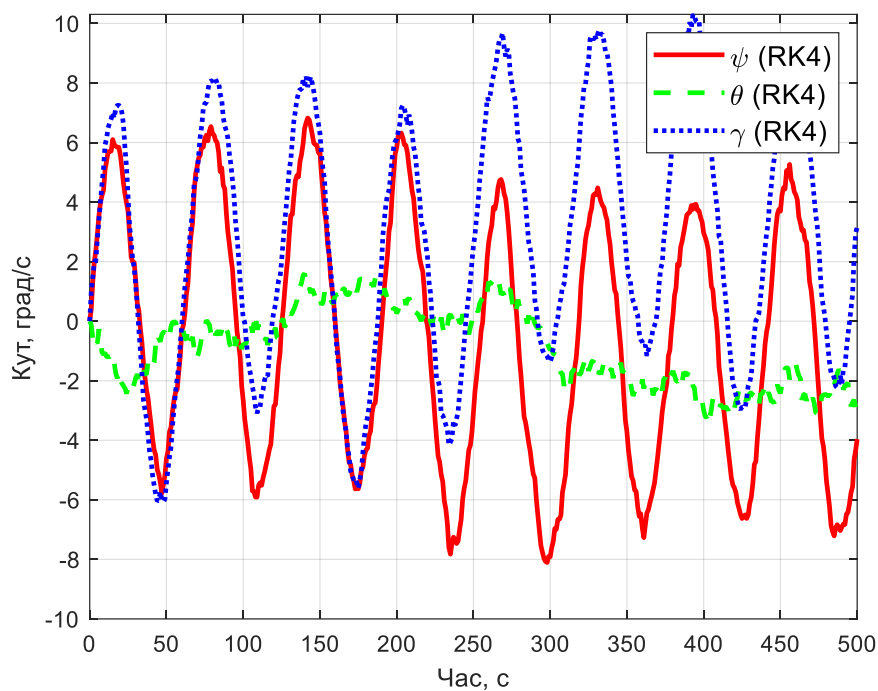


Рис. 3.20. Моделювання роботи БІСО з датчиками CRG20, при кроці опитування $h = 1$ с.

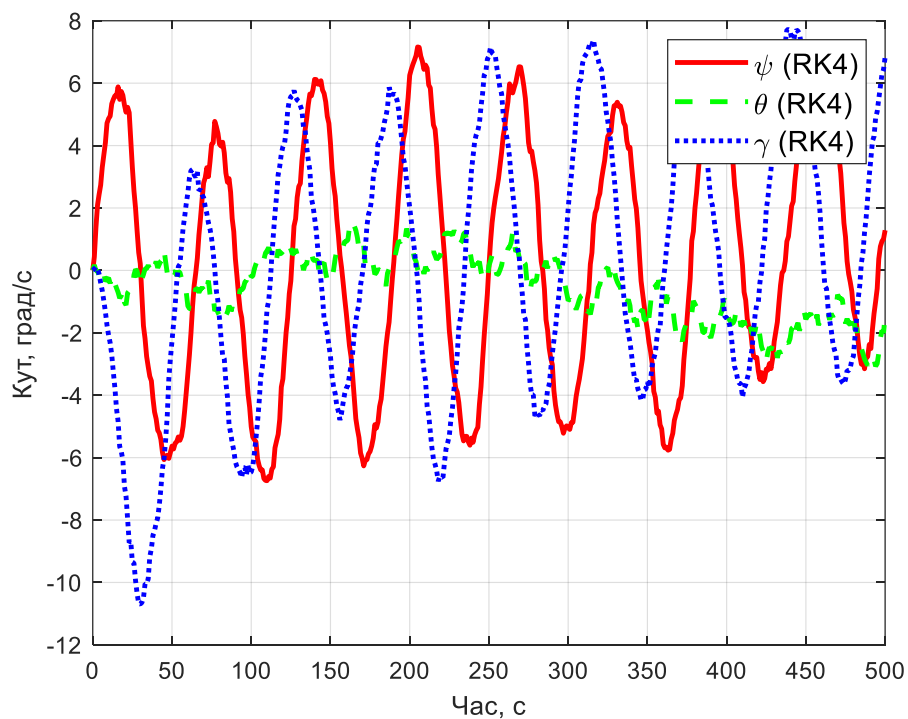


Рис. 3.21. Моделювання роботи БІСО з датчиками CRG20, при кроці опитування $h = 1$ с та з зсувом фази коливань $\varepsilon = 90^\circ$.

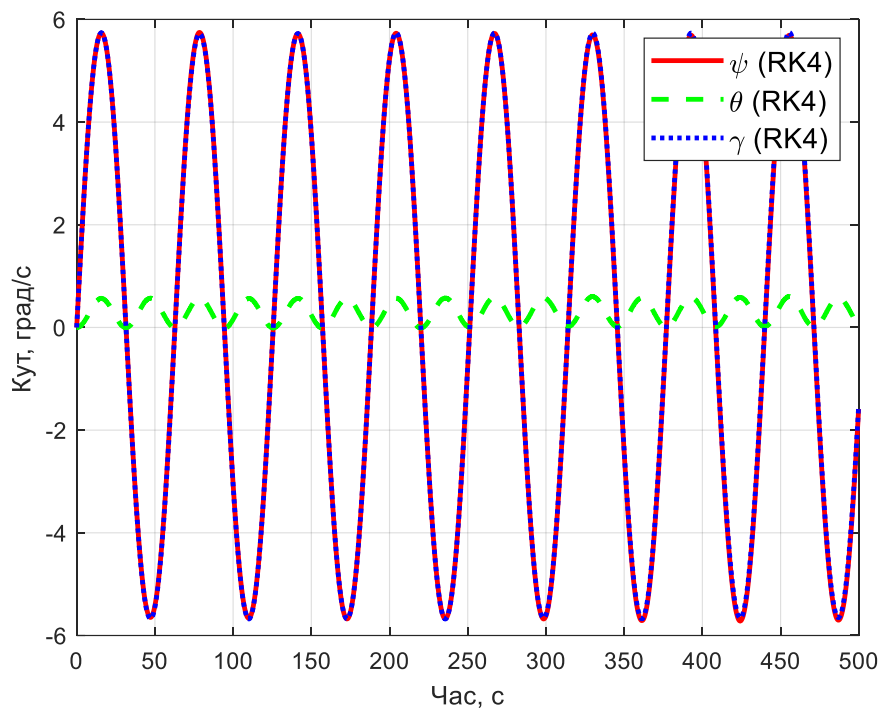


Рис. 3.22. Моделювання роботи БІСО з датчиками CRS39-02, при кроці опитування $h = 0,1$ с.

