

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

Навчально-науковий механіко-машинобудівний інститут

кафедра Технології виробництва літальних апаратів

«На правах рукопису»

УДК 621.771

«До захисту допущено»

Завідувач кафедри

_____ Антон ЛАВРІНЕНКОВ

«___» _____ 2026 р.

Магістерська дисертація

на здобуття ступеня магістра

за освітньою програмою «Прикладна механіка»

зі спеціальності 131 Прикладна механіка

на тему: Експериментальне та теоретичне обґрунтування підвищення пластичності малопластичних матеріалів при тонколистовій прокатці

Виконав:

студент 2 курсу, групи МД-41мн

_____ Власюк Іван Андрійович

(прізвище, ім'я, по батькові)

_____ (підпис)

Керівник: _____ д-р техн. наук, професор

(посада, науковий ступінь, вчене звання)

_____ Тітов В.А.

(прізвище, ініціали)

_____ (підпис)

Рецензент: _____ д-р техн. наук, професор

(посада, науковий ступінь, вчене звання)

_____ Луговський О.Ф.

(прізвище, ініціали)

_____ (підпис)

Засвідчую, що у цій магістерській дисертації немає запозичень з праць інших авторів без відповідних посилань.
Студент _____

Київ – 2026 року

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Інститут Навчально-науковий механіко-машинобудівний

кафедра Технології виробництва літальних апаратів

Рівень вищої освіти – другий (магістерський)

Спеціальність – 131 «Прикладна механіка»

Освітня програма «Прикладна механіка»

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

_____ Антон ЛАВРІНЕНКОВ

«___» _____ 2026 р.

ЗАВДАННЯ
на магістерську дисертацію студенту

_____ Власюк Іван Андрійович

(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема дисертації

Експериментальне та теоретичне обґрунтування підвищення пластичності
малопластичних матеріалів при тонколистовій прокатці _____,

науковий керівник дисертації Тітов В.А., д.т.н., професор

(прізвище, ім'я, по батькові, науковий ступінь, вчене звання),

затверджені наказом по університету від «30» березня 2026 р. № 1330-с

2. Термін подання студентом дисертації 20 травня 2026 р.

3. Об'єкт дослідження процес прокатки тонких стрічок з
малопластичних матеріалів

4. Вихідні дані 1) виготовлення стрічок розмірами 300*40* δ мм,
товщина стрічки 0,2; 0,3; 0,5; 0,8 мм. 2) Матеріал – сплав системи Cu-Ni-Mn.

5. Перелік завдань, які потрібно розробити: виконати огляд науково-технологічних рішень по темі дисертації, розробити методику досліджень, провести теоретичні та чисельні дослідження процесу прокатування, виконати експериментальні дослідження і апробацію технологічного процесу.

6. Орієнтовний перелік графічного (ілюстративного) матеріалу
Презентація доповіді по матеріалах дисертації

7. Орієнтовний перелік публікацій а) опублікувати одну статтю в фаховому виданні категорії "Б"
б) провести апробацію результатів дослідження на науково-технічних конференціях

8. Консультанти розділів дисертації*

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв

9. Дата видачі завдання 30.03.2026

Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання магістерської дисертації	Термін виконання етапів магістерської дисертації	Примітка
1.	Аналітичний огляд наукових публікацій по темі дисертації	05.04.2026	
2.	Розробка методики досліджень	09.04.2026	
3.	Розробка методу та визначення межі текучості сплаву системи Cu-Ni-Mn	12.04.2026	
4.	Теоретичні дослідження процесу прокатки	20.04.2026	
5.	Розрахункові дослідження процесу прокатки	25.04.2026	
6.	Проведення експериментів	10.05.2026	
7.	Оформлення магістерської дисертації	15.05.2026	
8.	Оформлення презентації	19.05.2026	
9.	Подача тексту дисертації для перевірки на плагіат	20.05.2026	

Студент

Науковий керівник дисертації

Іван ВЛАСЮК

(Власне ім'я, ПРІЗВИЩЕ)

В'ячеслав ТІТОВ

(Власне ім'я, ПРІЗВИЩЕ)

* Якщо визначені консультанти. Консультантом не може бути зазначено наукового керівника магістерської дисертації.

РЕФЕРАТ

Магістерська дисертація складається зі 142 сторінок, в основному змісті тексту зазначено 42 рисунків, 12 таблиць. В даній магістерській роботі використано 102 літературних джерел.

Мета: Розробка та наукове обґрунтування технології тонколистової прокатки стрічок сплаву системи Cu-Ni-Mn для забезпечення необхідного рівня технологічної пластичності та точності геометричних параметрів.

В дисертації були виконані наступні задачі:

1. Аналітичний огляд наукових публікацій, відомих методів і схем реалізації тонколистової прокатки;
2. Розроблено експериментально-аналітичний метод визначення границі текучості при високотемпературному згині;
3. Розроблено аналітичну математичну модель процесу спільного деформування шарів при прокатці в технологічних обкладках;
4. Проведено чисельне моделювання процесу прокатки для аналізу НДС та оцінки впливу обкладок на серцевину;
5. Проведено експериментальне дослідження процесу прокатки в обкладках та порівняно результати з чисельним розрахунком;
6. Розроблено технічні рекомендації по реалізації та проектуванню технології прокатки в обкладках.

Ключові слова: тонколистова прокатка, сплав Cu-Ni-Mn, багатошарова прокатка, технологічні обкладки, технологічна пластичність, напружено-деформований стан, метод скінченних елементів, метод функцій течії, границя текучості.

ABSTRACT

The Master's thesis consists of 142 pages; the main text contains 42 figures and 12 tables. The thesis utilizes 102 references.

Objective: Development and scientific substantiation of the thin-sheet rolling technology for Cu-Ni-Mn alloy strips to ensure the required level of technological plasticity and geometric accuracy.

The following tasks were accomplished in the thesis:

1. Analytical review of scientific publications, known methods, and implementation schemes of thin-sheet rolling;
2. Development of an experimental-analytical method for determining the yield strength during high-temperature bending;
3. Development of an analytical mathematical model of the joint deformation of layers during rolling in technological covers;
4. Numerical modeling of the rolling process to analyze the stress-strain state (SSS) and evaluate the influence of the covers on the core;
5. Experimental research of the rolling process in covers and comparison of the results with numerical calculations;
6. Development of technical recommendations for the implementation and design of the rolling technology in covers.

Keywords: thin-sheet rolling, Cu-Ni-Mn alloy, multi-layer rolling, technological covers, technological plasticity, stress-strain state, finite element method, stream function method, yield strength.

Зміст

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ ТА СКОРОЧЕНЬ.....	9
ВСТУП	12
1. АНАЛІЗ СУЧАСНОГО СТАНУ ТОНКОЛИСТОВОЇ ПРОКАТКИ МАТЕРІАЛІВ.....	16
1.1. Сучасні технології прокатки монолітних матеріалів.....	16
1.1.1. Еволюція теорії та систем керування прокаткою	16
1.1.2. Технологічні особливості деформаційних процесів	17
1.1.3. Прокатка легких сплавів: досвід магнію	17
1.1.4. Управління якістю та аналіз дефектів	18
1.1.5. Високотемпературне окислення та формування окалини ..	18
1.2. Методи аналітичного опису та моделювання процесу одношарової прокатки	20
1.2.1. Еволюція теорії та загальна класифікація методів моделювання процесу прокатки	20
1.2.2. Метод плоских перерізів (Slab Method) та одновимірні моделі 22	
1.2.3. Варіаційні методи та метод верхньої оцінки (Upper Bound Method).....	24
1.2.4. Метод функцій течії для моделювання просторової кінематики 27	
1.2.5. Чисельне моделювання процесу методом скінченних елементів (МСЕ)	29
1.2.6. Термомеханічна взаємодія та еволюція мікроструктури	31
1.2.7. Спеціальні випадки моделювання: дефекти форми та пористі (порошкові) середовища.....	32
1.3. Технологічні особливості та закономірності гарячої пакетної прокатки	35
1.3.1. Теоретичні основи деформування металів у пакетах та оболонках.....	35
1.3.2. Технологічні параметри збірки пакетів та герметизація	37
1.3.3. Вплив пакетної прокатки на мікроструктуру та фазовий склад матеріалів	39
1.3.4. Механічні та експлуатаційні властивості прокатаних матеріалів	40
1.4. Аналітичне та чисельне моделювання процесу багатошарової прокатки	43
1.4.1. Метод плоских перерізів (Slab Method) у моделюванні багатошарової деформації.....	43
1.4.2. Метод верхньої оцінки (Upper Bound Theorem) та оптимізація потужності	45

1.4.3. Метод функції течії (Stream Function Method) та асимптотичний аналіз.....	47
1.4.4. Математичні критерії пластичної нестабільності та чисельне FEM-моделювання.....	48
1.5. Висновки до розділу 1	51
1.6. Мета та завдання дослідження	52
2. МЕТОДИКА ДОСЛІДЖЕНЬ	54
2.1. Узагальнена методика досліджень магістерської роботи	54
2.2. Методика теоретичного аналізу.....	56
2.3. Методика проведення чисельного моделювання.....	60
2.4. Методика проведення експериментів та обладнання.....	62
2.5. Висновки по розділу 2	65
3. ПОПЕРЕДНЄ ДОСЛІДЖЕННЯ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ТА МЕХАНІЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ МЕТАЛУ СИСТЕМИ CU-NI-MN	66
3.1. Результати прокатування листового металу системи Cu-Ni-Mn в гарячому стані	66
3.2. Результати чисельного моделювання гарячого прокатування листового матеріалу	68
3.3. Висновки та вибір технологічної схеми прокатування	70
3.4. Метод визначення границі текучості матеріалу методом високотемпературного згину.....	71
3.4.1. Побудова математичної моделі.....	71
3.4.2. Апробація методом скінченних елементів	77
3.4.3. Експериментальне визначення границі текучості.....	80
3.5. Висновки по розділу 3	84
4. ТЕОРЕТИЧНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСУ ПРОКАТКИ	85
4.1. Аналітичний опис процесу прокатки монолітного матеріалу.....	85
4.1.1. Визначення середніх напружень в осередку деформації....	85
4.1.2. Визначення максимального напружень розтягу та відповідного середнього напруження	90
4.2. Дослідження процесу прокатки тришарового матеріалу.....	94
4.2.1. Побудова поля швидкостей при прокатування тришарового матеріалу	94
4.2.2. Оцінка обтисків методом функції течії при прокатці тришарового матеріалу.....	98
4.2.3. Оцінка впливу обкладок на пластичність серцевини (зона неоднорідного обтиску).....	100
4.2.4. Оцінка впливу обкладок на пластичність серцевини (зона однорідного обтиску).....	102
4.3. Висновки до розділу 4	104
5. ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА АНАЛІЗ ПАРАМЕТРІВ ПРОЦЕСУ ..	106
5.1. Моделювання тришарової прокатки та визначення обтисків.....	106
5.2. Дослідження впливу обкладок на напружений стан серцевини при процесі тришарової прокатки (зона неоднорідного обтиску)	110

5.3. Дослідження впливу обкладок на напружений стан серцевини при процесі тришарової прокатки (зона однорідного обтиску)	112
5.4. Вплив зміни напруженого стану на інтенсивність накопичення пошкоджень	114
5.5. Висновки до розділу 5	116
6. РЕЗУЛЬТАТИ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ.....	118
6.1. Експериментальне дослідження процесу прокатки	118
6.1.1. Зразок 1	118
6.1.2. Зразок 2	120
6.1.3. Зразки 3 та 4.....	121
6.1.4. Аналіз експериментальних даних	123
6.1.5. Порівняння з чисельним розрахунком.....	124
6.2. Висновки до розділу 6	125
7. ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ ТА РЕКОМЕНДАЦІЇ	127
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	129
ДОДАТОК І.....	140
ДОДАТОК ІІ.....	141

Перелік умовних позначень та скорочень

h_0 – початкова товщина штаби/листа/стрічки

h_1 – товщина штаби/листа/стрічки після прокатування

Δh – абсолютний обтиск

ε_h – умовний відносний обтиск

e_h – дійсний відносний обтиск

σ_s – границя текучості матеріалу

h_{10} – початкова товщина обкладки

h_{20} – початкова товщина серцевини

h_{11} – товщина обкладки після прокатування

h_{21} – товщина серцевини після прокатування

$\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{zz}, \varepsilon_{xy}, \varepsilon_{yz}, \varepsilon_{zx}$ – компоненти швидкостей деформацій в ДСК

v_x, v_y, v_z – проекції швидкості переміщень частинок металу в ДСК

σ_i – інтенсивність напружень в матеріалі

ε_i – інтенсивність швидкостей деформації

A – робота деформації

$\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$ – компоненти тензора напружень в ДСК

μ_i – коефіцієнт жорсткості

σ – середнє напруження

Δ – оператор Лапласа

μ – коефіцієнт тертя в законі Амонтона-Кулона

$T_{\text{деф}}$ – температура деформування

$T_{\text{рекр}}$ – температура рекристалізації

$T_{\text{АсЗ}}$ – температура евтектоїдних перетворень

$\text{erf}(x)$ – функція похибок (error function)

$e_{rr}, e_{\varphi\varphi}, e_{zz}, e_{rz}, e_{\varphi z}, e_{r\varphi}$ – компоненти тензора деформації в ЦСК

R_B, R_H – внутрішній та зовнішній радіуси зігнутої пластинки

R_C – середній радіус кривизни зігнутої пластинки

ρ – геометричний центр кривизни зігнутої пластинки

e_i – інтенсивність деформацій

$A_{\text{зовн}}$ – робота зовнішніх сил

$A_{\text{внутр}}$ – робота внутрішніх сил

P – вага вантажа

ΔH – величина вертикального переміщення (опускання) вантажу

Φ – кут сектора кола, який описує кривизну зігнутої заготовки

d – ширина зразка

l_1 – відстань між точками прикладення сили

$M_{\text{зовн}}, M_{\text{внутр}}$ – зовнішній та внутрішній згинальні моменти відповідно

R – радіус валків

ω – кутова швидкість валків

α – кут захоплення

γ – нейтральний кут

l – довжина осередку деформації

V_0 – лінійна швидкість валків

V_{exit} – швидкість штаби на виході з валків

v_{int} – середня швидкість шару на межі поділу шарів

U_1, U_2 – середні швидкості течії шарів

$W_\Sigma, W_p, W_{sh}, W_{roll}, W_{slip}$ – повна потужність деформації, потужність пластичної формозміни, потужність внутрішнього макрозсуву, потужність контактного тертя об валки, потужність міжшарового тертя відповідно

τ_s – напруження пластичного зсуву матеріалу

τ_{roll}, τ_{int} – напруження тертя на дузі захоплення, контактне напруження на межі поділу шарів відповідно

p_{int} – нормальний тиск на межі поділу шарів

$h_{tot}, b_{tot}, l_{tot}$ – товщина, ширина та довжина всього зразка: серцевина + обкладки

h_{core} – товщина внутрішніх пластин без обкладок

δ – товщина однієї пластини досліджуваного матеріалу

Скорочення:

МСЕ, FEM – метод скінченних елементів

ДСК – декартова система координат

ЦСК – циліндрична система координат

ОМТ – обробка металів тиском

НДС – напружено-деформований стан

МВО – метод верхньої оцінки

КМПШ – кінематично можливе поле швидкостей

Вступ

Актуальність науково-технічної задачі. Стрімкий розвиток високотехнологічної галузі авіабудування диктує необхідність переходу до все більш компактних конструкцій із заданим комплексом функціональних властивостей. Це зумовлює стабільно високий попит на тонколистові напівфабрикати з нових багатокомпонентних матеріалів, один з яких є сплав системи Cu-Ni-Mn. Однак промислове освоєння таких стрічок стикається із серйозними технологічними бар'єрами. Через вузький температурний інтервал деформації, високу чутливість до термічних ударів при контакті з валками та схильність до інтенсивного окислення, обробка цих сплавів традиційними методами вільної прокатки супроводжується значним відсотком браку через утворення макротріщин та втрату суцільності.

Ефективним шляхом подолання цих обмежень є перехід до технологій деформування в обкладках. Прокатка в обкладках дозволяє не лише покращити температурний режим деформування, але й змінити характер напруженого стану матеріалу. Більш жорсткі та пластичні зовнішні шари формують для серцевини умови нерівномірного всебічного стиснення, що штучно підвищує її технологічну пластичність та дозволяє досягати значних ступенів загального обтиснення.

Незважаючи на значний потенціал прокатки в обкладках, її широке впровадження ускладнюється відсутністю надійних математичних моделей для проектування параметрів процесу. Загальноприйняті інженерні методи розрахунку, такі як метод плоских перерізів, створювалися переважно для монолітних середовищ. Вони виявляються недостатньо точними при аналізі гетерогенних систем із вільними торцями, оскільки не здатні адекватно описати диференціальну кінематику шарів – зокрема, ефект інтенсивного зворотного витискання “м'якшого” матеріалу та утворення небезпечних розтягувальних напружень.

З огляду на це, виникає потреба в розробці більш досконалого аналітичного апарату, заснованого на методі пластичної течії та кінематичних функціях течії. Інтеграція цих енергетичних підходів із чисельним моделюванням (МСЕ) просторового напружено-деформованого стану дозволить аналітично визначати раціональні режими процесу. Таке комплексне дослідження дає змогу суттєво скоротити обсяг дороговартісних натурних експериментів та прискорити технологічну підготовку виробництва.

Мета дослідження:

розробка та наукове обґрунтування технології тонколистової прокатки стрічок сплаву системи Cu-Ni-Mn для забезпечення необхідного рівня технологічної пластичності та точності геометричних параметрів.

Завдання дослідження:

1. Виконати аналітичний огляд наукових публікацій по тонколистовій прокатці стрічок, методах і схемах реалізації прокатки.
2. Розробити методику досліджень.
3. Розробити математичну модель процесу деформування.
4. Виконати чисельний розрахунок в програмному пакеті Ansys Student.
5. Провести експериментальне дослідження процесу.
6. Розробити технічні рекомендації по реалізації процесу.

Об'єкт дослідження – процес формоутворення тонких стрічок зі сплавів системи Cu-Ni-Mn методом поздовжньої прокатки.

Предмет дослідження – закономірності зміни напружено-деформованого стану та кінематики спільної пластичної течії матеріалу при прокатці залежно від механічних властивостей матеріалів та умов контактного тертя.

Наукова новизна роботи:

1. Розроблено експериментально-аналітичний метод визначення границі текучості ідеально-пластичного матеріалу.
2. Побудовано математичну модель для опису прокатки в обкладках, яка визначає вплив співвідношень $\frac{\sigma_{s2}}{\sigma_{s1}}, \frac{h_{10}}{h_{20}}$ на деформування шарів.
3. За допомогою чисельного моделювання отримано графік залежності відношення обтисків обкладки та серцевини від початкового відношення товщин обкладки та серцевини.
4. Розроблено алгоритм визначення кінцевих обтисків шарів при багатопрхідній прокатці в обкладках.
5. Чисельними та аналітичними методами показано вплив механічних властивостей та товщини оболонки на збільшення середнього напруження матеріалу при прокатці в обкладках.
6. Введено універсальну характеристику схеми прокатки $\beta = \frac{\sigma_{s1}-\sigma_{s2}}{\sigma_{s2}} \frac{1}{1+\frac{h_{20}}{2h_{10}}}$ та визначено оптимальні її значення для покращення технологічної пластичності матеріалу.

Практичне значення отриманих результатів досліджень

Отримані результати дозволяють покращити процес промислового виготовлення тонких стрічок з малопластичного сплаву системи Cu-Ni-Mn.

Запропонований експериментально-аналітичний метод дає змогу визначати границю текучості матеріалу безпосередньо при температурі деформування без використання складного обладнання.

Введена універсальна характеристика схеми прокатки β , яка дозволяє підбирати обкладки з оптимальними механічними та геометричними параметрами для підвищення пластичності серцевини.

Розроблений алгоритм визначення кінцевих обтисків може бути безпосередньо впроваджений у системи автоматизованого проектування для розрахунку маршрутів багатопрохідної прокатки.

Загалом, застосування наведених технічних рекомендацій суттєво скорочує обсяги дороговартісних натурних експериментів та зменшує рівень браку при освоєнні нових багатокомпонентних сплавів.

Публікації

Матеріали магістерської дисертації були викладені в 1-й статті:

- 1) Тітов В. А., Лавріненко А. Д., Власюк І. А. Аналітичний опис процесу гарячого прокатування методом пластичної течії. Обробка матеріалів тиском: зб. наук. пр. Краматорськ-Тернопіль: ДДМА, 2025. № 1 (54). С. 79–86.

та представлені в наукових конференціях у вигляді 2-х тез:

- 2) Власюк І. А. Аналіз процесу деформування плоскої заготовки в гладких валках : матеріали XVI Міжнар. наук.-техн. конф. молодих вчених та студентів «Інновації молоді в машинобудуванні», м. Київ, 12–16 трав. 2025 р. / КПІ ім. Ігоря Сікорського, Київ, 2025.
- 3) Власюк І. А., Тітов В. А. Методика визначення напруження текучості металу методом високотемпературного згину : матеріали XVII Міжнар. наук.-техн. конф. молодих вчених та студентів «Інновації молоді в машинобудуванні», м. Київ, 4–8 трав. 2026 р. / КПІ ім. Ігоря Сікорського, Київ, 2026.

1. Аналіз сучасного стану тонколистової прокатки матеріалів

1.1. Сучасні технології прокатки монолітних матеріалів

Процес прокатки залишається провідним методом обробки металів тиском у світовому промисловому секторі, забезпечуючи виготовлення понад 95% усієї металевої продукції [1]. Значущість цієї технології підкреслюється тим, що майже 80 % усіх сучасних виробів прямо чи опосередковано пов'язані з процесами прокатки [2]. Протягом останнього століття теорія та технологія прокатки пройшли шлях від емпіричних підходів до глибоко наукових методів, що дозволило радикально підвищити точність геометричних параметрів штаби [3]. Сучасний етап розвитку галузі характеризується впровадженням концепцій Індустрії 4.0, де пріоритетами є сталість виробництва, предиктивна аналітика та впровадження принципів легкої конструкції [1], [2].

1.1.1. Еволюція теорії та систем керування прокаткою

Історичний аналіз розвитку технологій прокатки за останні 100 років свідчить про критичний внесок фундаментальної теорії в інновації. До 1960-х років панувала двовимірна теорія прокатки, яка розглядала процес переважно як задачу плоскої деформації [3]. Проте впровадження комп'ютеризованих систем керування на металургійних підприємствах у 1960-х роках вимагало розробки точніших математичних моделей для розрахунку зусилля прокатки та прогнозування розподілу тиску по ширині штаби. Перехід від наближеного тривимірного аналізу деформації до сучасного методу скінченних елементів (МСЕ) дозволив з високою точністю контролювати профіль і площинність прокату, що стало фундаментом для створення сучасних високошвидкісних станів [3]. Ефективність сучасних прокатних ліній базується на системах автоматичного регулювання товщини, які інтегрують манометричні датчики та системи компенсації пружної деформації кліті. Запровадження таких

комплексних систем на алюмінієвих станах холодної прокатки дозволило підвищити вихід придатної продукції з допуском ± 1 % до рівня 98,4 % [2].

1.1.2. Технологічні особливості деформаційних процесів

В основі прокатки лежить принцип пластичної деформації металу під дією сил стиснення та тертя в зазорі між валками [1]. Технологічні схеми класифікують за температурними режимами на гарячу, холодну та контрольовану прокатку. Гаряча прокатка, що проводиться при температурах вище точки рекристалізації, дозволяє уникати деформаційного зміцнення та забезпечує рівномірну мікроструктуру зерен. Холодна прокатка, навпаки, застосовується для отримання високої міцності, відмінної якості поверхні та жорстких допусків [1]. Специфічним видом холодної обробки є дресирування (skin-rolling), де мінімальне обтиснення використовується для блокування дислокацій на поверхні феритної матриці, що запобігає появі смуг Людерса під час подальшої експлуатації [2]. Перспективним напрямком є асиметрична прокатка, де валки мають різні радіуси або швидкості обертання. Цей метод створює умови для інтенсивної зсувної деформації, що суттєво знижує зусилля прокатки та крутний момент, дозволяючи отримувати надтонкі листи з подрібненою мікроструктурою [2].

1.1.3. Прокатка легких сплавів: досвід магнію

Магній та його сплави займають особливе місце через малу питому вагу, проте їхня гексагональна щільноупакована решітка суттєво обмежує пластичність при кімнатній температурі (деформація зазвичай не перевищує 10–20 %). Суттєвий вплив на якість прокату мають домішки: берилій та кальцій є корисними, тоді як залізо, мідь та нікель утворюють шкідливі хімічні сполуки (наприклад, Mg_2Si , Mg_2Cu) по межах зерен [4].

Для забезпечення деформації понад 95 % використовується технологія теплої прокатки при температурах понад 212-225 °C, що активує додаткові системи ковзання в кристалах [4]. Оптимальний діапазон температур для

початкової стадії обробки слябів становить 380–480 °С. Ключовим фактором при прокатці магнію є контроль температури валків та використання спеціальних мастил для запобігання налипанню металу [4].

1.1.4. Управління якістю та аналіз дефектів

Дефекти в прокатному виробництві поділяють на загальні (через недосконалість матеріалу) та операційні (через стан обладнання). До загальних дефектів відносять поверхневу окалину, неметалеві включення та «крокодилячі тріщини» (alligator cracks), спричинені металургійною слабкістю центральної лінії заготовки [1]. Операційні дефекти включають пружиніння валків (mill spring), хвилястість країв та чаттер (chatter) – самозбуджувані вібрації, що погіршують якість поверхні та призводять до прискореного зносу інструменту [2].

Критичною проблемою гарячої прокатки сталевих листів є вкатування стороннього матеріалу в поверхню штаби. Дослідження виявили, що першопричиною є налипання розм'якшеного гарячого металу на напрямні лінійки чистових клітей через їхню шорсткість та високу температуру. Впровадження нових зносостійких матеріалів для лінійок дозволило знизити рівень подібного браку на 33 %. Також аналіз показав, що людський фактор має значний вплив: різниця у частоті появи дефектів між різними змінами операторів може досягати 60 % [5].

1.1.5. Високотемпературне окислення та формування окалини

Процес гарячої прокатки неминуче супроводжується взаємодією сталі з киснем повітря при температурах близько 1000 °С, що призводить до утворення окалини. Склад оксидної плівки залежить від температури: вище 570 °С домінує вюстит (FeO), а нижче переважають магнетит (Fe_3O_4) та гематит (Fe_2O_3). Хоча оксидний шар може бути бар'єром для подальшої корозії, його інтенсивне відшаровування (spalling) під час прокатки погіршує якість поверхні [6].

Кінетика окислення підпорядковується параболічному закону, що свідчить про дифузійний характер реакції. Встановлено, що швидкість окислення та товщина оксидного шару є найвищими для литих зразків і найменшими для прокатоного металу, що пояснюється вищою щільністю деформованої структури прокату [6].

1.2. Методи аналітичного опису та моделювання процесу одношарової прокатки

1.2.1. Еволюція теорії та загальна класифікація методів моделювання процесу прокатки

Математичне моделювання процесів обробки металів тиском (ОМТ), зокрема прокатки, є фундаментальним інструментом для прогнозування поведінки металу в осередку деформації, оптимізації енергосилових параметрів та забезпечення заданої якості готової продукції. Протягом останнього століття теорія прокатки пройшла значний шлях еволюції – від спрощених емпіричних залежностей до складних тривимірних чисельних моделей, що враховують термомеханічні та мікроструктурні зміни в матеріалі.

Як зазначається у фундаментальному огляді [1], розвиток теорії прокатки був нерозривно пов'язаний з технологічними інноваціями в металургійній галузі. Протягом останніх 100 років теоретичні дослідження трансформувалися від аналізу плоских задач до розробки комплексних систем комп'ютерного керування станами прокатки. Внесок теорії в інновації особливо яскраво проявився у 1960-х роках, коли впровадження систем автоматизації вимагало створення точних математичних моделей для розрахунку зусилля прокатки в режимі реального часу.

У європейській науковій школі теоретичний аналіз процесу прокатки традиційно базувався на глибокому вивченні реологічних властивостей металу та тертя на контактній поверхні. У роботі [7] наведено ґрунтовний огляд досліджень, що демонструють перехід від класичного аналізу схем напружень до використання методу скінчених елементів (МСЕ). Автори підкреслюють, що ключовими проблемами моделювання залишаються опис геометрії виробу, теплова еволюція та її вплив на металургійні процеси, а також пружна деформація валків, що критично важливо для контролю площинності смуги.

Сучасна класифікація методів моделювання прокатки зазвичай поділяє їх на кілька основних груп залежно від математичного апарату та ступеня апроксимації реального процесу. Відповідно до методології, викладеної у праці [8], можна виділити такі основні підходи:

1. Емпіричні та напівемпіричні моделі. Базуються на статистичній обробці експериментальних даних. Хоча вони мають високу швидкість розрахунку, їх застосування обмежене конкретними умовами виробництва.
2. Одновимірні аналітичні моделі (зокрема, метод плоских перерізів). Ці моделі, що базуються на роботах Орована та Сімса, досі залишаються стандартом для інженерних розрахунків зусилля та моменту прокатки завдяки своїй простоті та надійності при дотриманні умови, що радіус валка значно перевищує товщину смуги.
3. Енергетичні методи (варіаційні підходи та метод верхньої оцінки). Дозволяють аналізувати тривимірну течію металу, зокрема уширення, шляхом мінімізації функціонала повної потужності деформації.
4. Чисельні методи (МСЕ, метод скінченних різниць). Забезпечують найбільш повний опис напружено-деформованого стану (НДС), включаючи розподіл температур та еволюцію мікроструктури.

Важливим етапом розвитку теорії став опис процесу прокатки як задачі механіки суцільного середовища. У роботі [9] наведено класичне формулювання теорії прокатки, яке заклало підвалини для подальших аналітичних рішень. Автор вказує на необхідність врахування змішаних умов тертя та зміни опору деформації по довжині дуги контакту, що пізніше стало базою для вдосконалення чисельних алгоритмів.

Вибір конкретного методу моделювання сьогодні визначається компромісом між необхідною точністю результатів та обчислювальними витратами. Якщо для систем онлайн-керування станами пріоритетними є

швидкі аналітичні рішення, то для проектування нових технологічних процесів та аналізу дефектів (таких як втрата стійкості або неоднорідність мікроструктури) незамінними стають об'ємні чисельні моделі [7, 8].

1.2.2. Метод плоских перерізів (Slab Method) та одновимірні моделі

Метод плоских перерізів історично став першим успішним аналітичним інструментом для розрахунку зусилля та моменту прокатки. Його базова гіпотеза («вертикальні перерізи залишаються плоскими») зводить тривимірну тензорну задачу до розв'язання одновимірного диференціального рівняння рівноваги Т. фон Кармана. Однак класичні розв'язки (моделі Орована, Сімса) використовували значні математичні спрощення, які знижували їхню точність. Сучасні дослідження зосереджені на ускладненні граничних умов у межах цього методу для максимального наближення до фізичної реальності.

Адекватність опису контактного тертя та напруження плинності

Фундаментальний перехід від спрощених аналітичних формул до точного математичного моделювання здійснив J. M. Alexander [9]. Замість усереднення параметрів він застосовував пряме чисельне інтегрування диференціального рівняння рівноваги методом Рунге-Кутта четвертого порядку. У цій роботі запроваджено комплексну модель змішаного тертя, яка фізично достовірно описує дугу контакту. На вході та виході з осередку деформації (у зонах ковзання) діє закон тертя Кулона ($\tau = \mu p$), тоді як ближче до нейтрального перерізу (у зоні прилипання) контактні напруження обмежуються межею плинності металу на зсув ($\tau = k$). Крім того, модель враховує криву зміцнення матеріалу, тобто напруження плинності є змінною величиною по довжині дуги контакту. Такий підхід дозволив математично точно описати реальний пік контактного тиску («пагорб тертя»). Порівняння з експериментальними даними підтвердило, що врахування зон ковзання і прилипання критично необхідне для гарячої прокатки, де класичні моделі давали похибку до 20-30 %.

Верифікація моделей в умовах промислового проектування

Придатність одновимірних моделей для використання у системах автоматизованого проектування була ґрунтовно досліджена у роботі [10]. Автори інтегрували метод плоских перерізів з модульним алгоритмом методу верхньої оцінки (для визначення уширення). Модель була верифікована серією лабораторних експериментів з гарячої та холодної прокатки низьковуглецевої сталі (AISI 1018). Результати показали високий ступінь збіжності: розрахункові значення зусилля та моменту прокатки відхилялися від вимірних тензометрами значень у межах інженерної похибки (до 5-7 %). Це довело, що для станів з великим відношенням радіуса валка до товщини смуги $\left(\frac{R}{h}\right)$ метод плоских перерізів ідеально описує реальність.

Адаптація до неоднорідної деформації (прокатка товстих плит)

Коли умова $\frac{R}{h} \gg 1$ не виконується (прокатка товстих плит або слябів), гіпотеза плоских перерізів порушується фізично: поверхневі шари металу деформуються інтенсивніше, ніж центральні. Це явище відоме як ефект локалізації деформації або поверхневий наклеп (peening effect). У роботі [11] метод плоских перерізів був модифікований без застосування ресурсомістких ітераційних обчислень. До математичної моделі введено «геометричний фактор», що залежить від геометрії осередку деформації, та застосовано модифіковане плече прикладання рівнодіючої сили (lever arm ratio).

Класичний метод у таких умовах суттєво занижує крутний момент. Модифікована модель Moon [11] дозволила описати фізичну реальність нерівномірного перебігу деформації по товщині, забезпечивши точний прогноз моменту прокатки, що критично важливо для розрахунку потужності головних приводів товстолистових станів.

Моделювання асиметричної та градієнтної прокатки

Реальні процеси прокатки рідко є ідеально симетричними (відрізняються діаметри валків, їхні швидкості або умови змащення). Дослідження [12] адаптує

метод плоских перерізів для асиметричної конфігурації. Математично це реалізується через розщеплення рівнянь рівноваги для верхнього та нижнього валків, що призводить до появи двох різних нейтральних точок і так званої «зони перехресного зсуву» (cross-shear zone) між ними. Така модель точно прогнозує вигин смуги після виходу з валків (шаблевидність) і дозволяє розрахувати компенсуючі параметри для отримання плоского прокату.

