

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ  
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»  
Факультет Електроніки

(повна назва інституту/факультету)

Кафедра Акустики та Акустоелектроніки

(повн: назва кафедри)

«На правах рукопису»

УДК \_\_\_\_\_

«До захисту допущено»

Завідувач кафедри

(підпис)

(ініціали, прізвище)

“ ” \_\_\_\_\_ 20\_\_ р.

## Магістерська дисертація

зі спеціальності (спеціалізації) 171.”Електроніка” \_\_\_\_\_

(код і назва спеціальності)

на тему: Особливі точки векторного поля інтенсивності в хвилеводі з комбінованими границями

Виконав (-ла): студент (-ка) 2 курсу, групи ДГ-71мп

(шифр групи)

Ярошенко Михайло Олексійович

(прізвище, ім'я, по батькові)

(підпис)

Науковий керівник професор А та АЕ Коржик О.В.

(посада, науковий ступінь, вчене звання, прізвище та ініціали)

(підпис)

Консультант \_\_\_\_\_

(назва розділу)

(науковий ступінь, вчене звання, прізвище, ініціали)

(підпис)

Рецензент доцент Трапезон К.О.

(посада, науковий ступінь, вчене звання, науковий ступінь, прізвище та ініціали)

(підпис)

Засвідчую, що у цій магістерській дисертації немає запозичень з праць інших авторів без відповідних посилань.

Студент \_\_\_\_\_

(підпис)

**Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут  
імені Ігоря Сікорського»**

Інститут/факультет Електроніки  
(повна назва)

Кафедра Акустики та Акустoeлектроніки  
(повна назва)

Рівень вищої освіти – другий (магістерський) за освітньо-професійною  
(освітньо-науковою) програмою

Спеціальність (спеціалізація) 171. “Електроніка”  
(код і назва)

**ЗАТВЕРДЖУЮ**  
Завідувач кафедри

\_\_\_\_\_ (підпис) \_\_\_\_\_ (ініціали, прізвище)

«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_р.

**ЗАВДАННЯ**  
на магістерську дисертацію студенту  
**Ярошенко Михайло Олексійович**

\_\_\_\_\_ (прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема дисертації Особливі точки векторного поля інтенсивності в хвилеводі з комбінованими границями
2. науковий керівник дисертації професор кафедри А та АЕ Коржик О.В.,  
(прізвище, ім'я, по батькові, науковий ступінь, вчене звання)  
затверджені наказом по університету від 07.11.2018р. № 4114с
3. Строк подання студентом дисертації 7 грудня 2018 р.
4. Об'єкт дослідження є хвилевод з комбінованими границями
5. Предмет дослідження (Вихідні дані – для магістерської дисертації за освітньо-професійною програмою) є особливі точки векторного поля інтенсивності в хвилеводі з комбінованими границями

6. Перелік завдань, які потрібно розробити: дослідити основні залежності виникнення особливих точок векторного поля інтенсивності в хвилеводі, дослідити періодичність їх виникнення та умови появи даних точок

7. Перелік графічного (ілюстративного) матеріалу презентація в Power Point

8. Орієнтовний перелік публікацій 5 публікацій в тому числі 3 конференції та 2 статті

9. Консультанти розділів дисертації\*

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв

10. Дата видачі завдання\* \_\_

#### Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання магістерської дисертації	Строк виконання етапів магістерської дисертації	Примітка
1	Аналіз літературних джерел	09.18-01.10.18	
2	Виведення основних виразів	01.10.18-01.11.18	
3	Розробка програмного забезпечення	01.11.18-31.11.18	
4	Підготовка пояснювальної записки, презентації	01.12.18-20.12.18	

Студент

\_\_\_\_\_ (підпис)

\_\_\_\_\_ (ініціали, прізвище)

Науковий керівник дисертації

\_\_\_\_\_ (підпис)

\_\_\_\_\_ (ініціали, прізвище)

\* Консультантом не може бути зазначено наукового керівника

# Реферат

В роботі описаний зв'язок векторного поля інтенсивності в хвилеводі з комбінованими границями, математичній моделі мілкого моря, та швидкості поширення сигналу. Розраховані ситуації для випадку поширення двохчастотного сигналу на одній та двох модах коливань точкового ідеалізованого джерела.

Магістерська дисертація є продовженням бакалаврської дипломної роботи за темою 'Поширення різно-частотних імпульсних сигналів в мілкому морі', продовженням статті 'Особливі точки векторного поля інтенсивності в хвилеводі з комбінованими границями'.

Метою дослідження є отримання векторних полів інтенсивності для ряду розрахункових ситуацій, що в майбутньому можуть стати основою для розгляду швидкості поширення сигналу в хвилеводі з комбінованими границями.

Об'єктом дослідження є хвилевод з комбінованими границями.

Науковою новизною є отримання векторного поля інтенсивності в хвилеводі з комбінованими границями для випадків поширення в ньому двохчастотного сигналу на одній та двох модах коливань. Також розглянуте поширення одночастотного сигналу на двох модах коливань.

Одержані результати можуть бути використані при прогнозуванні швидкості поширення сигналу в мілкому морі, обґрунтування відсутності сигналу на приймаючому гідро-акустичному перетворювачі при випромінюванні сигналу в мілкому морі, в зв'язку з розташування гідро-акустичного перетворювача в околі сингулярних точок в мілкому морі.

Магістерська дисертація містить 57 сторінку, 10 ілюстрацій, 23 таблиці, 10 джерел за переліком посилань.

Ключові слова: інтенсивність, хвилевод, комбіновані границі, сингулярна точка, мілке море.

# Abstract

Work was described connection of vector intensity field and speed of signal propagation in waveguide with combine boundaries, that is a mathetical model of shallow water. Calculated signal's propagaion, that consist of two frequency, on first and second mode for point sourse.

Master work is a continuation of bachelor work 'Propagation of different-frequency impulse in the shallow water' and continuation of acticle 'Singular points of vector intensity's field in waveguide with combine boundaries' .

The aim of investigation is a expressions expression of speed of signal propagation in waveguide with combined boundaries, when two-frequency signal propagates in the shallow water on first, second and first and second mode simluteniously, getting dependencies of local decreasing of speed of signal's propagation and singular points in vector intensity's field, getting dependencies of speed of signal's propagation and vertical profile of waveguide.

The object of research is the mathematical model of shallow water – waveguide with combined boundaries.

The subject of research is a singular points of vector intensity's field in waveguide with combined boundaries.

Scientific novelty is a vector intensity's field in waveguide with combined boundari- es, dependencies of speed signal's propagation in calculated situation when two- frequency signal propagates in waveguide on first, second and first ans second modes simluteniously.

Results of this work could be used for prediction of signal's speed propagation in shallow water with defined width, justification of signal's absence on reciever of hydro-acoustic system, beacause reciever located near singular point of intensity's field.

Graduate work contains 57 pages, 10 figures, 23 tables, 10 literature sources.

Key words: intensity, waveguide, combined boundaries, singular point, wavegui- de, shallow water.

# Зміст

<b>Вступ</b>	<b>4</b>
<b>1 Виведення основних формул</b>	<b>5</b>
1.1 Потенціал, тиск, коливальна швидкість . . . . .	5
1.2 Потік потужності . . . . .	6
1.3 Густина звукової енергії . . . . .	7
1.4 Швидкість поширення сигналу . . . . .	8
<b>2 Поширення одночастотного сигналу на двох модах коливання</b>	<b>9</b>
2.1 Вирази основних характеристик . . . . .	10
2.2 Аналіз отриманих результатів . . . . .	12
2.3 Висновки . . . . .	16
<b>3 Поширення двохчастотного сигналу на двох модах коливань</b>	<b>18</b>
3.1 Вирази основних характеристик . . . . .	18
3.2 Аналіз отриманих результатів . . . . .	20
3.3 Висновки . . . . .	21
<b>4 Поширення двохчастотного сигналу на одній моді коливань</b>	<b>23</b>
4.1 Вирази основних характеристик . . . . .	24
4.2 Аналіз отриманих результатів . . . . .	27
4.3 Висновки . . . . .	27
<b>5 Розроблення стартап проекту</b>	<b>28</b>
5.1 Висновки . . . . .	38
<b>6 Висновки</b>	<b>39</b>
<b>7 Перелік посилань</b>	<b>40</b>
<b>8 Додаток А</b>	<b>41</b>
8.1 Поширення одночастотного сигналу на двох модах коливання . . .	41
8.2 Поширення двохчастотного сигналу на двох модах коливань . . .	48
8.3 Поширення одночастотного сигналу на одній коливань . . . . .	54

## Вступ

При проведенні натурних вимірювань інтенсивності [8] в морі спостерігалось локальне зменшення вимірюваної величини. З математичної точки зору, це можливо було пояснити рівністю нулю або тиску або компонентів коливальної швидкості. Також дана ситуація була можлива при різниці фаз тиску та коливальної швидкості. З іншого боку, в роботі [3] при аналізі моделі хвилеводу з жорсткими границями в полі інтенсивності виникали критичні точки, особливістю яких було:

- рівність інтенсивності нулю в даній точці;
- обертання або зустрічний рух двох потоків векторного поля інтенсивності в околі даної точки.

Наявність подібних структур, була підставою вважати, що поле інтенсивності в хвилеводі з жорсткими границями не є однорідним, напрям перенесення енергії не завжди відповідає напрямку випромінювання сигналу. Для дослідження поля інтенсивності в морі був здійснений перехід з моделі хвилеводу з жорсткими границями до хвилеводу з комбінованими границями, де нижня межа є математичною моделлю твердого дна, а акустично-м'яка - границею між шаром повітря та води.

Оскільки основною задачею роботи було дослідити поширення імпульсних сигналів в мілкому морі, які у зв'язку з своєю скінченністю в часі мають нескінченний спектр, для початку варто розглянути нескінченні в часі гармонійні сигнали, починаючи від випромінювання однієї моди коливання на одній частоті, закінчуючи випромінюванням двох мод коливань на двох частотах.

Маючи схожі умови для моделювання з роботою [4] однією з задач є співставлення результатів отриманих векторних полів інтенсивності для хвилеводів з різними границями.

# 1 Виведення основних формул

## 1.1 Потенціал, тиск, коливальна швидкість

Згідно з [4], звукове поле точкового джерела гармонічних коливань в плоско-паралельному однорідному шарі води, обмеженому з одного боку акустично-м'якою границею (атмосферою), з іншого боку - акустично-жорсткою границею визначається потенціалом швидкостей  $\varphi(x, z, t)$  за наступною формулою:

$$\varphi(x, z, t) = -i \frac{v_0}{2h} \sum_{n=0}^{\infty} H_0^{(1)}(k_n x) \cos\left(\frac{(2n+1)\pi z}{2h}\right) \cdot \cos\left(\frac{(2n+1)\pi z_0}{2h}\right) e^{-i\omega t} \quad (1)$$

де  $H_0^{(1)}$  - функція Ханкеля першого роду, нульового порядку;  $(x, z)$  - координати в хвилеводі;  $z_0$  - положення випромінювача;  $v_0$  - коливальна швидкість поверхні джерела. Хвильове число  $k_n$  для напівобмеженого простору визначається наступним чином:

$$k_n = k \sqrt{1 - \left(\frac{(2n+1)\lambda}{4h}\right)^2},$$

де  $k$ - хвильове число у вільному полі;  $n$ -номер моди коливання;  $\lambda$ - довжина хвилі у вільному полі;  $h$ - ширина хвилеводу.

З дисперсійного рівняння випливає, що кожна мода коливання має свою граничну частоту, нижче якої в хвилеводі не поширюються нормальні хвилі:

$$f_{gr} = \frac{(2n+1)c}{4h}$$

В залежності  $f_{gr}/f$  можливо:

- $f_{gr}/f < 1$  - хвильові числа набувають дійсних значень, в хвилеводі поширюються однорідні хвилі;
- $f_{gr}/f > 1$  - комплексна частина не дорівнює 0, в хвилеводі поширюються неоднорідні хвилі, що експоненційно загасають вздовж осі  $Ox$ ;
- $f_{gr}/f = 1$  - в хвилеводі виникають синфазні хвилі вздовж осі  $Oz$ .

Згідно з [4], основну частину енергії на великі відстані переносять перші моди коливань, тому в сумі (1) розглядаються моди, що задовольняють наступну рівність:

$$n \leq \frac{2h}{\lambda}$$

Також, варто зазначити, що в хвилеводі з різнорідними границями не поширюється нульова мода коливань, тому в даній роботі буде розглянуто поле інтенсивності утворене на 1 та 2 моді коливань.

Оскільки у роботі будуть розглянуті енергетичні характеристики, а саме потік потоку потужності та густина звукової енергії, доцільно у виразах тиску та компонентів коливальної швидкості розглянути лише їх дійсні частини [1].

$$\begin{aligned} p(x, z, t) &= \rho \frac{\partial \text{Re}\{\varphi\}}{\partial t} \\ v_x(x, z, t) &= -\frac{\partial \text{Re}\{\varphi\}}{\partial x} \\ v_z(x, z, t) &= -\frac{\partial \text{Re}\{\varphi\}}{\partial z} \end{aligned}$$

## 1.2 Потік потужності

Згідно [2], потім потужності двох хвиль, що поширюються вздовж  $Ox$  та  $Oz$  можливо представити наступною рівністю:

$$\begin{cases} W_x(x, z, t) = \frac{1}{2}\rho c (p \cdot v_x) \\ W_z(x, z, t) = \frac{1}{2}\rho c (p \cdot v_z) \end{cases} \quad (2)$$

У випадку поширення двохчастотного сигналу, тиск та коливальні швидкості замінюються на суму тисків та коливальних швидкостей.