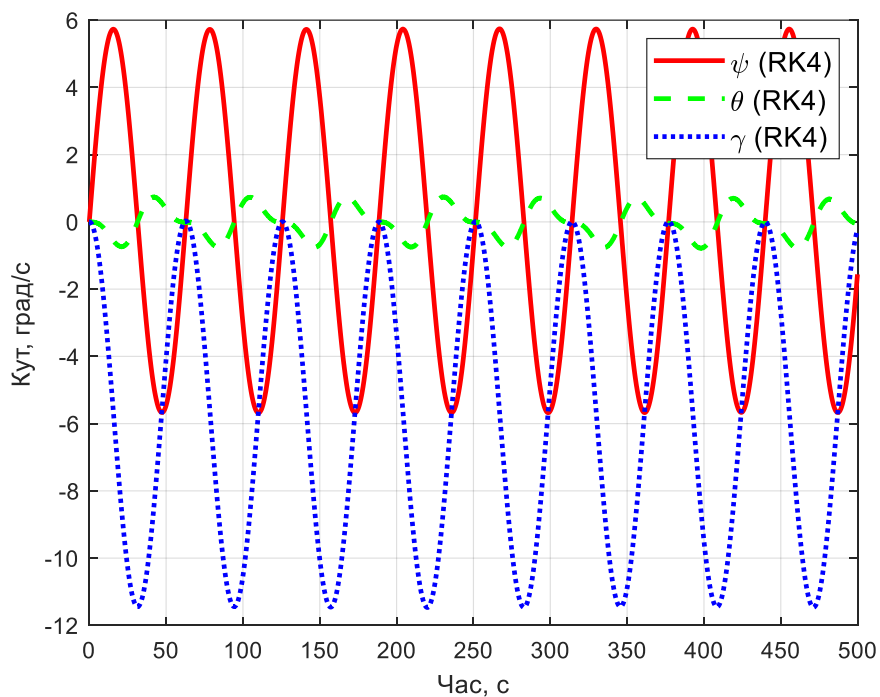


Рис. 3.23. Моделювання роботи БІСО з датчиками CRS39-02, при кроці опитування $h = 0,1$ с та з зсувом фази коливань $\varepsilon = 90^\circ$.

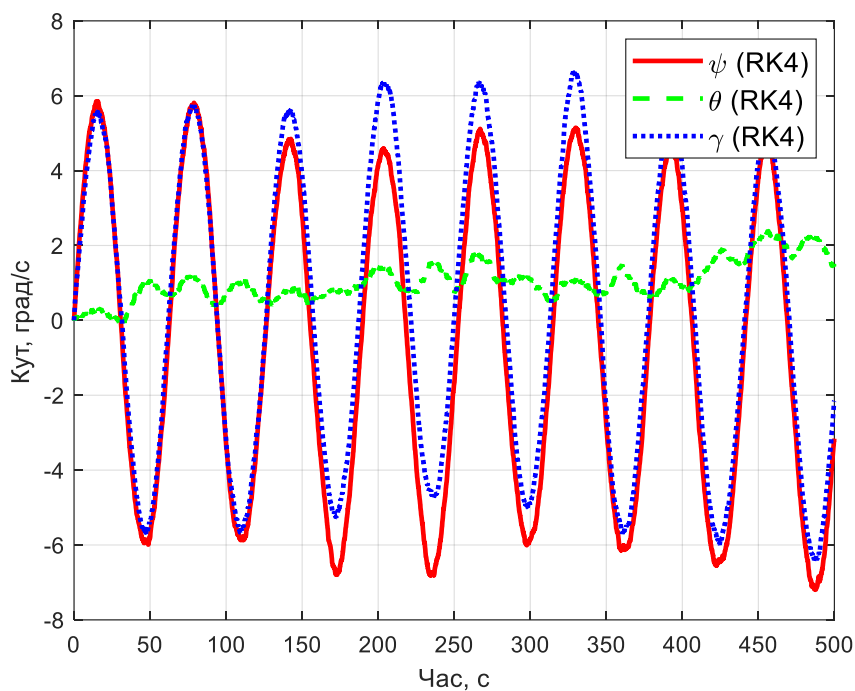


Рис. 3.24. Моделювання роботи БІСО з датчиками CRG20, при кроці опитування $h = 0,1 \text{ с}$.

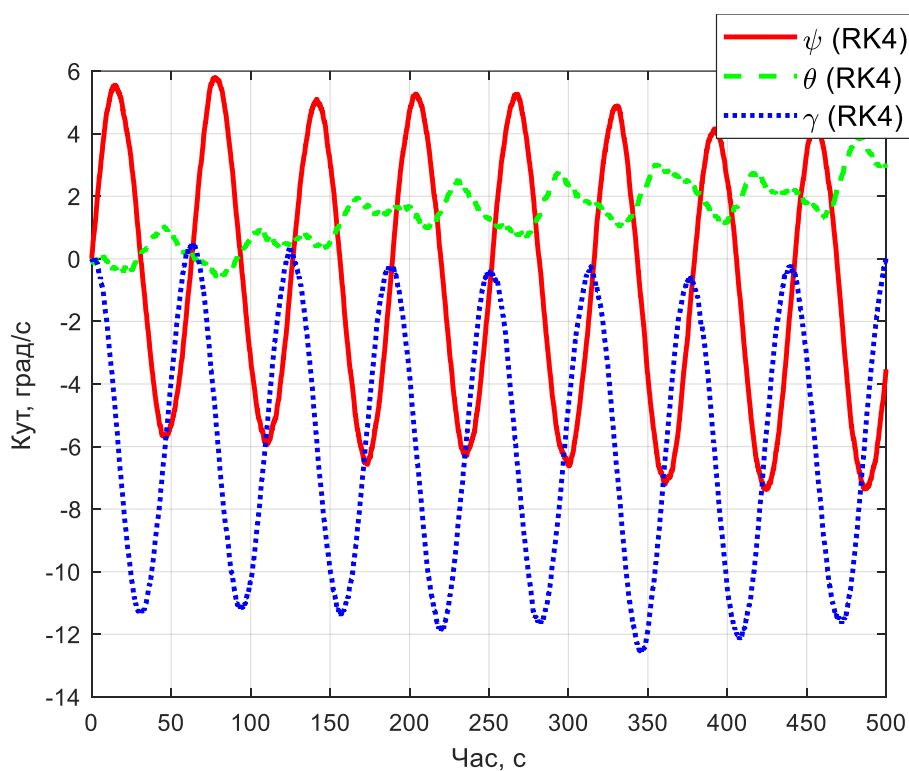


Рис. 3.25. Моделювання роботи БІСО з датчиками CRG20, при кроці опитування $h = 0,1 \text{ с}$ та з зсувом фази коливань $\varepsilon = 90^\circ$.