Ще більшим викликом є моделювання прокатки надтовстих плит із градієнтом температури по товщині (коли поверхня значно холодніша за серцевину) [13]. Автори модифікували критерій плинності металу, застосувавши концепцію «еквівалентного напруження плинності», а класичне рівняння рівноваги було переписане з урахуванням рівномірного нормального напруження, але нерівномірного дотичного напруження на вертикальних гранях виділеного елемента. Розширена модель успішно описала складну термомеханічну взаємодію. Вона точно спрогнозувала енергосилові параметри в умовах, коли фізично метал тече швидше всередині, ніж на поверхні (через різницю температур), довівши, що за умови правильної модифікації критерію текучості метод плоских перерізів здатен адекватно описувати навіть складні просторові градієнти.

1.2.3. Варіаційні методи та метод верхньої оцінки (Upper Bound Method)

Якщо метод плоских перерізів ідеально підходить для розрахунку зусилля в умовах плоскої деформації, то для аналізу вільного поширення металу в поперечному напрямку (уширення) та складної тривимірної течії необхідний інший математичний апарат. Найефективнішим аналітичним інструментом для цього є метод верхньої оцінки (МВО), що базується на екстремальних енергетичних принципах механіки суцільного середовища для жорстко-ідеально пластичного тіла. Його суть полягає у знаходженні такого кінематично можливого поля швидкостей (КМПШ), яке мінімізує функціонал повної потужності деформації (суму внутрішньої потужності розсіювання, потужності зрізу на границях розриву швидкостей та потужності сил тертя).

Конструювання кінематично можливих полів швидкостей (КМПШ)

Точність МВО цілком залежить від того, наскільки вдало обрано функцію течії, що описує КМПШ. Фундаментальний підхід до 3D-аналізу прокатки заклали Oh та Kobayashi [14], які розробили наближений метод оцінки уширення та крутного моменту. Проте, вибір КМПШ часто залишався інтуїтивним. Сувору математичну структуру для систематичної побудови КМПШ запропонував Dogruoglu [15]. У його роботі розроблено метод генерації КМПШ на основі сімейства еліптичних ліній течії. Цей підхід автоматично задовольняє умови нестисливості та граничні умови швидкостей на контактній поверхні. Застосування еліптичних полів швидкостей до холодної прокатки смуг дозволило отримати кінематику деформації, яка надзвичайно точно збігається з експериментально спостережуваними лініями течії.

Більш сучасна адаптація – використання поля швидкостей у вигляді арктангенса (arc tangent velocity field) [16] – дозволила ще точніше описати кривизну потоку металу на вході та виході з валків, зменшивши похибку прогнозування зусилля до мінімуму.

Визначення локальних напружень

Класичний недолік МВО полягає в тому, що він дозволяє інтегрально оцінити глобальні параметри (зусилля, момент), але не дає інформації про локальний розподіл напружень (оскільки рівняння рівноваги не використовуються). Щоб подолати це обмеження, Martins та Barata Marques [17] розробили гібридний математичний апарат. Вони використали МВО для опису кінематики (через функцію течії), а отримане поле швидкостей деформацій підставили у визначальні рівняння Леві-Мізеса. Далі, застосувавши метод зважених нев'язок (weighted residuals method), вони задовольнили диференціальні рівняння рівноваги напружень у всьому об'ємі. Інший підхід запропонував Komori [18], який інтегрував розрахунок гідростатичного напруження для кожного елемента просторової сітки. Ці рішення дозволили

аналітично розраховувати локальний контактний тиск та розподіл напружень по перерізу, що раніше розраховувалось виключно важкими МСЕ-розрахунками. Гібридні моделі [17, 18] успішно верифіковані експериментальним вимірюванням «пагорба тертя».

Енергетичні методи та спрощені критерії плинності

Інтегрування нелінійного функціонала внутрішньої потужності за критерієм Мізеса часто призводить до нерозв'язних аналітичних виразів. Для отримання замкнених аналітичних рішень сучасні дослідники застосовують лінеаризовані критерії. Так, Zhang та ін. [19] застосували критерій середнього напруження плинності (MY criterion) у поєднанні з глобальним зваженим полем швидкостей. Wang та ін. [20] використали критерій плинності рівного периметра (equal perimeter yield criterion), а Zhao [21] – скалярний добуток векторів швидкості деформації. Порівняння з реальними даними промислових станів показало, що ці геометричні апроксимації критерію текучості знижують похибку розрахунку до 4,7 % [20], дозволяючи миттєво обчислювати зусилля в онлайн-системах керування без втрати фізичної адекватності.

Надтовсті плити та надтонкі смуги

МВО демонструє гнучкість при моделюванні граничних умов. При прокатці надтовстих плит деформація не проникає на всю глибину сляба, що робить класичні КМПШ недійсними. У роботі [22] введено математичний «коефіцієнт проникнення деформації», що зводить 3D поле до 2D на певній ефективній глибині. Це дозволило точно розрахувати зусилля при уширенні надтовстих слябів, де серцевина залишається пружною. На протилежному спектрі – холодна прокатка надтонких смуг [23], де принцип мінімуму енергії успішно застосовано для опису мікроскопічної поперечної течії металу, що було верифіковано за допомогою літографічної сітки з кроком 10 мкм на поверхні реальної фольги.

1.2.4. Метод функцій течії для моделювання просторової кінематики

Пошук кінематично можливих полів швидкостей (КМПШ) у методі верхньої оцінки часто стикається з фундаментальною проблемою: запропоновані алгебраїчні функції не завжди гарантують виконання умови нестисливості металу (сталості об'єму) у кожній точці осередку деформації. Цю математичну трудність елегантно вирішує метод функцій течії (Stream Function Method), а для тривимірних задач – метод подвійних функцій течії (Dual Stream Functions, DSF). Згідно з теоремою про функції течії, поле швидкостей, отримане шляхом диференціювання цих функцій, автоматично та тотожно задовольняє рівняння нерозривності для нестисливого середовища.

Подвійні функції течії (DSF) та циліндричні координати

Вагомий внесок у розвиток цього апарату для прокатки товстих плит зробили Hwang та Hsu [24, 25]. Вони звернули увагу на те, що використання традиційних декартових координат призводить до значних похибок при описі входу металу у валки. У своїх дослідженнях автори застосували метод DSF у циліндричній системі координат, де профіль уширення описується квадратичною функцією полярного кута. Найважливішим нововведенням стало те, що жорстко-пластична межа на вході в осередок деформації не вважалася плоскою і перпендикулярною до напрямку прокатки, а моделювалася як похила та криволінійна поверхня. Аналітичні результати пластичної течії, отримані з цих рівнянь, були порівняні з унікальними експериментами на алюмінієвих зразках, сітка на яких наносилася методом електрохімічного травлення. Збіжність контурів уширення та ліній течії довела, що введення криволінійних меж пластичності дозволяє аналітично відтворити реальну картину формування «бочкоподібності» бокових кромок без залучення важкого апарату МСЕ.

Універсальність методу DSF була додатково підтверджена Sezek та співавторами [26] при моделюванні як гарячої, так і холодної прокатки плит. Застосувавши квадратичні функції для опису межі текучості та уширення, вони

інтегрували рівняння верхньої оцінки чисельними методами оптимізації.

Експериментальна верифікація на сплаві AA5454-O при різних температурах та ступенях деформації показала високу точність прогнозування форми металу у всіх трьох головних напрямках.

Метод лінійних смугових елементів (Streamline Strip Element Method - SSEM)

Для детального розрахунку не лише кінематики, але й напруженого стану, на базі ліній течії було розроблено гібридний метод SSEM. У роботі Liu Hong-Min та ін. [27] осередок деформації математично розбивається на смугові елементи не вздовж декартових осей, а строго вздовж розрахованих тривимірних ліній течії металу (streamlines). Потім ці криволінійні елементи конформно відображаються на прямокутні, де розв'язуються диференціальні рівняння напружень. Порівняння результатів SSEM з даними промислових вимірювань на 4-валковому (шириною 300 мм) та 6-валковому стані CVC (шириною 1850 мм) показало майже ідеальний збіг.

Моделювання центральної деформації та еквівалентної деформації

Точний опис кінематики потрібен не лише для розрахунку зусиль, але й для прогнозування структуроутворення. Дослідження Jiang [28] фокусується на моделюванні центральної деформації. Використовуючи модифіковані граничні умови швидкостей на вході та виході (які зазвичай приймаються постійними, що є фізичною помилкою), автор побудував аналітичну модель еквівалентної деформації за допомогою функцій течії. Доведено, що класичне припущення про однорідну поздовжню деформацію призводить до невірної оцінки накопиченої енергії в центрі смуги. Модель Jiang [28] дозволяє математично точно оцінити локальний ступінь деформації в серцевині прокату, що є критично необхідним параметром для подальшого прогнозування рекристалізації та подрібнення зерна в центрі товстих плит.

1.2.5. Чисельне моделювання процесу методом скінченних елементів (МСЕ)

Незважаючи на ефективність аналітичних підходів для швидких інженерних розрахунків, вони вимагають прийняття жорстких припущень (наприклад, жорстко-пластичне тіло, спрощена геометрія контакту). Перехід до комплексного просторового моделювання напружено-деформованого стану, особливо за наявності нелінійних граничних умов тертя та складного теплообміну, став можливим завдяки методу скінченних елементів (МСЕ).

Згідно з фундаментальним оглядом [29], чисельні моделі для прокатки поділяються на два класи: стаціонарні (Eulerian) формулювання, що базуються на лініях течії та ідеально підходять для моделювання безперервного процесу в кліті, та інкрементальні (Lagrangian) моделі, що дозволяють відстежувати перехідні процеси (захоплення смуги валками, вихід з валків) і розраховувати залишкові напруження на основі пружно-пластичної поведінки металу.

Пружно-пластичні та термомеханічні формулювання

Для точного прогнозування залишкових напружень та дефектів форми після розвантаження необхідно використовувати моделі, що враховують пружну складову деформації. У класичній роботі [30] розроблено матричне формулювання МСЕ для пружно-візіопластичного матеріалу в умовах великих деформацій. Такий підхід дозволив математично пов'язати швидкість деформації з еволюцією напружень. Пізніше Lin та Shen [31] розширили цей апарат для тривимірної задачі, реалізувавши повністю зв'язану термо-пружно-пластичну модель. У їхньому підході рівняння механічної деформації та рівняння теплопередачі інтегровані в єдину глобальну матрицю жорсткості. Модель успішно верифікована на процесах гарячої прокатки алюмінію, точно відтворивши реальний розподіл температур, де пікові значення локалізуються в зонах максимального зсувного тертя.

Алгоритми інтегрування у часі та чутливість сітки

Сучасний етап розвитку МСЕ характеризується широким застосуванням комерційних комплексів (ABAQUS, DEFORM 3D, LS-DYNA), проте точність результату критично залежить від вибору математичного розв'язувача (solver). У дослідженні [32] проведено суворий порівняльний аналіз неявного (implicit) та явного (explicit) методів інтегрування для моделювання прокатки. Показано, що для подолання проблеми сильної нелінійності в зоні контакту "вал-смуга" явні алгоритми є більш стабільними, хоча вони дуже чутливі до розміру сітки (mesh sensitivity).

Спираючись на ці принципи, у роботі [33] застосовано 3D пружно-пластичний МСЕ-аналіз (на базі ANSYS/LS-DYNA) для динамічного моделювання холодної прокатки. Ця модель дозволила кількісно оцінити пружне сплюснення та просторовий вигин робочого валка (roll deflection), що є ключовим фактором утворення поперечної різнотовщинності. Збіжність розрахункових даних з показниками промислових станів дозволила використовувати цю модель для розробки стратегій регулювання площинності.

Моделювання специфічних зон

МСЕ дозволяє зазирнути всередину осередку деформації там, де макроскопічні моделі дають збій. Наприклад, при дресируванні (skin pass rolling) тонких смуг обтиснення становить лише 0,5–2,0 %. У роботі [34] за допомогою нелінійного МСЕ доведено, що через високе тертя і малу товщину метал в осередку деформації переходить у стан жорсткого тривісного стиснення. Виявлено, що еквівалентне напруження в центрі дуги контакту падає нижче межі плинності, утворюючи плоску зону "нульового обтиснення" (zero reduction region). Це фундаментальне фізичне відкриття, отримане виключно завдяки МСЕ, пояснило межі силового керування при дресируванні, які не описувалися рівнянням Кармана.

Інтеграція МСЕ з системами керування

Незважаючи на високу точність, МСЕ потребує колосальних обчислювальних ресурсів, що унеможлиблює його використання в реальному часі (on-line). Тому сучасний тренд – це використання масивів даних МСЕ для створення швидких предиктивних моделей. Так, результати МСЕ використовуються для нелінійної оптимізації параметрів процесу [35], лінеаризації рівнянь для побудови state-space моделей (моделей у просторі станів) для систем автоматичного керування безперервними станами [36], а також для навчання нейронних мереж, які здатні з високою точністю прогнозувати форму кінців прокату (crop length) та оптимізувати їх обріз [37].

1.2.6. Термомеханічна взаємодія та еволюція мікроструктури

Сучасний процес гарячої прокатки розглядається не лише як спосіб зміни форми, але і як інструмент термомеханічної обробки для формування заданих фізико-механічних властивостей металу. Це вимагає інтеграції механічних моделей із рівняннями теплопередачі та фізичної металургії.

Моделювання теплопередачі та температурних напружень

Проблема теплового балансу в осередку деформації полягає у наявності інтенсивних внутрішніх джерел тепла (робота пластичної деформації та контактне тертя) на тлі надшвидкого охолодження поверхні від контакту з валками. Класичним рішенням для цієї задачі є застосування методу скінченних різниць, реалізоване у роботі Tseng [38]. Автор розробив узагальнену схему, здатну працювати з домінуючою конвекцією (високою швидкістю прокатки) у дуже тонкому поверхневому шарі. Модель дозволила точно відтворити температурні профілі валка і смуги, виявивши критичні градієнти, що призводять до термічної втоми. На основі подібних розрахунків теплових полів Yiannopoulos та ін. [39] застосували методи оптимізації для мінімізації термічних напружень, що дозволяє подовжити термін служби робочих валків.

Для багатопрохідної прокатки ефективним є гібридний аналітично-чисельний підхід [40], де температурна модель будується через розв'язки за допомогою функцій рядів. Це забезпечує безперервний розрахунок температури між проходами без накопичення похибки, притаманної чисто чисельним методам.

Прогнозування мікроструктури

Механічний стан металу (інтенсивність напружень та деформацій) є рушійною силою для процесів знеміцнення. У роботі Siciliano [41] представлено комплекс математичних моделей для прогнозування мікроструктурної еволюції (зокрема для мікролегованих сталей). Модель використовує термомеханічні параметри (температуру, накопичену деформацію, швидкість деформації) для розрахунку частки статичної та динамічної рекристалізації (fractional softening), еволюції розміру зерна та деформаційно-індукованого виділення преципітатів. Виявлення зон неповного знеміцнення (incomplete softening) дозволяє оптимізувати режими обтиснень для отримання ультрадрібнозернистої структури.

1.2.7. Спеціальні випадки моделювання: дефекти форми та пористі (порошкові) середовища

Класична теорія прокатки базується на гіпотезі суцільності та стабільності течії. Проте на практиці часто виникають критичні відхилення, що потребують спеціалізованого математичного апарату.

Втрата стійкості та дефекти форми

При прокатці тонких смуг нерівномірний розподіл витяжок по ширині призводить до виникнення залишкових макронапружень, які спричиняють втрату стійкості (короблення).

Komori [42] застосував елементарну теорію випинання (buckling) на основі 3D-розподілу залишкових напружень на виході з валків. Це дозволило аналітично передбачити не лише факт появи дефекту, але й тип хвиль (поперечне чи поздовжнє випинання), відстань між ними та кут нахилу ліній гребенів. Крім форми, втрата стійкості впливає на динаміку руху смуги. Tarnopolskaya та Gates [43] розробили фізико-математичну модель бокового руху смуги, довівши, що наявність жолоблення є головним тригером раптової втрати бокової стійкості (strip track-off) – явища, що призводить до аварій на станах холодного прокатування.

Мікрокінематика: перенесення текстури поверхні

При дресируванні ключовою вимогою є якість поверхні (шорсткість). Wu та ін. [44] відійшли від макроскопічного аналізу і розробили 3D-метод на основі випадкового контакту мікроасперитностей (random asperity contact). Модель розраховує пластичну деформацію не всього об'єму, а перерозподіл металу на вершинах мікронерівностей за допомогою ітераційного часового алгоритму. Це дозволяє прогнозувати рівень перенесення текстури робочого валка на смугу з точністю, що підтверджується атомно-силовою мікроскопією.

Перехід від суцільного до пористого середовища: прокатка порошків

Фундаментальним викликом для теорії є перехід від монолітного (нестисливого) металу до пористих або порошкових середовищ, де об'єм матеріалу в осередку деформації не зберігається (умова $\dot{\varepsilon}_x + \dot{\varepsilon}_y + \dot{\varepsilon}_z \neq 0$). Унікальне дослідження цього процесу проведено Murata та ін. [45], які вивчали прокатку порошку Sn – Pb у металевій оболонці (алюмінієвому контейнері). Оскільки класичні рівняння Кармана та МВО тут не працюють, автори застосували модифікований метод візіопластичності. Аналіз спотвореної форми частинок дозволив виділити три чіткі фізичні зони в осередку деформації: (А) зону зменшення пористості (ущільнення без макрозсувів), (В) зону зв'язування частинок (інтенсивна зсувна деформація) та (С) зону формування суцільної

пластини. Це дослідження доводить, що для аналітичного опису деформації порошкових матеріалів в оболонці необхідно використовувати моделі стисливого пластичного середовища, де критерій текучості залежить не лише від інтенсивності дотичних напружень, але й від гідростатичного тиску.

1.3. Технологічні особливості та закономірності гарячої пакетної прокатки

1.3.1. Теоретичні основи деформування металів у пакетах та оболонках

Фізико-технологічні принципи та переваги методу

Гаряча пакетна прокатка розглядається як критично важливий метод обробки малопластичних матеріалів, що дозволяє нівелювати їхню високу чутливість до температурних коливань та агресивного середовища. У дослідженні Liang X.P. та ін. [46] зазначається, що використання захисних оболонок є найбільш ефективним способом промислового виготовлення тонких листів з інтерметалідів, оскільки це дозволяє підтримувати ізотермічні умови деформації без необхідності інтенсивного підігріву самих валків. Цей підхід підтверджується в роботі Wu та ін. [46], де на прикладі магнієвих сплавів показано, що оболонка виступає тепловим бар'єром, який запобігає різкому охолодженню заготовки при контакті з інструментом [47].

Крім термостабілізації, метод виконує захисну функцію, що є критичним для металів, схильних до високотемпературної газової корозії. Наприклад, для високоніобієвих сплавів TiAl оболонка запобігає насиченню поверхні киснем та азотом [48]. Ефективність такого захисту суттєво покращує жаростійкість та зберігає цілісність поверхні [49]. Додатково доведено, що пакетна деформація сприяє закриттю мікропор у порошкових матеріалах, забезпечуючи високу щільність та гомогенність готового виробу [46].

Механіка взаємодії компонентів у системі «оболонка–осердя»

Механізм сумісної деформації в пакеті базується на перерозподілі напружень між шарами з різними реологічними властивостями, де більш пластична оболонка сприймає основні розтягувальні напруження від валків. Як встановлено Javadinejad H.R. та ін. [50], це створює в осерді стан всебічного стиску, який дозволяє деформувати навіть крихкі фази без руйнування. Проте

невідповідність швидкостей пластичної течії може призводити до специфічних дефектів: зокрема, автори описують механізм виникнення «гофрування» (surface ridging) через критичну різницю в деформаційній здатності компонентів при досягненні певних температур [50].

Для забезпечення стабільності процесу необхідно дотримуватися чітких геометричних пропорцій та режимів обтиснення. Доведено, що оптимальне співвідношення товщини осердя до загальної товщини пакета становить 0,3, що гарантує стабільну сумісну течію обох матеріалів [51]. Важливість стабільності внутрішніх поверхонь розділу підтверджується також експериментально: пакетна схема значно краще зберігає нанокристалічну структуру металу на міжфазних границях порівняно з відкритою прокаткою [52].

Геометрична стабільність та механіко-технологічне забезпечення процесу

Забезпечення геометричної точності та площинності готових листів вимагає комплексного підходу до проектування оснастки та компенсації термічних ефектів. Для цього пропонується використання герметизуючих рамок із технологічними зазорами близько 20 мм, що дозволяє заготовкам вільно розширюватися під час нагріву, запобігаючи розриву зварних швів [53]. Для підтримання суцільності шарів на початкових етапах доцільно використовувати бічні пластини висотою не менше 0,96 від висоти заготовки [54]. Питання стабільності товщини фольги при багаторазових проходах вирішується методом «спільного змотування», де поздовжнє узгодження неоднорідностей шарів дозволяє виключити дефекти типу «buckling» та помітно скоротити час обробки [55].

Особлива увага приділяється механізації допоміжних операцій для підтримки ритму прокатки та рівномірності властивостей. Розроблено спеціальні пристрої з еластичними бічними елементами, які створюють додатковий підпір, усуваючи пухкість порошку на краях листа [57]. Питання інтенсифікації виробництва та безпеки персоналу вирішуються за допомогою

механізмів автоматичного виштовхування готових пластин [57] та самостійного повернення оснастки у вихідне положення за рахунок сил тертя і рухомих стрічок [58]. Такі інженерні рішення в поєднанні з оптимальними одиничними обтисненнями в межах 20–25% [51] дозволяють отримувати високоякісні напівфабрикати з заданою структурою, включаючи пористу фольгу [59].

1.3.2. Технологічні параметри збірки пакетів та герметизація

Вибір матеріалів оболонок та їх реологічна сумісність

Успішність гарячої пакетної прокатки значною мірою визначається правильним вибором матеріалу захисної оболонки, який має реологічно відповідати основному металу. Доведено, що для обробки титанових сплавів (наприклад, Ti-6Al-4V) найбільш раціональним є використання маловуглецевої сталі марки S45C, оскільки її опір деформації за високих температур максимально наближений до показників осердя [51]. Використання ж сталі SS400 визнано неефективним через високу схильність до утворення поверхневих дефектів внаслідок надмірної різниці в пластичній течії.

Для матеріалів із високою теплопровідністю, таких як магнієві сплави, вимоги до оболонки зміщуються в бік теплофізичної стабілізації. У цьому контексті обґрунтовано застосування пакетів із алюмінієвого сплаву 6063 Al, який виступає ефективним «тепловим акумулятором», підтримуючи стабільну температуру заготовки протягом усього циклу прокатки. При роботі з високотемпературними інтерметалідами системи TiAl зазвичай використовують нержавіючі сталі або технічно чистий титан, які здатні зберігати структурну жорсткість при температурах понад 1200°C [48].

Герметизація, вакуумування та застосування роздільних середовищ

Надійність герметизації збірки є фундаментальною умовою захисту від газової корозії та забезпечення високої якості металу. Для особливо чутливих сплавів застосовується технологія прокатки з попереднім вакуумуванням

внутрішнього об'єму пакета, що повністю виключає формування крихких оксидних плівок на контактних поверхнях [48].

З метою запобігання небажаному дифузійному зварюванню осердя з металом оболонки широко застосовуються спеціальні роздільні агенти. Встановлено, що нанесення покриття на основі нітриду бору перед герметизацією не лише полегшує відділення готових листів, а й позитивно впливає на формування рівномірного мікрорельєфу поверхні [50]. Альтернативним рішенням є використання обмазки з тугоплавких оксидів (наприклад, ZrO_2): нанесення такого шару на внутрішню сторону кришок пакета дозволяє після прокатки використовувати їх як повноцінні листи, суттєво підвищуючи вихід придатного металу [53]. Водночас при виробництві надтонких матеріалів наголошується на важливості надзвичайно точного дозування технологічних мастил, оскільки їх надлишок може спричинити появу поверхневих плям (flecks) [55].

Формування міжфазних границь у шаруватих композитах

Пакетна прокатка є ефективним інструментом для цілеспрямованого створення багатошарових композитів (MIL – metal-intermetallic laminate), де якість міжфазного з'єднання відіграє ключову роль у забезпеченні міцності. Дослідження композитів системи Ti-TiAl показують, що гаряча деформація сприяє формуванню бездефектної перехідної зони товщиною близько 260 мкм [60]. Ця зона складається з градієнтного набору фаз (О-фаза, α_2 та B2), що гарантує високий опір розшаруванню та відмінну міцність зчеплення компонентів при механічних навантаженнях. Аналогічні ефекти гомогенізації та міцного дифузійного зв'язку зафіксовані при виготовленні алюмінієвих шаруватих композитів, армованих керамічними частинками B_4C [61].

1.3.3. Вплив пакетної прокатки на мікроструктуру та фазовий склад матеріалів

Рекристалізація та руйнування ламелярних структур

Процес гарячої пакетної прокатки забезпечує глибоку структурну перебудову важкодеформованих сплавів, перетворюючи вихідну неоднорідну структуру в гомогенний стан. При деформуванні майже пластинчастого сплаву системи TiAl при 1250 °C відбувається інтенсивне подрібнення вихідних ламелярних колоній: початковий розмір 120 мкм трансформується в однорідну дуплексну структуру з розміром зерна 5-6 мкм [62]. Основним механізмом такої трансформації є переривчаста динамічна рекристалізація, яка локалізується на границях фаз та двійників [62]. У сформованій структурі переважають рівноважні зерна γ та B2 фаз, однак через температурний градієнт у хвостовій частині пакета можуть зберігатися залишкові ламелі [63].

Вихідний стан заготовки суттєво впливає на кінетику структурних змін. Доведено, що лита структура з повним ламелярним складом після прокатки дозволяє отримати значно дрібніше зерно (4,3-6,0 мкм) порівняно з попередньо кованою заготовкою (14,2-17,2 мкм), оскільки ламелярні межі виступають ефективними центрами зародження нових зерен [64]. Крім того, під час багаторазових проходів спостерігається огрубіння γ -пластин внаслідок розпаду та розчинення тонких α_2 -ламелей під впливом високої температури і тиску [63, 64]. Водночас застосування пакетної схеми дозволяє формувати мікроструктуру типу «near gamma», де B2-фаза утворює безперервну мережу, що забезпечує металу необхідну технологічну пластичність для подальшої обробки [65].

Стабілізація нанорозмірного та ультрадрібнозернистого стану

Використання захисної оболонки створює унікальні умови для збереження метастабільних станів, які зазвичай деградують при відкритій термічній обробці. Дослідження поведінки нанокристалічного нікелю показують, що мікроструктура на внутрішніх поверхнях контакту «метал-

метал» у пакеті є значно стабільнішою за зовнішні шари, що дозволяє успішно пригнічувати інтенсивний ріст зерен протягом усього циклу деформації [52].

Пакетна деформація також виступає ефективним інструментом ініціювання керованих фазових переходів. При досягненні 90% сумарного обтиснення в аустенітній нержавіючій сталі 304 відбувається деформаційно-індуковане мартенситне перетворення [66]. Наступний відпал ініціює зворотну трансформацію та рекристалізацію, наслідком яких є формування стабільної ультрадрібнозернистої матриці з середнім розміром кристалітів 200–300 нм [66]. Це підтверджує, що інтенсивна деформація в умовах всебічного стиску є дієвим методом отримання субмікронних структур.

Еволюція текстури та механізми переорієнтації зерен

Наявність оболонки суттєво змінює макроскопічну кінематику течії металу, що позначається на його кристалографічній текстурі. При обробці полікристалічного танталу методом багатошарової пакетної прокатки зафіксовано формування вищої частки α -текстури при одночасному зниженні інтенсивності γ -текстури, що кардинально відрізняє цей метод від традиційної або кріогенної деформації та впливає на подальший хід рекристалізаційного відпалу [67].

Для високолегованих нікелевих суперсплавів в умовах пакетної деформації характерне утворення специфічної смугастої мікроструктури з великими градієнтами орієнтації [68]. У таких матеріалах виявлено унікальний механізм «розщеплення смуг» (band splitting), який ініціюється локальними зсувними поворотами субзерен внаслідок безперервної динамічної рекристалізації [68]. Це свідчить про те, що специфічний напружений стан всередині пакета модифікує класичні механізми структурної перебудови, сприяючи формуванню сильно фрагментованих зерен.

1.3.4. Механічні та експлуатаційні властивості прокатаних матеріалів

Баланс міцності та технологічної пластичності

Формування механічних властивостей при пакетній прокатці відбувається під впливом подрібнення зерна, зміни фазового складу та накопичення деформаційної енергії. Встановлено, що після гарячої деформації інтерметалідних сплавів системи TiAl спостерігається певне зниження границі міцності при кімнатній температурі порівняно з кованим станом, що пояснюється огрубінням ламелярної структури під час пауз між проходами [63]. Проте одночасно з цим відмічено суттєве підвищення технологічної пластичності: відносне подовження зростає з 0,95% до 1,35%, що є критично важливим для подальшого холодного штампування деталей.

З іншого боку, за рахунок оптимізації сумарного обтиснення (наприклад, до 72%) можливо досягти надзвичайно високих міцнісних показників: межа міцності може перевищувати 1106 МПа при кімнатній температурі [62]. Важливо, що такі матеріали демонструють високу стабільність і при екстремальному нагріві, зберігаючи міцність на рівні 744 МПа при температурі 800°C.

В'язкість руйнування та залишкові напруження у композитах

Одним із головних завдань застосування пакетної схеми є створення шаруватих композитів (MPL) із підвищеною в'язкістю руйнування. Дослідження ролі залишкових напружень показують, що через невідповідність коефіцієнтів термічного розширення шарів у металевих прошарках (наприклад, титанових) формуються потужні стискальні напруження [69]. Ці напруження ефективно гальмують поширення магістральних тріщин, що виникають у крихкому інтерметалідному осерді. Доведено, що композит із вмістом 42% об. титанового сплаву демонструє в'язкість руйнування $31,4 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{1/2}$, що майже вдвічі перевищує показники монолітних матеріалів [69]. Високий опір розшаруванню забезпечується також бездефектною градієнтною перехідною зоною, яка формується завдяки інтенсивній термодифузії під тиском.

Жаростійкість та спеціальні експлуатаційні характеристики

Експлуатаційна надійність високотемпературних сплавів після прокатки безпосередньо залежить від стану їхньої поверхні та структурної стабільності. Доведено, що поєднання пакетної прокатки з подальшою циклічною термічною обробкою суттєво підвищує опір газовій корозії сплавів на основі TiAl [49]. Завдяки подрібненню мікроструктури та руйнуванню небажаних включень під час деформації, на поверхні металу формується щільний і безперервний захисний шар оксиду алюмінію, який ефективно блокує дифузії кисню при 800°C.

Окрім монолітних та шаруватих матеріалів, метод пакетного деформування дозволяє отримувати вироби зі специфічними фізичними властивостями. Зокрема, використання спеціальних циклічних режимів прокатки порошків в оболонках дає змогу виготовляти пористу фольгу із заданим рівнем пористості в діапазоні від 20% до 100% відносно еталона, що є затребуваним у виробництві високотемпературних фільтраційних систем [59].

1.4. Аналітичне та чисельне моделювання процесу багат шарової прокатки

1.4.1. Метод плоских перерізів (Slab Method) у моделюванні багат шарової деформації

Метод плоских перерізів є одним із найдавніших та найпоширеніших аналітичних інструментів для оцінки напружено-деформованого стану під час прокатування. Зводячи складну об'ємну задачу до одновимірного аналізу напружень, що діють на елементарний вертикальний переріз матеріалу, цей метод дозволяє ефективно розраховувати контактний тиск. У контексті пакетної прокатки це дає змогу зрозуміти, як зовнішні пластичні оболонки трансформують напруження у внутрішньому (малопластичному) шарі.

Фундаментальний крок у цьому напрямку зробили Afonja та Sansome [70], які успішно адаптували класичний метод плоских перерізів для прогнозування зусиль та крутного моменту при деформації тришарових сендвіч-панелей. Їхня теорія довела, що напруження зсуву на межі поділу матеріалів сягає свого максимуму, коли товщина плакірувального (зовнішнього) шару становить близько половини від загальної товщини пакета.

Подальший розвиток методу відбувся у роботах Tzou [71], який інтегрував у математичну модель закон кулонівського тертя. Це дозволило визначати нейтральну точку та локальні напруження в кожному шарі. Важливим відкриттям Tzou стало те, що горизонтальні напруження у внутрішньому шарі поблизу входу та виходу з валків можуть набувати розтягуючих значень. Для малопластичних матеріалів виникнення таких розтягуючих напружень є критичним, оскільки воно здатне спровокувати втрату суцільності смуги. Згодом Huang, Tzou та Syu [72] провели глибоке порівняння аналітичних моделей на базі кулонівського тертя та постійного тертя зсуву. Вони довели, що обидва підходи надійно прогнозують напружений стан залежно від границь плинності компонентів та їхньої початкової геометрії.

Значний масив досліджень за допомогою методу плоских перерізів був присвячений прокатуванню шарів, які не були з'єднані між собою до початку деформації. Tzou та співавтори [73] розробили аналітичний апарат для структур типу «твердий-м'який-твердий», що дозволило визначати координату «точки зчеплення» у міжвалковому зазорі, після якої починається спільна пластична течія металів. Навздогін цій роботі Pan, Tzou та Hwang [74] отримали загальне математичне рішення для оберненої конфігурації – «м'який-твердий-м'який», яка найчастіше застосовується для захисту малопластичних осердь в оболонках. Їхня модель точно прогнозує розподіл тиску та зміну відношення товщин шарів на виході з валків.

Метод плоских перерізів також виявився ефективним для аналізу геометричної асиметрії та дефектних станів. Wang та співавтори [75] дослідили сендвічі, зовнішні шари яких мають різну початкову товщину. Вони встановили, що в системах «м'який-твердий-м'який» початкове відношення товщин зовнішніх шарів зберігається у готовому продукті, тоді як у системах «твердий-м'який-твердий» воно нівелюється самим процесом прокатування. В іншій роботі Wang та співавтори [76] аналітично розрахували довжину дефектної зони на передньому кінці смуги, яка утворюється через початкове проковзування жорсткого осердя відносно м'яких оболонок.