Згідно [2, 9], середня за інтервал спостереження  $T$  густина потоку потужності по вказаним осям визначається виразами:

$$J_x(x, z) = \frac{1}{T} \int_0^T W_x(x, z, t) \partial t$$

$$J_z(x, z) = \frac{1}{T} \int_0^T W_z(x, z, t) \partial t$$

А сумарна інтенсивність запишеться як:

$$J_{\Sigma}(x, z) = \sqrt{\left(J_x(x, z)\right)^2 + \left(J_z(x, z)\right)^2}$$

Середній потік потужності через переріз  $x$  визначає перенос енергії вздовж осі  $Ox$ . Тому для визначення середнього потоку потужності достатньо проінтегрувати сумарну інтенсивність по  $z$ :

$$\overline{P(x)} = \int_0^h J_{\Sigma}(x, z) \partial z$$

### 1.3 Густина звукової енергії

Згідно [4], густина звукової енергії, визначається наступним чином:

$$E_m = \frac{\rho v_z^2}{2} + \frac{\rho v_z^2}{2} + \frac{p^2}{2\chi} \quad (3)$$

де:

$$\chi = \rho c^2 - \text{пружність середовища};$$

При поширенні двохчастотного сигналу тиск та компоненти коливальної швидкості замінюються на суми тисків та компонентів коливальних швидкостей.

Густину середовища у виразі для тиску, можна винести за дужку, таким чином густина звукової енергії визначатиметься наступним чином:

$$E_m = \frac{\rho}{2} \left( v_z^2 + v_z^2 + \frac{p^2}{(\rho c)^2} \right)$$

Проінтегрувавши по координаті  $z$ , отримаємо енергії в хвилеводі на одиницю довжини:

$$E(x, z) = \int_0^h E_m(x, z, t) \partial z$$

Зважаючи на форму запису (1), для хвилеводу з комбінованими границями густина звукової енергії залежатиме від координати  $x$  та зважаючи на властивості функцій Бесселя та Неймана матиме затухаючий характер.

Проінтегрувавши по змінній  $t$ , отримаємо середню за період густину енергії

$$E(x) = \frac{1}{T} \int_0^T E_m(x, z) \partial z$$

#### 1.4 Швидкість поширення сигналу

Згідно [1] швидкість переносу енергії - це відношення середнього за період спостереження потоку потужності до середньої густини енергії:

$$V(x) = \frac{P_x(x)}{E(x)}$$

Порівнюючи вирази для густини звукової енергії та потоку потужності, отримуємо:

$$V(x) = \frac{\frac{1}{2} \rho c P_n(x)}{\frac{\rho}{2} E_n(x)} = c \cdot \frac{P_n(x)}{E_n(x)},$$

Зважаючи на аперіодичне загасання функцій Неймана та Бесселя, швидкість поширення енергії в хвилеводі з комбінованими границями є меншою від швидкості поширення звуку в середовищі, що відповідає фізичним уявленням про поширення звуку в середовищі.

## 2 Поширення одночастотного сигналу на двох модах коливання

Для виведення виразів усередненого потоку потужності та усередненої густини звукової енергії вираз (1) набуде наступної форми:

$$\varphi(x, z, t) = -S_0(t) \sum_{n=1}^2 H_0^{(1)}(k_n x) C_n = -S_0 Q_{12}(x, z)$$

де:

$$S_0(t) = \sin(\psi) + i \cos(\psi);$$

$$H_0^{(1)}(k_n x) = J_0^{(1)}(k_n x) + i \cdot N_0^{(1)}(k_n x);$$

$$C_n(z) = \frac{v_0}{2h} \cos\left(\frac{(2n+1)\pi z}{2h}\right) \cdot \cos\left(\frac{(2n+1)\pi z_0}{2h}\right);$$

$$Q_{12} = C_1 H_0^{(1)}(k_1 x) + C_2 H_0^{(1)}(k_2 x);$$

Дійсна частина потенціалу дорівнюватиме:

$$Re\{\varphi\} = Im\{S_0\}Im\{Q_{12}\} - Re\{S_0\}Re\{Q_{12}\} = I \cos \psi - R \sin(\psi),$$

$$I(x, z) = C_1(z)N_0^{(1)}(k_2 x) + C_2(z)N_0^{(1)}(k_2 x)$$

$$R(x, z) = C_1(z)J_0^{(1)}(k_1 x) + C_2(z)J_0^{(1)}(k_2 x)$$

Тиск виражатиметься наступним чином:

$$p(x, z, t) = \rho \frac{\partial Re\{\varphi\}}{\partial t} = -\rho\omega(I \sin(\psi) + R \cos(\psi))$$

Коливальна швидкість вздовж  $Ox$ :

$$v_x(x, z, t) = -\frac{\partial Re\{\varphi\}}{\partial x} = I_x \cos(\psi) - R_x \sin(\psi)$$

$$I_x(x, z) = k_1 C_1 N_1^{(1)}(k_1 x) + k_2 C_2 N_1^{(1)}(k_2 x)$$

$$R_x(x, z) = k_1 C_1 J_1^{(1)}(k_1 x) + k_2 C_2 J_1^{(1)}(k_2 x)$$

Коливальна швидкість вздовж  $Oz$ :

$$v_z(x, z, t) = -\frac{\partial \operatorname{Re}\{\varphi\}}{\partial z} = I_z \cos(\psi) - R_z \sin(\psi),$$

$$I_z(x, z) = M_1 N_0^{(1)}(k_1 x) + M_2 N_0^{(1)}(k_2 x)$$

$$R_z(x, z) = M_1 J_0^{(1)}(k_1 x) + M_2 J_0^{(1)}(k_2 x)$$

## 2.1 Вирази основних характеристик

Попередні викладки дозволяють сформулювати рівняння основних характеристик звукової хвилі в хвилеводі при поширенні хвилі на перших двох модах коливань:

$$\begin{cases} p(x, z, t) = -\omega \rho (I \sin(\psi) + R \cos(\psi)) \\ v_x(x, z, t) = I_x \cos(\psi) - R_x \sin(\psi) \\ v_z(x, z, t) = I_z \cos(\psi) - R_z \sin(\psi) \end{cases} \quad (4)$$

Вираз для густини звукової енергії набуде вигляду:

$$E_n(x) = v_x^2 + v_z^2 + \frac{p^2}{(\rho c)^2} = \left[ I_x^2 + I_z^2 + R^2 \left( \frac{\omega}{\rho c} \right)^2 \right] \cos^2(\psi) + \left[ R_x^2 + R_z^2 + I^2 \left( \frac{\omega}{\rho c} \right)^2 \right] \cdot \sin^2(\psi) + 2 \left[ I \cdot R \left( \frac{\omega}{\rho c} \right)^2 - I_x \cdot R_x - I_z R_z \right] \cos(\psi) \sin(\psi)$$

Вираз для визначення потоку потужності:

$$W_{nx}(x) = \omega (I \cdot R_x \sin^2(\psi) - R \cdot I_x \cos^2(\psi) + (R \cdot R_x - I \cdot I_x) \sin(\psi) \cos(\psi))$$

$$W_{nz}(x) = \omega (I \cdot R_z \sin^2(\psi) - R \cdot I_z \cos^2(\psi) + (R \cdot R_z - I \cdot I_z) \sin(\psi) \cos(\psi))$$

Згідно (3), для усереднення густини енергії по ширині хвилеводу, отримаємо вирази для для множників при тригонометричних функціях. Змінні, що залежать від координати  $z$  наведені нижче:

$$C_n(z, z_0) = \frac{v_0}{2h} \cos \left( \frac{(2n+1)\pi z}{2h} \right) \cdot \cos \left( \frac{(2n+1)\pi z_0}{2h} \right)$$

$$M_n(z, z_0) = \frac{(2n+1)\pi v_0}{4h^2} \cdot \sin \left( \frac{(2n+1)\pi z}{2h} \right) \cos \left( \frac{(2n+1)\pi z_0}{2h} \right)$$

При інтегруванні по  $z$ , виникатимуть наступні ситуації:

$$\int_0^h \cos^2 \left( \frac{(2n+1)\pi z}{2h} \right) \partial z = \int_0^h \sin^2 \left( \frac{(2n+1)\pi z}{2h} \right) \partial z = \frac{h}{2}$$

$$\int_0^h \sin \left( \frac{3\pi z}{2h} \right) \sin \left( \frac{5\pi z}{2h} \right) \partial z = 0$$

$$\int_0^h \cos \left( \frac{3\pi z}{2h} \right) \cos \left( \frac{5\pi z}{2h} \right) \partial z = 0$$

Після інтегрування, змінні залежні від  $z$  дорівнюватимуть:

$$C_n^2(z, z_0) = \frac{v_0^2}{8h} \cdot \cos^2 \left( \frac{(2n+1)\pi z_0}{2h} \right)$$

$$M_n^2(z, z_0) = \frac{((2n+1)\pi v_0)^2}{32h^3} \cos^2 \left( \frac{(2n+1)\pi z_0}{2h} \right)$$

При інтегруванні за часом за періодом спостереження  $T = 1/f$ , часові множники довірнюватимуть:

$$\frac{1}{T} \int_0^T \sin^2(2\pi ft) \partial t = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{T} \int_0^T \cos^2(2\pi ft) \partial t = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{T} \int_0^T \sin(2\pi ft) \cos(2\pi ft) \partial t = 0$$

Коефіцієнти незалежні від часової складової у виразі для тиску дорівнюють після інтегрування по ширині хвилеводу дорівнюють :

$$I^2 = \left( C_1 N_0^{(1)}(k_1 x) + C_2 N_0^{(1)}(k_2 x) \right)^2 = \left( C_1 N_0^{(1)}(k_2 x) \right)^2 + \left( C_2 N_0^{(1)}(k_2 x) \right)^2$$

$$R^2 = \left( C_1 J_0^{(1)}(k_1 x) \right)^2 + \left( C_2 J_0^{(1)}(k_2 x) \right)^2$$

Коефіцієнти незалежні від часової складової для коливальної швидкості по осі  $Ox$  дорівнюватимуть:

$$I_x^2 = \left( k_1 C_1 N_1^{(1)}(k_1 x) + k_2 C_2 N_1^{(1)}(k_2 x) \right)^2 = \left( k_1 C_1 N_1^{(1)}(k_1 x) \right)^2 + \left( k_2 C_2 N_1^{(1)}(k_2 x) \right)^2$$

$$R_x^2 = \left( k_1 C_1 J_1^{(1)}(k_1 x) + k_2 C_2 J_1^{(1)}(k_2 x) \right)^2 = \left( k_1 C_1 J_1^{(1)}(k_1 x) \right)^2 + \left( k_2 C_2 J_1^{(1)}(k_2 x) \right)^2$$

Коефіцієнти незалежні від часової складової для коливальної швидкості по осі  $Oz$  дорівнюватимуть:

$$I_z^2 = \left( M_1 N_0^{(1)}(k_1 x) + M_2 N_0^{(1)}(k_2 x) \right)^2 = \left( M_1 N_0^{(1)}(k_1 x) \right)^2 + \left( M_2 N_0^{(1)}(k_2 x) \right)^2$$

$$R_z^2 = \left( M_1 J_0^{(1)}(k_1 x) + M_2 J_0^{(1)}(k_2 x) \right)^2 = \left( M_1 J_0^{(1)}(k_1 x) \right)^2 + \left( M_2 J_0^{(1)}(k_2 x) \right)^2$$

## 2.2 Аналіз отриманих результатів

В роботах [3, 10] для випадку поширення в хвилеводі з абсолютно-жорсткими та комбінованими границями одночастотного двохмодового сигналу, при дослідженні векторного поля інтенсивності у хвилеводі були виявлені особливі точки векторного поля інтенсивності в яких коливальна швидкість або тиск прямували до нуля. Точки поділялись на два види:

- 'вихор' - точка навколо якої напрямок переносу енергії змінювався на 360. Відповідає ситуації рівності нулю тиску в даній точці;
- 'сідло' - точка в яку сходяться потоки переносу енергії. Точка, що відповідає рівності нулю коливальної швидкості;

Також, поява сингулярних точок векторного поля інтенсивності мала періодичний характер і задовольняла рівність:

$$T = \frac{\pi}{k_1 - k_2} \quad (5)$$

Побудуємо векторне поле інтенсивності для фіксованого набору змінних:  $h = 70$  м,  $z_0 = 35$  м,  $f = 30$  Гц. Оскільки на відстанях близьких до ширини хвилеводу спостерігається зменшення інтенсивності на 120-180 дБ (відносно максимального значення інтенсивності) розподіл інтенсивності будується в межах (1;h-2) метри та нормується відносно максимального значення інтенсивності в обраних межах по ширині та довжині хвилеводу. Програми за допомогою яких отримані розподілення інтенсивності в хвилеводі надані в додатку А.

