

МЕТОДИ ВИБОРУ ТА ОБҐРУНТУВАННЯ ПАРАМЕТРІВ КОЛАТЕРАЛЬНИХ DeFi-ПРОТОКОЛІВ

Є. М. Ємець¹, Л. В. Ковальчук²

¹ Навчально-науковий Фізико-технічний інститут

Анотація

У роботі досліджено методи вибору та обґрунтування параметрів колатеральних DeFi-протоколів на основі Order Book. Проведено огляд архітектури децентралізованих фінансів, класифіковано основні типи колатеральних механізмів, обґрунтовано переваги Order Book-моделі у контексті DeFi-кредитування. Побудовано математичну модель умови ліквідації, яка враховує відхилення цін між оракулом і DEX, ціновий вплив великих угод та миттєве падіння ринкової ціни активу. Проведено чисельні розрахунки граничного коефіцієнта LTV_{max} для основних торгових пар (BTC/USDT, ETH/USDT, DOGE/USDT, PEPE/USDT) із урахуванням резерву безпеки. Виконано порівняння результатів з даними Yellow Paper та обґрунтовано вплив ринкової кон'юнктури на параметри кредитування.

Ключові слова: DeFi, DeFi-кредитування, Order Book, LTV, ліквідація позики, ризик ліквідації, колатераль, price deviation, price impact, price drop.

Вступ

Упродовж останнього десятиліття сектор децентралізованих фінансів (DeFi) зазнав бурхливого розвитку, запропонувавши альтернативні рішення для кредитування, обміну активами та управління капіталом без участі централізованих посередників. Одним із ключових компонентів більшості DeFi-протоколів є механізми забезпечення (колатералізації), що дозволяють уникнути кредитних ризиків за рахунок надлишкового резервування активів.

У цьому контексті надзвичайно важливим є правильний вибір параметрів колатералізації, насамперед коефіцієнта забезпечення Loan-to-Value (LTV). Занадто високе LTV може призвести до масових ліквідацій у випадку раптового падіння цін, тоді як надмірна консервативність LTV обмежує ефективність використання капіталу користувачами протоколу.

Традиційно в DeFi практиці рівні LTV встановлюються вручну або через голосування спільнот, без належної аналітичної основи. Це створює ризики недооцінки волатильності ринку, глибини ліквідності та швидкості реакції оракулів.

У цій роботі запропоновано математичну модель розрахунку безпечного граничного LTV для протоколу, що використовує механіку Order Book на відміну від класичних AMM-підходів. Особливу увагу приділено врахуванню таких факторів як цінове відхилення між оракулом і DEX, миттєві падіння ринкових цін (Price Drop) та ціновий вплив великих обсягів угод (Price Impact).

Мета дослідження полягає в розробці комплексного методу для обґрунтування параметрів колатералізації з урахуванням реальної ринкової структури

та ризиків ліквідності.

1. Огляд DeFi-протоколів і проблематика вибору LTV

Децентралізовані кредитні платформи можна умовно розділити на три типи:

- лендингові протоколи (Aave, Compound [1]),
- протоколи створення стейблкоїнів (MakerDAO),
- оптимізовані протоколи ліквідності (Morpho, Euler).

У більшості реалізацій на сьогодні використовуються модель пулової ліквідності на основі AMM (Automated Market Maker) [2]. Однак AMM має низку вад для кредитування: високе прослизання при великих обсягах угод, нерівномірний розподіл ліквідності, наявність імперманентних втрат.

У цьому контексті застосування механізмів Order Book у DeFi дозволяє гнучкіше управляти ліквідністю, точніше фіксувати ціну угод і мінімізувати ризики каскадних ліквідацій [3]. Саме тому у дослідженні розглядається кредитний протокол на базі Order Book.

Вибір рівня LTV_{max} має враховувати три основні ризики [4]:

- відхилення між оракулом і фактичною ціною на DEX,
- миттєві падіння ціни на ринку (Oracle price drop),
- додатковий ціновий вплив великих обсягів торгівлі (Price Impact).

Ігнорування будь-якого з цих факторів може призвести до некоректного встановлення порогів ліквідації.

