

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
“Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського”

Загальна фізика

Електромагнетизм

Навчальний посібник

Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
як навчальний посібник здобувачів ступеня бакалавра
за освітніми програмами: “Інженіринг інтелектуальних електротехнічних та
мехатронних комплексів”, “Електромеханічні системи автоматизації,
електропривод та електромобільність”
спеціальність “141 Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка”

Укладачі:

Братусь Т.І., Самар Г.В.

Електронне мережне навчальне видання

Київ

КПІ ім. Ігоря Сікорського

2022

Рецензенти:

Котовський В.Й., д-р. техн. наук, проф.,

зав. каф. загальної фізики та моделювання фізичних процесів

КПІ ім. Ігоря Сікорського

Рудько Г.Ю., д-р. фіз.-мат. наук, проф., п.н.с. Інституту фізики

напівпровідників ім. Лашкарьова В.Є. НАН України

Відповідальний редактор : Решетняк С.О., д-р фіз.-мат. наук, проф.

Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського

(протокол № 5 від 26.05.2022 р.)

за поданням Вченої ради фізико-математичного факультету

(протокол № 2 від 24.02.2022 р.)

Навчальний посібник “Загальна фізика. Електромагнетизм” складено як конспект лекцій з прикладами типових задач і задачами для самостійного навчання. Розглянуті основні питання сучасної теорії магнітного поля та теорії електромагнітного поля. Навчальне видання сприятиме засвоєнню україномовної фізичної і технічної термінології та сформулює у студентів компетенції, необхідні для подальшого вивчення предметів, які пов’язані із практичним застосуванням законів електромагнетизму. Призначений для студентів вищих навчальних закладів, відповідає навчальній програмі дисципліни “Загальна фізика” для здобувачів ступеня бакалавра за освітньою програмою “Інжиніринг інтелектуальних електротехнічних та мехатронних комплексів” за спеціальністю “141 Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка”.

Реєстр. № НП-21/22-429. Обсяг 5,46 авт. арк.

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
проспект Перемоги, 37, м. Київ, 03056

<https://kpi.ua>

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців, виготовлювачів
і розповсюджувачів видавничої продукції ДК № 5354 від 25.05.2017 р.

© КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022

ВСТУП

Навколишній світ за своєю природою є матеріальним. Фізика - це наука, яка вивчає найзагальніші форми руху матерії (механічні, електромагнітні, теплові, та інші) та їх взаємні перетворення [1]. Матерія може існувати в двох формах: у вигляді речовини та поля. До першої форми матерії належать, наприклад, електрони, протони, атоми, молекули та всі речовини, з яких вони побудовані. До другої - електромагнітні, гравітаційні поля. Різні види матерії можуть переходити одна в одну. Наприклад, електрон і позитрон при взаємодії перетворюються в електромагнітне випромінювання у вигляді фотонів. Можливий і зворотній процес.

Класична електродинаміка розглядає властивості електромагнітного поля як особливого виду матерії і закони електромагнітної взаємодії. Електромагнітне поле – це вид матерії, специфічною особливістю якого є властивість діяти як на нерухомі, так і на рухомі заряди, причому характер цього впливу залежить від величини та напрямку швидкості їх руху [1]. Це поле, як особливий вид матерії, характеризується, з одного боку, безперервним розподілом у просторі (електромагнітні хвилі), а з іншого, виявляє дискретність структури (фотони). Воно має властивість поширюватись у вакуумі зі швидкістю близькою до $3 \cdot 10^8$ м/с.

Теорія електромагнітного поля, що базується на уявленнях про безперервне поле, була розроблена Д. Максвеллом в XIX столітті. Максвелл узагальнив експериментально виявлені закономірності, які вивчаються в курсі загальної фізики. Конкретні висновки теорії, отримані при розв'язанні рівнянь Максвелла, охоплюють широке коло фізичних явищ і обумовлюють відкриття великої кількості нових ефектів.

У всій різноманітності електромагнітних явищ студенти можуть розібратися лише тоді, коли вони будуть знати теорію, що пояснює ці явища, – теорію електромагнітного поля Максвелла і електронну теорію Друде-Лоренца.

Крім того, електромагнітні явища є основою процесів, що відбуваються всередині атомів. Не знаючи закономірностей електромагнітних явищ, не можна вивчати будову атомів та атомного ядра.

Таким чином, вивчення електромагнітних явищ і законів електромагнітної взаємодії має велике значення для формування наукового світогляду. Фізика є базовою дисципліною для всіх інженерних спеціальностей. Тому кожний випускник технічного університету повинен володіти фізикою настільки, щоб вміти застосувати її досягнення у своїй практичній та науковій діяльності.

Навчальний посібник до вивчення курсу загальної фізики складений як конспект лекцій з прикладами задач і задачами для самостійного навчання відповідно до програми курсу загальної фізики для вищих технічних навчальних закладів. У даному конспекті лекцій розглядається сучасна теорія магнітного і електромагнітного поля, яка є однією з найбільш детально розроблених частин фізики. Головна увага приділяється не математичним викладкам, а поясненню якісної, фізичної сторони питання. Навчальне видання сприятиме засвоєнню україномовної фізичної та технічної термінології та сформулює у студентів компетенції, необхідні для подальшого вивчення предметів, які пов'язані із практичним застосуванням законів електромагнетизму.

1. МАГНІТНЕ ПОЛЕ

1.1. Магнітна індукція. Сила Лоренца.

З початком руху зарядів виникає їх нова якість – вони набувають магнітних властивостей. Магнетизм – це особлива форма матеріальної взаємодії, яка виникає між рухомими електрично зарядженими частинками. Передача магнітної взаємодії на відстань здійснюється за допомогою магнітного поля. Єдиними матеріальними носіями магнітного поля є рухомі електричні заряди або струми [1]. Оскільки рух зарядів або спокій є відносним, залежним від стану системи відліку, то і прояв електричної або магнітної взаємодії є відносним. Різні

властивості зарядів обумовлені тим, що електричне і магнітне поля є окремими проявами більш загального електромагнітного поля. Між електричним і магнітним полями немає повної симетрії. Джерелами електричного поля є електричні заряди, носіями яких є елементарні частинки (електрони, протони, мезони, ...). Аналогічних магнітних зарядів у природі не виявлено, хоча англійський фізик Дірак у 1931 році теоретично доводив можливість існування магнітних монополів.

Електричний струм – це також напрямлений рух електричних зарядів. Тому навколо провідників, по яких течуть струми, виникає магнітне поле, через яке і взаємодіють між собою провідники зі струмом. Отже, всередині провідників, по яких проходить постійний струм, і в оточуючому їх просторі існують стаціонарне електричне і стаціонарне, незмінне з часом, магнітне поле.

Подібно до того, як при вивченні електричного поля користуються пробним зарядом, для дослідження магнітного поля користуються пробним струмом, який циркулює в плоскому замкнутому контурі дуже малих розмірів. Контур зі струмом називають магнітний диполь. Орієнтацію контуру в просторі визначають напрямом додатної нормалі до контуру, яка зв'язана з напрямом струму правилом “правого гвинта”: якщо напрям струму за стрілкою годинника, то додатна нормаль спрямована перпендикулярно до площини струму від нас, якщо струм тече проти стрілки годинника, то напрям нормалі перпендикулярний до площини струму на нас. При внесенні контуру зі струмом в магнітне поле контур орієнтується так, що його нормаль має певний напрям, який приймають за напрям поля в цій точці [1]. Якщо пробний контур повертати так, щоб напрямки нормалі і поля не збігалися, то виникає обертальний момент, який намагається повернути контур в рівноважний стан. Величина обертального моменту залежить від кута α між нормаллю і напрямом поля, досягаючи найбільшого значення при $\alpha = \pi/2$ (при $\alpha = 0$ маємо $M = 0$).

Обертальний момент залежить як від властивостей поля в даній точці, так і від властивостей контуру. Вносячи в одну і ту ж саму точку різні пробні контури можна виявити, що величина моменту пропорційна силі струму I в контурі та

площі контуру S , але не залежить в той же час від форми контуру. Таким чином, дію магнітного поля на плоский контур зі струмом визначають величиною, яку називають **магнітним моментом контуру**: $p_m = I S$. Напрямок вектора p_m визначається за напрямком додатної нормалі n , тому $p_m = I S n$.

На різні пробні контури, що відрізняються значеннями p_m , в даній точці поля діють різні за величиною обертальні моменти $M_{\max}$, але відношення $M_{\max}/p_m$ для всіх контурів буде однаковим і є характеристикою поля. Фізичну величину, яка пропорційна такому відношенню називають **магнітною індукцією** і позначають:

$$B = M_{\max}/p_m.$$

Магнітна індукція - векторна величина, напрям якої визначається рівноважним напрямком додатної нормалі до пробного контуру, і вимірюється в теслах (Тл).

Для зображення магнітного поля використовують силові лінії – це лінії, дотичні до яких в кожній точці збігаються з напрямом вектора магнітної індукції. Силові лінії магнітного поля замкнені, а густина ліній відповідає модулю вектора B у даному місці поля. Напрямок B визначають за правилом свердлика. Магнітна індукція B характеризує силову дію магнітного поля на струми та заряди і тому є аналогом напруженості електричного поля E . Для цієї характеристики поля, як і для напруженості електричного поля, виконується принцип суперпозиції - сумарна магнітна індукція в деякій точці простору дорівнює векторній сумі магнітних індукцій окремих полів.

Подібно до того, як вектор електричного поля E визначається силою, що діє на одиничний пробний нерухомий заряд, можна визначити нове, магнітне, поле тією частиною сили, що діє на рухомий пробний заряд. Магнітне поле діє тільки на рухомий заряд. Сила, що діє на пробний заряд q , який рухається з постійною швидкістю v , дорівнює: $F = q [v, B]$. Якщо діє ще й електричне поле з напруженістю E , то загальна сила, що діє на пробний заряд q , дорівнює:

$$F = qE + q[v, B].$$

Цю силу називають **силою Лоренца**, але у більшості випадків силою Лоренца називають силу, що обумовлена лише магнітним полем: $F = q[v, B]$. Напрямок сили

задається згідно правила векторного добутку векторів $\vec{v}$ і $\vec{B}$ з врахуванням знаку заряду (рис.1).

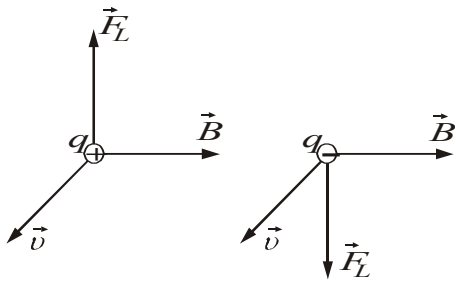


Рис.1

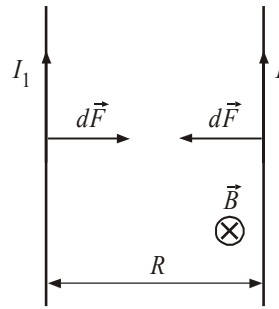


Рис.2

1.2. Вільна заряджена частинка в однорідному магнітному полі

Якщо заряджена частинка рухається в однорідному магнітному полі з індукцією $\vec{B}$, а напруженість електричного поля дорівнює нулю, то на частинку з зарядом q діє сила:

$$\vec{F} = q [\vec{v}, \vec{B}], \text{ де } \vec{v} - \text{швидкість руху частинки.}$$

Будемо розглядати рух, швидкість якого $v \ll c$, тобто не враховуємо ефекти теорії відносності. За другим законом Ньютона прискорення частинки: $\vec{a} = \vec{F}/m = (q/m)[\vec{v}, \vec{B}]$. Сила $\vec{F}$ перпендикулярна швидкості. Вона не виконує роботи. Тому кінетична енергія не змінюється, і швидкість частинки залишається сталою за значенням, але змінюється за напрямом [1].

Спочатку розглянемо випадок, коли швидкість частинки $\vec{v}$ перпендикулярна до вектора $\vec{B}$. За модулем прискорення буде дорівнювати:

$$a = |(q/m)[\vec{v}, \vec{B}]| = (q/m)vB \sin 90^\circ = (q/m)vB$$

Воно спрямоване перпендикулярно до швидкості. Як відомо з механіки, при цьому частинка рухається по колу, тому

$$(q/m) vB = v^2 / R.$$

Звідки радіус кола: $R = mv/qB$.

Період обертання частинки дорівнює:

$$T = 2\pi R / v = (2\pi/v)(mv/qB) = 2\pi m/qB$$

і не залежить, як і частота ν , ($\nu = 1/T = qB/2\pi m$) від швидкості частинки.

Нехай тепер кут між швидкістю частинки та вектором $\mathbf{B}$ відрізняється від 90° (рис.3).

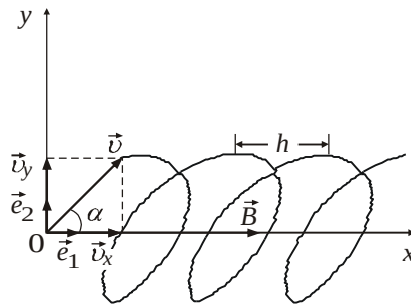


Рис.3

Швидкість $\mathbf{v}$ розкладаємо на дві складові: $\mathbf{v} = \mathbf{v}_x + \mathbf{v}_y$,
де $\mathbf{v}_x = v_x \mathbf{e}_1$, $\mathbf{v}_y = v_y \mathbf{e}_2$, ($\mathbf{e}_1$ і $\mathbf{e}_2$ - орти осі x та y , відповідно,) $v_x = v \cos \alpha$, $v_y = v \sin \alpha$.

Сила Лоренца буде дорівнювати:

$$\mathbf{F} = q[(\mathbf{v}_x + \mathbf{v}_y), \mathbf{B}] = q[\mathbf{v}_x, \mathbf{B}] + q[\mathbf{v}_y, \mathbf{B}]$$

Перша складова сили $q[\mathbf{v}_x, \mathbf{B}]$ дорівнює нулю у зв'язку з властивостями векторного добутку. Тому вздовж напрямку OX частинка рухається із сталою швидкістю $\mathbf{v}_x$. В площині, яка перпендикулярна вектора $\mathbf{B}$, частинка рухається по колу, радіус якого: $R = m v_y / qB = m v \sin \alpha / qB$.

Таким чином, рух частинки є рухом по гвинтовій лінії (спіралі).
Період обертання частинки: $T = 2\pi m / eB$. Крок спіралі (відстань між сусідніми витками спіралі) дорівнює: $h = v_x T = 2\pi(m v \cos \alpha / eB)$.

1.3. Дія магнітного поля на струм. Закон Ампера

Струм, що тече в провіднику, обумовлений рухом зарядів. На кожний заряд, що рухається, діє сила Лоренца. Тому на провідник зі струмом діє сила, яка дорівнює сумі всіх сил Лоренца, що діють на кожний заряд. Підрахуємо цю силу.

На елемент провідника $d\mathbf{l}$ діє сила $d\mathbf{F} = dNq[\mathbf{v}_{\text{сер.}}, \mathbf{B}]$, де q - заряд носія струму, $\mathbf{v}_{\text{сер.}}$ - середня швидкість носіїв заряду, $dN = n S dl$ - кількість носіїв заряду

в елементарному об'ємі Sdl , n - концентрація носіїв заряду в провіднику. Тоді сила dF дорівнює:

$$dF = qnSdl [\mathbf{v}_{\text{ср.}}, \mathbf{B}] = dl [S(qn\mathbf{v}_{\text{ср.}}), \mathbf{B}] .$$

Вираз в круглих дужках – це густина струму $\mathbf{j} = qn\mathbf{v}_{\text{ср.}}$.

Тоді сила dF дорівнює: $dF = dl [S \mathbf{j}, \mathbf{B}]$. Вектори dl і $\mathbf{j}$ лежать на одній прямій, тому, вважаючи, що $I = |\mathbf{j}|S$, отримаємо **закон Ампера**: сила, що діє на елемент провідника dl , вздовж якого тече струм I , дорівнює добутку сили струму на векторний добуток dl і $\mathbf{B}$: $dF = I[dl, \mathbf{B}]$.

Важливим є окремий випадок закону: якщо магнітне поле створене іншим, паралельним даному, провідником зі струмом I_1 (рис.2), то магнітна індукція дорівнює $B = \mu_0 I_1 / 2\pi R$, а сила, що діє на струм I_1 (а, відповідно, і на струм I), дорівнює за модулем:

$$dF = I dl \mu_0 I_1 / 2\pi R = \mu_0 I_1 I dl / 2\pi R, \text{ де } R - \text{відстань між провідниками.}$$

Напрямок сили визначається за правилом векторного добутку векторів (можна - правило лівої руки). Отже, паралельні струми притягуються.

1.4. Закон Біо–Савара–Лапласа

Магнітне поле може створюватись електричним струмом. Співвідношення, яке дозволяє в будь-якій точці простору розрахувати значення магнітної індукції, що створена постійним струмом, називається **законом Біо–Савара–Лапласа**.