Вдосконалення математичного апарату дозволило врахувати ще складніші умови прокатування. Зокрема, Wang та співавтори [77] запропонували нову аналітичну модель для асиметричної прокатки нез'єднаних плакованих листів, яка вперше враховує вплив вертикальних напружень зсуву. Це суттєво підвищило точність розрахунку розподілу тиску та локалізації зони зчеплення. Цей підхід був доповнений дослідженням Afrouz та Parvizi [78], де метод плоских перерізів модифікували для врахування нерівномірного напруження зсуву на вертикальних гранях виділеного елемента під час асиметричної прокатки. Крім того, гнучкість методу була продемонстрована Wang та співавторами [79], які застосували його для аналізу плит із градієнтом

властивостей, розглядаючи їх як багатошарову систему з різними межами плинності по товщині.

Нарешті, суттєве розширення математичного апарату для багатошарових структур було запропоноване у роботі Chaudhari та Ascoff [80]. Вони адаптували метод плоских перерізів для складних ламінатів (до 31 шару) та включили до рівнянь фактор нормальної анізотропії металів за критерієм Гілла. Їхні розрахунки довели, що м'який компонент має схильність до інтенсивного видавлювання з пакета, а збільшення контактного тертя між шарами допомагає стабілізувати спільну деформацію.

1.4.2. Метод верхньої оцінки (Upper Bound Theorem) та оптимізація потужності

На відміну від методу плоских перерізів, метод верхньої оцінки (Upper Bound Theorem) базується на енергетичному підході. Він передбачає побудову кінематично можливого поля швидкостей, яке задовольняє умови суцільності та граничні умови, з подальшим обчисленням сумарної потужності деформації (внутрішньої потужності, потужності зрізу та потужності сил тертя). Мінімізація цієї сумарної потужності дозволяє визначити оптимальні параметри процесу. Для пакетного прокатування малопластичних матеріалів цей метод є особливо цінним, оскільки дозволяє оцінити енергетичні витрати на спільну пластичну течію шарів із суттєво різним опором деформації та знайти режими, що запобігають руйнуванню жорсткого осердя.

Фундаментальний внесок у застосування цього методу для багатошарових систем зробили Danesh Manesh та Karimi Taheri [81, 82]. У своїх дослідженнях вони відійшли від класичних неперервних полів швидкостей і застосували оригінальну кінематичну модель жорстких трикутних блоків, що обертаються. Цей підхід був успішно адаптований для аналізу холодної прокатки тришарових сендвіч-смуг [81], а згодом розширений на двошарові біметалеві системи [82]. Розроблена математична модель дозволила з високою точністю прогнозувати

зусилля прокатування, індивідуальні обтиснення кожного з шарів та міцність їхнього зчеплення. Автори довели, що через різницю у напруженнях плинності м'який (плакірувальний) шар зазнає значно більшого обтиснення, ніж жорсткий (матричний), і ця диспропорція стрімко зростає при збільшенні загального ступеня деформації пакета.

Значний розвиток енергетичного підходу запропонували Haghghat та Saadati [83, 84], які розробили комплексні неперервні поля швидкостей для симетричних сендвіч-панелей. У своїй першій моделі вони дослідили прокатування шарів, що не були попередньо з'єднані (non-bonded), аналітично визначивши потужність, необхідну для подолання тертя як на контакті з валками, так і на межі поділу металів до моменту їхнього зчеплення [83]. Згодом вони вдосконалили цей математичний апарат для вже з'єднаних (bonded) пакетів [84]. Мінімізація загальної потужності дозволила їм з високою точністю прогнозувати крутний момент і тиск металу на валки, що було повністю підтверджено паралельним чисельним FEM-моделюванням.

Окрему увагу в рамках методу верхньої оцінки варто приділити проблемі досягнення критичного обтиснення, необхідного для активації спільної пластичної течії та надійного зчеплення компонентів. Maleki, Bagherzadeh, Mollaei-Dariani та Abrinia [85] розробили аналітичну модель для визначення міцності з'єднання та критичного обтиснення під час плакувальної холодної прокатки. Використовуючи теорему верхньої оцінки, вони математично обґрунтували, що підвищення межі плинності базового (малопластичного) шару неминуче призводить до зростання величини критичного обтиснення пакета. Це пояснюється тим, що м'яка оболонка поглинає більшу частину енергії на початкових етапах деформації, і для залучення жорсткого осердя до макроскопічної пластичної течії потрібен значно вищий тиск.

1.4.3. Метод функції течії (Stream Function Method) та асимптотичний аналіз

Незважаючи на високу ефективність методу плоских перерізів та теореми верхньої оцінки, ці класичні підходи здебільшого спираються на спрощуючі припущення (зокрема, гіпотезу плоских перерізів) і не здатні повною мірою описати локальні градієнти деформації. Для точного математичного опису кінематики суцільного середовища, суворого задоволення диференціальних рівнянь нерозривності пластичної течії та врахування змін напруженого стану по товщині багатошарового листа застосовуються більш досконалі аналітичні інструменти – метод функцій течії та асимптотичний аналіз.

Метод функцій течії (Stream Function Method) вирішує фундаментальну проблему побудови кінематично можливого поля швидкостей без порушення суцільності матеріалу. У роботі Hwang, Hsu та Lee [86] цей математичний апарат був використаний для моделювання прокатування сендвіч-панелей. Математична суть методу полягає у введенні скалярної функції течії, частинні похідні якої за просторовими координатами жорстко визначають горизонтальну та вертикальну компоненти вектора швидкості течії металу. Такий підхід тотожно задовольняє диференціальне рівняння сталості об'єму (нерозривності) для плоскої деформації. Обчисливши компоненти швидкості деформацій через другі похідні функції течії, автори змогли аналітично проінтегрувати внутрішню потужність, потужність зрізу на межах шарів та потужність тертя, мінімізуючи сумарну енергію системи.

Згодом група дослідників у складі Hwang, Hsu та Hwang [87] розширила цю математичну модель для аналізу процесу зчеплення (зварювання тиском) у міжвалковому зазорі. Використовуючи метод функцій течії, вони змогли аналітично розрахувати площу новоутвореної (ювенільної) поверхні металу, яка є наслідком пластичного розширення шарів. Модель інтегрувала контактний тиск та величину поверхневого розширення у комплексний «фактор зчеплення» (bonding factor), що дозволило з високою математичною точністю прогнозувати

координату точки, де відносне ковзання між нез'єднаними шарами припиняється і починається їхня спільна пластична течія.

Іншим напрямком математичного моделювання, що дозволив відмовитися від спрощень одновимірних теорій, став асимптотичний аналіз. Cawthorn, Minton та Brambley [88] розробили аналітичну модель жорстко-пластичної течії сендвіч-панелей, що ґрунтується на розв'язанні повних рівнянь рівноваги та критерію пластичності Мізеса без усереднення напружень по товщині. Математичний апарат цього методу базується на введенні малого геометричного параметра – відношення початкової товщини листа до довжини дуги контакту з валком. Компоненти тензора напружень та вектора швидкості розкладаються в асимптотичні ряди (у вигляді поліномів) за цим малим параметром.

Такий математичний підхід [88] дозволив послідовно інтегрувати рівняння рівноваги шар за шаром, задовольняючи умови неперервності нормальних та дотичних напружень на межі поділу матеріалів. На відміну від методу плоских перерізів, асимптотична модель генерує аналітичні рівняння, що містять вертикальну координату, завдяки чому прямо прогнозуються наскрізні градієнти (cross-thickness variations) швидкостей і напружень. Таким чином, модель здатна математично точно показати неоднорідність деформації: максимальні зсувні напруження біля поверхні валків та розрив поздовжньої компоненти напружень на межі різних матеріалів.

1.4.4. Математичні критерії пластичної нестабільності та чисельне FEM-моделювання

Головною метою застосування захисних оболонок при прокатуванні малопластичних матеріалів є запобігання їхньому передчасному руйнуванню. Відповідно, ключовою науковою проблемою стає точне прогнозування моменту, коли жорстке осердя вичерпує свій ресурс пластичності і починає локально звужуватися (утворювати шийку) або розриватися. Для вирішення цієї задачі

сучасна наука використовує математичні критерії пластичної нестабільності та комплексне чисельне моделювання методом скінченних елементів (FEM).

Фундаментальні математичні критерії для прогнозування шийкоутворення під час прокатування багат шарових систем були розроблені у роботі Hwang, Hsu та Lee [89]. Базуючись на аналізі тривісного напруженого стану, автори вивели строгі аналітичні умови для виникнення як дифузної, так і локалізованої пластичної нестабільності. Згодом принципово інший, термодинамічний підхід був запропонований групою Utsunomiya, Maeda, Imai та Matsumoto [90]. Вони розробили енергетичний критерій пластичної нестабільності, математично довівши, що локальне шийкоутворення у твердому шарі ініціюється саме в той момент, коли такий характер течії забезпечує мінімізацію загальної енергії деформації всієї багат шарової системи.

Однак класичні аналітичні критерії часто не здатні врахувати складні контактні взаємодії в осередку деформації. Вирішальну роль у розумінні механіки затримки руйнування відіграло чисельне моделювання. Nowicke, Zavaliangos та Rogers [91] використали метод скінченних елементів для спростування спрощених одновимірних моделей. Їхнє FEM-моделювання довело, що геометрія валків викликає в осередку деформації так званий «надлишковий зсув» (redundant shearing). Цей зсув інтенсивно зміцнює зовнішні м'які оболонки, зменшуючи різницю у міцності між ними та малопластичним осердям. Як наслідок, виникнення розтягуючих напружень у жорсткому шарі відтерміновується, що дозволяє досягти значно вищих ступенів деформації без руйнування.

Ці висновки були суттєво доповнені роботою Imai, Utsunomiya та Matsumoto [92], які провели детальне FEM-моделювання (в середовищі ABAQUS) шийкоутворення у три шарових сендвічах із твердим осердям. Їхній аналіз математично обґрунтував, як саме різниця міцностей та товщин шарів провокує руйнування осердя під дією розтягуючих поздовжніх напружень, і як оптимізація цих параметрів дозволяє зберегти суцільність пакета. Важливим

аспектом збереження суцільності є також якість зчеплення між шарами. Schmidt та співавтори [93] за допомогою FEM-моделювання холодного зварювання тиском дослідили зону деформації та розширення поверхні. Вони довели, що локальний градієнт деформацій поблизу межі поділу матеріалів є критичним фактором для утворення ювенільних поверхонь та забезпечення надійного зчеплення без руйнування жорстких фаз.

Чисельне моделювання також виявилось незамінним для аналізу впливу специфічних технологічних параметрів. Heydari Vini, Daneshmand та Forooghi [94] застосували FEM-моделювання для дослідження впливу температурних градієнтів та зовнішнього натягу на процес зварювання тиском. Їхня чисельна модель дозволила візуалізувати складний асиметричний розподіл напружень і деформацій, який неможливо описати класичними аналітичними рівняннями, і показала шляхи оптимізації зусиль для запобігання дефектам.

Нарешті, концепція підвищення пластичності гетерогенних структур шляхом пакетної деформації знаходить експериментальне підтвердження у нестандартних матеріалах. Younesi та співавтори [95] застосували метод сендвіч-прокатування до полімерних нанокомпозитів. Їхнє дослідження довело, що макроскопічна спільна деформація в оболонках здатна переорієнтовувати внутрішню структуру матеріалу строго вздовж напрямку прокатки, що призводить до кардинального зростання ударної в'язкості та пластичності. Ще ближчою до проблеми малопластичних матеріалів є робота Shi та співавторів [96], які експериментально дослідили кінематику течії під час прокатування порошкового матеріалу на металевій підкладці. Вони описали, як окремі малопластичні порошинки під впливом жорсткої оболонки деформуються і перетворюються на суцільний шар, незважаючи на асиметричну течію. Ці результати [95, 96] підтверджують універсальність методу пакетної прокатки як ефективного інструменту для штучного підвищення пластичних властивостей матеріалів.

1.5. Висновки до розділу 1

1. Проведено комплексний аналіз наукової літератури щодо технологій тонколистової прокатки, особливостей обробки важкодеформованих металів та сучасних методів моделювання.

2. Аналіз свідчить, що сучасні технології прокатки охоплюють широкий спектр процесів – від холодної та гарячої монолітної прокатки до асиметричної обробки та деформування порошкових і композитних середовищ. Різноманіття матеріалів вимагає специфічних технологічних підходів: для одних металів пріоритетним є контроль мікроструктури та мікрорельєфу, для інших запобігання термічному окисленню. Серед існуючого різноманіття методів окреме місце займає багат шарова (зокрема, гаряча) прокатка. Вона широко застосовується для створення плакованих виробів та композитів, а також є ефективним інструментом для обробки малопластичних матеріалів. Наявність оболонок забезпечує ізотермічні умови та формує сприятливу схему всебічного стиску, що запобігає руйнуванню внутрішніх шарів.

3. Сумісна деформація гетерогенних шарів характеризується складним просторовим розподілом напружень, який важко спрогнозувати базовими інженерними методами. Тому обов'язковим етапом є залучення методів скінченних елементів (в середовищах по типу ABAQUS, DEFORM, ANSYS) для візуалізації напружено-деформованого стану та виявлення зон критичних розтягувальних напружень в оболонках.

4. Теоретичний опис процесів сумісної пластичної деформації компонентів із різними механічними властивостями є складною задачею. Встановлено, що класичні одновимірні теорії (наприклад, метод плоских перерізів) не завжди здатні адекватно описати кінематику незв'язаних шарів, зокрема ефект зворотного видавлювання м'якшого компонента пакета та складний вплив міжшарового тертя. Для точного прогнозування таких нестандартних умов деформування найбільш доцільним є використання методу пластичної течії у поєднанні з енергетичним методом функцій течії. Цей

математичний апарат дозволяє строго задовольнити умови нерозривності середовища, врахувати розподіл швидкостей переміщень частинок та розрахувати індивідуальні обтиски компонентів, що є необхідним фундаментом для розробки та оптимізації нових технологічних процесів.

5. При плануванні експерименту критичну увагу необхідно приділяти початковому структурному стану металу (наприклад, лита чи попередньо деформована структура), підготовці поверхонь на межі «осердя-оболонка» та контролю температурно-швидкісних режимів. На етапі аналізу результатів пріоритетним має бути не лише підтвердження загальної суцільності (відсутності макротріщин), але й точне вимірювання індивідуальних обтисків кожного шару для порівняння обтисків внутрішніх шарів та обкладок.

1.6. Мета та завдання дослідження

Мета: розробка та наукове обґрунтування технології тонколистової прокатки стрічок сплаву системи Cu-Ni-Mn для забезпечення необхідного рівня технологічної пластичності та точності геометричних параметрів.

Завдання:

1. Виконати аналітичний огляд наукових публікацій по тонколистовій прокатці стрічок, методах і схемах реалізації прокатки.
2. Розробити методику теоретичного та експериментального дослідження параметрів процесу формоутворення тонких стрічок.
3. Побудувати аналітичну модель процесу прокатування, базуючись на апараті теорії пластичної течії та енергетичному методі.
4. Здійснити чисельне моделювання процесу гарячого тонколистового прокатування в програмному середовищі ANSYS Student.
5. Провести експериментальне дослідження з верифікацією розроблених моделей, що включає контроль механічних властивостей, геометричних параметрів та структури отриманих стрічок.

6. Розробити технологічні рекомендації з впровадження запропонованих технічних рішень у практику виготовлення стрічок із досліджуваних сплавів.

2. Методика досліджень

2.1. Узагальнена методика досліджень магістерської роботи

В даному розділі представлена загальна послідовність виконання науково-дослідної роботи та описані ключові етапи її реалізації. На рисунку 2.1 приведено схему узагальненої методики досліджень.

На початковому етапі проводиться аналіз сучасного стану розвитку процесів формоутворення тонколистового матеріалу, що дозволяє чітко сформулювати мету та задачі дослідження.

Наступним кроком є розробка методики теоретичного та експериментального дослідження параметрів процесу формоутворення тонких стрічок.

Для підготовки до етапів моделювання реалізується блок вивчення властивостей матеріалу. Спочатку проводиться попереднє дослідження технологічних та механічних властивостей металу системи Cu-Ni-Mn та аналізуються результати прокатування листового матеріалу в гарячому стані. Це дозволяє виконати обґрунтування вибору способу прокатування сплаву. Далі здійснюється вибір методу оцінки пластичності та його спеціальна модифікація для сплаву Cu-Ni-Mn. Завершується цей підготовчий блок експериментальним визначенням границі текучості сплаву при температурі деформування.

Отримані експериментальні дані щодо границі текучості слугують обов'язковими вхідними параметрами для подальших теоретичних та практичних досліджень. Спочатку виконується побудова аналітичної моделі процесу прокатки. Після цього здійснюється чисельне моделювання процесу гарячого тонколистового прокатування.

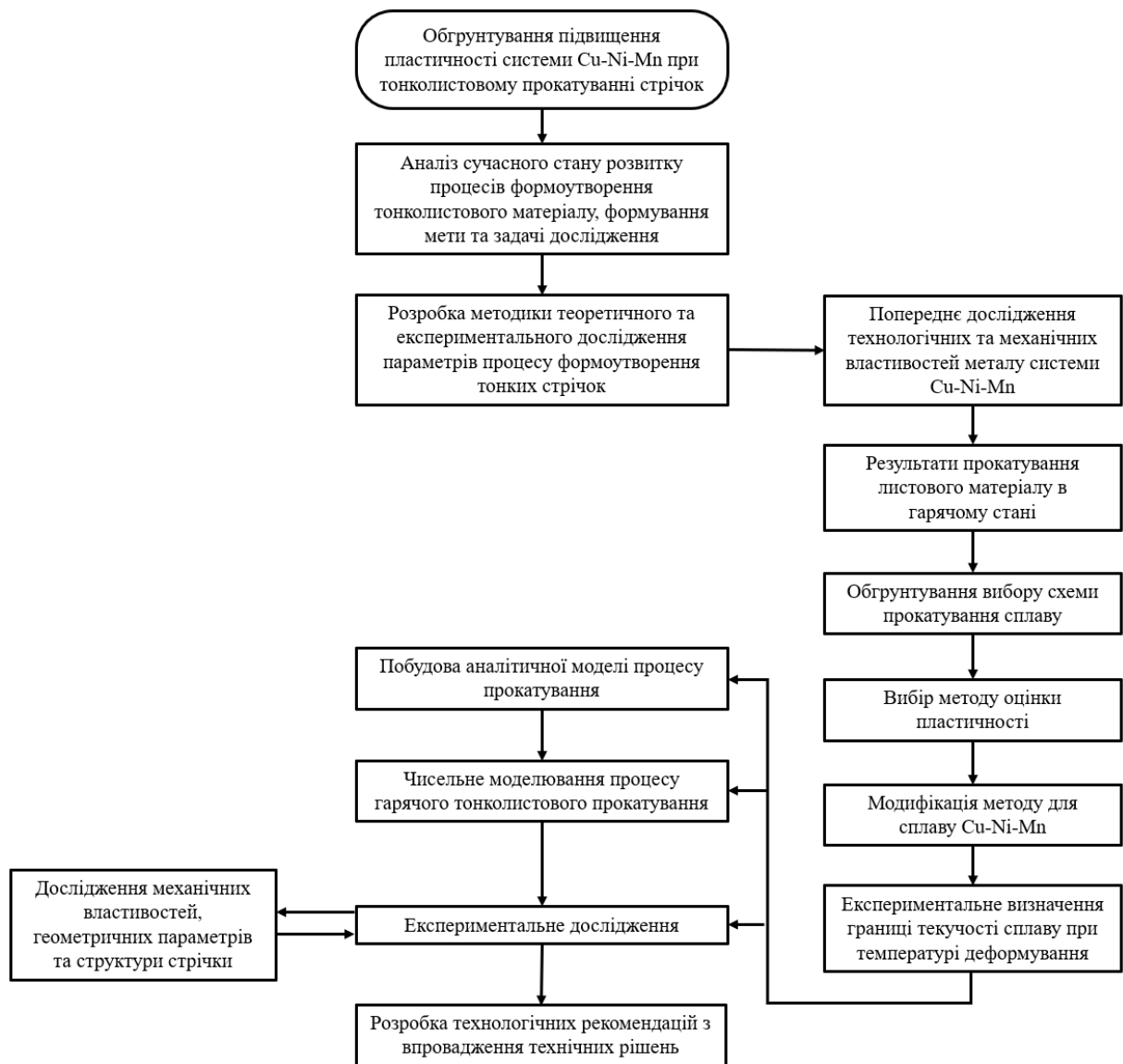


Рис. 2.1. Структурна схема загальної методики досліджень в магістерській роботі.

Для верифікації моделей та отримання практичних результатів проводиться комплексне експериментальне дослідження. Цей етап відбувається у безперервному двосторонньому взаємозв'язку з дослідженням механічних властивостей, геометричних параметрів та структури стрічки (що дозволяє оперативно контролювати результати деформації).

Завершальним етапом комплексної роботи є розробка технологічних рекомендацій з впровадження технічних рішень.

2.2. Методика теоретичного аналізу

Потужним методом теоретичного аналізу пластичного деформування матеріалів, який буде використаний в цій роботі, є метод пластичної течії, детально вивчений Алексєєвим Ю.Н. та описаний в його підручнику [99, 100]. Даний підхід бере за основу визначений розподіл швидкостей переміщень частинок матеріалу та дозволяє достатньо точно визначати напруження в осередку деформації матеріалу. Розподіл швидкостей може бути сформований як з загальних закономірностей, вивчених по експериментальних даних або даних чисельного моделювання, так і більш точно оцінений методом плоских перерізів або енергетичними методами верхньої оцінки та функції течії.

При побудові розподілу швидкостей в осередку деформації використано наступні закони та припущення.

1. В подальших розрахунках вважається, що матеріал при прокатці є нерозривним середовищем. Таким чином має виконуватись умова сталості об'єму, або умова постійності секундних об'ємів металу, яка математично записується як

$$\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz} = 0, \quad (2.1)$$

де ε_{xx} , ε_{yy} , ε_{zz} – компоненти швидкостей деформацій, або як

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0, \quad (2.2)$$

де v_x, v_y, v_z – проекції швидкості переміщень частинок металу.

2. Оскільки дана робота зосереджена саме на тонколистовій прокатці, уширенням матеріалу в подальших викладках нехтується. Це припущення обґрунтовано численними експериментальними даними (та перевірено в розділі 5.2), наприклад в роботі Василева Я.Д. та Мінаєва О.А. [97], показано експериментальні дослідження (М.Л. Зарощинського) залежності абсолютного розширення від обтиску, де видно, що при обтиску, не більшому, ніж 3 мм, розширення складає менше одного міліметра. Таким чином, далі розглядається плоско-деформований стан і умова в попередньому пункті спрощується до

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0. \quad (2.3)$$

3. При гарячому деформуванні для спрощення матеріал вважається ідеально пластичним, тобто

$$\sigma_i = \sigma_s, \quad (2.4)$$

де σ_i – інтенсивність напружень в матеріалі, σ_s – границя текучості матеріалу.

Щоб визначити поле швидкостей переміщень при плоско-деформованому стані, згідно формули (2.3), достатньо задати (або визначити) одну компоненту швидкості переміщень матеріалу, як функцію $v_x(x, y)$ або $v_y(x, y)$, та визначити іншу компоненту інтегруванням

$$v_y(x, y) = \int \frac{\partial v_x}{\partial x} dy + C, \quad (2.5)$$

де C – константа інтегрування, яка може бути визначена з граничних умов.

З отриманих розподілів швидкостей визначаються швидкості деформацій

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial v_x}{\partial x}, \quad (2.6)$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{\partial v_y}{\partial y},$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x}.$$

Інтенсивність швидкостей деформації в свою чергу знаходиться як

$$\varepsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy})^2 + (\varepsilon_{yy} - \varepsilon_{zz})^2 + (\varepsilon_{zz} - \varepsilon_{xx})^2 + \frac{3}{2}(\varepsilon_{xy}^2 + \varepsilon_{yz}^2 + \varepsilon_{zx}^2)} \quad (2.7)$$

$$= [\varepsilon_{zz} = \varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = 0, \varepsilon_{xx} = -\varepsilon_{yy}] = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{4\varepsilon_{xx}^2 + \varepsilon_{xy}^2}$$

Оскільки було прийнято спрощення (2.4), на цьому етапі може бути визначена робота деформації як

$$A = \iint_{t V} \sigma_i \varepsilon_i dV dt = \sigma_s \iint_{t V} \varepsilon_i dV dt, \quad (2.8)$$

де $\sigma_i \varepsilon_i$ – функція дисипації енергії.

Робота деформації дозволяє оптимізувати поле швидкостей шляхом використання принципу мінімізації енергії.

Після цього можемо визначити напружено-деформований стан в осередку деформування. Нормальні напруження можуть бути отримані з формул

$$\sigma_x = \sigma + 2\mu_i \varepsilon_{xx}$$

$$\sigma_y = \sigma + 2\mu_i \varepsilon_{yy} \quad (2.9)$$

$$\sigma_z = \sigma$$

де μ_i – коефіцієнт жорсткості, σ – середні напруження.

Коефіцієнт жорсткості μ_i розраховується за формулою

$$\mu_i = \frac{\sigma_i}{3\varepsilon_i}, \quad (2.10)$$

або враховуючи спрощення

$$\mu_i = \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}\sqrt{4\varepsilon_{xx}^2 + \varepsilon_{xy}^2}}. \quad (2.11)$$

Середні напруження σ в осередку деформації знаходяться з інтегрування

$$\sigma = \int \frac{\partial \sigma}{\partial x} dx + \int \frac{\partial \sigma}{\partial y} dy + \int \frac{\partial \sigma}{\partial z} dz, \quad (2.12)$$

де частинні похідні $\frac{\partial \sigma}{\partial x}$, $\frac{\partial \sigma}{\partial y}$ та $\frac{\partial \sigma}{\partial z}$ отримуються із загальних рівнянь теорії пластичної течії

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma}{\partial x} &= -\mu_i \Delta v_x - 2 \frac{\partial \mu_i}{\partial x} \varepsilon_{xx} - \frac{\partial \mu_i}{\partial y} \varepsilon_{xy} - \frac{\partial \mu_i}{\partial z} \varepsilon_{xz} \\ \frac{\partial \sigma}{\partial y} &= -\mu_i \Delta v_y - \frac{\partial \mu_i}{\partial x} \varepsilon_{xy} - 2 \frac{\partial \mu_i}{\partial y} \varepsilon_{yy} - \frac{\partial \mu_i}{\partial z} \varepsilon_{yz} \\ \frac{\partial \sigma}{\partial z} &= -\mu_i \Delta v_z - \frac{\partial \mu_i}{\partial x} \varepsilon_{xz} - \frac{\partial \mu_i}{\partial y} \varepsilon_{yz} - 2 \frac{\partial \mu_i}{\partial z} \varepsilon_{zz} \end{aligned} \quad (2.13)$$

або в силу вибраних припущень

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma}{\partial x} &= -\mu_i \Delta v_x - 2 \frac{\partial \mu_i}{\partial x} \varepsilon_{xx} - \frac{\partial \mu_i}{\partial y} \varepsilon_{xy} \\ \frac{\partial \sigma}{\partial y} &= -\mu_i \Delta v_y - \frac{\partial \mu_i}{\partial x} \varepsilon_{xy} - 2 \frac{\partial \mu_i}{\partial y} \varepsilon_{yy} \\ \frac{\partial \sigma}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \quad (2.14)$$

Явні вирази напружень міститимуть невідому константу, утворену інтегруванням (2.12). Для її визначення достатньо на одну з компонент напружень накласти граничну умову, наприклад рівність нулю напруження σ_x на вході чи виході з осередку деформації.

2.3. Методика проведення чисельного моделювання

Чисельне моделювання процесу прокатки жорстко-пластичної одношарової та двошарової заготовки проводиться в програмному середовищі ANSYS 2025 R2 Student.

Властивості матеріалу

Поведінка матеріалу вибрана білінійною з модулем Юнга - 100 ГПа та межею пластичності для конкретного матеріалу. Тангенційний коефіцієнт лінійного зміцнення вибрано для всіх матеріалів величиною 1 Па.

Геометрія та розбиття на сітку зразка та валка (Рис.2.5)

Симетрія процесу дозволяє спростити розрахунок - моделювати тільки половину заготовки та відповідно один валок. Також в силу прийнятого спрощення про плоско-деформований стан будуюмо модель в 2D просторі. Сітку прокатуваного матеріалу та валків будуюмо з гексагональних елементів, поведінку елементів задаємо квадратичною. Розмір ребра одного елемента сітки фіксований - 0,5 мм. Для зменшення кількості елементів сітки валок будується “трубчастим”, з жорсткою зовнішньою поверхнею.

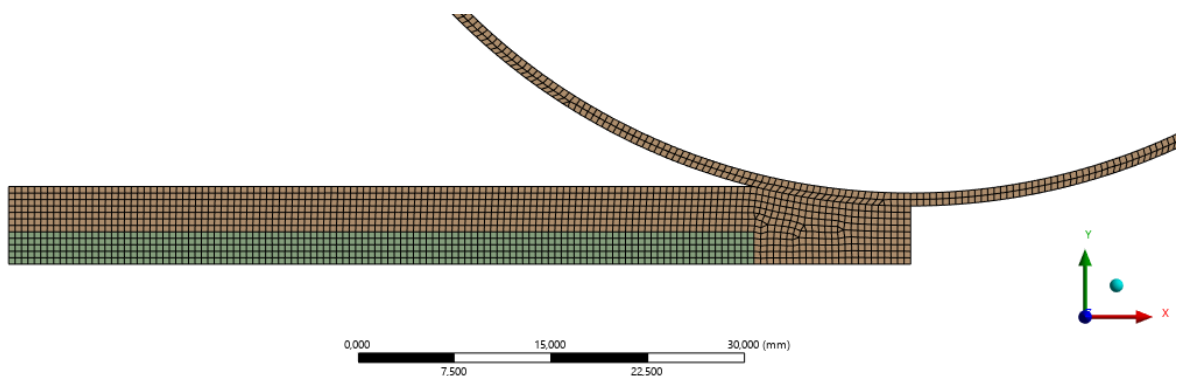


Рис.2.5. Геометрія та розбиття на сітку.

Граничні умови (Рис.2.6.)

Вибрана симетрія моделі вимагає задання умови вільного ковзання (Frictionless Support) заготовки на її площині симетрії.

Оскільки валок вважається абсолютно жорстким тілом, прив'язуємо умову Remote Displacement до зовнішнього периметру валка та вказуємо поведінку поверхні як Rigid (жорстка). Референсну точку цієї умови вказуємо в центрі валка та задаємо сталу лінійну швидкість обертання - $160^\circ/\text{с}$.

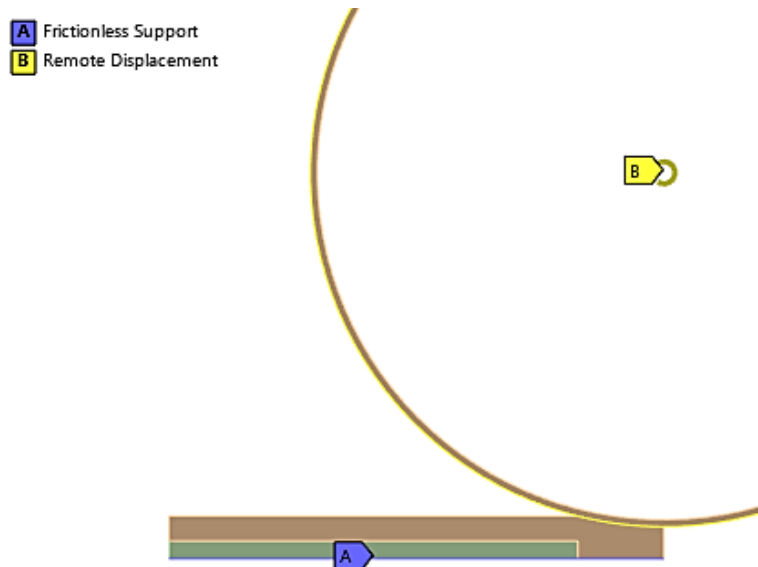


Рис.2.6. Граничні умови.

На межі валок-заготовка вказуємо взаємодію з тертям (Frictional Contact), з коефіцієнтом тертя $\mu = 0,2$. У випадку прокатки двошарової заготовки на межі двох матеріалів теж задаємо взаємодію з тертям (Frictional Contact), з коефіцієнтом тертя $\mu = 0,2$.

2.4. Методика проведення експериментів та обладнання

Для проведення експериментів формувалися зразки з досліджуваним матеріалом між двома технологічними обкладками. Внутрішній матеріал вибирався у вигляді стрічок товщиною 0,9...1,0 мм.

Застосування обкладок забезпечувало виконання наступних технологічних функцій:

- забезпечення температурної стабільності осередку деформації (сталеві пластини запобігають різкому охолодженню тонкого внутрішнього шару при контакті з масивними прокатними валками);
- створення жорсткого каркаса, який під дією деформуючого інструмента генерує в об'ємі внутрішнього матеріалу сприятливу схему напруженого стану – інтенсивний всебічний (гідростатичний) стиск, що суттєво підвищує технологічну пластичність досліджуваних зразків.

Температурно-деформаційний режим прокатки

Для нагріву зразків використовували електричну лабораторну піч СНОЛ 30/1300 (рис. 2.7).

Піч має програмний регулятор ТРМ 251. Температура в печі постійна. Похибка підтримки температури в камері печі складає $\pm 1,5$ градуса.

Технічні характеристики печі наведені в табл. 2.1.

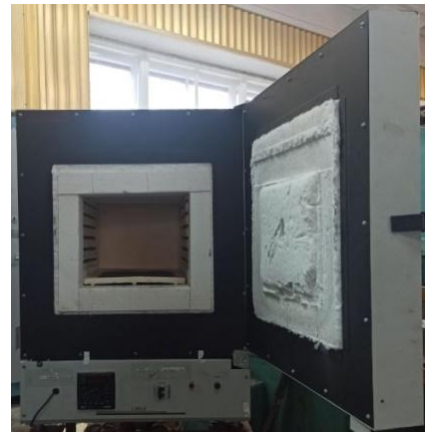
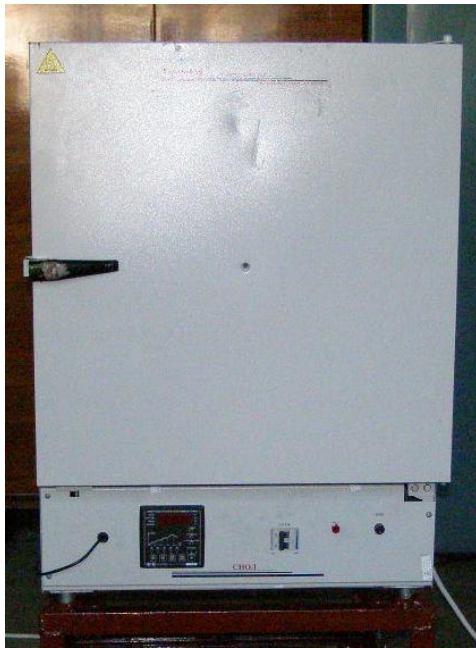


Рис. 2.7. Загальний вигляд печі.