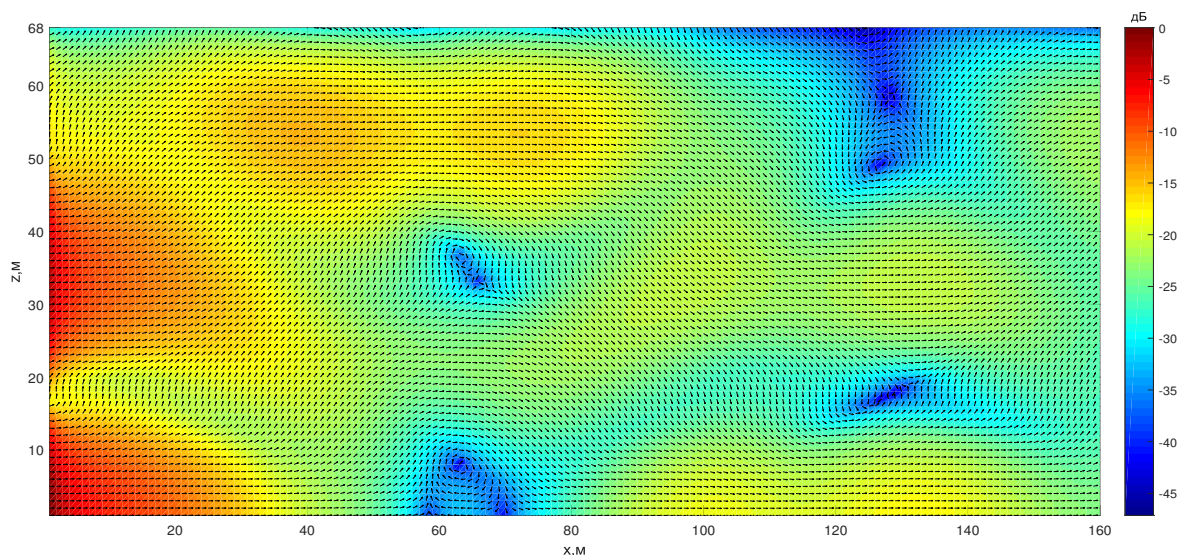


Рис. 1: Розподіл інтенсивності по хвилеводу

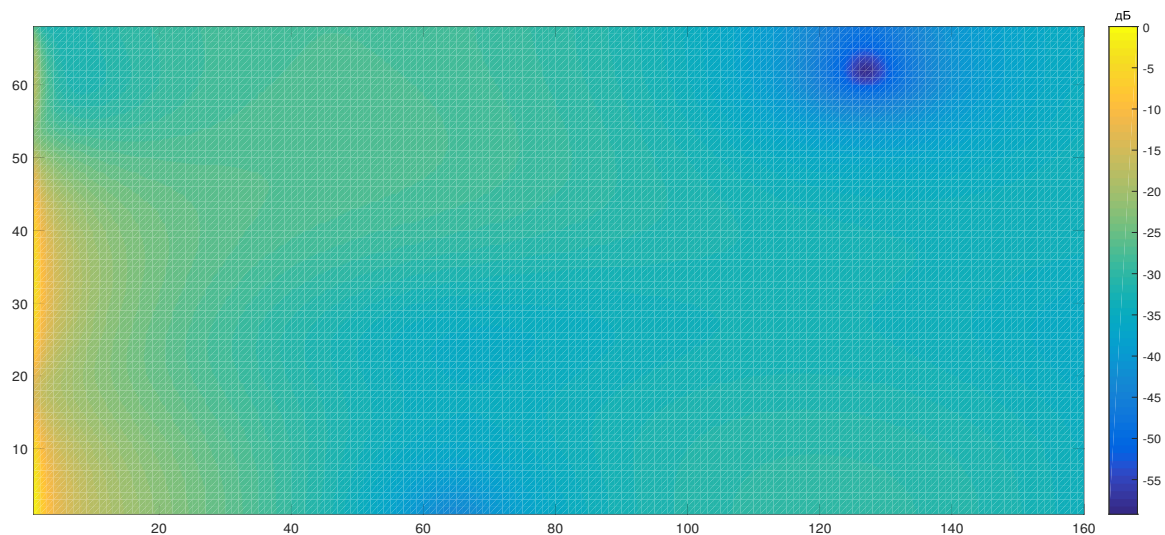


Рис. 2: Розподіл густини звукової енергії по хвилеводу

На Рис. 1 прослідковується неоднорідність поля інтенсивності в хвилеводі з комбінованими границями. Помітні перепади на 30-50 дБ відносно максимального значення інтенсивності. Вихорові структури мають періодичний характер, напрямки обертання навколо сингулярних точок типу 'вихор' також чергуються від одного критичного перерізу до іншого. Помічено, що вихорова точка типу 'сідло' утворюється в околі мінімуму густини звукової енергії. Для детального аналізу, розглянемо перерізи по хвилеводу в околі критичних областей.

В околі критичної точки типу 'вихор' спостерігається локальне зменшення тиску до значень близьких до нуля, для критичної точки типу 'сідло' спостері-

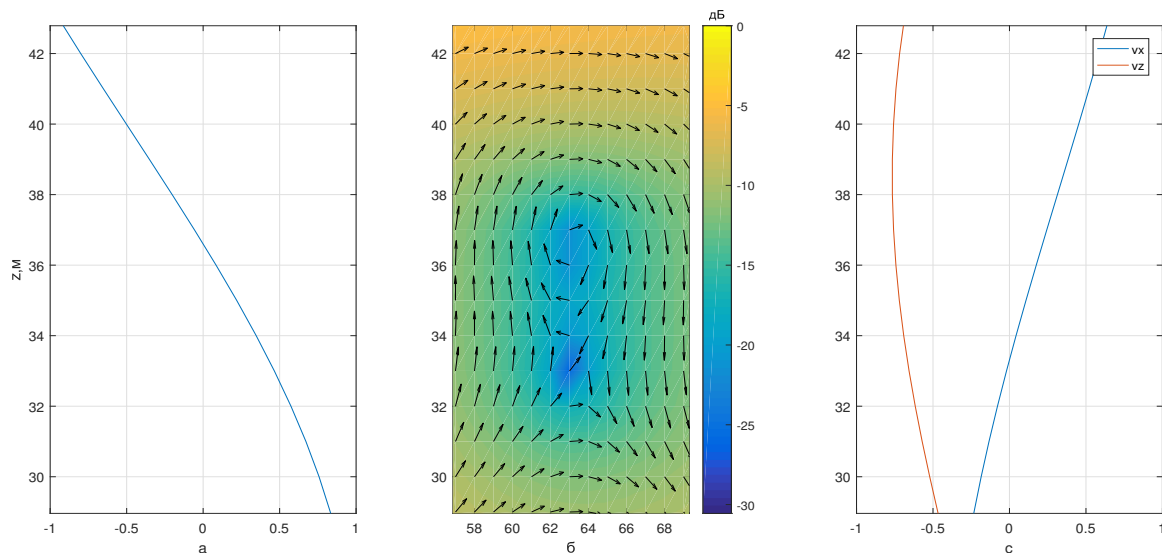


Рис. 3: Перший переріз хвилеводу в околі сингулярних точок, а- тиск; б- інтенсивність; в- компоненти коливальної швидкості

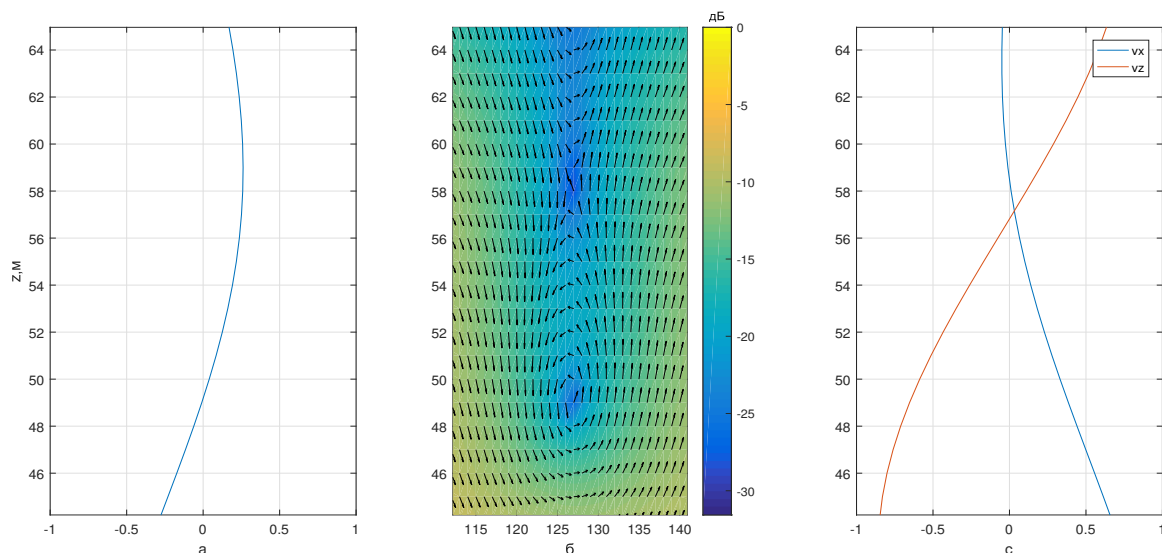


Рис. 4: Другий переріз хвилеводу в околі перших сингулярних точок, а- тиск; б- інтенсивність; в- компоненти коливальної швидкості

гається локальне зменшення горизонтальної компоненти коливальної швидкості та зменшення густини звукової енергії.

При переміщенні джерела від акустично-жорсткої до акустично-м'якої границі спостерігаються наступні залежності:

- періодичність появи сингулярних точок залишається сталою;
- під час  $z = 0.2h$ ,  $z = 0.6h$  відбувається зміна напрямку обертання вектор-

ного поля навколо сингулярних точок, в той же час в полі утворюються точки в яких тиск та коливальна швидкість по осі  $Ox$  наближаються до нуля, а  $v_z$  досягає максимальних значень ;

- при  $z = (0.28 - 0.35)$  також спостерігається зміна напрямку обертання поля інтенсивності навколо сингулярних точок;
- зі зміною положення джерела відбувається рух сингулярних точок вздовж вертикальної осі, точки першої критичної вертикалі рухаються до жорсткої границі, точки з другої критичної вертикалі рухаються до м'якої границі;
- при утворенні сингулярної точки типу 'вихор' поблизу границі зі зміною положення джерела біля неї утворюється і сингулярна точка типу 'сідло'.

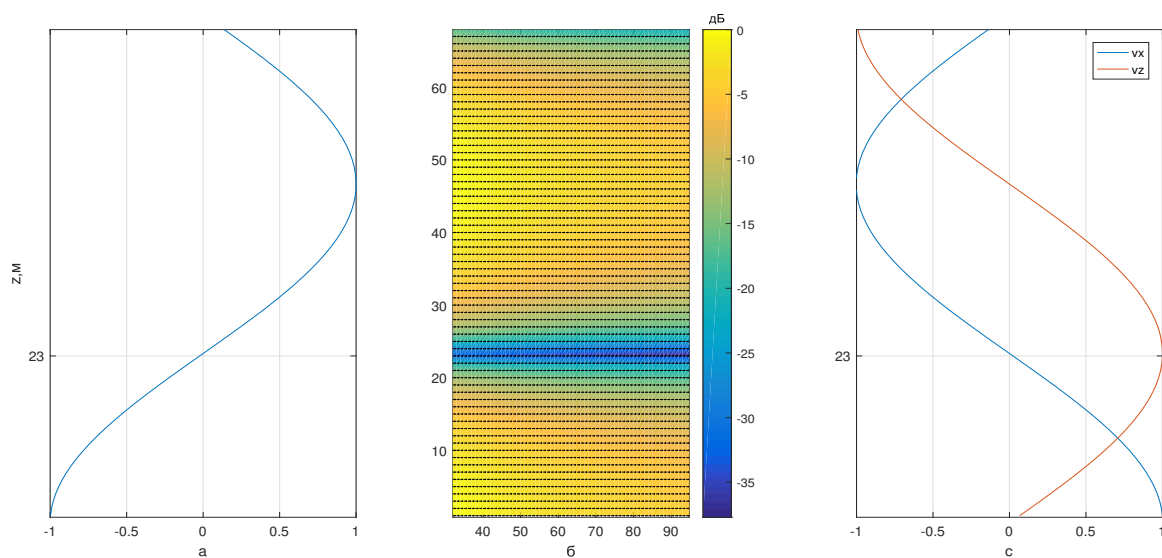


Рис. 5: Переріз хвилеводу при  $z = 0.2h$

Порівнюючи Рис.7 та Рис. 6, виявляється, що одночасне утворення точок в яких і коливальна швидкість по осі  $Ox$  і тиск дорівнює нулю, можливе при мінімально допустимому вкладі від другої моди коливання.