Розглянемо довільний тонкий дріт зі струмом I . Поділимо його на нескінченно малі напрямлені відрізки dl (рис.4). Закон Біо–Савара–Лапласа в цьому випадку стверджує, що магнітна індукція $d\mathbf{B}$, яка створена в довільній точці A елементом дроту dl зі струмом I , дорівнює:

$$d\mathbf{B} = \mu_0 I [dl, \mathbf{r}] / 4\pi r^3 ,$$

де $\mathbf{r}$ – радіус-вектор, проведений від елемента струму dl до точки A , $\mu_0 / 4\pi$ – коефіцієнт пропорційності, що дорівнює 10^{-7} Гн/м.

Вектор магнітної індукції $d\vec{B}$ перпендикулярний до векторів $d\vec{l}$ і $\vec{r}$. Щоб визначити напрям вектора $d\vec{B}$, треба користуватись **правилом свердлика**: напрям вектора магнітної індукції співпадає з напрямом кінця ручки свердлика, що поступально рухається в напрямі струму.

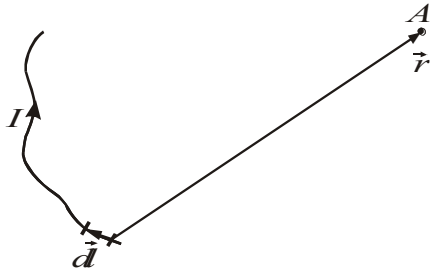


Рис.4

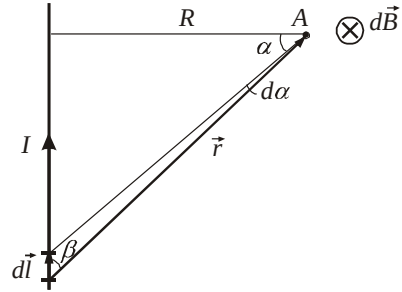


Рис.5

Щоб знайти магнітну індукцію, що створена цілим дротом зі струмом, треба знайти суму магнітних індукцій, створених кожним елементом струму:

$$\vec{B} = \int d\vec{B}.$$

Застосуємо закон Біо–Савара–Лапласа для знаходження магнітної індукції поля, створеного в довільній точці простору нескінченно довгим прямим дротом, по якому тече струм I . Магнітна індукція, що створена елементом струму $d\vec{l}$ в точці А (рис.5), спрямована перпендикулярно до площини рисунка, а за модулем дорівнює :

$$dB = \frac{\mu_0 I dl \sin \beta}{4\pi r^2}$$

Довжина відрізка dl зв'язана з довжиною радіус-вектора $\vec{r}$ співвідношенням: $dl = r d\alpha / \sin \beta$, де $d\alpha$ - кут під яким відрізок dl можна побачити з довільної точки А. Довжина вектора $\vec{r}$ дорівнює: $r = R / \sin \beta$.

Підставивши два останніх співвідношення в закон Біо–Савара–Лапласа, отримаємо:

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \sin(\beta) d\alpha$$

Щоб знайти результуючу індукцію, треба взяти інтеграл від цього виразу:

$$B = \int dB = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \sin(\beta) d\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \alpha d\alpha = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

1.5. Циркуляція магнітної індукції

Циркуляцією магнітної індукції $\mathbf{B}$ по замкненому контуру L називається інтеграл : $\oint_L B dl$ Цей інтеграл, як виявляється, залежить від величини сумарного струму, що пронизує поверхню, яка спирається на контур L :

$$\oint_L B dl = \mu_0 \sum_{i=1}^n I_i$$

Доведемо це для нескінчених прямих струмів. Спочатку розглянемо прямий струм I , навколо якого проведемо контур у вигляді кола радіуса R_0 (рис.6), центр якого збігається зі струмом і перпендикулярний до струму.

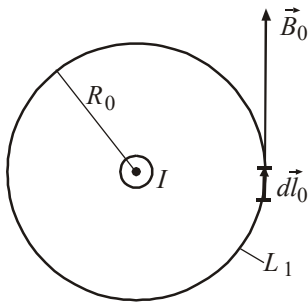


Рис.6

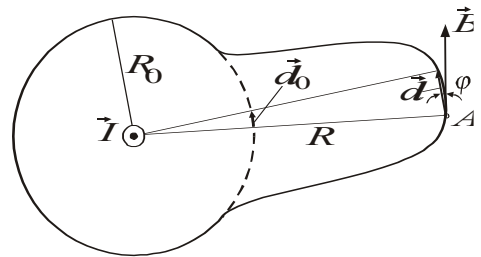


Рис.7

У кожній точці цього контуру L_1 вектори $\mathbf{B}_0$ та $d\mathbf{l}_0$ паралельні, тому

$$\oint_{L_1} \mathbf{B}_0 d\mathbf{l}_0 = \oint_{L_1} B_0 dl_0$$

Але магнітна індукція прямого струму дорівнює: $B_0 = \mu_0 I / 2\pi R_0$, звідси маємо

$$\oint_{L_1} \frac{\mu_0 I}{2\pi R_0} dl_0 = \frac{\mu_0 I}{2\pi R_0} \oint_{L_1} dl_0 = \frac{\mu_0 I}{2\pi R_0} 2\pi R_0 = \mu_0 I$$

Тепер розглянемо контур, який відрізняється від кола, але струм залишається всередині контуру (рис.7).

Довжина елемента dl зв'язана з довжиною dl_0 співвідношенням:

$dl_0 / R_0 = dl \cos \varphi / R_0$, звідки $dl = R dl_0 / R_0 \cos \varphi$. Магнітна індукція в точці А дорівнює за модулем $B = \mu_0 I / 2\pi R$ і утворює кут φ з вектором dl . Тому

$$B dl = \frac{\mu_0 I}{2\pi R_0} \frac{R dl_0 \cos \varphi}{R \cos \varphi} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R_0} dl_0 = B_0 dl_0$$

Тобто для будь-якого елемента поза колом величина $B dl$ дорівнює $B_0 dl_0$ для кола. Звідки витікає, що і циркуляція магнітної індукції поза колом така ж сама, як і для кола:

$$\oint_{L_2} B dl = \oint_{L_1} B_0 dl_0 = \mu_0 I$$

Якщо контур L не лежить у площині, яка перпендикулярна струму, то будь-який елемент контуру dl можна розкласти на складові dl_n і dl_τ . Перша складова dl_n - перпендикулярна до струму, а dl_τ - паралельна струму. Добуток $B dl = 0$, бо кут між B і dl_n дорівнює нулю. Тому і для контуру, який не перпендикулярний струму, одержимо той же самий результат.

Якщо контур L охоплює декілька струмів, то згідно принципу суперпозиції циркуляція вектора B буде залежати від алгебраїчної суми цих струмів:

$$\oint_L B dl = \mu_0 \sum_{i=1}^n I_i$$

Ця теорема вірна не тільки для розглянутих струмів, а і для струмів довільної форми. В сумі струмів додатними вважаються струми, напрям яких утворює правогвинтову систему з напрямом обходу контуру. В протилежному випадку струм береться із знаком “-”.

Застосуємо доведену теорему для розрахунку магнітної індукції котушки у вигляді тора (ізолюваний дріт, намотаний на тор, див.рис.8а).

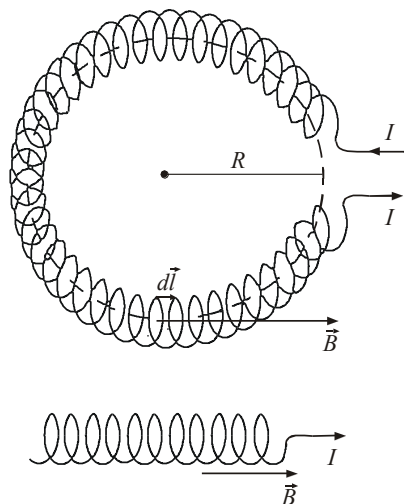


Рис.8

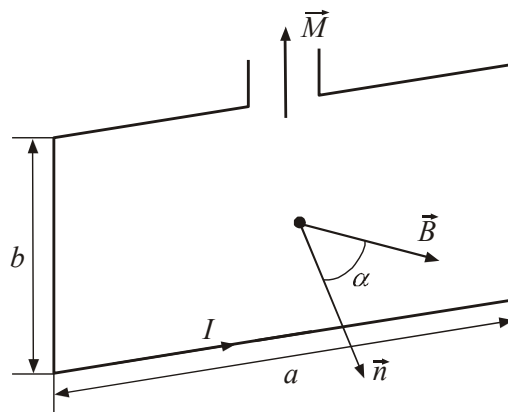


Рис.9

Проведемо коло радіусу R , що лежить всередині тороїда. Якщо витки котушки щільно прилягають один до одного, то магнітну індукцію в усіх точках визначеного кола можна вважати однаковою і спрямованою по дотичній до кола. Тому циркуляція магнітної індукції в цьому випадку буде дорівнювати $2\pi RB$

. За теоремою про циркуляцію маємо : $2\pi RB = \mu_0 N I$, де N - повна кількість витків котушки. Звідси магнітна індукція всередині котушки дорівнює $B = \mu_0 N I / (2\pi R)$.

Якщо радіус R дуже великий порівняно з радіусом витка, то будь-який не дуже великий відрізок котушки буде прямою котушкою - соленоїдом (рис. 8 б). Якщо ввести кількість витків на одиницю довжини соленоїда n , $n = N/2\pi R$, то індукція магнітного поля всередині соленоїда дорівнює $B = \mu_0 n I$, де I - струм, що тече по дроту. Вектор $\mathbf{B}$ спрямований вздовж осі соленоїда.

1.6. Контур зі струмом в магнітному полі.

Розглянемо механічну дію однорідного магнітного поля на замкнений прямокутний контур зі струмом (рис.9). Сили, що діють на сторони a , знаходяться в площині контуру і намагаються розтягнути (або стиснути) контур. Тому обертальний момент цих сил дорівнює нулю. На кожну зі сторін b діє сила F , яка у відповідності з законом Ампера дорівнює : $F = I b B$. Ці сили рівні за модулем і спрямовані в протилежні сторони (рис.10). Вони намагаються

розвернути контур так, щоб його площа була перпендикулярна до вектора $\mathbf{B}$. Момент цієї пари сил дорівнює, як відомо з механіки, добутку сили на плече пари сил:

$$M = 2IbB \sin\alpha(a/2) = IabB\sin\alpha.$$

Але ab - це площа контуру S , тоді значення моменту сил можна записати у вигляді: $M = ISB\sin\alpha$.

Момент сил $\mathbf{M}$ - вектор, напрям якого співпадає з віссю обертання контуру. Тому значення моменту може бути записано так: $\mathbf{M} = [\mathbf{p}_m, \mathbf{B}] = IS[\mathbf{n}, \mathbf{B}]$, де $\mathbf{p}_m = I \mathbf{S} \mathbf{n}$ - магнітний момент контуру зі струмом ($\mathbf{n}$ - нормаль до контуру, напрям $\mathbf{n}$ і струму в контурі зв'язані правилом свердлика).

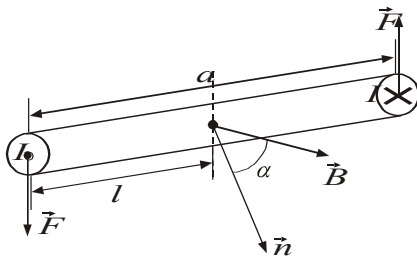


Рис.10

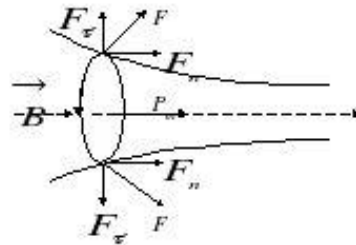


Рис.11

Цей вираз справедливий не тільки для прямокутного контуру, а і для контуру довільної форми, бо такий контур можна поділити на прямокутні, знайти для кожного такого контуру момент сил, а потім підрахувати сумарний момент сил.

Для того, щоб збільшити кут α між векторами $\mathbf{p}_m$ і $\mathbf{B}$ на $d\alpha$, треба проти сил поля виконати роботу: $dA = M d\alpha = p_m B \sin\alpha d\alpha$.

Обертаючись в початкове положення, контур може повернути витрачену на його обертання роботу, виконуючи її над будь-якими іншими тілами. Тому така робота піде на збільшення енергії W , яку контур має в магнітному полі:

$dW = p_m B \sin\alpha d\alpha$. Після інтегрування маємо вираз для енергії контуру:

$W = -p_m B \cos\alpha + \text{const}$. Якщо покласти $\text{const} = 0$, то маємо

$$W = -p_m B \cos\alpha = -(\mathbf{p}_m, \mathbf{B}).$$

Розглянемо тепер контур зі струмом в неоднорідному магнітному полі. Для спрощення, будемо вважати, що магнітне поле змінюється найбільше за напрямком OX , який збігається з напрямом магнітного моменту контуру. На частини контуру будуть діяти сили Ампера, а результуюча сила цих сил спрямована в сторону збільшення поля і втягує контур в область більш сильного магнітного поля (рис.11). Модуль сили можна знайти, маючи вираз для енергії контуру в магнітному полі. Отримаємо значення проекції сили на вісь OX , визначаємо: $f_x = -\frac{\partial W}{\partial x} = p_m \frac{\partial B}{\partial x} \cos \alpha$.

За припущенням в інших напрямках магнітне поле змінюється слабо, тому проекціями сили на інші осі можна знехтувати і вважати, що $f = f_x$. Тоді маємо:

$$f = p_m \frac{\partial B}{\partial x} \cos \alpha.$$

З останньої формули випливає, що сила, яка діє на контур в неоднорідному магнітному полі, залежить від орієнтації магнітного моменту контуру відносно напрямку поля. Якщо напрямки векторів p_m і B збігаються, то сила спрямована в сторону збільшення поля, якщо вектори p_m і B антипаралельні, то сила спрямована в сторону зменшення поля. Одночасно крім сили на контур зі струмом в неоднорідному полі також буде діяти обертальний момент.

1.7. Магнітне поле в речовині

Якщо розмістити речовину в магнітному полі з певним значенням магнітної індукції, то всередині речовини магнітна індукція буде відрізнятися від цього значення. У будь-якій речовині, вміщеній у зовнішнє магнітне поле, створюється внутрішнє магнітне поле. Вектор магнітної індукції B у магнетик дорівнює сумі векторів магнітної індукції зовнішнього поля B_0 та магнітної індукції власного поля магнетика B' : $B = B_0 + B'$, причому B' визначається тільки магнітними властивостями середовища.

Для пояснення намагнічування тіл Ампер першим запропонував теоретичну модель, згідно якої в молекулах речовини циркулюють колові струми. Кожний такий струм володіє магнітним моментом і утворює в навколишньому середовищі магнітне поле. У відсутності зовнішнього

магнітного поля молекулярні струми орієнтовані хаотично. Тому обумовлене ними результуюче магнітне поле дорівнює нулю. Сумарний магнітний момент тіла також дорівнює нулю. Під дією зовнішнього магнітного поля магнітні моменти молекул набувають переважну орієнтацію в одному напрямку. В наслідок чого магнетик намагнічується і його сумарний магнітний момент відрізняється від нуля. Магнітні поля окремих молекулярних струмів в цьому випадку вже не компенсують один одного і виникає поле $\mathbf{B}'$.

За сучасними уявленнями фізичні принципи існування середовищ із різними магнітними властивостями криються насамперед у магнетизмі складових частинок речовини — атомів і молекул. В атомах і молекулах будь-якої речовини існують колові струми, зумовлені рухом електронів по орбітах навколо ядра, — орбітальні струми. Кожному такому орбітальному струму відповідає певний магнітний момент — орбітальний магнітний момент, який визначається добутком сили колового струму на площу, яку він охоплює. Вектор орбітального магнітного моменту направлений уздовж осі колового струму (збігається з напрямом індукції магнітного поля в центрі колового струму). До того ж для електронів характерний власний, або спіновий, магнітний момент. Власний магнітний момент мають ядра атомів. Геометрична сума орбітальних та спінових магнітних моментів електронів і власного магнітного моменту ядра утворює магнітний момент $\mathbf{p}_m$ атома (молекули) речовини. При накладанні зовнішнього магнітного поля відбувається впорядкування напрямів векторів магнітних моментів атомів і молекул магнетика, внаслідок чого макроскопічний об'єм V магнетика набуває певного сумарного магнітного моменту — речовина намагнічується.

Сумарний магнітний момент одиниці об'єму називається **вектором намагнічування $\mathbf{J}$** .

Вектором намагнічування називають границю відношення магнітного моменту будь-якого об'єму речовин до цього об'єму:

$$\mathbf{J} = \lim \left(\frac{1}{V} \sum_{i=1}^n \mathbf{p}_{mi} \right)$$

де n — кількість частинок, що містяться в об'ємі V речовини; $p_{\text{мі}}$ — магнітний момент окремої частинки (атома або молекули).

Напишемо теорему Гауса для вектора $\mathbf{B}$. Якщо $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}'$, то потік $\mathbf{B}$ крізь довільну замкнену поверхню S дорівнює:

$$\Phi_B = \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = \oint (\mathbf{B}_0 + \mathbf{B}') \cdot d\mathbf{S} = \oint \mathbf{B}_0 \cdot d\mathbf{S} + \oint \mathbf{B}' \cdot d\mathbf{S}$$

Лінії вектора $\mathbf{B}_0$ завжди замкнені. Аналогічно замкнені лінії вектора $\mathbf{B}'$. Тому обидва інтеграли дорівнюють нулю, бо кожна з ліній перетинає замкнену поверхню парне число разів, причому вона входить всередину поверхні стільки ж разів, як і виходить. Тоді теорема Гауса для $\mathbf{B}$: потік вектора $\mathbf{B}$ крізь будь-яку замкнену поверхню з середини назовні дорівнює нулю: $\Phi_B = \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0$.