Таблиця 2.1- Технічні характеристики печі СНОЛ 30/1300

№ п/п		Значення
1.	Номінальна потужність, кВт	7,5
2.	Номінальна температура в робочому просторі, °C	1300
3.	Тип регулятора температур	ПІД, програматор
4.	Час розігріву до номінальної температури, хв.	80
5.	Розміри робочої камери, мм: ширина/довжина/висота	300/420/250
6.	Габаритні розміри, мм: ширина/довжина/висота	620/875/900

В печі відбувався нагрів зразка до робочої температури деформування. Після повного прогріву та досягнення температурного балансу зразки піддавалися поздовжній прокатці на прокатному стані (Рис.2.8), з технічними характеристиками:

- діаметр валків – 100 мм
- довжина валків – 120 мм
- максимальне навантаження – 30 т



Рис. 2.8. Прокатний стан.

Процес прокатки реалізовувався за багатопрохідною схемою. Зважаючи на інтенсивну тепловіддачу під час контакту робочих поверхонь металу з прокатними валками та природне охолодження на повітрі, після кожного пропуску здійснювався обов'язковий проміжний підігрів зразка у печі. Це дозволяло відновити початкову встановлену температуру та забезпечити стабільні термомеханічні умови протягом усього циклу формозмінення. Параметри та специфічні особливості прокатки для кожного експерименту (величини одиничних та сумарних обтиснень) детально розглядаються в розділі 6.

2.5. Висновки по розділу 2

1. Розроблено методику побудови математичної моделі на основі теорії пластичної течії. Така модель дозволить визначати напружений стан в осередку деформації за попередньо визначеним кінематичним полем.
2. Розроблено методику проведення чисельного моделювання процесу прокатки в програмному пакеті ANSYS, де в якості чисельної моделі вибрано спрощену плоску модель.
3. Розроблено методику проведення експерименту прокатки в обкладках.

3. Попереднє дослідження технологічних та механічних властивостей металу системи Cu-Ni-Mn

3.1. Результати прокатування листового металу системи Cu-Ni-Mn в гарячому стані

Дослідження поведінки сплаву в умовах деформування при кімнатній температурі показало, що в холодному стані досліджуваний метал характеризується схильністю до крихкого руйнування. Про це свідчать візуальні ознаки, зокрема утворення тріщин у місцях зрізу стрічки такого матеріалу (Рис.3.1-3.2).



Рис.3.1. Тріщини крихкого матеріалу в місцях зрізу.



Рис.3.2. Темплет злитку.

Висновок: для забезпечення необхідного рівня технологічної пластичності та уникнення макроруйнувань заготовки, процес деформування необхідно проводити в гарячому стані.

Вибір оптимальної температури для гарячого деформування виконується з урахуванням наступних умов:

- 1) $T_{\text{деф}} \gg T_{\text{рекр}}$ – температура має бути вищою за температуру рекристалізації
- 2) $T_{\text{деф}} \gg T_{\text{АсЗ}}$ – вище ліній евтектоїдних перетворень.

Діаграма стану потрійної системи Cu-Ni-Mn характеризується утворенням широких областей твердих розчинів, оскільки всі три компоненти мають кристалічні решітки ГЦК і необмежено розчиняються один в одному при високих температурах.

Вище 800°C система представлена твердими розчинами, що забезпечує однорідне середовище. Тому температури $T_{\text{деф}} > 800^\circ\text{C}$ являються сприятливими для деформування. Вибрана температура деформування:

$$T_{\text{деф}} = 800^\circ\text{C} + (10^\circ \dots 50^\circ)\text{C}$$

Незважаючи на обґрунтований вибір температурного режиму, експериментальне вільне прокатування заготовки в гарячому стані призвело до її макроскопічного руйнування (Рис.3.3).



Рис. 3.3. Втрата суцільності матеріалу при гарячій прокатці.

Цей результат доводить, що навіть за умов гарячої деформації, природна пластичність досліджуваного металу залишається обмеженою. Матеріал виявляє підвищену чутливість до наявності локальних концентраторів напружень (мікродфектів поверхні, нерівностей після попереднього порізу) та до розвитку додаткових напружень розтягу, які виникають на вільних бокових поверхнях.

3.2. Результати чисельного моделювання гарячого прокатування листового матеріалу

Щоб зрозуміти поведінку матеріалу, в програмному пакеті ANSYS Student було проведено чисельне моделювання прокатування монолітного ідеально-пластичного матеріалу для різних геометричних параметрів системи. Отримано ключові якісні результати:

1. Розподіл напружень.

Незалежно від геометричних параметрів, розподіли напружень показують схожу картину (Рис. 3.4), при цьому σ_y завжди є стискуючими, а на картині σ_x виділяються зони розтягу, як на контакті з валками, так і в області симетрії штаби. Якщо напруження розтягу на контакті можуть бути успішно сприйняті додатковою оболонкою, то напруження розтягу в області симетрії сприятимуть зменшенню середнього напруження. На рисунку 3.5 побудовано розподіли нормальних та середнього напружень на осі симетрії заготовки. На рисунку 3.6 побудовано розподіл середнього напруження на виході з осередку деформації.

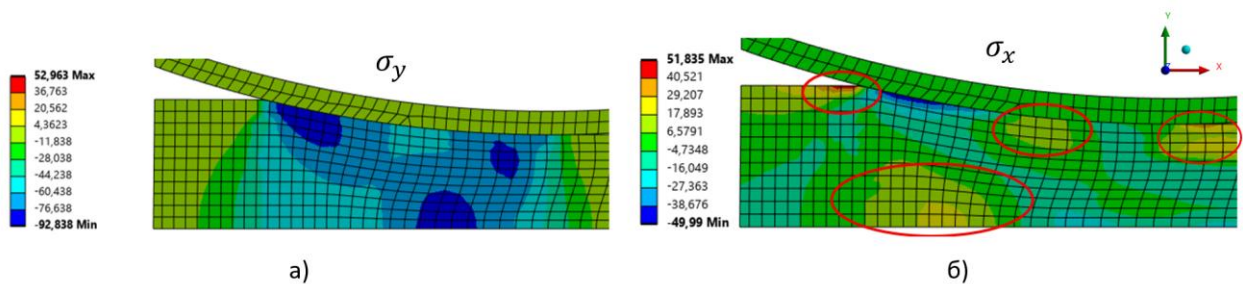


Рис. 3.4. Нормальні напруження в осередку деформації: а) напруження в напрямку висоти штаби σ_y , б) напруження в напрямку прокатування σ_x .

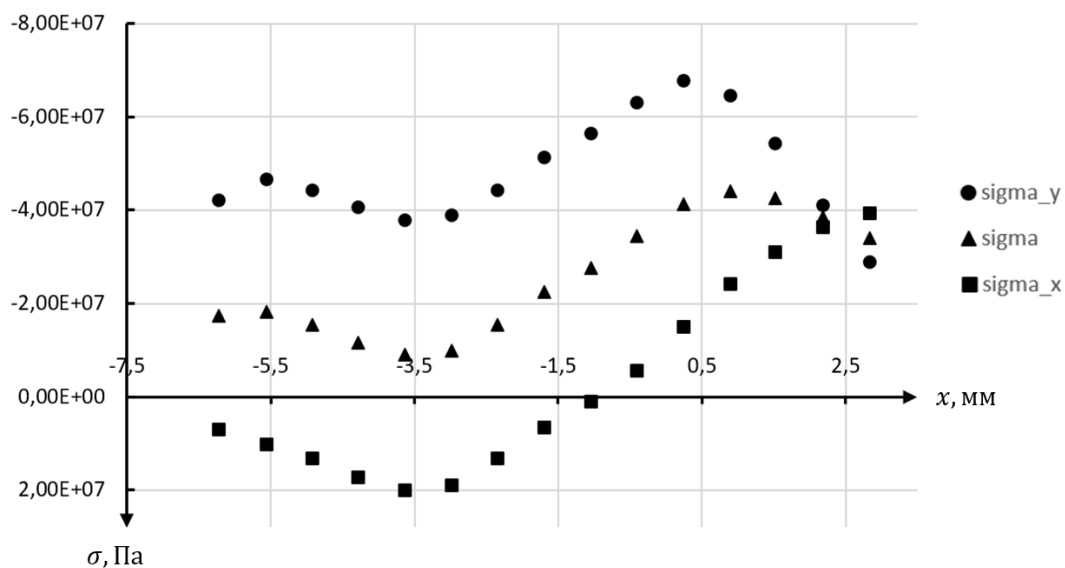


Рис. 3.5. Розподіли нормальних та середнього напружень на осі симетрії заготовки.

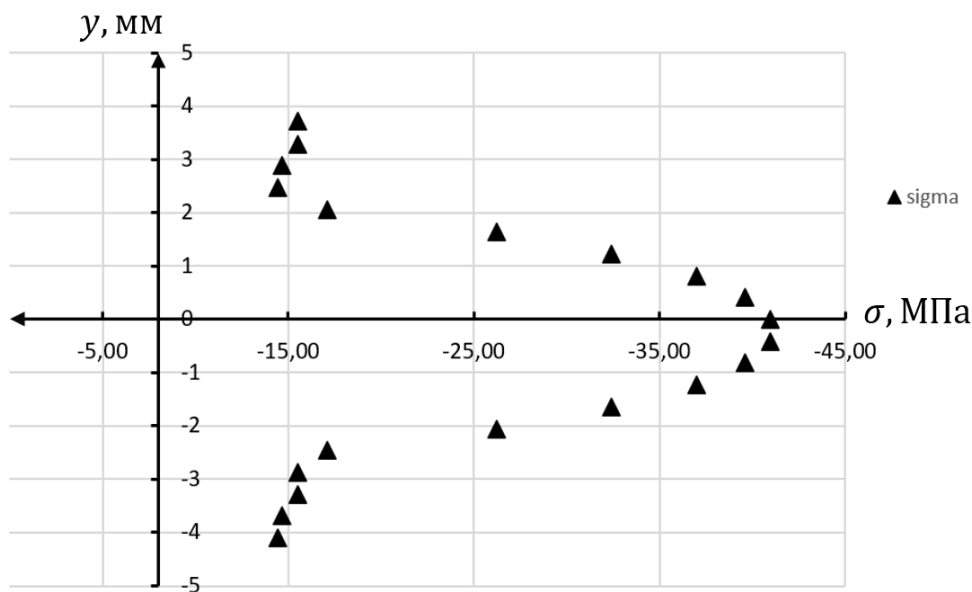


Рис. 3.6. Розподіл середнього напруження на виході з осередку деформації.

З розподілів помітно, що в першій половині осередку деформації середні напруження значно нижчі, ніж в другій. Це зумовлено присутніми в цій зоні поздовжніми напруженнями розтягу, які можуть спричинити втрату суцільності малопластичного матеріалу. Також з рисунку 3.6 видно, що на виході з осередку,

найвищі середні напруження всебічного стиску знаходяться ближче до осі симетрії зразка.

2. Кінематика течії матеріалу

Оскільки особлива увага приділяється напруженням на осі симетрії штаби, було встановлено, що незалежно від геометрії системи, розподіл швидкостей деформування в цій області достатньо точно (з середнім відносним відхиленням значень від кривої $\sim 2\%$) описується функцією похибок.

3.3. Висновки та вибір технологічної схеми прокатування

Враховуючи результати попередньої апробації експериментом та чисельним розрахунком було прийнято рішення щодо зміни схеми напружено-деформованого стану з підвищенням середнього напруження для збільшення технологічної пластичності металу при прокатуванні.

На основі цього була запропонована технологічна схема прокатування з використанням технологічних накладок (Рис. 3.7).

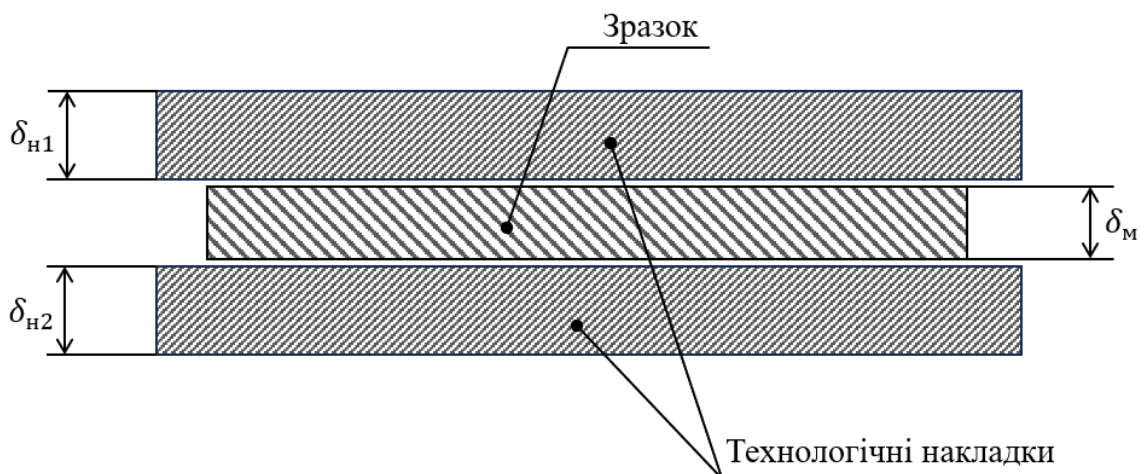


Рис.3.7. Технологічна схема прокатування.

Величина товщин технологічних накладок δ_{H1} , δ_{H2} по відношенню до товщини зразка δ_M , а також їх механічні властивості визначаються в наступних розділах чисельним, теоретичним та експериментальним методами.

Для наступного розрахункового дослідження розроблений метод та дана оцінка межі текучості металу системи Cu-Ni-Mn при температурі деформування в наступному підрозділі.

3.4. Метод визначення границі текучості матеріалу методом високотемпературного згину

3.4.1. Побудова математичної моделі

В основу математичної моделі процесу високотемпературного згину покладено підходи, описані в базових методиках [101, 102], проте з переходом від в'язкопластичної моделі до спрощеної феноменологічної моделі. Для розв'язання задачі визначення напруження текучості σ_s при заданій температурі гарячого прокатування приймаються такі гіпотези:

- Матеріал вважається ідеально жорстко-пластичним. Пружними складовими деформації нехтується через їх малість порівняно з пластичними. Напруження текучості приймається постійним на всьому об'ємі осередку деформації (2.4). Впливом швидкості деформації (в'язкості) в рамках даного статичного експерименту теж нехтується.
- Оскільки випробовується широка листова заготовка, деформація в аксіальному напрямку (вздовж осі згину z) утруднена. Тому компоненти тензора деформації вздовж осі z дорівнюють нулю:

$$e_{zz} = 0, \quad e_{rz} = 0, \quad e_{\varphi z} = 0 \quad (3.1)$$

- Гіпотеза плоских перерізів – перерізи, що були плоскими і нормальними до осі заготовки до деформації, залишаються плоскими і в процесі згину.
- Радіус нейтральної лінії дорівнює геометричному середньому внутрішнього R_B та зовнішнього R_H радіусів зігнутої заготовки.

Кінематика процесу та напружено-деформований стан

Згідно з умовою нестисливості для плоского деформованого стану в циліндричній СК, зв'язок між компонентами деформації має вигляд:

$$e_{rr} = e_{\varphi\varphi} \quad (3.2)$$

Інтенсивність деформацій з урахуванням відсутності зсувних деформацій визначається як:

$$e_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(e_{rr} - e_{\varphi\varphi})^2 + e_{\varphi\varphi}^2 + e_{rr}^2} = \frac{2}{\sqrt{3}} |e_{\varphi\varphi}| \quad (3.3)$$

Величину розподілу тангенціальних деформацій в роботі [102] представлено як

$$e_{\varphi\varphi} = \ln \frac{r}{\rho} \approx \frac{r}{\rho} - 1, \quad (3.4)$$

де r – радіальна координата, ρ – радіус кривизни нейтральної поверхні:

$$\rho = \sqrt{R_H R_B} \quad (3.5)$$

Тоді інтенсивність деформацій у будь-якій точці перерізу становить:

$$e_i = \frac{2}{\sqrt{3}} \left| \frac{r}{\rho} - 1 \right| \quad (3.6)$$

Визначення напруження текучості на основі енергетичного балансу [101]

Згідно з принципом мінімуму повної роботи деформування, зовнішня робота, виконана активними силами (опускання еталонного вантажу), дорівнює внутрішній роботі розсіювання на пластичні деформації.

Робота зовнішніх сил визначається втратою потенціальної енергії гири:

$$A_{\text{зовн}} = P \cdot \Delta H, \quad (3.7)$$

де P – вага вантажу, ΔH – величина вертикального переміщення (опускання) вантажу, визначена експериментально.

Робота внутрішніх сил (робота деформування) визначається інтегруванням по об'єму деформованого тіла V в зоні чистого згину:

$$A_{\text{внутр}} = \int_V \sigma_i e_i dV \quad (3.8)$$

Оскільки ми прийняли жорстко-пластичну модель:

$$A_{\text{внутр}} = \sigma_s \int_V e_i dV \quad (3.9)$$

Таким чином

$$\begin{aligned} A_{\text{внутр}} &= \frac{2\sigma_s}{\sqrt{3}} \int_V \left| \frac{r}{\rho} - 1 \right| dV = \frac{2\Phi d\sigma_s}{\sqrt{3}} \int_{R_B}^{R_H} r \left| \frac{r}{\rho} - 1 \right| dr \\ &= \frac{2\Phi d\sigma_s}{\sqrt{3}} \left(- \int_{R_B}^{\rho} r \left(\frac{r}{\rho} - 1 \right) dr + \int_{\rho}^{R_H} r \left(\frac{r}{\rho} - 1 \right) dr \right) \\ &= \frac{2\Phi d\sigma_s}{\sqrt{3}} \left(\left(\frac{r^3}{3\rho} - \frac{r^2}{2} \right) \Big|_{R_B}^{\rho} + \left(\frac{r^3}{3\rho} - \frac{r^2}{2} \right) \Big|_{\rho}^{R_H} \right) \\ &= \frac{2\Phi d\sigma_s}{\sqrt{3}} \left(\frac{R_B^3 + R_H^3}{3\sqrt{R_H R_B}} - \frac{R_B^2 + R_H^2}{2} + \frac{R_H R_B}{3} \right), \end{aligned} \quad (3.10)$$

де Φ – кут сектора кола, який описує кривизну зігнутої заготовки, d – сумарна ширина двох зразків.

Прирівнюючи роботи

$$A_{\text{зовн}} = A_{\text{внутр}} \quad (3.11)$$

отримуємо формулу для розрахунку напруження текучості:

$$\sigma_s = \frac{\sqrt{3}}{2\Phi d} P \Delta H \left(\frac{R_B^3 + R_H^3}{3\sqrt{R_H R_B}} - \frac{R_B^2 + R_H^2}{2} + \frac{R_H R_B}{3} \right)^{-1} \quad (3.12)$$

Оскільки похибка вибраного методу вимірювання радіусу (розділ 2.4.2) не дозволяє точно виміряти окремо зовнішній та внутрішній радіуси тонкої зігнутої заготовки, прийнято що

$$R_H = R_C + \frac{h}{2}, \quad R_B = R_C - \frac{h}{2} \quad (3.13)$$

де h – товщина зразка, R_C – середній радіус кривизни зігнутої заготовки.

Тоді вираз для напруження текучості

$$\sigma_s = \frac{\sqrt{3}}{2\Phi d} P \Delta H \left(\frac{R_c(4R_c^2 + 3h^2)}{6\sqrt{R_c^2 - \frac{h^2}{2}}} - \frac{2R_c^2 + h^2}{3} \right)^{-1} \quad (3.14)$$

Вводячи безрозмірний малий параметр $x = \frac{h}{2R_c} \ll 1$, розкладаючи вирази в ряд Тейлора та відкидаючи члени вище другого порядку (складні викладки упущено), отримано

$$\sigma_s = \frac{2\sqrt{3}P\Delta H}{\Phi d h^2} \quad (3.15)$$

Кут Φ виводиться з геометричних міркувань за відомим середнім радіусом кривизни R_c та відстанню між точками прикладення сили l_1 (в нашому випадку $l_1 = 25$ мм):

$$\Phi = 2 \arcsin\left(\frac{l_1}{2R_c}\right) \approx \frac{l_1}{R_c} \quad (3.16)$$

Тоді

$$\sigma_s = \frac{2\sqrt{3}P\Delta H R_c}{d h^2 l_1} \quad (3.17)$$

Слід зазначити, що повна робота зовнішніх сил, розрахована за фактичним вертикальним переміщенням вантажу, враховує також витрати енергії на пластичне деформування заготовки поза межами зони чистого згину. Це зумовлює необхідність виокремлення ефективної складової роботи, яка витрачається виключно на деформацію в області з постійним згинальним моментом.

З огляду на геометрію деформованого стану, складова вертикального переміщення, яка відповідає цій ефективній роботі, та середній радіус кривизни заготовки є взаємопов'язаними величинами. Цю залежність отримано з геометричних міркувань (допоміжні позначення на рисунку 3.8):

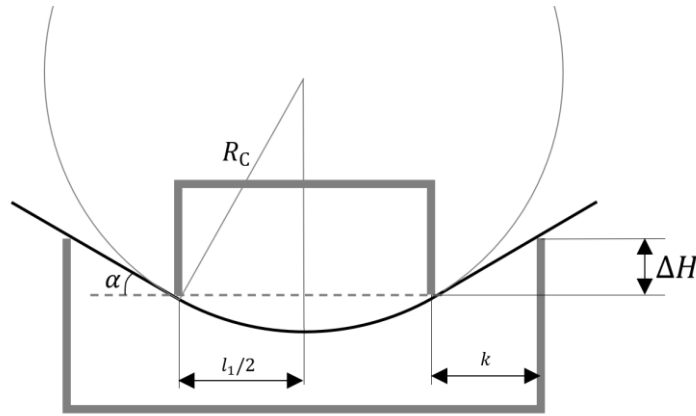


Рис.3.8. Позначення геометричних параметрів системи.

$$\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{\frac{4R_c^2}{l_1^2} - 1}} = \frac{\Delta H}{k} \quad (3.18)$$

Звідки

$$\Delta H = \frac{k}{\sqrt{\frac{4R_c^2}{l_1^2} - 1}} \quad (3.19)$$

Тоді остаточно вираз для межі текучості

$$\sigma_s = \frac{2\sqrt{3}PkR_c}{dh^2\sqrt{4R_c^2 - l_1^2}}. \quad (3.20)$$

Перевірочний метод на основі рівноваги згинальних моментів

Для валідації енергетичного розрахунку використовується класична умова рівноваги згинальних моментів. Відповідно до розрахункової схеми

випробування на згин (розділ 2.4.2), максимальний згинальний момент на ділянці чистого згину є постійним і дорівнює:

$$M_{\text{зовн}} = \frac{P \cdot k}{2}, \quad (3.21)$$

де k – відстань від крайньої опори до точки прикладання сили $P/2$.

З іншого боку, внутрішній граничний згинальний момент, що виникає в перерізі ідеально пластичного матеріалу, дорівнює сумі моментів від внутрішніх напружень розтягу та стиску. Згідно з умовою пластичності Мізеса для плоского деформованого стану, нормальне напруження в перерізі становить

$$\sigma_{\varphi\varphi} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_s \quad (3.22)$$

Тоді внутрішній момент

$$\begin{aligned} M_{\text{внутр}} &= d \int_{\rho}^{R_H} (r - \rho) \sigma_{\varphi\varphi} dr + d \int_{\rho}^{R_B} (r - \rho) \sigma_{\varphi\varphi} dr \\ &= \sigma_s \frac{2d}{\sqrt{3}} \frac{(R_H - \rho)^2 + (R_B - \rho)^2}{2} \approx \sigma_s \frac{dh^2}{2\sqrt{3}} \end{aligned} \quad (3.23)$$

Прирівнюючи зовнішній і внутрішній моменти, отримуємо формулу для визначення межі текучості через геометричні параметри зразка та системи навантаження:

$$\sigma_s = \frac{\sqrt{3}Pk}{dh^2} \quad (3.24)$$

Можна помітити, що вираз для межі текучості отриманий цим методом, не залежить від радіусу прогину заготовки, тобто повний внутрішній момент в матеріалі з жорстко-пластичною поведінкою є постійним при чистому згині. Тому застосування такого методу статичного навантаження для точного вимірювання межі текучості ідеально пластичних матеріалів є експериментально складним завданням. Оскільки внутрішній опір не зростає зі збільшенням кривизни (відсутнє деформаційне зміцнення), навіть мінімальне

перевищення зовнішнім моментом граничного внутрішнього моменту теоретично призведе до втрати кінематичної стабільності - лавиноподібного (необмеженого) деформування заготовки.

Однак, формула (3.24) може бути корисною для оцінки максимальної ваги навантаження на зразок:

$$P_{max} = \sigma_s^{\text{оцінка}} \frac{dh^2}{\sqrt{3}k} \quad (3.25)$$

3.4.2. Апробація методом скінченних елементів

Чисельне моделювання процесу гнуття жорстко-пластичної заготовки проводиться в програмному середовищі ANSYS 2025 R2 Student. Поведінка матеріалу вибрана білінійною з модулем Юнга - 100 ГПа, межею пластичності 60 МПа та тангенційним коефіцієнтом лінійного зміцнення 1 МПа. Розміри заготовки – 200 × 5 × 0,6 мм, відстань між опорами – 100 мм, відстань між пуансонами – 50 мм.

Модель заготовки розділена на два окремі жорстко зчеплені шари, що дозволить навіть при мінімальній кількості елементів сітки отримати розподіл напружень характерний ідеально-пластичному матеріалу. Геометрію опор та пуансона максимально спрощено (Рис. 3.9.).

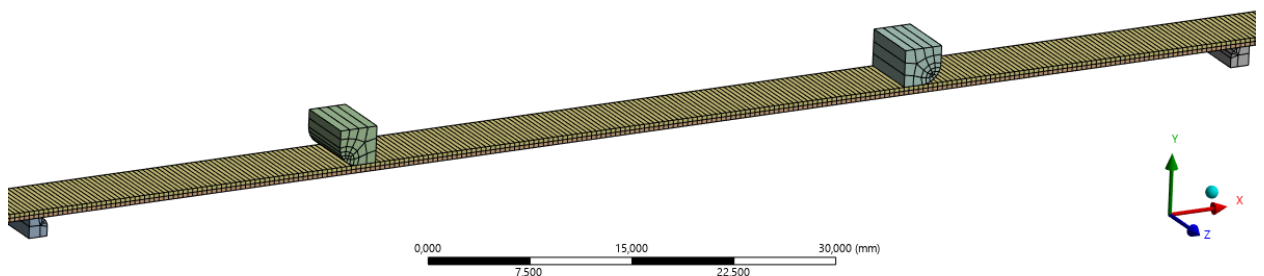


Рис. 3.9. Модель та побудована сітка досліджуваної системи.

Граничні умови розрахункової моделі сформульовано таким чином: нижні опорні елементи жорстко зафіксовані по нижніх базових поверхнях; деформуючому інструменту (пуансоні) задано кінематичне навантаження у

вигляді поступального переміщення протягом 0,4 с вздовж вертикальної осі зі сталою швидкістю $V = -30$ мм/с. Контактна взаємодія на межах поділу «заготовка – інструмент» описується моделлю сухого тертя Амонтона-Кулона з постійним коефіцієнтом контактного тертя $\mu = 0,2$.

Результати моделювання

Отримано графік залежності навантаження на пуансоні від його вертикального переміщення (Рис. 3.10), де чітко прослідковується пружне деформування заготовки (орієнтовно до величини зміщення пуансона – $\Delta H_1 = 2$ мм) та подальша пластична поведінка деформування. При цьому навантаження на пуансоні зростає до деякого максимального значення $P_{max} = 2,1$ Н при зміщенні $\Delta H_2 = 6,5$ мм, яке відповідає встановленню максимально можливого внутрішнього моменту в заготовці. Еволюція напруженого стану в заготовці зображена під графіком (Рис. 3.10).

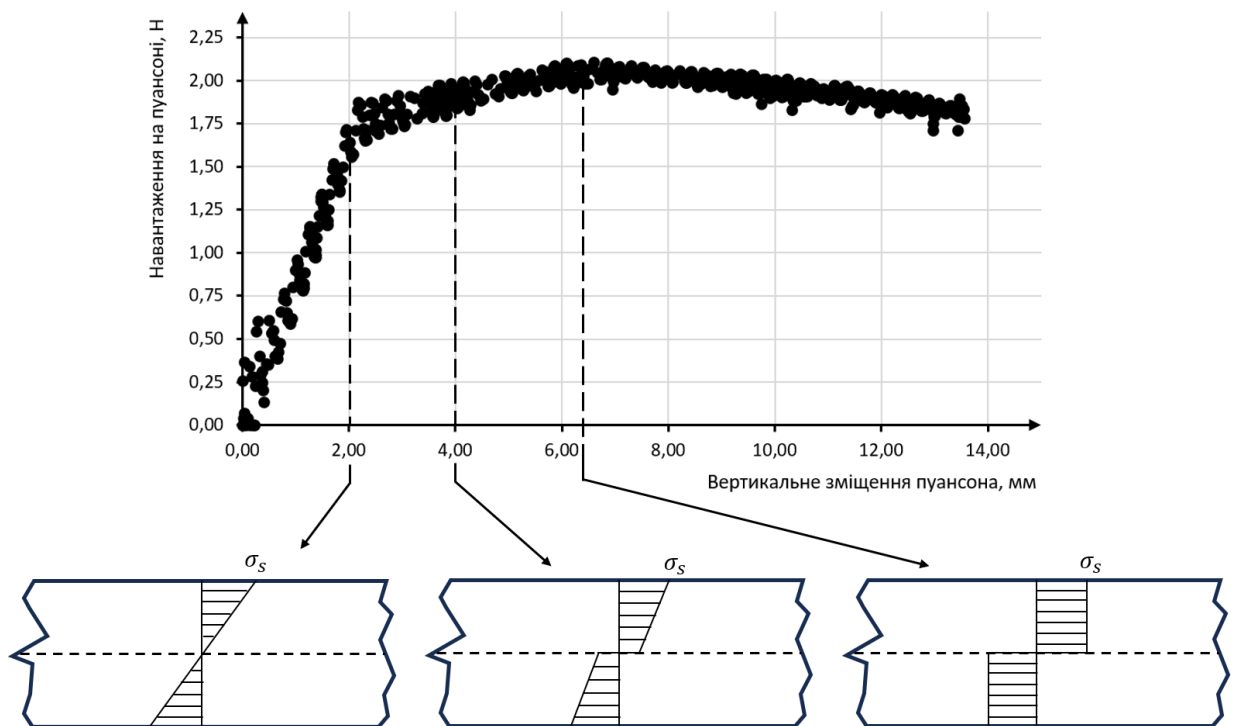


Рис.3.10. Залежність навантаження від переміщення пуансона та відповідні напруження в заготовці.

Межі текучості та стану з максимальним внутрішнім моментом відповідають картини деформування на рисунку 3.11. Видно, що після досягнення максимального моменту, в областях контакту заготовки та пуансона виникають локальні згини, після чого радіус кривизни заготовки між стійками пуансона перестає змінюватися.

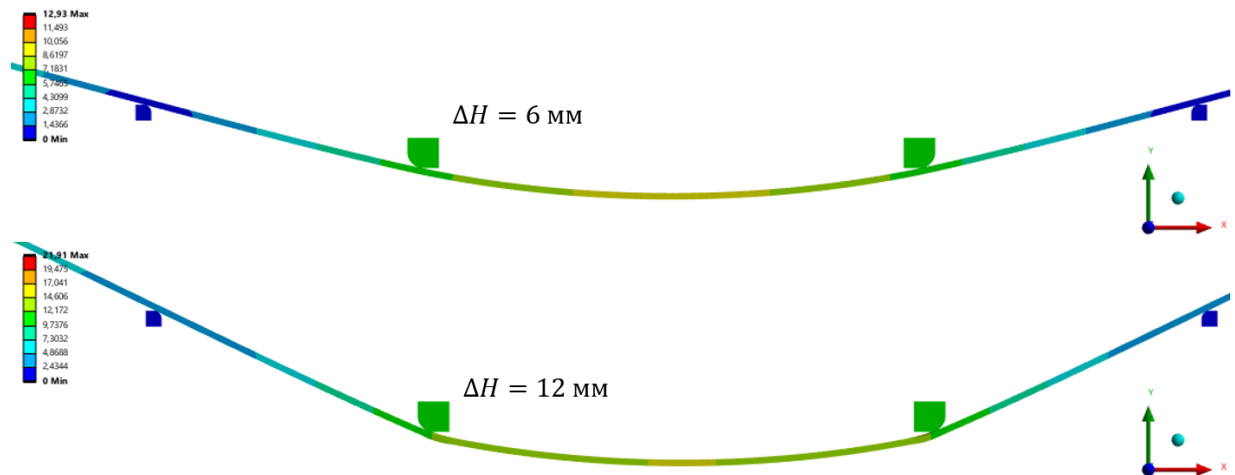


Рис. 3.11. Картини деформування заготовки при різних зміщеннях пуансона.

Для визначення межі текучості енергетичним методом, розглянутим в розділі 3.3, визначено встановлений радіус кривизни заготовки:

$$R = 115 \text{ мм} \quad (3.26)$$

Тоді при максимальному навантаженні $P_{max} = 2,1 \text{ Н}$, отримано

$$\sigma_s = \frac{2\sqrt{3}PkR_c}{dh^2\sqrt{4R_c^2 - l_1^2}} = \frac{2\sqrt{3} \cdot 2,1 \cdot 25 \cdot 115}{5 \cdot 0,6^2 \sqrt{4 \cdot 115^2 - 50^2}} = 52 \text{ МПа} \quad (3.27)$$

Відносно відхилення від заданої межі текучості

$$\sigma_s^{real} = 60 \text{ МПа} \quad (3.28)$$

$$\delta = \frac{\sigma_s^{real} - \sigma_s}{\sigma_s^{real}} = \frac{60 - 52}{60} = 13\% \quad (3.29)$$

Таке відхилення можна пояснити тим, що використана формула енергетичного методу була отримана з припущенням, що матеріал є ідеально-пластичним, а в даному моделюванні присутня зона пружного деформування.

