

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
“КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО”
РАДІОТЕХНІЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ
кафедра РАДІОТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ

“На правах рукопису”

“До захисту допущено”

УДК 621.396.9

Завідувач кафедри РТС
Сергій ЖУК

“ ” 202 р.

Магістерська дисертація

на здобуття ступеня магістра

за освітньо-професійною програмою

“Радіотехнічні комп’ютеризовані системи”

зі спеціальності 172 “Електронні комунікації та радіотехніка”

на тему: «Алгоритм супроводження багатьох точкових об’єктів по даним відео сенсора»

Виконав (-ла): студент (-ка) 2 курсу, групи РС-31 мн

Набок Едуард Романович

(прізвище, ім’я, по батькові)



(підпис)

Науковий керівник: старший викладач каф. радіотехнічних систем к.т.н. Неуймін Олександр Станіславович

(посада, науковий ступінь, вчене звання, прізвище, ім’я, по батькові)



(підпис)

Рецензент: к.т.н., доцент, доцент кафедри

прикладної радіоелектроніки Ірина Приходько Олександрівна

(посада, науковий ступінь, вчене звання, науковий ступінь, прізвище, ім’я, по батькові)



(підпис)

Засвідчую, що у цій магістерській дисертації немає запозичень з праць інших авторів без відповідних посилань.

Студент (-ка)



(підпис)

Київ – 2025

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
Радіотехнічний факультет
Кафедра радіотехнічних систем
Рівень вищої освіти – другий (магістерський)
Спеціальність – 172 «Електронні комунікації та радіотехніка»
Освітньо-професійна програма «Радіотехнічні комп'ютеризовані системи»

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

_____ Сергій ЖУК

«___» _____ 2024 р.

ЗАВДАННЯ

на магістерську дисертацію студенту

Набоку Едуарду Романовичу

1. Тема дисертації «Алгоритм супроводження багатьох точкових об'єктів по даним відео сенсора», науковий керівник дисертації Неуймін Олександр Станіславович, к.т.н., старший викладач, затверджені наказом по університету від 17.03.2025 р. № 1141-с
2. Термін подання студентом дисертації 16.05.2025
3. Об'єкт дослідження: процес супроводу багатьох точкових об'єктів за даними відеоспостереження в умовах моделювання.
4. Предмет дослідження: алгоритми багатооб'єктного супроводу на основі РНД-фільтра та методи їх реалізації в середовищі MATLAB для симуляції даних відеосенсора.
5. Перелік завдань, які потрібно розробити: Проаналізувати існуючі моделі руху об'єктів та обґрунтувати вибір моделей, що найбільш точно відображають характер руху об'єктів. Визначити та реалізувати модель камери, придатну для симуляції процесу відеоспостереження. Розробити симуляційне середовище в MATLAB для генерування 3D-руху об'єктів і перетворення їх координат у 2D-вимірювання. Реалізувати РНД-фільтр на основі частинок для задачі багатооб'єктного супроводу. Провести чисельне моделювання роботи алгоритму

на обраних траєкторіях. Оцінити точність супроводу за метриками МО та СКВ для різних моделей руху. Підготувати графічні результати та оформити презентацію дисертації.

6. Орієнтовний перелік графічного (ілюстративного) матеріалу презентація PowerPoint у вигляді слайдів

7. Орієнтовний перелік публікацій «АНАЛІЗ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ РУХУ МАНЕВРУЮЧИХ ОБ'ЄКТІВ У ПРОСТОРИ» Набок Е. Р.; Неуймін О.С.,

8. Дата видачі завдання 15.10.2025

Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання магістерської дисертації	Термін виконання етапів магістерської дисертації	Примітка
1	Ознайомлення з науковою літературою та сучасними підходами до багатооб'єктного супроводу	15.10 – 15.11	
2	Аналіз моделей руху та вибір кінематичних моделей для симуляції	15.11 – 10.12	
3	Розробка симуляційного середовища в MATLAB: моделі руху, моделі камери, генерація вимірювань	10.12 – 10.02	
4	Реалізація PHD-фільтра та підключення до симуляційного середовища	10.02 – 31.03	
5	Проведення моделювання, аналіз результатів, оцінка точності супроводу	31.03 – 31.04	
6	Оформлення тексту магістерської дисертації, підготовка графічного матеріалу та презентації	1.05 – 16.05	

Студент



Едуард НАБОК

Науковий керівник



Олександр НЕУЙМІН

РЕФЕРАТ

Текстова частина дисертаційної роботи містить: 67 с., 11 рис., 15 табл., 19 джерел.

Мета дослідження – моделювання та аналіз алгоритмів багатооб’єктного супроводу точкових цілей у площині зображення за допомогою фільтра ймовірнісної щільності гіпотез (PHD-фільтра), реалізованого в середовищі MATLAB.

Об’єкт дослідження – процеси супроводу множини об’єктів за даними відеоспостереження.

Предмет дослідження – методи багатооб’єктної фільтрації на основі PHD-фільтра та алгоритми їх реалізації в умовах імітаційного моделювання.

Ключові слова: PHD-фільтр, супровід об’єктів, відеоспостереження, моделювання в MATLAB, багатоцільовий трекінг, Монте Карло, СКВ.

Робота присвячена реалізації моделі відеосенсора, генерації траєкторій трьох об’єктів із різними типами руху (прямолінійного, прискореного, маневреного), та застосуванню реалізації PHD-фільтра на основі частинок для оцінки положення об’єктів на зображенні. У дослідженні розглянуто ключові етапи алгоритму супроводу: генерацію частинок, прогнозування, оновлення вагових коефіцієнтів, ресемплінг і кластеризацію оцінок.

У роботі виконано симуляційні експерименти для трьох моделей, порівняно точність алгоритму за метрикою СКВ. Оцінено вплив типу руху на стабільність та якість супроводу.

Результати дослідження включають: реалізацію повного циклу PHD-фільтра для обробки зображень у MATLAB, візуалізацію 3D-руху моделей та його 2D-проекцій, кількісну оцінку ефективності алгоритму супроводу для різних моделей руху.

Робота має практичне значення як інструмент перевірки алгоритмів супроводу в умовах симуляції, що може бути корисним при розробці систем машинного зору або автономної навігації.

ABSTRACT

The textual part of the thesis comprises 67 pages, 11 figures, 15 tables, and 19 references.

The aim of the research is to model and analyze multi-target tracking algorithms for point-like objects in the image plane using the Probability Hypothesis Density (PHD) filter, implemented in the MATLAB environment.

The object of the research is the processes of tracking of multiple objects based on video surveillance data.

The subject of the research is the methods of multi-target filtering based on the PHD filter and the algorithms for its implementation under simulated conditions.

Keywords: PHD filter, object tracking, video surveillance, MATLAB modeling, multi-target tracking, Monte Carlo, RMSE.

This study focuses on the implementation of a video sensor model, the generation of trajectories for three objects with different types of motion (linear, accelerated, and maneuvering), and the application of a particle-based PHD filter to estimate the number and positions of targets in the image. The key stages of the tracking algorithm are covered, including particle generation, prediction, weight update, resampling, and clustering of estimates.

Simulation experiments were conducted for three motion models, and the accuracy of the algorithm was evaluated using the RMSE metric, along with plots illustrating the evolution of tracking error over time. The impact of motion type on tracking stability and accuracy was assessed.

The research outcomes include: implementation of a complete PHD filter pipeline for image-based tracking in MATLAB, visualization of 3D motion trajectories and their 2D image projections, quantitative evaluation of tracking performance across different motion models.

The work has practical significance as a simulation-based tool for validating tracking algorithms, which may be useful for the development of computer vision systems and autonomous navigation solutions.

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ.....	9
ВСТУП.....	10
1. АКТУАЛЬНІСТЬ ЗАДАЧІ БАГАТООБ’ЄКТНОГО СУПРОВОДУ.....	11
1.1 Особливості використання відеосенсорів для задач багатооб’єктного супроводу.....	12
1.2 Проблеми існуючих методів супроводу і мотивація застосування РНД-фільтра та моделей руху.....	13
1.3 Важливість моделювання та симуляції у задачах супроводу багатьох об’єктів.....	14
2. РУХОВІ МОДЕЛІ ОБ’ЄКТІВ У ЗАДАЧАХ БАГАТОКАДРОВОГО СУПРОВОДУ.....	16
2.1 Криволінійна модель із шумом.....	17
2.2 Модель Зінгера (експоненційно-корельоване прискорення).....	18
2.3 Марковська модель прискорення з координованим поворотом.....	19
2.4 Оцінка застосовності різних моделей руху в багатомодельному фільтрі.....	20
3. ОСОБЛИВОСТІ СУПРОВОДУ ОБ’ЄКТІВ ПО ВІДЕОДАНИМ.....	23
3.1 Порівняльний огляд підходів: Track-by-Detection та методологія випадкових кінцевих множин.....	25
3.2 Байєсівські фільтри на основі випадкових кінцевих множин.....	26
3.3 Порівняння РНД-фільтра з класичними методами багатооб’єктного супроводу.....	28
4. МОДЕЛЬ КАМЕРИ ТА ПЕРЕТВОРЕННЯ 3D-КООРДИНАТ У 2D-ЗОБРАЖЕННЯ.....	30
5. РНД-ФІЛЬТР З ЧАСТИНКОВОЮ АПРОКСИМАЦІЄЮ ДЛЯ СУПРОВОДУ ТОЧКОВИХ ОБ’ЄКТІВ.....	33
5.1 Формальний опис РНД-фільтра.....	34
5.2 Імплементація алгоритму часток.....	36
6. АНАЛІЗ АЛГОРИТМУ СУПРОВОДЖЕННЯ БАГАТЬОХ ТОЧКОВИХ ОБ’ЄКТІВ.....	38
6.1 Конфігурація моделей руху.....	39

6.2	Віртуальна камера та формування вимірів	44
6.3	Практична реалізація SMC-PHD-фільтра	45
6.4	Аналіз алгоритму супроводження багатьох точкових об'єктів	47
6.6	Висновки практичної частини	54
7.	РОЗРОБКА СТАРТАП ПРОЕКТУ	56
7.1	Етапи розробки стартап-проекту	56
7.2	Форулювання концепції проекту	57
7.3	Оцінка технологічної спроможності розробки	57
7.4	Оцінювання потенціалу виходу стартапу на ринок.....	58
7.5	Формування стратегії просування проекту на ринку	60
7.6	Розроблення маркетингової програми стартап-проекту	62
7.7	Висновки	64
8.	ВИСНОВКИ	65

ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ

2D – двовимірний простір

3D – тривимірний простір

БПЛА – безпілотний літальний апарат

МО – математичне очікування

СКВ – середньоквадратичне відхилення

CNN – Convolutional Neural Network (згорткова нейронна мережа)

CPHD – Cardinalized Probability Hypothesis Density

СТ – Coordinated Turn (модель координованого повороту)

GM-PHD – Gaussian Mixture Probability Hypothesis Density

GNN – Global Nearest Neighbor (глобальний найближчий сусід)

IMM – Interacting Multiple Model (взаємодіючі множинні моделі)

JPDA – Joint Probabilistic Data Association (об'єднана ймовірнісна асоціація даних)

MATLAB – Matrix Laboratory (програмне середовище для математичного моделювання)

MHT – Multiple Hypothesis Tracking (багатогіпотезне супроводження)

PHD – Probability Hypothesis Density (фільтр ймовірнісної щільності гіпотез)

RFS – Random Finite Set (випадкова скінченна множина)

RMSE – Root Mean Square Error (середньоквадратична похибка)

SMC – Sequential Monte Carlo (послідовне моделювання Монте-Карло)

ВСТУП

Багатооб'єктне відстеження є однією з ключових задач сучасних систем моніторингу та автоматичного керування, яка привертає значну увагу дослідників завдяки широким можливостям її практичного застосування та суттєвим науково-технічним викликам. Основними галузями, де багатооб'єктний супровід відіграє важливу роль, є забезпечення безпеки критично важливої інфраструктури, моніторинг громадського простору, аналіз транспортних потоків та розвиток автономних транспортних засобів[1].

Використання відеосенсорів дозволяє отримувати деталізовану й актуальну інформацію про місцезнаходження, траєкторії та динаміку численних об'єктів одночасно. При цьому, хоча окремі підзадачі (наприклад, класифікація, встановлення відповідності вимірювань і об'єктів («дата-асоціація»), вирішення ситуацій оклюзії) присутні і в однооб'єктному супроводженні, при збільшенні кількості об'єктів їх складність зростає значною мірою. Зокрема, задача «асоціації даних» в умовах великої кількості одночасно спостережуваних цілей набуває комбінаторного характеру, що суттєво ускладнює розрахунки та може вимагати застосування спеціалізованих математичних апаратів (таких як імовірнісні фільтри типу PHD або JPDA (Joint Probabilistic Data Association)). Аналогічно, ситуації оклюзій і перетину траєкторій, які є досить рідкісними в однооб'єктному режимі, у багатооб'єктних умовах виникають набагато частіше й можуть призводити до втрати чи помилкової зміни ідентифікації цілей.

Розробка ефективних алгоритмів багатооб'єктного супроводу за допомогою відеосенсорів має не лише практичну цінність, але й створює основу для вирішення фундаментальних задач обробки інформації в складних динамічних середовищах[2].

1. АКТУАЛЬНІСТЬ ЗАДАЧІ БАГАТООБ'ЄКТНОГО СУПРОВОДУ

Сучасні безпілотні літальні апарати (БПЛА) широко застосовуються в різних галузях завдяки своїй здатності швидко отримувати та оперативно передавати інформацію про великі території. Використання БПЛА для моніторингу дозволяє здійснювати спостереження з високою просторовою (до 1 м/піксель) та часовою роздільною здатністю (до 20 Гц), що значно підвищує ефективність аналізу та контролю ситуації. Наприклад, сучасні безпілотні платформи на кшталт Airbus Zephyr здатні забезпечувати безперервний відеомоніторинг території площею до 600 км² [2].

На рисунку 1.1 зображено БПЛА типу Airbus Zephyr, призначений для тривалого моніторингу великих територій з використанням сонячної енергії.



Рисунок 1.1 – БПЛА Airbus Zephyr, оснащений сонячними панелями для тривалого автономного моніторингу

Отримані за допомогою таких платформ відеодані мають критично важливе значення у випадках, коли відсутні або недостатньо ефективні наземні системи спостереження. До основних практичних напрямів використання цих технологій належать: урбаністичне планування, управління транспортними потоками, контроль екологічної ситуації, спостереження за морським рухом, а також забезпечення національної та громадської безпеки, зокрема виявлення підозрілих транспортних засобів чи порушників кордону[2]. В умовах швидкого зростання кількості БПЛА та розширення сфер їх використання, задача супроводу дрібних

наземних об'єктів (наприклад, автомобілів або людей) за допомогою відеосенсорів стає особливо актуальною як з наукового, так і з практичного погляду.

Серед основних сфер застосування супроводу об'єктів за допомогою БПЛА можна виділити наступні:

- **Забезпечення безпеки:** спостереження за прикордонними територіями, ідентифікація і супровід підозрілих об'єктів та груп у важкодоступних або небезпечних зонах.
- **Моніторинг територій та інфраструктури:** контроль за екологічним станом, аналіз транспортних потоків, спостереження за об'єктами критичної інфраструктури (транспортна, енергетична мережі), що дає змогу оперативно реагувати на потенційні загрози або проблеми.
- **Автономні системи і навігація:** інтеграція алгоритмів супроводу з автономними платформами з метою забезпечення автоматичної навігації, формування карт місцевості, а також запобігання зіткненням у таких сферах, як цивільна авіація та робототехнічні комплекси промислового призначення.

1.1 Особливості використання відеосенсорів для задач багатооб'єктного супроводу

Відеосенсори, зокрема цифрові камери, є перспективним типом датчиків для задач супроводження об'єктів завдяки високій просторовій роздільній здатності, можливості безперервного спостереження та отриманню докладної візуальної інформації. Порівняно з іншими типами датчиків (наприклад, радарми чи лідарними системами), відеокамери дозволяють чітко локалізувати та візуально ідентифікувати цілі, що є суттєвою перевагою у застосуваннях, де потрібна детальна ідентифікація об'єктів.

Водночас застосування відеосенсорів у багатооб'єктному супроводженні супроводжується низкою специфічних труднощів. Насамперед відеокамера формує двовимірне зображення сцени, яке є лише проєкцією реального тривимірного

простору. Це означає, що будь-які алгоритми відстеження повинні враховувати геометричні особливості зйомки, включаючи параметри калібрування камери та перспективні перетворення, для коректного визначення положень і траєкторій руху об'єктів у просторі.