Відшукаємо циркуляцію вектора $\mathbf{B}$. Нехай магнітне поле утворене деяким струмом I . Якщо в цьому полі розмістити речовину, то теорема про циркуляцію вектора магнітної індукції по довільному контуру L буде записана у вигляді:

$$\oint_L \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \sum (I + I_m) = \mu_0 \sum I + \mu_0 \sum I_m,$$

де I_m - струми, обумовлені рухом електронів всередині атомів, $\sum I_m = I_M$ - сума цих струмів, які пронизують поверхню, що спирається на контур інтегрування. Оскільки магнітні моменти атомів орієнтовані вздовж зовнішнього магнітного поля, то $\sum I_m \neq 0$. Таку суму називають струмом намагнічування I_M , а струми I_m - мікрострумами.

Пов'яжемо струм намагнічування та вектор намагнічування між собою. Елемент контуру $d\mathbf{l}$ нанизує на себе тільки ті мікроструми, центри яких знаходяться всередині косої циліндра об'ємом dV : $dV = S_m \cos \alpha \, dl$, де S_m - площа кожного мікроконтуру зі струмом, α - кут між нормаллю $\mathbf{n}$ та вектором $d\mathbf{l}$. Всі інші мікроструми, за теоремою про циркуляцію, не впливають на значення циркуляції вектора $\mathbf{B}$.

Сумарний мікрострум, що охоплюється елементом контуру $d\mathbf{l}$, дорівнює: $d(\sum I_m) = I_m k dV$, де k - кількість контурів в одиниці об'єму. Таким чином,

$$d(\sum I_m) = I_m k S_m \cos \alpha \, dl.$$

Але за означенням $\mathbf{J}$ - це магнітний момент одиниці об'єму :

$\mathbf{J} = kI_m \mathbf{Sn}$. Тому значення сумарного мікроструму співпадає зі скалярним добутком вектора $\mathbf{J}$ на елемент довжини $d\mathbf{l}$: $d(\sum I_m) = \mathbf{J}d\mathbf{l}$. Інтегрування по всьому контуру, дає зв'язок між струмом намагнічування I_M і вектором намагнічування $\mathbf{J}$:

$$I_M = \oint_L \mathbf{J}d\mathbf{l}$$

Зробивши заміну в теоремі про циркуляцію, маємо:

$$\oint_L \mathbf{B}d\mathbf{l} = \mu_0 I + \mu_0 \oint_L \mathbf{J}d\mathbf{l}$$

Перенесемо останній доданок в ліву частину:

$$\oint_L (\mathbf{B} - \mu_0 \mathbf{J})d\mathbf{l} = \mu_0 I$$

Введемо позначення: $\mathbf{B} - \mu_0 \mathbf{J} = \mu_0 \mathbf{H}$ або

$$\mathbf{H} = (\mathbf{B}/\mu_0) - \mathbf{J},$$

де $\mathbf{H}$ - напруженість магнітного поля.

Тоді **теорему про циркуляцію вектора напруженості $\mathbf{H}$** можна записати так :

$$\oint_L \mathbf{H}d\mathbf{l} = I$$

тобто циркуляція вектора $\mathbf{H}$ визначається тільки макрострумами.

Напруженість магнітного поля $\mathbf{H}$ і вектор намагнічування $\mathbf{J}$ в багатьох випадках пропорційні один одному: $\mathbf{J} = \chi \mathbf{H}$, де χ - магнітна сприйнятливість. Використовуючи це співвідношення та означення вектора $\mathbf{H}$, можна записати:

$(\mathbf{B}/\mu_0) - \chi \mathbf{H} = \mathbf{H}$. Тоді маємо:

$$\mathbf{H} = \mathbf{B}/\mu_0(1 + \chi) = \mathbf{B}/\mu_0 \mu, \text{ де } \mu = (1 + \chi) - \text{магнітна проникність.}$$

Таким чином, **теорема про циркуляцію вектора $\mathbf{B}$** у речовині буде мати такий вигляд:

$$\oint_L \mathbf{B}d\mathbf{l} = \mu_0 \mu I$$

Магнітна індукція $\mathbf{B}$, що характеризує внутрішнє магнітне поле в речовині, пов'язана з напруженістю поля співвідношенням $\mathbf{B} = \mu_0 \mu \mathbf{H}$, де μ — відносна магнітна проникність середовища. В свою чергу, $\mathbf{B}_0 = \mu_0 \mathbf{H}$. Тоді $\mathbf{B} = \mu \mathbf{B}_0$.

Звідси стає зрозумілим фізичний зміст величини μ : відносна магнітна проникність середовища показує, у скільки разів змінюється індукція магнітного поля, якщо простір, у якому воно існує, заповнити певним магнетиком. Залежно від значення магнітної проникності μ усі речовини поділяють на три групи: діамагнетики, парамагнетики і феромагнетики. Для діамагнетиків магнітна проникність $\mu < 1$, для парамагнетиків $\mu > 1$ і для феромагнетиків $\mu \gg 1$. У випадку діамагнетиків і парамагнетиків μ дуже мало відрізняється від одиниці.

Величину χ , яка чисельно дорівнює магнітному моменту одиниці об'єму речовини, внесеної в магнітне поле з одиничною напруженістю, називають магнітною сприйнятливістю речовини. На відміну від магнітної проникності μ , що характеризує вплив середовища на магнітне поле, магнітна сприйнятливість характеризує вплив поля на речовину.

1.8. Магнетики

В залежності від знаку та величини магнітної сприйнятливості μ всі речовини ділять на три групи: 1) діамагнетики, у яких магнітна сприйнятливість χ від'ємна і дорівнює приблизно 10^{-3} , тобто трохи менша одиниці; 2) парамагнетики, у яких χ додатна і складає 10^{-7} , тобто трохи більша одиниці; 3) феромагнетики, у яких χ додатна і досягає дуже великих значень (від сотні до десятків тисяч одиниць). Найбільш відомими феромагнетиками є залізо та його сплави.

Намагнічування речовини пояснюється наявністю у її елементарних складових (атомів, молекул, іонів) мікроскопічних магнітних моментів; електронного орбітального p_l , власного електронного (спінового) p_s та ядерного p_y .

Електронним орбітальним магнітним моментом наділено електрон, який обертається навколо ядра атома (рис.12) (елементарна модель атома Бора). Такий електрон подібний до плоскої круглої рамки зі струмом $I = ev$, що має магнітний момент $p_l = ISn = ev \pi r^2 \mathbf{n}$, де e – заряд електрона, v – частота обертання електрона, r – радіус колової орбіти. Напрямок магнітного моменту p_l протилежний до напрямку механічного моменту $L = [\mathbf{r}, m_e \mathbf{v}]$ – моменту імпульсу електрона. p_l і L

пов'язані співвідношенням: $p_l = -eL/2m_e$, де m_e – маса електрона. Спіновий магнітний момент p_s є невід'ємною властивістю електрона.

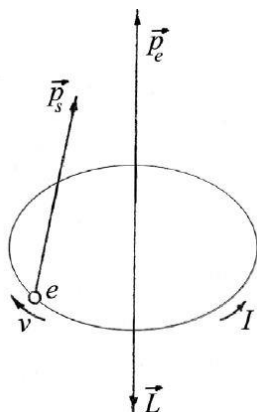


Рис.12

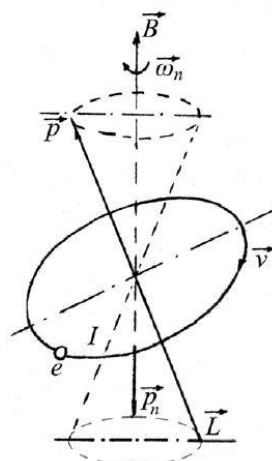


Рис.13

Магнітний момент молекули дорівнює: $p_{\text{мол}} = p_{\text{ат.}} N$, де N – число атомів у молекулі. У зовнішньому магнітному полі на електрон атома як на замкнутий контур зі струмом діє момент сил M . Під дією моменту сил M електрон подібно до механічної дзиги буде обертатися таким чином, що вектори p_l і L будуть описувати зі сталою кутовою швидкістю конус навколо напрямку поля (прецесія електрона). Цей додатковий рух електрона приведе до появи у нього магнітного моменту прецесії p_n , спрямованого проти магнітного поля B (рис.13). Описане явище називається діамагнітним ефектом.

До діамагнетиків належать речовини, магнітні моменти атомів і молекул яких при відсутності зовнішнього магнітного поля дорівнюють нулю. Діамагнетиками є інертні гази, різні органічні сполуки, багато металів (вісмут, цинк, золото, мідь, срібло, ртуть та ін.), смоли, вода, скло тощо. В цих речовинах орбітальні магнітні моменти всіх електронів атома чи молекули взаємно компенсують один одного. При внесенні діамагнітної речовини у магнітне поле в кожному її атомі виникає магнітний момент p_{mi} , напрямлений протилежно вектора напруженості H - магнітного поля. Тому намагніченість J діамагнетиків напрямлена проти поля, а магнітна сприйнятливість від'ємна, порядок величини $\chi : 10^{-6} \dots 10^{-8}$.

Якщо векторна сума орбітальних магнітних моментів всіх електронів атома (або молекули) не дорівнює нулю, то атом в цілому має певний магнітний

момент $\mathbf{p}_m$. Такі атоми (молекули) називають парамагнітними, а речовини, які з них складаються, — парамагнетиками. До парамагнетиків належать: кисень, оксид азоту, алюміній, платина, рідкісноземельні елементи, лужні й лужноземельні метали тощо. Процес намагнічування парамагнетика полягає в упорядкуванні розміщення магнітних моментів його атомів (або молекул) щодо напрямку магнітного поля, в подоланні при цьому впливу теплового руху, що зумовлює, якщо немає поля, хаотичний розподіл цих моментів. Магнітний момент окремого атома $\mathbf{p}_{mi}$ має значення порядку 10^{-23} Дж/Тл (10^{-20} ерг/Гс), але сукупна дія магнітних моментів усіх атомів, які містяться в одиниці об'єму речовини, приводить до ефекту намагнічування, що значно перевищує діамагнітний ефект. У парамагнітному тілі виникає власне магнітне поле, напрямлене в той самий бік, що й зовнішнє магнітне поле, внаслідок чого $J > 0$, $\chi > 0$, $\chi \approx 10^{-4}$ - 10^{-6} .

Магнітна сприйнятливість χ — безрозмірна величина. Для діамагнетиків $\chi < 0$, а для парамагнетиків $\chi > 0$. У випадку феромагнетиків магнітна сприйнятливість також додатна величина, але на відміну від парамагнетиків має великі числові значення. До того ж для них характерна залежність магнітної сприйнятливості від напруженості зовнішнього магнітного поля. Такої залежності немає у парамагнетиків і діамагнетиків. Значення магнітної сприйнятливості діамагнетиків дуже мале (порядку 10^{-6}). Тому діамагнітний ефект незначний. Істотно, що цей ефект виникає в усіх без винятку речовинах, внесених у магнітне поле. Проте в пара- й феромагнетиках діамагнітний ефект непомітний.

Магнітна сприйнятливість парамагнетиків $\chi > 0$, і її значення за звичайних температур перебуває в межах 10^{-3} ... 10^{-5} . Здатність парамагнетиків намагнічуватись різна за різних температур, тобто їхня магнітна сприйнятливість залежить від температури: вона зменшується з підвищенням температури. Магнітна сприйнятливість діамагнетиків практично не залежить від температури.

Для багатьох парамагнітних речовин залежність χ від температури описується законом Кюрі: $\chi = \frac{C}{T}$, де C — стала Кюрі, що залежить від роду речовини; T — абсолютна температура. Магнітна сприйнятливість таких речовин монотонно змінюється з температурою. Подібні речовини, прикладом яких є багато солей елементів рідкісноземельної групи і групи заліза, називають нормальними парамагнетиками. За дуже низьких температур спостерігаються відхилення від закону Кюрі. Другу групу парамагнетиків становлять речовини з аномальним парамагнітним ефектом, який полягає в тому, що для них χ практично не залежить від температури. Прикладом таких парамагнетиків є лужні і лужно-галоїдні метали — ванадій, манган тощо.

Феромагнітними речовинами — феромагнетиками — називають такі речовини, в яких внутрішнє (власне) магнітне поле може в сотні й тисячі разів перевищувати зовнішнє магнітне поле, що його спричинило. До феромагнетиків належать залізо, нікель, кобальт і ряд сплавів, причому феромагнетизм виявлено лише у кристалічному стані перелічених речовин. Особливою відмінністю феромагнетиків є складна залежність між напруженістю H зовнішнього магнітного поля і магнітною індукцією B поля феромагнету. Іншими словами, магнітна проникність феромагнетиків залежить від значення напруженості поля, що намагнічує зразок (але не тільки від цього значення). На рис.14 зображена типова залежність $B(H)$. Феромагнетик спочатку ненамагнічений. Так як $\mu = B/(\mu_0 H)$, то μ пропорційне відношенню ординати до абсциси на цьому графіку.

Істотною особливістю феромагнетиків є залежність μ від H . Відносна магнітна проникність μ феромагнетиків спочатку швидко зростає зі збільшенням H , досягає максимуму і потім спадає, наближаючись до одиниці при сильних магнітних полях. При деякому значенні H μ приймає максимально можливе для даної речовини значення. При великих значеннях напруженості магнітного поля μ феромагнетиків прямує до постійного значення, що дорівнює одиниці (рис.15).

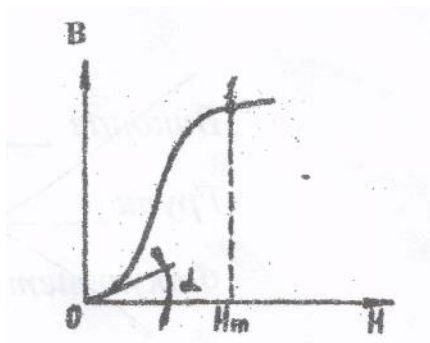


Рис.14

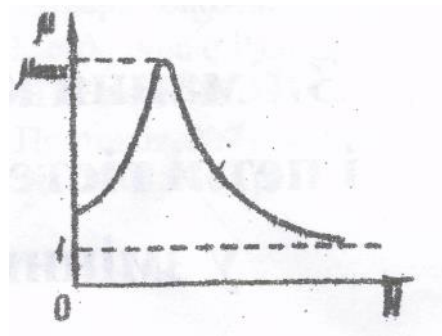


Рис.15

Магнітна індукція у феромагнетиків залежить від передісторії феромагнетиків. Якщо спочатку немагнітний феромагнетик помістити в магнітне поле, то при зростанні H магнітна індукція буде збільшуватись відповідно ділянці 0-1 до стану насичення H_m (рис. 16). Якщо зменшувати магнітне поле, то магнітна індукція буде визначатись у відповідності з ділянкою OD графіка (рис.16). При нульовому значенні напруженості поля магнітна індукція феромагнетиків відмінна від нуля. Це значення називають **залишковою індукцією B_r** і воно залежить від передісторії магнетика, чи був він раніше в магнітних полях.

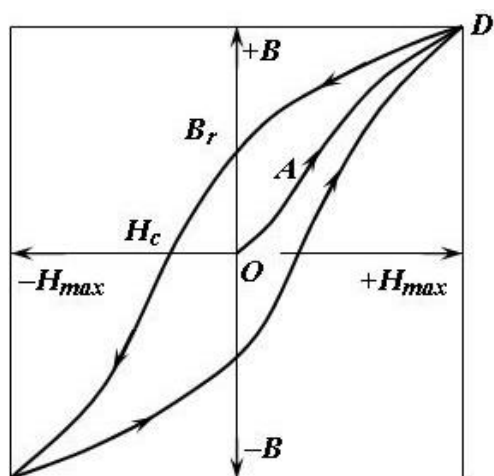


Рис. 16

Якщо зменшувати напруженість зовнішнього магнітного поля до від'ємних значень, то магнітна індукція в феромагнетику буде змінюватись.

Напруженість H_c називають **коерцитивною силою**. При подальшому збільшенні напруженості зовнішнього магнітного поля, індукція буде змінюватись відповідно ділянкам графіка. Таке явище називають **магнітним гістерезисом**, а петлю на графіку (рис.16) – **петлею гістерезису**.