Відповідно до проведеного моделювання можемо зробити висновки, що ММГ CRG20 серійного виробництва та середнього цінового діапазону не здатний задовільним вимоги до системи без використання додаткових підсистем, попри свої досить непогані характеристики, як для МЕМС гіроскопа. При цьому можемо бачити досить ефективну роботу імітаційної моделі БІСО з КВГ CRS39-02 з найвищими серед продукції “Silicon Sensing” технічними характеристиками, максимально близькими до рівня волоконно-оптичних гіроскопів. Даний ДКШ цілком задовольняє вимоги до системи, за умови кроку опитування $h = 0.1$ с і менше. Але для більш точної оцінки різниці між результатами роботи “ідеальної” БІСО та роботи БІСО наближеної до реальності на рис. 3.26 – 3.33 наведено графіки різниці між моделями, для обох датчиків.

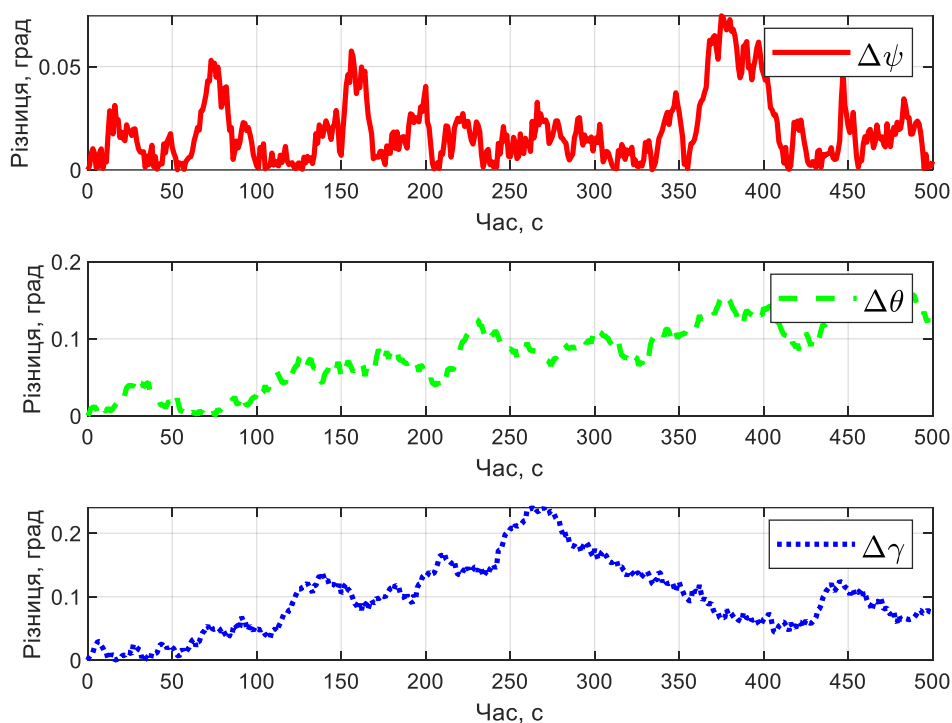


Рис. 3.26. Результати порівняння систем, з датчиками CRS39-02, при кроці опитування $h = 1$ с.

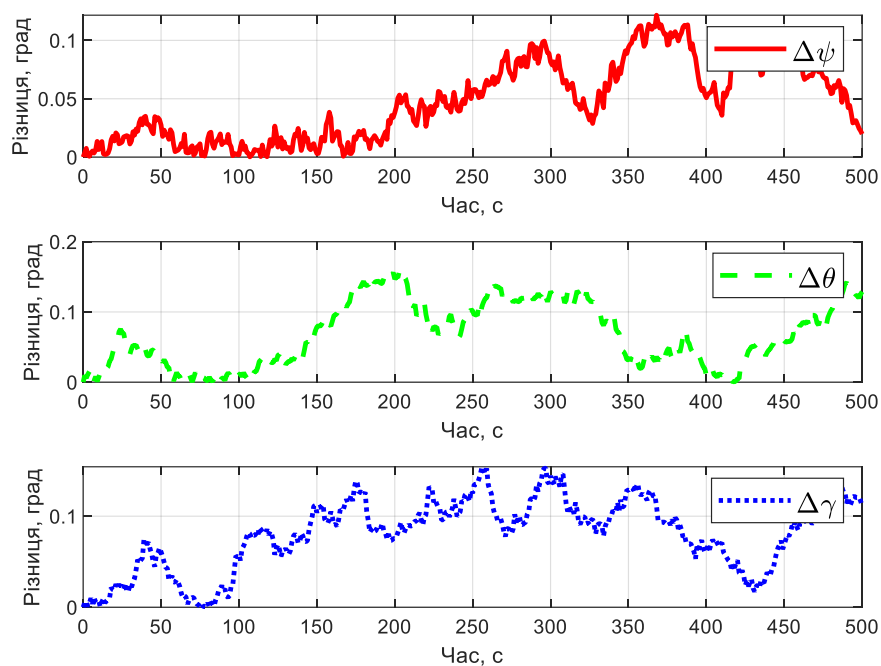


Рис. 3.27. Результати порівняння систем, з датчиками CRS39-02, при кроці опитування $h = 1$ с та з зсувом фази коливань $\varepsilon = 90^\circ$.

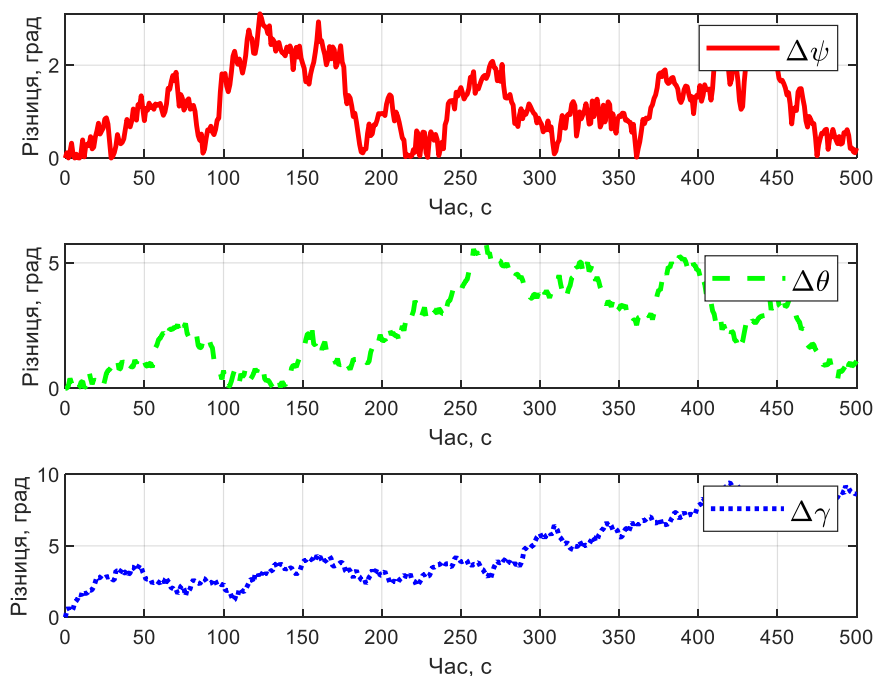


Рис. 3.28. Результати порівняння систем, з датчиками CRG20, при кроці опитування $h = 1$ с.