Додаткові складнощі виникають через вплив зовнішніх факторів на якість зображення: зміни освітлення (наприклад, перехід день-ніч), несприятливі погодні умови (туман, дощ, сніг) та динамічні зміни фону (рухомі елементи середовища, такі як рослинність або інші об'єкти, що не є цілями). Особливою проблемою є ситуації оклюзій (повного чи часткового затулювання цілей іншими об'єктами), які значно ускладнюють точне відстеження та можуть призводити до втрати траєкторії[2].

Особливо гостро ці труднощі проявляються при зйомці з великої висоти, коли цілі займають у кадрі дуже малу кількість пікселів і важко відрізняються від шумових артефактів. Aguilar та інші дослідники зазначають, що низька просторова роздільна здатність сприяє великій кількості хибних виявлень через наявність тіней, відблисків, атмосферних ефектів та інших шумових факторів[2]. Відтак алгоритми супроводу повинні бути достатньо стійкими до цих чинників, здатними адекватно оцінювати невизначеність вимірів і розрізняти реальні об'єкти серед шумових сигналів та перешкод.

1.2 Проблеми існуючих методів супроводу і мотивація застосування РНД-фільтра та моделей руху

Традиційні підходи до багатооб'єктного супроводу демонструють хороші результати в умовах чітких, якісних вимірювань і відносно малої кількості цілей. Проте їхня ефективність суттєво знижується при великій щільності об'єктів, динамічних змінах кількості цілей, великій кількості шумових спостережень, а також в умовах часткових пропусків вимірювань. Крім того, багато сучасних алгоритмів відстеження, заснованих на машинному навчанні, вимагають великої

кількості попередньо розмічених навчальних наборів даних та не завжди підходять для ситуацій, коли такі дані відсутні або дуже обмежені.

Для завдань супроводу на основі БПЛА чи супутникових даних характерні саме такі складні умови: малий розмір цілей у кадрі, змінна кількість об'єктів, суттєва кількість хибних вимірювань і невизначеність щодо фактичної кількості цілей. Тому виникає потреба у методах, здатних ефективно працювати за умов неповних, шумових і динамічно змінних даних.

Одним із перспективних підходів є застосування ймовірнісних моделей багатооб'єктного стану, зокрема фільтра щільності ймовірності гіпотез (PHD-фільтра). Основною особливістю PHD-фільтра є те, що він не потребує явної процедури зіставлення (асоціації) кожного окремого вимірювання з конкретною ціллю. Натомість він оцінює ймовірнісне поле інтенсивності (щільності) розподілу всіх цілей одночасно. Aguilar та інші автори підтвердили, що PHD-фільтр добре справляється з невизначеністю кількості цілей, з пропущеними вимірами і шумовими даними, демонструючи високу точність супроводу за умов великої кількості хибних спостережень[2]. Крім того, обчислювальна складність PHD-фільтра нижча порівняно з іншими ймовірнісними методами (такими як JPDA чи МНТ (Multiple Hypothesis Tracking)), що дозволяє реалізувати його в реальному часі навіть для великих наборів цілей[2].

1.3 Важливість моделювання та симуляції у задачах супроводу багатьох об'єктів

Моделювання та симуляція є критично важливими етапами дослідження та розробки алгоритмів супроводження багатьох об'єктів, особливо у випадках, коли практичні експерименти є складними, дорогими або неможливими. Використання спеціалізованих програмних середовищ (наприклад, MATLAB) дозволяє відтворювати широкий спектр сценаріїв руху об'єктів і роботи сенсорів,

забезпечуючи тим самим повноцінне тестування алгоритмів ще до їх реального впровадження.

Серед основних переваг симуляційного підходу можна виокремити такі аспекти:

- Гнучкість та контрольованість умов експерименту: симуляції дозволяють точно задавати умови руху об'єктів, варіювати їх щільність, характер траєкторій, а також інтенсивність та тип шуму в даних сенсорів. Це дозволяє перевірити стійкість алгоритму до різних видів шумових впливів та реалістично оцінити його продуктивність у складних умовах (наприклад, часті оклюзії, зміна освітленості сцени, недостатня роздільність).
- Безпека і економічність досліджень: моделювання забезпечує можливість тестувати алгоритми в умовах, які важко або небезпечно реалізувати на практиці (екстремально щільний рух об'єктів, несприятливі погодні умови, аварійні ситуації тощо). Це дозволяє уникнути дорогих польотів БПЛА або проведення складних польових експериментів.
- Можливість точного налаштування алгоритмів: симуляції дозволяють визначити оптимальні параметри алгоритму, що забезпечує його ефективну роботу в реальних умовах. Наприклад, можна детально протестувати залежність якості супроводу від вибору моделі руху чи налаштувань імовірнісних фільтрів.

Моделювання є не лише зручним, але й необхідним інструментом для розробки, аналізу та верифікації алгоритмів багатооб'єктного супроводу, забезпечуючи наукову строгість та практичну застосовність отриманих результатів.

2. РУХОВІ МОДЕЛІ ОБ'ЄКТІВ У ЗАДАЧАХ БАГАТОКАДРОВОГО СУПРОВОДУ

Вибір адекватної моделі руху є одним з ключових факторів, що визначає успішність роботи алгоритмів багатокадрового супроводу об'єктів. Рухова модель задає апріорні очікування щодо зміни стану цілі між послідовними вимірюваннями, дозволяючи фільтрам (Калмана, на основі частинок, PHD, IMM (Interacting Multiple Model) тощо) формувати прогнози і порівнювати їх із реальними даними сенсорів. Правильно підібрана модель руху значною мірою визначає:

- Точність прогнозу: наскільки модель руху відповідає реальній динаміці цілей.
- Робастність (стійкість): здатність алгоритму коректно працювати за наявності шумових вимірювань, пропусків даних чи втрати об'єктів.
- Обчислювальну ефективність: надто складні моделі можуть надмірно ускладнювати обчислювальний процес, водночас занадто спрощені моделі погіршують точність супроводу.

На практиці жодна окрема модель не є універсальною, кожна має свої переваги та обмеження залежно від типу маневрів та поведінки цілей. Наприклад, модель Зінгера характеризується описом маневреного руху з експоненційно-корельованим прискоренням, що ефективно моделює плавні зміни швидкості об'єктів. Вона широко застосовується у задачах трекінгу повітряних і наземних цілей, але недостатньо точна для чітко виражених кругових траєкторій.

З іншого боку, модель координованого повороту (CT-model) краще описує об'єкти, що виконують стабільні повороти з постійною чи близькою до постійної кутовою швидкістю. Для складних траєкторій, що включають різкі зміни напрямків руху, ефективними є комбіновані або марковські моделі, які представляють поведінку об'єкта у вигляді послідовності дискретних режимів («прямий рух», «маневр ліворуч», «маневр праворуч») із ймовірнісними переходами між ними. [3]

Саме тому найкращі результати на практиці часто досягаються за допомогою інтегрованих підходів (наприклад, IMM-фільтра), що одночасно використовують

кілька моделей руху, динамічно перемикаючись між ними залежно від реального стану та маневрів цілі. Використання такого підходу забезпечує максимальну гнучкість, точність та ефективність супроводу у складних умовах багатокadroвого трекінгу.[4]

Уважний вибір і комбінування рухових моделей є критично важливим кроком для розробки ефективних та надійних алгоритмів супроводу численних маневруючих цілей.

2.1 Криволінійна модель із шумом

Історичний огляд. Криволінійна модель із шумом є узагальненням координованого руху з фіксованою траєкторією та включає випадкові збурення, що моделюють реальні відхилення об'єкта від ідеального руху. Така модель не прив'язується до конкретного фізичного сценарію, як модель Зінгера чи СТ-модель, а використовується для імітації об'єктів, що рухаються по нестабільних траєкторіях унаслідок зовнішніх або внутрішніх збурень. Застосовується як базовий еталон у задачах відстеження в умовах високої невизначеності.

Формальне математичне формулювання. Модель побудована на дискретному часовому кроці dt , і описує стан об'єкта у вигляді вектора (2.1):

$$x(k) = \begin{bmatrix} x(k) \\ x'(k) \\ y(k) \\ y'(k) \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Зміна стану описується формулою (2.2):

$$x(k+1) = Fx(k) + Ba + w(k) \quad (2.2)$$

де $F = \begin{bmatrix} 1 & dt & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & dt \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ — матриця переходу стану, $a = \begin{bmatrix} a_t \\ a_n \end{bmatrix}$ — вектор

тангенціального і нормального прискорення, B — матриця перетворення до

простору станів, яка залежить від напрямку швидкості, $w(k) = \begin{bmatrix} \omega_x(k) \\ 0 \\ \omega_y(k) \\ 0 \end{bmatrix}$ — шум

процесу. Шуми моделюються як авторегресійний процес першого порядку:

$$\omega_x(k) = \rho_\omega \omega_x(k-1) + \sigma_{xy} \sqrt{1 - \rho_\omega^2} \cdot v_x(k), \quad v_x(k) \sim N(0,1) \quad (2.3)$$

Аналогічно для $\omega_y(k)$, $\omega_z(k)$. Вертикальний рух описується як:

$$z(k+1) = z(k) + z'(k) \cdot dt + \omega_z(k), \quad z'(k) = A_z \cdot \sin(2\pi f_z k dt) \quad (2.4)$$

де A_z — амплітуда коливань, f_z — частота, $\omega_z(k)$ — вертикальний шум.

Типові сценарії використання. Ця модель використовується для моделювання повітряних або наземних цілей, траєкторія яких не може бути точно описана простими регулярними моделями (наприклад, Coordinated Turn (СТ)). Особливо корисна у симуляційних експериментах для перевірки стійкості алгоритмів трекінгу до шумів та непередбачуваності.

Приклади реального застосування. Застосовується для моделювання руху БПЛА у турбулентному середовищі, наземних цілей у складних дорожніх умовах, або руху об'єктів, що зазнають випадкових зовнішніх впливів, зокрема в системах розвідки чи відеоаналізу.

2.2 Модель Зінгера (експоненційно-корельоване прискорення)

Історичний огляд. Запропонована в 1970 році Р. Зінгером, модель стала класичним підходом до опису руху цілей з випадковими маневрами у радарних системах[5]. Вона розширила попередні моделі, які припускали або сталі прискорення, або повну випадковість без кореляції. Модель Зінгера стала популярною завдяки простоті реалізації та високій точності прогнозування руху при помірних маневрах.

Формальне математичне формулювання. У дискретному вигляді модель Зінгера записується через стан $x = [x, v, a]^T$:

$$x_{k+1} = Ax_k + B\omega_k, \quad (2.5)$$

де x_k – вектор стану на k -му кроці дискретного часу, x_{k+1} – вектор стану на наступному кроці $k + 1$, A – матриця переходу стану (визначає динаміку зміни стану від x_k до x_{k+1} без збурень), B – матриця впливу шуму на стан, ω_k – вектор випадкових збурень у момент часу k . Де матриці переходу стану A та шуму B :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & dt & \frac{adt-1+e^{-adt}}{\alpha^2} \\ 0 & 1 & \frac{1-e^{-adt}}{\alpha} \\ 0 & 0 & e^{-adt} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \sigma_a \sqrt{1 - e^{-2adt}} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

де dt – крок дискретизації, $\alpha = \frac{1}{\tau_c}$ – параметр, обернений до сталої часу маневрування τ_c , характеризує, наскільки швидко змінюється прискорення, σ_a – стандартне відхилення шуму, a – прискорення, e^{-adt} – експоненційне згасання прискорення, характерне для моделі Зінгера.

Типові сценарії використання. Модель оптимальна для задач, де цілі маневрують плавно, без різких поворотів, наприклад, крилаті ракети, цивільні повітряні судна, наземні автомобілі на шосе.

Приклади реального застосування. Застосовується в радарних системах моніторингу повітряного руху та у системах навігації наземних і морських об'єктів, що виконують неагресивні маневри.

2.3 Марковська модель прискорення з координованим поворотом

Історичний огляд. З'явилася як подальший розвиток моделі Зінгера у 1980–1990-х, коли виникла потреба точно описувати складні рухи, що поєднують координовані повороти і значні зміни прискорення. Вперше детально була досліджена в контексті військових систем супроводження повітряних цілей[5].

Формальне математичне формулювання. Модель поєднує марковський процес другого порядку прискорення та координований поворот, що математично описується як:

$$\dot{a} = -\alpha_1 a - \alpha_2 \dot{a} + \omega(t), \quad (2.7)$$

$$v_x = V \cos(\theta) \cos(\phi) + a_x, \quad (2.8)$$

$$v_y = V \sin(\theta) \cos(\phi) + a_y, \quad (2.9)$$

$$v_z = V \sin(\phi) + a_z. \quad (2.10)$$

де \dot{a} – похідна прискорення, тобто швидкість зміни прискорення, α_1, α_2 – параметри згасання, $\omega(t)$ – шумова складова, яка додає випадкове збурення, v_x, v_y, v_z – компоненти швидкості у тривимірному просторі, V – модуль швидкості, θ – кут у горизонтальній площині, ϕ – кут підйому, a_x, a_y, a_z – додаткові компоненти прискорення по кожній відповідній осі, які можуть виникати через маневрування чи збурення.

Типові сценарії використання. Застосовується для супроводження високоманеврених цілей, таких як винищувачі або ракети класу «повітря-повітря».

Приклади реального застосування. Особливо актуальна в системах військового супроводження, де цілі здійснюють різкі й координовані маневри для ухилення чи нападу. В цивільних системах – для опису руху безпілотників під час агресивних маневрів.

2.4 Оцінка застосовності різних моделей руху в багатомодельному фільтрі

У результаті аналізу трьох моделей руху, що застосовуються для супроводу маневруючих об'єктів, можна зробити низку важливих висновків щодо їх ефективності, обмежень і сфер практичного застосування.

Криволінійна модель із шумом є узагальненою моделлю нестабільного маневреного руху, яка враховує випадкові збурення у вигляді автокорельованого шуму, що впливає на зміну швидкості та прискорення. Вона не базується на сталих поворотах або відомій геометрії траєкторії, як класична СТ-модель, а дозволяє моделювати більш загальні, криволінійні та флуктуаційні рухи, типові для цілей, що зазнають зовнішніх або внутрішніх впливів. Такі моделі є цінними у симуляційних експериментах для оцінки стійкості алгоритмів супроводу в умовах високої невизначеності та відсутності апріорної інформації про динаміку об'єкта.

Модель Зінгера базується на ідеї моделювання випадкового прискорення як гаусівського марковського процесу з експоненційною кореляцією. Вона дозволяє враховувати плавні випадкові відхилення об'єкта від основної траєкторії без необхідності явно задавати параметри повороту. Сильними сторонами моделі є її стаціонарність, аналітична простота та можливість чітко налаштувати її під конкретну динаміку об'єкта за допомогою двох параметрів: дисперсії прискорення (σ^2) і кореляційного часу (τ_c). Це робить модель Зінгера зручною для багатьох прикладних сценаріїв, включаючи наземні транспортні засоби, кораблі та повітряні цілі з помірним маневруванням. Проте, як свідчать численні дослідження, модель Зінгера не здатна адекватно відображати поведінку об'єктів, що виконують координаційні повороти, оскільки не враховує геометричні аспекти обертання[5]. У таких випадках вона призводить до систематичних помилок у прогнозах, і тому вимагає доповнення іншими моделями або переходу до багатомодельних фільтрів.

Марковська модель прискорення з координованим поворотом поєднує сильні сторони попередніх підходів, описуючи динаміку об'єкта з урахуванням як постійного повороту, так і експоненційно-корельованого прискорення. На відміну від моделі СТ, вона дозволяє змінювати прискорення під час повороту, а на відміну від моделі Зінгера — враховує геометрію траєкторії[5]. Ця модель реалізується через розширення простору станів і використання Q-порядкового марковського процесу, що ускладнює математичну реалізацію, але значно підвищує точність у випадках інтенсивних маневрів. Саме ця модель демонструє найкращі результати в задачах супроводу високоманеврених цілей — винищувачів, ракет або дронів при енергетичних маневрах. Недоліком є значна обчислювальна складність та потреба у точному налаштуванні параметрів (порядку Q, коефіцієнтів кореляції, кутової швидкості тощо), що обмежує її використання в реальному часі та у вбудованих системах з обмеженими ресурсами.