Сучасну теорію феромагнетизму 1928 р. побудували Френкель Я. І. і Гейзенберг В. Відповідальними за діамагнітні властивості феромагнетиків є власні магнітні моменти електронів (спінові магнітні моменти). За певних умов

у кристалах виникають так звані обмінні сили, які примушують магнітні моменти електронів встановлюватись паралельно один одному, внаслідок чого і виникають ділянки спонтанного (самодовільного) намагнічування, що називаються доменами. Типовий розмір домена 10^{-4} см. Якщо відсутнє зовнішнє поле і немає залишкового намагнічування, всі домени орієнтовані хаотично. Сусідні домени розділені перехідним шаром, в якому орієнтація магнітних моментів сусідніх атомів поступово змінюється на протилежну. Цей шар має назву стінки Блоха. Для заліза, наприклад, розмір стінки Блоха порядку 1000 Анстрем. Під дією зовнішнього магнітного поля магнітні домени орієнтуються вздовж поля. При цьому магнітна індукція у феромагнетику зростає. Якщо поле достатньо велике, то практично всі домени вже орієнтовані вздовж поля, і μ близьке до 1. При зменшенні або знятті зовнішнього поля не всі домени орієнтуються довільно, тому феромагнітні матеріали можуть мати залишкову намагніченість. Це явище і пояснює здібність зразків багатьох марок сталі сильно намагнічуватись у магнітному полі.

Для феромагнетиків характерна ще одна особливість: за певної для кожного феромагнетику температури T_k , яку називають точкою Кюрі, вони втрачають свої властивості й перетворюються в звичайний парамагнетик. Залежність магнітної сприйнятливості χ від температури для таких парамагнетиків описується законом Кюрі — Вейса:

$$\chi = \frac{C'}{T - T_k},$$
 де C' — стала, що залежить від роду речовини; T — абсолютна температура; T_k — температура Кюрі.

Температура Кюрі неоднакова для різних феромагнетиків. Наприклад, для заліза вона становить 780°C , для кобальту — 1150°C , для нікелю — 358°C . В точці Кюрі відбувається фазовий перехід 2 роду, коли при високих температурах області спонтанного намагнічування розпадаються і речовина втрачає феромагнітні властивості.

При намагнічуванні феромагнетиків змінюється їх форма і об'єм. Це явище називають магнітострикцією. Відносна зміна лінійних розмірів зразка при магнітострикції невелика: $10^{-5} - 10^{-6}$ в полях 10^5 А/м. Знак ефекту залежить від

природи феромагнетиків, орієнтації їх кристалографічних осей по відношенню до напрямку магнітного поля.

Основна задача теорії магнітного поля полягає в розрахунку характеристик магнітного поля довільної системи струмів та рухомих електричних зарядів, що еквівалентно визначенню магнітної індукції $\mathbf{B}$ у довільній точці поля. Такі задачі розв'язують, застосовуючи закон Біо - Савара - Лапласа в диференціальній формі $d\mathbf{B} = \mu_0 I [d\mathbf{l}, \mathbf{r}] / 4 \pi r^3$, принцип суперпозиції та метод ДІ (диференціювання та інтегрування). Якщо закон Біо - Савара - Лапласа не можна застосувати, то використовують теорему про циркуляцію вектора $\mathbf{B}$:

$$\oint \mathbf{B} d\mathbf{l} = \mu_0 \sum I.$$

Застосовуючи закон Біо-Савара-Лапласа до контурів різних видів, можна знайти:

1) індукцію магнітного поля в центрі кругового струму

$$B = \mu_0 I / 2R,$$

де R - радіус кругового контуру зі струмом;

2) індукцію магнітного поля, утвореного нескінченно довгим прямолінійним провідником,

$$B = \mu_0 I / 2\pi a ,$$

де a - відстань від точки, де визначається індукція, до провідника зі струмом;

3) індукцію магнітного поля на осі кругового струму

$$B = \mu_0 I R^2 / 2(R^2 + x^2)^{3/2} ,$$

де R - радіус кругового контуру зі струмом, x - відстань від точки, де визначається індукція, до площини контуру;

4) індукцію магнітного поля відрізка провідника зі струмом I в точці, розташованій на відстані r_0 від нього (див. рис.17),

$$B = (\mu_0 / 4\pi r_0)(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2).$$

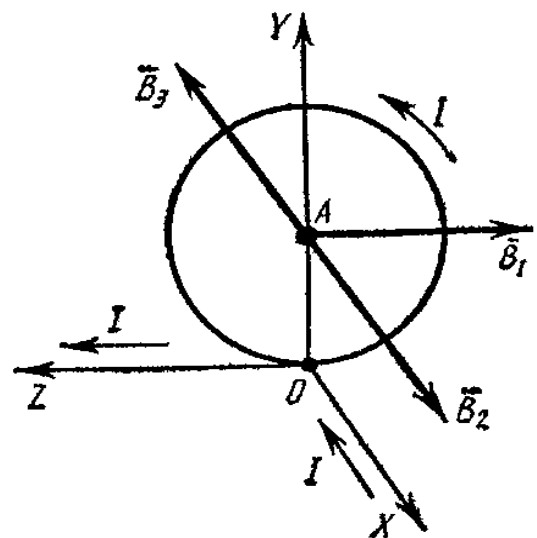
Використовуючи ці формули, можна розв'язати різні задачі стосовно розрахунку магнітних полів, утворених різними комбінаціями таких джерел.

Розглядаючи магнітне поле в магнетиках, крім магнітної індукції $\vec{B}$ вводять ще дві фізичні величини: намагніченість $\vec{J}$ (магнітний момент одиниці об'єму) та напруженість магнітного поля

$$\vec{H} = (\vec{B}/\mu_0) - \vec{J}.$$

Приклади розв'язання задач.

Задача 1. Визначити модуль вектор індукції $\vec{B}$ магнітного поля, утвореного системою тонких



провідників (рис.18), по яким тече струм I , в точці $A \{ 0, R, 0 \}$, яка є центром колового провідника радіуса R .

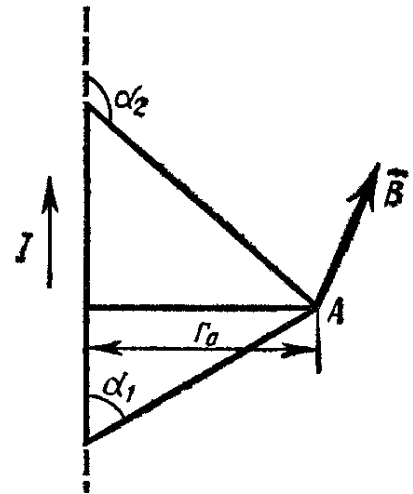


Рис. 17

Розв'язання. Магнітне поле утворюється трьома джерелами : напівнескінченим провідником XO , коловим провідником радіусу R , центр якого розташований в точці $A \{0, R, 0\}$, а його площина збігається з площиною ZOY , і напівнескінченим

прямим провідником OZ . По провідниках тече один і той самий струм I . Вектор B_1 магнітної індукції поля провідника OX розташований в площині ZOY і спрямований протилежно осі OZ .

Вектор B_2 магнітної індукції колового струму лежить у площині XOY і спрямований протилежно осі OX . Вектор B_3 магнітної індукції провідника OZ лежить в тій же площині XOY , але спрямований протилежно вектора B_2 (рис.18).

Визначимо модулі векторів B_1 , B_2 та B_3 :

$$B_1 = B_3 = \mu_0 I / 4\pi R, \quad B_2 = \mu_0 I / 2R.$$

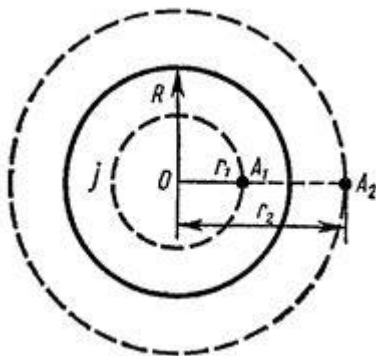
За принципом суперпозиції полів: $B = B_1 + B_2 + B_3$, тому

$$B = [B_1^2 + (B_2 - B_3)^2]^{1/2} = \mu_0 I / 4\pi R [2(2\pi^2 - 2\pi + 1)]^{1/2}.$$

Задача 2. По суцільному нескінченному циліндричному провіднику радіуса R тече струм густиною j . Розрахувати магнітне поле всередині та ззовні провідника.

Розв'язання. Оскільки провідник не тонкий, то застосовувати закон Біо–Савара–Лапласа не можна. Застосуємо теорему про циркуляцію вектора B . Розглянемо точку A_1 , розташовану на відстані r_1 від осі провідника (рис.19).

Проведемо коло радіуса r_1 з центром O на осі провідника. У зв'язку із симетрією розташування точок модуль вектора B_1 у кожній точці кола



однаковий. Сума струмів $\sum I$, які охоплює цей коловий контур дорівнює $j \pi r_1^2$. Таким чином, за теоремою про циркуляцію B маємо: $B_1 2\pi r_1 = \mu_0 j \pi r_1^2$.

Звідси визначаємо модуль B_1 у точці A :

$$B_1 = \mu_0 j r_1 / 2.$$

Рис. 19

Розглянемо точку A_2 , розташовану на відстані $r_2 > R$ від осі провідника (рис.19).

Застосуємо теорему про циркуляцію B

$$B_2 \cdot 2\pi r_2 = \mu_0 j \pi R^2,$$

звідки магнітне поле ззовні провідника дорівнює: $B_2 = \mu_0 j R^2/2$

Задача 3. По круговому витку радіуса $R = 100$ мм циркулює струм величиною $I = 1,00$ А. Знайти магнітну індукцію B :

а) в центрі витка;

б) на осі витка на відстані $b = 100$ м від його центра.

Розв'язання.

Застосуємо закон Біо–Савара–Лапласа:

$$а) d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I [\vec{dl}, \vec{R}]}{R^3} \quad (1)$$

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{R^2};$$

$$B = \oint dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint \frac{IRd\varphi}{R^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi I}{R} = \frac{\mu_0 I}{2R} = 6,3 \text{ мкТл.}$$

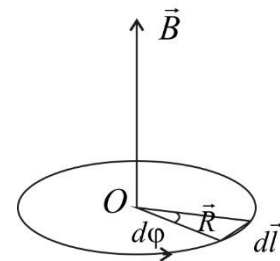


Рис. 20

б) магнітна індукція на осі витка

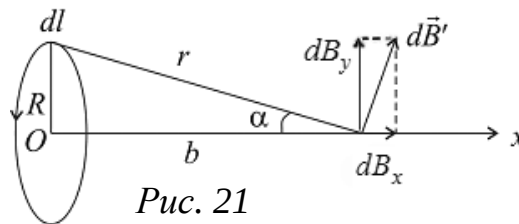


Рис. 21

З (1) видно, що поле $d\vec{B}'$ перпендикулярне до $\vec{r}$ і $d\vec{l}$.

З міркувань симетрії очевидно, що поле кільця напрямлене вздовж осі симетрії (тут – уздовж осі x). Тому

$$dB = dB' \sin \alpha = dB' \frac{R}{r} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{r^2} \frac{R}{r} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{IR}{r^3} dl$$

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{IR}{r^3} \oint dl = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{IR}{r^3} 2\pi R = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I\pi R^2}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2p_m}{r^3},$$

де $p_m = IS = I\pi R^2$.

$$\text{Оскільки } r^2 = b^2 + R^2, \text{ то } B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi R^2 I}{(R^2 + b^2)^{3/2}} = 2,2 \text{ мкТл}.$$

Примітка: якщо $b \gg R$, то $B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi R^2 I}{b^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2 p_m}{b^3}$.

Відповідь: а) $B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi I}{R} = 6,3 \text{ мкТл};$

б) $B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\pi R^2 I}{(R^2 + b^2)^{3/2}} = 2,2 \text{ мкТл}.$

Задача 4. Коло постійного струму являє собою однорідне кільце і двох під'єднаних до нього дуже довгих радіальних провідників (рис. 20). Частина кола, що замикає ці провідники, разом із джерелом струму, розташована так далеко, що не робить помітного впливу на поле в області кільця. Чому дорівнює індукція B в центрі кільця?

Розв'язання.

В центрі кола вектори індукції струмів I_1 та I_2 мають протилежні напрямки. Згідно з законом Біо-Савара-Лапласа і умовою задачі,

$$dB = \frac{\mu_0 I dl}{4\pi R^2},$$

що дає для відповідних струмів I

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1 l_1}{4\pi R^2}, B_2 = \frac{\mu_0 I_2 l_2}{4\pi R^2}.$$

Звідси

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi R^2} I_1 l_1 - \frac{\mu_0}{4\pi R^2} I_2 l_2 = \frac{\mu_0}{4\pi R^2} (I_1 l_1 - I_2 l_2)$$

Легко бачити, що

$$I_1 \rho \frac{l_1}{S} = I_2 \rho \frac{l_2}{S},$$

а $\frac{\rho}{S} (I_1 l_1 - I_2 l_2) = 0$, отже $B = 0 \text{ Тл}.$

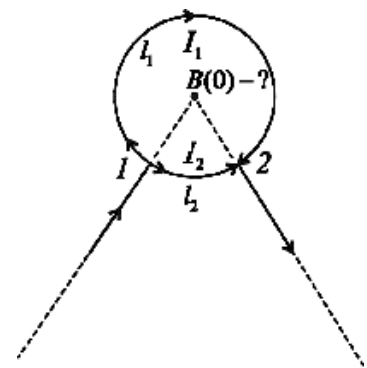


Рис. 22

Задача 5. Точковий заряд рухається зі сталою швидкістю $v = 900 \text{ м/с}$. У певний момент у точці спостереження P напруженість електричного поля цього заряду $E = 600 \text{ В/м}$, а між векторами $\vec{E}$ та $\vec{v}$ кут $\alpha = 30^\circ$. Знайти індукцію B магнітного поля даного заряду в точці P в цей момент.

Розв'язання.

Напруженість електричного поля точкового заряду:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}, \quad (1)$$

Магнітне поле точкового заряду q , який рухається з нерелятивістською швидкістю $\vec{v}$:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{qv \sin \alpha}{r^2}. \quad (2)$$

З (1) і (2) отримуємо:

$$B = \epsilon_0 \mu_0 v E \sin \alpha = 3,0 \text{ пТл}.$$

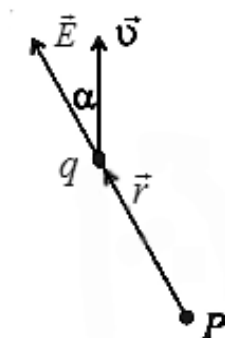


Рис. 23

Задача 6. Заряджена частинка рухається по колу радіуса $R = 100 \text{ мм}$ в однорідному магнітному полі з індукцією $B = 10,0 \text{ Тл}$. Знайти її швидкість і період обертання, якщо частинка:

- нерелятивістський протон;
- релятивістський електрон.

Розв'язання.

а) (нерелятивістський протон)

$$1) \quad \frac{mv^2}{R} = evB \Rightarrow v = \frac{eRB}{m} \quad (1)$$

З таблиць фізичних величин $e/m_p = 0,959 \cdot 10^8 \text{ Кл/кг}$. Тому (1) дає $v = 100 \text{ км/с}$.

$$2) \quad T = \frac{2\pi R}{v},$$

або, враховуючи (1),

$$T = \frac{2\pi m_p}{eB} = 6,55 \text{ нс}.$$

б) (релятивістський електрон)

Доцентрова сила $F = \frac{m_r v^2}{R}$, де $m_r = m / \sqrt{1 - v^2/c^2}$.

Тому

$$\frac{m_r v^2}{R} = \frac{m v^2}{R \sqrt{1 - v^2/c^2}} = e v B \quad (2)$$

(тут як і в п. а) ми припускаємо, що вектор $\vec{B}$ перпендикулярний площині, в якій знаходиться орбіта.

З (2) випливає: $\frac{v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{e}{m} B R$, з чого легко отримати:

$$v^2 = \left(\frac{e B R}{m} \right)^2 - \left(\frac{e B R}{m} \right) \frac{v^2}{c^2}. \quad (3)$$

Позначимо $\frac{e B R}{m} \equiv A$, тоді (3) перейде в $v^2 = A^2 - A^2 \frac{v^2}{c^2}$, звідки

$$v = \frac{A}{\sqrt{1 + (A/c)^2}} = \frac{e B R}{m} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{e B R}{m c} \right)^2}}. \quad (4)$$

Це можна звести до виразу:

$$v = \frac{c}{\sqrt{1 + \left(\frac{m c}{e B R} \right)^2}} = 0,51 c.$$

Згідно дістанемо: $T = \frac{2\pi m}{e B \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 4,1 \text{ нс}.$

Задача 7. Електрон, прискорений різницею потенціалів $U = 1,0 \text{ кВ}$, рухається в однорідному магнітному полі під кутом $\alpha = 30^\circ$ до вектора $\mathbf{B}$, модуль якого $B = 20 \text{ мТл}$. Знайти крок гвинтової лінії траєкторії електрона.

Розв'язання.