2. Математична модель ліквідації та розрахунок LTV_{max}

Для обґрунтування параметрів колатерального кредитування розглянемо базові змінні:

- α — кількість одиниць заставного активу A ;
- β — кількість одиниць позикового активу B ;
- $C_{A/B}$ — обмінна функція активів A на B через ринок DEX;
- $O_{A/B}$ — оракульна ціна активу A у термінах активу B ;
- $d_{A/B}$ — відхилення між оракульною ціною та ціною на DEX (Oracle/DEX price deviation);
- $p_{A/B}^{(\Delta)}$ — ціновий вплив (Price Impact) при угоді обсягом Δ ;
- $v_{A/B}$ — миттєве падіння оракульної ціни активу за короткий інтервал часу (Oracle price drop).

Сумарне допустиме відхилення оцінюється як сума двох основних складових:

$$o_{A/B} = d_{A/B} + p_{A/B}^{(\Delta)}.$$

Вважаємо, що відкриття позиції відбувається у момент часу $\tau = 0$. Відкриття позиції означає, що заблоковано на рахунку позичальника α одиниць активу A і отримано позичальником β одиниць активу B . Прийнятна величина позиченого активу β :

$$\beta \leq LTV_{max} \cdot \beta_0, \quad (1)$$

де β_0 — вартість активу A , який є у позичальника, у момент відкриття позиції у еквіваленті активу B , а LTV_{max} — максимально дозволений loan-to-value коефіцієнт або частка від застави, яку дозволено позичити. Наприклад, для стабільного активу це може бути 80-85 відсотків, а для ризикованого активу лише 50-60 відсотків.

β_0 в момент відкриття позиції обчислюється за оракульною ціною, тобто

$$\beta_0 = C_{A/B}(0, \alpha) = O_{A/B}(0) \cdot \alpha. \quad (2)$$

Величину, яку отримаємо при обміні активу A на актив B в момент часу τ , можна записати так:

$$\beta_\tau \geq O_{A/B}(\tau) \cdot \alpha \cdot (1 - o_{A/B}) \cdot (1 - v_{A/B}(t)),$$

де t — час, який треба для знаходження покупця на цей кредит.

Борг на момент часу τ , або $b(\tau)$ з урахуванням відсотків визначається як

$$b(\tau) = \beta \cdot (1 + fee)^\tau, \quad (3)$$

де fee — ставка комісії за користування позикою на одиницю часу, а τ — строк дії позики у секундах.

Для уникнення ліквідації потрібно, щоб фактична вартість забезпечення покривала борг, тобто виконувалась така умова — права частина нерівності (2) має бути більша або рівна правій частині рівняння (3):

$$\alpha \cdot O_{A/B}(\tau) \cdot (1 - o_{A/B}) \cdot (1 - v_{A/B}) \geq \beta \cdot (1 + fee)^\tau. \quad (4)$$

Підставляючи праву частину нерівності (1) замість β у нерівність (4) отримаємо наступне:

$$O_{A/B}(\tau) \cdot \alpha \cdot (1 - o_{A/B}) \cdot (1 - v_{A/B}(t)) \geq LTV_{max} \cdot \beta_0 \cdot (1 + fee)^\tau. \quad (5)$$

Тому умова ліквідації полягає в тому, коли нерівність (5) вперше виконається в протилежний бік, тобто:

$$\beta_0 \leq \frac{O_{A/B}(\tau) \cdot \alpha \cdot (1 - o_{A/B}) \cdot (1 - v_{A/B}(t))}{LTV_{max} \cdot (1 + fee)^\tau}. \quad (6)$$

Для того, щоб момент ліквідації не настав в нульовий момент часу, покладемо у правій частині нерівності (6) $\tau = 0$, тоді отримаємо наступне:

$$\beta_0 \leq \frac{O_{A/B}(0) \cdot \alpha \cdot (1 - o_{A/B}) \cdot (1 - v_{A/B}(t))}{LTV_{max}}. \quad (7)$$

Тепер можна переписати нерівність (7) для остаточного визначення LTV_{max}

$$LTV_{max} \leq \frac{O_{A/B}(0) \cdot \alpha \cdot (1 - o_{A/B}) \cdot (1 - v_{A/B}(t))}{\beta_0}.$$

Знаючи чому дорівнює β_0 із рівняння (2), нерівність для LTV_{max} можна спростити наступним чином:

$$LTV_{max} \leq \frac{O_{A/B}(0) \cdot \alpha \cdot (1 - o_{A/B}) \cdot (1 - v_{A/B}(t))}{O_{A/B}(0) \cdot \alpha}.$$

$$LTV_{max} \leq (1 - o_{A/B}) \cdot (1 - v_{A/B}(t)).$$

Для підвищення надійності протоколу додатково вводиться резерв безпеки у розмірі 5 процентних пунктів, тобто фактичне граничне значення LTV_{max} зменшується на 0.05 перед використанням у системі ліквідації.