3.4.3. Експериментальне визначення границі текучості

Метою експерименту є визначення напруження текучості досліджуваного матеріалу в умовах високих температур. Для спрощення приймається гіпотеза про жорстко-пластичну модель деформованого тіла, при якій матеріал не має пружної зони деформації, а напруження текучості приймається постійним на всьому об'ємі пластичної зони. Випробування проводяться в ізотермічних умовах при визначеній температурі прокатування.

Для створення однорідного напружено-деформованого стану використовується схема чотириточкового згину (чистий згин). Нижня опора являє собою П-подібний профіль з жароміцності сталі, з прорізними 4-ма пазами для фіксації 2-х пластин досліджуваного матеріалу. Пуансон, який ставиться зверху на пластини має аналогічну форму, тільки з коротшою відстанню між стінками (Рис. 3.12).

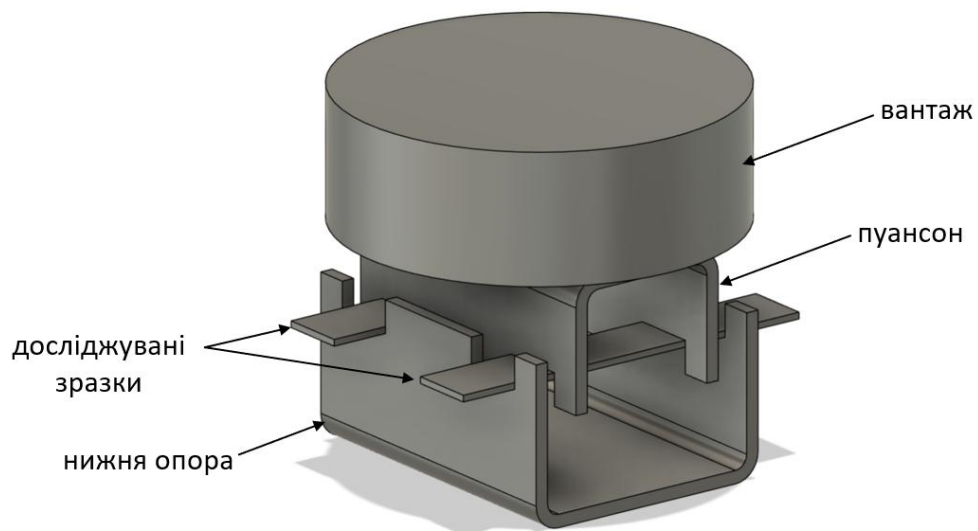


Рис. 3.12. Оснащення для створення умов чистого згину в пластинчатих заготовках (геометричні розміри опори, пуансона та заготовок можуть змінюватися).

Така схема навантаження забезпечує зону постійного згинального моменту та відсутність перерізуючих сил на центральній ділянці зразка.

Необхідне обладнання:

- Термічне обладнання: електрична муфельна піч, здатна забезпечити та підтримувати стабільну температуру у робочій камері.
- Навантажувач: вантажі відомої маси для створення статичного зусилля
- Засоби вимірювання: еталонна вимірювальна лінійка та цифрова фотокамера для фіксації кінцевих геометричних параметрів зразка.

Порядок проведення експерименту:

1. Муфельна піч вмикається та виводиться на робочий температурний режим.
2. Холодні зразки встановлюється на нижню опору спеціального пристосування. Зверху на зразок встановлюється навантажувальний пуансон. На пуансон встановлюється вантаж заданої маси P_1 .
3. Зібрана конструкція поміщується в піч. Після закриття дверцят відбувається відновлення температурного режиму. Система витримується у печі час, необхідний для повного прогріву матеріалу зразка до температури деформування та здійснення процесу пластичної течії під дією статичної ваги гирі. Деформація припиняється, коли внутрішній опір матеріалу зрівноважує зовнішній згинальний момент.
4. Після закінчення процесу деформування зразок разом із пристосуванням акуратно вилучається з печі та встановлюється на жароміцну поверхню з низкою теплопровідністю.
5. Вся система розміщуються на фоні еталонної вимірювальної лінійки. Виконується фотографування за умови суворої перпендикулярності оптичної осі об'єктива до площини згину для уникнення масштабних спотворень.
6. Вантаж маси P_1 знімається з пуансона. Якщо зразок ще не втратив міцність (спостерігається рівномірний згин між стінками пуансона, а не локальні згини в точках прикладення сили), на його місце встановлюється

вантаж з масою P_2 , при чому $P_2 > P_1$. У протилежному випадку перейти до пункту 8.

7. Повторюються пункти 3-6.
8. Піч вимикається, а зразок залишається охолоджуватись на повітрі.
9. Для більш точного визначення прогину (радіуса кривизни) зігнутих зразків, охолоджені пластини кладуться на папір з міліметровою сіткою та знову фотографуються цифровою камерою.

Вихідні дані навантажувальної системи:

- Розміри досліджуваних пластин в мм – $0,60 \times 41,50 \times 135$
- Відстань між опорами – 87 мм
- Відстань між точками прикладення сили – 37,4 мм
- Маса пуансона – $P_0 = 104$ г
- Маса вантажа – $P_1 = 1232$ г

Зібрана конструкція, поміщена в піч, зображена на рисунку 3.13.



Рис. 3.13. Навантажувальна система в зібраному вигляді.

Після повного прогріву такої системи зразок було охолоджено. Зігнутий профіль зразків перенесено на папір та сфотографовано разом із вимірювальною лінійкою. Методику визначення радіусу проілюстровано на рисунку 3.16.

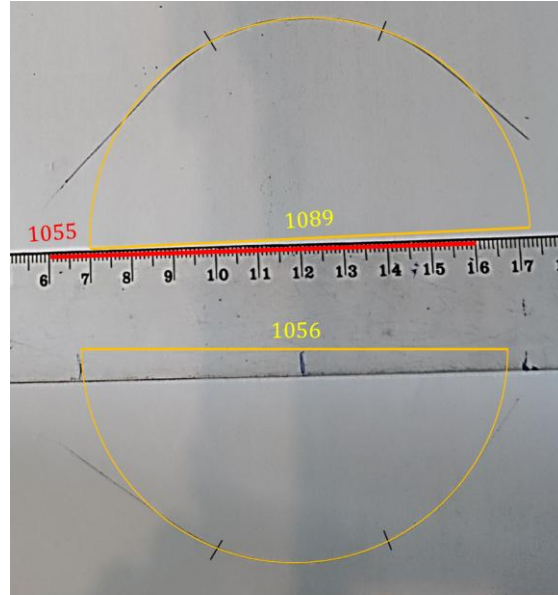


Рис. 3.16. Визначення радіусу кривизни заготовки, зігнутий в системі 2.

Масштабний коефіцієнт

$$\xi = \frac{100 \text{ мм}}{1055} = 0,095 \text{ мм} \quad (3.30)$$

Виміряні діаметри в умовних одиницях рівні 1056 та 1089, тоді середній радіус в мм:

$$R_c = \frac{1}{2} \left(\frac{1056 + 1089}{2} \right) \cdot \xi = 51 \text{ мм} \quad (3.31)$$

Застосовуючи формулу (3.20), знаходимо межу текучості досліджуваного матеріалу при температурі деформування:

$$\sigma_s = \frac{2\sqrt{3}PkR_c}{dh^2\sqrt{4R_c^2 - l_1^2}} = \frac{2\sqrt{3} \cdot 13,06 \cdot 24,8 \cdot 51}{41,5 \cdot 0,6^2 \sqrt{4 \cdot 51^2 - 37,4^2}} \approx 40 \text{ МПа} \quad (3.32)$$

3.5. Висновки по розділу 3

1. Проведено попередні експериментальні дослідження та чисельне моделювання, на основі яких вибрано схему прокатки малопластичних матеріалів з використанням технологічних обкладок.
2. Розроблено експериментально-аналітичний метод для оцінки границі текучості досліджуваного матеріалу при температурі деформування. Отримано аналітичний вираз (3.20), який за відомими параметрами навантажувальної системи та радіусом кривизни зігнутої пластини дозволяє визначати границю текучості матеріалу пластини. Метод валідовано чисельним розрахунком, відхилення від якого склало 13%.
3. Розробленим методом визначено границю текучості досліджуваного сплаву системи Cu-Ni-Mn – $\sigma_s = 40$ МПа.

4. Теоретичне дослідження процесу прокатки

4.1. Аналітичний опис процесу прокатки монолітного матеріалу

4.1.1. Визначення середніх напружень в осередку деформації

При побудові розподілу швидкостей переміщень розглянуто плоску задачу. Прийняті позначення та координатна система позначені на рис. 4.1.

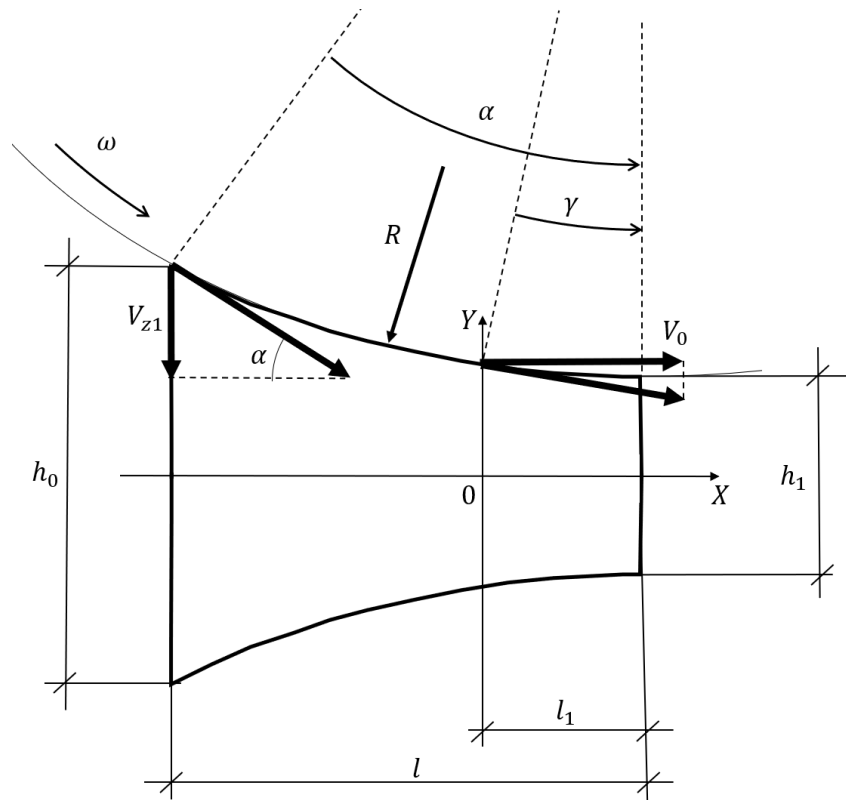


Рис.4.1. Розрахункова схема осередку деформації при прокатці: X, Y – координатні осі, R – радіус валків, ω – кутова швидкість валків, α – кут захоплення, γ – нейтральний кут, l – довжина осередку деформації, l_1 – відстань від нейтрального перерізу до виходу з осередку, V_{1y} – вертикальна компонента швидкості на початку контакту, V_0 – лінійна швидкість валків, h_0 – товщина штаби перед прокатуванням, h_1 – товщина штаби після прокатування.

Розподіл вертикальної компоненти швидкості металу на контакті вибрано лінійним та рівним нулю на виході з осередку (рис. 4.2):

$$v_y(x, y)|_{\text{contact}} = -\frac{V_{y1}}{l}(l_1 - x). \quad (4.1)$$

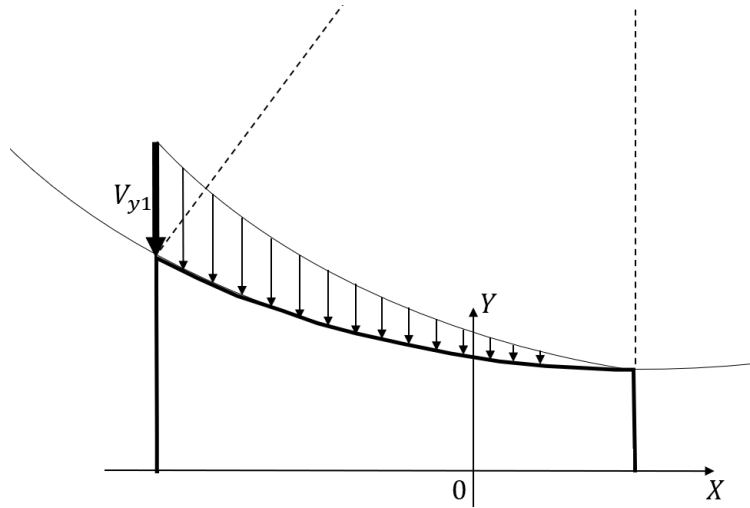


Рис. 4.2. Розподіл вертикальної компоненти швидкості металу на контакті

Очевидною є умова рівності нулю вертикальної компоненти швидкості в площині симетрії штаби (вісь X на Рис. 4.2). Оскільки штаба є дзеркальною відносно цієї площини, затухання компоненти v_y від контакту до площини симетрії має задаватися непарною функцією $\Psi(y)$, при чому

$$\Psi(0) = 0, \quad \Psi(\pm h_1/2) = \pm 1 \quad (4.2)$$

Таким чином залежність $v_y(x, y)$ вибрано наступною

$$v_y(x, y) = -\frac{V_{y1}}{l} (l_1 - x) \cdot \Psi(y) = -\frac{V_{y1}}{l} (l_1 - x) \cdot \left(3 \frac{y}{h_0} - 4 \frac{y^3}{h_0^3} \right), \quad (4.3)$$

де кубічний член є необхідним для утворення залежності v_x не тільки від координати x , а й від y .

Використовуючи рівняння нерозривності, отримано

$$v_x(x, y) = \frac{V_{y1}}{l} \left(x l_1 - \frac{x^2}{2} \right) \left(\frac{3}{h_0} - 12 \frac{y^2}{h_0^3} \right) + V_0. \quad (4.4)$$

Схематично, графіки розподілу швидкостей переміщень зображено на рисунках 4.3-4.4.

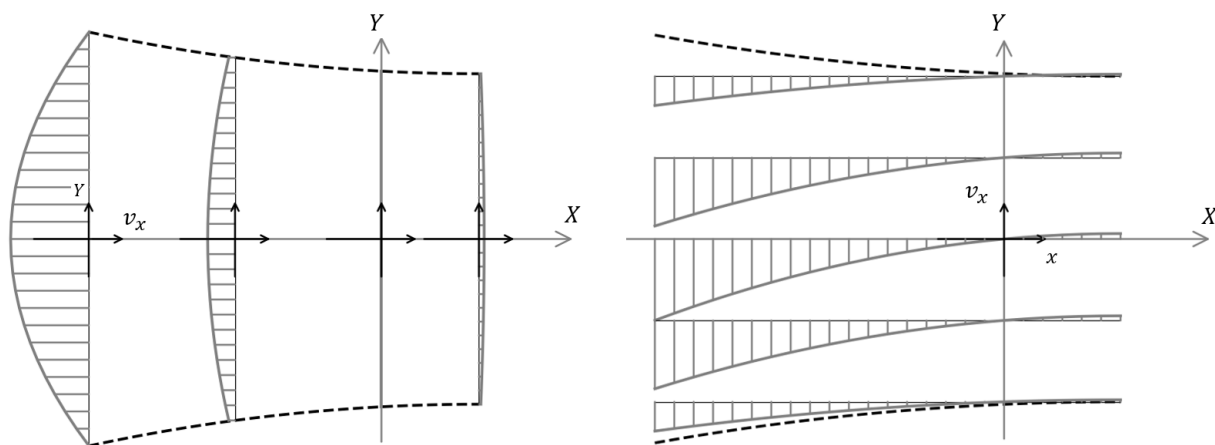


Рис. 4.3. Розподіл швидкості v_x в осередку деформації: штрихові лінії – зони контактів з валками. Зліва – розподіл v_x по висоті перерізу (від координати y) в різних поперечних площинах, справа – розподіл v_x по довжині осередку (від координати x) в площині симетрії штаби.

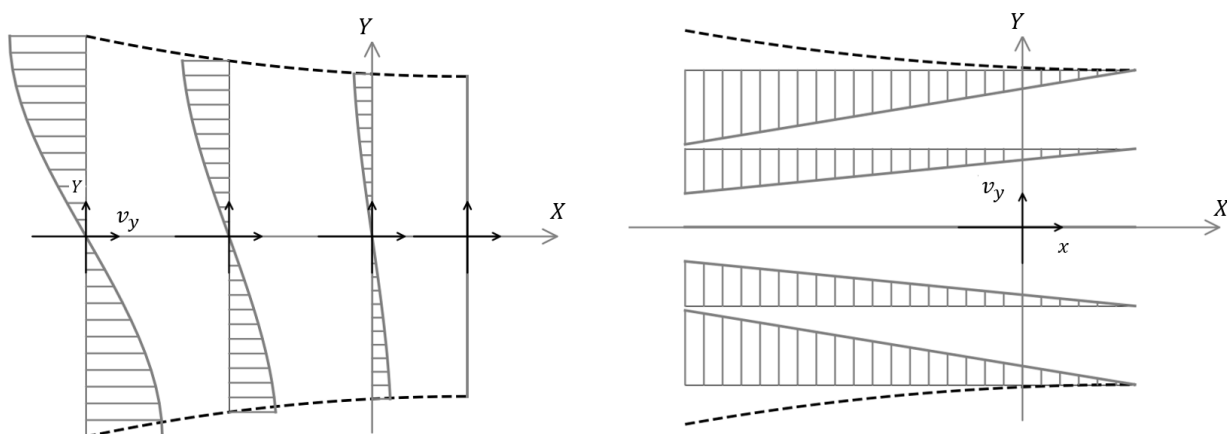


Рис. 4.4. Розподіл швидкості v_y в осередку деформації: штрихові лінії – зони контактів з валками. Зліва – розподіл v_y по висоті перерізу (від координати y) в різних поперечних площинах, справа – розподіл v_y по довжині осередку (від координати x) в площинах на різних висотах по штабі.

Швидкості деформацій (графічно на рис. 4.5)

$$\begin{aligned}\varepsilon_{xx} = -\varepsilon_{yy} &= \frac{V_{y1}}{l} (l_1 - x) \left(\frac{3}{h_0} - 12 \frac{y^2}{h_0^3} \right) \\ \varepsilon_{xy} &= \frac{V_{y1}}{l} \left(x l_1 - \frac{x^2}{2} \right) \left(-24 \frac{y}{h_0^3} \right) + \frac{V_{y1}}{l} \left(3 \frac{y}{h_0} - 4 \frac{y^3}{h_0^3} \right)\end{aligned}\tag{4.5}$$

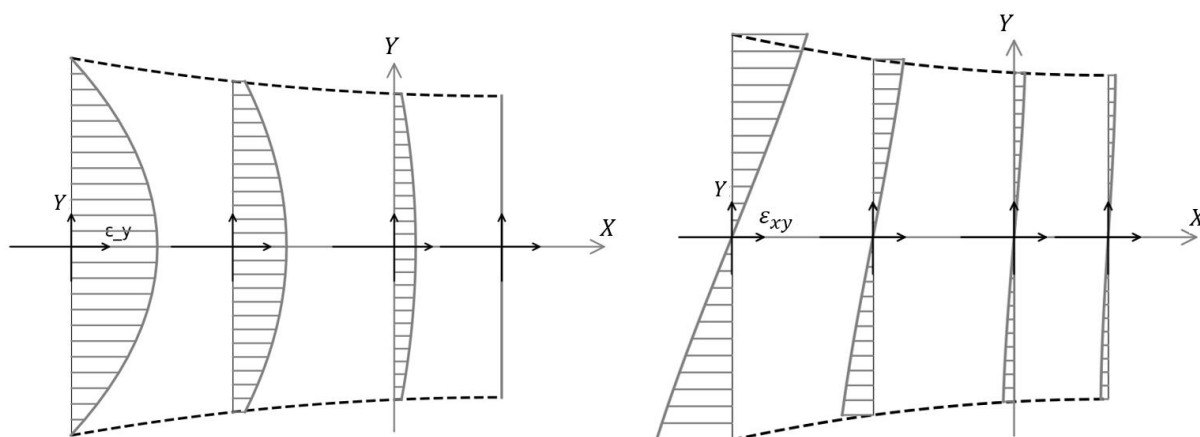


Рис. 4.5. Розподіл швидкості деформації ϵ_x та ϵ_{xy} в осередку деформації: штрихові лінії – зони контактів з валками. Зліва – розподіл ϵ_x , справа – розподіл ϵ_{xy} по висоті осередку (в залежності від координати y) в різних перерізах.

Положення нейтрального перерізу знайдено з умови балансу сил. Цей метод описаний в роботі Василева Я.Д. і Мінаєва О.А. [97], де отримано формулу

$$\gamma = \frac{\alpha}{2} \left(1 - \frac{\alpha}{2\mu} \right), \quad (4.6)$$

де γ – нейтральний кут, α – кут захоплення штаби, μ – коефіцієнт тертя.

Тоді для відстані l_1 отримано вираз:

$$l_1 = R\gamma = \frac{l}{2} \left(1 - \frac{l}{2R\mu} \right) \quad (4.7)$$

Інтенсивність швидкостей деформації (графічно на рис. 4.6)

$$\epsilon_i = \frac{V_{y1}}{lh_0^3\sqrt{3}} \sqrt{36(l_1 - x)^2(h_0^2 - 4y^2)^2 + y^2(12x^2 - 24l_1x + 3h_0^2 - 4y^2)^2}. \quad (4.8)$$

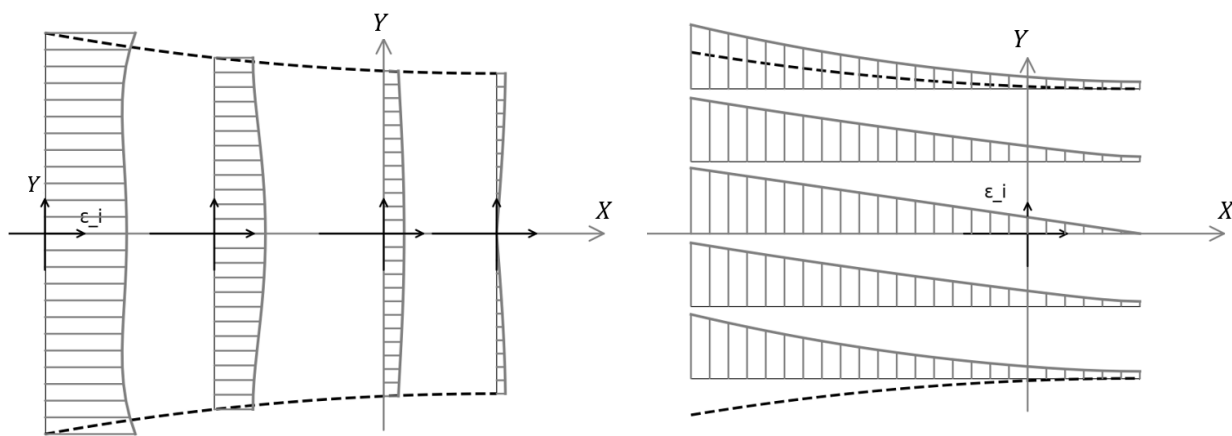


Рис. 4.6. Розподіл інтенсивності швидкостей деформацій ε_i в осередку деформації: штрихові лінії – зони контактів з валками. Зліва – розподіл по висоті осередку (в залежності від координати y), справа – по довжині (в залежності від координати x).

Коефіцієнт жорсткості, частинні похідні $\frac{\partial \sigma}{\partial x}$, $\frac{\partial \sigma}{\partial y}$, $\frac{\partial \sigma}{\partial z}$, середнє напруження σ та нормальні напруження σ_{xx} , σ_{yy} , σ_{zz} знаходяться відповідно за формулами (2.9)-(2.14).

Оскільки перед входом металу в осередок зовнішній обтиск відсутній, для визначення константи інтегрування вибрано граничну умову

$$\sigma_{yy}(y = l_1 - l) = 0 \quad (4.9)$$

Результати розрахунку

Через складність явного виразу для інтенсивності швидкостей деформації (3.1) замість виведення явних виразів для напружень, проведено інтегрування чисельним методом за допомогою коду на мові програмування Python для вхідних даних: початкова товщина штаби – 10 мм, кінцева – 8.5 мм, межа пластичності матеріалу – 50 МПа. По отриманих даних побудовано розподіл середніх напружень на осі симетрії заготовки та порівняно його з розподілом, отриманим чисельним розрахунком в розділі 3.2. (Рис. 4.7).

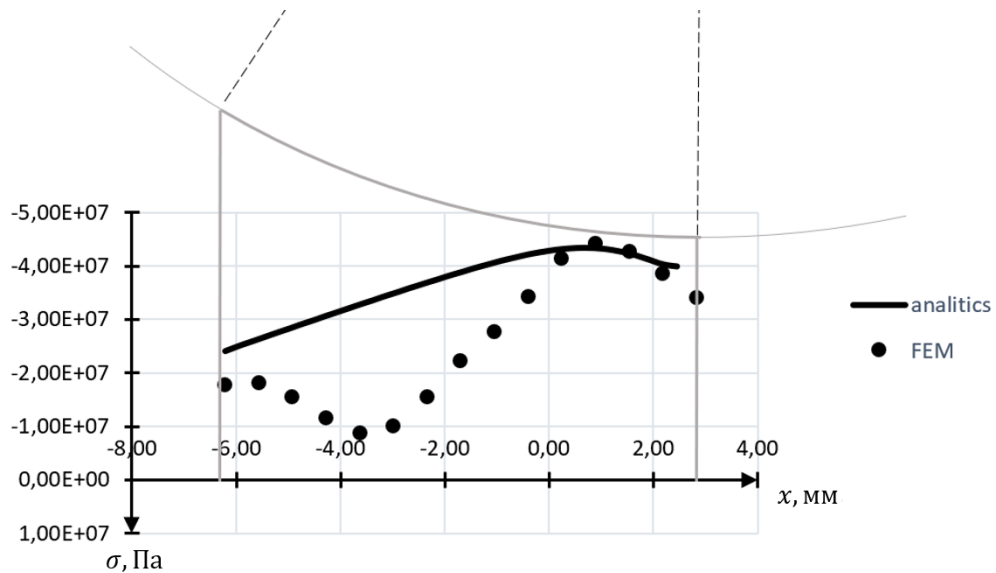


Рис. 4.7. Порівняння розподілів середніх напружень на осі симетрії заготовки, отриманих двома методами: аналітичним (analytics) та чисельним (FEM).

На рисунку 4.7. видно, що аналітична модель достатньо точно оцінює середні напруження на початку осередку деформації та в його останній чверті, але не показує значний спад напружень в першій половині осередку та відповідно, не дозволяє оцінити максимальні напруження розтягу σ_x . Тому в наступному розділі пропонується дещо вдосконалена аналітична модель.

4.1.2. Визначення максимального напруження розтягу та відповідного середнього напруження

Для оцінки напружень пропонується знову використати метод пластичної течії. Результати моделювання в розділі 3.2 показали, що найбільш критичний стан спостерігається в околі площини симетрії, а розподіл швидкостей переміщень в цій області достатньо точно описується функцією похибок:

$$v_x(x) = \Delta V \operatorname{erf}\left(\frac{x - x_0}{s}\right) + V_{avg}, \quad (4.10)$$

де $\Delta V = (v_{out} - v_{in})$ – приріст швидкості штаби; $V_{avg} = \frac{v_{in} + v_{out}}{2}$ – середня швидкість штаби; x_0 – координата вздовж осередку, де $v_x(x_0) = V_{avg}$; s – характеристика конкретної схеми прокатки.

Використовуючи рівняння нерозривності, отримано швидкість переміщення частинок по висоті штаби

$$v_y(x, y) = -\frac{2\Delta V}{s\sqrt{\pi}} e^{-\left(\frac{x-x_0}{s}\right)^2} \cdot y \quad (4.11)$$

Швидкості деформацій

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} = -\varepsilon_{yy} &= \frac{2\Delta V}{s\sqrt{\pi}} e^{-\left(\frac{x-x_0}{s}\right)^2} \\ \varepsilon_{xy} &= \frac{4\Delta V}{s^3\sqrt{\pi}} (x - x_0) \cdot e^{-\left(\frac{x-x_0}{s}\right)^2} \cdot y \end{aligned} \quad (4.12)$$

Інтенсивність швидкостей деформації

$$\varepsilon_i = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{4\varepsilon_{xx}^2 + \varepsilon_{xy}^2} = \frac{4\Delta V}{s\sqrt{3\pi}} e^{-\left(\frac{x-x_0}{s}\right)^2} \sqrt{1 + \frac{(x - x_0)^2 y^2}{s^4}} \quad (4.13)$$

Коефіцієнт жорсткості

$$\mu_i = \frac{\sigma_i}{3\varepsilon_i} = \frac{\sigma_s s}{12\Delta V} \frac{\sqrt{3\pi} e^{\left(\frac{x-x_0}{s}\right)^2}}{\sqrt{1 + \frac{(x - x_0)^2 y^2}{s^4}}}, \quad (4.14)$$

Частинні похідні $\frac{\partial \sigma}{\partial x}$ та $\frac{\partial \sigma}{\partial y}$ отримуються із загального рівняння пластичної течії

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma}{\partial x} &= -\mu_i \Delta V_x - 2 \frac{\partial \mu_i}{\partial x} \varepsilon_x - \frac{\partial \mu_i}{\partial y} \varepsilon_{xy} = \frac{\sigma_s (x - x_0) \left(\frac{y^2}{s^2} - 1 \right)}{\sqrt{3} s^2 \left(\frac{(x - x_0)^2 y^2}{s^4} + 1 \right)^{\frac{3}{2}}} \\ \frac{\partial \sigma}{\partial y} &= -\mu_i \Delta V_y - \frac{\partial \mu_i}{\partial x} \varepsilon_{xy} - 2 \frac{\partial \mu_i}{\partial y} \varepsilon_y = -\frac{\sigma_s y \left(\frac{(x - x_0)^2}{s^2} + 1 \right)}{\sqrt{3} s^2 \left(\frac{(x - x_0)^2 y^2}{s^4} + 1 \right)^{\frac{3}{2}}} \end{aligned} \quad (4.15)$$

Розглядаючи напруження тільки в площині симетрії ($y = 0$), отримано

$$\begin{aligned}\frac{\partial \sigma}{\partial x} &= -\frac{\sigma_s}{\sqrt{3}s^2}(x - x_0) \\ \frac{\partial \sigma}{\partial y} &= 0\end{aligned}\tag{4.16}$$

Звідки

$$\sigma = -\frac{\sigma_s}{2\sqrt{3}s^2}(x - x_0)^2 + C\tag{4.17}$$

Нормальне напруження σ_{xx} знайдено з формули

$$\sigma_{xx}(x) = \sigma + 2\mu_i \varepsilon_{xx} = -\frac{\sigma_s}{2\sqrt{3}s^2}(x - x_0)^2 + \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} + C.\tag{4.18}$$

Для визначення невідомої константи, проведено наступні міркування.

Можна помітити, що отриманий результат не є залежним від початкової константи V_{avg} . Таким чином, є еквівалентними схеми деформування, зображені на рисунку 4.8.

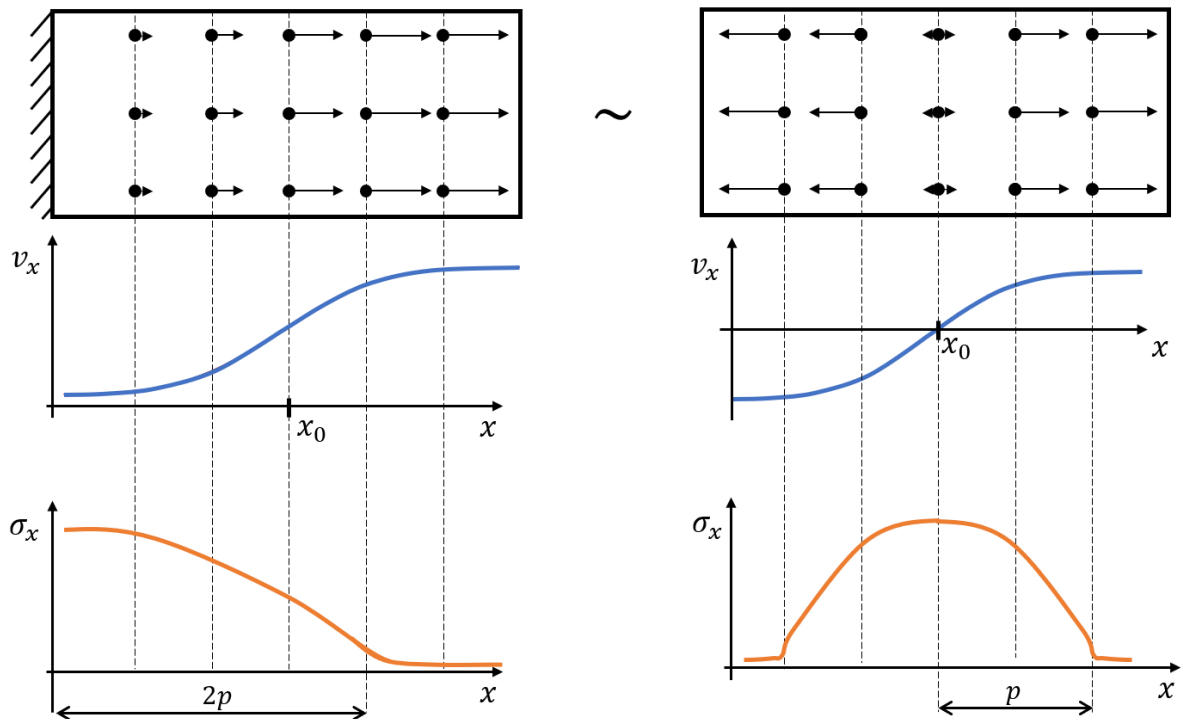


Рисунок 4.8. Дві еквівалентні схеми деформування та відповідні розподіли поздовжніх напружень в матеріалі.