Крок гвинтової лінії: $\Delta l = v_{\parallel} T$,

$$v_{\parallel} = v \cos \alpha,$$

$$T = \frac{2\pi m}{eB}, \text{ (див. задачу 6)}$$

$$\Delta l = v \frac{2\pi m}{eB} \cos \alpha,$$

але $mv^2/2 = eU$, тому $v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$ і тоді маємо:

$$\Delta l = 2\pi \sqrt{\frac{2mU}{eB^2}} \cos \alpha = 2,0 \text{ см}.$$

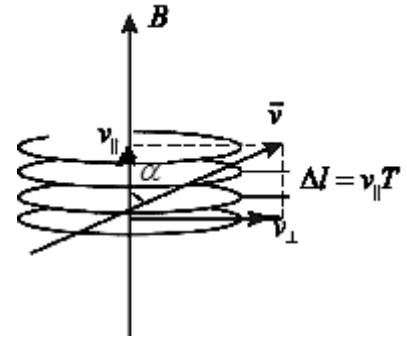


Рис. 24

Задача 8. Пучок нерелятивістських протонів проходить, не відхиляючись, через область, у якій створені однорідні поперечні взаємно перпендикулярні електричне та магнітне поля з $E = 120 \text{ кВ/м}$ і $B = 50 \text{ мТл}$. Далі пучок попадає на заземлену мішень. Знайти силу, з якою пучок діє на мішень, якщо струм у пучку $I = 0,80 \text{ мА}$, $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$.

Розв'язання.

Оскільки пучок не відхиляється, то $F_{\text{маг.}} = F_{\text{ел.}}$ або $qvB = qE$, отже

$$v = E/B. \quad (1)$$

За одну секунду на мішень падає $N = I/q$ протонів, кожен з яких несе імпульс mv . Сила, що діє на мішень:

$$F = Nmv = \frac{I}{q} mv = \frac{I}{q} \frac{mE}{B} = 20 \text{ мкН}.$$

Задача 9. Вирахувати швидкість v , яку дістає електрон, що пройшов різницю потенціалів U : а) 100В, б) 100кВ.

Розв'язання.

а) Енергія $eU = 100\text{еВ} = 0,01\text{МеВ}$ $\square$ $mc^2 = 0,51\text{МеВ}$.

Це дає право користуватися нерелятивістською формулою:

$$eU = \frac{mv^2}{2}, \text{ або ж } v = \sqrt{\frac{2eU}{m}} = 5,9 \cdot 10^6 \text{ м/с}.$$

б) Енергія $eU = 100\text{кВ} = 0,1\text{МеВ}$ того ж порядку, що і 0,5МеВ, тому потрібно обчислення виконувати за релятивістською формулою для кінетичної енергії:

$$eU = \left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 \right) mc^2, \text{ з якої випливає:}$$

$$v \approx c \sqrt{1 - \left[mc^2 / (eU + mc^2) \right]^2} = 1,64 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

Задача 10. Дві невеличкі однакові котушки розміщені так, що їхні осі лежать на одній прямій. Відстань між котушками $l = 2,00\text{м}$ значно перевищує їхні лінійні розміри. Число витків кожної котушки $N = 150$, радіус витків $r = 50\text{мм}$. З якою силою F взаємодіють котушки, коли по них тече однаковий струм $I = 1,00\text{А}$?

Розв'язання.

Для великих відстаней між котушками, кожну з них можна вважати магнітним диполем з моментом $p_m = NI\pi r^2$ (1). Перша котушка створює в місці розташування другої магнітне поле $B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2p_m}{l^3}$ (2) (див. примітку задачі 3). Це неоднорідне поле діє на другу котушку з силою :

$$F = p_m \left| \frac{dB}{dl} \right|,$$

або, враховуючи (1) і (2), маємо:

$$F = \frac{3\mu_0 N^2 I^2 \pi^2}{2\pi} \left(\frac{r}{l}\right)^4 = \frac{3}{2} \mu_0 \pi \left(\frac{N I r^2}{l^2}\right)^2 = 0,05 \text{ мкН}.$$

Задача 11. Поряд з довгим прямим проводом, по якому тече струм $I_1 = 10,0 \text{ А}$, розташована квадратна рамка зі струмом $I_2 = 1,00 \text{ А}$. Рамка і провід лежать у одній площині. Вісь рамки, що проходить через середини протилежних сторін, паралельна проводові й віддалена від нього на відстань $b = 100 \text{ см}$. Сторона рамки $a = 880 \text{ мм}$. Знайти силу F , що діє на рамку, і роботу A , яку потрібно виконати, щоб повернути рамку навколо її осі на 180° .

Розв'язання.

Легко переконатися (правило лівої руки), що на верхню та нижню сторони квадрата будуть діяти сили рівні за величиною та протилежні за напрямом. Результируюча сил, що діють на вертикальні ділянки дорівнює:

$$F = \frac{\mu_0}{4\pi} 2I_1 I_2 a \left(\frac{1}{b - \frac{a}{2}} - \frac{1}{b + \frac{a}{2}} \right) = \frac{2\mu_0 a^2 I_1 I_2}{\pi(4b^2 - a^2)} = 1,5 \text{ мкН}.$$

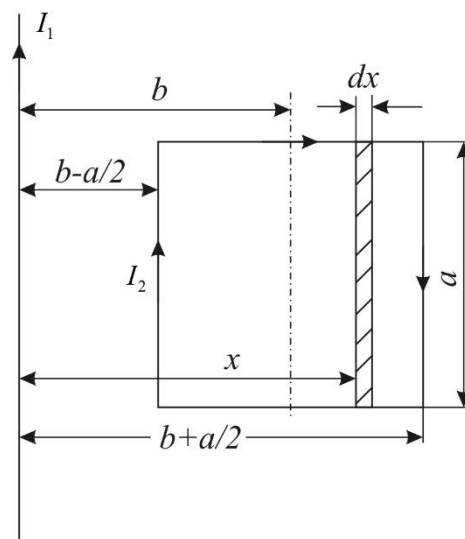


Рис. 25

Робота $A = I_2 \Delta \Phi$, де $\Delta \Phi$ – зміна потоку при повороті рамки на 180° :

$$\Delta\Phi = 2\int B_1 dS = 2\int \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1}{x} a dx = \frac{\mu_0 a I_1 I_2}{\pi} \ln \frac{2b+a}{2b-a};$$

$$A = \frac{\mu_0 a I_1 I_2}{\pi} \ln \frac{2b+2}{2b-a} = 0,27 \text{ мкДж}.$$

Задача 12. Два паралельні довгі дроти зі струмом $I = 6,0 \text{ А}$ у кожному (струми напрямлені в одну сторону) віддалили один від одного так, що відстань між ними стала в $\eta = 2,0$ рази більшою від початкової. Яку роботу на одиницю довжини проводів виконала при цьому сила Ампера?

Розв'язання.

Два дроти притягаються, а зовнішні сили їх взаємно віддаляють один від одного, тому сила Ампера

$$F_A = -\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I^2}{x},$$

$$dA = F_A dx = -\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I^2}{x} dx,$$

$$A = -\frac{2\mu_0 I^2}{4\pi} \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{x} = -\frac{\mu_0 I^2}{2\pi} \ln \frac{x_2}{x_1} = -\frac{\mu_0 I^2}{2\pi} \ln 2 = -4,99 \text{ мкДж} \approx -5 \text{ мкДж}.$$

Задача 13. Непровідний тонкий диск радіуса R , рівномірно заряджений з однієї сторони з поверхневою густиною σ , обертається навколо своєї осі з кутовою швидкістю ω . Знайти:

- індукцію магнітного поля в центрі диска;
- магнітний момент диска.

Розв'язання.

Диск розбиваємо на елементарні пояски з центром на осі обертання. На кожному з таких поясків міститься заряд $\sigma \cdot 2\pi r dr$. Струм, зумовлений обертанням диска,

$$dI = n\sigma 2\pi r dr = \frac{\omega}{2\pi} \sigma 2\pi r dr = \omega \sigma r dr.$$

Магнітна індукція, створена цим струмом у центрі диска, є

$$dB = \frac{\mu_0 dI}{2r} = \frac{\mu_0}{2r} \sigma \omega r dr = \frac{\mu_0}{2} \sigma \omega dr.$$

а) $B = \frac{\mu_0}{2} \sigma \omega R.$

б) Магнітний момент елементарного струму dI є

$$dp_m = dI \cdot \pi r^2 = \sigma \omega r dr \pi r^2 = \pi r^3 dr \omega \sigma,$$

звідки $p_m = \pi \omega \sigma \frac{R^4}{4}.$

Задача 14. Якого тиску зазнаю бічна поверхня довгого прямого соленоїда, що має $n = 20$ витків/см, коли по ньому тече струм $I = 20$ А?

Розв'язання.

Магнітна індукція в довгому соленоїді $B = \mu_0 nI.$

Уявно розділемо соленоїд площиною, що проходить через вісь соленоїда. Тоді ясно, що одна половина соленоїда буде діяти на другу. Поле половини соленоїда $B' = B/2 = \mu_0 nI/2.$ Сила Ампера, що діє на елемент довжини витка однієї з половин соленоїда, $dF = IdlB_1.$ Сила, що діє на площадку на поверхні однієї з половин соленоїда площею $dS = hdl,$ дорівнює $dF(dS) = nhdlIB_1.$

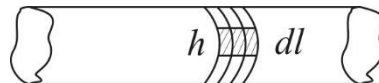


Рис. 26

Тиск на поверхню в кожному місці буде

$$P = \frac{dF(S)}{dS} = \frac{nhIdlB_1}{hdl} = nIB_1 = n \frac{1}{2} IB = \frac{1}{2} \mu_0 n^2 I^2.$$

Другий варіант розв'язання [5].

Тиск на стінку соленоїда чисельно і за розмірністю дорівнює густині енергії магнітного поля:

$$P = \frac{B^2}{2\mu_0},$$

але $B = \mu_0 nI,$ тому

$$P = \frac{\mu_0^2 n^2 I^2}{2\mu_0} = \frac{1}{2} \mu_0 n^2 I^2 = 1 \text{ кПа}.$$

Задача 15. Струм I тече по довгому одношаровому соленоїду, радіус перерізу якого $R = 5,5 \text{ см}$. Число витків на одиницю довжини соленоїда $n = 15 \text{ см}^{-1}$. Знайти граничну величину струму, за якої може настати розрив обмотки, якщо граничне навантаження на розрив дроту обмотки $F^* = 100 \text{ Н}$.

Розв'язання.

Як і в попередній задачі,

$$B_1 = \frac{1}{2} B = \frac{1}{2} \mu_0 n I.$$

Сила, що діє на елемент витка dl ,

$$dF = dl \cdot IB_1, \text{ або } dF = R d\alpha IB_1.$$

Шукаємо силу, що діє на праву половину соленоїда. Оскільки з міркувань симетрії очевидно, що сумарна сила має напрям уздовж осі x , то маємо записати

$$dF_x = dF \cos \alpha = dl \cdot IB_1 R d\alpha \cos \alpha,$$

$$F_x = IB_1 R \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \cos \alpha d\alpha = IR \frac{1}{2} \mu_0 n I \sin \alpha \Big|_{-\pi/2}^{+\pi/2} = \mu_0 n I^2 R.$$

Ця сила діє на два перерізи (1 і 2 на рис.)

Сила ж на один переріз $F = \frac{1}{2} \mu_0 n R I^2$. Отже за граничної величини струму

$$I_{zp} = \sqrt{\frac{2F_{zp}}{\mu_0 n R}} = 1,4 \text{ кА}.$$

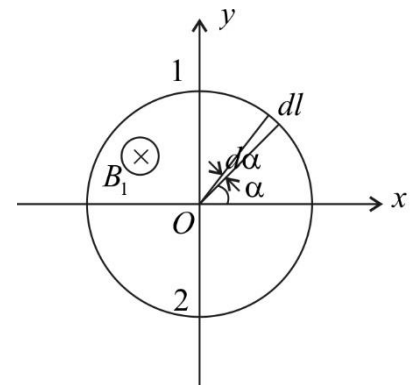


Рис. 27

Задача 16. Постійний магніт має форму кільця з вузьким проміжком між полюсами. Середній діаметр кільця $d = 20 \text{ см}$. Ширина проміжку $b = 2,0 \text{ мм}$,

індукція магнітного поля в зазорі $B = 40 \text{ мТл}$. Нехтуючи розсіянням магнітного потоку на краях проміжку, знайти модуль напруженості магнітного поля всередині магніту.

Розв'язання.

Застосуємо теорему про циркуляцію вектора $\vec{H}$:

$$\oint H_l dl = \sum I \quad (1)$$

Оскільки за умовою задачі магніт постійний, то $I = 0$. Циркуляцію в (1) розіб'ємо на два інтеграли: один по середній лінії всередині кільця, другий – по тій же лінії в зазорі (див. рис. 23):

$$H(\pi d - b) + H_0 b = 0. \quad (2)$$

Напруженість у зазорі $H_0 = B/\mu_0$, тому (2) переходить в

$$H(\pi d - b) + \frac{B}{\mu_0} b = 0,$$

Отже, за модулем

$$H = \frac{Bb}{\mu_0(\pi d - b)}$$

та, оскільки $b \ll d$, то

$$H = \frac{Bb}{\mu_0 \pi d} = 0,1 \text{ кА/м}.$$

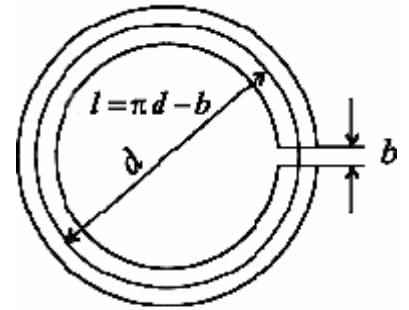


Рис. 28

2. ЕЛЕКТРОМАГНІТНА ІНДУКЦІЯ

2.1. Магнітний потік

Потоком вектора $\mathbf{B}$ (або магнітним потоком) крізь поверхню S , що охоплюється контуром L , називають інтеграл:

$$\Phi = \int_S B_n dS = \int_S B \cos \alpha dS, \text{ де } S - \text{площа поверхні,}$$

$\mathbf{B}$ - магнітна індукція, $\mathbf{n}$ - нормаль до поверхні, α - кут між $\mathbf{B}$ і $\mathbf{n}$.

Значення магнітного потоку залежить як від положення ($\cos\alpha$), форми контуру $L(S)$, так і від значення вектора індукції магнітного поля $\mathbf{B}$. Для всіх поверхонь, що спираються на даний контур L , потік Φ буде однаковим за модулем. У найпростішому випадку, коли контур L плоский і поле однорідне, магнітний потік дорівнює: $\Phi = B S \cos\alpha$. Якщо хоча б одна з цих величин залежить від часу, то магнітний потік теж залежить від часу [1].

Магнітний потік вимірюється у веберах (вб).

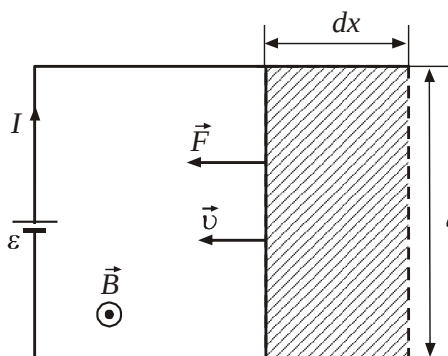
Напишемо теорему Гауса для вектора магнітної індукції $\mathbf{B}$. Джерелами магнітного поля є струми і рухомі заряди. Магнітне поле – це вихрове силове поле, лінії такого поля замкнуті, тому кількість ліній, які входять в замкнутий об'єм дорівнює кількості ліній, що виходять. Тоді для довільної замкнутої поверхні потік вектора магнітної індукції дорівнює нулю: $\oint_S \mathbf{B} d\mathbf{S} = 0$.

Це теорема Гауса для вектора магнітної індукції $\mathbf{B}$ в інтегральній формі.

2.2. Робота при переміщенні контуру в магнітному полі.

Розглянемо контур, одна із сторін якого являє собою рухому перетинку (рис. 29). Розташуємо цей контур в однорідному магнітному полі, спрямованому перпендикулярно до площини контуру. За законом Ампера на рухому перетинку діє сила: $F = I l B \sin\alpha$, де I - сила струму, l - довжина перетинки, B - магнітна індукція. Якщо перетинку перемістити на відстань dx , то буде виконана робота: $dA = F dx$, або $dA = I B l (dx) = I d(B l x)$.

Значення $l dx$ - це площа, заштрихована на рис.29.



Тоді $(B l dx)$ - магнітний потік, що проходить крізь цю площу.

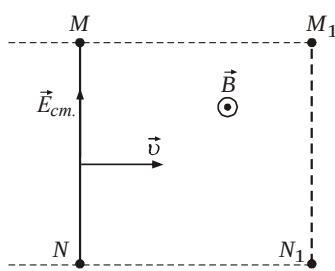
Таким чином, робота дорівнює: $dA = I d\Phi$. Після інтегрування виразу, отримаємо роботу при переміщенні перетинки:

$$A = I(\Phi_2 - \Phi_1) = I \Delta\Phi.$$

Отриманий вираз не залежить ні від напрямку вектора магнітної індукції, ні від форми контуру і буде дійсним, якщо струм постійний.

2.3. Електромагнітна індукція.

Електричний струм створює навкруги себе магнітне поле. Чи можливий зворотний зв'язок, щоб магнітне поле створювало електричний струм? Виявляється, що струм створюється лише при деяких змінах або магнітного поля, або геометрії провідників, що знаходяться в цьому полі.



Будемо рухати прямий провідник довжиною l з швидкістю v у магнітному полі з індукцією B (рис.30).