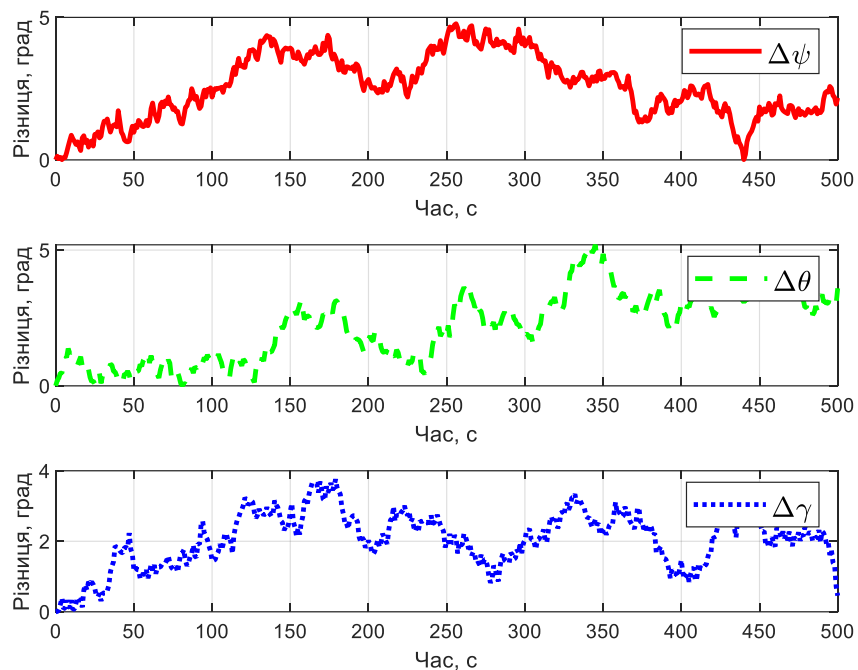


Рис. 3.29. Результати порівняння систем, з датчиками CRG20, при кроці опитування $h = 1$ с та з зсувом фази коливань $\varepsilon = 90^\circ$.

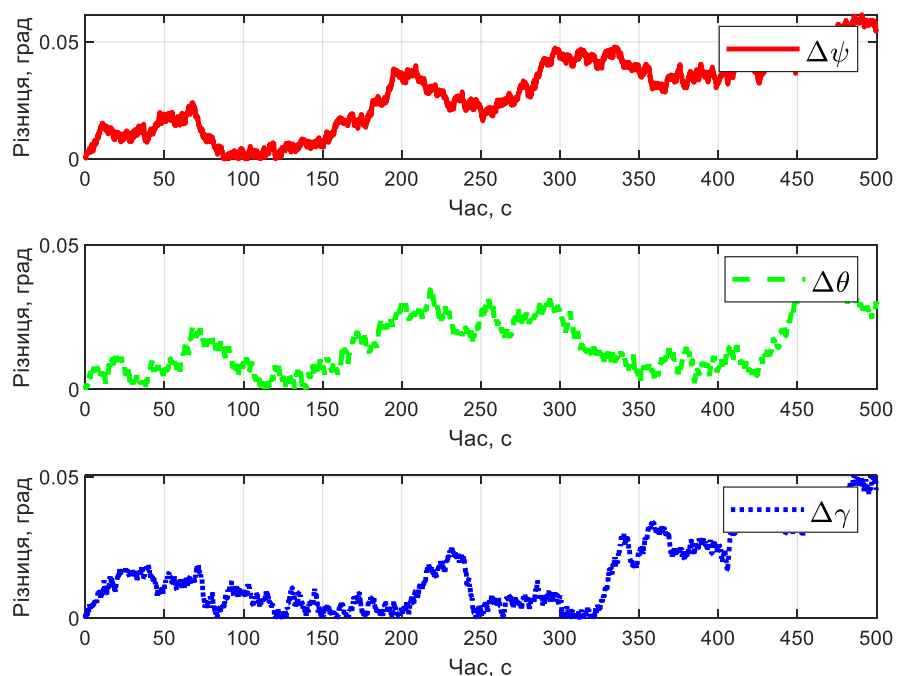


Рис. 3.30. Результати порівняння систем, з датчиками CRS39-02, при кроці опитування $h = 0,1$ с.

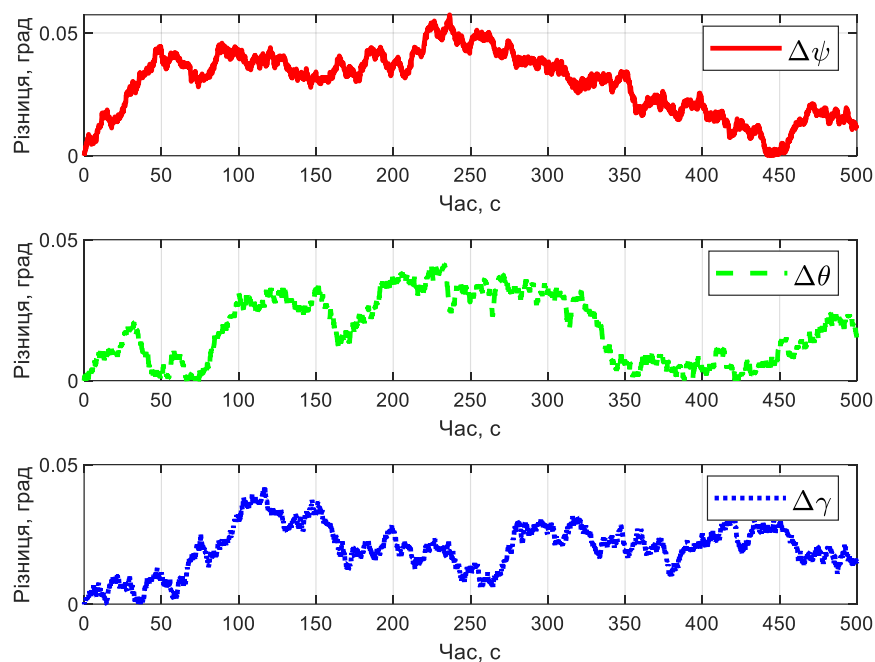


Рис. 3.31. Результати порівняння систем, з датчиками CRS39-02, при кроці опитування $h = 0,1$ с та з зсувом фази коливань $\varepsilon = 90^\circ$.