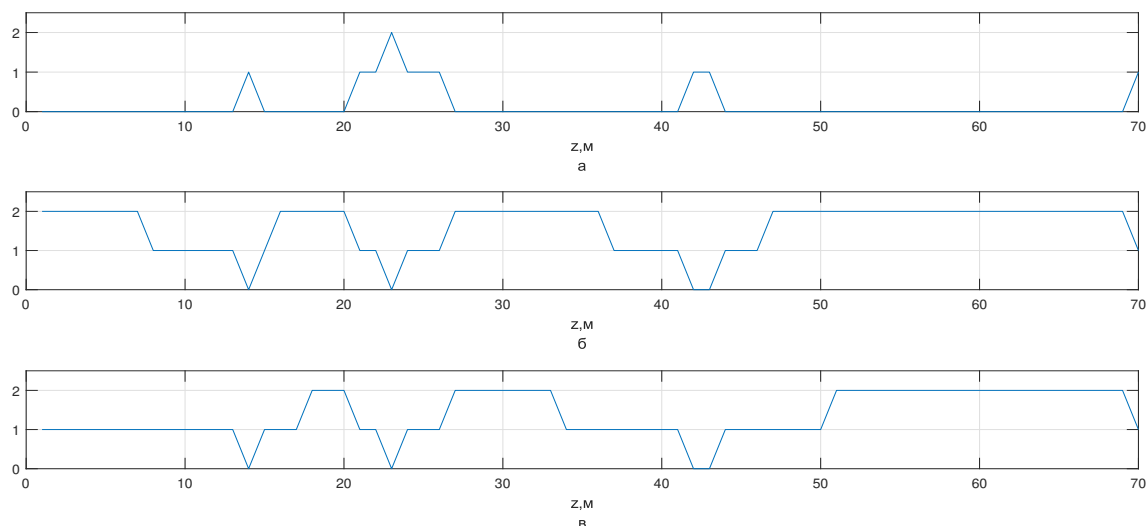


Рис. 6: Залежність кількості сингулярних точок від положення джерела, а- 'вихор'+ 'сідло'; б- 'вихор'; в- 'сідло'

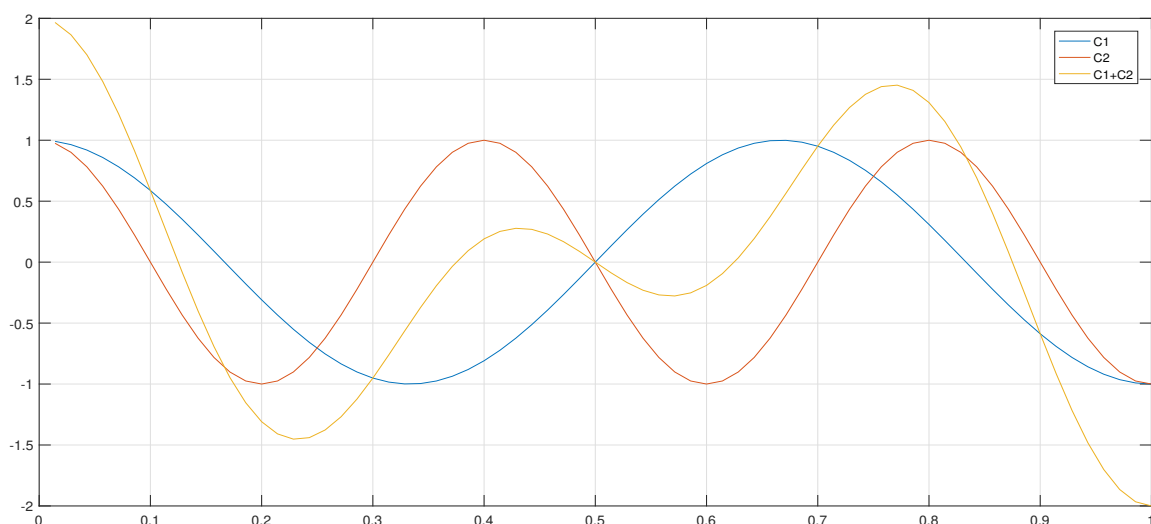


Рис. 7: Залежність вкладу множників  $C$  в напрям обертання векторного поля інтенсивності від положення джерела відносно ширини хвилеводу

## 2.3 Висновки

Векторне поле інтенсивності не є одорідним та має утворення в яких інтенсивність прямує до нуля. Поява даних точок викликана різким зменшення (на 40-60 дБ) тиску, для вихрової точки типу 'вихор' та коливальної швидкості по осі  $Ox$  -для точки типу 'сідло'.

У випадках, коли джерело приймає положення  $z/h = 0.2$  та  $z/h = 0.6$

вихорові структури в полі не утворюються, натомість в полі пристуній горизонт інтенсивності в якому і тиск і коливальна швидкість дорівнюють нулю.

Також при зміні положення джерела спостерігається рух вихорових областей в протилежному напрямку до напрямку переміщення джерела - для першого горизонту утворення критичних точок та в співнаправленому напрямку для критичних точок другого горизонту.

## 3 Поширення двохчастотного сигналу на двох модах коливань

### 3.1 Вирази основних характеристик

У формулах (3) та (2) проводиться заміна компонентів коливальної швидкості на суму компонентів швидкостей, а тиску на суму тисків від двох хвиль.

Визначимо вирази для потоку потужності:

$$W_x = p_{\Sigma} v_{x\Sigma} = (p_1 + p_2) \cdot (v_{x1} + v_{x2}) = (p_1 v_{x1} + p_1 v_{x2} + p_2 v_{x1} + p_2 v_{x2})$$

Детально розпишемо кожен із добутоків. Для добутку тиску та коливальної швидкості однієї і тієї ж моди коливань, отримаємо:

$$p_n v_{xn} = -\omega_n \left( I_n \sin(\psi_n) + R_n \cos(\psi_n) \right) \left( I_{nx} \cos(\psi_n) - R_{nx} \sin(\psi_n) \right) =$$

$$-\omega_n \left( I_{nx} R_n \cos^2(\psi_n) - I_n R_{nx} \sin^2(\psi_n) + (I_n I_{nx} - R_n R_{nx}) \sin(\psi_n) \cos(\psi_n) \right),$$

де  $n = 1, 2$ .

Для добутку тиску першої швилі коливання на компоненту коливальної швидкості по осі  $Ox$  для другої частоти отримаємо:

$$p_1 v_{2x} = -\omega_1 \left( I_1 \sin(\psi_1) + R_1 \cos(\psi_1) \right) \left( I_{2x} \cos(\psi_2) - R_{2x} \sin(\psi_2) \right) =$$

$$-\omega_1 \left( R_1 I_{2x} \cos \psi_1 \cos \psi_2 - R_{2x} I_1 \sin \psi_1 \sin \psi_2 + I_1 I_{2x} \sin(\psi_1) \cos(\psi_2) - \right.$$

$$\left. - R_1 R_{2x} \sin(\psi_2) \cos(\psi_1) \right)$$

Змінивши індекси 1 на 2 та 2 на 1, отримаємо ідентичні вирази для добутку тиску другої частоти на компоненту коливальної швидкості по осі  $Ox$  на першій частоті.

Густина звукової енергії визначатиметься наступним чином:

$$E_m = \frac{\rho}{2} \left( (v_{x1} + v_{x2})^2 + (v_{z1} + v_{z2})^2 + \frac{(p_1 + p_2)^2}{(\rho c)^2} \right) \quad (6)$$

Оскільки в попередньому підрозділі були розраховані квадрати тиску та компонентів коливальної швидкості, основну увагу звернемо на добуток тиску/коливальної швидкості на одній хвилі коливання на таку ж характеристику, але для другої хвилі. Коефіцієнти від взаємного перемноження тисків різних хвиль дорівнюватимуть:

$$p_1 p_2 = \left( I_1 \sin(\psi_1) + R_1 \cos(\psi_1) \right) \left( I_2 \sin(\psi_2) + R_2 \cos(\psi_2) \right) = I_1 I_2 \sin(\psi_1) \sin(\psi_2) + I_1 R_2 \sin(\psi_1) \cos(\psi_2) + R_1 I_2 \cos(\psi_1) \sin(\psi_2) + R_1 R_2 \cos(\psi_1) \cos(\psi_2)$$

Детально розпишемо всі можливі комбінації:

$$\begin{aligned} I_1 I_2 &= \left( C_1 N_0^{(1)}(k_{11}x) + C_2 N_0^{(1)}(k_{12}x) \right) \left( C_1 N_0^{(1)}(k_{21}x) + C_2 N_0^{(1)}(k_{22}x) \right) = \\ &= C_1^2 N_{011} N_{021} + C_2^2 N_{012} N_{022} \\ I_1 R_2 &= \left( C_1 N_0^{(1)}(k_{11}x) + C_2 N_0^{(1)}(k_{12}x) \right) \left( C_1 J_0^{(1)}(k_{21}x) + C_2 J_0^{(1)}(k_{22}x) \right) = \\ &= C_1^2 N_{011} J_{021} + C_2^2 N_{012} J_{022} \\ R_1 I_2 &= \left( C_1 J_0^{(1)}(k_{11}x) + C_2 J_0^{(1)}(k_{12}x) \right) \left( C_1 N_0^{(1)}(k_{21}x) + C_2 N_0^{(1)}(k_{22}x) \right) = \\ &= C_1^2 J_{011} N_{021} + C_2^2 J_{012} N_{022} \\ R_1 R_2 &= \left( C_1 J_0^{(1)}(k_{11}x) + C_2 J_0^{(1)}(k_{12}x) \right) \left( C_1 J_0^{(1)}(k_{21}x) + C_2 J_0^{(1)}(k_{22}x) \right) = \\ &= C_1^2 J_{011} J_{021} + C_2^2 J_{012} J_{022} \end{aligned}$$

Коефіцієнти від взаємного перемноження компонентів коливальної швидкості по осі  $Ox$  різних хвиль дорівнюватимуть:

$$\begin{aligned} v_{x1} v_{x2} &= \left( I_{1x} \cos(\psi_1) - R_{1x} \sin(\psi_1) \right) \left( I_{2x} \cos(\psi_2) - R_{2x} \sin(\psi_2) \right) = I_{1x} I_{2x} \cos(\psi_1) \cdot \\ &\cdot \cos(\psi_2) - I_{1x} R_{2x} \cos(\psi_1) \sin(\psi_2) - R_{1x} I_{2x} \sin(\psi_1) \cos(\psi_2) + R_{1x} R_{2x} \sin(\psi_1) \cdot \\ &\cdot \sin(\psi_2) \end{aligned}$$

Змішані коефіцієнти дорівнюють:

$$\begin{aligned} I_{1x} I_{2x} &= \left( k_{11} C_1 N_{111} + k_{12} C_2 N_{112} \right) \left( k_{21} C_1 N_{121} + k_{22} C_2 N_{122} \right) = \\ &= k_{11} k_{21} C_1^2 N_{111} N_{121} + k_{12} k_{22} C_2^2 N_{112} N_{122} \\ I_{1x} R_{2x} &= \left( k_{11} C_1 N_{111} + k_{12} C_2 N_{112} \right) \left( k_{21} C_1 J_{121} + k_{22} C_2 J_{122} \right) = \\ &= k_{11} k_{21} C_1^2 N_{111} J_{121} + k_{12} k_{22} C_2^2 N_{112} J_{122} \\ R_{1x} I_{2x} &= \left( k_{11} C_1 J_{111} + k_{12} C_2 J_{112} \right) \left( k_{21} C_1 N_{121} + k_{22} C_2 N_{122} \right) = \\ &= k_{11} k_{21} C_1^2 N_{111} J_{121} + k_{12} k_{22} C_2^2 J_{112} N_{122} \\ R_{1x} R_{2x} &= \left( k_{11} C_1 J_{111} + k_{12} C_2 J_{112} \right) \left( k_{21} C_1 J_{121} + k_{22} C_2 J_{122} \right) = \\ &= k_{11} k_{21} C_1^2 J_{111} J_{121} + k_{12} k_{22} C_2^2 J_{112} J_{122} \end{aligned}$$

Коефіцієнти від взаємного перемноження компонентів коливальної швидкості по осі  $Oz$  різних хвиль дорівнюватимуть:

$$\begin{aligned} v_{z1} v_{z2} &= \left( I_{1z} \cos(\psi_1) - R_{1z} \sin(\psi_1) \right) \left( I_{2z} \cos(\psi_2) - R_{2z} \sin(\psi_2) \right) = I_{1z} I_{2z} \cos(\psi_1) \cdot \\ &\cdot \cos(\psi_2) - I_{1z} R_{2z} \cos(\psi_1) \sin(\psi_2) - R_{1z} I_{2z} \sin(\psi_1) \cos(\psi_2) + R_{1z} R_{2z} \sin(\psi_1) \cdot \end{aligned}$$

·  $\sin(\psi_2)$

Змішані коефіцієнти дорівнюють:

$$I_{1z}I_{2z} = \left( M_1 N_{011} + M_2 N_{012} \right) \left( M_1 N_{021} + M_2 N_{022} \right) = \\ = M_1^2 N_{011} N_{021} + M_2^2 N_{012} N_{022}$$

$$I_{1z}R_{2z} = \left( M_1 N_{011} + M_2 N_{012} \right) \left( M_1 J_{021} + M_2 J_{022} \right) = \\ = M_1^2 N_{011} J_{021} + M_2^2 N_{012} J_{022}$$

$$R_{1z}I_{2z} = \left( M_1 J_{011} + M_2 J_{012} \right) \left( M_1 N_{021} + M_2 N_{022} \right) = \\ = M_1^2 J_{011} N_{021} + M_2^2 J_{012} N_{022}$$

$$R_{1z}R_{2z} = \left( M_1 J_{011} + M_2 J_{012} \right) \left( M_1 J_{021} + M_2 J_{022} \right) = \\ = M_1^2 J_{011} J_{021} + M_2^2 J_{012} J_{022}$$

## 3.2 Аналіз отриманих результатів

Для аналізу математичної моделі хвилевода комбінованими границями при випроміненні двох мод на двох частотах варто розглянути наступні залежності:

- залежність розподілення векторного поля інтенсивності від ширини частотного дівпазону;
- залежність векторного поля інтенсивності від положення джерела при фіксованому частотному діапазоні;
- аналіз сингулярних точок в хвилеводі.

