

Розен П. В., аспірант, ORCID: 0009-0003-7934-3398,
Розен В. П., д-р техн. наук, проф., ORCID: 0000-0002-0440-4251,
наук. керівник аспіранта: д-р техн. наук, член-кор. НАН України
О. В. Новосельцев, ORCID: 0000-0001-9272-6789,
Інститут загальної енергетики Національної Академії Наук України

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ДІАГНОСТИКИ СТАНУ ЕНЕРГОЕФЕКТИВНОСТІ ПРОМИСЛОВОГО ПІДПРИЄМСТВА

DIAGNOSING THE ENERGY EFFICIENCY PERFORMANCE OF AN INDUSTRIAL ENTERPRISE. MATHEMATICAL MODEL

Анотація. В статті вперше розглядається одна з задач енергетичного менеджменту – діагностика стану енергоефективності промислового підприємства. Викладена постановка та формалізація задачі багатовимірного розпізнавання стану. Розроблено математичну модель діагностики стану енергоефективності промислового підприємства на основі методів розпізнавання образів. Запропонований підхід дозволяє здійснювати швидко та економічно доцільне оцінювання рівня енергоефективності виробничих систем у межах діагностичного енергоаудиту. Бібл. 6, табл. 1.

Ключові слова: енергоефективність, діагностичний енергоаудит, промислове підприємство, розпізнавання образів, математична модель, енергоменеджмент.

Abstract. This paper addresses, for the first time, one of the key tasks of energy management – the diagnosis of the energy efficiency state of an industrial enterprise. The study presents the formulation and formalization of the multidimensional state recognition problem. A mathematical model for diagnosing the energy efficiency state of an industrial enterprise based on pattern recognition methods is developed. The proposed approach enables rapid and cost-effective assessment of the energy efficiency level of production systems within the framework of a diagnostic energy audit. Ref. 6, Tabl. 1.

Keywords: energy efficiency, diagnostic energy audit, industrial enterprise, pattern recognition, mathematical model, energy management.

Вступ. Сучасний етап розвитку світової економіки характеризується широким впровадженням енерго- і ресурсозберігаючих технологій в промислове виробництво, пошуком нових форм та засобів підвищення рівня енергетичної ефективності діяльності його провідних галузей: машинобудування, енергетики, мікроелектроніки, чорної та кольорової металургії, хімічної, електро- і світлотехнічної, харчової промисловості [1, 2, 6].

Під час вирішення проблеми підвищення рівня енергоефективності постають наступні питання: наскільки підприємство ефективно працює у цьому напрямку, яке місце воно посідає за рівнем енергоефективності серед інших підприємств, де підприємство знаходиться на відрізку «успішне» – «неуспішне» за рівнем енергоефективності.

В залежності від оцінки про рівень енергоефективності керівництво виробничої системи може прийняти рішення про інтенсифікацію робіт у сфері енергозбереження; про проведення або відмову від проведення енергетичного

аудиту, запровадженні невідкладних енергозберігаючих заходів або використанні вільних фінансів на інші цілі окрім енергозбереження.

Одним її напрямів вирішення цієї проблеми може слугувати діагностичний енергоаудит [3]. Діагностування стану підприємства з енергоефективності – це процедура визначення рівня енергетичної ефективності виробничої системи за допомогою єдиного та незмінного математичного апарату та визначеними показниками.

Метою досліджень є підвищення рівня енергетичної ефективності промислових підприємств шляхом розроблення методу проведення діагностичного енергоаудиту, що дозволить швидко та дешево визначати стан підприємства за рівнем енергоефективності та необхідність у проведенні енергетично аудиту.

Основним завданням розроблення методу проведення діагностичного енергоаудиту є розроблення математичного забезпечення, що дозволяє здійснити аналізування стану підприємства з енергоефективності за показниками.

Об'єктом дослідження є показники ефективного споживання енергоресурсів для визначення рівня стану підприємства з енергоефективності.

Матеріали і результати дослідження. Задача діагностування станів підприємства за рівнем енергоефективності є типовою задачею двоальтернативного прийняття рішень з ризиком та може бути вирішена в рамках теорії розпізнавання образів [4, 5].