Жодна з моделей не є універсальною. Оптимальний вибір залежить від характеру цілі, динаміки її руху та вимог до точності супроводу.

Для об'єктів із непередбачуваними траєкторіями та шумовими збуреннями доцільно використовувати криволінійну модель із шумом, яка дозволяє моделювати складні рухи без потреби у фіксованій геометрії. Для цілей з передбачуваним прямолінійним або слабо викривленим рухом — ефективною є модель Зінгера. А для супроводу комбінованих маневрів, які включають як координовані повороти, так і змінне прискорення, найкраще підходить марковська модель з координованим обертанням.

У роботі реалізовано інтеграцію всіх трьох моделей у рамках багатомодельної структури типу IMM, що дозволяє динамічно перемикатися між режимами відповідно до характеру руху об'єкта. Такий підхід забезпечує баланс між точністю, адаптивністю та обчислювальною ефективністю і є перспективним напрямом для побудови надійних систем багатооб'єктного супроводу в реальному часі.

3. ОСОБЛИВОСТІ СУПРОВОДУ ОБ'ЄКТІВ ПО ВІДЕОДАНИМ

Супровід багатьох об'єктів у відеопотоці належить до найскладніших задач комп'ютерного зору та обробки даних, оскільки поєднує в собі елементи детекції, асоціації та фільтрації в умовах суттєвої невизначеності. Основна відмінність відеоданих полягає в тому, що сенсорні спостереження подаються у вигляді двовимірних зображень сцени, де кожен кадр містить набір детекцій — потенційних позицій об'єктів. Ці детекції можуть включати як коректні вимірювання реальних цілей, так і численні хибні спрацьовування, спричинені фоновими структурами, шумом, тінями, погодними явищами або артефактами обробки.

У типових сценаріях відеоспостереження кількість об'єктів є змінною: нові цілі можуть з'являтися у полі зору камери, а існуючі — зникати через вихід за межі кадру, тривалі оклюзії або недетекцію. Така динаміка зумовлює необхідність постійної оцінки не лише поточного стану об'єктів (наприклад, положення та швидкості), а й загальної кількості цілей у сцені. Однією з найважливіших проблем у цьому контексті є задача асоціації спостережень з існуючими треками, яка у багатооб'єктному випадку набуває комбінаторної складності: кількість можливих відповідностей зростає експоненційно з кількістю об'єктів та спостережень.

На додаток, відеосенсори мають низку специфічних особливостей, що суттєво ускладнюють задачу трекінгу в порівнянні з іншими сенсорними системами (наприклад, радарами чи лідарами):

- відсутність глибини (2D-зображення без прямої інформації про відстань),
- варіативність зовнішніх умов (зміна освітлення, погодні явища),
- часті й тривалі оклюзії,
- неоднорідність якості детекцій залежно від розміру об'єкта у кадрі.

Ці обставини вимагають застосування надійних алгоритмів асоціації, що здатні працювати в умовах невизначеності та пропусків вимірювань. У науковій та

прикладній літературі сформувалися три основні класи підходів до асоціації даних у задачах трекінгу:

Global Nearest Neighbor (GNN). Метод глобального найближчого сусіда є найпростішим з однопотезних підходів. У кожному кроці алгоритм виконує побудову єдиного найкращого набору відповідностей між новими спостереженнями і вже існуючими треками, зазвичай на основі евклідової відстані або іншого критерію подібності. Якщо жоден трек не є досить близьким до спостереження, створюється новий трек[6]. Простота та швидкість GNN роблять його популярним у реальному часі, однак метод виявляється чутливим до шумів: хибне призначення може призвести до накопичення помилок або втрати актуального треку.

JPDA. JPDA є узагальненням GNN, що враховує всі можливі асоціації між спостереженнями та треками одночасно. Метод формує зважене ймовірнісне оновлення стану кожного треку, базуючись на всіх потенційних спостереженнях, які можуть бути з ним пов'язані. Кожне спостереження впливає на кілька треків, а вагові коефіцієнти (ймовірності) відображають ступінь відповідності. JPDA є стійкішим до шуму, а також дозволяє уникнути жорсткого прийняття рішень у випадках, коли об'єкти тимчасово перекриваються або погано детектуються. Однак обчислювальна складність методу зростає з кількістю цілей і потребує складного керування набором гіпотез.[7]

МНТ. МНТ є найбільш гнучким і теоретично обґрунтованим методом з розглянутих, оскільки будує та підтримує кілька гіпотез одночасно. Метод дозволяє відкладати прийняття рішень про те, які саме асоціації між спостереженнями і треками були правильними, зберігаючи альтернативні варіанти і поступово їх оцінюючи на основі нових даних. Цей підхід є надзвичайно ефективним у складних ситуаціях — наприклад, при тривалих оклюзіях, перехрещеннях траєкторій, зміні кількості цілей. Основним недоліком МНТ є експоненційне зростання кількості гіпотез у часі, що обумовлює потребу у механізмах злиття, обрізання або

періодичного оновлення дерева гіпотез для обмеження обчислювальних ресурсів. [8]

Особливості відеоспостереження — зокрема двовимірна природа вимірювань, наявність шуму, відсутність прямої інформації про глибину сцени та динамічна зміна числа об'єктів — вимагають ретельного підходу до побудови моделей трекінгу та вибору методів асоціації. Компроміс між точністю, обчислювальною ефективністю та здатністю до роботи в умовах високої невизначеності визначає вибір алгоритму, який доцільно адаптувати до конкретної постановки задачі.

3.1 Порівняльний огляд підходів: Track-by-Detection та методологія випадкових кінцевих множин

Упродовж останнього десятиліття підхід Track-by-Detection (відстеження на основі попереднього виявлення) став домінуючим у системах мультиоб'єктного відеотрекінгу. Цей метод, що базується на двофазовій парадигмі «виявлення → асоціація»[9], передбачає спершу детекцію об'єктів у кожному кадрі за допомогою алгоритмів комп'ютерного зору (наприклад, на базі convolutional neural networks (CNN)), а потім асоціацію виявлених об'єктів між кадрами з метою формування безперервних траєкторій.

Основною перевагою цього підходу є масштабованість – нові об'єкти можуть бути додані шляхом створення нових треків, а зниклі – автоматично видаляються без необхідності модифікації всієї системи[10]. Завдяки стрімкому розвитку детекторів об'єктів, таких як YOLO, Faster R-CNN, RetinaNet тощо [11], цей підхід забезпечує високу продуктивність при добрій видимості цілей і стабільній роботі детектора.

Однак Track-by-Detection має істотний недолік: ефективність трекера повністю залежить від якісної детекції на кожному кадрі[10]. Пропуски виявлень, хибнопозитивні або дубліковані детекції, а також часткові оклюзії можуть легко

призводити до втрати треку, переплутування ідентичностей або помилкових асоціацій. Такі проблеми особливо критичні при супроводженні дрібних об'єктів, які займають лише декілька пікселів у кадрі, або при зйомці з великої висоти, де якість детекції істотно знижується.

У зв'язку з цим, у наукових і практичних дослідженнях постійно ведуться пошуки альтернативних підходів, здатних працювати у шумових та невизначених умовах без жорсткої залежності від точного виявлення цілей.

3.2 Байєсівські фільтри на основі випадкових кінцевих множин

Одним із найперспективніших напрямів розвитку багатооб'єктного супроводу є використання теорії випадкових кінцевих множин. У межах цього підходу множина цілей розглядається як випадкова змінна, яка приймає значення у просторі множин, що дозволяє одночасно моделювати невизначеність як у положенні, так і в кількості об'єктів. На відміну від традиційного трекінгу, де кожній цілі відповідає окремий трек і проводиться явна асоціація з вимірюваннями, RFS(Random Finite Set)-підхід дозволяє уникнути прямої обробки відповідностей «вимірювання-об'єкт».

Одним із найвідоміших представників цього підходу є PHD-фільтр (Probability Hypothesis Density filter), запропонований Р. Махлером[12]. Цей фільтр рекурсивно оцінює перший момент щільності ймовірності RFS – функцію інтенсивності $\rho(x)$, яка визначає очікувану густину об'єктів у просторі станів. Замість побудови кожного окремого треку фільтр дає глобальну оцінку того, скільки об'єктів присутні у певному регіоні, та де ймовірно вони знаходяться. Це робить PHD-фільтр особливо корисним у ситуаціях із великою кількістю хибних детекцій, частими зникненнями цілей і змінною кількістю об'єктів.

Залежно від обраної схеми апроксимації, PHD-фільтр має кілька реалізацій:

- Gaussian Mixture PHD (GM-PHD) – використовує суму Гаусових компонент для представлення функції інтенсивності[13]. Це дозволяє аналітично

розв'язувати рекурсії фільтра при лінійно-гаусових динаміках (Tracking Multiple Video Targets with an Improved GM-PHD Tracker).

- Particle PHD (SMC(Sequential Monte Carlo)-PHD) – базується на методі Монте-Карло; інтенсивність апроксимується за допомогою набору зважених частинок, що робить цей варіант придатним для нелінійних і негаусових моделей.[14]
- Cardinalized PHD (CPHD) – розширення PHD-фільтра, яке додатково оцінює розподіл кількості об'єктів, що підвищує точність у ситуаціях зі значними флуктуаціями кардинальності множини цілей [15].

Усі ці методи мають строгу теоретичну базу, основу на RFS-теорії, та дозволяють уникати деяких принципових недоліків Track-by-Detection. Зокрема, у фільтрах на основі RFS:

- не потрібно явно встановлювати відповідність між об'єктами і спостереженнями;
- об'єкти можуть «з'являтися» і «зникати» динамічно без ручної ініціалізації або видалення треків;
- алгоритм стійкий до часткових втрат вимірювань і до перешкод у спостереженнях.

Підхід Track-by-Detection залишається практичним стандартом для більшості сучасних систем супроводу завдяки своїй архітектурній простоті та сумісності з сучасними детекторами. Однак у складних умовах – наприклад, при низькій якості детекції, великій кількості цілей, оклюзіях чи шумових фонових обставинах – він демонструє обмеження.

Натомість фільтри на основі випадкових кінцевих множин, зокрема PHD-фільтр, пропонують більш гнучкий і теоретично обґрунтований підхід, який не потребує жорсткої прив'язки до точності виявлення. Це робить їх особливо корисними для задач супроводу дрібних об'єктів у відео, автономних систем, дронів і супутникових платформ, де характер вимірювань є надзвичайно невизначеним.

У контексті дипломної роботи саме PHD-фільтр у поєднанні з моделями руху різної складності є найбільш придатною методологією для створення стійкого, масштабованого та надійного алгоритму багатооб'єктного супроводу, адаптованого до умов реального застосування.

3.3 Порівняння PHD-фільтра з класичними методами багатооб'єктного супроводу

У задачах багатооб'єктного супроводу виникає фундаментальна проблема — необхідність ефективного призначення спостережень до відповідних об'єктів (так звана задача асоціації). Класичні методи, такі як GNN, JPDA та Multi-Hypothesis Tracking, надають ефективні інструменти для вирішення цієї задачі, однак кожен з них має свої обмеження, пов'язані з масштабованістю, чутливістю до шуму та обчислювальними витратами.

На цьому фоні фільтр імовірнісної щільності гіпотез вирізняється альтернативним підходом, що ґрунтується на обробці не індивідуальних траєкторій, а щільності інтенсивності об'єктів у просторі станів. Його головна перевага полягає в тому, що він не вимагає явної асоціації між кожним спостереженням і кожною гіпотезою цілі, завдяки чому обчислювальна складність зростає лише лінійно із кількістю цілей — на відміну від JPDA та МНТ, де вона зростає експоненційно.

Крім того, PHD-фільтр природним чином враховує появу та зникнення об'єктів у потоці даних, що дозволяє уникати складних механізмів ініціалізації або завершення треків. Завдяки моделюванню процесів народження й загибелі за допомогою пуассонівських розподілів, фільтр може гнучко адаптуватися до змін у кількості цілей, не потребуючи жорстких порогових критеріїв або евристичних правил, як це характерно для GNN або трекінгу за детекціями.

Проте, застосування PHD-фільтра не позбавлене обмежень. Найбільш суттєве з них — втрата ідентичності об'єктів, адже фільтр не веде окремі треки для кожної цілі, а оцінює сукупну щільність множини. Щоб виділити окремі траєкторії, необхідно

використовувати додаткові етапи кластеризації (наприклад, Gaussian Mixture Reduction або Mean-Shift), що може ускладнити подальшу інтерпретацію результатів. Також слід враховувати, що модель Пуассона має властивість рівності середнього та дисперсії, що призводить до обмеженої точності в оцінці кількості об'єктів[16] — особливо у випадках, коли дисперсія кількості цілей є суттєво відмінною від середнього значення.

RHD-фільтр є компромісом між точністю оцінювання індивідуальних траєкторій і ефективністю обробки великих множин спостережень. Його застосування є особливо доцільним у ситуаціях із великою кількістю слабо спостережуваних цілей, високим рівнем шуму та невизначеним числом об'єктів. RHD-фільтр займає унікальну нішу між класичними асоціативними трекерами та методами трекінгу на основі виявлень. Його здатність працювати з великою кількістю об'єктів у реальному часі, уникати комбінаторної складності й автоматично обробляти змінну кількість цілей робить його особливо придатним для задач моніторингу у зашумленому середовищі, таких як відеоспостереження, супутникова зйомка чи супровід із БПЛА.

Водночас при необхідності відстеження чітко окреслених індивідуальних траєкторій або у випадках з малою кількістю цілей класичні методи (JPDA, MHT) можуть забезпечити більш точне відображення динаміки. Отже, вибір алгоритму завжди повинен враховувати як обчислювальні ресурси, так і вимоги до точності та інтерпретованості траєкторій у конкретному застосуванні.

4. МОДЕЛЬ КАМЕРИ ТА ПЕРЕТВОРЕННЯ 3D-КООРДИНАТ У 2D-ЗОБРАЖЕННЯ

Перспективна або пінхолова модель камери є фундаментальною математичною абстракцією, яка широко використовується у комп'ютерному зорі, робототехніці, системах відеонагляду та багатьох інших прикладних задачах. Суть цієї моделі полягає у формалізації принципу проєкції тривимірної сцени на двовимірну площину зображення через точковий центр проєкції [17]. Такий підхід імітує ідеальну камеру без лінз та аберацій, у якій світлові промені від кожної 3D-точки проходять через єдину точку — центр проєкції — та потрапляють на площину зображення, формуючи відповідну 2D-точку.

Цей механізм проєкції призводить до перспективного спотворення (перспективної геометрії), за якого об'єкти, що знаходяться ближче до камери, виглядають більшими, а ті, що далі — меншими. Математично це відображається через гомогенне перетворення:

$$s p = K [R \mid t] \begin{bmatrix} X_{\omega} \\ Y_{\omega} \\ Z_{\omega} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

де $p = [u, v, 1]^T$ — точка в координатах пікселів (зображення), K — матриця внутрішніх параметрів камери, $[R \mid t]$ — матриця зовнішніх параметрів, R — матриця обертання, t — вектор зсуву, $[X_{\omega}, Y_{\omega}, Z_{\omega}]^T$ — точка у глобальній системі координат, s — скалярна гомогенна константа, яка масштабує результат, щоб перейти з гомогенних координат до дійсних піксельних координат.

На рисунку 4.1 схематично зображено процес переходу від глобальної системи координат до системи координат камери, що відповідає перетворенню за формулою (4.3). Точка P має координати $(X_{\omega}, Y_{\omega}, Z_{\omega})$ у світовій системі та (X_c, Y_c, Z_c) після перетворення в систему камери за допомогою параметрів R і t .