Для розгляду залежності векторного поля інтенсивності від ширини діапазону зафіксуємо одну з частот випромінювання. З порівняння Рис. 1 та Рис. 8 випливає, що при поширенні в хвилеводі двохчастотного сигналу періодичність появи сингулярних точок змінюється, з'являються точки в яких інтенсивність приймає мінімальні значення, проте не спостерігається обертання векторів інтенсивності навколо них. Програми за допомогою яких отримані розподілення інтенсивності в хвилеводі надані в додатку А.

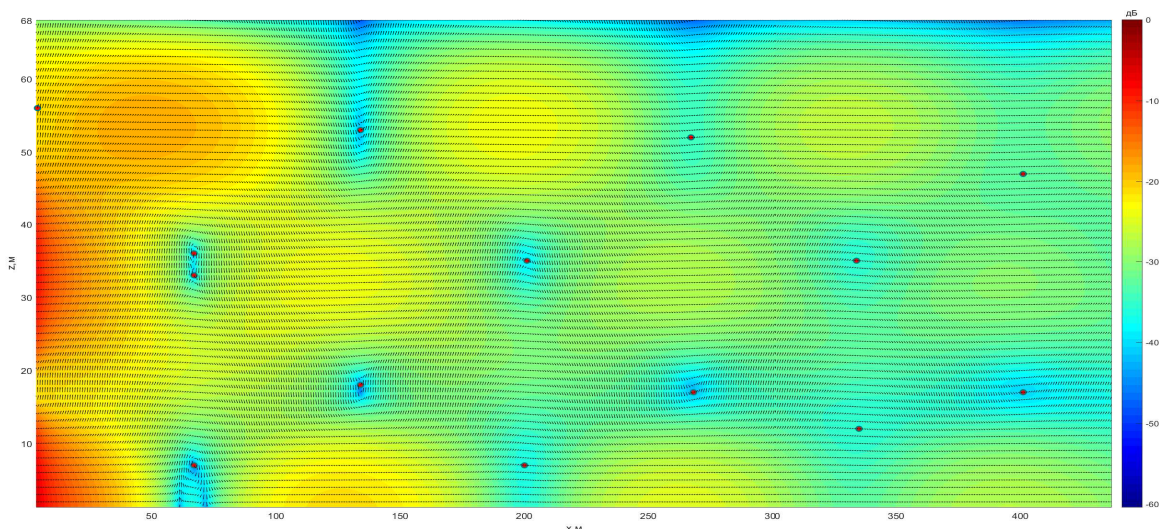


Рис. 8: Векторне поле інтенсивності при випромінюванні двохчастотного сигналу на двох модах коливань при  $f_2 = 1.05f_1$  в межах  $x = [0, 400]$  м

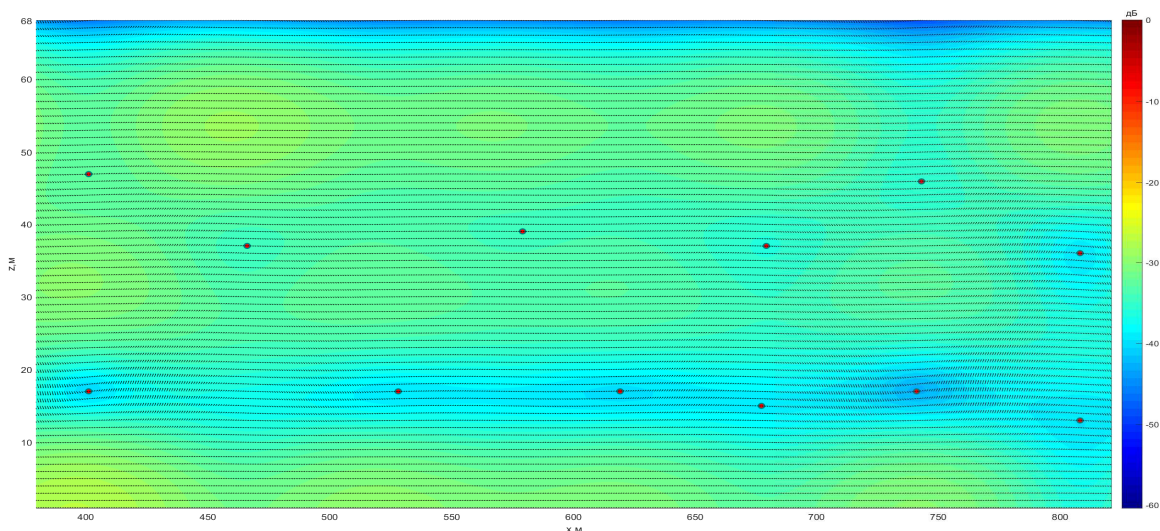


Рис. 9: Векторне поле інтенсивності при випромінюванні двохчастотного сигналу на двох модах коливань при  $f_2 = 1.05f_1$  в межах  $x = [400, 850]$  м

### 3.3 Висновки

В результаті моделювання встановлено, що:

- під час поширення в хвилеводі двохчастотного сигналу на двох модах коливання виникають зони, в яких не утворюються вихорові структури, проте присутні точки локальних мінімумів інтенсивності. Періодичність

появи локальних мінімумів зберігається. В даних зонах перенесення енергії відбувається вздовж каналу хвилеводу;

- Зі збільшення ширини частотного діапазону спостерігається зміння векторного поля інтенсивності, перерізи хвилеводу на яких утворюються вихорові структури стають кратнимим напівперіоду перерізів для для випадку поширення одночастотного сигналу на двох модах коливання;
- при цілому відношенню випромінених частот у полі інтенсивності утворюються складні структури в яких інтенсивність прямує до нуля;
- При зміні положення джерела, як і для випадку поширення одночастотного сигналу на двох модах коливань на вертикалях  $z_0/h = 0.2$  та  $z_0/h = 0.6$  вихорові структури не утворюються.

## 4 Поширення двохчастотного сигналу на одній моді коливань

Для випадку поширення в хвилеводі сигналу на фіксованій частоті  $f$  на перших двох коливання потенціал швидкості набуде вигляду:

$$\varphi_1(x, z, t) = -ie^{-i(\omega_n t)} C_1 H_0^{(1)}(k_{1f} x) = -S_0 C_1 H_0^{(1)}(k_{1f} x) \quad (7)$$

$S_{nf}(x) = H_0^{(1)}(k_{nf} x) = J_0^{(1)}(k_{nf} x) + i \cdot N_0^{(1)}(k_{nf} x) = J_{0nf} + i \cdot N_{0nf}$  - спрощений запис функції Ханкеля в залежності від частоти та моди випромінювання;

$R(x) = Re\{S_{nf}\} = J_{0nf}$  - дійсна частина функції Ханкеля;

$I(x) = Im\{S_{nf}\} = N_{0nf}$  - уявна частина функції Ханкеля;

Таким чином, вираз для потенціалу набуде вигляду:

$$\varphi(x, z, t) = -C(z, z_0) S_0(x, t) S_{nf}(x)$$

Дійсна частина потенціалу дорівнюватиме:

$$Re\{\varphi\} = -C(z, z_0) (R \sin(\psi) - I \cos(\psi))$$

Тиск в хвилеводі визначатиметься за наступною формулою:

$$p(x, z, t) = \rho \frac{\partial Re\{\varphi\}}{\partial t} = -\omega \rho C(z, z_0) (R \cos(\psi) + I \sin(\psi))$$

Колівальна швидкість по довжині хвилеводу визначатиметься наступним чином:

$$v_x(x, z, t) = -\frac{\partial Re\{\varphi\}}{\partial x} = C(z, z_0) \left( (R \sin(\psi))' - (I \cos(\psi))' \right)$$

$$R' = J'_{0nf} = -k_{nf} J_{1nf} = -k_{nf} R_{xf}$$

$$I' = N'_{0nf} = -k_{nf} N_{1nf} = -k_{nf} I_{xf}$$

$$v_x(x, z, t) = -k_{nf} C(z, z_0) \left( R_{xf} \sin(\psi) - I_{xf} \cos(\psi) \right)$$

Колівальна швидкість по ширині хвилеводу визначатиметься наступним чином:

$$v_z(x, z) = -\frac{\partial Re\{\varphi\}}{\partial z} = -M_n(z, z_0) (R \sin(\psi) - I \cos(\psi))$$

## 4.1 Вирази основних характеристик

Попередні викладки дозволяють сформулювати рівняння основних характеристик звукової хвилі в хвилеводі при поширенні хвилі на одній моді коливання:

$$\begin{cases} p(x, z, t) = -\omega\rho C(z, z_0) \left( R \cos(\psi) + I \sin(\psi) \right) \\ v_x(x, z, t) = -k_{nf} C(z, z_0) \left( R_{xf} \sin(\psi) - I_{xf} \cos(\psi) \right) \\ v_z(x, z, t) = -M(z, z_0) \left( R \sin(\psi) - I \cos(\psi) \right) \end{cases} \quad (8)$$

Враховуючи те, що сформований джерелом двохчастотний сигнал випромінюється співнаправлено вираз для густини акустичної енергії з виразу:

$$E_m = \frac{\rho v_{xm}^2}{2} + \frac{\rho v_{zm}^2}{2} + \frac{p_m^2}{2\chi}$$

де:

$$\chi = \rho c^2 - \text{пружність середовища};$$

$$E_{12} = \frac{\rho}{2} \left( (v_{x1} + v_{x2})^2 + (v_{z1} + v_{z2})^2 + \frac{(p_1 + p_2)^2}{(\rho c)^2} \right) \quad (9)$$

Виведемо вирази для компонент густини звукової енергії.

Квадрат суми коливальних швидкостей по осі  $Ox$ :

$$\begin{aligned} v_{x1}^2 &= (k_{11}C)^2 \left( R_{x1} \sin(\psi_1) - I_{x1} \cos(\psi_1) \right)^2 \\ v_{x2}^2 &= (k_{12}C)^2 \left( R_{x2} \sin(\psi_2) - I_{x1} \cos(\psi_2) \right)^2 \\ 2v_{x1}v_{x2} &= 2k_{11}k_{12}C^2 \left( R_{x1} \sin(\psi_1) - I_{x1} \cos(\psi_1) \right) \left( R_{x2} \sin(\psi_2) - I_{x2} \cos(\psi_2) \right) \end{aligned}$$

$$(v_{x1} + v_{x2})^2 = C^2 \left( k_{11}^2 I + k_{12}^2 II + 2k_{11}k_{12} III \right)$$

$$I = R_{x1}^2 \sin^2(\psi_1) + I_{x1}^2 \cos^2(\psi_1) - 2R_{x1}I_{x1} \sin(\psi_1) \cos(\psi_1)$$

$$II = R_{x2}^2 \sin^2(\psi_2) + I_{x2}^2 \cos^2(\psi_2) - 2R_{x2}I_{x2} \sin(\psi_2) \cos(\psi_2)$$

$$III = R_{x1}R_{x2} \sin(\psi_1) \sin(\psi_2) - R_{x1}I_{x2} \sin(\psi_1) \cos(\psi_2) - I_{x1}R_{x2} \cos(\psi_1) \sin(\psi_2) +$$

$$+I_{x1}I_{x2} \cos(\psi_1) \cos(\psi_2)$$

Квадрат суми коливальних швидкостей по осі  $Oz$ :

$$v_{z1}^2 = M^2 \left( R_1 \sin(\psi_1) - I_1 \cos(\psi_1) \right)^2$$

$$v_{z2}^2 = M^2 \left( R_2 \sin(\psi_2) - I_2 \cos(\psi_2) \right)^2$$

$$2v_{z1}v_{z2} = 2M^2 \left( R_1 \sin(\psi_1) - I_1 \cos(\psi_1) \right) \left( R_2 \sin(\psi_2) - I_2 \cos(\psi_2) \right)$$

$$(v_{z1} + v_{z2})^2 = M^2 \left( I + II + 2III \right)$$

$$I = R_1^2 \sin^2(\psi_1) + I_1^2 \cos^2(\psi_1) - 2R_1I_1 \sin(\psi_1) \cos(\psi_1)$$

$$II = R_2^2 \sin^2(\psi_2) + I_2^2 \cos^2(\psi_2) - 2R_2I_2 \sin(\psi_2) \cos(\psi_2)$$

$$III = R_1R_2 \sin(\psi_1) \sin(\psi_2) - R_1I_2 \sin(\psi_1) \cos(\psi_2) - I_1R_2 \cos(\psi_1) \sin(\psi_2) + I_1I_2 \cos(\psi_1) \cos(\psi_2)$$

Квадрат суми тисків двох хвиль виражатиметься так:

$$p_1^2 = \omega_1^2 \left( \frac{C}{\rho c} \right)^2 \left( R_1 \cos(\psi_1) + I_1 \sin(\psi_1) \right)^2$$

$$p_2^2 = \omega_2^2 \left( \frac{C}{\rho c} \right)^2 \left( R_2 \cos(\psi_2) + I_2 \sin(\psi_2) \right)^2$$

$$2p_1p_2 = 2\omega_1\omega_2 \left( \frac{C}{\rho c} \right)^2 \left( R_1 \cos(\psi_1) + I_1 \sin(\psi_1) \right) \left( R_2 \cos(\psi_2) + I_2 \sin(\psi_2) \right)$$

$$(p_1 + p_2)^2 = \left( \frac{C}{\rho c} \right)^2 \left( \omega_1^2 I + \omega_1^2 II + \omega_1\omega_2 III \right)$$

$$I = R_1^2 \cos^2(\psi_1) + I_1^2 \sin^2(\psi_1) + 2R_1I_1 \sin(\psi_1) \cos(\psi_1)$$

$$II = R_2^2 \cos^2(\psi_2) + I_2^2 \sin^2(\psi_2) + 2R_2I_2 \sin(\psi_2) \cos(\psi_2)$$

$$III = I_1I_2 \sin(\psi_1) \sin(\psi_2) + I_1R_2 \sin(\psi_1) \cos(\psi_2) + R_1I_2 \cos(\psi_1) \sin(\psi_2) + R_1R_2 \cos(\psi_1) \cos(\psi_2)$$

Оскільки вираз (3) складається з суми коефіцієнтів залежних від  $x, z, t$ , а густина звукової енергії інтегральна величина (за часом спостереження та шириною хвилеводу), виділимо їх в 3 окремі групи та представимо в таблиці (1).