Задача розпізнавання образів для оцінювання стану енергоефективності промислового підприємства містить три етапи:

1. Формування простору показників, які оцінюють рівень енергетичної ефективності використання паливно-енергетичних ресурсів;

2. Навчання системи розпізнавання – створення узагальнених класів успішних S_2 та неуспішних S_1 промислових підприємств за рівнем енергоефективності для зняття невизначеності за допомогою навчаючих спостережень;

3. Прийняття рішень – віднесення підприємства до класу найгірших S_2 або найкращих S_1 підприємств за рівнем енергоефективності.

Навчання системи розпізнавання. Метою навчання є поповнення нестачі апіорних знань:

$$X_{m_1}^{(1)} = \begin{pmatrix} x_{11}^{(1)} & x_{12}^{(1)} & \dots & x_{1m_1}^{(1)} \\ x_{21}^{(1)} & x_{22}^{(1)} & \dots & x_{2m_1}^{(1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{p1}^{(1)} & x_{p2}^{(1)} & \dots & x_{pm_1}^{(1)} \end{pmatrix}, X_{m_1}^{(2)} = \begin{pmatrix} x_{11}^{(2)} & x_{12}^{(2)} & \dots & x_{1m_2}^{(2)} \\ x_{21}^{(2)} & x_{22}^{(2)} & \dots & x_{2m_2}^{(2)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{p1}^{(2)} & x_{p2}^{(2)} & \dots & x_{pm_2}^{(2)} \end{pmatrix} \quad (1)$$

де m_i – кількість навчальних спостережень.

На першому етапі навчання за наведеними характеристиками обчислимо вектори середніх:

$$\hat{a}_1 = \frac{1}{m_1} \sum_{i=1}^{m_1} x_i^{(1)} = \begin{pmatrix} x_1^{(1)} \\ x_2^{(1)} \\ x_3^{(1)} \\ x_4^{(1)} \\ x_5^{(1)} \\ x_6^{(1)} \end{pmatrix} \quad \hat{a}_2 = \frac{1}{m_2} \sum_{i=1}^{m_2} x_i^{(2)} = \begin{pmatrix} x_1^{(2)} \\ x_2^{(2)} \\ x_3^{(2)} \\ x_4^{(2)} \\ x_5^{(2)} \\ x_6^{(2)} \end{pmatrix} \quad (2)$$

де m_1 та m_2 кількість підприємств в успішному та неуспішному стані відповідно.
Використовуючи наступну формулу:

$$m_{jl}^{(1)} = \sum_{i=1}^{m_1} (x_{il}^{(1)} - x_l^{(1)}) (x_{il}^{(1)} - x_l^{(1)}) \quad (3)$$

Складаємо коваріаційні матрицю успішних та неуспішних підприємств:

$$\hat{M}_1 = \begin{pmatrix} x_{11}^{(1)} & x_{12}^{(1)} & x_{13}^{(1)} & x_{14}^{(1)} & x_{15}^{(1)} & x_{16}^{(1)} \\ x_{21}^{(1)} & x_{22}^{(1)} & x_{23}^{(1)} & x_{24}^{(1)} & x_{25}^{(1)} & x_{26}^{(1)} \\ x_{31}^{(1)} & x_{32}^{(1)} & x_{33}^{(1)} & x_{34}^{(1)} & x_{35}^{(1)} & x_{36}^{(1)} \\ x_{41}^{(1)} & x_{42}^{(1)} & x_{43}^{(1)} & x_{44}^{(1)} & x_{45}^{(1)} & x_{46}^{(1)} \\ x_{51}^{(1)} & x_{52}^{(1)} & x_{53}^{(1)} & x_{54}^{(1)} & x_{55}^{(1)} & x_{56}^{(1)} \\ x_{61}^{(1)} & x_{62}^{(1)} & x_{63}^{(1)} & x_{64}^{(1)} & x_{65}^{(1)} & x_{66}^{(1)} \end{pmatrix} \quad \hat{M}_2 = \begin{pmatrix} x_{11}^{(2)} & x_{12}^{(2)} & x_{13}^{(2)} & x_{14}^{(2)} & x_{15}^{(2)} & x_{16}^{(2)} \\ x_{21}^{(2)} & x_{22}^{(2)} & x_{23}^{(2)} & x_{24}^{(2)} & x_{25}^{(2)} & x_{26}^{(2)} \\ x_{31}^{(2)} & x_{32}^{(2)} & x_{33}^{(2)} & x_{34}^{(2)} & x_{35}^{(2)} & x_{36}^{(2)} \\ x_{41}^{(2)} & x_{42}^{(2)} & x_{43}^{(2)} & x_{44}^{(2)} & x_{45}^{(2)} & x_{46}^{(2)} \\ x_{51}^{(2)} & x_{52}^{(2)} & x_{53}^{(2)} & x_{54}^{(2)} & x_{55}^{(2)} & x_{56}^{(2)} \\ x_{61}^{(2)} & x_{62}^{(2)} & x_{63}^{(2)} & x_{64}^{(2)} & x_{65}^{(2)} & x_{66}^{(2)} \end{pmatrix} \quad (4)$$

Оцінку загальної коваріаційної матриці здійснюємо за формулою:

$$\hat{M} = \frac{1}{m_1 + m_2 - 2} (m_1 \hat{M}_1 + m_2 \hat{M}_2) \quad (5)$$

На наступному кроці розраховуємо зворотну коваріаційну матрицю:

$$\hat{M}^{-1} = \frac{1}{|\hat{M}|} \begin{pmatrix} m_{11} & m_{21} & m_{31} & m_{41} & m_{51} & m_{61} \\ m_{12} & m_{22} & m_{32} & m_{42} & m_{52} & m_{62} \\ m_{13} & m_{23} & m_{33} & m_{43} & m_{53} & m_{63} \\ m_{14} & m_{24} & m_{34} & m_{44} & m_{54} & m_{64} \\ m_{15} & m_{25} & m_{35} & m_{45} & m_{55} & m_{65} \\ m_{16} & m_{26} & m_{36} & m_{46} & m_{56} & m_{66} \end{pmatrix} \quad (6)$$

На другому етапі здійснюється співставлення некласифікованих спостережень за об'єктом, що досліджується (підприємством) з еталонними описами з визначенням класу до якого належить сукупність спостережень, що досліджується а з нею і сам об'єкт.

Для прийняття рішень обчислимо оцінку логарифму відношення правдоподібності $\ln \hat{L}$ за формулою:

$$\ln \hat{L} = \frac{1}{2}(\hat{a}_1 - \hat{a}_2)^T \hat{M}^{-1} [2\bar{x} - (\hat{a}_1 + \hat{a}_2)] \quad (7)$$

Рішення обирається шляхом порівняння значення $\ln \hat{L}$ із пороговим значенням $\ln C$ який, як правило, обирається рівним $\ln C = 0$. Тобто, якщо виконується $\ln \hat{L} > 0$, то підприємство є успішним, як що ж $\ln \hat{L} < 0$, то досліджуване підприємство є неуспішним.

На другому етапі проводиться оцінка достовірності діагностики. Для цього розраховуємо помилки розпізнавання першого та другого роду α та β за формулою:

$$\alpha = \beta = F\left(\frac{d}{\sigma_1}\right)F\left(-\frac{d}{\sigma_2}\right) + F\left(-\frac{d}{\sigma_1}\right)F\left(\frac{d}{\sigma_2}\right) + \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sigma_1 \sigma_2}{d(\sigma_1^2 - \sigma_2^2)}\right] \left[\sigma_2 \exp\left\{-\frac{d^2}{2\sigma_1^2}\right\}\right] \left[F\left(\frac{d}{\sigma_2}\right)F\left(-\frac{d}{\sigma_2}\right)\right] - \left(\sigma_1 \exp\left\{-\frac{d^2}{2\sigma_2^2}\right\}\right) \left[F\left(\frac{d}{\sigma_1}\right)F\left(-\frac{d}{\sigma_1}\right)\right] \quad (8)$$