Однак фізична відмінність в кінематичному полі створює відмінність напружених станів. В обох випадках поздовжні напруження розтягу описуються параболічною функцією (як показано у формулі (4.17)). Але, з логічних міркувань, на схемі (див. рис. 4.8) зліва вершина параболи має співпадати з положенням «закріпленого» кінця заготовки, а на схемі справа – з її центром, при цьому в останньому випадку довжина вітки параболи буде в 2 рази меншою. Оскільки залежність (4.17) показує, що вершина параболи лежить а точці $x = x_0$, то опираючись на схему справа (див. рис. 4.8), невідому константу рівняння (4.17) отримано з умови

$$\sigma_{xx}(x - x_0 = p) = 0$$

$$-\frac{\sigma_s}{2\sqrt{3}s^2}p^2 + \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} + C = 0 \quad \Rightarrow \quad C = \frac{\sigma_s}{2\sqrt{3}s^2}p^2 - \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}}, \quad (4.19)$$

де p – відстань від центру осередку деформації до його краю.

Тоді поздовжні напруження

$$\sigma_{xx}(x) = -\frac{\sigma_s}{2\sqrt{3}s^2}(x - x_0)^2 + \frac{\sigma_s}{2\sqrt{3}s^2}p^2 \quad (4.20)$$

і відповідно максимальне напруження розтягу в осередку деформації

$$\sigma_{xx}^{\max} = \frac{\sigma_s}{2\sqrt{3}s^2}p^2 \quad (4.21)$$

Чисельні моделювання геометрично різних схем прокатування показали залежність відстані p та коефіцієнту s , яка може бути записана як

$$p = \frac{\alpha}{\sqrt{2}}s, \quad (4.22)$$

де α – константа, відповідна конкретній схемі прокатування.

Таким чином, вираз для максимального напруження розтягу спрощується до

$$\sigma_{xx}^{\max} = \frac{\sigma_s}{4\sqrt{3}}\alpha^2. \quad (4.23)$$

Тоді середнє напруження відповідне області максимального напруження розтягу:

$$\sigma = \frac{\sigma_s}{4\sqrt{3}} \alpha^2 - \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} = \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} \left(\frac{\alpha^2}{4} - 1 \right). \quad (4.24)$$

Параметр α в середньому набуває значень $1,5 \div 2$. Його залежність від геометричних параметрів схеми прокатування оцінено з результатів чисельного моделювання (по отриманих максимальних напруження $\sigma_{xx}^{\max}$), а конкретні значення наведені в Додатку I. З таблиці I (Додаток I) видно, що існують такі схеми прокатування, де параметр $\alpha > 2$. Такі значення параметру відповідають додатному значенню середнього напруження (за формулою (4.24)) в осередку деформації, що значно знижує технологічну пластичність прокатуваного матеріалу та може призвести до руйнувань матеріалу.

4.2. Дослідження процесу прокатки тришарового матеріалу

4.2.1. Побудова поля швидкостей при прокатуванні тришарового матеріалу

При прокатці тришарового матеріалу, де механічні властивості внутрішнього матеріалу (далі – серцевина) відрізняються від властивостей обкладок, зручно скористатися симетрією системи та розглядати прокатку двошарового матеріалу, який вільно ковзає по поверхні симетрії.

Очевидно, що при розблокованому задньому торці (два шари не зв'язані між собою), відбуватиметься нерівномірне осадження обох шарів, причому м'якший матеріал витискатиметься в протилежну сторону до напрямку прокатки. Однак через присутність міжшарового тертя, м'якший матеріал створюватиме додаткові напруження розтягу в твердішому шарі і таким чином, розблокуватиме також і осадку останнього.

Для оцінки обтиску обох шарів в такій системі (м'який матеріал всередині та твердий в якості обкладки) пропонується застосувати енергетичний метод функції течії.

Основні припущення

Основні припущення математичної моделі:

- деформація вважається плоскою;
- матеріали шарів є ідеально пластичними;
- виконується умова нестисливості матеріалу;
- осередок деформації умовно поділяється на зону деформації м'якого і твердого шарів, які можуть мати різні коефіцієнти витяжки, але зберігають суцільність та мають макропроковзування на межі поділу;
- швидкість шарів на виході з осередку деформації вирівнюється та дорівнює швидкості валків.

Побудова кінематично можливого поля швидкостей

Нехай x – напрямок прокатки, а y – координата по товщині смуги (від $y = 0$ на осі симетрії). Розглядається симетрична половина смуги. Швидкість валків дорівнює V_{exit} . Товщини зовнішнього та внутрішнього шарів до прокатки становлять h_{10} та h_{20} , а після прокатки – h_{11} та h_{21} відповідно.

Зважаючи на ефект зворотного витискання м'якшого матеріалу та наявність міжшарового тертя, яке "розтягує" твердий шар, швидкості течії матеріалів по висоті осередку деформації є нерівномірними. Для опису цього явища задамо функції течії (поздовжньої швидкості v_x) у вигляді квадратичних парабол, що дозволяє врахувати внутрішній макрозсув шарів. Для зовнішнього шару:

$$v_{1x}(y) = a_1 y^2 + b_1 y + c_1. \quad (4.25)$$

Для внутрішнього шару:

$$v_{2x}(y) = a_2 y^2 + b_2 y + c_2 \quad (4.26)$$

Коефіцієнти функцій течії визначаються з таких граничних умов:

- на осі симетрії смуги похідна швидкості дорівнює нулю

$$\left. \frac{dv_{2x}}{dy} \right|_{y=0} = 0; \quad (4.27)$$

- на межі контакту з валками теж задається нульовий градієнт швидкості $\frac{dv_{1x}}{dy}$;
- на межі поділу шарів $(y = \frac{h_{21}}{2})$ середні швидкості шарів становлять v_{int1} для обкладки та v_{int2} для осердя. Різниця цих швидкостей формує швидкість макропроковзування

$$\Delta v_{int} = |v_{int1} - v_{int2}| \quad (4.28)$$

Схематично розподіл швидкостей на вході в осередок деформації зображено на рисунку 4.9.

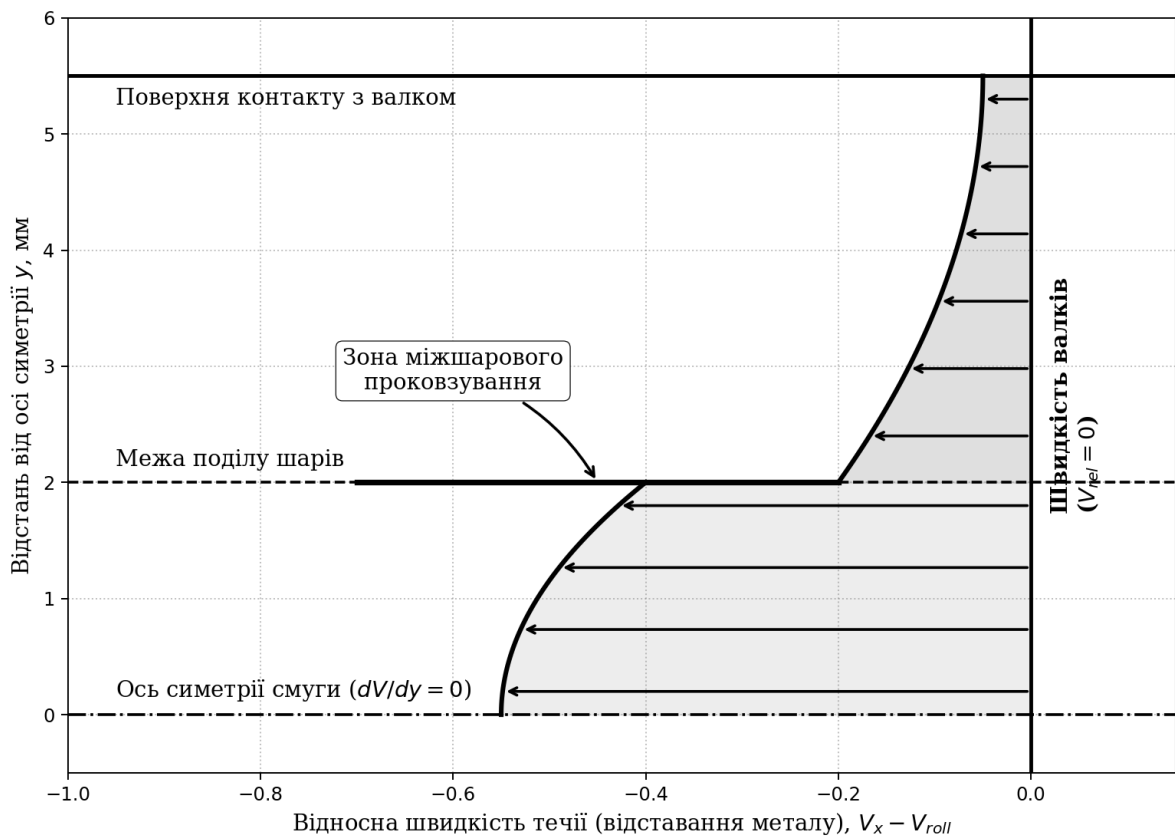


Рис.4.9. Відносне поле швидкостей у системі координат валків.

Енергетичний баланс осередку деформації

Повна потужність деформації W_{Σ} складається з чотирьох основних компонентів:

1. Потужність пластичної формозміни (W_p) – витрачається на зміну геометричних розмірів шарів (вертикальне стиснення та поздовжнє видовження):

$$W_p = W_{p1} + W_{p2} = 2 \cdot \left(\sigma_{s1} V_{exit} h_{11} \ln \frac{h_{10}}{h_{11}} \right) + \left(\sigma_{s2} V_{exit} h_{21} \ln \frac{h_{20}}{h_{21}} \right), \quad (4.29)$$

де σ_{s1} , σ_{s2} – опори деформації твердого та м'якого шарів.

2. Потужність внутрішнього макрозсуву (W_{sh}) – робота, яка витрачається на внутрішнє викривлення вертикальних перерізів внаслідок нерівномірності течії. Визначається інтегруванням градієнта функції швидкості по об'єму. Для параболічного профілю течії вона набуває вигляду:

$$W_{sh} = W_{sh1} + W_{sh2} = 1,5 \cdot \tau_{s1} L |v_{int1} - U_1| + 1,5 \cdot \tau_{s2} L |v_{int2} - U_2|, \quad (4.30)$$

де $\tau_s = \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}}$ – напруження пластичного зсуву матеріалу, L – довжина осередку деформації, U_1 , U_2 – середні швидкості течії шарів.

3. Потужність контактної тертя об валки (W_{roll}) – визначається швидкістю ковзання металу по поверхні робочого інструменту:

$$W_{roll} = \tau_{roll} \cdot L \cdot |V_{exit} - V_{surf}|, \quad (4.31)$$

де τ_{roll} – напруження тертя на дузі захоплення, V_{surf} – середня швидкість руху обкладки на контакт з валком.

4. Потужність міжшарового тертя (W_{slip}):

$$W_{slip} = \tau_{act} \cdot L \cdot |v_{int1} - v_{int2}|, \quad (4.32)$$

де τ_{act} – дотичне напруження на межі поділу шарів.

Згідно із законом сухого тертя з урахуванням граничних умов пластичності (закон Зібеля), величина дотичного напруження не може перевищувати опір пластичному зсуву найменш міцного з контактуючих матеріалів. Математично це виражається умовою:

$$\tau_{act} = \min\left(\mu p_{int}, \frac{\sigma_{s2}}{\sqrt{3}}\right), \quad (4.33)$$

де μ – коефіцієнт міжшарового тертя, p_{int} – нормальний тиск на межі поділу шарів, σ_{s2} – опір пластичній деформації м'якого матеріалу серцевини.

Підсумовуючи всі компоненти, отримуємо цільовий функціонал (загальну потужність), який описує енергетичний стан тришарової системи при прокатці:

$$W_{\Sigma} = W_{p1} + W_{p2} + W_{sh1} + W_{sh2} + W_{roll} + W_{slip} \rightarrow \min \quad (4.34)$$

Функція повної потужності деформації мінімізується за трьома незалежними змінними: кінцевою товщиною зовнішнього шару h_{11} та швидкостями течії шарів на межі їх контактного поділу v_{int1} і v_{int2} .

Для пошуку мінімуму функції потужності написано алгоритм на мові програмування Python.

4.2.2. Оцінка обтисків методом функції течії при прокатці тришарового матеріалу

Згідно з попереднім підрозділом 4.2.1, за допомогою алгоритму, підбиралися параметри для мінімізації функції потужності для шарів з властивостями: обкладки – $\sigma_{s1} = 50$ МПа, серцевина – $\sigma_{s1} = 40$ МПа, та для декількох відношень початкових товщин. Результати методу занесені в таблицю 4.1.

Таблиця 4.1. Визначення обтисків в тришаровій заготовці енергетичним методом.

$\sigma_{s1} = 50 \text{ МПа}$						
№	$h_{10}, \text{ мм}$	$\frac{h_{20}}{2}, \text{ мм}$	$h_{11}, \text{ мм}$	$\frac{h_{21}}{2}, \text{ мм}$	$\frac{2h_{10}}{h_{20}}$	$\ln \frac{h_{20}}{h_{21}}$
1	3	2,5	2,18	1,82	1,20	0,32
2	2,5	3	2	2	0,83	0,41
3	2	3,5	1,7	2,3	0,57	0,42
4	4	2	3	1,5	2,00	0,29
5	3,5	2,5	2,63	1,87	1,40	0,29
6	3	3	2,25	2,25	1,00	0,29

Отримана енергетичним методом залежність відносного обтиску серцевини від початкового відношення товщин обкладок та серцевини

$$\ln \frac{h_{20}}{h_{21}} = f\left(\frac{2h_{10}}{h_{20}}\right) \quad (4.35)$$

побудована на рисунку 4.10, де для порівняння додатково зображено результат чисельного розрахунку (Розділ 5.2.2). Середнє відносне відхилення результатів обох методів склало 12%.

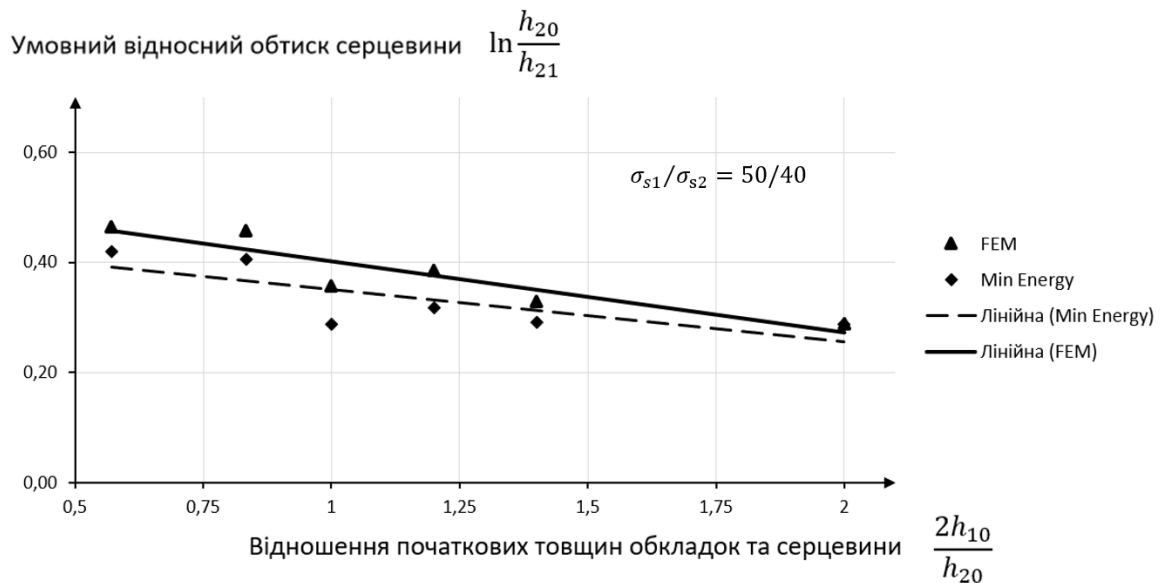


Рис. 4.10. Порівняння залежності $\ln \frac{h_{20}}{h_{21}} = f\left(\frac{2h_{10}}{h_{20}}\right)$, отриманої чисельним та енергетичним методом для $\sigma_{s1}/\sigma_{s2} = 50/40$.

4.2.3. Оцінка впливу обкладок на пластичність серцевини (зона неоднорідного обтиску)

Передача зусиль між твердою обкладкою та м'яким осердям здійснюється через фактичне дотичне напруження τ_{act} на межі їх контактної ділянки (формула (4.33)).

Для аналітичного розрахунку контактної тертя в режимі ковзання необхідно визначити величину нормального міжшарового тиску p_{int} . Для цього доцільно застосувати інженерний підхід, що базується на класичних рівняннях теорії прокатки, розроблених О.І. Целіковим та розглянутих в роботі [97]. За цією методикою контактний тиск враховує вплив зовнішнього тертя (формування "пагорба тертя") та геометричних параметрів осередку деформації через коефіцієнт напруженого стану. Для м'якого осердя середній нормальний тиск на контакті описується наближеною залежністю:

$$p_{int} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_{s2} \left(1 + \mu \frac{L}{2h_{20}} \right), \quad (4.36)$$

де L_{eff} – ефективна довжина проковзування, h_{20} – початкова товщина серцевини.

Підставляючи знайдений тиск у рівняння Амонтона-Кулона, отримано величину теоретичного напруження тертя в режимі проковзування:

$$\tau_{act} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_{s2} \mu \left(1 + \mu \frac{L}{2h_{20}} \right) \quad (4.37)$$

З урахуванням обмеження по межі плинності на зсув, остаточна формула для фактичного дотичного напруження має вигляд:

$$\tau_{act} = \min \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_{s2} \mu \left(1 + \mu \frac{L}{2h_{20}} \right), \frac{\sigma_{s2}}{\sqrt{3}} \right) \quad (4.38)$$

Тоді остаточний вираз для розрахунку додаткових поздовжніх напружень стиску у м'якому осерді:

$$\Delta\sigma_{x2} = -\frac{2L_{eff}}{h_{20}} \cdot \min\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_{s2}\mu\left(1 + \mu\frac{L}{2h_{20}}\right), \frac{\sigma_{s2}}{\sqrt{3}}\right). \quad (4.39)$$

Моделювання тришарової прокатки в програмі Ansys Student (методика 2.3.1) показали, що ефективне проковзування між шарами відбувається тільки в першій половині осередку деформації, тому логічно покласти

$$L_{eff} \approx \frac{L}{2} \quad (4.40)$$

Тоді формула для додаткових напружень стиску σ_{x2} набуває вигляду

$$\Delta\sigma_{x2} = -\frac{L}{h_{20}} \cdot \min\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_{s2}\mu\left(1 + \frac{\mu L}{2h_{20}}\right), \frac{\sigma_{s2}}{\sqrt{3}}\right) \quad (4.41)$$

Формула (4.41) дозволяє оцінити величину додаткових напружень стиску в серцевині, які будуть створюватись обкладками.

Відповідні середні напруження стиску на осі симетрії серцевини отримуються з наступних викладок

$$\sigma^{analytics} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}, \quad (4.42)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= (4.24) + (4.41) \\ \sigma_y &= \sigma_x - \frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_{s2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \sigma^{analytics} = \sigma_x - \frac{\sigma_{s2}}{\sqrt{3}} \quad (4.43)$$

$$\sigma^{analytics} = \frac{\sigma_{s2}}{\sqrt{3}}\left(\frac{\alpha^2}{4} - 1\right) - \frac{L}{h_{20}} \cdot \min\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_{s2}\mu\left(1 + \frac{\mu L}{2h_{20}}\right), \frac{\sigma_{s2}}{\sqrt{3}}\right) \quad (4.44)$$

або з умовою

$$\frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_{s2}\mu\left(1 + \frac{\mu L}{2h_{20}}\right) < \frac{\sigma_{s2}}{\sqrt{3}} \quad (4.45)$$

отримано

$$\sigma^{analytics} = \frac{\sigma_{s2}}{\sqrt{3}}\left(\frac{\alpha^2}{4} - 1\right) - \frac{2L}{\sqrt{3}h_{20}}\sigma_{s2}\mu\left(1 + \frac{\mu L}{2h_{20}}\right) \quad (4.46)$$

Тоді приріст середнього напруження:

$$\Delta\sigma = \frac{\sigma_{s2}}{4\sqrt{3}}\alpha^2(h_{20}, \Delta h_2) - \frac{\sigma_{s2}}{4\sqrt{3}}\alpha^2(2h_{10} + h_{20}, \Delta h) - \frac{L}{h_{20}} \cdot \min\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_{s2}\mu\left(1 + \frac{\mu L}{2h_{20}}\right), \frac{\sigma_{s2}}{\sqrt{3}}\right) \quad (4.47)$$

де $\alpha(h_{20}, \Delta h_2)$ – параметр, відповідний схемі прокатки без обкладок, причому $\Delta h_2 = h_{20} - h_{21}$; $\alpha(2h_{10} + h_{20}, \Delta h)$ – параметр, відповідний тришаровій схемі прокатки.

4.2.4. Оцінка впливу обкладок на пластичність серцевини (зона однорідного обтиску)

Проводячи розрахунки МСЕ було помічено, що проковзування шарів здебільшого відбувається тільки в першій половині осередку деформації. Після чого, в другій половині осередку всі шари деформуються спільно. Така зміна взаємодії між шарами потребує корекції математичної моделі.

В якості моделі, замість схеми прокатування, вибрано більш спрощену – схему одновісного пресування, зображену на Рис. 4.11. Оскільки тут прийнято умову, що всі шари деформуються однаково, основний матеріал і оболонка будуть деформуватися з однаковим відносним видовженням. Також припущено, що передача горизонтальних навантажень з пластини на пластину відбувається тільки через торці, а вплив міжшарового тертя нехтовно малий.

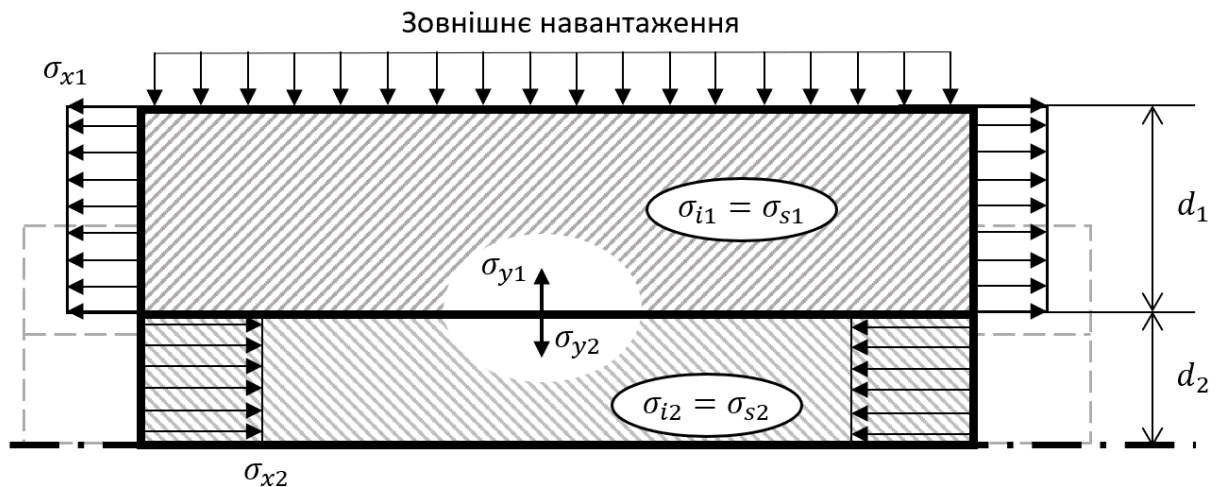


Рис. 4.11. Напружений стан при одновісному пресуванні двошарової заготовки зі з'єднаними торцями.

Тоді будуть виконуватись наступні рівності (вибрані позначення розшифровані на Рис. 4.11)

$$\begin{aligned}\sigma_{y1} &= \sigma_{y2}, \\ \sigma_{i1} &= \sigma_{s1}, \quad \sigma_{i2} = \sigma_{s2}, \\ \sigma_{x1}d_1 &= -\sigma_{x2}d_2\end{aligned}\tag{4.48}$$

Також, для такого плоско-деформованого стану справедливо

$$\sigma_{i1} = \frac{\sqrt{3}}{2} |\sigma_{x1} - \sigma_{y1}|, \quad \sigma_{i2} = \frac{\sqrt{3}}{2} |\sigma_{x2} - \sigma_{y2}|\tag{4.49}$$

Оскільки $\sigma_{y1} < 0$ і $\sigma_{x1} > 0$, справедливо

$$\sigma_{i1} = \frac{\sqrt{3}}{2} (\sigma_{x1} - \sigma_{y1})\tag{4.50}$$

Тоді

$$\begin{aligned}\sigma_{y2} = \sigma_{y1} &= \sigma_{x1} - \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_{i1} = -\frac{d_2}{d_1} \sigma_{x2} - \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_{s1} \\ \sigma_{s2} &= \frac{\sqrt{3}}{2} \left| \sigma_{x2} + \frac{d_2}{d_1} \sigma_{x2} + \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_{s1} \right| = \left| \frac{\sqrt{3}}{2} \left(1 + \frac{d_2}{d_1} \right) \sigma_{x2} + \sigma_{s1} \right|\end{aligned}\tag{4.51}$$

Звідси отримано

$$\sigma_{x2} = -\frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\sigma_{s1} - \sigma_{s2}}{1 + \frac{d_2}{d_1}},\tag{4.52}$$

або в позначеннях параметрів прокатки

$$\sigma_{x2} = -\frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\sigma_{s1} - \sigma_{s2}}{1 + \frac{h_{20}}{2h_{10}}}.\tag{4.53}$$

Дана формула дозволяє оцінити, який додатковий стиск отримуватиме серцевина в зоні однорідного деформування при прокатці в обкладках по відомих:

- відношенні товщин серцевини та оболонки $\frac{h_{20}}{h_{10}}$;

- границі пластичності обох матеріалів σ_{s1}, σ_{s2} .

Відповідні середні напруження стиску $\sigma^{analytics}$ на осі симетрії серцевини отримуються з наступних викладок

$$\sigma^{analytics} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}, \quad (4.54)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= (4.24) + (4.53) = \frac{\sigma_{s2}}{4\sqrt{3}}\alpha^2 - \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\sigma_{s1} - \sigma_{s2}}{1 + \frac{h_{20}}{2h_{10}}} \\ \sigma_y &= \sigma_x - \frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_{s2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \sigma^{analytics} = \sigma_x - \frac{\sigma_{s2}}{\sqrt{3}} \quad (4.55)$$

$$\sigma^{analytics} = \frac{\sigma_{s2}}{\sqrt{3}} \left(\frac{\alpha^2(2h_{10} + h_{20}, \Delta h)}{4} - 1 \right) - \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\sigma_{s1} - \sigma_{s2}}{1 + \frac{h_{20}}{2h_{10}}} \quad (4.56)$$

Також, основуючись на формулах вище, отримано вираз для приросту середнього напруження:

$$\Delta\sigma = \frac{\sigma_{s2}}{4\sqrt{3}}\alpha^2(h_{20}, \Delta h_2) - \frac{\sigma_{s2}}{4\sqrt{3}}\alpha^2(2h_{10} + h_{20}, \Delta h) + \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\sigma_{s1} - \sigma_{s2}}{1 + \frac{h_{20}}{2h_{10}}}, \quad (4.57)$$

де $\alpha(h_{20}, \Delta h_2)$ – параметр, відповідний схемі прокатки тільки внутрішнього зразка, причому $\Delta h_2 = \Delta h \frac{h_{20}}{2h_{10} + h_{20}}$; $\alpha(2h_{10} + h_{20}, \Delta h)$ – параметр, відповідний тришаровій схемі прокатки.

4.3. Висновки до розділу 4

1. Розроблено аналітичну модель, яка дозволяє оцінювати максимальні середні напруження стиску в осередку деформації при гарячій прокатці.
2. Отримано аналітичний вираз для максимального напруження розтягу (4.23) в осередку деформації та відповідного середнього напруження (4.24) в цій області. Величини цих напружень характеризують технологічну пластичність прокатуваного матеріалу та можуть бути використані для передбачення руйнування матеріалу.

3. Побудовано функцію повної потужності для процесу прокатки тришарового матеріалу. Написано алгоритм мінімізації функції потужності, який дозволяє визначати кінцеві обтиски шарів. Алгоритмом обраховано обтиски шарів в трьох-шаровому зразку з механічними властивостями – $\sigma_{s1}|\sigma_{s2}|\sigma_{s1} = 50|40|50$ МПа при різних початкових відношеннях товщин. Побудовано залежність відносного обтиску серцевини від початкового відношення товщин обкладок та серцевини (див. Рис. 4.10).
4. Отримано аналітичні вирази для оцінки величини додаткових поздовжніх (4.41) та середніх (4.44) напружень стиску в серцевині в зоні неоднорідного обтиску при прокатці з технологічними обкладками. Також отриманий вираз для оцінки приросту середніх напружень стиску (4.47) для цієї зони.
5. Отримано аналітичні вирази для оцінки величини додаткових поздовжніх (4.53) та середніх (4.56) напружень стиску в серцевині в зоні однорідного обтиску при прокатці з технологічними обкладками. Також отриманий вираз для оцінки приросту середніх напружень стиску (4.57) для цієї зони.

5. Чисельне моделювання та аналіз параметрів процесу

5.1. Моделювання тришарової прокатки та визначення обтисків

Чисельне моделювання тришарової прокатки проведено для фіксованих параметрів прокатного стану: радіус валків – $R = 50$ мм, абсолютний обтиск – $\Delta h = 3$ мм. Межа текучості серцевини вибрана фіксованою $\sigma_{s2} = 40$ МПа, а для обкладок розглянуто наступні: $\sigma_{s1} = 50, 60, 75$ МПа. На рисунку 5.1 зображено одну з конфігурацій процесу. Підбираючи різні відношення початкових товщин серцевини та обкладок, отримано варіацію відносного обтиску серцевини (Додаток II). Залежність відносного обтиску серцевини від початкового відношення товщин зображено на рисунку 5.2.

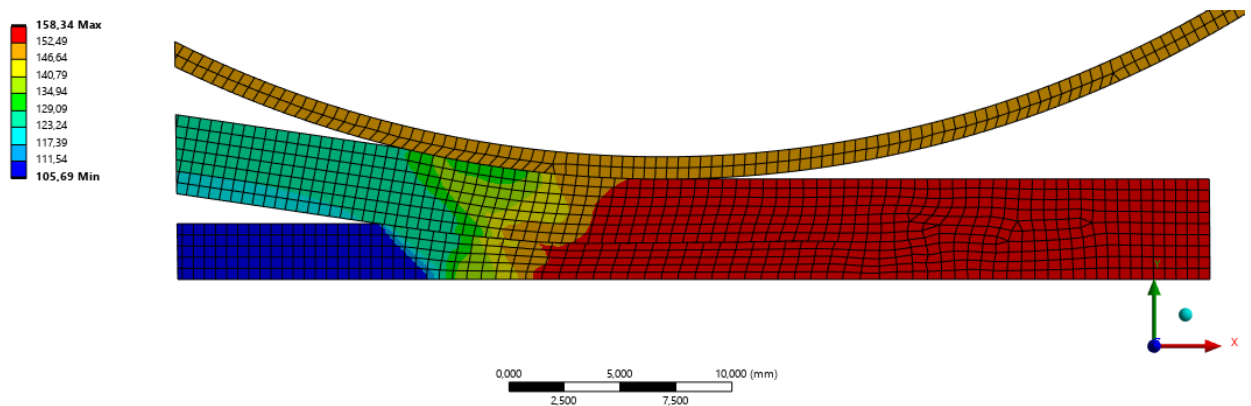


Рис. 5.1. Чисельне моделювання процесу прокатки в обкладках (на рисунку розподіл повних швидкостей переміщень).

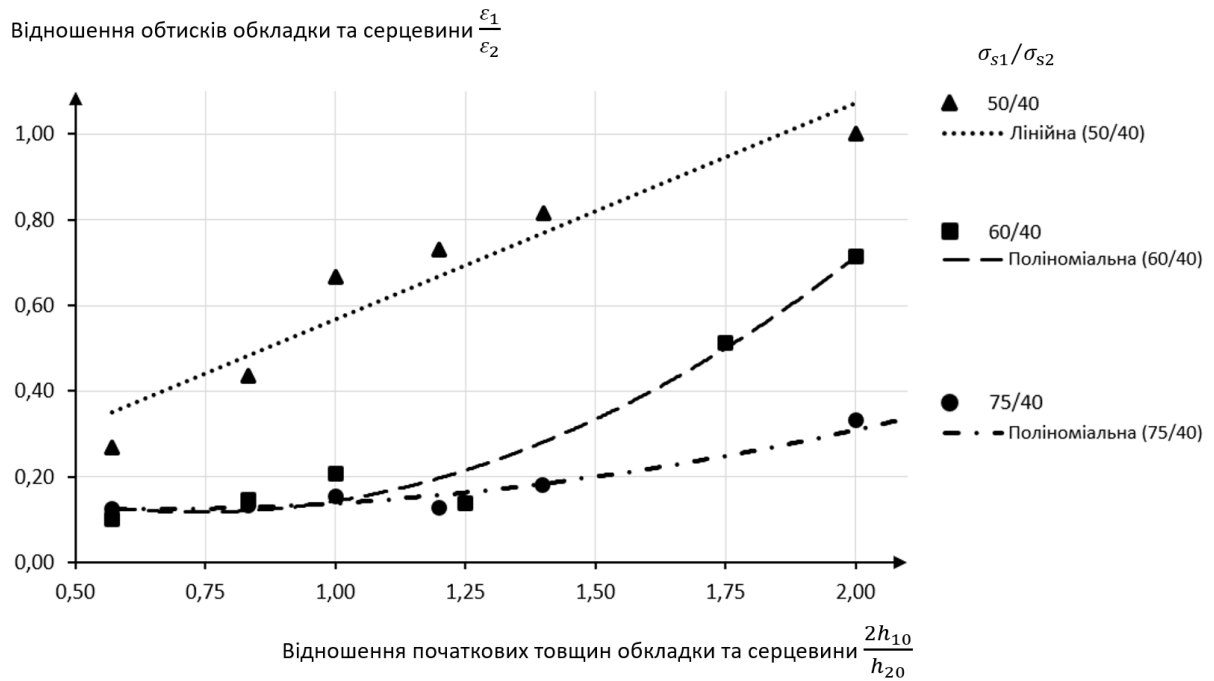


Рис.5.2. Залежність відношення обтисків обкладки та серцевини від початкового відношення товщин обкладки та серцевини.