Табл. 1: Таблица коефіцієнтів

$f(x, t)$	$f(x)$	$f(z)$
$\sin^2(\psi_n)$	$R_{xn}^2$ $R_n^2$ $R_n^2$	$C^2 k_n^2$ $M^2$ $\left(\frac{C}{\rho c}\right)^2 \omega_n^2$
$\cos^2(\psi_n)$	$I_{xn}^2$ $I_n^2$ $I_n^2$	$C^2 k_{1n}^2$ $M^2$ $\left(\frac{C}{\rho c}\right)^2 \omega_n^2$
$\sin(\psi_n) \cos(\psi_n)$	$R_{xn} I_{xn}$ $R_n I_n$ $R_n I_n$	$-2C^2 k_n^2$ $-2M^2$ $2\left(\frac{C}{\rho c}\right)^2 \omega_n^2$
$\sin(\psi_1) \sin(\psi_2)$	$R_{x1} R_{x2}$ $R_1 R_2$ $I_1 I_2$	$2k_{11} k_{12} C_1^2$ $2M_1^2$ $2\omega_1 \omega_2 \left(\frac{C_1}{\rho c}\right)^2$
$\sin(\psi_1) \cos(\psi_2)$	$R_{x1} I_{x2}$ $R_1 I_2$ $I_1 R_2$	$-2k_{11} k_{12} C_1^2$ $-2M_1^2$ $2\omega_1 \omega_2 \left(\frac{C_1}{\rho c}\right)^2$
$\cos(\psi_1) \sin(\psi_2)$	$I_{x1} R_{x2}$ $R_1 I_2$ $R_1 I_2$	$-2k_{11} k_{12} C_1^2$ $-2M_1^2$ $2\omega_1 \omega_2 \left(\frac{C_1}{\rho c}\right)^2$
$\cos(\psi_1) \cos(\psi_2)$	$I_{x1} I_{x2}$ $I_1 I_2$ $R_1 R_2$	$2k_{11} k_{12} C_1^2$ $2M_1^2$ $2\omega_1 \omega_2 \left(\frac{C_1}{\rho c}\right)^2$

На основі викладених вище математичних викладок проведемо розрахунок векторного поля інтенсивності для випадку поширення двохчастотного сигналу на одній моді коливання.

## 4.2 Аналіз отриманих результатів

При випромінюванні сигналу не утворюються вихорові структури, проте, як помітно із Рис. 10 в хвилеводі утворюються зони в яких інтенсивність спадає на 50-60 дБ. Програми за допомогою яких отримані розподілення інтенсивності в хвилеводі надані в додатку А.

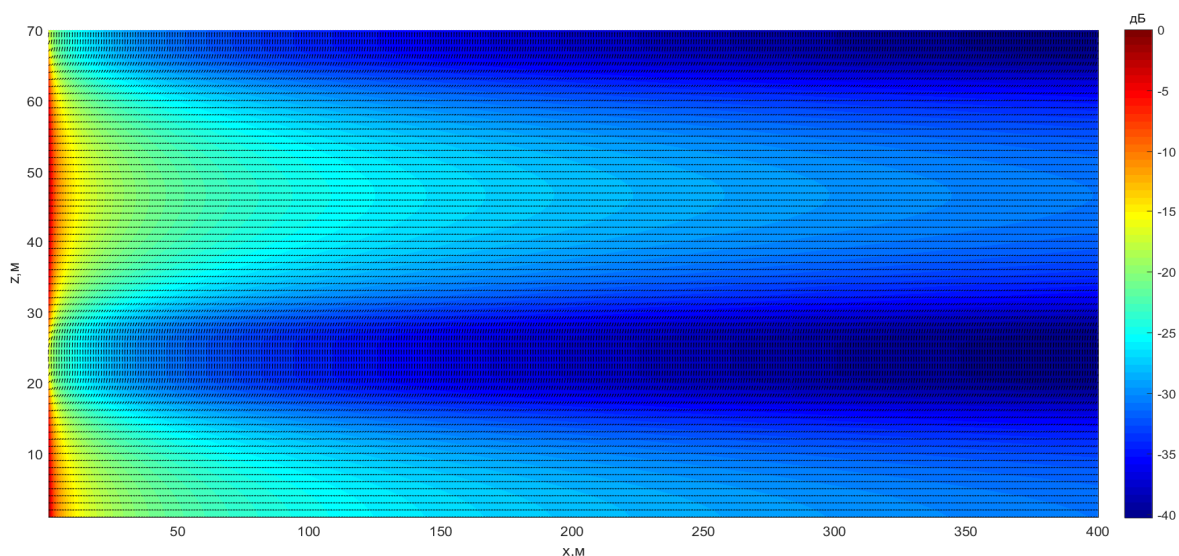


Рис. 10: Векторне поле інтенсивності при випромінюванні двохчастотного сигналу на одній моді

## 4.3 Висновки

Під час проведення моделювання були отримані наступні результати:

- Векторне поле інтенсивності не залежить від місця розташування точкового джерела;
- Вихорові структури в полі інтенсивності не утворюються;
- В полі інтенсивності присутні поздовжня зона на рівні  $z/h = 0.3$  в якій помічено спад інтенсивності на 50-60 дБ та відсутність вертикальної складової вектора інтенсивності.

## 5 Розроблення стартап проекту

Табл. 2: Опис ідеї стартап-проекту

Зміст ідеї	Напрямки користування	Вигоди для користувача
Пристрої для вимірювання тиску, коливальної швидкості	Гідроакустика, підводний зв'язок	Отримання необхідних характеристик акваторії моря для забезпечення якісного підводного зв'язку

Табл. 3: Визначення сильних, слабких та нейтральних характеристик ідеї проекту

№	Техніко-економічні показники	Потенційні товари-конкуренти	W(слабка сторона )	N(нейтральна сторона)	S(сильна сторона)
1	Вартість	Aquacom SSB-2010	Висока вартість	Привабливий зовнішній вигляд	Дальність дії

Табл. 4: Технологічна здійсненність ідеї проекту

№	Ідея проекту	Технології й реалізації	Наявність технологій	Доступність технологій
1	Розроблення приладу	Виготовлення п'єзокераміки	Не наявна	є

В загальному необхідно здійснити пошук компаній по виготовленню основ-

них комплектуючих для виготовлення виробу.

Табл. 5: Попередня характеристика потенційного ринку стартап-проекту

№	Показники стану	Характеристика
1	Кількість головних гравців	близько 10
2	Загальний обсяг продаж, грн/ум.од	15 000 000
3	Динаміка ринку (якісна оцінка)	спадає
4	Наявність обмежень для входу (вказати характер обмежень)	існують
5	Специфічні вимоги до стандартизації та сертифікації	існують
6	Середня норма рентабельності в галузі (або по ринку),	40 відсотків

Ринок не є привабливим для попереднього входження.

Табл. 6: Характеристика потенційних клієнтів стартап-проекту

№	Потреба, що формує ринок	Цільова аудиторія	Відмінності у поведінці різних потенційних груп	Вимоги споживачів до товару
1	Якісний підводний зв'язок	Військова галузь	Направленість на результат	Коректна робота

2	Наявність зв'язку	Громадськість	Наявність можливості	існування продукту на ринку
---	-------------------	---------------	----------------------	-----------------------------

Табл. 7: Фактори загроз

№	Фактор	Зміст загрози	Можлива реакція компанії
1	Сила конкурента	Розробки мають низьку похибку	Ігнорування
2	Непідготовленість	Необхідна база	Запровадження курсів покращення кваліфікації

Табл. 8: Фактори можливостей

№	Зміст можливості	Можлива реакція компанії
1	Проводження курсів, практик на профільних підприємствах	Похвальна
2	Участь на хакатонах, командних змаганнях	Похвальна
3	Подача на майданчики збору коштів	Похвальна
4	Поява з прототипом на профільних виставках	Похвальна

Табл. 9: Ступеневий аналіз конкуренції на ринку

Особливості конкурентного середовища	В чому проявляється дана характеристика	Вплив діяльності підприємства(можливі дії компанії, щоб бути конкурентноспроможною)
Вказати тип конкуренції	Монополістична	виділення окремого кралсу приладів для уникнення монополії
За рівним конкурентної боротьби	Міжнародний	поставки товарів на територію України, зменшення ціни
За галузевою ознакою	Внутрішньогалузева	зосередження на одному виду товарів
Конкуренція за видами товарів	Товарно-видова	робота над незвичайним дизайном приладу
За характером конкурентних переваг	Цінова	Зменшення ціни для внутрішнього ринку
За інтенсивністю	Марочна	Потрібне доопрацювання

Табл. 10: Аналіз конкуренції в галузі за М.Портером

Прямі конкуренти в залузі	Потенційні конкуренти	Постачальники	Клієнти	Товаро замітники
---------------------------	-----------------------	---------------	---------	------------------

Aquacom SSB- 2010,BCM Standard 12.5"Carbine Barrel	Не визначено	Значення розміру поставок	Розмір заку- півель, Кон- троль якості	Лояльність споживачів
Висока інтен- сивність	Потенційні конкурен- ти існують, можливість для входу на ринок не висока	Постача льники дикують умови гри на ринку	Клієнтам важлива точність та дов- готри- малість роботи приладу	Обмеження не помічені

Робота на ринку можлива, хоча поріг входження на ринок занадто високий, потрібно організувати можливість великих поставок товарів.

Табл. 11: Обґрунтування факторів конкурентноспроможності

№	Фактори конкурентноспроможності	Обґрунтування (наведення чинників, що роблять фактор для порівняння конкурентних проєктів значущим)
1	Націлення на внутрішній ринок України	націлення на внутрішній ринок та низька вартість пристроїв зумовлює високий попит на пристрої
2	Збільшення розміру поставок	Зумовить прив'язаність до пристроїв нашої компанії

Табл. 12: Порівняльний аналіз сильних та слабких сторін проекту

№	Фактор конкурентоспроможності	Бали	Рейтинг товарів-конкурентів
1	Націлення на внутрішній ринок України	20	-3
2	Збільшення розміру поставок	20	0

Табл. 13: Порівняльний аналіз сильних та слабких сторін проекту

Сильні сторони: націленість на ринок України	Слабкі сторони: невідточена поставка матеріалів, занадто мало досвіду
Можливості: Розширення науково-технічної бази	Загрози: входження на ринок великих партій конкурентів

Табл. 14: Альтернативи ринкового впровадження стартап-проекту

№	Альтернатива(орієнтований комплекс заходів) ринкової поведінки	Ймовірність отримання ресурсів	Терміни реалізації
1	Розширення науково-технічної бази	0.8	впровадж 2 місяців
2	Збільшення поставок	0.3	12 місяців
3	Участь в хакатонах, виставках	0.9	6 місяців

4	Рекламна кампанія пристроїв	1	місяць
---	-----------------------------	---	--------

Табл. 15: Вибір цільових груп потенційних споживачів

№	Опис профілю цільової групи потенційних клієнтів	Готовність споживачів сприйняти продукт	Орієнтовний попит в межах цільової групи	Інтенсивність конкуренції в сегменті	Простота входу в сегмент
1	невійськові громадяни країни	невисока	30 зі 100	висока	висока
2	військові сили України	середня	50 зі 100	висока	низька
3	іноземці	середня	20 зі 100	висока	висока

Основна цільова група на даному етапі розвитку проекту, громадяни України, оскільки використання у натурних умовах даного пристрою не є занадто дорогоцінною витратою. Обраний напрямок концентрованого маркетингу на перших роках життя проекту.

Табл. 16: Визначення базової стратегії розвитку

№	Обрана альтернатива розвитку проекту	Стратегія охоплення ринку	Ключові конкурентноспроможні позиції відповідно до обраної альтернативи	Базова стратегія розвитку

1	Зосередження на одній цільовій групі	Стратегія концентрованого маркетингу	Схожі товари та послуги	Стратегія спеціалізації
---	--------------------------------------	--------------------------------------	-------------------------	-------------------------

Табл. 17: Визначення базової стратегії конкурентної поведінки

№	Чи є проект 'першопроходцем' на ринку?	Чи буде компанія шукати нових споживачів, або забирати існуючих у конкурентів?	Чи буде компанія копіювати основні характеристики товару конкурента і які?	Стратегія конкурентної поведінки
1	ні	забирати існуючих споживачів	ні,	Стратегія виклику лідера
2	ні	забирати існуючих споживачів	так, великі поставки, міжнародні прошивки, точність вимірювань	Стратегія наслідування лідера

Табл. 18: Визначення стратегії позиціонування

---

№	Вимоги до товару цільової аудиторії	Базова стратегія розвитку	Ключові конкурентноспроможні позиції власного стартап-проекту	Вибір асоціації, які мають сформувати комплексну позицію власного проекту (три ключових)
1	Точність роботи приладу	Стратегія спеціалізації	низька вартість, орієнтація на український ринок	Низька вартість, впізнаваний вигляд, точність використання

Табл. 19: Визначення ключових переваг концепції потенційного товару

№	Потреба	Вигода, яку пропонує товар	Ключові переваги перед конкурентами (існуючі або такі, що потрібно створити)
1	Звукопідводний зв'язок	Точність звукопідводного зв'язку	орієнтація на український ринок, вузьку цільову аудиторію

Табл. 20: Опис трьох рівнів моделі товару

Рівні товару	Сутність та складові
Товар за задумом	Забезпечення якісного підводного зв'язку

Товар у реальному виконанні	Міжнародні стандарти підводного зв'язку, оригінальне пакування, оригінальна впізнавальна марка
Товар із підкріпленням	до продажу: орієнтація на новизну товару та потрібність, після продажу: аргументація на кількості проданих результатів

Потенційний товар буде захищено від копіювання за допомогою патентів, впізнаваності марки, стабільної реклами.