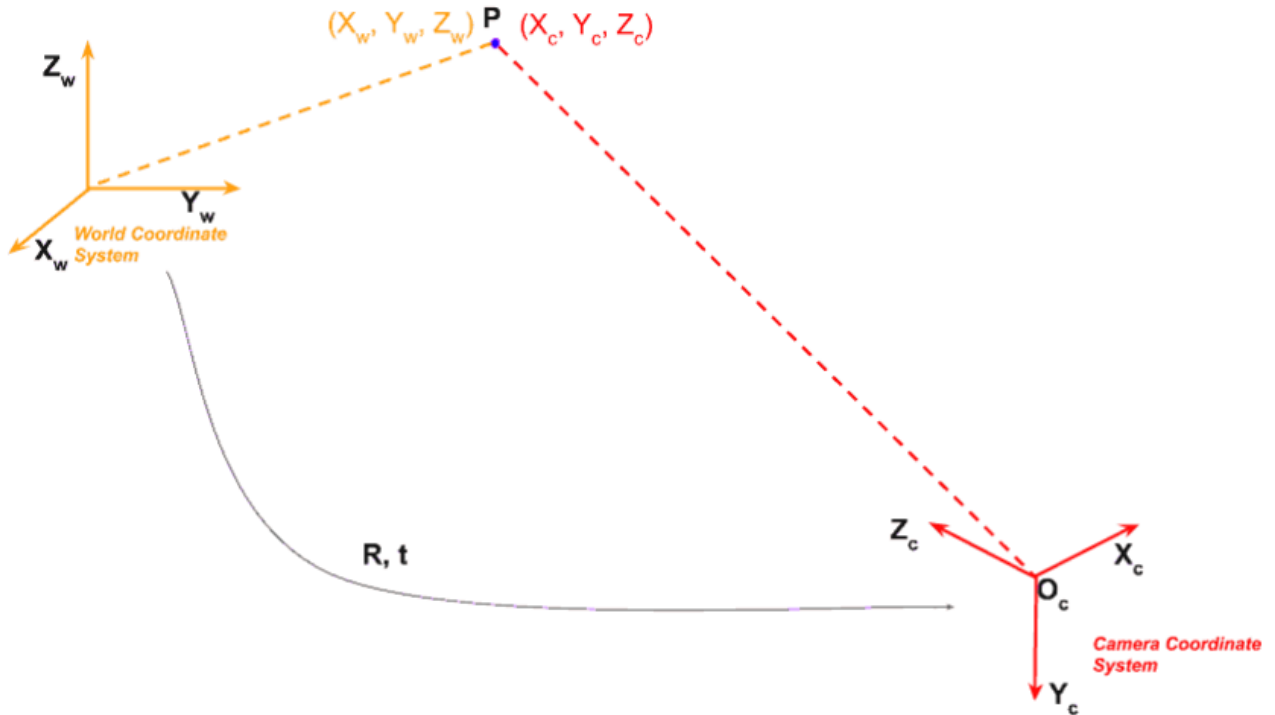


Рисунок 4.1 – Перетворення координат точки з глобальної системи в систему камери

Внутрішні параметри камери характеризують її геометричну будову та включають фокусні відстані по горизонталі та вертикалі, а також координати головної точки (зазвичай центр зображення)[17]:

$$K = \begin{pmatrix} f_x & 0 & c_x \\ 0 & f_y & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

де f_x, f_y – фокусні відстані в пікселях, c_x, c_y – координати головної точки.

Ці параметри зазвичай отримують в результаті калібрування камери: наприклад, $f_x = f_y = 100, c_x = c_y = 480$ для створення умов центрованої проєкції з квадратним полем огляду.

Зовнішні параметри описують положення камери у глобальній системі координат і складаються з матриці обертання R та вектора трансляції t [18]. Ці параметри трансформують точку зі глобальної системи у систему координат камери за формулою:

$$X_c = R(X_\omega - C) = R X_\omega + t, \text{ де } t = -R C \quad (4.3)$$

де X_ω – координати 3D-точки в глобальній системі координат, X_c – координати цієї ж точки, але вже в системі координат камери, C – вектор положення камери в глобальній системі координат, R – матриця обертання, яка описує орієнтацію камери відносно глобальної системи координат, t – вектор трансляції в системі координат камери.

Використання перспективної моделі у симуляціях супроводу багатьох об'єктів має критичне значення з кількох причин:

1. Фізична відповідність реальній камері — дозволяє забезпечити коректне моделювання зображень, які дійсно могли б бути отримані з відеосенсора.
2. Збереження геометричної узгодженості між простором і зображенням — необхідна умова для правильного оцінювання положення цілей.
3. Можливість контролю параметрів проєкції — що дає змогу варіювати фокусну відстань, роздільну здатність і поле зору в рамках симуляцій.

Урахування цієї моделі у симуляції забезпечує повноцінну інтеграцію вимірювального компонента (відеоспостереження) у процес фільтрації та супроводу, що є обов'язковою умовою для тестування алгоритмів багатооб'єктного трекінгу у віртуальному середовищі.

5. PHD-ФІЛЬТР З ЧАСТИНКОВОЮ АПРОКСИМАЦІЄЮ ДЛЯ СУПРОВОДУ ТОЧКОВИХ ОБ'ЄКТІВ

У задачі супроводу множинних об'єктів, які рухаються в полі зору відеосенсора, ключовою є необхідність моделювання невизначеної кількості цілей та їх неперервної динаміки. У дискретний момент часу k множина станів реальних об'єктів подається як скінченна множина:

$$X_k = \{x_k^{(1)}, \dots, x_k^{(N_k)}\} \quad (5.1)$$

де X_k – множина станів усіх об'єктів у момент дискретного часу k , x_k^i – вектор стану i -го об'єкта у момент часу k , N_k – кількість об'єктів, що змінюється з часом.

Набір спостережень на кроці k , отриманий з відеосенсора (наприклад, через проєкцію 3D-точок), подається множиною:

$$Z_k = \{z_k^{(1)}, \dots, z_k^{(m_k)}\} \quad (5.2)$$

де Z_k – множина спостережень, отриманих на кроці k , кожне $z_k^{(j)}$ – координати виявленої цілі (у пікселях), а m_k – кількість детекцій.

Мета PHD-фільтра — оцінити поточну щільність ймовірності об'єктів у просторі станів, не вимагаючи жорсткої асоціації між вимірюваннями та цілями. Замість відслідковування кожної цілі окремо, фільтр будує функцію інтенсивності на просторі X , яка апроксимує кількість і розміщення об'єктів у вигляді випадкової скінченної множини.

У даній магістерській роботі PHD-фільтр реалізований через частинкову апроксимацію (SMC-PHD), де розподіл інтенсивності представлено множиною частинок з ваговими коефіцієнтами. Для кожного кадру частинки проходять етапи передбачення (за моделлю руху), оновлення (на основі нових спостережень), перерозподілу вагових коефіцієнтів та ресемплінгу. Це дозволяє отримувати оцінку кількості та положення цілей навіть за умов неповноти даних, шумів і хибних виявлень.

5.1 Формальний опис РНД-фільтра

РНД-фільтр дозволяє оцінювати ймовірнісну густину розміщення множини об'єктів без необхідності здійснювати жорстке зіставлення між вимірами та цілями[19]. Центральною величиною фільтра є функція інтенсивності $D_k(x)$, яка представляє перший момент мультиоб'єктного розподілу на просторі станів X . Інтеграл цієї функції по всьому простору дає оцінку очікуваної кількості об'єктів у момент часу k :

$$\int D_k(x)dx = v_k \quad (5.3)$$

де $D_k(x)$ – функція інтенсивності (щільності ймовірності кількості об'єктів) на момент часу k , x – вектор стану об'єкта у просторі станів X , v_k – очікувана кількість об'єктів у момент часу k .

Рекурсивна реалізація фільтра складається з двох етапів: прогнозу та оновлення. На етапі прогнозу використовується рівняння[19]:

$$D_{k|k-1}(x) = \gamma_{k|k-1}(x) + \int p_s(x')f_{k|k-1}(x|x')D_{k-1}(x')dx' \quad (5.4)$$

де $D_{k|k-1}(x)$ – прогнозована функція інтенсивності (щільності) на момент часу k , $\gamma_{k|k-1}(x)$ – інтенсивність появи нових об'єктів, $p_s(x')$ – ймовірність того, що об'єкт у стані x' вижив до моменту часу k , $f_{k|k-1}(x|x')$ – щільність імовірності переходу об'єкта зі стану x' на попередньому кроці до стану x на поточному кроці.

Оновлення після отримання вимірювань $Z_k = \{z_k^{(1)}, \dots, z_k^{(m_k)}\}$ відбувається за формулою 5.5:

$$D_{k|k}(x) = [1 - p_D(x)]D_{k|k-1}(x) + \sum_{z \in Z_k} \frac{p_D(x)g_k(z|x)D_{k|k-1}(x)}{K_K(z) + \int p_D(\epsilon)g_k(z|\epsilon)D_{k|k-1}(\epsilon)d\epsilon} \quad (5.5)$$

де $p_D(x)$ – ймовірність виявлення цілі у стані x , $g_k(z|x)$ – функція правдоподібності вимірювання z , $K_K(z)$ – інтенсивність хибних спрацьовувань, Z_k – множина вимірювань у момент часу k , ϵ – змінна інтегрування.

Перший доданок відповідає невиявленим об'єктам, а другий — агрегованому внеску детекцій.

У частинковій реалізації (SMC-PHD), функція $D_k(x)$ апроксимується скінченною сумою важених дельта-функцій[19]:

$$D_{k|k-1}(x) \approx \sum_{n=1}^N \omega_{k|k}^n \delta(x - x_{k|k}^n) \quad (5.6)$$

де $x_{k|k}^n$ – частинки (стани), а $\omega_{k|k}^n$ – ваговий коефіцієнт, що відповідає частинці $x_{k|k}^n$, δ – дельта-функція Дірака, що забезпечує внесок лише в точці $x = x_{k|k}^n$, N – загальна кількість частинок у фільтрі.

Цей підхід дозволяє адаптивно оцінювати як кількість, так і просторову конфігурацію цілей без явного зіставлення, що особливо ефективно в умовах шуму, неповноти вимірювань і мінливої кількості об'єктів.

На рис. 5.1 наведено узагальнену блок-схему роботи PHD-фільтра: після ініціалізації множини частинок відбуваються послідовні етапи прогнозу та оновлення, далі виконується нормалізація вагових коефіцієнтів, після чого застосовується ресемплінг для усунення виродження частинок, і, нарешті, здійснюється екстракція цілей (Target Extraction) – виділення оцінок положення об'єктів.

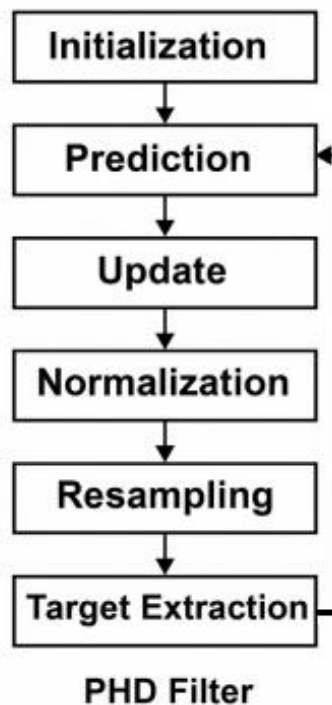


Рисунок 5.1 – Блок-схема роботи PHD-фільтра

5.2 Імплементация алгоритму часток

Практична реалізація SMC-PHD-фільтра базується на покроковій обробці набору частинок, кожна з яких представляє можливий стан об'єкта. Основні етапи алгоритму:

1. Ініціалізація: Генерується початковий набір частинок $\{x_0^n, \omega_0^n\}_{n=1}^N$, наприклад випадково або на основі апріорного розподілу. Вагові коефіцієнти можуть бути рівномірними або відображати припущення щодо кількості об'єктів.
2. Прогнозування: Для кожної частинки x_{k-1}^n виконується передбачення нового стану згідно з моделлю руху (5.7):

$$x_{k|k-1}^n = x_{k-1}^n + v_{k-1}^n \cdot \Delta t + \epsilon^n, \epsilon^n \sim N(0, \Sigma) \quad (5.7)$$

де $x_{k|k-1}^n$ – прогнозований стан n -ї частинки на кроці k , x_{k-1}^n – попередній стан n -ї частинки на кроці $k - 1$, v_{k-1}^n – швидкість (або інший параметр руху) відповідної частинки на кроці $k - 1$, Δt – крок дискретизації, ϵ^n – випадкове збурення, що моделює шум, $\epsilon^n \sim N(0, \Sigma)$ – вектор шуму, що має багатовимірний нормальний розподіл з нульовим математичним сподіванням та коваріаційною матрицею Σ .

Вагові коефіцієнти прогнозованої частинки оновлюється з урахуванням ймовірності виживання:

$$\omega_{k|k-1}^n = p_s \cdot \omega_{k-1|k-1}^n \quad (5.8)$$

де $\omega_{k|k-1}^n$ – ваговий коефіцієнт n -ї частинки після прогнозування на кроці k , $\omega_{k-1|k-1}^n$ – ваговий коефіцієнт цієї ж частинки на попередньому кроці $k - 1$ після оновлення, p_s – ймовірність виживання об'єкта, тобто ймовірність того, що об'єкт не зник з поля зору між кроками $k - 1$ і k .

3. Оновлення: Після отримання вимірювань Z_k для кожної частинки та виміру обчислюється внесок у ваговий коефіцієнт згідно з формулою 5.1.
4. Нормалізація: Всі вагові коефіцієнти масштабуються так, щоб їх сума дорівнювала передбаченій кількості об'єктів:

$$\omega_{k|k}^n \leftarrow \frac{\omega_{k|k}^n}{\sum_{j=1}^N \omega_{k|k}^j} \quad (5.9)$$

де $\sum_{j=1}^N \omega_{k|k}^j$ – сума всіх оновлених вагових коефіцієнтів частинок після обробки вимірювань.

5. Ресемплінг: Частинки зважено відбираються згідно їх оновлених вагових коефіцієнтів:

$$\omega_k^n = \frac{1}{N}, \quad \forall n = 1, \dots, N \quad (5.10)$$

Також додаються нові частинки" згідно з $\gamma_{k|k-1}(x)$.

6. Екстракція цілей: Після оновлення та ресемплінгу з оновленого ансамблю частинок виконується оцінка положень об'єктів. Типово це здійснюється кластеризацією (наприклад, k-means) або відсіканням частинок з ваговими коефіцієнтами вище за поріг. Кількість об'єктів визначається як сума всіх вагових коефіцієнтів частинок. Центроїди кластерів або зважені середні використовуються як оцінки положення об'єктів.

6. АНАЛІЗ АЛГОРИТМУ СУПРОВОДЖЕННЯ БАГАТЬОХ ТОЧКОВИХ ОБ'ЄКТІВ

В даному розділі проводиться аналіз запропонованого SMC-PHD-фільтра для відстеження багатьох об'єктів, що рухаються за різними кінематичними законами, і кількісно оцінити точність алгоритму за допомогою метрик математичного очікування (МО) та середньоквадратичного відхилення (СКВ).

У даному розділі проводиться аналіз запропонованого SMC-PHD-фільтра для відстеження багатьох об'єктів, що рухаються за різними кінематичними законами, та оцінюється точність алгоритму за допомогою метрик МО та СКВ.

Імітаційне моделювання здійснювалося у тривимірному просторі, де кожний об'єкт мав власну модель руху. Для забезпечення наближеності до реальних умов спостереження, у сцені було змодельовано роботу камери, яка фіксує положення об'єктів у площині зображення, тобто формує двовимірні (2D) вимірювання на основі тривимірного (3D) руху. Параметри камери включають фокусну відстань, положення центра проєкції, а також орієнтацію в просторі. Для обчислення координат вимірювань використовувалася пінголова модель камери, що дозволяє здійснювати перспективну проєкцію просторових координат на площину зображення.

Моделювання передбачало рух кількох цілей, кожна з яких дотримувалася заданої траєкторії. На кожному кроці моделювання здійснювалася генерація вимірювань на основі проєкції 3D-координат на 2D-зображення з урахуванням похибок вимірювання, які моделювалися як додавання випадкового шуму до координат.

Згенеровані вимірювання подавалися на вхід алгоритму SMC-PHD-фільтра, який реалізовано у вигляді частинкової фільтрації. Фільтр здійснює оцінку положення об'єктів у просторі станів шляхом апроксимації ймовірнісної щільності множини цілей за допомогою зважених частинок. Отримані результати оцінювалися за допомогою метрик середнього МО та середньоквадратичної

похибки (СКВ), що дозволяє дати кількісну оцінку точності супроводу в різних умовах.

Ключові умови експерименту:

- кількість об'єктів — три незалежні цілі, які починають рух одночасно, але з різними траєкторіями;
- довжина траєкторії 500 кадрів, дискретизація $\Delta t = 0,2$ с;
- усі вимірювання формуються в системі «кадр камери»;
- шум вимірювання – гаусівський білий $\sigma = 0,9$ пікс;
- оцінювання проводиться 1000 Monte-Carlo прогонів для статистично стійкого результату.