Графік з такими координатами (див. рис. 5.2) дозволяє визначати наскільки більше чи менше будуть деформуватися обкладки, порівняно з внутрішнім зразком, в залежності від відношення їх товщин:

$$\frac{2h_{10}}{h_{20}} \rightarrow \frac{\frac{h_{10} - h_{11}}{h_{10}}}{\frac{h_{20} - h_{21}}{h_{20}}} \quad \text{або} \quad \frac{2h_{10}}{h_{20}} \rightarrow \frac{\ln \frac{h_{11}}{h_{10}}}{\ln \frac{h_{21}}{h_{20}}} \quad (5.1)$$

При цьому чисельний експеримент показав, що в межах одного проходу прокатки, така залежність слабо залежить від абсолютного обтиску всієї заготовки. Таким чином, графік (див. рис. 5.2), який був отриманий при моделюванні прокатки зі сталим обтиском $\Delta h = 3$ мм, може бути використаний при інших обтисках також.

Якщо прокатка проходить за багатопрохідною схемою, розрахунок кінцевого обтиску кожного шару потрібно проводити ітераційно. Для цього розроблено наступний алгоритм (схематично на рисунку 5.3):

- 1) Вхідні дані: початкові ($i = 0$) товщини серцевини h_{2i} та обкладок h_{1i} .

- 2) По відомих товщинах визначається їх відношення $\frac{2h_{1i}}{h_{2i}}$.
- 3) На графіку 5.4 обирається крива, відповідна механічним властивостям шарів, та по відомому $\frac{2h_{1i}}{h_{2i}}$ знаходиться η_i – відношення обтиску обкладок до обтиску серцевини

$$\eta_i = \frac{\varepsilon_{1i}}{\varepsilon_{2i}} = \frac{\ln \frac{h_{1i}}{h_{1(i+1)}}}{\ln \frac{h_{2i}}{h_{2(i+1)}}} \approx \frac{\frac{h_{1i} - h_{1(i+1)}}{h_{1i}}}{\frac{h_{2i} - h_{2(i+1)}}{h_{2i}}} \quad (5.2)$$

- 4) Встановлюється абсолютний обтиск Δh_i для цього проходу прокатки.
- 5) Розраховується товщина серцевини після прокатки за формулою

$$h_{2(i+1)} = h_{2i} \left(1 - \frac{\Delta h_i}{h_{2i} + \eta_i h_{1i}} \right), \quad (5.3)$$

яка була отримана з формули (6.1) та рівності

$$h_{1i} + h_{2i} - h_{1(i+1)} - h_{2(i+1)} = \Delta h_i \quad (5.4)$$

- 6) Розраховується товщина серцевини після прокатки за формулою

$$h_{1(i+1)} = h_{1i} + h_{2i} - h_{2(i+1)} - \Delta h_i \quad (5.5)$$

- 7) У випадку додаткових проходів, повторюються кроки 2-7, з новим індексом $i \rightarrow i + 1$. В протилежному випадку перейти до кроку 8.
- 8) Товщини $h_{1(i+1)}$, $h_{2(i+1)}$ вважаються остаточними товщинами обкладки та серцевини.

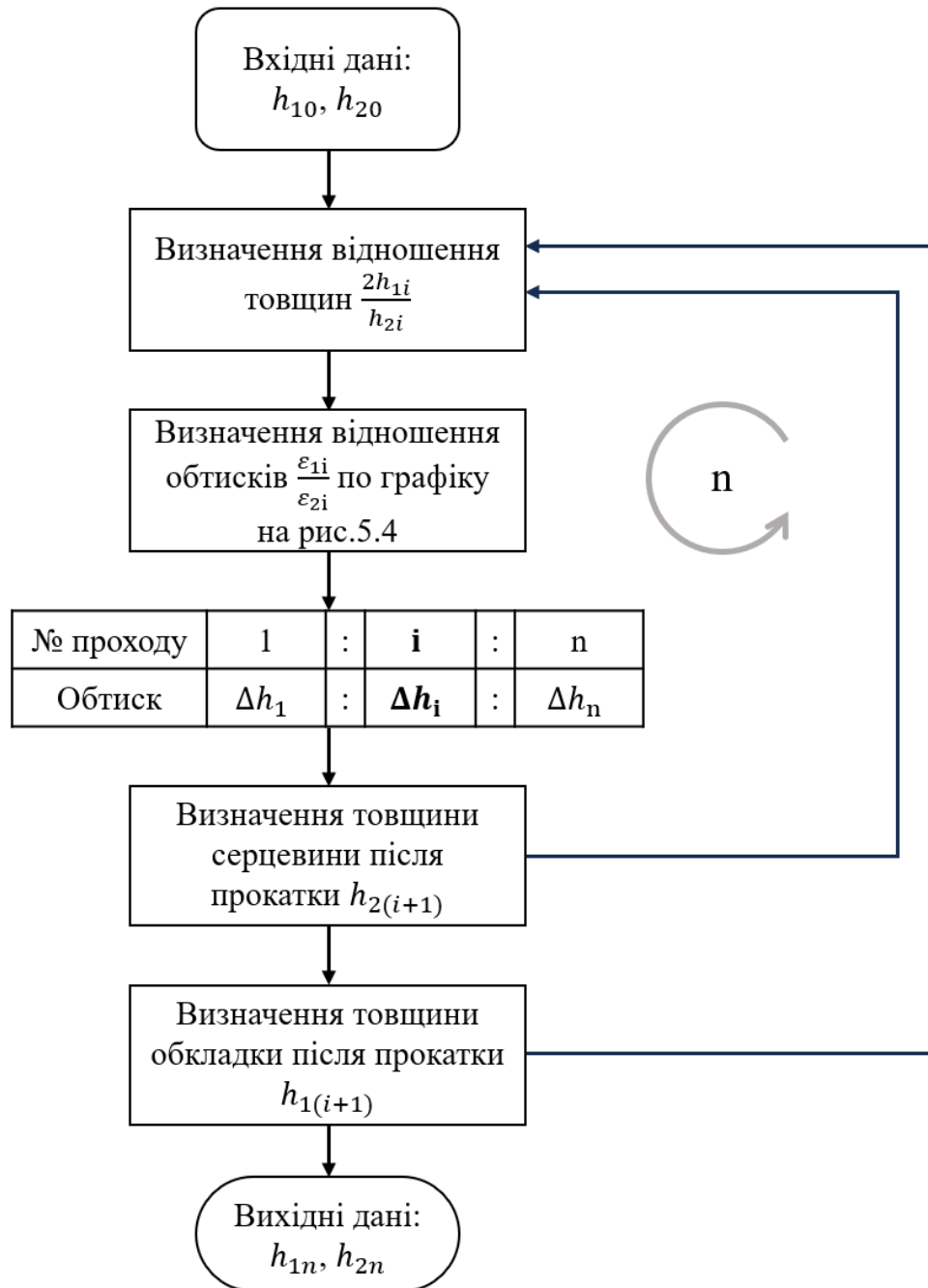


Рис. 5.3. Алгоритм визначення обтисків при n-прохідній прокатці в обкладках.

5.2. Дослідження впливу обкладок на напружений стан серцевини при процесі тришарової прокатки (зона неоднорідного обтиску)

Для валідації аналітичного методу (розділ 4.2.2) проведено чисельні моделювання при різних відношеннях $\frac{h_{20}}{h_{10}}$ та границях пластичності σ_{s1} , σ_{s2} . Після чого порівняно мінімальні середні напруження стиску на осі симетрії серцевини, отриманих чисельним методом σ^{FEM} та аналітичним $\sigma^{analytics}$ (4.46).

Також величини σ^{FEM} та $\sigma^{analytics}$ порівняно з мінімальним середнім напруженням в матеріалі серцевини при прокатуванні без обкладок – $\sigma^{no\ cover}$. Порівняння зображено на рисунку 5.4.

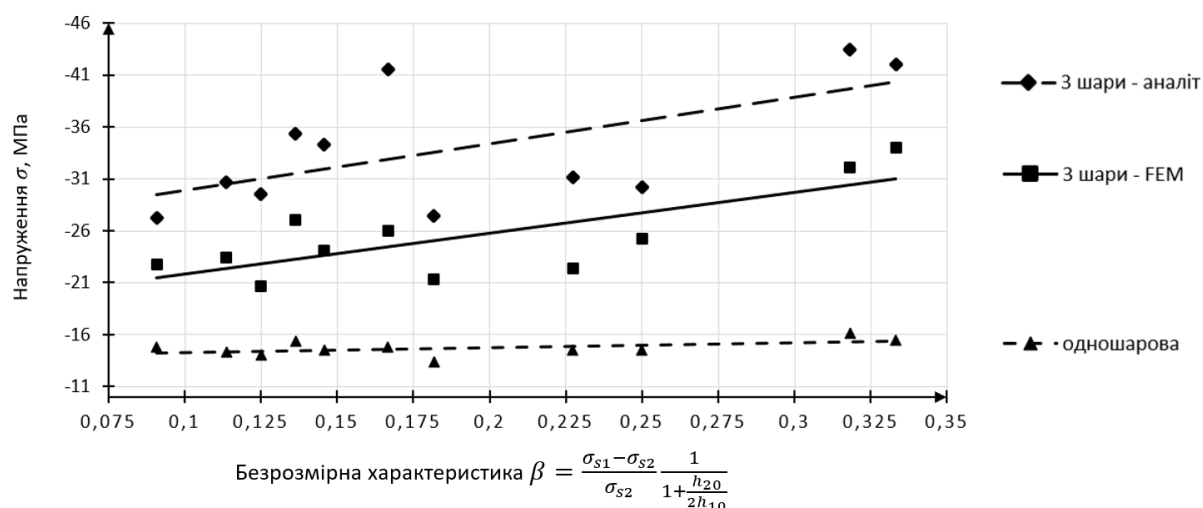


Рис. 5.4. Порівняння результатів аналітичного та чисельного розрахунків максимального середнього напруження в серцевині при тришаровій прокатці (відповідні параметри системи вказані в таблиці 5.2) та середнього напруження при прокатці тільки серцевини.

Таблиця 5.2. Параметри прокатки тришарової заготовки ($\Delta h = 3$ мм). Величина $\Delta\sigma$ отримана з результатів чисельного розрахунку.

№	σ_{s1} , МПа	σ_{s2} , МПа	h_{10} , мм	$h_{20}/2$, мм	$h_{21}/2$, мм	$\beta = \frac{\sigma_{s1} - \sigma_{s2}}{\sigma_{s2}} \frac{1}{1 + \frac{h_{20}}{2h_{10}}}$	$\Delta\sigma$, МПа
1	60	40	2	3,5	2,1	0,18	-8
2	60	40	2,5	3	1,7	0,23	-8
3	60	40	3	3	1,8	0,25	-11
4	60	40	3,5	2	1,25	0,32	-16
5	60	40	4	2	1,4	0,33	-19
6	50	40	2	3,5	2,2	0,09	-8
7	50	40	2,5	3	1,9	0,11	-9
8	50	40	3	3	2,1	0,13	-7
9	50	40	3	2,5	1,7	0,14	-12
10	50	40	3,5	2,5	1,8	0,15	-10
11	50	40	4	2	1,5	0,17	-12

Для випадку №5 (Табл. 5.2) розподіл середнього напруження на осі симетрії осередку деформації одношарової та тришарової заготовок порівняно на рисунку 5.5 (результат чисельного розрахунку).

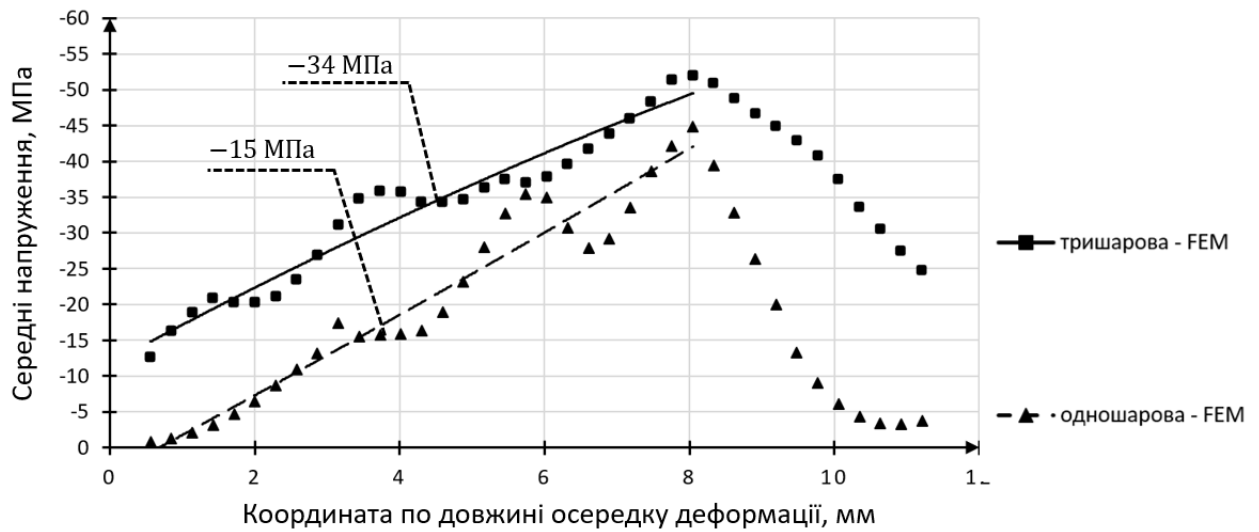


Рис. 5.5. Порівняння середніх напружень для одношарової та тришарової заготовки.

Порівняння двох методів показало, що аналітична модель (для досліджених систем) дає дещо вищі очікувані максимальні напруження в серцевині, з середнім показником відхилення

$$\delta = \frac{|\sigma^{analytics} - \sigma^{FEM}|}{|\sigma^{analytics}|} \approx 25\% \quad (5.6)$$

5.3. Дослідження впливу обкладок на напружений стан серцевини при процесі тришарової прокатки (зона однорідного обтиску)

Для валідації аналітичного методу (розділ 4.2.3) проведено чисельні моделювання при різних відношеннях $\frac{h_{20}}{h_{10}}$ та границях пластичності σ_{s1} , σ_{s2} . Після чого порівняно мінімальні середні напруження стиску на осі симетрії серцевини, отриманих чисельним методом σ^{FEM} та аналітичним $\sigma^{analytics}$ (4.56).

Також величини σ^{FEM} та $\sigma^{analytics}$ порівняно з мінімальним середнім напруженням в матеріалі серцевини при прокатці без обкладок – $\sigma^{no\ cover}$. Порівняння зображено на рисунку 5.6.

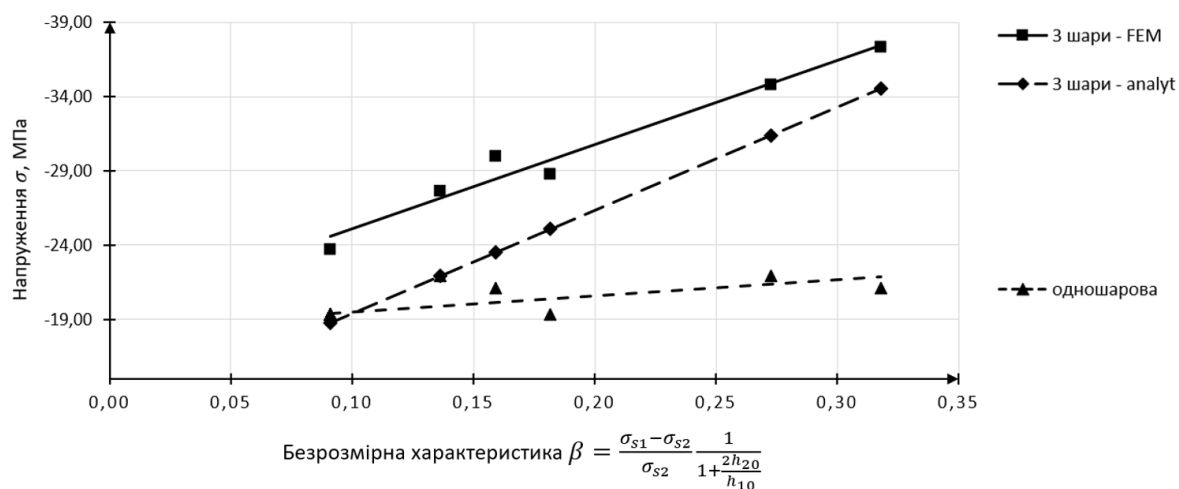


Рис. 5.6. Порівняння результатів аналітичного та чисельного розрахунків максимального середнього напруження в серцевині при тришаровій прокатці (відповідні результати вказані в таблиці 5.3) та середнього напруження при прокатці тільки серцевини.

Таблиця 5.3. Приріст середніх напруження при прокатці тришарової заготовки ($\Delta h = 3$ мм). Величина $\Delta\sigma$ отримана з чисельного розрахунку.

№	σ_{s1} , МПа	σ_{s2} , МПа	h_{10} , мм	$h_{20}/2$, мм	$\beta = \frac{\sigma_{s1} - \sigma_{s2}}{\sigma_{s2}} \frac{1}{1 + \frac{h_{20}}{2h_{10}}}$	$\Delta\sigma$, МПа
1	75	60	2	3,5	0,09	-4
2	75	60	3	2,5	0,14	-6
3	75	60	3,5	2	0,16	-9
4	90	60	2	3,5	0,18	-9
5	90	60	3	2,5	0,27	-13
6	90	60	3,5	2	0,32	-16

Порівняння двох методів показало, що аналітична модель (для досліджених систем) дає дещо нижчі очікувані максимальні напруження в серцевині, з середнім показником відхилення

$$\delta = \frac{|\sigma^{analytics} - \sigma^{FEM}|}{|\sigma^{FEM}|} \approx 16\% \quad (5.7)$$

5.4. Вплив зміни напруженого стану на інтенсивність накопичення пошкоджень

Для прогнозування моменту зародження макротріщин в матеріалі використано критерій Броззо:

$$C = \int_0^{\bar{\epsilon}_f} \frac{2\sigma_1}{3(\sigma_1 - \sigma)} d\bar{\epsilon} \quad (5.8)$$

де σ_1 – найбільше головне напруження, σ – середнє або гідростатичне напруження, $\bar{\epsilon}$ – еквівалентна пластична деформація, $\bar{\epsilon}_f$ – еквівалентна пластична деформація вкінці деформування, C – критичне значення пошкодження (константа матеріалу).

В умовах тонколистової прокатки за найбільше головне напруження прийнято максимальні напруження розтягу σ_x на осі симетрії зразка. Аналітичний вираз (4.21) для розрахунку цих напружень отримано у підрозділі 4.1.2. Отже, для випадку одношарової прокатки критерій руйнування набуває такого вигляду:

$$C_0 = \int_0^{\bar{\epsilon}_f} \frac{2\sigma_x}{3(\sigma_x - \sigma)} d\bar{\epsilon} \quad (5.9)$$

Застосування схеми прокатки з додатковими обкладками генерує в осередку деформації додаткові поздовжні напруження стиску $\Delta\sigma_x$, описані виразом (4.41), та відповідно призводить до підвищення гідростатичного

напруження з приростом $\Delta\sigma$, описаним (4.47). Для спрощення можна прийняти, що $\Delta\sigma_x \approx \Delta\sigma$. Тоді вираз для критерію Броззо записується як:

$$C_1 = \int_0^{\bar{\varepsilon}_f} \frac{2(\sigma_x + \Delta\sigma_x)}{3(\sigma_x + \Delta\sigma_x - \sigma - \Delta\sigma)} d\bar{\varepsilon} \approx \int_0^{\bar{\varepsilon}_f} \frac{2(\sigma_x + \Delta\sigma_x)}{3(\sigma_x - \sigma)} d\bar{\varepsilon} \quad (5.10)$$

або прийнявши $\delta = \frac{|\Delta\sigma_x|}{\sigma_x}$

$$C_1 = (1 - \delta) \int_0^{\bar{\varepsilon}_f} \frac{2\sigma_x}{3(\sigma_x - \sigma)} d\bar{\varepsilon} \quad (5.11)$$

Таким чином, інтенсивність накопичення пошкоджень (значення критерію) зміниться в $(1 - \delta)$ разів, де явний вираз для коефіцієнта δ має вигляд

$$\delta = \frac{|\Delta\sigma_x|}{\sigma_x} = \frac{\frac{L}{h_{20}} \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_{s2} \mu \left(1 + \frac{\mu L}{2h_{20}}\right)}{\frac{\sigma_s}{4\sqrt{3}} \alpha^2(h_{20}, \Delta h_2)} = \frac{8L}{h_{20} \alpha^2(h_{20}, \Delta h_2)} \mu \left(1 + \frac{\mu L}{2h_{20}}\right) \quad (5.12)$$

Використовуючи дані розрахунків, отримані в розділі 5.2, побудовано залежність коефіцієнту $(1 - \delta)$ від безрозмірного параметру схеми прокатки

$$\beta = \frac{\sigma_{s1} - \sigma_{s2}}{\sigma_{s2}} \frac{1}{1 + \frac{h_{20}}{2h_{10}}} \text{ (Рис. 5.7).}$$

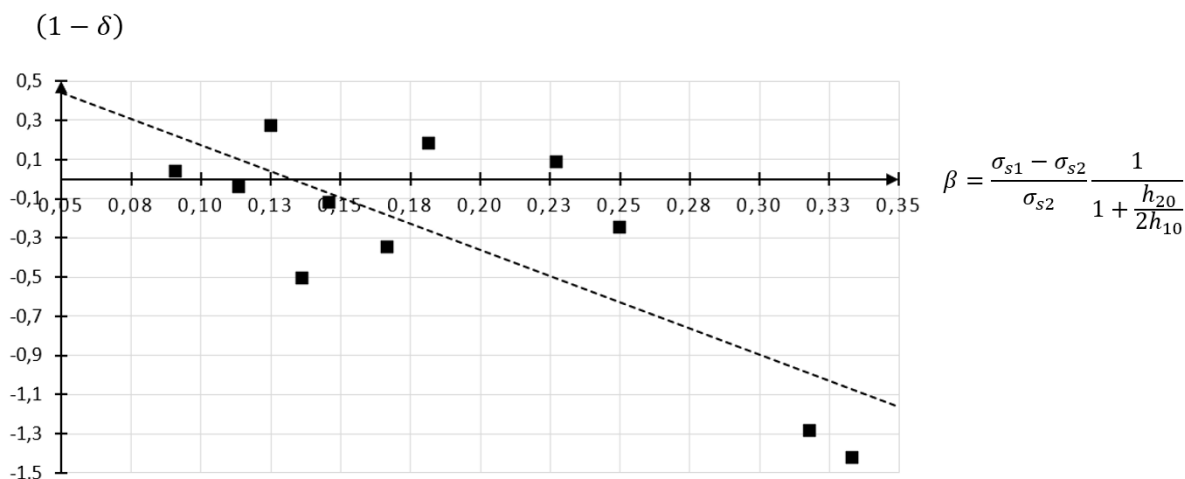


Рис. 5.7. Залежність коефіцієнту $(1 - \delta)$ від безрозмірного параметру схеми прокатки $\beta = \frac{\sigma_{s1} - \sigma_{s2}}{\sigma_{s2}} \frac{1}{1 + \frac{h_{20}}{2h_{10}}}$.

З рисунку 5.7 видно, що при параметрах $\beta > 0,14$ коефіцієнт $(1 - \delta)$ переходить у від'ємні значення. Аналіз виразу (5.7) показує, що при $(1 - \delta) < 0$ (коли інтенсивність додаткових напружень стиснення перевищує дію розтягувальних напружень) підінтегральний вираз критерію стає від'ємним. Це свідчить про формування такого напружено-деформованого стану матеріалу, який повністю пригнічує розвиток мікрodefektів та унеможливорює утворення макротріщин. Таким чином, з точки зору покращення технологічної пластичності матеріалу, достатньо вибирати схему прокатки в обкладках з параметром $\beta \leq 0,14$.

5.5. Висновки до розділу 5

1. Отримано графік залежності відношення обтисків обкладки та серцевини від початкового відношення товщин обкладки та серцевини. (Рис. 5.2). Цей графік дозволяє визначати наскільки більше чи менше будуть деформуватися обкладки, порівняно з внутрішнім зразком, в залежності від відношення їх товщин.
2. Розроблено алгоритм визначення кінцевих обтисків шарів при багатопрохідній прокатці в обкладках (схема на рисунку 5.3).

3. Отримано графіки (див. рис. 5.4-5.6), які показують приріст середніх напружень в осередку деформації (в зонах нерівномірного та рівномірного обтиску) при прокатці в обкладках. На рис. 5.4-5.5 співставлено прирости напружень, отриманих чисельним та аналітичним розрахунком; обраховано відносні відхилення між результатами обох методів.
4. Отримано вираз (5.9) для визначення коефіцієнта δ , який характеризує зменшення інтенсивності накопичення пошкоджень. Побудовано залежність коефіцієнту $(1 - \delta)$ від параметрів схеми прокатки $\beta = \frac{\sigma_{s1} - \sigma_{s2}}{\sigma_{s2}} \frac{1}{1 + \frac{h_{20}}{2h_{10}}}$ (Рис.5.6). З останнього графіка отримано висновок, що для покращення технологічної пластичності матеріалу, достатньо вибирати схему прокатки в обкладках з параметром $\beta \leq 0,14$.

6. Результати експериментальних досліджень

6.1. Експериментальне дослідження процесу прокатки

6.1.1. Зразок 1

Вихідні параметри

Внутрішня частина: 3-х пластини сплаву Cu-Ni-Mn розмірами $39 \times 39 \times 1$. Товщини верхньої та нижньої обкладки з матеріалу Сталь 3 – 4 мм. Початкова товщина заготовки – $h_{tot,0} = 11$ мм. а ширина (разом зі зварним швом) – $b_{tot,0} = 60$ мм. На середній пластині було вигравіровано сітку (Рис.6.1) для того, щоб отримати картину поздовжніх деформацій матеріалу внаслідок прокатки. Обрана величина абсолютного обтиску для одного проходу – $\Delta h_i = 2$ мм.

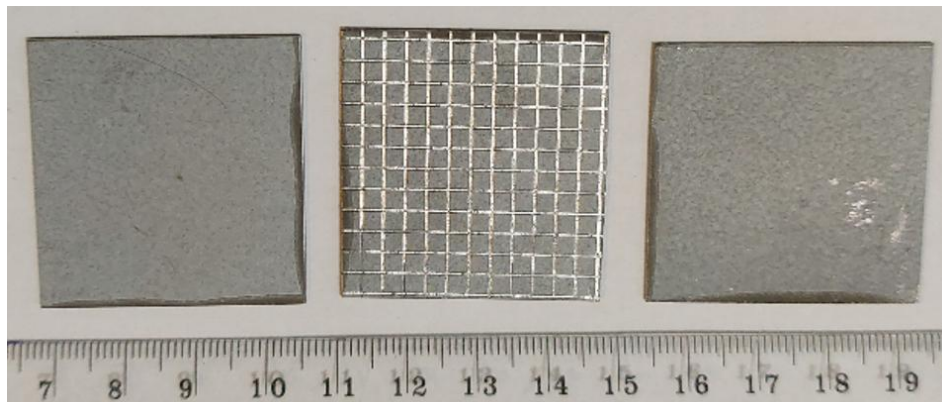


Рис.6.1. Сітка на пластині досліджуваного матеріалу.

Результат

Після кожного проходу прокатки розміри зразка фіксувалися та заносилися в таблицю 6.1.

Табл. 6.1. Виміряні розміри зразка між проходами прокатки.

Номер проходу	Товщина зразка $h_{tot,i}$, мм	Ширина зразка $b_{tot,i}$, мм	Довжина зразка $l_{tot,i}$, мм
0	11	60	39
1	~9	60	63
2	~7	60	75
3	~5	60	95
4	~3	60	145

Після закінчення процесу прокатки зразок охолоджено на повітрі, а внутрішні пластини (Рис.6.2) досліджені на розподіл товщин.

Середня товщина однієї пластини досліджуваного матеріалу склала

$$\delta_1 = 0,39 \text{ мм}$$

Середня товщина обкладки після прокатки

$$h_{11} = 1,63 \text{ мм}$$

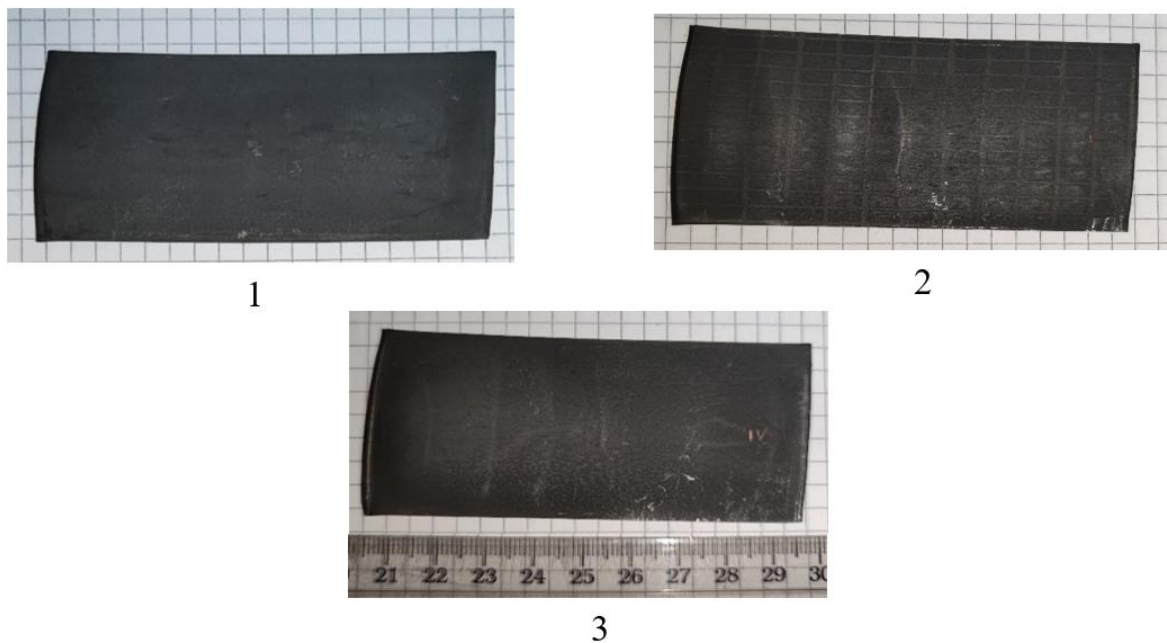


Рис.6.2. Внутрішні пластини прокатоного зразка 1.

На зовнішній поверхні зразка можна помітити області незначних випуклостей, що ймовірно пов'язано з нерівною поверхнею валків прокатного

станка. На центральній пластині 2 (Рис.6.2) видно витягнуту гравіровану сітку, що свідчить про домінування поздовжніх деформацій над поперечними при процесі прокатки. Також тут спостерігаються локальні хвилеподібні випуклості.

6.1.2. Зразок 2

Вихідні дані

Зразок містив 3 пластини сплаву Cu-Ni-Mn розмірами $39 \times 46 \times 1$, сумарною товщиною $h_{10} = 3$ мм. Загальна товщина заготовки – $h_{tot,0} = 11$ мм, а ширина – $b_{tot,0} = 60$ мм. Матеріал обкладок – сталь 3.

Результати

Обтиск регулювався встановленням фіксованої відстані між валками. Однак, через ослаблену гідросистему станка при прокатуванні валки можуть розходитися, тому товщина зразка після кожного проходу вимірювалась незалежно. Розміри зразка на різних етапах прокатування занесені в таблицю (Табл. 6.2).

Табл. 6.2. Відстань між валками та товщина заготовки.

Номер проходу	Відстань між валками, мм	Товщина зразка $h_{tot,i}$, мм
0	-	11
1	8	8,3
2	5	6,3
3	3	4,4
4	2	2,7
5	2	2,7
6	1,4	2,15

Після закінчення процесу прокатки зразок охолоджено на повітрі, а внутрішні пластини та обкладки (Рис.6.3) досліджені на розподіл товщин. Середня товщина однієї пластини з досліджуваного сплаву склала

$$\delta_1 = 0,175 \text{ мм}$$

Середня товщина обкладки після прокатки

$$h_{11} = 0,81 \text{ мм}$$



Рис. 6.3. Прокатаний зразок 2.

6.1.3. Зразки 3 та 4

Вихідні дані

Зібрано два аналогічних по конструкції зразки. Відмінність – в одному з них внутрішні пластини перед збіркою покривалися розчином крейди, висушувались та складались в пакет. Кожен зразок містив 5 пластин сплаву Cu-Ni-Mn з сумарною товщиною $h_{20} = 5$ мм. Товщина обкладок зі сталі (Сталь 3) – $h_{10} = 4$ мм.

Результати

Обтиск регулювався встановленням фіксованої відстані між валками. Однак, через ослаблену гідросистему станка товщина зразка після кожного проходу вимірювалась незалежно та за необхідності зразок прокатувався знову при тому же обтиску на валках. Розміри зразків на різних етапах прокатування занесені в таблицю (Табл. 6.3).

Табл. 6.3. Відстань між валками та товщини заготовок.

Номер проходу	Відстань між валками, мм	Товщина заготовки $h_{tot,i}$, мм	
		Без крейди	З крейдою
0	-	13,5	13,8
1	11	11,5	11,8
2	8	8,9	9,2
3	8	8,5	8,3
4	5	6,5	6,1
5	5	5,5	5,6
6	2,5	3,9	3,6
7	2,5	3,2	2,7
8	2,5	3,1	-
9	2,5	2,9	-
10	2,5	2,7	-

Після закінчення процесу прокатки зразки охолоджувались “разом з піччю”, а всі пластини заготовки (внутрішні та обкладки) досліджені на розподіл товщин (Рис.6.4).



Рис.6.4. Прокатані зразки 3 та 4.

Середня товщина однієї пластини для обох зразків склала

$$\delta_1 = 0,23 \text{ мм}$$

Середня товщина обкладки після прокатки

$$h_{11} = 0,99 \text{ мм}$$

Особливості такого способу прокатування:

- тонкий шар крейди між пластинами дозволяє після прокатки розділяти пластини одна від одної без значних зовнішніх зусиль та уникати їх пластичної деформації;
- режим охолодження “разом з піччю” за рахунок внутрішніх процесів рекристалізації робить пластини більш пластичними.

6.1.4. Аналіз експериментальних даних

Відносний обтиск

Досліджуючи карти товщин прокатаних зразків, обраховано середні значення товщин прокатаних пластин та їх відносні обтиски (Таблиця 6.5).

Табл. 6.5. Середні значення товщин прокатаних пластин та їх відносні обтиски.