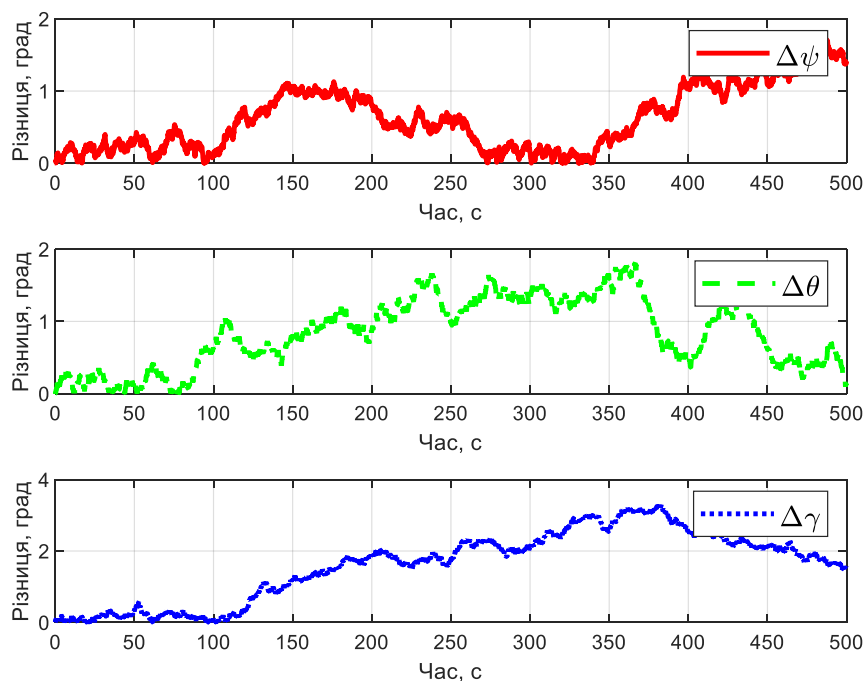


Рис. 3.32. Результати порівняння систем, з датчиками CRG20, при кроці опитування $h = 0,1$ с.

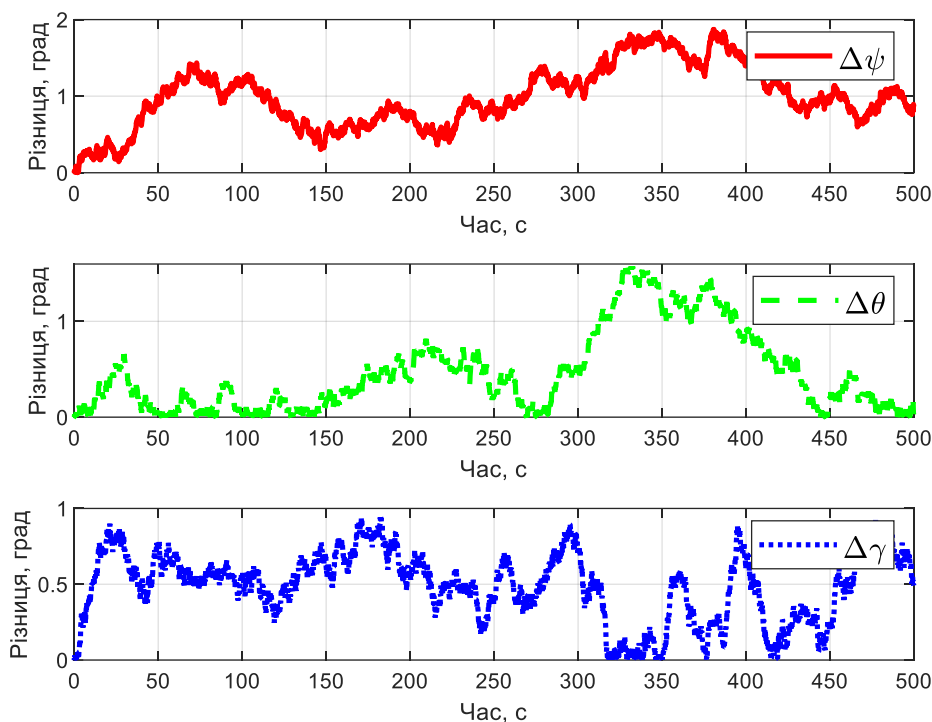


Рис. 3.33. Результати порівняння систем, з датчиками CRG20, при кроці опитування $h = 0,1$ с та з зсувом фази коливань $\varepsilon = 90^\circ$.

3.3. Висновки до розділу 3

У третьому розділі дипломної роботи було проведено моделювання роботи безплатформної інерціальної системи орієнтації. Створення імітаційної моделі БІСО відбувалося на теоретичній базі, що була сформована у першому та другому розділах. Першочергово була виконана перевірка адекватності моделі імітаційної системи. Було здійснено моделювання “ідеальної” імітаційної моделі, тобто такої, що не піддається впливу похибок, з використанням методів першого та четвертого порядків Рунге-Кутта. В ході моделювання було проведено аналіз та виявлено, що при достатній частоті кроку опитування в результатах між цими двома методами може бути не суттєвою, відповідно до параметрів в рамках яких система оцінюється. Проте, з огляду на переваги методу четвертого порядку Рунге-Кутта, зокрема на його меншу схильність до накопичення похибок з часом та значно вищу точність, було прийняте рішення у використанні цього методу інтегрування для подальшого моделювання.

Наступним етапом було виконане моделювання системи наближеної до реальності на яку чинився негативний вплив таких ефектів, як кутовий дрейф та випадковий шум датчиків. Для моделювання було обрано два різних за своїми характеристиками датчика, а саме MEMC гіроскоп CRG20 та каріолісовий вібраційний гіроскоп CRS39-02. Вибір двох суттєво різних за характеристиками ДКШ було зроблено з метою дослідження важливості вибору датчиків для інерціальних систем, а також наглядної демонстрації різниці між ними.