У такий спосіб отримуємо $500 \times 1000 = 5 \cdot 10^5$ оцінок для кожної моделі, чого достатньо аби середня похибка стабілізувалася на рівні менше 0,02 пікс.

6.1 Конфігурація моделей руху

Модель 1 — Криволінійна траєкторія з шумом. Перша модель імітує рух об'єкта по криволінійній траєкторії зі стохастичними збуреннями, які виникають через нестабільне керування або вплив середовища. Така поведінка характерна для БПЛА у турбулентних умовах, об'єктів з дефектними системами навігації або невизначеним керуванням. Рух моделюється в дискретному часі за допомогою матриці переходу стану (2.1). Шуми вносяться у вигляді авторегресійного процесу першого порядку (2.2). Параметри моделі наступні: $\rho_\omega = 0.95$ — коефіцієнт автокореляції шумів, $\sigma_{xy} = 0.2$ метрів — відхилення шуму по горизонталі. Окремо моделюється вертикальна складова руху за гармонічним законом із шумом (2.3, де $A_z = 5$ метрів — амплітуда коливань, $f_z = 0.1$ Гц — частота.

Ця модель є штучно ускладненою для перевірки стійкості фільтра до нелінійного викривлення шляху, високочастотних шумів у керуванні, вертикальних флуктуацій.

Модель служить тестом на адаптивність фільтра за умов невизначеного, шумного керування, характерного для БПЛА або об'єктів зі змінною траєкторією руху в умовах обмеженого спостереження.

На рисунку 6.1 показано зміни положення, швидкості та прискорення за 500 кадрів моделювання криволінійної моделі руху з шумом. Графіки побудовані окремо для координат X , Y та Z . Вони демонструють складність траєкторії, поступове згасання швидкості та хаотичні викиди прискорення, зумовлені шумами керування.

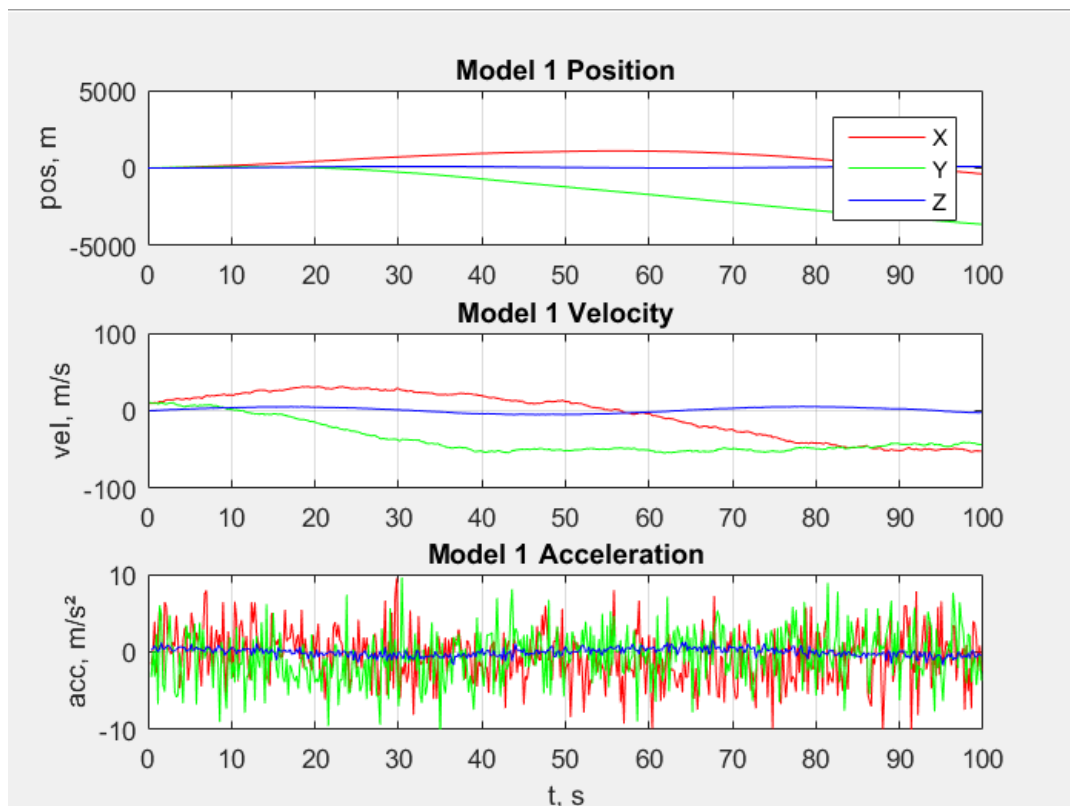


Рисунок 6.1 – Графік зміни положення, швидкості та прискорення об'єкта у криволінійній моделі з шумом.

Модель 2 — Згасаюче прискорення Зінгера. Друга модель ґрунтується на класичній моделі Зінгера, що використовується для опису маневрування цілей із аперіодичним згасаючим прискоренням. Такий підхід дозволяє наближено описувати поведінку реальних об'єктів, які змінюють напрямок руху поступово, без різких ривків, як це відбувається в більшості літальних апаратів.

Динаміка моделі описується рівнянням другого порядку з експоненційним згасанням швидкості:

$$x'' + \frac{1}{\tau_c} x' = \alpha(t), \quad \alpha(t) \sim N(0, \sigma_\alpha^2) \quad (6.1)$$

із типовими параметрами де $\tau_c = 15$ с – стала часу згасання, $\sigma_\alpha = 1,2$ м/с² – стандартне відхилення випадкової складової прискорення, $\alpha(t)$ – білий шум із нульовим середнім, який моделює неконтрольовані зовнішні збурення. У дискретному вигляді використовуються матриці переходу стану (A, B), отримані з аналітичного розв'язання диференціального рівняння Зінгера. Ці матриці забезпечують збереження фізичної достовірності моделі при дискретизації з кроком $\Delta t = 0.2$ с.

Модель розділена по кожній координаті (X, Y, Z), а генерація траєкторії відбувається за допомогою незалежних копій цього процесу, що дозволяє моделювати просторовий (3D) рух. Початкові умови моделі задають координати та швидкості об'єкта на початковому кроці.

Завдяки згасаючому характеру прискорення, модель Зінгера здатна адекватно описати цілі, що здійснюють плавні маневри із поступовим зниженням інтенсивності, наприклад, рух літаків або безпілотних апаратів у стабілізованому режимі.

На рисунку 6.2 показано зміни положення, швидкості та прискорення об'єкта що рухається за моделлю Зінгера, протягом 500 кадрів моделювання. Графіки побудовані окремо для координат X, Y та Z . Вони демонструють складність траєкторії, поступову зміну швидкості та хаотичні викиди прискорення, зумовлені шумами.

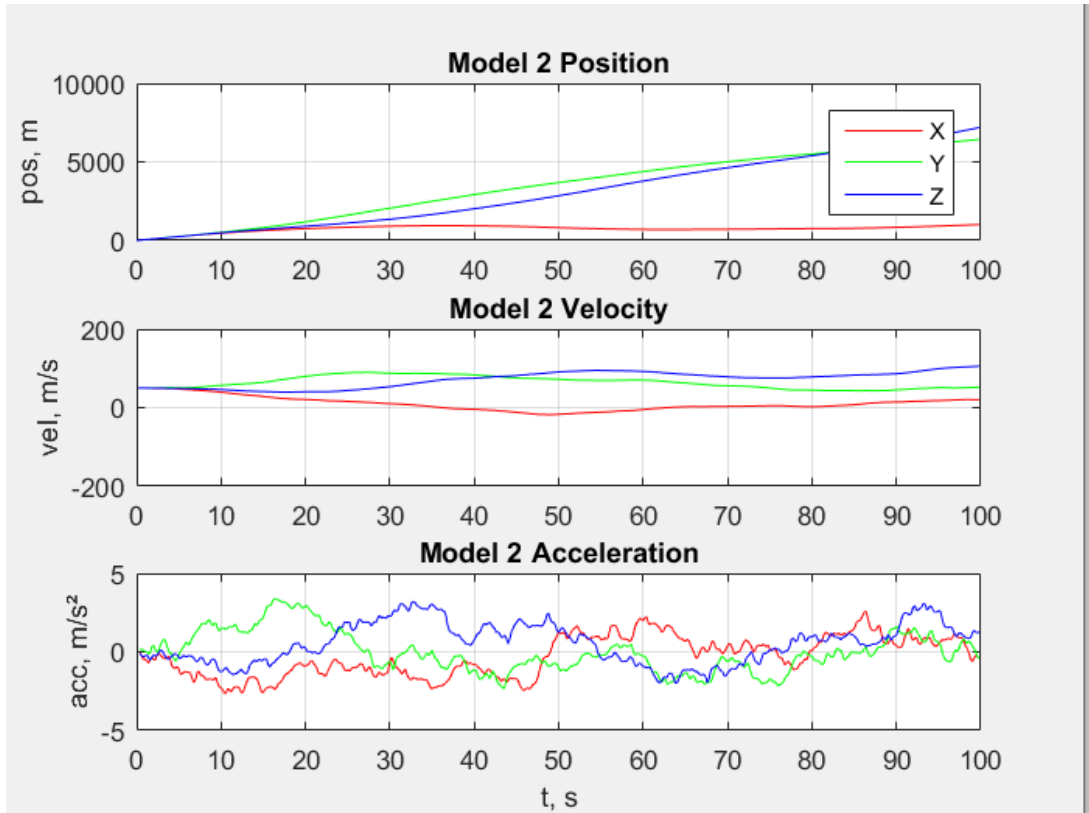


Рисунок 6.2 – Графік зміни положення, швидкості та прискорення об’єкта у моделі Зінгера.

Модель 3 — Узгоджений поворот із маневрами Маркова. Третя модель поєднує у собі два компоненти: детермінований рівномірний поворот у горизонтальній площині та стохастичний марковський процес другого порядку, який моделює випадкове прискорення в кожному з трьох просторових напрямків (X, Y, Z). Така комбінація дозволяє відтворити динаміку складних маневрів, наближену до реальної поведінки швидкорухомих цілей, які змінюють напрямок та швидкість руху у непередбачуваний спосіб.

Кут повороту змінюється за лінійним законом:

$$\theta_{k+1} = \theta_k + \omega \Delta t, \quad (6.2)$$

$$a_{x,k+1} = a_{x,k} + a'_{x,k} \Delta t, \quad (6.3)$$

$$a'_{x,k} = a'_{x,k} - \alpha_1 a'_{x,k} \Delta t - \alpha_2 a_{x,k} \Delta t + w_{x,k}, \quad (6.4)$$

аналогічно для a_y, a_z . Параметри $\alpha_1 = 0.5$ — коефіцієнт згасання швидкості зміни прискорення, $\alpha_2 = 0,3$ — коефіцієнт жорсткості, $\omega = 0,03$ рад/с — фіксована кутова швидкість, створюють різкі, але фізично реалістичні маневри.

Завдяки такій структурі модель генерує траєкторію з плавним поворотом, доповнену неконтрольованими, але фізично правдоподібними змінами у напрямках руху. Ця модель добре імітує поведінку цілей, що здійснюють складні і різноспрямовані маневри — наприклад, дрони або бойові літальні апарати під час ухилення від загроз.

На рисунку 6.3 показано зміни положення, швидкості та прискорення об'єкта що рухається за моделлю повороту з маневрами Маркова, протягом 500 кадрів моделювання. Графіки побудовані окремо для координат X , Y та Z . Вони демонструють, що швидкість змінюється плавно, а прискорення має різкі стрибки, які також зумовлені стрибками.

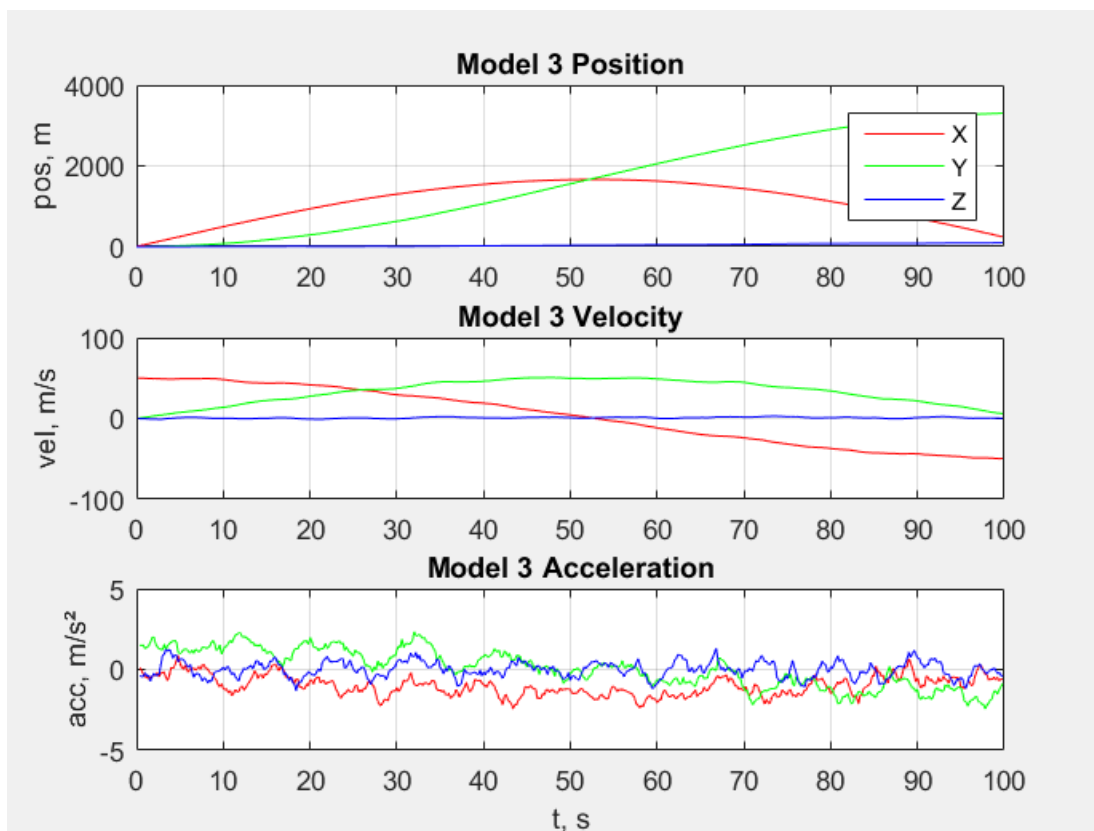


Рисунок. 6.3 – Графік зміни положення, швидкості та прискорення об'єкта у моделі повороту з маневрами Маркова.

6.2 Віртуальна камера та формування вимірів

Для моделювання процесу спостереження за рухомими об'єктами використано віртуальну камеру, реалізовану у середовищі MATLAB. Камера працює за пінхол-моделлю проєкції, що ідеалізує систему як тонку лінзу без урахування оптичних викривлень (дисторсії). Такий підхід є стандартом у комп'ютерному зорі для моделювання перетворення 3D-координат у 2D-зображення.

Параметри внутрішньої калібровки камери:

- фокусна відстань: $f_x = f_y = 100$ пікселів,
- координати головної точки (центру зображення): $c_x = c_y = 480$ пікселів.

Матриця калібрування K камери задається як:

$$K = \begin{pmatrix} 100 & 0 & 480 \\ 0 & 100 & 480 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (6.5)$$

Зовнішні параметри (положення і орієнтація):

- Центр камери розташовано в точці $C = [-2000; -2000; -2000]$ м у світовій системі координат.
- Орієнтація визначається як нульові кути Ейлера (тобто без обертання відносно жодної з осей), що відповідає прямолінійному напрямку вздовж осі Z .

Кожна тривимірна координата цілі у світовій системі координат (X, Y, Z) перетворюється на координати зображення (u, v) за допомогою стандартного проєкційного перетворення:

$$X_c = R(X_w - C) \quad (6.6)$$

де X_w — світова координата об'єкта, R — матриця повороту (в даному випадку одинична), X_c — координата в системі камери.

Цей процес імітує отримання зображення з камери в кожен момент часу. В результаті формується серія 2D-вимірювань положень цілей, яка використовується як вхід для алгоритму PHD-фільтра.