Табл. 21: Визначення меж встановлення ціни

№	Рівень цін та товарів-замінників	Рівень цін на товари аналоги	Рівень доходів цільової групи споживачів	Верхня та нижні межі встановлення ціни на товар/послугу
1	1200-1500 \$	500-700\$	300-500 \$	300-500 \$

Табл. 22: Формування системи збуту

№	Специфіка закупівельної поведінки цільових клієнтів	Функції збуту які має виконувати постачальник товару	Глибина каналу збуту	Оптимальна система збуту
1	Зазвичай закупається один-два товари	Оптимальне розміщення товару, незавищена вартість	Середня	Мережеві магазини спеціальної техніки

Для даного товару рекомендовано обрати залучену систему збуту аби яко-

мога швидше покрити територію країни.

Табл. 23: Концепція маркетингових комунікацій

№	Специфіка поведінки цільових клієнтів	Канали комунікації якими користуються потенційні клієнти	Ключові позиції обрані для позиціонування	Завдання рекламного повідомлення	Концепція рекламного звернення
1	Довіра знайомим, недовіра рекламі	Комунікація через знайомих, іноді - інтернет	Необхідність товар	Донести необхідність купівлі даного товару, показання явного покращення підводного зв'язку	Досвід - понад усе, якість - найкраще що є

## 5.1 Висновки

На даний момент немає ринкової комерціалізації проекту, оскільки дана сфера зайнята спеціальними військовими відділами, розробниками схожої апаратури. Перспективи впровадження з огляду на потенційні групи можлива при переорієнтації та роботою з одною цільовою групою - громадським населенням України. Це дозволить проводити динамічну корекцію роботи пристроїв, збільшити продажі та спрямувати додаткові кошти на покращення науково-технічної бази та ускладнення майбутніх приладів.

## 6 Висновки

В результаті дослідження встановлено, що:

- Поле інтенсивності в хвилеводі з комбінованими границями має неоднорідну структуру;
- При збільшенні моди коливань з однієї до двох у полі інтенсивності утворюють вихорові області в яких рівень інтенсивності зменшується на 50-60 дБ. Поява вихорових областей має періодичний характер;
- При випромінюванні сигналу на двох модах коливань спостерігається умова відсутності вихорових областей від положення джерела, а саме при  $z_0/h = 0.2$  та  $z_0/h = 0.6$ . Проте саме за таких умов в полі інтенсивності утворюються зони в яких одночасно значення тиску та коливальної швидкості прямують до нуля;
- При випромінюванні сигналу на одній моді коливань розподіл інтенсивності в каналі хвилеводу не залежить від положення джерела;
- При випромінюванні двохчастотного сигналу на двох модах коливань в поява вихорових областей втрачає свою періодичність.

## 7 Перелік посилань

1. Гринченко В.Т., Вовк І.В., Маципура В.Т. Основы акустики-Киев:Наукова думка, 2007.-640 с.
2. Коржик О.В. Теоретичні основи акустики-2// Конспект лекцій-2014.94 с.
3. Ластовенко О.Р., Лисютин В.А, Особенности векторных акустических полей в волноводах мелкого моря// Збірник наукових праць СНУАЕтаП.-2014.-192-198 с.
4. Сташкевич А.П., Акустика моря – Санкт-Петербург: Судостроение, 1966. –359 с.
5. Chien C.F Singular points on intensity streamlines in two-dimensional sound fields/ Chien C.F , Waterhouse R.V.// J.Acoustic Soc. Am.-1997.-V.101.-N 2.-P. 705-712.
6. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах, изд. АН СССР,1957.
7. Методические указания к самостоятельной работе по курсу “Теоретические основы гидроакустики” для студентов дневной формы обучения/ Сост. Карновский, В.М. Пьянов.- Киев:КПИ, 1988.-60 с.
8. Щуров В.А. Вихри акустической интенсивности в мелком море/ В.А. Щуров, В.П.Кулешов, Е.С. Ткаченко // Электронный журнал «Техническая акустика» [Электронный ресурс],-Режим доступа: <http://ejta.org>, 2010. 12.
9. Мелешко В.В., Маципура В.Т., Улитко А.Ф., Теорія хвилеводів. Київ,ВПЦ Київський університет, 2013.
10. Ярошенко М.О., Чайка О.С., Коржик О.В., Особливі точки векторного поля інтенсивності в хвилеводі з комбінованими границями//Акустичні прилади та системи, 2018, том 23 №1, 44-54 ст.

## 8 Додаток А

Нижче наведено лістинг програмних продуктів для розрахунку векторного поля інтенсивності в хвилеводі з комбінованими границями.

### 8.1 Поширення одночастотного сигналу на двох модах коливання

Розрахунок векторного поля інтенсивності при поширенні одночастотного сигналу на двох модах коливання:

```

slCharacterEncoding( 'UTF-8' )
clear
figure
set(0, 'DefaultFigureWindowStyle', 'docked')
h=70;
f0 =250;

zc =h/4;
x=1:900;
m=[1 2];
% figure
z=1:h-2;
c=1500;
v0=1;
w = 2*pi.*f0;
f_kr = (2.*m+1).*c/4/h;
f0 ./f_kr
k = @(f,m) w(f)./c.*sqrt(1-(f_kr(m)./f0(f)).^2);

res=0;
res2=0;
mins=[];
set=0;

```

```

show=1;
[t1,t4]=integrals_fast12(w(1));
[x,z]=meshgrid(x,z);
figure
for z0=zc
%      figure
C1 = cos(3*pi.*z/2/h).*v0/2/h*cos(3*pi*z0/2/h);
C2 = cos(5*pi.*z/2/h).*v0/2/h*cos(5*pi*z0/2/h);

M1 = sin(3*pi.*z/2/h).*3*pi*v0/4/h^2*cos(3*pi*z0/2/h);
M2 = sin(5*pi.*z/2/h).*3*pi*v0/4/h^2*cos(5*pi*z0/2/h);

%
R = C1.*besselj(0,k(1,1).*x)+...
    C2.*besselj(0,k(1,2).*x);
I = C1.*bessely(0,k(1,1).*x)+...
    C2.*bessely(0,k(1,2).*x);

IR= R.*I;

Ix = k(1,1).*C1.*bessely(1,k(1,1).*x)+...
    k(1,2).*C2.*bessely(1,k(1,2).*x);

Rx = k(1,1).*C1.*besselj(1,k(1,1).*x)+...
    k(1,2).*C2.*besselj(1,k(1,2).*x);

RxIx=Ix.*Rx;

Rz = M1.*besselj(0,k(1,1).*x)+...
    M2.*besselj(0,k(1,2).*x);

Iz = M1.*bessely(0,k(1,1).*x)+...
    M2.*bessely(0,k(1,2).*x);

```

```
RzIz = Rz.*Iz;
```

```
p=R.*t4(2)+I.*t4(1);
```

```
vx=Ix.*t4(2)-Rx.*t4(1);
```

```
vz=Iz.*t4(2)-Rz.*t4(1);
```

```
wx = I.*Rx.*t1(1)-R.*Ix.*t1(2)+(-I.*Ix+R.*Rx).*t1(3);
```

```
wz = I.*Rz.*t1(1)-R.*Iz.*t1(2)+(-I.*Iz+R.*Rz).*t1(3);
```

```
E = Ix.^2+Iz.^2+(R./1500000*w).^2+...
```

```
    Rx.^2+Rz.^2+(I./1500000*w).^2;
```

```
I = sqrt((wz).^2+(wx).^2);
```

```
T=floor(pi/(k(1,1)-k(1,2)));
```

```
if res2~=0
```

```
    set=[];
```

```
for z2=2:size(z,1)-2
```

```
    if (abs(p(z2-1,T))>abs(p(z2,T)) & abs(p(z2+1,T))>...
        abs(p(z2,T))) &(abs(vx(z2-1,T))>abs(vx(z2,T)) &...
        abs(vx(z2+1,T))>abs(vx(z2,T)))
```

```
        set=[set; 1 0 0];
```

```
    else
```

```
    if abs(p(z2-1,T))>abs(p(z2,T)) & abs(p(z2+1,T))>...
        abs(p(z2,T))
```

```
        set=[set; 0 1 0];
```

```
    end
```

```
    if abs(vx(z2-1,T))>abs(vx(z2,T)) &...
```

```
        abs(vx(z2+1,T))>abs(vx(z2,T))
```

```
        set=[set; 0 0 1];
```

```
    end
```

```
end
```

```
end
```

```
s1=sum(set(:,1));
```

```
s2=sum(set(:,2));
```

```

s3=sum(set (: , 3));
mins=[mins;s1 s2 s3];
set = [];
end
Im=max(max(I));
Em=max(max(E));
IdB=-10.*log10(Im./I);
EdB=-10.*log10(Em./E);
    A=wx./I;
    B=wz./I;
% subplot(2,1,1)
if show==1
    colormap jet
%     figure
    pcolor(x,z,IdB)
    a=gca;
    a.YTick=[10:10:h-10 h-2];
    color1=colorbar;

    xlabel(num2str(pi/(k(1,1)-k(1,2))))

    title(num2str(c/h/f0))

    hold on
    quiver(x,z,A,B,0.5,'-k');
    shading interp
    drawnow

    for x2=2:size(x,1)-2
        for z2=2:size(x,2)-2
            if (I(x2,z2)<I(x2-1,z2) & I(x2,z2)...
                <I(x2+1,z2)) & (I(x2,z2)<I(x2,z2-1) &...
                    I(x2,z2)<I(x2,z2+1))

```

```

%                scatter(x2, z2)
                scatter(z2, x2, 'MarkerEdgeColor', [0 .5 .5], ...
                'MarkerFaceColor', 'r', ...
                'LineWidth', 1.5)
            hold on
            end
        end
    end

    % pause(0.25)
end% figure show(x, z, h, I, f0)
T=floor(pi/(k(1,1)-k(1,2)));
m=1;
if res==1
for x2=1:x(1, end)
    if mod(x2, T)==0
        T=m*T;
        del=ceil([T/2 1.5*T]);
        if del(2)>x(1, end)
            del(2)=x(1, end);
        end
        Im=I(:, del(1):del(2));
        Ima=max(max(Im));
        IdB=-10.*log10(Ima./Im);
        figure
        f1=subplot(1, 3, 2);
        pcolor(x(:, del(1):del(2)), z(:, del(1):del(2)), IdB)
        hold on
        quiver(x(:, del(1):del(2)), z(:, del(1):del(2)), ...
            A(:, del(1):del(2)), B(:, del(1):del(2)), 0.5, '-k');
        title(num2str(z0))
        color1=colorbar;
        shading interp

```

```

f1.XLim=del;
f2=subplot(1,3,1);
pm=p(:,T)/max(p(:,T));
% find(pm==min(abs(pm)))
plot(pm, z(:,T))
f2.XLim=[-1 1];
mip=[];
for z2=2:size(z,1)-2
    if (abs(p(z2-1,T))>abs(p(z2,T)) &...
        abs(p(z2+1,T))>abs(p(z2,T)) )
        mip=[mip, z2];
    end
end
f2.YTick=mip;

grid on
f3=subplot(1,3,3);
vxm=vx(:,T)/max(vx(:,T));
plot(vxm, z(:,T))
grid on
hold on
vzm=vz(:,T)/max(vz(:,T));
plot(vzm, z(:,T))
f3.XLim=[-1 1];

mip=[];
for z2=2:size(z,1)-2
    if (abs(vx(z2-1,T))>abs(vx(z2,T)) &...
        abs(vx(z2+1,T))>abs(vx(z2,T)) )
        mip=[mip, z2];
    end
end
f3.YTick=mip;

```

```

    hold off
    legend('vx','vz')
    grid on
    xlabel('c')
    m=m+1;
    f1.YLim=[1 z(end,1)-4];
    linkaxes([f1,f2,f3],'y');

    end
end
end
end
if res2~=0
figure
subplot(3,1,1)
plot(zc./h,mins(:,1))
a=gca;
a.YLim=[0 2.5];
grid on
hold on
subplot(3,1,2)
plot(zc./h,mins(:,2))
a=gca;
a.YLim=[0 2.5];
grid on
subplot(3,1,3)
plot(zc./h,mins(:,3))
a=gca;
a.YLim=[0 2.5];
grid on
% legend('pv','p','vx')
% grid minor
end