На вільні носії зарядів у провіднику діє сила Лоренца:

$$F = qvB = qBdx/dt.$$

Якщо силу поділити на заряд, то отримаємо напруженість $E_{ст}$ стороннього поля, яке має не електростатичний характер:

$$E_{ст} = F/q = Bdx/dt.$$

За означенням електрорушійної сили :

$$\varepsilon_{інд} = \int_M^N \left(\frac{Bdx}{dt} \right) dl = - \frac{lBdx}{dt},$$

знак “ - ” тому, що $E_{ст}$ має напрям протилежний обходу контуру MNN_1M_1 від точки M до N і далі, згідно з правилом правого гвинта, а цей напрям є додатним.

Перетворивши останню формулу, отримаємо:

$$\varepsilon_{інд.} = - lBdx/dt = -d(Blx)/dt = -d\Phi(t)/dt,$$

де $\Phi(t)$ - магнітний потік, який перетинає провідник за час t .

Таким чином, на кінцях провідника виникає різниця потенціалів. Визначимо цю різницю потенціалів. Так як провідник незамкнений, струм в ньому нульовий. Згідно закону Ома: $IR = 0 = \varepsilon_{інд} + (\varphi_1 - \varphi_2) = -d\Phi(t)/dt + (\varphi_1 - \varphi_2)$, звідки $(\varphi_1 - \varphi_2) = d\Phi(t)/dt$.

Розглянемо тепер замкнений провідник довільної форми, що знаходиться в довільному магнітному полі. Розіб'ємо цей провідник на нескінченно малі прямолінійні ділянки. При малому зміщенні кожної цієї ділянки магнітне поле можна вважати постійним, тому вище отриманий вираз ЕРС індукції буде справедливим. Якщо знайти суму цих ЕРС по всьому замкненому колу, отримаємо **закон електромагнітної індукції**:

ЕРС індукції в замкненому контурі дорівнює швидкості зміни магнітного потоку крізь цей контур зі знаком мінус (закон Фарадея)

$$\mathcal{E}_{\text{інд.}} = - d\Phi/dt.$$

ЕРС виникає при будь - якій зміні в часі магнітного потоку крізь контур, наприклад, якщо контур нерухомий, а магнітне поле змінюється або за значенням, або за напрямом, або одночасно за значенням і напрямом. Зв'язок між появою струму і змінами магнітного поля першим виявив М. Фарадей, тому закон електромагнітної індукції називають законом Фарадея. Знак “-” пояснює **правило Ленца**: індукційний струм у всіх випадках спрямований таким чином, щоб своєю магнітною дією він протидіяв змінам магнітного потоку, що викликали цей струм. Це правило впливає з закону збереження енергії [1].

Інтегральна форма запису закону електромагнітної індукції має такий вигляд:

$$\oint_L \mathbf{E} d\mathbf{l} = - \frac{d}{dt} \int_S \mathbf{B}_n dS$$

Індукційний струм, як і інші електричні струми, виконує певну роботу. Це означає, що при русі замкненого провідника в магнітному полі зовнішніми силами повинна бути виконана додаткова робота. Ця робота виникає тому, що індукційні струми, що взаємодіють з магнітним полем, викликають сили, спрямовані протилежно руху, тобто ці сили протидіють руху.

2.4. Явище самоіндукції та взаємної індукції.

Електричний струм, який тече в довільному контурі, утворює магнітний потік ψ , що пронизує цей контур. За законом Біо- Савара - Лапласа магнітна

індукція B пропорційна силі струму, що викликає поле, тому **повний магнітний потік** ψ пропорційний силі струму в контурі: $\psi = LI$.

Коефіцієнт пропорційності L називається **індуктивністю контуру**. Індуктивність L залежить від форми і розмірів контуру, а також від магнітних властивостей зовнішнього середовища. Якщо контур жорсткий і поблизу від нього немає феромагнетиків, індуктивність буде постійною величиною.

За одиницю індуктивності в системі СІ приймають індуктивність такого провідника, у якому при силі струму в 1 А виникає магнітний потік ψ , що дорівнює 1 вб. Цю одиницю називають генрі (Гн).

При зміні сили струму I в контурі буде змінюватись і власний магнітний потік ψ . Тому при цьому в контурі виникає **ЕРС самоіндукції**, яка додатково змінює струм: $\varepsilon_c = - d\psi/dt$. Якщо $L = \text{const}$, то $\varepsilon_c = - L (dI/dt)$, де L - індуктивність. Це явище називається **самоіндукцією**.

Велике значення індуктивності має соленоїд (ізолюваний дріт, намотаний на циліндричне осердя). Визначимо індуктивність соленоїда, застосувавши вираз для індукції соленоїда: $B = \mu_0 IN/l$, де N - кількість витків, l - довжина, I - сила струму в соленоїді.

Магнітний потік через один виток дорівнює :

$$\Phi = \int_L B_n dS = \mu_0 ISN / l$$

Загальний потік крізь всі витки: $\psi = N\Phi = \mu_0 ISN^2 / l$.

Якщо соленоїд повністю заповнений речовиною з магнітною проникністю μ , то індуктивність соленоїда в μ разів більше :

$$L = \mu \mu_0 SN^2 / l = \mu \mu_0 n^2 V,$$

де V – об'єм соленоїда, $n = N/l$ – число витків на 1 довжини соленоїда.

Магнітний потік може створюватись струмом, що тече в іншому провіднику, і змінюватись при зміні цього струму.

Взаємною індукцією називають виникнення ЕРС індукції в одному контурі при зміні струму в іншому контурі.

Розглянемо два нерухомі контури (1 і 2), розташованих досить близько один від одного (рис.31). Якщо в контурі 1 тече струм I_1 , то магнітний потік, що створюється цим струмом, пропорційний I_1 . Позначимо через Φ_{21} ту частину потоку, яка пронизує контур 2. Тоді

$$\Phi_{21} = L_{21}I_1.$$

де L_{21} - коефіцієнт пропорційності.

Якщо струм I_1 змінюється, то в контурі 2 індукується ЕРС ε_{i2}

$$\varepsilon_{i2} = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -L_{21} \frac{dI_1}{dt}.$$

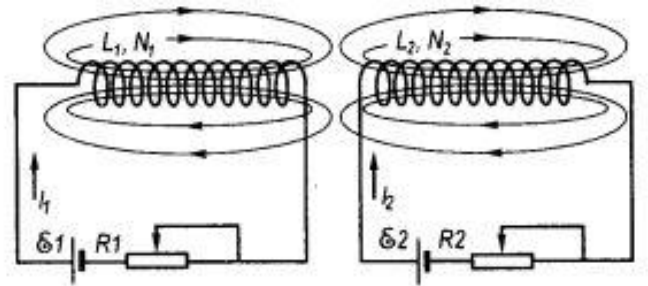


Рис. 31

Аналогічно, при протіканні в контурі 2 струму I_2 магнітний потік пронизує контур 1 - Φ_{12}

$$\Phi_{12} = L_{12}I_2.$$

Якщо I_2 змінюється, то

$$\varepsilon_{i1} = -\frac{d\Phi_{12}}{dt} = -L_{12} \frac{dI_2}{dt}.$$

Явище виникнення ЕРС в одному з контурів при зміні сили струму в іншому називається **взаємною індукцією**. Коефіцієнти пропорційності L_{12} і L_{21} називаються **взаємною індуктивністю** контурів, причому $L_{12} = L_{21}$. Значення L_{12} і L_{21} залежать від геометричної форми, розмірів, взаємного розташування контурів і від магнітної проникності навколишнього середовища. Контури 1 і 2 називають зв'язаними.

Розмірність взаємної індукції: $[L_{12}] = \text{Гн}$ (Генрі)

2.5. Струми при замиканні та розмиканні кола

Внаслідок явища самоіндукції струм при замиканні та розмиканні кола з індуктивністю змінюється не миттєво, а з деяким запізненням. У разі замикання кола наводиться ЕРС, яка протилежна напрузі, що прикладена до кола. Тому струм досягає свого максимального значення не відразу, а через деякий

проміжок часу. У разі розмикання кола наведена ЕРС переміщує електричні заряди в тому самому напрямку, що і зовнішня ЕРС джерела струму. Тому струм у колі припиняється не миттєво, а через деякий проміжок часу. І в першому і в другому випадках цей проміжок залежить від індуктивності L та опору R кола. Здебільшого опір R кола значно перевищує індуктивність, тому цей проміжок часу складає долі секунди. Але у колах з великою індуктивністю і відносно невеликим опором цей проміжок часу може тривати десятки секунд.

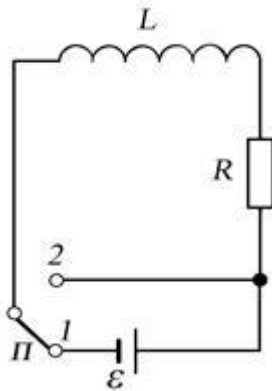


Рис. 32

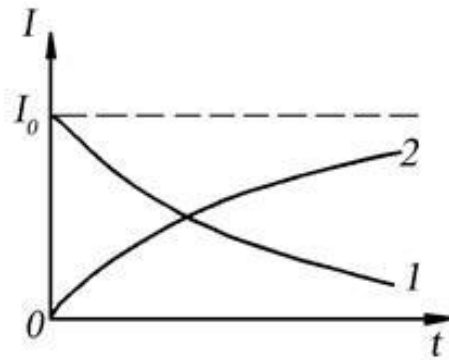


Рис. 33

Знайдемо спочатку характер зміни струму при розмиканні кола. Нехай до кола з незалежною від сили струму I індуктивністю L і опором R приєднане джерело струму ЕРС ε з нехтовно малим внутрішнім опором (рис.32). Перемикач Π контактує з точкою 1. У колі з часом встановлюється струм $I_0 = \frac{\varepsilon}{R}$. У момент часу $t = 0$ перемикач Π перемикаємо в положення 2. Внаслідок самоіндукції сила струму в замкненій ділянці кола буде відповідати рівнянню:

$$\varepsilon_s = -L \frac{dI}{dt} \Rightarrow IR = -L \frac{dI}{dt} \Rightarrow \frac{dI}{dt} + \frac{R}{L} I = 0;$$

Після інтегрування рівняння маємо:

$$\ln I = -\frac{R}{L} t + \ln \text{const.}$$

де C — стала інтегрування. Потенціюванням цього рівняння знайдемо

$$I = C e^{-\frac{R}{L} t}.$$

Сталу інтегрування C знайдемо з початкових умов. При $t = 0$ сила струму мала значення I_0 . Отже, стала $C = I_0$. Підставивши це значення в попереднє рівняння, отримуємо:

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t}.$$

Графічна залежність цієї функції зображена кривою 1 на рис. 33. Швидкість зменшення струму визначається **сталю часу**: $\tau = L/R$. Вона має розмірність часу. Замінивши R/L через $1/\tau$, отримуємо:

$$I = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Таким чином, **стала часу** τ - це час, протягом якого сила струму зменшується в e разів. Для спрощення розрахунків приймали, що мережа в момент відключення джерела струму замикалася накоротко. Якщо просто розірвати коло з великою індуктивністю, то виникає велика індукована напруга, яка створює іскру або дугу в місці розриву.

Тепер розглянемо випадок **замикання кола**. Після приєднання джерела струму, доти, поки сила струму не досягне значення I_0 , у колі окрім ЕРС ε буде діяти ЕРС самоіндукції ε_s . Отже, згідно з законом Ома:

$$IR = \varepsilon + \varepsilon_s = \varepsilon - L \frac{dI}{dt}.$$

$$\text{або} \quad \frac{dI}{dt} + \frac{R}{L}I = \frac{\varepsilon}{L}$$

Рівняння є лінійним неоднорідним диференціальним рівнянням, що відрізняється від однорідного рівняння лише наявністю сталої величини ε/L . Згідно з теорією диференціальних рівнянь загальним рішенням лінійного неоднорідного рівняння буде сума будь - якого часткового його рішення та загального рішення однорідного рівняння. Загальне рішення однорідного рівняння має вигляд

$$I = C e^{-\frac{R}{L}t}.$$

Частковим рішенням рівняння є рівняння $I_0 = \varepsilon / R = I$. Отже, загальним рішенням рівняння буде функція

$$I = I_0 + C e^{-\frac{R}{L}t}.$$

У початковий момент ($t = 0$) сила струму $I = 0$. Звідси стала $C = -I_0$.

Таким чином, при замиканні кола струм з часом змінюється за рівнянням

$$I = I_0 (1 - e^{-\frac{R}{L}t}).$$

Графік функції зображено кривою 2 на рис.33.

2.6. Енергія магнітного поля

Стаціонарне магнітне поле є носієм певного запасу енергії, яка розподілена по всьому простору, що займає поле. Ця енергія накопичується за рахунок роботи, здійснюваної електричними струмами, що створюють це поле, в результаті зростання сили струмів від нуля до сталих величин. Зі зростанням сили струму в колі в ньому виникає ЕРС самоіндукції і робота зовнішніх джерел йде на подолання цієї ЕРС. Зі зменшенням сили струму в контурі енергія магнітного поля може бути повністю або частково повернена

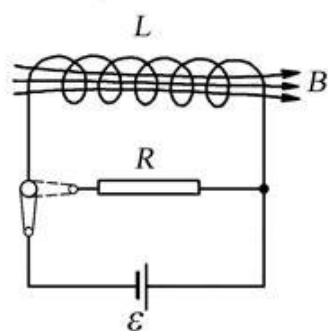


Рис. 34

в контур або перетворена на інші види енергії.

Розглянемо електричне коло з опором R і індуктивністю L (рис.34). Спочатку замкнемо соленоїд L на батарею ε ; в ньому з часом встановиться струм I , що створює магнітне поле, зчеплене з витками соленоїда. Якщо від'єднати соленоїд від батареї і замкнути його через опір R , то

в новому колі буде деякий час протікати струм, що з часом зменшуватиметься. Робота, що виконується цим струмом за час dt , дорівнює:

$$\delta A = \varepsilon_s I dt = - \frac{d\psi}{dt} I dt = -I d\psi$$

Якщо індуктивність соленоїда не залежить від I ($L = \text{const}$), то $d\psi = LdI$ і формула набирає вигляду: $\delta A = -L I dI$

Інтегруємо вираз роботи по I в межах від початкового значення I до нуля і отримаємо роботу, виконану в мережі за весь час, на протязі якого відбувається зникнення магнітного поля:

$$A = - \int_I^0 L I dI = \frac{LI^2}{2}$$

Виконання цієї роботи супроводжується зникненням магнітного поля, яке спочатку існувало в соленоїді та навколо нього. Оскільки ніяких інших змін у тілах, що оточують електричну мережу, не відбувається, то можна зробити висновок, що магнітне поле є носієм енергії, за рахунок якої і виконується робота. Таким чином, приходимо до висновку, що провідник з індуктивністю L , по якому протікає струм I , має **енергію** $W = LI^2/2$, локалізовану в магнітному полі, створеному струмом I . Вираз можна тлумачити так, що це робота, яку необхідно виконати проти ЕРС самоіндукції в процесі зростання струму від 0 до I , і яка витрачається на створення магнітного поля з енергією W . Справді, робота проти ЕРС самоіндукції:

$$A' = \int_0^t (-\varepsilon_c) I dt = - \int_I^0 L I dI = \frac{LI^2}{2}.$$

Робота виконується зовнішньою ЕРС ε і витрачається повністю на створення зчепленого з контуром магнітного поля. Вираз не враховує роботу, яку витрачає джерело ЕРС в процесі зростання струму на нагрівання провідників. Виразимо енергію магнітного поля через величини, що характеризують саме поле. У випадку досить довгого соленоїда $L = \mu_0 \mu n^2 V$, також врахуємо, що $H = nI$, $I = H/n$.

Підставивши ці значення L і I , отримаємо

$$W = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} V.$$

Як було доведено раніше, магнітне поле нескінченного соленоїда є однорідним і зосередженим в об'ємі соленоїда. Отже, енергія розподілена по об'єму соленоїда зі сталою **густиною** ω , яку можна визначити, розділивши W на V :

$$\omega = \frac{W}{V} = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2}$$

Враховуючи зв'язок між індукцією B та напруженістю H магнітного поля, а саме: $B = \mu_0 \mu H$, знаходимо

$$\omega = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} = \frac{BH}{2} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}$$

Якщо магнітне поле неоднорідне, то об'ємна густина енергії буде більшою там, де більші H і μ . Тоді енергія поля, зосереджена в об'ємі V , обчислюється інтегралом:

$$W = \int_V \omega dV = \int_V \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} dV$$

2.7. Змінний струм. Опір в колі змінного струму

У промисловості у побуті широко застосовується змінний струм $i(t) = I_0 \cos(2\pi \nu t + \varphi_0) = I_0 \cos(\omega t + \varphi_0)$ з частотою $\nu = 50$ Гц та коловою частотою $\omega = 314$ Гц (I_0 - амплітудне значення сили струму). Змінний гармонічний струм створюється ЕРС, що змінюється з часом з тією ж частотою. Якщо розміри електричного кола не дуже великі (менше 10^4 м), можна вважати, що з точністю до одного відсотка струм у всіх точках кола пропорційний діючій в даний момент ЕРС.