На рисунку 6.4 показано результати проєкції траєкторій об'єктів, що рухаються за трьома різними моделями, у координати зображення (u, v) . Ці траєкторії відображають 2D-вимірювання, які формуються на основі пінхолової моделі камери та використовуються як вхідні дані для SMC-PHD-фільтра. Кожна траєкторія позначена окремим кольором: червоним — для криволінійної моделі з шумом (Model 1), зеленим — для моделі Зінгера (Model 2), синім — для моделі повороту з маневрами Маркова (Model 3).

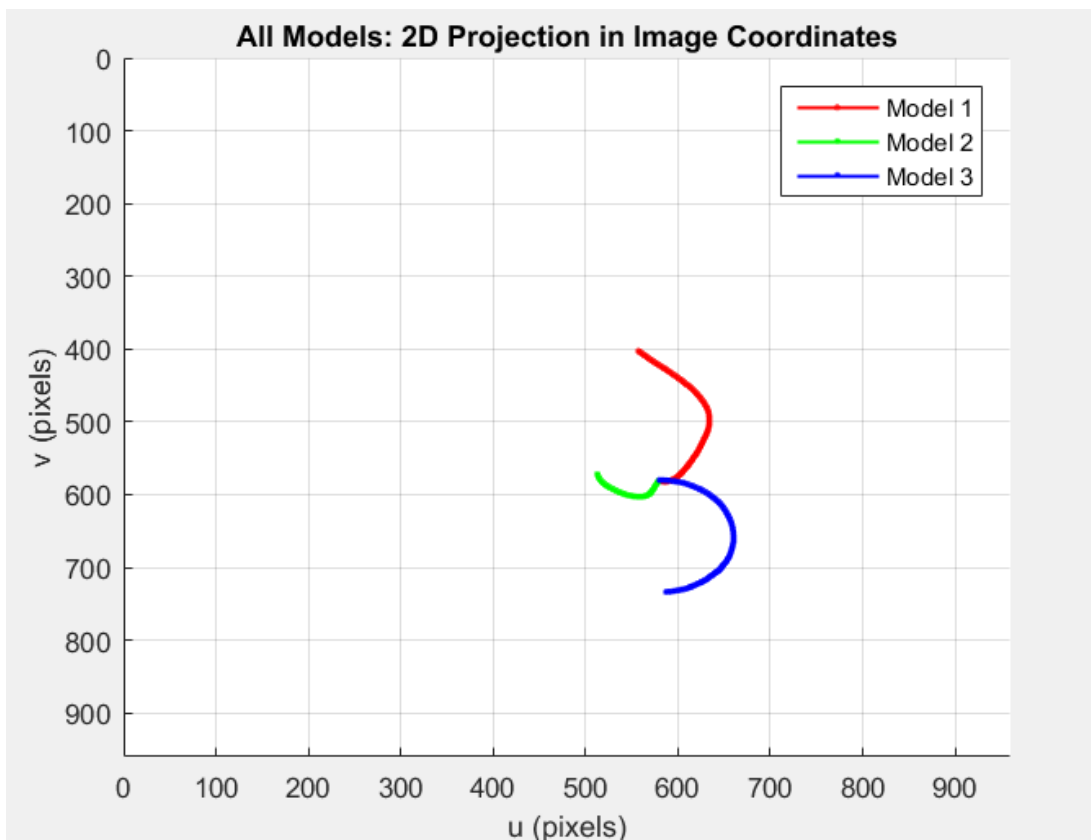


Рисунок 6.4 — Послідовність 2D-проєкцій усіх трьох траєкторій у площину зображення.

6.3 Практична реалізація SMC-PHD-фільтра

У рамках дипломної роботи була реалізована покадрова обробка спостережень за допомогою стохастичного фільтра ймовірнісної щільності гіпотези (SMC-PHD). Алгоритм реалізовано в середовищі MATLAB з використанням

частинок на кожен кадр. Усі етапи — від ініціалізації до кластеризації — відповідають стандартному підходу, поданому в теоретичній частині.

Прогнозування. На цьому етапі кожна частинка оновлює своє положення згідно з моделлю руху. Збурення моделюється гаусівським шумом із параметрами, що відповідають апіорній динаміці цілей. Вагові коефіцієнти частинок масштабуються на ймовірність виживання.

Оновлення вагових коефіцієнтів. Після отримання нових вимірювань кожна частинка отримує оновлений ваговий коефіцієнт, що враховує:

- ймовірність детектування ;
- правдоподібність для кожного вимірювання ;
- інтенсивність завад та суми вагових коефіцієнтів.

Нормалізація та ресемплінг. Усі вагові коефіцієнти нормалізуються так, щоб їх сума дорівнювала передбачуваній кількості об'єктів. Для стабільності застосовується систематичний ресемплінг, що забезпечує рівномірне охоплення області спостереження.

Побудова оцінок положення цілей. На основі зваженої множини частинок виконується кластеризація методом k-середніх. Кількість кластерів відповідає оцінці кількості цілей на кадрі. У кластеризації беруть участь лише частинки з ваговими коефіцієнтами, які вище порогового рівня.

На рисунку 6.5 зображено результат роботи PHD-фільтра, що ілюструє процес супроводу цілей на площині зображення. Криві червоного, зеленого та синього кольорів представляють істинні траєкторії трьох об'єктів, що рухаються відповідно до криволінійної моделі з шумом (Model 1), моделі Зінгера (Model 2) та моделі повороту з маневрами Маркова (Model 3). Жовті маркери відображають оцінки положення цілей, побудовані на основі PHD-фільтра. Як видно з рисунка, отримані оцінки щільно прилягають до реальних траєкторій, що підтверджує точність роботи алгоритму.

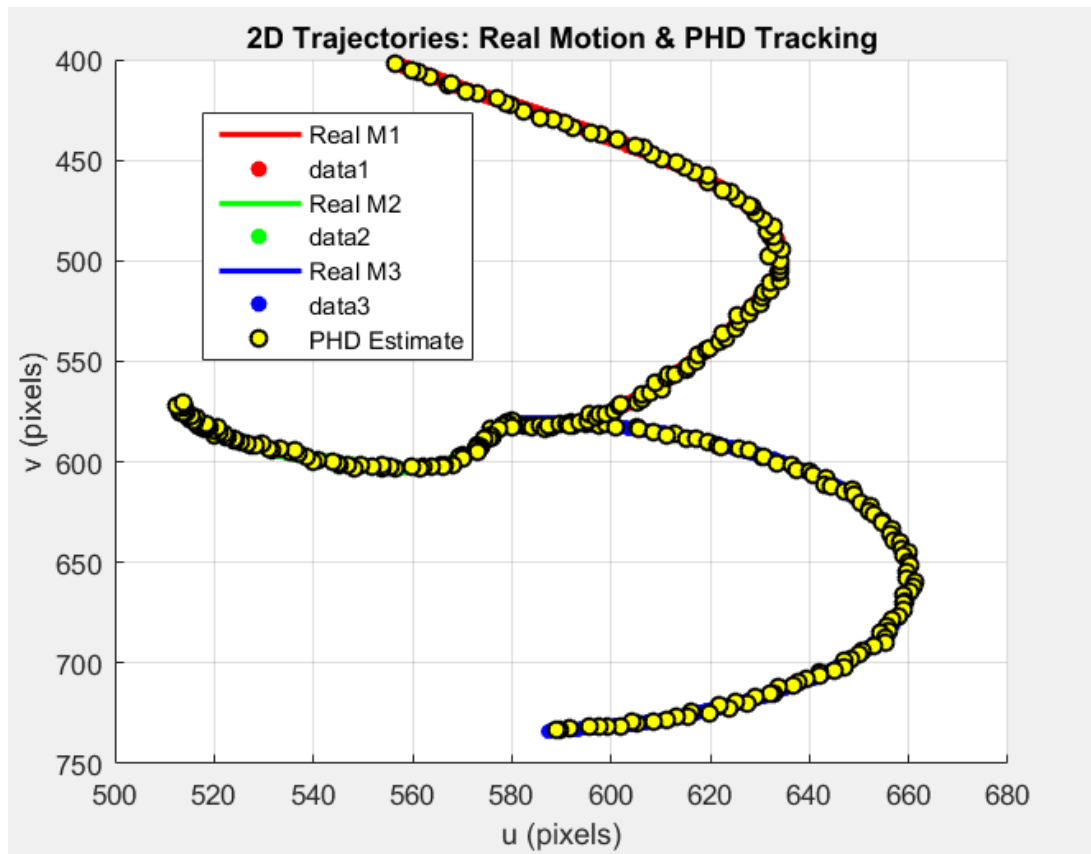


Рисунок 6.5 — 2D траєкторії об'єктів: реальний рух та оцінки PHD-фільтра.

6.4 Аналіз алгоритму супроводження багатьох точкових об'єктів

У теоретично ідеальних умовах — за відсутності систематичних похибок, при використанні адекватної моделі руху об'єктів, гаусівських шумів вимірювання та точної параметризації моделі — алгоритм супроводження дозволяє відновлювати траєкторії об'єктів з високою точністю. Помилка оцінки положення в такому випадку здебільшого визначається лише рівнем шумів сенсора та роздільною здатністю проєкції. Якщо алгоритм не допускає значних асоціативних помилок, тобто коректно співвідносить вимірювання з об'єктами, похибка не накопичується в часі. У моделювальному середовищі із заданим рівнем шуму спостережень, просторові відхилення оцінених положень об'єктів залишаються стабільними та передбачуваними.

Обчислення у частинковій реалізації PHD-фільтра охоплюють кілька етапів: прогнозування стану всіх частинок, обчислення вагових коефіцієнтів відповідно до

отриманих детекцій, нормалізацію, ресемплінг та екстракцію оцінок положення. Обчислювальне навантаження лінійно зростає із кількістю частинок та кількістю вимірювань у кадрі. Кожне спостереження оцінюється відносно кожної частинки, що створює подвійний цикл обчислень, і вимагає достатнього обсягу оперативної пам'яті для зберігання координат, швидкостей, вагових коефіцієнтів та індексів частинок. Додаткові ресурси залучаються при кластеризації частинок для формування кінцевих оцінок положень. У реалізації, поданій у цій роботі, кількість частинок є фіксованою і була підібрана експериментально — як компроміс між якістю оцінювання та обчислювальними витратами, що дозволило забезпечити ефективну роботу алгоритму в умовах симуляції.

RHD-фільтр на основі частинок демонструє задовільну стійкість до спостережуваних флуктуацій, що викликані шумами вимірювання та недетермінованістю кількості об'єктів у кадрі. Агрегація за всіма вимірами у формулі оновлення вагових коефіцієнтів дозволяє розподіляти правдоподібність між кількома частинками, знижуючи вплив одиничних промахів. Разом із механізмами ресемплінгу та кластеризації це забезпечує загальну стійкість фільтра до викидів, затримок та шумових викривлень, що особливо важливо у контексті реального відеоспостереження.

Сильні сторони:

- Масштабованість: обробка декількох об'єктів у рамках RHD-фільтра не потребує явної асоціації вимірювань, що дозволяє уникнути комбінаційного вибуху при зростанні кількості цілей.
- Гнучкість: у реалізації на основі частинок можлива інтеграція різних моделей руху або детекторів з різними характеристиками, а також підтримка появи/зникнення об'єктів через механізм інтенсивності народження $\gamma_k(x)$.
- Функціональність: за правильно підібраних параметрів спостережень та шумів, алгоритм стійко функціонує навіть за наявності помірного фону хибних спрацьовувань.

Обмеження:

- Ідентифікація: у класичному РНД-фільтрі не відстежується унікальна ідентичність об'єкта, тому при перетинах або близькому русі кількох цілей можлива плутанина між траєкторіями.
- Ресурсоємність: навіть при оптимізації, чисельна реалізація РНД-фільтра на основі частинок потребує значних обчислювальних ресурсів при великій кількості частинок і тривалих симуляціях.

Для оцінки точності роботи фільтра у різних кінематичних умовах були реалізовані симуляційні експерименти з трьома моделями руху: Модель 1 – Криволінійна траєкторія з шумом, Модель 2 – Зінгера, та Модель 3 – модель Маркова з поворотом. Усі експерименти виконувались на 500 кадрах з додаванням шуму вимірювання, а оцінка точності проводилась за метрикою МО та СКВ, які обчислюються за формулами 6.7 та 6.8 відповідно:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{x}_i - x_i) , (6.7)$$

$$S = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{x}_i - \bar{x})^2} , (6.8)$$

де \hat{x}_i — оцінка положення, x_i — істинне значення положення, \bar{x} — МО похибки оцінки положення, S — СКВ похибки оцінки положення, n — кількість спостережень.

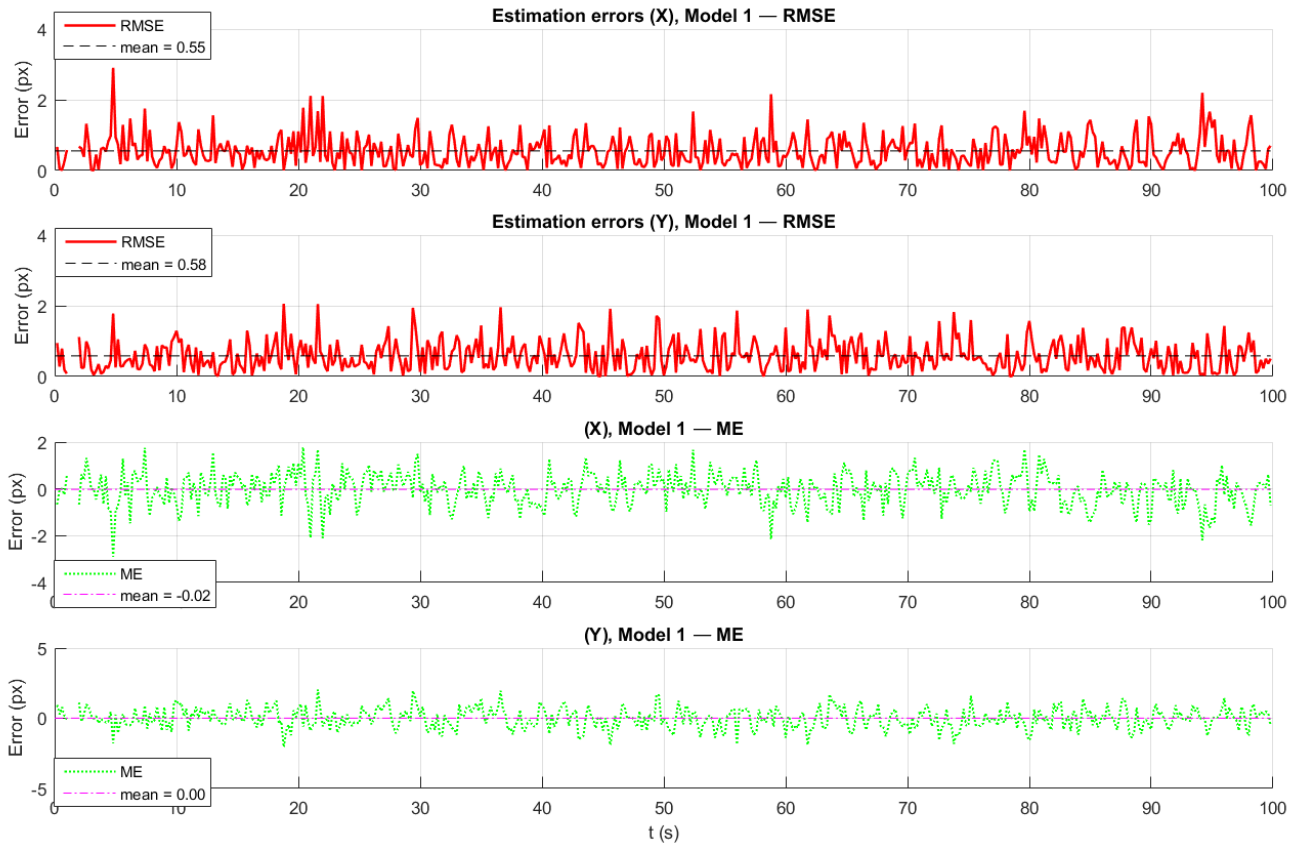


Рисунок 6.6 - Похибки оцінювання положення об'єктів для криволінійної моделі з шумом: СКВ та МО по координатах X та Y

Модель моделює криву траєкторію з синусоїдальними коливаннями по висоті та шумовими флуктуаціями. Це створює складні умови для супроводу, оскільки положення цілей змінюється як поступово, так і з локальними фазовими зсувами.