Було виконано порівняння імітаційної моделі, на яку було зімітовано вплив реальних умов, з ідеальною системою. В результаті аналізу порівняння було з'ясовано, що КВГ CRS39-02 цілком задовольняє вимоги до точності датчика кутової швидкості, що використовується у БІСО, за умови кроку опитування кожні 0,1 с і частіше, що є досить хорошим показником для системи. MEMC гіроскоп CRG20 також показав ефективну роботу, але його точність виявилася недостатньою для використання в БІСО, що моделювалась відповідно до заданих умов, без додаткової обробки. Було визначено, що більшість ММГ мають високий рівень випадкового шуму, але зазначимо, що підвищення точності і зниження рівня шуму ММГ можливе за умови використання фільтра Калмана та йому подібних. Це може суттєво покращити характеристики гіроскопа та дозволити його ефективне застосування у подібних системах.

Отже, результати проведеного моделювання дозволили оцінити адекватність створеної імітаційної моделі БІСО. Моделювання створеної моделі дозволило оцінити різницю між методами інтегрування різного порядку, особливості роботи ДКШ та оцінити точність визначення кутового положення об'єкта у просторі імітаційною моделлю БІСО. Було визначено, що КВГ CRS39-02 є задовольняючим умови варіантом, тоді як для ММГ CRG20, за умови використання ц подібних системах, визначено необхідність використання фільтра Калмана для підвищення системи в якій він використовується.

ВИСНОВКИ

У даній роботі було виконано огляд основ систем інерціальної орієнтації об'єкта та суміжних тем, огляд та опанування яких було необхідно для формування фундаментальної теоретичної бази, необхідної для роботи з системами інерціальної орієнтації. Разом з цим було проведено аналіз усіх можливих аспектів, що можуть стосуватись математичної моделі системи інерціальної орієнтації за різних умов. А також виконано огляд та аналіз існуючих алгоритмів систем орієнтації. Огляд та аналіз математичної моделі та існуючих алгоритмів суттєво вплинув на вибір оптимальних варіантів для моделювання системи.

Головним етапом у виконанні дипломної роботи стала розробка програмної моделі системи інерціальної орієнтації об'єкта в середовищі MATLAB. Розробка програмної моделі відбувалась відповідно до поставлених умов, при цьому покладаючись на сформовану під час виконання диплому теоретичну базу. Ціль розробки програмної моделі системи полягала у подальшому виконанні моделювання її за різноманітних умов, використовуючи різні методи та при використовуючи різні датчики кутової швидкості. Відповідно до цього було проведено аналіз результатів та зроблено висновки.

Моделювання системи інерціальної орієнтації виконувалось за досить несприятливих умов, які суттєво впливали на точність визначення кутової орієнтації об'єкта. Виконувалось це з метою підвищення надійності системи та наглядної демонстрації її працездатності.

Після проведення аналізу результатів моделювання за різних умов можна зробити висновки, що розроблена модель БІСО працює адекватно та цілком правильно реагує на зміну різноманітних параметрів. Також можна зробити висновки, що обраний метод інтегрування 4-го порядку Рунге-Кутта цілком задовольняє вимоги до точності математичної складової системи. Що стосується вибору датчику первинної інформації, з тих, що розглядалися при моделюванні, найбільш ефективним показав себе КВГ CRS39-02, який з суттєвим запасом задовільнив вимоги до точності ДКШ.

У підсумку можна сказати, що мета та завдання дипломної роботи виконано відповідно до умов та з дотриманням усіх вимог і рекомендацій, що були визначені на початку дослідження. Під час виконання роботи було виконано детальний аналіз обраної теми, здійснено комплексне дослідження ключових аспектів і базуючись на цьому було застосовано сучасні методи для досягнення поставленої мети. Результати, що були отримані при виконанні дослідження, підтвердили визначені в теоретичній частині гіпотези та дозволили зробити відповідні висновки, що мають практичну цінність. Також важливо відзначити, що робота виконувалась з урахуванням сучасних та актуальних наукових досягнень і тенденцій у галузі інерціальної орієнтації і навігації, що вказує на актуальність виконаного дослідження. Відповідно до цього усі отримані дані та результати були структуровані та подані у вигляді зрозумілих висновків та графіків. Враховуючи це дана дипломна робота може слугувати певною основою для подальшого дослідження теми інерціальних систем орієнтації об'єкта.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Лазарєв Ю. Ф., Бобровицька Я. Г. Розроблення і моделювання алгоритмів безплатформової системи орієнтації : навч. посіб. Київ : НТУУ «КПІ», 2011. 135 с.
2. Лакоза С. Л. Навігаційні системи : навч. посіб. Київ : НТУУ «КПІ», 2021. 80 с.
3. Сапегін О. М. Вдосконалення методів і алгоритмів визначення параметрів орієнтації для безплатформної інерціальної навігаційної системи : дис. ... канд. техн. наук : 05.11.03. Київ, 2021. 227 с.
4. Мелешко В.В., Нестеренко О.І. Безплатформні інерціальні навігаційні системи (рос.) : навч. посіб. Кіровоград : ПОЛІМЕД Сервіс, 2011. 164 с.
5. Аврутов В. В., Позняк Д. О. Калібрування інерціально-вимірювального модуля в критичних умовах. Вісник Київського політехнічного інституту. Серія Приладобудування. 2023. Вип. 66(2). С. 5-14.
6. Лазарєв Ю. Ф., Сапегін О. М. Алгоритми безплатформових інерціальних систем орієнтації. Прикладні методи синтезу і аналізу точності : навч. посіб. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. 141 с.
7. Лобур М., Мельник. М. Основи мікросистемних пристроїв : навч. посіб. Львів : (самвидав), 2016. 258 с.
8. Лазарєв Ю. Ф., Бондар П. М. Основи теорії чутливих елементів систем орієнтації : підруч. Київ : НТУУ «КПІ», 2011. 644 с.
9. Апостолук В. О. Узагальнена теорія та методи проектування коріолісових вібраційних гіроскопів : дис. ... д-ра техн. наук : 05.11.03. Київ, 2016. 264 с.
10. Азарсков В. М., Чіковані В. В., Гузєв В. М., Цірук Г. В. Цифровий вібраційний гіроскоп для систем стабілізації та наведення. Київ : НАУ НН ІАН, каф. СУЛА, 2017. 6 с.
11. Chikovani V., Tsiruk H., Korolova O. Triple-Mode Vibratory Gyroscope. Військово-Технічний Збірник. Національна академія сухопутних військ ім. П. Сагайдачного, Львів, № 18, 2018. pp.18–25.
12. Loukianov D., Rodloff R., Sorg H., Stieler B. Optical gyros and their application.

North Atlantic Treaty Org., Paris, France, Tech. Rep., 1999. 340 p.