Якщо опір R підключили до ЕРС, що змінюється з часом за законом $U(t) = U_0 \cos \omega t$ (U_0 - амплітудне значення напруги), то в кожний момент часу виконується закон Ома: $U_0 \cos \omega t = i(t)R$. Тоді залежність струму в колі від часу буде така: $i(t) = (U_0 / R) \cos \omega t = I_0 \cos \omega t$.

Це **миттєве** значення сили змінного струму. В колі змінного струму крім миттєвих значень розрізняють також **амплітудні та діючі (ефективні)** значення сили струму і напруги.

Сила сталого струму, при якій в колі з активним опором R виділяється така ж потужність, що і в колі при даному змінному струмі, називається **діючим** або **ефективним** значенням сили змінного струму.

2.8. Ємність та індуктивність в колі змінного струму.

Розглянемо конденсатор у колі змінного струму (рис. 35). Якщо конденсатор під'єднати до ЕРС, що змінюється за гармонічним законом, то різниця потенціалів між обкладками конденсатора буде дорівнювати:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = U(t) = U_0 \cos \omega t.$$

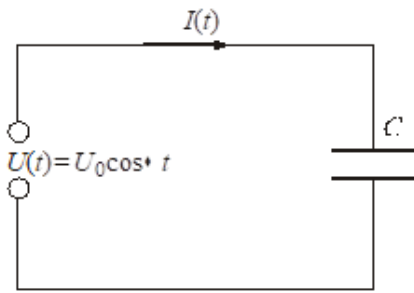


Рис. 35

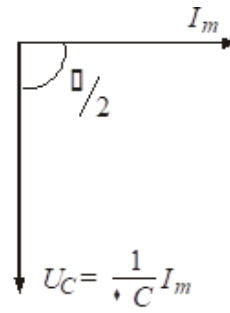


Рис. 36

Але ця різниця потенціалів пропорційна заряду та обернено пропорційна ємності конденсатора : $U(t) = U_0 \cos \omega t = Q(t)/C$.

Заряд $Q(t)$ дорівнює : $Q(t) = \int_0^t i(t) dt$

Зробивши заміну, отримаємо : $U_0 \cos \omega t = \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt$

З іншого боку, $Q(t) = CU_0 \cos \omega t$, а струм $i(t) = dQ(t) / dt$. Тоді, в нашому випадку, струм, що пройде по колу, буде дорівнювати :

$$i(t) = d(CU_0 \cos \omega t) / dt = -\omega CU_0 \sin \omega t = \omega CU_0 \cos(\omega t + \pi/2).$$

Струм крізь конденсатор на $\pi/2$ випереджає по фазі напругу (рис.36). Сила струму обернено пропорційна величині $X_C = 1/\omega C$, яку називають **ефективним опором ємності** в колі змінного струму.

Розглянемо індуктивність в колі змінного струму (рис. 37). При проходженні змінного струму через індуктивність виникає ЕРС самоіндукції: $\varepsilon_c = -L(di/dt)$, тому закон Ома запишеться так ($R=0$) :

$$U_0 \cos \omega t - L (di/dt) = 0, \text{ звідки } di = (U_0 / L) \cos \omega t dt .$$

Інтегрування дає залежність струму від часу :

$$i(t) = (U_0 / \omega L) \sin \omega t = (U_0 / \omega L) \cos(\omega t - \pi/2).$$

Таким чином, якщо в колі немає активного опору R , струм крізь індуктивність відстає по фазі від напруги на $\pi/2$ (рис.38).

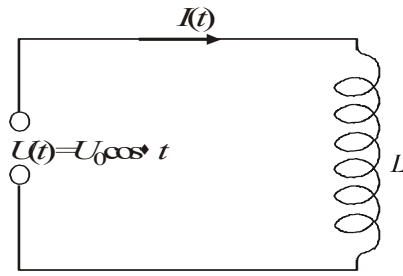


Рис. 37

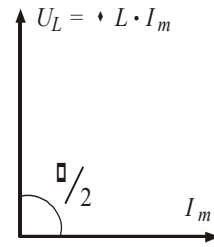


Рис. 38

Сила струму обернено пропорційна величині $x_L = \omega L$, яку можна розглядати як **ефективний опір індуктивності** в колі змінного струму.

РЕЗОНАНС В КОЛАХ ЗМІННОГО СТРУМУ

2.9. Резонанс напруги

Підрахуємо силу струму у послідовному колі з R, L, C , що зображене на рис.

39. Різниця потенціалів між точками 1 і 3 за законом Ома дорівнює :

$\varphi_1 - \varphi_2 = iR + Q/C$. З іншого боку, ця різниця потенціалів дорівнює :

$\varphi_1 - \varphi_2 = U_0 \cos \omega t + (-L di/dt)$. Розв'яжемо ці рівняння разом.

$$L(di/dt) + iR + Q/C = U_0 \cos \omega t .$$

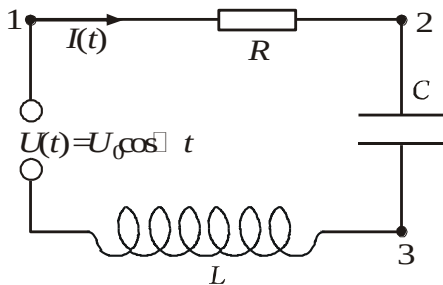


Рис. 39

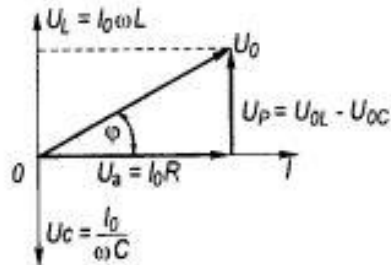


Рис. 40

Після диференціювання цього виразу врахуємо, що струм є похідною від заряду по часу, тоді отримаємо диференціальне рівняння для струму в контурі :

$$L(d^2 i / dt^2) + R(di / dt) + i / C = - U_0 \omega \sin \omega t .$$

Розв'язок цього рівняння при $t \rightarrow \infty$ має вигляд :

$$i(t) = (U_0 / Z) \cos(\omega t + \theta) = I_0 \cos(\omega t + \theta), \text{ де } Z = [R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2]^{1/2}$$

можна розглядати як повний опір, R - активний опір, $(\omega L - 1/\omega C)$ - реактивний опір кола, $\theta = \arctg[(1/\omega C) - \omega L] / R$ - зсув фаз між струмом та зовнішньою ЕРС - $U(t)$ (рис.40).

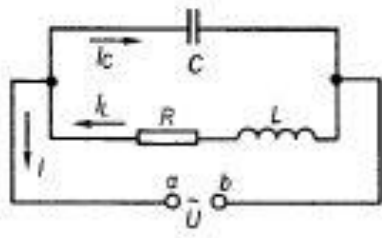
Таким чином, зовнішня ЕРС і струм у колі змінюються за гармонічним законом, але струм зсунутий по фазі відносно зовнішньої ЕРС. Амплітуда струму дорівнює: $I_0 = U_0 / Z$.

Повний опір Z залежить як від параметрів R, L, C кола, так і від частоти ω . Якщо реактивний опір дорівнює нулю, тобто $\omega L - 1/\omega C = 0$, або $\omega = 1/(LC)^{1/2}$, то повний опір має мінімально можливе значення, яке дорівнює активному опорі R . При цьому значенні частоти струм в контурі досягне максимального значення. Таке явище називають **резонансом напруги** у контурі змінного струму. У цьому випадку немає зсуву фаз між коливаннями напруги і сили струму, а коефіцієнт потужності максимальний. З умови $\omega_0 L = 1/\omega_0 C$ можна визначити **резонансну циклічну частоту** $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, кількість коливань за секунду $\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ і **період** цих коливань $T = 2\pi\sqrt{LC}$.

В умовах резонансу сила струму в колі визначається тільки активним опором кола. Отже, за резонансу енергія витрачається лише на теплову дію в активному навантаженні, а між конденсатором і котушкою весь час відбувається лише її обмін - коли енергія електричного поля конденсатора зменшується, енергія магнітного поля котушки зростає і навпаки.

2.10. Резонанс струмів.

У колі змінного струму з паралельним з'єднанням котушки та конденсатора настає **резонанс струмів**.

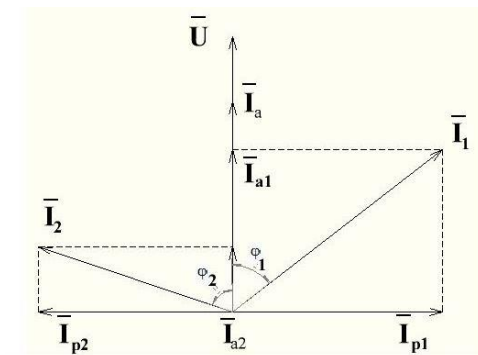


Відомо, що у колі з конденсатором C коливання сили струму випереджає коливання напруги на чверть періоду, а в колі з котушкою індуктивності L коливання сили струму відстають від коливань

Рис. 41

напруги на чверть періоду, внаслідок чого в нерозгалуженій частині кола ці струми направлені в протилежних напрямках (рис.41).

Якщо частота така, що індуктивний опір дорівнює ємнісному, то й $I_L = I_C$, але оскільки котушка крім індуктивного опору має ще й активний, то повної рівності струмів не настає і у нерозгалуженій ділянці проходить слабкий струм.



Таким чином, слабкий змінний струм, що підходить до контуру, підтримує в ньому значні вимушені коливання.

Векторна діаграма струмів та напруги показана при резонансі струмів на рис.42. З векторної діаграми випливає, що $I_{p1} = I_{p2}$, а загальний

реактивний струм дорівнює нулю. Тобто загальний струм кола має тільки активну складову, яка дорівнює сумі активних складових струмів гілок :

$$I = I_{a1} + I_{a2}.$$

Повний опір кола при резонансі струмів по відношенню до джерела (резонансний опір): $Z = U/I = L/R_C$, де характерний опір кола $R_C = \sqrt{L/C}$. Тобто, чим менше активний опір, тим більше резонансний опір кола.

Таким чином, резонанс струмів - це режим кола змінного струму з паралельними індуктивністю та ємністю, при якому струм у нерозгалуженій частині кола і напруга, прикладена до кола, збігаються за фазою. Тому його ще називають фазовий резонанс. При резонансі струмів струми у паралельних гілках можуть бути набагато більшими за струм від джерела, але вони взаємно врівноважуються і тому не впливають на загальний струм.

Явище резонансу має величезне значення в техніці. По суті, на резонансі ґрунтується техніка радіозв'язку. Радіохвилі від різних передавальних станцій збуджують в антені радіоприймача змінні струми різних частот. Але тільки у випадку резонансу, коливання сили струму в контурі будуть значними. Настроювання контуру на потрібну резонансну частоту ω_0 звичайно здійснюється шляхом зміни ємності конденсатора.

2.11. Робота і потужність змінного струму.

Робота змінного струму за один період T дорівнює: $A = \int_0^T u i dt$.

Нехай $u = U_0 \sin \omega t$, а $i = I_0 \sin(\omega t - \varphi)$, де φ – зсув фаз між напругою та струмом.

Тоді

$$A = \int_0^T U_0 \sin \omega t I_0 \sin(\omega t - \varphi) dt = \frac{1}{2} U_0 I_0 \cos \varphi T.$$

Протікаючи по провіднику, змінний струм, так само як і постійний зумовлює нагрівання цього провідника. Кількість енергії, що витрачається за одиницю часу на нагрівання провідника називається активною потужністю.

Активна потужність, що виділяється на ділянці кола, яке містить лише активний опір R визначається за формулою $P = IU = I^2 R$, де I і U – діючі значення, відповідно, струму і напруги. Враховуючи, що $U = U_0 / \sqrt{2}$ і $I = I_0 / \sqrt{2}$, активну потужність P можна виразити через амплітудні значення струму і напруги: $P = \frac{U_0 I_0}{2}$.

Якщо ділянка кола крім активного опору містить ще й реактивний опір X_L або X_C , то між коливаннями напруги і струму в таких ділянках існує зсув фаз φ . З векторних діаграм випливає, що $U_R = U \cos \varphi$. Тоді активна потужність, що виділяється на ділянці кола, яка містить реактивний опір визначається за формулою $P = U_R I = UI \cos \varphi$. Одиниця вимірювання - ват (Вт).

Зсув фаз φ між коливаннями сили струму і напруги визначається співвідношенням $\cos \varphi = I_0 R / U_0 = R / Z$. Величина $\cos \varphi$ у формулі називається **коефіцієнтом потужності** в колі змінного струму. Коефіцієнт потужності в колі змінного струму можна визначити за відомими значеннями потужності і діючими значеннями струму і напруги: $\cos \varphi = P / IU$.

Коефіцієнт потужності показує ефективність використання електричної енергії в даному колі. Наприклад, якщо $\cos \varphi = 0,8$, то це означає що 80% енергії споживається колом, а 20% повертається до генератора. При цьому частина цієї енергії перетворюється у теплову (внутрішню енергію обмоток генератора, ліній електропередачі і споживача). Потужність теплових втрат $P = I^2 R$.

Активна і реактивна потужності. Якщо в коло змінного струму послідовно з лампами підключити котушку індуктивності, то спричинений індуктивністю котушки зсув фаз між коливаннями струму і напруги обумовить менші показання ватметра, ніж добуток показань вольтметра й амперметра.

Активна потужність витрачається на виконання корисної роботи, а потужність, яка поглинається котушкою індуктивності, в корисній роботі участі не бере, оскільки під час наростання струму в магнітному полі котушки індуктивності накопичується енергія, яка повертається назад до генератора зі зменшенням струму, тобто в колі відбувається перекачування енергії від генератора в коло і навпаки.

Потужність у колі з реактивним опором називається **реактивною потужністю Q**.

Реактивна потужність Q визначається добутком ефективної (діючої) напруги, реактивного струму (складової сили струму, перпендикулярної до напруги) та синусом кута φ зсуву фаз між діючими в колі силою струму і напругою:

$$Q = IU \sin\varphi \text{ або } Q = I^2 (X_L - X_C).$$

Одиниця вимірювання — вольт-ампер реактивний (вар).

Повна потужність S визначається формулою: $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$

Приклади розв'язання задач [5].

Задача 17. Металевий диск радіуса $a = 25\text{см}$ обертають зі сталою кутовою швидкістю $\omega = 130\text{рад/с}$ навколо його осі. Знайти різницю потенціалів між центром і ободом диска, якщо:

- а) зовнішнього магнітного поля немає;
- б) є перпендикулярне до диску зовнішнє однорідне магнітне поле з індукцією $B = 5,0\text{мТл}$.

Розв'язання.

а) Очевидно, робота відцентрової сили, що діє на електрон, спричиняє зріст потенціальної енергії електрона, тобто

$$m\omega^2 r dr = e d\varphi, \quad d\varphi = \frac{m\omega^2}{e} r dr,$$

$$(\Delta\varphi)_a = \int_0^a d\varphi = m\omega^2 \frac{a^2}{2e} = 3 \text{ нВ}.$$

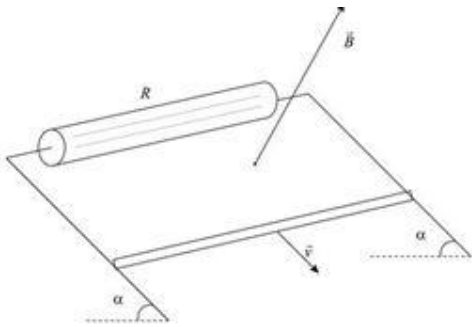
$$\text{б) } (\Delta\varphi)_b = \frac{d\Phi}{dt} = B\pi a^2 n = B\pi a^2 \omega / 2\pi = Ba^2 \omega / 2 = 20 \text{ мВ}.$$

Оскільки $(\Delta\varphi)_a \ll (\Delta\varphi)_b$, то

$$\Delta\varphi = (\Delta\varphi)_a + (\Delta\varphi)_b \approx 20 \text{ мВ}.$$

Задача 18. По двох гладеньких мідних шинах, встановлених під кутом α до горизонту, ковзає під дією сили тяжіння перетинка маси m . Шини замкнуті на опір R . Відстань між шинами l . Система перебуває в однорідному магнітному полі B , перпендикулярному до площини, в якій переміщається перетинка. Опір шин, перетинки і ковзких контактів, а також самоіндукції контуру нехтовно малі. Знайти усталену швидкість перетинки.

Розв'язання.



Оскільки за умовою швидкість $\vec{v}$ стала, то алгебраїчна сума всіх сил, що діють на перетинку, дорівнює нулю.

Під час руху перетинки виникає ЕРС індукції та індукційний струм. На провідник зі струмом діє

сила Ампера:

$$F_A = I l B = l \frac{\mathcal{E}_i}{R} B = \frac{l}{R} B l v B = \frac{l^2 B^2}{R} v.$$

Складова сили тяжіння в напрямі скозання $mg \sin \alpha$. Ці сили рівні і протилежні за напрямом:

$$mg \sin \alpha = \frac{l^2 B^2}{R} v.$$

$$\text{Звідси } v = \frac{R}{l^2 B^2} mg \sin \alpha .$$

Задача 19. У довгому прямому соленоїді з радіусом перерізу a та числом витків на одиницю довжини n змінюють струм зі сталою швидкістю $\dot{I}$ А/с. Знайти модуль напруженості вихрового електричного поля як функцію відстані r від осі соленоїда. Зобразити приблизний графік цієї залежності.