3. Емпіричні результати розрахунку LTV_{max}

На основі запропонованої математичної моделі було проведено емпіричний розрахунок граничних коефіцієнтів LTV_{max} для основних торгових пар.

Для дослідження були обрані наступні пари активів:

- **BTC/USDT** — як найбільш ліквідна пара на криптовалютному ринку, що є еталоном для оцінки низьковолатильних блакитних активів.
- **ETH/USDT** — друга за капіталізацією криптовалюта, що має вищу волатильність порівняно з BTC, але також велику глибину ринку.
- **DOGE/USDT** — популярний середній за капіталізацією токен із підвищеною волатильністю і середньою ліквідністю.
- **PEPE/USDT** — типовий представник класу «мем-коїнів» із дуже високим ризиком та низькою ринковою глибиною.

Для побудови емпіричної бази розрахунків усі необхідні параметри було зібрано вручну шляхом самостійного збору даних із відкритих джерел.

Зокрема:

- Значення падіння ціни оракула (Oracle price drop) ($v_{A/B}$) були отримані шляхом аналізу історичних графіків на інтервалі 12 годин з використанням даних основних оракулів та біржових сервісів (Binance API [5]).
- Значення відхилення між оракульною ціною та ціною на DEX (Oracle/DEX price deviation) ($d_{A/B}$) визначалися через пряме порівняння котировань централізованих бірж і децентралізованих пулів за допомогою моніторингових сервісів (Oracle-дані отримані з API CoinGecko [6], DEX-дані – з API DEX Screener [7]).
- Оцінка цінового впливу ($p_{A/B}^{(\Delta)}$) для угоди обсягом 1 000 000 USD виконувалась шляхом емпіричного тестування зміни ціни при віртуальному виконанні ордеру через агрегатори ліквідності (1inch — агрегатор ліквідності для децентралізованих бірж [8]).

Кожен параметр був визначений окремо для кожної обраної торгової пари (BTC/USDT, ETH/USDT, DOGE/USDT, PEPE/USDT) із урахуванням актуальних ринкових умов на момент збору.

Таким чином, усі розрахункові дані були побудовані на основі реальних ринкових показників, а не теоретичних припущень, що підвищує прикладну цінність отриманих результатів.

Для кожної пари застосовувалась формула:

$$LTV_{\max} = (1 - (d_{A/B} + p_{A/B}^{(\Delta)}))(1 - v_{A/B}),$$

після чого результат зменшувався ще на 5 процентних пунктів як резерв безпеки.

Результати розрахунків подані в таблиці:

Таблиця 1. Безпечні рівні $LTV_{\max}$ для обраних пар активів

Торгова пара	$LTV_{\max}$ (після –5%)
BTC/USDT	0.932
ETH/USDT	0.9212
DOGE/USDT	0.7143
PEPE/USDT	0.3297

Як видно з результатів, найбільші рівні безпечного кредитування спостерігаються для активів з високою ліквідністю (BTC, ETH), тоді як для волатильних токенів типу DOGE та PEPE допустимі межі значно нижчі.

Це повністю узгоджується з інтуїтивними уявленнями про співвідношення ліквідності та кредитних ризиків у DeFi-протоколах.

4. Порівняння результатів із Yellow Paper [9]

Для перевірки коректності отриманих розрахунків також було проведено порівняння результатів із даними, наведеними у Yellow Paper. У Yellow Paper використовуються статистичні оцінки ліквідності ринку, падінь цін та відхилень Oracle/DEX для різних торгових пар за інтервали 1–2 місяці.