13. Островський І. Основні властивості лазерного гіроскопу. Передові технології в інтересах Військово-Морських Сил збройних Сил України. Збірник наукових праць курсантів та студентів НУОМА. 2020. Вип. 3. С. 14-19.
14. Альперт С. І. Основні характеристики та перспективи розвитку лазерних гіроскопів. Український журнал дистанційного зондування Землі. 2021. Вип. 8, № 1. С. 4–9.
15. Marvin B. May Ring Laser Gyro Inertial Navigation. Lifestyle of a Robust Technology, Part III. From the ION Historian, 2014. pp. 12–14.
16. Кучеренко О. К. Волоконно-оптичні гіроскопи : навч. посіб. Київ : НТУУ «КПІ», 2023, 106 с.
17. Intelligent Fibre-Optic Gyro (iFG). Operating Manual. 0707-SOM-00001, Issue 03. 2011. 44 p.
18. Кучеренко О. К. Методи підвищення точності волоконно - оптичного гіроскопа. XXI Міжнародна науково-технічна конференція. Приладобудування: стан і перспективи, 17–18 травня 2022 р. С. 22–25.
19. Головатий А. І., Лобур М. В., Новіцький Я. М. Визначення оптимальних конструктивних параметрів МЕМС гіроскопа залежно від його технічних характеристик. Вісник Національного університету «Львівська політехніка». 2008. № 613. С. 93–99.
20. Ярема А.Д. Аналіз конструкцій мікромеханічних гіроскопів стосовно впливу дії прискорень. XI всеукраїнська науково-практична конференція студентів та аспірантів «Погляд у майбутнє приладобудування» 15-16 травня 2018 р. С. 67 - 70.
21. Перегудов С. М., Адаменко Ю. Ф. Елементи інтелектуальної радіоапаратури. Пристрої мікросистемної техніки: навч. посіб. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. 196 с.
22. Kumar S. Design and Simulation of MEMS Based Gyroscope. IOSR Journal of Electrical and Electronics Engineering. 2013. Vol. 5, no. 6. pp. 23–30.
23. Lee Y. A Study of Parametric Excitation Applied To a Mems Tuning Fork Gyroscope.

University of Missouri, 2007. 128 p.

24. Борецько А.В., Чердниченко К. В., Бондар П. М. Мікромеханічний гіроскоп як вимірювач лінійних прискорень та кутових швидкостей. Вісник Київського політехнічного інституту. Серія Приладобудування. 2015. Вип. 49(1). С. 20-25.
25. Лазарєв Ю. Ф. Основи теорії чутливих елементів систем орієнтації: метод. вказівки до викон. практ. занять для студентів напряму підгот. 6.051003 – «Приладобудування». Київ : НТУУ «КПІ», 2015. 53 с.
26. Лазарєв Ю. Ф. Основи теорії чутливих елементів систем орієнтації: метод. вказівки до викон. практ. занять для студентів напряму підгот. 6.051003 – «Приладобудування», спеціальності: 8.05100303 – «Прилади і системи орієнтації та навігації». Київ : НТУУ «КПІ», 2015. 31.
27. Лазарєв Ю. Ф. Кінематика твердого тіла : навч. посіб. Київ : НТУУ «КПІ», 2014. 61 с.
28. Лазарєв Ю. Ф., Півторак Д.О., Лакоза С.Л. Математичне моделювання на ЕОМ (частина 2) : метод. вказівки до викон. комп. практикумів для студентів напряму підгот. 6.051003 «Приладобудування». Київ : НТУУ «КПІ», 2015. 86 с.
29. Сапегін О. М. Конічний рух інерціального вимірювального модуля. XVII Міжнародна науково-технічна конференція “Приладобудування: стан і перспективи”, 15-16 травня 2018 року. С. 25.

ДОДАТОК А

Програмний код керуючої програми

```

clear all
clc
global omega_x omega_y omega_z om Pm Tm Gm eps
% Параметри кутової швидкості
om = 0.1;
% Параметри для KutRuhOsn
Pm = 0.1; Tm = 0.1; Gm = 0.1; eps = pi/2; % зсув фаз
TK = 500; hi = 0.1; t = 0; k = 1; rtd = 180/pi;

y = [0 0 0];
y_rk1 = y; % початкові умови для метода rk1_1
y_nonoise = y; % Початкові умови для моделі без дрейфу та шуму

drift_rate = 0.2 * (pi / 180) / 3600; % дрейф КВГ CRS39-02
%drift_rate = 5 * (pi / 180) / 3600; % дрейф ММГ CRG20-12
%drift_rate = 3 * (pi / 180) / 3600; % дрейф КВГ Epson-G362

om_sensor_noise = 0.006 * (pi / 180); % СКЗ шуму датчика град/с КВГ CRS39-02
%om_sensor_noise = 0.2 * (pi / 180); % СКЗ шуму датчика град/с ММГ CRG20-12
%om_sensor_noise = 0.003 * (pi / 180); % СКЗ шуму датчика град/с КВГ Epson-G362

psi(k) = y(1);
teta(k) = y(2);
gamma(k) = y(3);  tt(k) = t;

psi_rk1(k) = y_rk1(1);
teta_rk1(k) = y_rk1(2);
gamma_rk1(k) = y_rk1(3);

psi_no_drift_noise(k) = y_nonoise(1);
teta_no_drift_noise(k) = y_nonoise(2);
gamma_no_drift_noise(k) = y_nonoise(3);

while t <= TK - hi
    % Розрахунок кутів і кутових швидкостей
    [Kut, KutShv] = KutRuhOsn(t);

    % випадкова похибка датчика + кут. дрейф
    NN = length(KutShv(1));
    omega_x = KutShv(1) + drift_rate * randn(NN, 1) + om_sensor_noise * randn(NN, 1);
    omega_y = KutShv(2) + drift_rate * randn(NN, 1) + om_sensor_noise * randn(NN, 1);
    omega_z = KutShv(3) + drift_rate * randn(NN, 1) + om_sensor_noise * randn(NN, 1);

    % Метод Рунге-Кутта четвертого порядку
    [tout, yout] = rk4_2(@KR_pr_filtr, hi, t, y);
    y = yout;