№	$h_{tot,0}$, мм	h_{10} , мм	h_{11} , мм	e_h	δ_0 , мм	δ_1 , мм	e_δ
1	11	4	1,63	90%	1	0,39	94%
2	11	4	0,81	160%	1	0,175	174%
3	13,8	4	0,98	141%	1	0,227	148%
4	13,5	4	1,00	139%	1	0,233	146%

З таблиці 6.5 видно, що матеріал з меншою границею текучості (в цьому випадку сплав Cu-Ni-Mn) має дещо вищі величини відносного обтиску, порівняно з стальними обкладками.

Відносне уширення

По зразках заготовок 1 та 2 визначено остаточні абсолютні та відносні уширення пластин. Обраховані величини занесено в таблицю 6.6.

Табл. 6.6. Уширення матеріалу при прокатці заготовок 1, 2 та порівняння з видовженням заготовки.

Номер зразка	Початкова ширина пластин, мм	Кінцева ширина, мм	Абсолютне уширення, мм	Відносне уширення	Відносне видовження
1	39	40	1	2,5%	61%
3, 4	46	48	2	4%	77%

Аналіз таблиці 6.6 показує, що за відносних видовжень на рівні 60-80% відносне уширення відбувається у ~ 20 разів менш інтенсивно, ніж видовження.

6.1.5. Порівняння з чисельним розрахунком

В цьому розділі пропонується порівняти фінальні обтиски серцевини та обкладок зразка 2 з величинами обтисків, розрахованих для такої схеми за алгоритмом на рис. 5.3.

Вхідні дані схеми: сумарна товщина пластин серцевини – $h_{20} = 3$ мм, товщина обкладки – $h_{10} = 4$ мм. Зміна повної товщини зразка показана в таблиці 6.2. Матеріал пластин серцевини – сплав Cu-Ni-Mn, з границею текучості при температурі деформування $\sigma_{s2} = 40$ МПа. Матеріал обкладок – Сталь 3, границя текучості – $\sigma_{s1} = 60$ МПа.

Слідуючи алгоритму, розраховані значення записано в таблицю 6.7.

Таблиця 6.7. Розрахунок кінцевих товщин шарів зразка при n-прохідній прокатці в обкладках.

i	Товщина зразка $h_{tot,i}$, мм	Обтиск Δh_i , мм	Товщина серцевини h_{2i} , мм	Товщина обкладок $2h_{1i}$, мм	Відношення товщин $\frac{2h_{1i}}{h_{2i}}$	Відношення η_i
0	11	2,7	3	8,00	2,67	1,484444
1	8,3	2	2,44	5,86	2,40	1,001935
2	6,3	1,9	1,82	4,48	2,46	1,053881
3	4,4	1,7	1,30	3,10	2,39	0,993505
4	2,7	0,55	0,84	1,86	2,22	0,86159
5	2,15	-	0,62	1,53	-	-

Таким чином, остаточна товщина однієї пластини серцевини:

$$\delta_n = \frac{0,62}{3} = 0,21 \text{ мм}$$

а товщина обкладки:

$$h_{1n} = \frac{1,53}{2} = 0,77 \text{ мм}$$

Тоді відносне відхилення між розрахунком та експериментом:

для пластини серцевини

$$\Delta_\delta = \frac{0,21 \text{ мм} - 0,175 \text{ мм}}{0,175 \text{ мм}} = 20\%$$

для обкладки

$$\Delta_{h1} = \frac{0,81 \text{ мм} - 0,77 \text{ мм}}{0,81 \text{ мм}} = 5\%$$

6.2. Висновки до розділу 6

1. Проведено багатопрохідну прокатку пластин зі сплаву Cu-Ni-Mn, використовуючи технологічні обкладки з матеріалу Сталь 3.
2. Результати показали, що більш “м’який” матеріал (в даному випадку сплав Cu-Ni-Mn) має дещо вищі обтиски, порівняно з обкладками.

3. Показано, що за відносних видовжень на рівні 60-80% відносне уширення відбувається у ~ 20 разів менш інтенсивно, ніж видовження.
4. Порівняно результати прокатки зразка 2 з розрахунком обтисків за алгоритмом, описаним в розділі 5.1. Максимальне відносне відхилення між розрахунком та експериментом склало 20% для товщин внутрішніх пластин.

7. Загальні висновки та рекомендації

Загальні висновки дослідження:

1. На основі аналітичного огляду та попередніх експериментів встановлено, що традиційна гаряча прокатка сплаву Cu-Ni-Mn призводить до інтенсивного утворення макротріщин та втрати суцільності через низьку пластичність. Визначено, що одним зі способів формоутворення тонких стрічок з цього матеріалу є застосування прокатки в технологічних обкладках, які формують для серцевини схему всебічного стиснення.
2. Розроблено експериментально-аналітичний метод визначення границі текучості матеріалу при температурах деформування. Метод базується на енергетичному балансі (прирівнюванні роботи зовнішніх сил до внутрішньої роботи деформації) при високотемпературному чистому згині та дозволяє визначати границю текучості ідеально-пластичного матеріалу без залучення складного випробувального обладнання.
3. На базі методу функцій течії розроблено математичну модель процесу тонколистової тришарової прокатки. Аналітично показано, що керуючи співвідношенням меж текучості матеріалів та їх початкових товщин, можна цілеспрямовано збільшувати середнє стискальне напруження в серцевині, підвищуючи її технологічну пластичність.
4. За допомогою методу скінченних елементів у програмному комплексі ANSYS проведено моделювання процесу прокатки в обкладках. Отримано графічні залежності відношення індивідуальних обтисків обкладок та серцевини від початкової геометрії пакета.
5. Проведено натурні експериментальні дослідження багатопрхідної гарячої прокатки багат шарових пакетів зі сплавом Cu-Ni-Mn (в сталевих обкладках). Експеримент підтвердив теоретично передбачене підвищення технологічної пластичності, а також графічні залежності чисельного розрахунку: отримано суцільні тонкі стрічки (товщиною 0,175 мм) без ознак макроруйнування чи крайових тріщин.

Рекомендації щодо вибору матеріалу та товщини обкладок:

1. З точки зору покращення технологічної пластичності матеріалу при прокатці в обкладках, достатньо підібрати схему прокатки з параметром

$$\beta = \frac{\sigma_{s1} - \sigma_{s2}}{\sigma_{s2}} \frac{1}{1 + \frac{h_{20}}{2h_{10}}} \leq 0,14$$

Дотримання такої умови забезпечить уникнення накопичень мікропошкоджень в матеріалі при прокатці.

2. Для передбачення кінцевих обтисків всіх складових шарів заготовки зручно користуватися графіком нижче (Рис. 7.1).

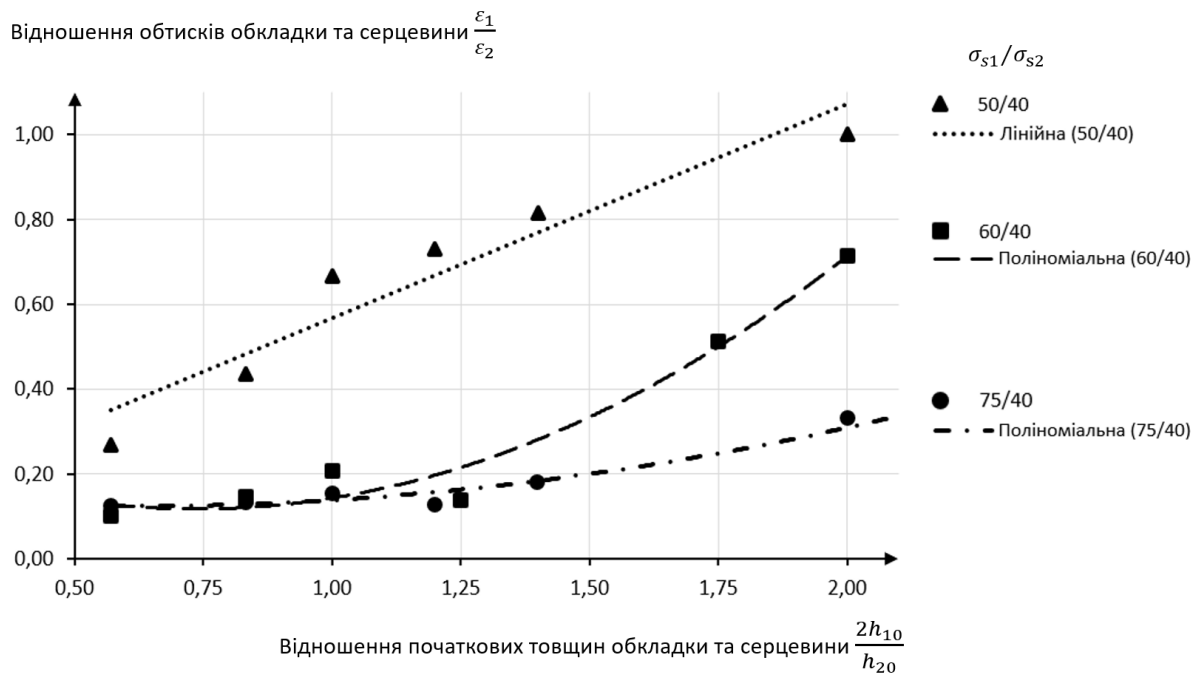


Рис.7.1. Залежність відношення обтисків обкладки та серцевини від початкового відношення товщин обкладки та серцевини.

Графік побудовано для трьох співвідношень границь текучості матеріалу обкладок та серцевини: 50/40, 60/40, 70/40 МПа. Підбираючи відношення початкових товщин обкладки та серцевини, по графіку 7.1 можна визначити відношення кінцевих обтисків пластин обох матеріалів.

Список використаних джерел

1. Ataka M. Rolling Technology and Theory for the Last 100 Years: The Contribution of Theory to Innovation in Strip Rolling Technology. *ISIJ International*. 2015. Vol. 55, No. 1. P. 89–102. DOI: 10.2355/isijinternational.55.89.
2. Improving Quality in the Process of Hot Rolling of Steel Sheets / S. Markulik et al. *Applied Sciences*. 2021. Vol. 11, No. 12. Art. 5451. DOI: 10.3390/app11125451.
3. Singh L., Awasthi A. Role of metal oxidation at high temperature. *Advances in Materials and Processing Technologies*. 2020. DOI: 10.1080/2374068X.2020.1731235.
4. Rolling operation in metal forming: Process and principles – A brief study / O. M. Ikumapayi et al. *Materials Today: Proceedings*. 2020. DOI: 10.1016/j.matpr.2020.02.343.
5. Li X.-y., Lou H.-f. Rolling of Mg Sheet Metal. *Materials Science Forum*. 2005. Vol. 488–489. P. 435–438. DOI: 10.4028/www.scientific.net/MSF.488-489.435.
6. Revisiting the rolling process and its future research potentials / A. Shekhar et al. *AIP Conference Proceedings*. 2020. Vol. 2273. Art. 050031. DOI: 10.1063/5.0024553.
7. Montmitonnet P., Buessler P. A Review on Theoretical Analyses of Rolling in Europe. *ISIJ International*. 1991. Vol. 31, No. 6. P. 525–538.
8. Lenard J. G. *Primer on Flat Rolling*. Chapter 5: Mathematical and Physical Modelling of the Flat Rolling Process. Elsevier, 2014.
9. Alexander J. M. On the theory of rolling. *Proceedings of the Royal Society of London. A*. 1972. Vol. 326, No. 1567. P. 535–563.
10. Computer-aided analysis of metal flow and stresses in plate rolling / G. D. Lahoti et al. *Journal of Mechanical Working Technology*. 1980. Vol. 4, No. 2. P. 105–119.

11. Moon C. H., Lee Y. Approximate Model for Predicting Roll Force and Torque in Plate Rolling with Peening Effect Considered. *ISIJ International*. 2008. Vol. 48, No. 10. P. 1409–1418.
12. Wang J., Liu X., Sun X. Study on the relationship between asymmetrical rolling deformation zone configuration and rolling parameters. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2020. Vol. 182. Art. 105905.
13. The mechanical parameters modeling of heavy steel plate snake/gradient temperature rolling with the same roll diameters / L. Y. Jiang et al. *Metallurgical Research & Technology*. 2020. Vol. 117, No. 3. Art. 301.
14. Oh S. I., Kobayashi S. An approximate method for a three-dimensional analysis of rolling. *International Journal of Mechanical Sciences*. 1975. Vol. 17, No. 4. P. 293–305.
15. Doğruoğlu A. N. On constructing kinematically admissible velocity fields in cold sheet rolling. *Journal of Materials Processing Technology*. 2001. Vol. 110, No. 3. P. 287–299.
16. A novel analytical model based on arc tangent velocity field for prediction of rolling force in strip rolling / G. You et al. *Meccanica*. 2020. Vol. 55, No. 8. P. 1645–1658.
17. Martins P. A. F., Barata Marques M. J. M. Upper bound analysis of plane strain rolling using a flow function and the weighted residuals method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 1999. Vol. 44, No. 11. P. 1671–1683.
18. Komori K. An upper bound method for analysis of three-dimensional deformation in the flat rolling of bars. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2002. Vol. 44, No. 1. P. 37–55.
19. Analysis of plate rolling by MY criterion and global weighted velocity field / S. H. Zhang et al. *Applied Mathematical Modelling*. 2014. Vol. 38, No. 11-12. P. 2883–2895.

20. An analytical model of plate rolling force with a simple available velocity field and equal perimeter yield criterion / L. Wang et al. *Advances in Mechanical Engineering*. 2017. Vol. 9, No. 9.
21. Rolling With Simplified Stream Function Velocity and Strain Rate Vector Inner Product / D. W. Zhao et al. *Journal of Iron and Steel Research, International*. 2012. Vol. 19, No. 3. P. 20–24.
22. Modeling of rolling force of ultra-heavy plate considering the influence of deformation penetration coefficient / S. H. Zhang et al. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2019. Vol. 159. P. 373–381.
23. An Analysis of the Metal Transverse Flow in the Roll Gap for Ultra-thin Strip Rolling Using the Energy Method / Z. Ren et al. *ISIJ International*. 2018. Vol. 58, No. 2. P. 309–315.
24. Hwang Y. M., Hsu H. H. Analysis of plate rolling using the dual-stream function method and cylindrical coordinates. *International Journal of Mechanical Sciences*. 1998. Vol. 40, No. 4. P. 371–385.
25. Hwang Y. M., Hsu H. H. An investigation into the plastic deformation behavior at the roll gap during plate rolling. *Journal of Materials Processing Technology*. 1999. Vol. 88, No. 1-3. P. 97–104.
26. Sezek S., Aksakal B., Can Y. Analysis of cold and hot plate rolling using dual stream functions. *Materials & Design*. 2008. Vol. 29, No. 3. P. 584–596.
27. Hong-Min L., Zhen-Zhong Z., Yan P. Streamline strip element method for analysis of the three-dimensional stresses and deformations of strip rolling. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 2001. Vol. 50, No. 5. P. 1059–1076.
28. The Central Strain Analytical Modeling and Analysis for the Plate Rolling Process / L. Y. Jiang et al. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. 2021.
29. Montmitonnet P. Hot and cold strip rolling processes. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2006. Vol. 195, No. 48-49. P. 6604–6625.

30. Chandra A., Mukherjee S. A finite element analysis of metal-forming problems with an elastic-viscoplastic material model. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 1984. Vol. 20, No. 9. P. 1613–1628.
31. Lin Z. C., Shen C. C. A coupled finite element method for a three-dimensional analysis of the flat rolling of aluminum with different reductions. *Journal of Materials Processing Technology*. 2001. Vol. 110, No. 1. P. 10–18.
32. Mesh sensitivity analysis on implicit and explicit method for rolling simulation / E. E. Gavalas et al. *International Journal of Structural Integrity*. 2018. Vol. 9, No. 4.
33. Comprehensive Analysis of Metal Deformation Law Based on Numerical Simulation of Cold Rolling Process / Z. W. Yan et al. *Archives of Metallurgy and Materials*. 2022. Vol. 67, No. 2. P. 623–635.
34. Nonlinear Finite Element Analysis of Thin Strip Temper Rolling Process / J. N. Sun et al. *Journal of Iron and Steel Research, International*. 2009. Vol. 16, No. 4. P. 27–32.
35. Finite element modeling of rolling process and optimization of process parameter / A. K. Datta et al. *Materials Science and Engineering: A*. 2006. Vol. 426, No. 1-2. P. 11–20.
36. Modeling, Simulation and Identification for Control of Tandem Cold Metal Rolling / P. G. Alves et al. *Materials Research*. 2012. Vol. 15, No. 6. P. 928–936.
37. Kim H., & Kim D. Reducing Crop Length of Rolling Material Using Predictive Model Analysis. *Journal of Materials Engineering and Performance*. 2021. Vol. 30, No. 2. P. 1167–1176.
38. Tseng A. A. A Numerical Heat Transfer Analysis of Strip Rolling. *Journal of Heat Transfer*. 1984. Vol. 106, No. 3. P. 512–517.
39. Thermal Stress Optimization in Metal Rolling / A. C. Yiannopoulos et al. *Journal of Thermal Stresses*. 1997. Vol. 20, No. 6. P. 569–590.
40. Zhang J., Cui Z. Simulation of Multi-pass Hot Rolling by a Mixed Analytical-Numerical Method. *International Journal of Applied Mechanics*. 2011. Vol. 3, No. 3. P. 469–489.

41. Siciliano F. Mathematical Modelling of Hot Rolling: A Practical Tool to Improve Rolling Schedules and Steel Properties. *Materials Science Forum*. 2013. Vol. 762. P. 210–217.
42. Komori K. Analysis of cross and vertical buckling in sheet metal rolling. *International Journal of Mechanical Sciences*. 1998. Vol. 40, No. 12. P. 1235–1246.
43. Tarnopolskaya T., Gates D. J. Analysis of the Effect of Strip Buckling on Stability of Strip Lateral Motion With Application to Cold Rolling of Steel. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*. 2007. Vol. 130, No. 3.
44. A new method for predicting the three-dimensional surface texture transfer in the skin pass rolling of metal strips / C. Wu et al. *Wear*. 2019. Vol. 426-427. P. 1246–1264.
45. Experimental Analysis of Metal Flow and Strain Distribution in Rolling of Sn-Pb Powder / Y. Murata et al. *Journal of Solid Mechanics and Materials Engineering*. 2009. Vol. 3, No. 2. P. 167–176.
46. Liang X. P., Liu Y. et al. An investigation on microstructural and mechanical properties of powder metallurgical TiAl alloy during hot pack-rolling. *Materials Science and Engineering: A*. 2014. Vol. 619. P. 265–273.
47. Wu T., Jin L., Wu W. X. et al. Improved ductility of Mg-Zn-Ce alloy by hot pack-rolling. *Materials Science & Engineering A*. 2013. Vol. 584. P. 97–102.
48. Shen Z. Z., Lin J. P., Liang Y. F. et al. A novel hot pack rolling of high Nb-TiAl sheet from cast ingot. *Intermetallics*. 2015. Vol. 67. P. 19–25.
49. Tian Shiwei, He Anrui, Liu Jianhua et al. Oxidation resistance of TiAl alloy improved by hot-pack rolling and cyclic heat treatment. *Materials Characterization*. 2021. Vol. 178. Art. 111196.
50. Javadinejad H. R., Shin G., Lee H. et al. Origin of surface ridging in Ti-6Al-4V sheets produced by pack rolling and its effect on microstructural and mechanical properties. *Journal of Materials Processing Technology*. 2021. Vol. 297. Art. 117228.

51. Miseon C., Hyunseok L. Study on the pack rolling process factor of Ti-6Al-4V alloy. MATEC Web Conf. 2020. Vol. 321. Art. 11088.
52. Ni H., Lv H., Wang Z. et al. Comparative Study on Microstructural Stability of Pre-annealed Electrodeposited Nanocrystalline Nickel During Pack Rolling. Nanoscale Research Letters. 2018. Vol. 13. Art. 337.
53. Скороход М. М. Спосіб виготовлення тонких металевих листів прокаткою у пакеті : пат. 553 Україна : МПК В21В 1/38. / Скороход М. М., Міллер В. В., Міронов Є. К. та ін. ; власник МП НКП "Патент-Ліцензія". – № 5014747 ; заявл. 04.12.1991 ; опубл. 15.12.1993, Бюл. № 2/1993.
54. Полухін П. І. Спосіб отримання плоского прокату з малопластичних сталей і сплавів : пат. 8258 Україна (еквівалент авт. св. 1280740 ССРС) : МПК В21В 1/38. / Полухін П. І., Брінза В. В., Полухін В. П. та ін. ; власник НВТ "Донікс". – № 3828012 ; заявл. 25.12.1984 ; опубл. 29.03.1996, Бюл. № 1/1996.
55. Miller Dan. Improved aluminium foil rolling method : pat. appl. WO 02/068136 A1 : IPC B21B 1/40, B21B 3/00. / Miller Dan ; applicant Alcan International Limited. – No. PCT/GB02/00673 ; date of filing 15.02.2002 ; date of publication 06.09.2002.
56. Сатонін О. В. Пристрій для прокатки порошкових матеріалів на металевій підкладці : пат. 60574 Україна : МПК В22F 3/00, В22F 3/18. / Сатонін О. В., Грибков Е. П. ; власник Донбаська державна машинобудівна академія. – № 2003010084 ; заявл. 03.01.2003 ; опубл. 15.10.2003, Бюл. № 10/2003.
57. Кулік О. М. Пристрій для прокатки порошкових матеріалів на металевій підкладці : пат. 28797 Україна : МПК В22F 3/18. / Кулік О. М., Грибков Е. П., Лазарчук І. О., Шевченко В. В. ; власник Донбаська державна машинобудівна академія. – № u200708212 ; заявл. 18.07.2007 ; опубл. 25.12.2007, Бюл. № 21/2007.
58. Кулік О. М. Пристрій для прокатки порошкових матеріалів на металевій підкладці : пат. 28797 Україна : МПК В22F 3/18. / Кулік О. М., Грибков Е. П., Лазарчук І. О., Шевченко В. В. ; власник Донбаська державна

машинобудівна академія. – № u200708212 ; заявл. 18.07.2007 ; опубл. 25.12.2007, Бюл. № 21/2007.

59. Коковіхін Ю. І. Спосіб одержання пористої фольги : пат. 12719 Україна : МПК В21В 1/40, В21В 3/00. / Коковіхін Ю. І., Пінашина В. О., Коваленко С. Г. та ін. ; власник Дніпродзержинський індустріальний інститут ім. М. І. Арсенічева. – № 4890294 ; заявл. 10.12.1990 ; опубл. 28.02.1997, Бюл. № 1/1997.
60. Sun W., Yang F., Kong F. et al. Interface characteristics of Ti6Al4V-TiAl metal-intermetallic laminate (MIL) composites prepared by a novel hot-pack rolling. *Materials Characterization*. 2018. Vol. 144. P. 173–181.
61. Liu S., Zhou Z., Li D. et al. Effect of Pack Rolling and Heat Treatment on Microstructure and Mechanical Properties of Ti-40Zr-6Cu-2Al Composite Prepared by Powder Metallurgy. *Metals and Materials International*. 2019.
62. Zhou H., Kong F., Wu K. et al. Hot pack rolling nearly lamellar Ti-44Al-8Nb-(W, B, Y) alloy with different rolling reductions: Lamellar colonies evolution and tensile properties. *Materials & Design*. 2017. Vol. 121. P. 202–212.
63. Niu H. Z., Kong F. T., Xiao S. L. et al. Effect of pack rolling on microstructures and tensile properties of as-forged Ti-44Al-6V-3Nb-0.3Y alloy. *Intermetallics*. 2012. Vol. 21. P. 97–104.
64. Wei B., Tang B., Huang X. et al. Microstructure evolution and recrystallization of Ti-44.5Al-3.8Nb-1Mo-0.2B alloy with different initial microstructure during hot pack-rolling. *Materials & Design*. 2022. Vol. 223. Art. 111138.
65. Kong F. T., Chen Y. Y., Wang W. et al. Microstructures and mechanical properties of hot-pack rolled Ti-43Al-9V-Y alloy sheet. *Transactions of Nonferrous Metals Society of China*. 2009. Vol. 19. P. 1126–1130.
66. Chen Y., Huang J., Fang F. Study on Pack Rolling and Annealing Process for Ultra-fined Grain Austenite Stainless Steel. *Materials Science Forum*. 2014. Vol. 789. P. 303–307.

67. Zhu Y., Xiao Z., Li Z. et al. Effect of Rolling on Texture Evolution and Recrystallization of Polycrystalline Tantalum. *JOM*. 2022. Vol. 74, No. 11. P. 4352–4359.
68. Pilchak A. L., Ballard D. L., Weaver D. S., Semiatin S. L. Microstructure and Texture Evolution During Hot-Pack Rolling of Nickel-Base Superalloys to Thin Sheet and Foil. *Metallurgical and Materials Transactions A*. 2011. Vol. 42A. P. 1089–1102.
69. Sun W., You F., Kong F. et al. Effect of residual stresses on the mechanical properties of Ti-TiAl laminate composites fabricated by hot-pack rolling. *Materials Characterization*. 2020. Vol. 166. Art. 110394.
70. Afonja A. A., Sansome D. H. A theoretical analysis of the sandwich rolling process. *International Journal of Mechanical Sciences*. 1973. Vol. 15, No. 1. P. 1–14.
71. Tzou G. Y. Theoretical study on the cold sandwich sheet rolling considering Coulomb friction. *Journal of Materials Processing Technology*. 2001. Vol. 114. P. 41–50.
72. Huang M. N., Tzou G. Y., Syu S. W. Investigation on comparisons between two analytical models of sandwich sheet rolling bonded before rolling. *Journal of Materials Processing Technology*. 2003. Vol. 140. P. 598–603.
73. Analytical approach to the cold-and-hot bond rolling of sandwich sheet with outer hard and inner soft layers / G. Y. Tzou et al. *Journal of Materials Processing Technology*. 2002. Vol. 125–126. P. 664–669.
74. Pan S. C., Tzou G. Y., Hwang Y. M. General Solution to Bond Rolling of Unbounded Sandwich Sheet with Outer Soft and Inner Hard Layers Considering Coulomb Friction. *Advanced Materials Research*. 2012. Vol. 579. P. 68–77.
75. Analysis of sandwich rolling with two different thicknesses outer layers based on slab method / H. Y. Wang et al. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2016. Vol. 106. P. 194–208.
76. Analysis of unbonded sandwich rolling defected length of the head based on experiments with aluminum and copper / H. Y. Wang et al. *Journal of the*

- Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering. 2018. Vol. 40. Art. 460.
77. Wang H., Zhang D., Zhao D. Analysis of Asymmetrical Rolling of Unbonded Clad Sheet by Slab Method Considering Vertical Shear Stress. *ISIJ International*. 2015. Vol. 55, No. 5. P. 1058–1066.
 78. Afrouz F., Parvizi A. An analytical model of asymmetric rolling of unbonded clad sheets with shear effects. *Journal of Manufacturing Processes*. 2015.
 79. Analysis of ultra-heavy plate rolling force based on thickness temperature gradient elements and experiment simulations / H. Y. Wang et al. *Proc IMechE Part C: J Mechanical Engineering Science*. 2015. P. 1–17.
 80. Chaudhari G. P., Acoff V. Cold roll bonding of multi-layered bi-metal laminate composites. *Composites Science and Technology*. 2009. Vol. 69. P. 1667–1675.
 81. Danesh Manesh H., Karimi Taheri A. Theoretical and experimental investigation of cold rolling of tri-layer strip. *Journal of Materials Processing Technology*. 2005. Vol. 166. P. 163–172.
 82. Danesh Manesh H., Karimi Taheri A. An investigation of deformation behavior and bonding strength of bimetal strip during rolling. *Mechanics of Materials*. 2005. Vol. 37. P. 531–542.
 83. Haghighat H., Saadati P. An upper bound analysis of rolling process of non-bonded sandwich sheets. *Transactions of Nonferrous Metals Society of China*. 2015. Vol. 25. P. 1605–1613.
 84. Haghighat H., Saadati P. An Upper Bound Analysis of Sandwich Sheet Rolling Process. *Journal of Solid Mechanics*. 2017. Vol. 9, No. 3. P. 608–618.
 85. Analysis of Bonding Behavior and Critical Reduction of Two-Layer Strips in Clad Cold Rolling Process / H. Maleki et al. *Journal of Materials Engineering and Performance*. 2012.
 86. Hwang Y. M., Hsu H. H., Lee H. J. Analysis of sandwich sheet rolling by stream function method. *International Journal of Mechanical Sciences*. 1995. Vol. 37, No. 3. P. 297–315.

87. Hwang Y. M., Hsu H. H., Hwang Y. L. Analytical and experimental study on bonding behavior at the roll gap during complex rolling of sandwich sheets. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2000. Vol. 42. P. 2417–2437.
88. Cawthorn C. J., Minton J. J., Brambley E. J. Asymptotic analysis of cold sandwich rolling. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2016. Vol. 106. P. 184–193.
89. Hwang Y. M., Hsu H. H., Lee H. J. Analysis of plastic instability during sandwich sheet rolling. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*. 1996. Vol. 36, No. 1. P. 47–62.
90. Necking condition of layers in clad sheets during rolling / H. Utsunomiya et al. *CIRP Annals - Manufacturing Technology*. 2018. Vol. 67. P. 297–300.
91. Nowicke Jr F., Zavaliangos A., Rogers H. C. The effect of roll and clad sheet geometry on the necking instability during rolling of clad sheet metals. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2006. Vol. 48. P. 868–877.
92. Finite Element Analysis of Plastic Instability Phenomenon in Cold Rolling of Clad Sheets / T. Imai et al. *Procedia Engineering*. 2017. Vol. 184. P. 306–312.
93. Cold pressure welding by incremental rolling: deformation zone analysis / H. C. Schmidt et al. *AIP Conference Proceedings*. 2016. Vol. 1769. Art. 100013.
94. Heydari Vini M., Daneshmand S., Forooghi M. Roll Bonding Properties of Al/Cu Bimetallic Laminates Fabricated by the Roll Bonding Technique. *Technologies*. 2017. Vol. 5, No. 2. Art. 32.
95. Fabrication of the new structure high toughness PP/HA-PP sandwich nano-composites by rolling process / D. Younesi et al. *Materials and Design*. 2012. Vol. 43. P. 549–559.
96. The Characteristics of the Deformation and Flow Process in the Rolling of Metal Sheets and Metal Powders of Composite Materials / Shi Qingnan et al. *Journal of Materials Processing Technology*. 1997. Vol. 63. P. 421–425.
97. Василев Я. Д., Мінаєв О. А. Теорія поздовжньої прокатки : підручник. Донецьк : УНІТЕХ, 2009. 488 с.

98. Євстратов В. А. Теорія обробки металів тиском. Харків: Вища шк., 1981. 248 с.
99. Алексєєв Ю. М. Вступ до теорії обробки металів тиском, прокаткою та різанням : підручник. Харків : Вид-во Харків. ун-ту, 1969. 108 с.
100. Алексєєв Ю. М., Сапригін Х. М. Розподіл напружень у металі при прокатці штаб у гладких валках. Основи теорії обробки металів. Харків, 1974. № 1. С. 41–45.
101. Тітов В.А., Гараненко Т.Р. Метод експериментально-аналітичної побудови кривих деформування матеріалів при випробуванні на згин. Обробка матеріалів тиском. Донецьк, 2015. №2 (41). С. 74-80.
102. Тітов В.А., Гараненко Т.Р. Особливості побудови в'язкопластичних моделей металів при випробуваннях на згин. Обробка матеріалів тиском. Донецьк, 2016. №1 (42). С. 45-51.

Додаток І

Для визначення параметра α , проведено чисельні моделювання, варіюючи радіус валка R , початкову висоту заготовки h і абсолютний обтиск Δh . Отримані результати занесені в таблицю І.

Таблиця І. Залежність параметра α від геометричних параметрів системи.

$\alpha(R, h, \Delta h)$				
$R = 50 \text{ мм}$				
$\Delta h, \text{ мм}$ \diagup $h, \text{ мм}$	6	8	11	14
1	1.43	1.66	2.01	2.26
2	1.23	1.46	1.78	2.00
3	1.22	1.35	1.60	1.84

$R = 75 \text{ мм}$				
$\Delta h, \text{ мм}$ \diagup $h, \text{ мм}$	6	8	11	14
1	1.26	1.53	1.84	2.07

Додаток II

Таблиця II. Результати чисельного моделювання – відношення обтисків обкладок до серцевини при прокатці.

$\sigma_{s1} = 50 \text{ МПа}$						
№	$h_{10}, \text{мм}$	$\frac{h_{20}}{2}, \text{мм}$	$h_{11}, \text{мм}$	$\frac{h_{21}}{2}, \text{мм}$	$\frac{2h_{10}}{h_{20}}$	$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$
1	3	2,5	2,3	1,7	1,20	0,73
2	2,5	3	2,1	1,9	0,83	0,44
3	2	3,5	1,8	2,2	0,57	0,27
4	4	2	3	1,5	2,00	1,00
5	3,5	2,5	2,7	1,8	1,40	0,82
6	3	3	2,4	2,1	1,00	0,67

$\sigma_{s1} = 60 \text{ МПа}$						
№	$h_{10}, \text{мм}$	$\frac{h_{20}}{2}, \text{мм}$	$h_{11}, \text{мм}$	$\frac{h_{21}}{2}, \text{мм}$	$\frac{2h_{10}}{h_{20}}$	$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$
1	3,5	2	2,75	1,25	1,75	0,51
2	2,5	3	2,3	1,7	0,83	0,15
3	2	3,5	1,9	2,1	0,57	0,10
4	3	3	2,7	1,8	1,00	0,21
5	4	2	3,1	1,4	2,00	0,71
6	2,5	2	2,2	0,8	1,25	0,14

$\sigma_{s1} = 75 \text{ МПа}$						
№	$h_{10}, \text{мм}$	$\frac{h_{20}}{2}, \text{мм}$	$h_{11}, \text{мм}$	$\frac{h_{21}}{2}, \text{мм}$	$\frac{2h_{10}}{h_{20}}$	$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$
1	3	2,5	2,8	1,2	1,20	0,13
2	2,5	3	2,35	1,65	0,83	0,13
3	2	3,5	1,9	2,1	0,57	0,13
4	4	2	3,4	1,1	2,00	0,33
5	3,5	2,5	3,2	1,3	1,40	0,18
6	3	3	2,8	1,7	1,00	0,15
7	5	2	4,2	1,3	2,50	0,46