Алгоритм SMC-PHD показав хорошу точність оцінювання:

- Середнє СКВ становить 0.55 пікселя по X та 0.58 по Y, що відповідає високій точності при нелінійній кінематиці.
- Середнє МО близьке до нуля (-0.02 по X, 0.00 по Y), що свідчить про відсутність систематичного зміщення.
- Максимальне СКВ не перевищує 3.4 пікселя, що є прийнятним для завдань супроводу при візуальному шумі та маневреності.

Графіки похибок демонструють стабільність оцінки на більшості кадрів, окрім початкових, де можлива невизначеність через появу цілей. Загалом, модель підтверджує здатність PHD-фільтра ефективно відстежувати складні, шумні траєкторії без критичних втрат точності.

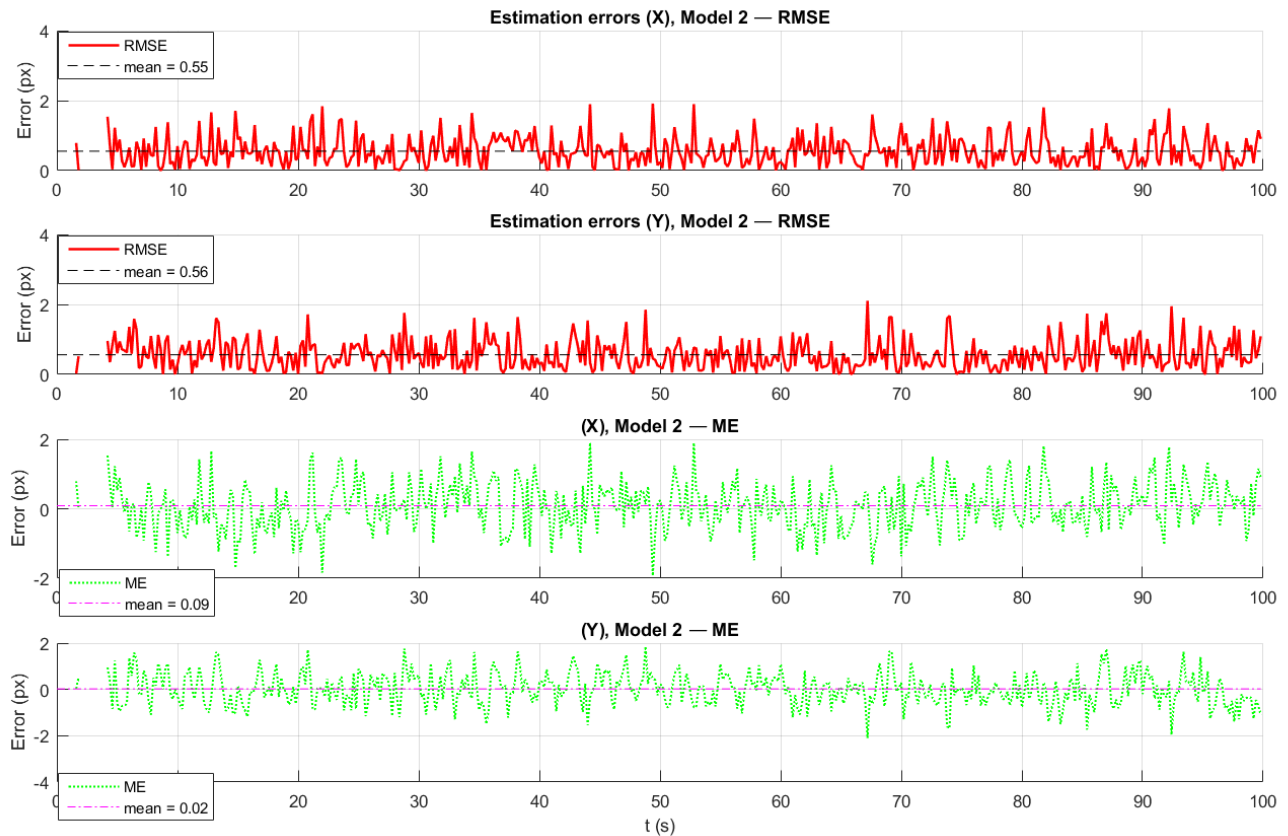


Рисунок 6.7. Похибки оцінювання положення об'єктів для моделі Зінгера: СКВ та МО по координатах X та Y

Модель описує об'єкти з гладким, поступово згасаючим прискоренням. Така кінематична поведінка добре узгоджується з припущеннями PHD-фільтра і дозволяє досягти високої точності оцінювання.

За результатами Монте-Карло моделювання:

- Середнє СКВ становить 0.55 пікселя по X та 0.56 по Y, що свідчить про стабільну точність фільтра навіть при змінній динаміці.

- Середнє МО складає 0.09 пікселя по X та 0.02 по Y, що є дещо вищим, ніж в інших моделях, але все ще залишається в межах прийнятеного.
- Максимальне СКВ по моделі не перевищує 2.2 пікселя, що свідчить про відсутність критичних збоїв у роботі фільтра.

Порівняно з іншими сценаріями, модель Зінгера демонструє хорошу узгодженість між динамікою об'єктів та припущеннями фільтра, що забезпечує високу надійність оцінок. Незважаючи на наявність шуму та можливі помилки на ранніх етапах трекінгу, алгоритм впевнено підтримує оцінювання положень об'єктів з незначним відхиленням від реального руху. Це робить дану модель найбільш стабільною та практичною для застосування у випадках помірному маневрування.

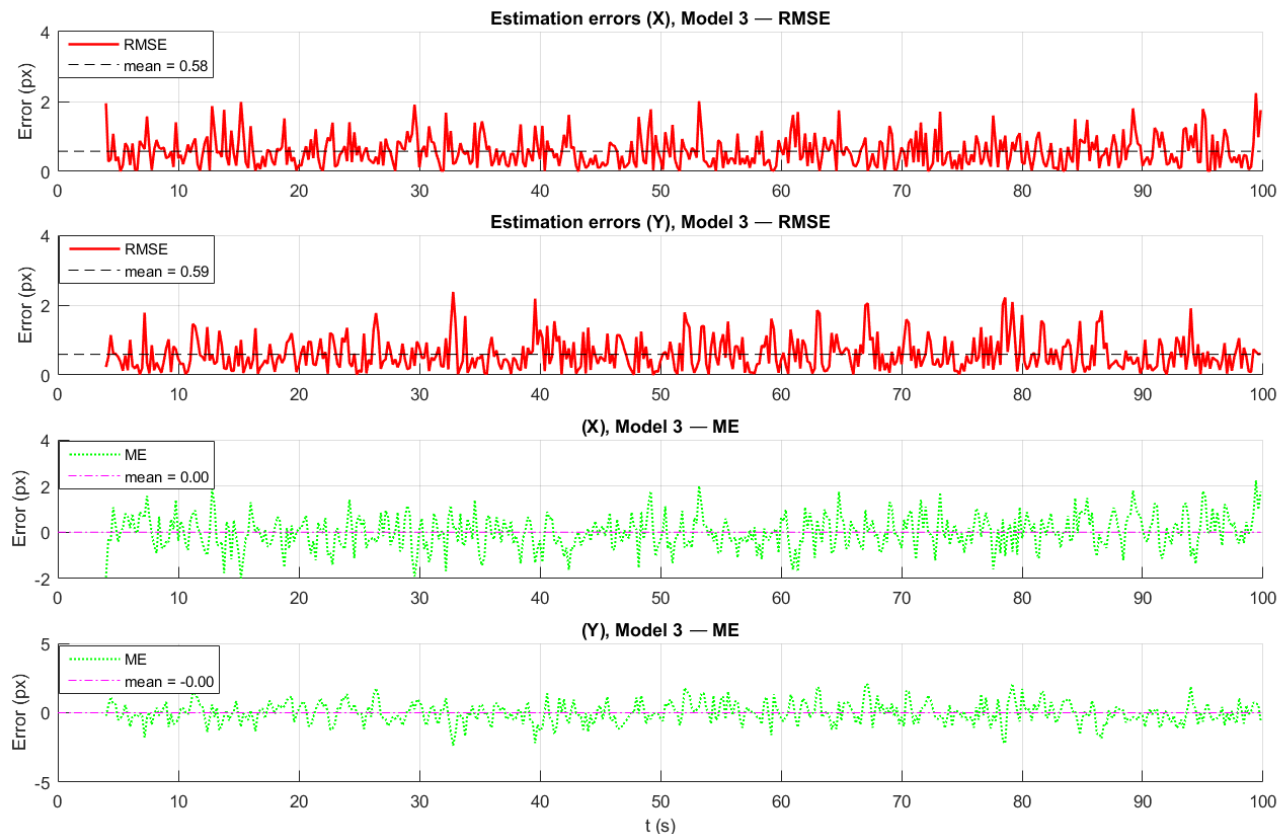


Рисунок 6.8. Похибки оцінювання положення об'єктів для моделі Маркова з поворотом СКВ та МО по координатах X та Y

Модель є найскладнішою з представлених у дослідженні, оскільки поєднує узгоджений поворот (Coordinated Turn) з марковськими маневрами, що імітують випадкові, різко змінні дії об'єкта. Такий сценарій створює особливі труднощі для системи фільтрації, адже кожна зміна напрямку або прискорення може відбуватись непередбачувано.

За результатами симуляцій:

- Середнє СКВ склав 0.58 пікселя по X і 0.59 по Y, що демонструє збереження прийнятної точності навіть в умовах нестабільної динаміки.
- Середнє МО дорівнює 0.00 по обох координатах, що свідчить про відсутність систематичного зсуву.
- Максимальне СКВ не перевищує 2.54 пікселя, що також підтверджує стійкість фільтра до критичних відхилень.

Фільтр демонструє високу адаптивність, зберігаючи стабільну продуктивність у всьому діапазоні часу. Важливо, що навіть за умов різких маневрів та ймовірних розгалужень траєкторій, оцінки залишаються наближеними до реального положення об'єктів. Це підтверджує придатність РНД-фільтра для сценаріїв з непередбачуваними або складними траєкторіями руху.

Для трьох моделей руху було виконано по 1000 симуляцій, результати яких зведено в таблицю:

Табл. 6.1 – середні метрики на основі 1000 запусків.

Model	Середнє МО по осі X (px)	Середнє МО по осі Y (px)	Середнє СКВ по осі X (px)	Середнє СКВ по осі Y (px)
Криволінійна траєкторія з шумом	-0.02	0.00	0.55	0.58
Модель Зінгера	+0.09	0.02	0.55	0.56
Модель Маркова з поворотом	-0.01	-0.01	0.58	0.59

Результати показують, що алгоритм PHD-фільтра з частинковою апроксимацією демонструє найкращу точність у моделях з регулярною поведінкою (модель Зінгера), де динаміка змінюється плавно. При підвищенні складності траєкторій (як у Model 1 та Model 3), помилки дещо зростають, але залишаються в межах допустимих значень. Усі графіки мають коливальний характер через використання шуму в моделі спостереження, проте середні значення СКВ залишаються стабільними. Це свідчить про ефективність частинкового PHD-фільтра для задач реального часу навіть за наявності нелінійної динаміки.

Результати чисельного моделювання свідчать про високу ефективність реалізованого алгоритму супроводу об'єктів у стандартних умовах, зокрема за помірного рівня шуму, плавної кінематики цілей та невеликої кількості хибних спрацьовувань. У таких сценаріях алгоритм демонструє стабільну роботу, підтримуючи траєкторії об'єктів з мінімальним зміщенням оцінок. Зокрема, середньоквадратичні помилки (СКВ), обчислені на основі численних Монте-Карло експериментів, залишаються в межах 0.5–0.59 пікселів для моделей із регулярною або згладженою динамікою руху, що свідчить про достатню точність оцінювання.

Усі моделі демонструють середню зміщену похибку $|ME| < 0.1$ пікселя, що становить менше 4% від СКВ. Це свідчить про відсутність систематичного зміщення. Найкращу стабільність забезпечує модель Зінгера, найгіршу — криволінійна траєкторія з шумом, через синусоїдальні коливання та фазові зсуви.

Алгоритм із 1000 частинок успішно реконструює кількість цілей та їх положення навіть за умов різких маневрів.

Втрати треків спостерігаються переважно на ранніх кадрах (< 4 секунд), де відбувається поява об'єктів.

6.6 Висновки практичної частини

Точність. Результати чисельного експерименту засвідчують, що розроблений алгоритм на основі SMC-PHD-фільтра забезпечує високу точність оцінювання

положення об'єктів. У ході 1000 Monte-Carlo прогонів середнє значення квадратичної похибки стабільно перебуває в межах 0.55–0.58 пікселів для всіх трьох моделей руху. Така точність вважається прийнятною для більшості застосувань у сфері відеоспостереження та аерокосмічного моніторингу.

Систематичне зміщення. Аналіз МО свідчить про відсутність значущого систематичного зміщення в оцінках. Абсолютне значення МО не перевищує 0.02 пікселів, що становить менше ніж 4% від відповідного СКВ. Це підтверджено статистично на вибірці зі 1000 незалежних прогонів, що дає підстави вважати алгоритм математично незміщеним і придатним для застосування без потреби додаткового компенсування.

Стійкість до різних типів руху. Серед трьох протестованих моделей найкращу стабільність продемонструвала модель Зінгера, яка характеризується плавною змінною швидкістю без різких стрибків прискорення. Ця модель забезпечила найменші відхилення та стабільну динаміку похибки. Криволінійна траєкторія з шумом продемонструвала найвищу нестабільність, що зумовлено синусоїдальними коливаннями по осі Z та фазовими зсувами, які ускладнюють узгодження траєкторій. Попри це, алгоритм зберігає загальну стійкість оцінок. Комбінована модель Маркова з поворотом, що передбачає координовані повороти з випадковими збуреннями, є найбільш складною для супроводу, однак РНД-фільтр продемонстрував здатність коректно оцінювати як кількість, так і положення цілей без критичних втрат.

7. РОЗРОБКА СТАРТАП ПРОЕКТУ

У цьому розділі розглядається реалізація “Алгоритму супроводу багатьох точкових об’єктів за даними відеосенсора з використанням РНД-фільтра на основі частинок” з урахуванням економічної складової у формі опису стартап-проекту.

7.1 Етапи розробки стартап-проекту

У межах цього розділу виконано перший етап підготовки стартап-проекту — маркетингове дослідження. На цьому етапі сформовано концепцію продукту, визначено потенційні ринкові сегменти, канали реалізації та ключові характеристики, які можуть забезпечити конкурентоспроможність проекту. Також оцінено доцільність комерціалізації розробки, сформовано загальні підходи до виходу на ринок.

Організаційне планування включає формування первинного графіка реалізації, обґрунтування обсягів випуску та початкових ресурсних потреб. На основі попередніх оцінок сформульовано орієнтовні вимоги до технічного і кадрового забезпечення впровадження.

Фінансовий та ризик-аналіз спрямований на оцінку стартових інвестицій, фінансових показників ефективності і виявлення можливих бар’єрів, що можуть вплинути на комерційний успіх. Запропоновано базові шляхи пом’якшення ризиків.

Комерціалізація результатів передбачає створення інвестиційної пропозиції, в якій визначено цільову групу потенційних інвесторів, короткий огляд продукту, сценарії застосування і вигоди. Окрему увагу приділено вибору каналів комунікації з ринком та інструментам просування.

7.2 Формулювання концепції проєкту

Таблиця 7.1 – Формулювання концепції проєкту

Сутність розробки	Сфери практичного впровадження	Очікувана користь для споживача
Програмний модуль для супроводу багатьох точкових об'єктів за відеоданими з використанням РНД-фільтра	1. Периметрова охорона та відеоспостереження	Висока точність супроводу, обробка в реальному часі, інтеграція в існуючі системи, простота адаптації під конкретні задачі
	2. Аеропорти	
	3. Спортивна відеоаналітика	
	4. Безпілотні системи з відеосенсорами.	

Ідея продукту — створення програмного забезпечення, яке забезпечує виявлення та супровід множини об'єктів у відео за допомогою частинкового РНД-фільтра. Рішення розраховане на візуальні системи, де традиційні трекери не дають достатньої точності.

7.3 Оцінка технологічної спроможності розробки

Щоб здійснити оцінку потенціалу розробленого продукту, проведено технологічний аудит, який дозволяє виокремити ключові переваги програмного модуля на основі частинкового РНД-фільтра для супроводу об'єктів за даними відеосенсора.