```

```
% Метод Рунге-Кутта першого порядку
```

```
[tout_rk1, yout_rk1] = rk1_1(@KR_pr_filtr, hi, t, y_rk1);  
y_rk1 = yout_rk1;
```

```
% Без дрейфу та шуму
```

```
omega_x = KutShv(1);
```

```
omega_y = KutShv(2);
```

```
omega_z = KutShv(3);
```

```
% Метод Рунге-Кутта четвертого порядку без шуму та дрейфу
```

```
[tout_nonoise, yout_nonoise] = rk4_2(@KR_pr_filtr, hi, t, y_nonoise);  
y_nonoise = yout_nonoise;
```

```
t = tout; k = k + 1;
```

```
psi(k) = y(1);
```

```
teta(k) = y(2);
```

```
gamma(k) = y(3); tt(k) = t;
```

```
psi_rk1(k) = y_rk1(1);
```

```
teta_rk1(k) = y_rk1(2);
```

```
gamma_rk1(k) = y_rk1(3);
```

```
psi_no_drift_noise(k) = y_nonoise(1);
```

```
teta_no_drift_noise(k) = y_nonoise(2);
```

```
gamma_no_drift_noise(k) = y_nonoise(3);
```

```
end
```

```
% різниця методів
```

```
diff_psi = abs(psi - psi_rk1);
```

```
diff_teta = abs(teta - teta_rk1);
```

```
diff_gamma = abs(gamma - gamma_rk1);
```

```
% Різниця між ідеальними умовами та реальними
```

```
diff2_psi = abs(psi_no_drift_noise - psi);
```

```
diff2_teta = abs(teta_no_drift_noise - teta);
```

```
diff2_gamma = abs(gamma_no_drift_noise - gamma);
```

```
figure(1)
```

```
plot(tt, psi * rtd, 'r-', tt, teta * rtd, 'g--', tt, gamma * rtd, 'b:', 'LineWidth', 2), grid
```

```
xlabel('Час, c');
```

```
ylabel('Кут, град/с');
```

```
h_legend = legend('\psi (RK4)', '\theta (RK4)', '\gamma (RK4)');
```

```
set(h_legend, 'FontSize', 12);
```

```
%Графіки порівняння методів
```

```
% figure(5)
```

```
% subplot(2, 1, 1);
```

```
% plot(tt, psi * rtd, 'r-', tt, teta * rtd, 'g--', tt, gamma * rtd, 'b:', 'LineWidth', 2), grid
```

```
% xlabel('Час, c');
```

```
% ylabel('Кут, град/с');
```

```
% h_legend = legend('\psi (RK4)', '\theta (RK4)', '\gamma (RK4)');
```

```
% set(h_legend, 'FontSize', 12);
% subplot(2, 1, 2);
% plot(tt, psi_rk1 * rtd, 'm-', tt, teta_rk1 * rtd, 'y--', tt, gamma_rk1 * rtd, 'k:', 'LineWidth', 2), grid
% xlabel('Час, с');
% ylabel('Кут, град/с');
% h_legend = legend('\psi (RK1)', '\theta (RK1)', '\gamma (RK1)');
% set(h_legend, 'FontSize', 12);
```

```
figure(2)
subplot(3, 1, 1);
plot(tt, psi * rtd, 'r-', tt, psi_rk1 * rtd, 'm--', 'LineWidth', 2), grid
xlabel('Час, с');
ylabel('Кут \psi, град/с');
h_legend1 = legend('\psi (RK4)', '\psi (RK1)');
set(h_legend1, 'FontSize', 12);
```

```
subplot(3, 1, 2);
plot(tt, teta * rtd, 'g-', tt, teta_rk1 * rtd, 'y--', 'LineWidth', 2), grid
xlabel('Час, с');
ylabel('Кут \theta, град/с');
h_legend2 = legend('\theta (RK4)', '\theta (RK1)');
set(h_legend2, 'FontSize', 12);
```

```
subplot(3, 1, 3);
plot(tt, gamma * rtd, 'b-', tt, gamma_rk1 * rtd, 'k--', 'LineWidth', 2), grid
xlabel('Час, с');
ylabel('Кут \gamma, град/с');
h_legend3 = legend('\gamma (RK4)', '\gamma (RK1)');
set(h_legend3, 'FontSize', 12);
```

```
figure(3)
plot(tt, diff_psi * rtd, 'r-', 'LineWidth', 2), hold on
plot(tt, diff_teta * rtd, 'g-', 'LineWidth', 2)
plot(tt, diff_gamma * rtd, 'b-', 'LineWidth', 2)
hold off
grid on
xlabel('Час, с');
ylabel('Різниця, град');
legend('\Delta\psi', '\Delta\theta', '\Delta\gamma', 'FontSize', 12);
```

```
figure(4)
subplot(3, 1, 1);
plot(tt, diff2_psi * rtd, 'r-', 'LineWidth', 2), grid
xlabel('Час, с');
ylabel('Різниця, град');
legend('\Delta\psi', 'FontSize', 12);
subplot(3, 1, 2);
plot(tt, diff2_teta * rtd, 'g--', 'LineWidth', 2), grid
xlabel('Час, с');
ylabel('Різниця, град');
legend('\Delta\theta', 'FontSize', 12);
subplot(3, 1, 3);
```

```
plot(tt, diff2_gamma * rtd, 'b:', 'LineWidth', 2),grid
xlabel('Час, с');
ylabel('Різниця, град');
legend('\Delta\gamma', 'FontSize', 12);
```

Програмний код кінематичних рівнянь Ейлера

```
function z = KR_pr_filtr(t, y)
    global omega_x omega_y omega_z
    z(1) = (omega_x * cos(y(3)) - omega_y * sin(y(3))) / cos(y(2));
    z(2) = omega_y * cos(y(3)) + omega_x * sin(y(3));
    z(3) = omega_z - tan(y(2)) * (omega_x * cos(y(3)) - omega_y * sin(y(3)));
end
```

Імітація кутового руху основи

```
function [Kut, KutShv] = KutRuhOsn(t)
    global eps om Pm Tm Gm

    Psi = Pm * sin(om * t); Tetha = Tm * sin(om * t + eps); Gamma = Gm * sin(om * t);

    Kut = [Psi, Tetha, Gamma];
    GammaT = Gm * om * cos(om * t);
    TethaT = Tm * om * cos(om * t + eps);

    OM1 = GammaT;
    OM2 = TethaT * sin(Gamma);
    OM3 = TethaT * cos(Gamma);

    KutShv = [OM1, OM2, OM3];
end
```

Метод Рунге-Кутта 1-го порядку

```
function [tout2,yout2]=rk1_1(Zpfun,h,t,y)
k1=feval(Zpfun,t,y);
F=k1;
yout2=y+h*F; tout2=t+h;
```

Метод Рунге-Кутта 4-го порядку

```
function [tout,yout]=rk4_2(Zpfun,h,t,y)
k1=feval(Zpfun,t,y);
k2=feval(Zpfun,t+h/3,y+h*k1/3);
k3=feval(Zpfun,t+2*h/3,y+h*(k2-k1/3));
k4=feval(Zpfun,t+h,y+h*(k1-k2+k3));
F=(k1+3*k2+3*k3+k4)/8;
yout=y+h*F; tout=t+h;
```