Для цього попередньо розраховуємо її складові:

$$\text{Відстань Махаланобіса } d^2 = (\hat{a}_1 - \hat{a}_2)^T \hat{M}^{-1} (\hat{a}_1 - \hat{a}_2) \quad (9)$$

Значення σ_1^2 и σ_2^2 та σ_1 та σ_2 розраховуються відповідно до формул:

$$\sigma_1^2 = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}, \sigma_1 = \sqrt{\sigma_1^2}; \quad \sigma_2^2 = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} + \frac{4}{n}, \sigma_2 = \sqrt{\sigma_2^2} \quad (10)$$

Розрахуємо значення інтегралу Лапласа:

$$F\left(\frac{d}{\sigma_1}\right); F\left(-\frac{d}{\sigma_1}\right) = 1 - F\left(\frac{d}{\sigma_1}\right); F\left(\frac{d}{\sigma_2}\right); F\left(-\frac{d}{\sigma_2}\right) = 1 - F\left(\frac{d}{\sigma_2}\right) \quad (11)$$

Розрахуємо значення експонент $\exp\{-Z\}$:

$$\exp\left\{-\frac{d^2}{2\sigma_1^2}\right\}; \exp\left\{-\frac{d^2}{2\sigma_2^2}\right\} \quad (12)$$

Підставивши ці значення у формулу (8) розраховуємо вірогідності помилок діагностики $\alpha = \beta$. Вірогідність рішення визначається а формулою:

$$D = 1 - \alpha = 1 - \beta \quad (13)$$

Модельні розрахунки. Для діагностування стану підприємства було обрано наступні показники та визначено їм оцінку за чотирибальною системою 0, 1, 2, 3, де 0 – найгірший стан, 3 – найкращий стан:

Таблиця 1. Формування масиву вихідних даних стану енергоефективності промислових підприємств

	Показники	Успішні підприємства S_1						Неуспішні підприємства S_2						Підпр-во $\bar{X}$
		$X_1^{(1)}$	$X_2^{(1)}$	$X_3^{(1)}$	$X_4^{(1)}$	$X_5^{(1)}$	$X_6^{(1)}$	$X_1^{(1)}$	$X_2^{(1)}$	$X_3^{(1)}$	$X_4^{(1)}$	$X_5^{(1)}$	$X_6^{(1)}$	
1	Повнота паспортизації обладнання	3	2	3	2	3	2	2	1	2	3	2	2	2
2	Дотримання графіків сервісного обслуговування обладнання	3	3	3	3	3	3	2	1	1	2	1	3	0
3	Наявність служби енергоменеджменту	3	3	2	2	2	3	1	0	1	2	1	2	1
4	Система навчання в області енергозбереження	3	2	0	2	2	2	0	1	0	1	0	1	1
5	Система заохочень за результати в галузі енергозбереження	3	2	1	1	2	1	1	0	1	0	1	0	2
6	Програма енергозбереження	3	3	2	2	2	3	0	1	1	1	2	1	3

Після проведення розрахунків на етапі навчання, за формулою (7) приймаємо рішення, що обране підприємство є неуспішним.

$$\ln \hat{L} = \frac{1}{2} (\hat{a}_1 - \hat{a}_2)^T \hat{M}^{-1} [2\bar{x} - (\hat{a}_1 + \hat{a}_2)] = -21,146 < 0$$

За формулою (8) проводимо оцінку достовірності діагностики:

$$\begin{aligned} \alpha = \beta = & F\left(\frac{d}{\sigma_1}\right) F\left(-\frac{d}{\sigma_2}\right) + F\left(-\frac{d}{\sigma_1}\right) F\left(\frac{d}{\sigma_2}\right) + \\ & + \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sigma_1 \sigma_2}{d(\sigma_1^2 - \sigma_2^2)} \right] \left[\sigma_2 \exp\left\{-\frac{d^2}{2\sigma_1^2}\right\} \left[F\left(\frac{d}{\sigma_2}\right) F\left(-\frac{d}{\sigma_2}\right) \right] - \right. \\ & \left. - \left(\sigma_1 \exp\left\{-\frac{d^2}{2\sigma_2^2}\right\} \right) \left[F\left(\frac{d}{\sigma_1}\right) F\left(-\frac{d}{\sigma_1}\right) \right] \right] = 0,003 \end{aligned}$$