У процесі порівняння були взяті значення Price Impact та Oracle Deviation для пар BTC/USDT та ETH/USDT відповідно до Yellow Paper, а також скопеговані миттєві Price Drop. Застосовавши ту ж саму формулу для розрахунку $LTV_{\max}$, були отримані наступні результати

Таблиця 2. Результати розрахунків $LTV_{\max}$ за даними Yellow Paper

Торгова пара	$LTV_{\max}$ (після –5%)
BTC/USDT	0.8545
ETH/USDT	0.8590

Як видно з таблиці 2, результати, отримані на основі Yellow Paper, демонструють суттєво нижчі допустимі рівні кредитування порівняно з оцінками, базованими на актуальних даних ринку.

Основні причини такої різниці:

- Дані Yellow Paper були зафіксовані в період зниження ринку, що призвело до зменшення ліквідності у пулах.
- Більш песимістичні оцінки миттєвих падінь цін і price impact при великих обсягах торгів.

Це підкреслює важливість регулярного оновлення параметрів $LTV_{\max}$ залежно від ринкових умов та актуального стану ліквідності.

Висновки

У роботі розроблено методологію обґрунтування параметрів колатеральних DeFi-протоколів на основі Order Book, що враховує такі ключові ризики, як миттєве падіння ціни активів, відхилення між цінами оракула та DEX, а також ціновий вплив великих угод.

На основі побудованої математичної моделі сформульовано аналітичний вираз для обчислення безпечного максимального коефіцієнта забезпечення $LTV_{\max}$, який забезпечує платоспроможність позиції навіть у випадку несприятливих ринкових змін.

Емпіричні розрахунки для основних торгових пар (BTC/USDT, ETH/USDT, DOGE/USDT, PEPE/USDT) показали, що допустимі значення $LTV_{\max}$ варіюються залежно від рівня ліквідності активу:

- для «blue-chip» (BTC, ETH) безпечний $LTV_{\max}$ складає понад 90%,
- для волатильних активів (DOGE, PEPE) допустимий рівень знижується до 70% і нижче.

Порівняння отриманих результатів із даними Yellow Paper показало, що під час падіння ринку допустимі рівні LTV суттєво знижуються, що підкреслює необхідність адаптивного перегляду параметрів колатералізації залежно від ринкових умов.

Результати дослідження можуть бути використані для підвищення стійкості DeFi-протоколів, мінімізації ризиків ліквідацій та ефективнішого використання капіталу у децентралізованих фінансових системах.

Подальші дослідження можуть бути присвячені розробці моделей динамічного регулювання $LTV_{\max}$

у реальному часі з урахуванням оновлення оракульних цін та змін глибини ліквідності на ринку.

Перелік використаних джерел

1. *ZenGo Research*. Understanding Compound's Liquidation. — 2021. — URL: <https://zengo.com/pdf/understanding-compound%E2%80%98s-liquidation-2.pdf> ; Accessed: 2025.
2. *Adams H.* Uniswap: A decentralized protocol for automated liquidity provision. — 2018. — URL: <https://uniswap.org/whitepaper.pdf> ; Accessed: 2025.
3. *Bedlam Research*. Order Book Lending: Beyond AMM. — 2024. — URL: <https://www.bedlamresearch.ch/posts/ob-lending/> ; Accessed: 2025.
4. *TOBAM Research*. How to Assess the Bad Debt Risk for DeFi Lending Protocols? — 2023. — URL: <https://www.tobam.fr/wp-content/uploads/2023/07/How-to-assess-the-bad-debt-risk-for-DEFI-lending-protocols-.pdf> ; Accessed: 2025.
5. *Binance Exchange*. Binance API Documentation. — 2025. — URL: <https://binance-docs.github.io/apidocs/spot/en/> ; Accessed: 2025.
6. *CoinGecko*. CoinGecko API and Analytics. — 2025. — URL: <https://coingecko.com/> ; Accessed: 2025.
7. *DEX Screener*. DEX Screener Analytics. — 2025. — URL: <https://dexscreener.com/> ; Accessed: 2025.
8. *1inch Network*. 1inch Aggregation Protocol. — 2025. — URL: <https://1inch.io/> ; Accessed: 2025.
9. *DeFi Research Group*. Risk Parameters for Collateralized DeFi Protocols. — 2023. — URL: <https://docsend.com/view/mdxnynyuc84n4e5v> ; Accessed: 2025.