```

## 8.2 Поширення двохчастотного сигналу на двох модах коливань

Розрахунок векторного поля інтенсивності при поширенні двохчастотного сигналу на двох модах коливання:

```

slCharacterEncoding('UTF-8')
clear
clc
close all

df=1.05;% df=1.05;
    ss = [];
res=0;
for z0=[14 42]
%     figure
    roots = [];
    h=70;
%     z0 =h/2;
    x=1:1:800;
    fx =30;
    df = 1.05;
    m=[1 2];
    set (0, 'DefaultFigureWindowStyle', 'docked')
    v0=1;
    f0=[fx df*fx];
    z=1:h-2;
    c=1500;
    w = 2*pi.*f0;
    f_kr = (2.*m+1).*c/4/h;
    k = @(f,m) w(f)./c.*sqrt(1-(f_kr(m)./f0(f)).^2);

    d1=pi/(k(1,1)-k(1,2));
    d2=pi/(k(2,1)-k(2,2));

```

$$T=(d1+d2)/2;$$

$$[t1, t2, t3, t4]=\text{integrals\_fast}(w);$$

$$[x, z]=\text{meshgrid}(x, z);$$

$$C1 = \cos(3*\text{pi}.*z/2/h).*v0/2/h*\cos(3*\text{pi}*z0/2/h);$$

$$C2 = \cos(5*\text{pi}.*z/2/h).*v0/2/h*\cos(5*\text{pi}*z0/2/h);$$

$$M1 = \sin(3*\text{pi}.*z/2/h).*3*\text{pi}*v0/4/h^2*\cos(3*\text{pi}*z0/2/h);$$

$$M2 = \sin(5*\text{pi}.*z/2/h).*3*\text{pi}*v0/4/h^2*\cos(5*\text{pi}*z0/2/h);$$

%

$$R = @(f) C1.*\text{besselj}(0, k(f, 1).*x) + \dots$$

$$C2.*\text{besselj}(0, k(f, 2).*x);$$

$$I = @(f) C1.*\text{bessely}(0, k(f, 1).*x) + \dots$$

$$C2.*\text{bessely}(0, k(f, 2).*x);$$

$$Ix = @(f) k(1, 1).*C1.*\text{bessely}(1, k(f, 1).*x) + \dots$$

$$k(1, 2).*C2.*\text{bessely}(1, k(f, 2).*x);$$

$$Rx = @(f) k(1, 1).*C1.*\text{besselj}(1, k(f, 1).*x) + \dots$$

$$k(1, 2).*C2.*\text{besselj}(1, k(f, 2).*x);$$

$$Rz = @(f) M1.*\text{besselj}(0, k(f, 1).*x) + \dots$$

$$M2.*\text{besselj}(0, k(f, 2).*x);$$

$$Iz = @(f) M1.*\text{bessely}(0, k(f, 1).*x) + \dots$$

$$M2.*\text{bessely}(0, k(f, 2).*x);$$

$$p1v1 = -w(1).*(Ix(1).*R(1).*t1(2) - I(1).*Rx(1).*t1(1) + \dots \\ (I(1).*Ix(1) - R(1).*Rx(1)).*t1(3));$$

$$p2v2 = -w(2).*(Ix(2).*R(2).*t2(2) - I(2).*Rx(2).*t2(1) + \dots \\ (I(2).*Ix(2) - R(2).*Rx(2)).*t2(3));$$

$$p1v2 = -w(1).*(Ix(2).*R(1).*t3(4) - I(1).*Rx(2).*t3(1) + \dots$$

$$\begin{aligned}
& I(1) .* I_x(2) .* t3(2) - R(1) .* R_x(2) .* t3(3)); \\
p2v1 = & -w(2) .* (I_x(1) .* R(2) .* t3(4) - I(2) .* R_x(1) .* t3(1) + \dots \\
& I(2) .* I_x(1) .* t3(2) - R(2) .* R_x(1) .* t3(3));
\end{aligned}$$

$$wx = p1v1 + p2v2 + p1v2 + p2v1;$$

$$\begin{aligned}
p1v1 = & -w(1) .* (I_z(1) .* R(1) .* t1(2) - I(1) .* R_z(1) .* t1(1) + \dots \\
& (I(1) .* I_z(1) - R(1) .* R_z(1)) .* t1(3)); \\
p2v2 = & -w(2) .* (I_z(2) .* R(2) .* t2(2) - I(2) .* R_z(2) .* t2(1) + \dots \\
& (I(2) .* I_z(2) - R(2) .* R_z(2)) .* t2(3)); \\
p1v2 = & -w(1) .* (I_z(2) .* R(1) .* t3(4) - I(1) .* R_z(2) .* t3(1) + \dots \\
& I(1) .* I_z(2) .* t3(2) - R(1) .* R_z(2) .* t3(3)); \\
p2v1 = & -w(2) .* (I_z(1) .* R(2) .* t3(4) - I(2) .* R_z(1) .* t3(1) + \dots \\
& I(2) .* I_z(1) .* t3(2) - R(2) .* R_z(1) .* t3(3));
\end{aligned}$$

$$wz = p1v1 + p2v2 + p1v2 + p2v1;$$

$$\begin{aligned}
p1 = & -w(1) .* (I(1) .* t4(1) + R(1) .* t4(3)); \\
p2 = & -w(2) .* (I(2) .* t4(2) + R(2) .* t4(4)); \\
p = & p1 + p2;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
vx1 = & (I_x(1) .* t4(3) - R_x(1) .* t4(1)); \\
vx2 = & (I_x(2) .* t4(4) - R_x(2) .* t4(2)); \\
vx = & vx1 + vx2;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
vz1 = & (I_z(1) .* t4(3) - R_z(1) .* t4(1)); \\
vz2 = & (I_z(2) .* t4(4) - R_z(2) .* t4(2)); \\
vz = & vz1 + vz2;
\end{aligned}$$

$$I = \mathbf{sqrt}((wz).^2 + (vx).^2);$$

figureshow(x, z, h, I, f0, T)

```

Im=max(max(I));
hold on
num=1;
    for z2=2:size(x,2)-2
        for x2=2:size(x,1)-2
            if (I(x2,z2)<I(x2-1,z2) &...
                I(x2,z2)<I(x2+1,z2)) &...
                (I(x2,z2)<I(x2,z2-1) &...
                I(x2,z2)<I(x2,z2+1)) &...
                35*I(x2,z2)<Im
%                scatter(x2,z2)
                roots=[roots; z2 x2 ];
                scatter(z2,x2,'MarkerEdgeColor',[0 .5 .5],...
                    'MarkerFaceColor','r',...
                    'LineWidth',1.5)
            hold on
        end
    end
end
end
for i=1:size(roots,1)
    [roots(i,:) roots(i,1)/T]
end
drawnow
hold on
% minmin(x,z,I)
% pcolor(x,z,I)

A=wx./I;
B=wz./I;
hold on
quiver(x,z,A,B,0.5,'-k');
drawnow
shading interp

```

```

if res==1
    T=input('give vertical , _bitch: ')
    x1=roots(T,1)
    y1=roots(T,2)
for x2=1:size(x,2)
    if x2/x1==1
        del=ceil([x1-5 x1+5]);
        if del(2)>x(1,end)
            del(2)=x(1,end);
        end
        Im=I(:,del(1):del(2));
        Ima=max(max(Im));
        IdB=-10.*log10(Ima./Im);
        figure
        f1=subplot(1,3,2);
        pcolor(x(:,del(1):del(2)),z(:,del(1):del(2)),IdB)
        hold on
        quiver(x(:,del(1):del(2)),z(:,del(1):del(2)),...
            A(:,del(1):del(2)),B(:,del(1):del(2)),0.5,'-k');
        title(num2str(z0))
        color1=colorbar;

        shading interp

        f2=subplot(1,3,1);
        x1
        pm=p(:,x1)/max(p(:,x1));
        % find(pm==min(abs(pm)))
        plot(pm,z(:,x1))
        f2.XLim=[-1 1];
        mip=[];
        for z2=2:size(z,1)-2

```

```

if (abs(p(z2-1,x1))>abs(p(z2,x1)) &...
      abs(p(z2+1,x1))>abs(p(z2,x1)) )
    mip=[mip,z2];
end
end
f2.YTick=mip;

grid on
f3=subplot(1,3,3);
vxm=vx(:,x1)/max(vx(:,x1));
plot(vxm,z(:,x1))
grid on
hold on
vzm=vz(:,x1)/max(vz(:,x1));
plot(vzm,z(:,x1))
f3.XLim=[-1 1];
      f1.XLim=del;
f1.YLim=[y1-5 y1+5];
mip=[];
for z2=2:size(z,1)-2
  if (abs(vx(z2-1,x1))>abs(vx(z2,x1)) &...
        abs(vx(z2+1,x1))>abs(vx(z2,x1)) )
    mip=[mip,z2];
  end
end
f3.YTick=mip;
hold off
legend('vx','vz')
grid on
m=m+1;
f1.YLim=[1 z(end,1)-4];
linkaxes([f1,f2,f3],'y');

```

```

    end
end
end

%     pause(1)
%     figure
%     pcolor(x,z,p)
%     shading interp
%     figure
%     pcolor(x,z,vx)
%     shading interp
%     figure
%     pcolor(x,z,vz)
%     shading interp
clearvars -except res
%     clear
end

```

### 8.3 Поширення одночастотного сигналу на одній коливань

Розрахунок векторного поля інтенсивності при поширенні одночастотного сигналу на двох модах коливання:

```

slCharacterEncoding('UTF-8')
m=1;
v0= 1;
h=70;
zc=h/2;
x=1:1000;
f=30;
df=3;

```

```

f0= [ f f*df ];
for z0=zc

    intensity_fieldp (m, v0, h, z0, x, f0)
end

function IdB=intensity_fieldp (m, v0, h, z0, x, f0)
% figure
z=1:h;
c=1500;
f_kr = (2*m+1)*c/4/h;
w = 2*pi.*f0;
k = w./c.*sqrt(1-(f_kr./f0).^2);

[ sin1, cos1, sin1cos1, sin2, cos2, sin2cos2, ...
  sin1sin2, sin1cos2, ...
  cos1cos2 ]=integrals_fast_intensity(w);
[x, z]=meshgrid(x, z);

R1 = besselj(0, k(1).*x); R2 = besselj(0, k(2).*x);
I1 = bessely(0, k(1).*x); I2 = bessely(0, k(2).*x);
Rx1 = besselj(1, k(1).*x);
Rx2 = besselj(1, k(2).*x);
Ix1 =bessely(1, k(1).*x);
Ix2 =bessely(1, k(2).*x);

C = cos((2*m+1)*pi.*z/2/h).*v0/2/h*cos((2*m+1)*...
  pi*z0/2/h);
M = sin((2*m+1)*pi.*z/2/h).*3*pi*v0/4/h^2*...
  cos((2*m+1)*pi*z0/2/h);

% x1 = [Rx(1) Ix(1) sqrt(2*Rx(1)*Ix(1))].^2;
% x2 = [Rx(2) Ix(2) sqrt(2*Rx(2)*Ix(2))].^2;

```

```

% x3 = [Rx(1)*Rx(2) Rx(1)*Ix(2) Ix(1)*Rx(2) Ix(1)*Ix(2)];

f1 = (Rx1.^2.*sin1+Ix1.^2.*cos1+2.*Rx1.*Ix1.*...
      sin1cos1)*(k(1))^2;
f2 = (Rx2.^2.*sin2+Ix2.^2.*cos2+2.*Rx2.*Ix2.*...
      sin2cos2)*(k(2))^2;
f3 = (Rx1.*Rx2.*sin1sin2+Rx1.*Ix2.*sin1sin2+...
      Ix1.*Rx2.*sin1cos2+Ix1.*Ix2.*cos1cos2)*...
      2*k(1)*k(2);
% f1 = sum(x1.*t1)*(k(1))^2;
% f2 = sum(x2.*t2)*(k(2))^2;
% f3 = sum(x3.*t3)*2*k(1)*k(2);

wx = C.^2.*(f1+f2+f3);

% x1 = [(R(1))^2 (I(1))^2 -2*R(1)*I(1)];
% x2 = [(R(2))^2 (I(2))^2 -2*R(2)*I(2)];
% x3 = [R(1)*R(2) -R(1)*I(2) -I(1)*R(2) I(1)*I(2)];

f1 = (R1.^2.*sin1+I1.^2.*cos1-2.*R1.*I1.*sin1cos1);
f2 = (R2.^2.*cos2+I2.^2.*cos2-2.*R2.*I2.*sin2cos2);
f3 = 2.*(R1.*R2.*sin1sin2-R1.*I2.*sin1cos2-...
      I1.*R2.*sin1cos2+I1.*I2.*cos1cos2);

% f1 = sum(x1.*t1);
% f2 = sum(x2.*t2);
% f3 = sum(x3.*t3)*2;

wz = M.^2.*(f1+f2+f3);
I = sqrt((wz).^2+(wx).^2);

Im=max(max(I))
IdB=-10.*log10(Im./I);

```

```

colormap jet
% subplot(2,1,1)
% figure
pcolor(x,z,IdB)
title(num2str(z0))
color1=colorbar;
A=wx./I;
B=wz./I;
hold on
quiver(x,z,A,B,0.5,'-k');
shading interp
drawnow
% out2 = vpa(int(w,z,theta,h));
% subplot(2,1,2)
y=[];
for x2=1:size(IdB,2)
    y=[y sum(I(:,x2))];
end
Im=max(max(y))
IdB=-10.*log10(Im./y);
% plot(x(1,:),IdB)
end

```