Вірогідність рішення визначимо за формулою (13):

$$D = 1 - \alpha = 1 - \beta = 1 - 0,003 = 0,997$$

Таким чином, можна зробити висновок, що досліджувано підприємство є неуспішним $\ln \hat{L} = -21,146 < 0$ з вірогідністю $D = 0,997$.

Висновки. В результаті проведення досліджень запропоновано метод діагностики стану енергоефективності промислового підприємства на стадії

діагностичного енергоаудиту, що дає змогу здійснити аналізування стану промислового підприємства з енергоефективності за показниками, які встановлюються особою, що приймає рішення.

Задача діагностування кризових станів підприємства з енергоефективності є типовою задачею двоальтернативного прийняття рішень з ризиком та може бути вирішена запропонованим методом в рамках теорії розпізнавання образів.

Список використаних джерел

1. Енергозбереження – Пріоритетні напрямки державної політики України / М. П. Ковалко, С. П. Денисюк; відпов. ред. А. К. Шидловський – К.: УЕЗ, 1998. – 506 с.
2. Ковалко О. М., Новосельцев О. В., Євтухова Т. О. Вступ до теорії енергоефективності багаторівневих систем: методи та моделі енергетичного менеджменту в системі житлово-комунального господарства. – К.: НАН України, Інститут технічної теплофізики, 2014. – 252 с.
3. Енергетичний аудит: Навчальний посібник / О. І. Соловей, В. П. Розен та ін. – Черкаси: ЧДТУ, 2005. – 229 с.
4. Julius T. Tou, Rafael C. Gonzalez. Pattern Recognition Principles. Addison-Wesley Publishing Company, 1974. – 377 p. ISBN 0201075865
5. Ulisses Braga-Neto. Fundamentals of Pattern Recognition and Machine Learning. Springer Nature, 2024. – 292 p. ISBN 3031609514
6. Energy management handbook / by Wayne C. Turner & Steve Doty. – 6th ed. Fairmont Press, 2007. – 924 p. ISBN: 0-88173-542-6 (print)

References

1. Energozberezhennya – Pryoritetni napryamky derzhavnoi polityky Ukrainy [Energy conservation – Priority areas of Ukraine's state policy] / M. P. Kovalko, S. P. Denisyuk; Vidpov. red. A. K. Shydlovskii – Kyiv: UEZ, 1998. – 506 p. (Ukr)
2. Kovalko O. M., Novoseltsev O. V., Evtukhova T. O. Vstup do teorii energoeffektyvnosti bagatorivnevnyh system: metody ta modeli energytychnoho menedzmentu v systemi zhytlovo-kommunalnoho hospodarstva. [Introduction to the theory of energy efficiency of multilevel systems: methods and models of energy management in the housing and communal services system] – Kyiv.: – K.: NAS of Ukraine, Institute of Technical Thermophysics, 2014. – 252 p. (Ukr)
3. Energetychnyi audyt. Navchalnii pisibnyk. [Energy Audit: Training Manual] / O. I. Solovey, V. P. Rozen, ta inshi. – Cherkasy: ChDTU, 2005. – 229 p. (Ukr)
4. Julius T. Tou, Rafael C. Gonzalez. Pattern Recognition Principles. Addison-Wesley Publishing Company, 1974. – 377 p. ISBN 0201075865
5. Ulisses Braga-Neto. Fundamentals of Pattern Recognition and Machine Learning. Springer Nature, 2024. – 292 p. ISBN 3031609514
6. Energy management handbook / by Wayne C. Turner & Steve Doty. – 6th ed. Fairmont Press, 2007. – 924 p. ISBN: 0-88173-542-6 (print)