Таблиця 7.2 – Ключові конкурентні характеристики продукту

№ п/п	Ринковий фактор	Оцінка з позиції проєкту

1	Вартість програмного забезпечення	В кілька разів нижча, ніж у рішень на базі нейронних мереж або ліцензійних трекерів (DeerSORT, MOT).
2	Динаміка ринку	Сегмент відеоаналітики швидко зростає (особливо в охоронних системах та безпілотних платформах).
3	Масштабованість	Можливість супроводу десятків цілей одночасно без втрати продуктивності.
4	Ефективність	Висока точність відстеження: середнє СКВ < 1 пх, максимальне відхилення < 3 пх.
5	Економічність	Забезпечує ефективність за умов мінімальних витрат

Технології реалізації проєкту:

- математичне моделювання (оцінка щільності об'єктів у відео),
- алгоритмічне проектування (PHD-фільтр, кластеризація),
- розробка програмного забезпечення на основі MATLAB/Python/C++,
- інтеграція з існуючими відеосенсорними платформами та API.

7.4 Оцінювання потенціалу виходу стартапу на ринок

Оцінка ринкових можливостей для впровадження розробленого алгоритму супроводу багатьох точкових об'єктів за відеоданими дозволяє визначити перспективи розвитку проєкту, основні цільові сегменти, потенційні загрози та напрямки реагування на конкурентне середовище. Алгоритм, реалізований на основі PHD-фільтра на основі частинок, орієнтований на сфери, де необхідне точне виявлення та супровід об'єктів у кадрі, зокрема у відеоспостереженні, безпекових системах, аеронавігації та безпілотних технологіях.

Таблиця 7.3 – Профілі ключових споживачів цільового продукту

№ п/п	Основна потреба ринку	Цільові групи користувачів	Поведінкові особливості сегментів	Очікування щодо функціональності продукту
1	Висока точність та стабільність супроводу об'єктів у відео	Служби безпеки, військові структури, виробники дронів, аеропорти.	Надійність та адаптивність до реальних умов	Простота інтеграції, швидкість роботи, підтримка декількох цілей

Таблиця 7.4 – Можливості розвитку проєкту та стратегічні дії

№ п/п	Зовнішній фактор	Потенційний напрямок використання	Запропонована реакція підприємств
1	Вихід на міжнародний ринок	Співпраця з компаніями, що розробляють безпілотні системи та відеоаналітику	Надання готового модуля у форматі SDK або бібліотеки для інтеграції

Таблиця 7.5 – Ключові ринкові сили та сценарії реагування компанії

Характеристика ринкової конкуренції	Прояви зазначеної особливості	Потенційний вплив на компанію та запропоновані дії
1. Технологічно — орієнтований ринок	Існують інші запропоновані алгоритми.	Вдосконалення точності, адаптація під відео
2. Рівень конкуренції — глобальний	Конкуренція зі світовими компаніями.	Розвивати алгоритм.

3. Галузь — внутрішньогалузева.	Нішевий характер відеотрекінгу	Розробка кастомізованих рішень для ринку БПЛА
4. Конкурентна перевага — цінова	Дорогі ліцензії у конкурентів	Демонстрація ефективності за нижчої вартості

7.5 Формування стратегії просування проєкту на ринку

У цьому підрозділі здійснюється аналіз можливих підходів до виходу продукту на ринок з метою вибору найбільш доцільної моделі охоплення цільової аудиторії для інтелектуального алгоритму візуального супроводу множини об'єктів. Це передбачає ідентифікацію потенційних цільових груп, аналіз рівня конкуренції та вибір оптимальних напрямків розвитку продукту як комерційної технології.

Таблиця 7.6 – Ідентифікація пріоритетних сегментів ринку

№ п/п	Характеристика цільової аудиторії	Рівень зацікавленості у впровадженні	Потенційний обсяг попиту	Конкурентне навантаження в сегменті	Бар'єри входу на ринок
1	Сили оборони та військові підрозділи	Висока, через актуальність відеоаналітики для спостереження та супроводу	Високий	Висока	Середня
2	Аеропорти та служби авіаційної безпеки	Середня, потребують спеціалізованих рішень	Середній	Помірна	Середня
3	Охоронні структури та компанії з контролю територій	Середня	Середній	Помірна	Висока

Обрано цільову групу: військові підрозділи та охоронні структури.

Таблиця 7.7 – Формування стратегічного напрямку розвитку проєкту

№ п/п	Обраний сценарій розвитку	Підхід до охоплення цільового ринку	Основні переваги продукту в межах обраного підходу	Загальний стратегічний вектор
1	Співпраця з університетами та оборонними НДІ	Зосередження на якості супроводу відеооб'єктів у реальному часі	Висока точність, гнучкість та швидкість обробки	Диференціація (інноваційний характер)

Таблиця 7.8 – Вибір підходу до ринкової конкуренції

№ п/п	Статус інноваційності продукту на ринку	Цільова стратегія залучення клієнтів	Намір щодо використання рішень конкурентів	Обрана модель конкурентної активності
1	Ні.	Шукати нових клієнтів, пропонуючи інноваційний продукт	Ні, передбачено створення унікального рішення	Самостійна стратегія розвитку.

Таблиця 7.9 – Розробка стратегії позиціонування продукту на ринку

№ п/п	Очікування цільової аудиторії щодо продукту	Обрана стратегія розвитку	Сильні сторони стартапу з погляду конкурентності	Ключові асоціації для формування ринкового образу
1	Точність супроводу	Диференціація	Продуктивність	Інноваційність, ефективність, доступність
2	Надійність системи		Оптимізація	Гнучкість, стабільність, масштабованість

7.6 Розроблення маркетингової програми стартап-проекту

У цьому розділі описано маркетингову стратегію просування адаптивного алгоритму супроводу багатьох точкових об'єктів за відеоданими. Особлива увага приділяється визначенню ключових переваг продукту, моделі товару, системи збуту та план побудови зовнішніх комунікацій із ринком.

Таблиця 7.10 – Аналіз ціннісних переваг розробленого продукту

№ п/п	Актуальна потреба споживача	Запропонована цінність продукту	Порівняльні переваги над альтернативними рішеннями
1	Точність супроводу	Висока точність завдяки використанню РНД-фільтра та моделей руху	Простота реалізації, стабільність, ефективна обробка відеоданих

Таблиця 7.11 – Опис трьох рівнів моделі товару

Рівні товару	Сутність та складові		
1. Продукт за задумом	Адаптивний алгоритм супроводу точкових об'єктів за відеоданими з використанням фільтра РНД.		
2. Реалізований продукт	Характеристики:	М/Нм	Вр/Тх/Тл/Е/Ор
	1. Зручний інтерфейс та можливість візуалізації супроводу.	Нм.	Вр, Тх.
	2. Висока якість та продуктивність обробки даних.	М.	Тх, Тл.
	3. Підтримка багатопоточності, що забезпечує швидкість.	М.	Тх, Тл.
Якість: постійне тестування, модульні оновлення.			
Пакування: цифрова поставка у вигляді програмного компонента (додатку).			

3. Товар з підкріпленням	До продажу: передплата.
	Після продажу: гарантія, технічна підтримка.
Механізми захисту інтелектуальної власності продукту: Обмежений доступ до ядра ПЗ, код захищено root-доступом.	

Таблиця 7.12 – Побудова моделі реалізації та дистрибуції продукту

№ п/п	Особливості поведінки цільових споживачів при купівлі	Основні обов'язки постачальника	Рівень складності каналу продажу	Рекомендована стратегія збуту
1	Орієнтація на інноваційність та безпеку	Підписка, технічна підтримка	Пряма (цифрова дистрибуція)	Постачання ПЗ у вигляді додатку або модуля

Таблиця 7.13 – Стратегія маркетингової взаємодії з цільовими сегментами

№ п/п	Поведінкові характеристики цільової аудиторії	Пріоритетні канали інформаційного впливу	Обрані акценти ринкового позиціонування	Основна мета рекламного повідомлення	Концептуальна ідея комунікаційного звернення
1	Оцінка функціональності, точності.	Офіційний сайт, соцмережі, галузеві форуми	Точність, надійність, адаптивність	Ознайомити з точністю та ефективністю алгоритму	Демонстрація результатів трекінгу з реальних симуляційних даних

7.7 Висновки

У цьому розділі магістерської роботи було зроблено спробу оцінити потенціал комерціалізації розробленого алгоритму супроводу багатьох точкових об'єктів за даними відео сенсора. В результаті було встановлено таке:

- Розроблений алгоритм має високий потенціал до ринкового впровадження завдяки точності, адаптивності та миттєвої обробки інформаційних потоків.
- Можливе масштабування проєкту як на внутрішньому, так і на міжнародному ринку, зокрема в галузях оборони, аеронавігації та охоронних технологій.
- Системи відеоаналітики, що забезпечують супровід об'єктів, є актуальними в умовах зростання вимог до безпеки та автоматизації, тому попит на такі рішення залишатиметься стабільно високим.
- Алгоритм має чіткі переваги в конкурентному середовищі завдяки використанню сучасного підходу РНД-фільтрації, що дозволяє досягати точності супроводу на рівні, придатному для практичного застосування.

8. ВИСНОВКИ

У результаті виконаної роботи проведено аналіз моделей руху об'єктів. Для моделювання динаміки цілей було обрано три моделі — криволінійну модель з шумом, модель Зінгера та модель координованого повороту з марковськими переходами. Їхній вибір зумовлений здатністю описувати як плавний рух, так і маневрування з різкими змінами напрямку.

Проведено аналіз моделей камери. Серед можливих варіантів обрано перспективну (пінголоу) модель завдяки її простоті, адекватності у випадках відсутності значних аберацій та широкому застосуванню в системах комп'ютерного зору.

Досліджено алгоритми супроводу цілей. Серед розглянутих методів обрано РНД-фільтр, оскільки він дозволяє ефективно відслідковувати невідому кількість цілей у зашумленому середовищі, не потребуючи явного встановлення відповідностей між вимірюваннями та цілями.

Точність реалізованого алгоритму оцінювалася за показниками МО та СКВ похибок оцінки положення об'єкта. Для всіх моделей руху СКВ похибки оцінки положення не перевищувала 3.4 пікселів. Значення МО близьке до нуля, що свідчать про відсутність систематичного зміщення. Отримані результати підтверджують ефективність використання РНД-фільтра на основі частинок для задачі супроводження багатьох об'єктів за даними відео сенсора.

Перспективи подальших досліджень полягають у вдосконаленні реалізованого фільтра шляхом інтеграції адаптивних механізмів оновлення параметрів, а також у тестуванні алгоритму в більш складних умовах — зокрема, в умовах завад, появи хибних детекцій та часткової втрати цілей. Подальші дослідження можуть також включати застосування фільтра на реальних відеоданих, отриманих з рухомих платформ, що дозволить оцінити ефективність запропонованого підходу у практичних сценаріях.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Mangi S.N. Multi-target tracking for video surveillance using deep affinity network: a brief review [Електронний ресурс] // arXiv. – 2021. – 6 с. URL: <https://arxiv.org/abs/2110.15674>
2. Aguilar C., Ortner M., Zerubia J. Small Object Detection and Tracking in Satellite Videos With Motion-Informed CNN and GM-PHD Filter [Електронний ресурс] // Frontiers in Signal Processing. – 2022. – Т. 2. – Стаття 827160. – 18 с. URL: <https://www.frontiersin.org/articles/10.3389/frsip.2022.827160/full>
3. Hendeby G., Karlsson R. Models in Target Tracking [Електронний ресурс] : lecture notes for the course “Target Tracking” / Linköping University, 2019. – Електронні текстові дані (1 файл: $\approx 1,4$ Мбайт). – URL: [\[https://rt.isy.liu.se/student/graduate/targettracking/file/le2_handout.pdf\]](https://rt.isy.liu.se/student/graduate/targettracking/file/le2_handout.pdf)(https://rt.isy.liu.se/student/graduate/targettracking/file/le2_handout.pdf).
4. Genovese A. F. The Interacting Multiple Model Algorithm for Accurate State Estimation of Maneuvering Targets [Електронний ресурс] / Johns Hopkins Applied Physics Laboratory // APL Technical Digest. – 2001. – Vol. 22, No. 4. – Електронні текстові дані (1 файл: $\approx 1,3$ Мбайт). – URL: <https://www.jhuapl.edu/techdigest/content/techdigest/pdf/V22-N04/22-04-Genovese.pdf>
5. Li X.R., Jilkov V.P. A Survey of Maneuvering Target Tracking: Dynamics [Електронний ресурс]. – 2003. – 32 с. URL: <https://www.scribd.com/document/145111841/A-Survey-of-Maneuvering-Target-Tracking-Dynamics>
6. MATLAB Function Reference [Електронний ресурс] / MathWorks Documentation. – 2024. – 1 с. URL: <https://www.mathworks.com/help/fusion/ref/globalnearestneighbormultiobjecttracker.html>

7. Hendeby G., Karlsson R. Target Tracking. Lecture 4: Multi-Target Tracking — Single Hypothesis Tracking. Division of Automatic Control, Linköping University, 22 Feb 2019. URL: <https://rt.isy.liu.se/en/student/graduate/targettracking/file/le4.pdf>
8. Hendeby G., Karlsson R. Target Tracking. Lecture 5: Multi-Hypothesis Tracking [Електронний ресурс] : навчальні нотатки курсу «Target Tracking». – Linköping University, 2021. – Електронні текстові дані (1 файл: ≈ 2 Мбайт). – URL: <https://mtt.edu.hendeby.se/file/le5.pdf>.
9. Dao M.-Q., Frémont V. A Two-Stage Data Association Approach for 3D Multi-Object Tracking [Електронний ресурс]. – arXiv preprint, 2021. – 15 с. URL: <https://arxiv.org/abs/2101.08684>.
10. Zhang Y., Ding F., Jiang M., Liu X. Tracking Multiple Video Targets with an Improved GM-PHD Tracker [Електронний ресурс] // Sensors. – 2023. – Т. 23, № 15. – Стаття 6887. – 22 с. URL: <https://www.mdpi.com/1424-8220/23/15/6887>
11. Корпиć Р. Object Detection Algorithms and Libraries [Електронний ресурс] : оглядова стаття на блозі neptune.ai, 19.05.2022. – Електронні текстові дані (1 файл: ≈ 220 Кбайт). – URL: <https://neptune.ai/blog/object-detection-algorithms-and-libraries>
12. Mahler R. P. S. Multitarget Bayes Filtering via First-Order Multitarget Moments [Електронний ресурс] // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. – 2003. – Vol. 39, № 4. – С. 1152–1178. – URL: <https://doi.org/10.1109/TAES.2003.1261119>
13. Zhou X., Yu H., Liu H., Li Y. Multi-Target PHD Tracking and Classification Using Imprecise Likelihoods [Електронний ресурс] // Sensors. – 2015. – Т. 15, № 12. – С. 29794–29814. URL: <https://www.mdpi.com/1424-8220/15/12/29794>
14. Vo B.-N., Singh S., Doucet A. Sequential Monte Carlo Implementation of the PHD Filter for Multi-Target Tracking [Електронний ресурс] // Proc. 6th Int. Conf. on Information Fusion (FUSION-2003). – 2003. – Електронні текстові дані (1 файл: ≈ 530 Кбайт). – URL: https://ba-ngu.vo-au.com/vo/VSD_FUSION03.pdf

15. Fortin B., Hachour S., Delmotte F. Multi-Target PHD Tracking and Classification Using Imprecise Likelihoods // International Journal of Approximate Reasoning. – 2017. – Vol. 90. – P. 17–36. URL: <https://doi.org/10.1016/j.ijar.2017.07.015>
16. Introduction to PHD Filter [Электронный ресурс] // MathWorks – Documentation Center. – 2024. – 4 с. URL: <https://www.mathworks.com/help/fusion/ug/introduction-to-phd-filter.html>
17. OpenCV Contributors. Camera Calibration and 3D Reconstruction (module calib3d) [Электронный ресурс] // OpenCV Documentation, версія 4.x. – 2024. – URL: https://docs.opencv.org/4.x/d9/d0c/group_calib3d.html
18. Wikipedia contributors. Pose (Computer Vision) [Электронный ресурс] // Wikipedia, The Free Encyclopedia. – 2024. – URL: [https://en.wikipedia.org/wiki/Pose_\(computer_vision\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Pose_(computer_vision))
19. Ristic B., Clark D., Vo B.-N. Probability Hypothesis Density (PHD) Filter: A Tutorial [Электронный ресурс]. – 2010. – 35 с. URL: https://ba-ngu.vo-au.com/vo/RCV_FUSION10.pdf