Розв'язання.

Оскільки магнітне поле прямого соленоїда має осьову симетрію, лінії напруженості вихрового електричного поля мають форму кіл з центрами на осі соленоїда. Теорема про циркуляцію вихрового електричного поля уздовж осьової лінії, має вигляд:

а) усередині соленоїда

$$E \cdot 2\pi r = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d(BS)}{dt} = S \frac{dB}{dt} = \pi r^2 \mu_0 n \dot{I} \quad (r < a)$$

(оскільки $B = \mu_0 n I$). Звідси $E = \frac{1}{2} \mu_0 n \dot{I} r$.

б) зовні соленоїда

$$E \cdot 2\pi r = \frac{d}{dt}(B\pi a^2) = \pi a^2 \mu_0 n \dot{I} . \text{ Звідки } E = \frac{1}{2r} \mu_0 a^2 \dot{I} n \quad (r > a) .$$

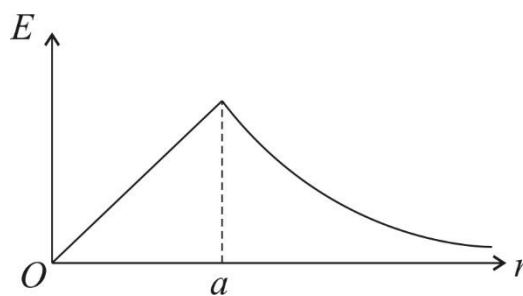


Рис. 44

Задача 20. Між полюсами електромагніту поміщена невеличка котушка, розташована так, що осі котушки та полюсних наконечників магніту співпадають. Площа поперечного перерізу котушки $S = 3,00 \text{ мм}^2$, число витків $N = 60$. При повороті котушки на 180° через з'єднаний з нею балістичний

гальванометр протікає заряд $q = 4,50 \text{ мкКл}$. Визначити напруженість поля H між полюсами. Опір котушки, гальванометра та з'єднувальних проводів $R = 40,0 \text{ Ом}$.

Розв'язання.

$$dq = Idt = \frac{\varepsilon}{R} dt = \frac{dt}{R} \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d\Phi}{R},$$

$$q = \frac{1}{R} \int d\Phi = \frac{\Delta\Phi}{R} = \frac{2SB}{R} = \frac{2S\mu_0 HN}{R},$$

$$H = \frac{Rq}{2S\mu_0 N} = 400 \text{ кА/м}.$$

Відповідь: $H = \frac{Rq}{2S\mu_0 N} = 400 \text{ кА/м}$

Задача 21. Магнітний потік через нерухомий контур з опором R змінюється протягом часу τ за законом $\Phi = at(2t - \tau)$. Зайти кількість тепла, виділеного в контурі за цей час. Індуктивністю контуру знехтувати.

Розв'язання.

$$\varepsilon = -\Phi'(t) = a(2t - \tau),$$

$$dQ = \frac{\varepsilon^2}{R} dt = \frac{a^2}{R} \int_0^\tau (2t - \tau)^2 dt,$$

$$Q = \frac{a^2}{R} \int_0^\tau (2t - \tau)^2 dt = \frac{a^2}{3R} \tau^3.$$

Відповідь: $Q = \frac{a^2}{3R} \tau^3.$

Задача 22. Скільки метрів тонкого проводу треба взяти для виготовлення соленоїда довжиною $l = 100 \text{ см}$ з індуктивністю $L = 1,0 \text{ мГн}$, якщо діаметр перерізу соленоїда значно менший від його довжини?

Розв'язання.

Очевидно, що шукана довжина дроту:

$$l = N \cdot 2\pi R, \quad (1)$$

де N – число витків соленоїда, R – радіус витка.

$$\text{Індуктивність соленоїда: } L = \mu_0 \frac{N^2}{l} \pi R^2. \quad (2)$$

$$\text{З (1) і (2) легко дістати } l = \sqrt{\frac{4\pi l L}{\mu_0}} = 100 \text{ м.}$$

Відповідь: $l = 100 \text{ м.}$

Задача 23. Вичислити сталу часу τ прямого соленоїда завдовжки $l = 1,0 \text{ м}$, що має одношарову обмотку з мідного проводу масою $m = 1,0 \text{ кг}$. Вважається, що діаметр перерізу соленоїда значно менший його довжини.

Примітка. Сталою часу τ називають відношення L/R , де L – індуктивність, R – активний опір.

Розв'язання.

Опір проводу $R = \rho_e \frac{l_{np}}{S_{np}}$, де ρ_e – питомий опір міді, l_{np} – довжина проводу, S_{np} – площа перерізу проводу. Маса проводу $m = l_{np} S_{np} \rho_0$, де ρ_0 – густина міді. Отже, $S_{np} = \frac{m}{\rho_0 l_{np}}$.

Останнє співвідношення підставляємо в вираз для опору. Тоді

$$R = \rho_e \rho_0 \frac{l_{np}^2}{m}. \quad (1)$$

Індуктивність соленоїда:

$$L = \mu_0 \frac{N^2}{l} S, \quad (2)$$

де S – площа поперечного перерізу соленоїда.

Виразимо її через l_{np} і N . Довжина витків $2\pi r_g = l/N$, тож $r_g = l/2\pi N$, а відтак площа перерізу соленоїда $S = \pi r_g^2 = l_{np}^2 / 4\pi N^2$. Підставивши останнє в (2), дістанемо

$$L = \mu_0 \frac{N^2}{l} \frac{l_{np}^2}{4\pi N^2} = \frac{\mu_0 l_{np}^2}{4\pi l}. \quad (3)$$

Поділивши (3) на (1), отримаємо сталу часу

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{\mu_0 l_{np}^2}{4\pi l} \frac{m}{l_{np}^2 \rho \rho_0} = \frac{\mu_0 m}{4\pi l \rho \rho_0} = 0,7 \text{ мс}.$$

Відповідь: $\tau = 0,7 \text{ мс}$.

Задача 24. Знайти індуктивність одиниці довжини кабелю, який являє собою два тонкостінних металеві циліндри, якщо радіус зовнішнього циліндра в $\eta = 3,6$ разів більший від радіуса внутрішнього. Магнітну проникність середовища вважати рівною одиниці.

Розв'язання.

Лінії вектора $\vec{B}$ – це концентричні кола з центрами на осі циліндрів. На відстані r від осі поля магнітна індукція дорівнює:

$$B(r) = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I}{r}.$$

Через заштриховану площадку шириною dr і висотою h пройде магнітний потік

$$d\Phi = B(r)dS = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I}{r} h dr.$$

Потік, що пройде через всю площу перерізу між циліндрами,

$$\Phi = \int \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I}{r} h dr = \frac{\mu_0 \mu I}{2\pi} h \ln \frac{R_2}{R_1}.$$

Індуктивність на одиницю довжини:

$$L_1 = \frac{\Phi}{Ih} = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi} \ln \eta = 0,26 \text{ мкГн/м}.$$

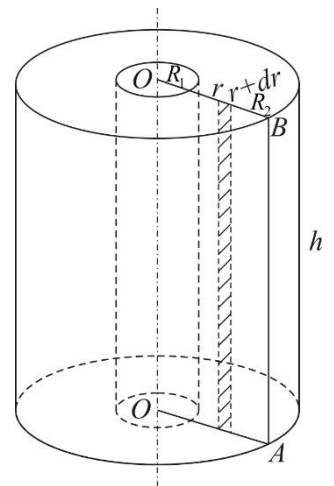


Рис. 45

$$\text{Відповідь: } L_1 = \frac{\Phi}{Ih} = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi} \ln \eta = 0,26 \text{ мкГн/м.}$$

Задача 25. Надпровідне кругле кільце радіуса a , яке має індуктивність L , розташоване в однорідному магнітному полі з індукцією B . Площина кільця паралельна вектору $\vec{B}$, і струм у кільці дорівнює нулю. Потім площину кільця повернули на 90° у положення, перпендикулярне полю. Знайти:

- а) струм у кільці після повороту;
- б) роботу, виконану при цьому.

Розв'язання.

$$\text{а) } \Phi = LI, \text{ або } \pi a^2 B = LI, \text{ звідки } I = \frac{\pi a^2 B}{L}.$$

$$\text{б) виконана робота: } A = \frac{LI^2}{2} = \frac{\pi^2 a^4 B^2}{2L}.$$

Задача 26. Знайти закон зміни у часі струму, який тече через індуктивність L у схемі на рисунку після замикання ключа K в момент $t = 0$.

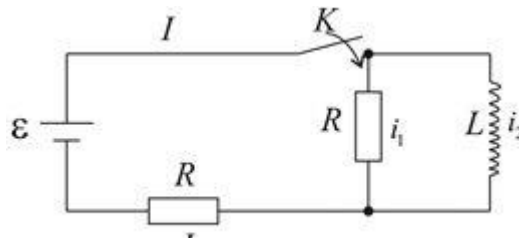


Рис. 46

Розв'язання.

Напишемо рівняння Кірхгофа:

$$i = i_1 + i_2 \quad (1)$$

$$\varepsilon = i_1 R + i R \quad (2)$$

$$\varepsilon - L \frac{di_2}{dt} = i R \quad (3)$$

$$(3) \text{ перепишемо, згідно з (1): } \varepsilon - L \frac{di_2}{dt} = (i_1 + i_2) R = i_1 R + i_2 R.$$

Згідно з (1) перепишемо (2) так: $\varepsilon = i_1 R + (i_1 + i_2) R = 2i_1 R + i_2 R$,

звідси

$$i_1 R = \frac{\varepsilon - i_2 R}{2} \quad (4)$$

Тепер використаємо (3), (1) і (4):

$$\varepsilon - L \frac{di_2}{dt} = Ri_1 + Ri_2 = \frac{\varepsilon - Ri_2}{2} + Ri_2 = \frac{\varepsilon}{2} + \left(R - \frac{R}{2}\right)i_2 = \frac{\varepsilon}{2} + i_2 \frac{R}{2}.$$

Далі $L \frac{di_2}{dt} = \varepsilon - \frac{\varepsilon}{2} - \frac{R}{2}i_2 = \frac{\varepsilon}{2} - \frac{R}{2}i_2 = \frac{1}{2}(\varepsilon - i_2 R),$

$$\frac{di_2}{dt} = -\frac{1}{2L}(Ri_2 - \varepsilon) = -\frac{R}{2L}\left(i_2 - \frac{\varepsilon}{R}\right),$$

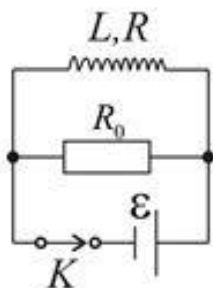
$$\frac{di_2}{i_2 - \varepsilon/R} = -\frac{R}{2L}dt,$$

$$\ln\left(i_2 - \frac{\varepsilon}{R}\right) = -\frac{R}{2L}t + \ln const,$$

При $t = 0$ $i_2 = 0$, тому $const = -\frac{\varepsilon}{R}$.

$$i_2 = \frac{\varepsilon}{R}\left(1 - e^{-\frac{Rt}{2L}}\right).$$

Відповідь: $i_2 = \frac{\varepsilon}{R}\left(1 - e^{-\frac{Rt}{2L}}\right).$



Задача 27. Котушка з індуктивністю $L = 2,0 \text{ мкГн}$ та опором $R = 1,0 \text{ Ом}$ підключена до джерела постійного струму з ЕРС $\varepsilon = 3,0 \text{ В}$. Паралельно до котушки ввімкнений опір $R_0 = 2,0 \text{ Ом}$. Знайти кількість тепла, що виділилося в котушці після розімкнення ключа K . Внутрішнім опором джерела знехтувати.

Розв'язання.

Після відключення джерела струму тепло Q буде виділяється за рахунок магнітної енергії котушки. Тому,

$$\frac{Li_1^2}{2} = Q_1 + Q_0 = Q_1 \left(1 + \frac{Q_0}{Q_1} \right),$$

де Q_1 - тепло, що виділилося в котушці, Q_0 - тепло що виділилося на опорі R_0

. Звідки маємо $Q_1 = \frac{Li_1^2}{2} \cdot \frac{1}{1 + Q_0/Q_1}$. (1)

Врахуємо, що струм у котушці до розмикання $i_1 = \varepsilon/R$, а після розмикання струми i в котушці, та в опорі R_0 однакові. Для кожного з опорів маємо: $Q_1 = i^2 R t$, $Q_0 = i^2 R_0 t$, тому $\frac{Q_0}{Q_1} = \frac{R_0}{R}$. Отже, формула (1) дістає

вигляду: $Q_1 = \frac{L\varepsilon^2}{2R^2} \cdot \frac{1}{1 + R_0/R} = 3 \text{ мкДж}$.

Відповідь: $Q_1 = \frac{L\varepsilon^2}{2R^2} \cdot \frac{1}{1 + R_0/R} = 3 \text{ мкДж}$.

Задача 28. Довгий циліндр радіуса a , заряджений рівномірно, обертається навколо своєї осі з кутовою швидкістю ω . Знати енергію магнітного поля на одиницю довжини циліндра, якщо лінійна густина заряду циліндра дорівнює λ і $\mu = 1$.

Розв'язання.

Магнітна індукція на поверхні циліндра $B = \mu_0 n I_{витка} = \mu_0 I_1$, де I_1 – сила струму, утвореного обертанням зарядженого циліндра одиничної довжини. Очевидно, що $I_1 = \lambda n = \lambda \frac{\omega}{2\pi}$. Тоді $B_1 = \mu_0 \lambda \frac{\omega}{2\pi}$.

Густина енергії магнітного поля:

$$\omega_m = \frac{B_1^2}{2\mu_0} = \frac{1}{2\mu_0} \mu_0^2 \lambda^2 \frac{\omega^2}{4\pi^2} = \frac{\mu_0 \lambda^2 \omega^2}{8\pi^2}.$$

Енергія в об'ємі циліндра $\pi a^2 l$ (де l – його довжина):

$$W = \pi a^2 l \omega_m = \pi a^2 l \frac{\mu_0 \lambda^2 \omega^2}{8\pi^2} = l \frac{a^2 \mu_0 \lambda^2 \omega^2}{8\pi},$$

а енергія магнітного поля на одиницю довжини циліндра:

$$W_1 = \frac{W}{l} = \frac{a^2 \mu_0 \lambda^2 \omega^2}{8\pi}.$$

Відповідь: $W_1 = \frac{W}{l} = \frac{a^2 \mu_0 \lambda^2 \omega^2}{8\pi}.$

3.ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛИВАННЯ.

3.1. Коливальний контур. Власні електричні коливання.

Коливальним контуром називають електричне коло, що складається з конденсатора з ємністю C , котушки з індуктивністю L і провідника з опором R , в якому можуть збуджуватись електричні коливання.

Під електричними коливаннями розуміють періодичні зміни заряду конденсатора і силу струму в котушці індуктивності. Із зарядом конденсатора і струмом у котушці пов'язані, відповідно електрична і магнітна енергії. Тому періодичним змінам заряду і струму відповідають зміни енергії, тобто виникають електромагнітні коливання.

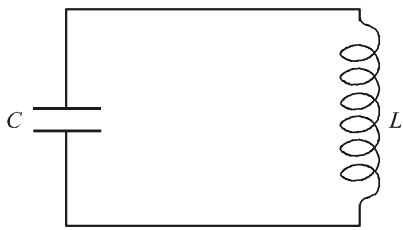


Рис. 48

Розглядаємо ідеалізований коливальний контур з зосередженими параметрами C і L , при $R = 0$.

Увімкнемо заряджений конденсатор C в коло із соленоїдом L (рис. 48). Конденсатор почне

розряджатися через соленоїд, але струм не одразу набуває свого максимального значення, оскільки в

котушці виникає ЕРС самоіндукції та індукційний струм, що спрямовані проти основного струму. Розрядка конденсатора уповільнюється. Коли струм через котушку починає зменшуватися, виникає ЕРС самоіндукції та індукційний струм, що підтримує зникаючий струм і перезаряджає конденсатор. Процес

розрядки конденсатора починається знову. Виникає розрядний струм протилежного напрямку. Процеси в коливальному контурі повторюються. Виникають власні електричні коливання в контурі.

В кожний момент часу напруга на ємності U_c дорівнює ЕРС на індуктивності : $U_c = \varepsilon_{\text{інд.}}$, де $U_c = \frac{q}{C}$, $\varepsilon_{\text{інд.}} = -L \frac{dI}{dt}$.

Тоді отримаємо рівняння : $\frac{q}{C} + L \frac{dI}{dt} = 0$.

Після диференціювання цього рівняння, отримаємо рівняння для струму в контурі :

$$L(d^2 I / dt^2) + I / C = 0.$$

Розв'язавши це рівняння, отримаємо залежність струму в контурі від часу:

$$I(t) = I_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0),$$

де $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ - циклічна частота власних коливань в контурі , $T = 2\pi/\omega_0 = 2\pi\sqrt{LC}$ - період коливань.

Заряд конденсатора змінюється з часом за законом:

$$Q(t) = \int_0^t I(t) dt = I_0/\omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

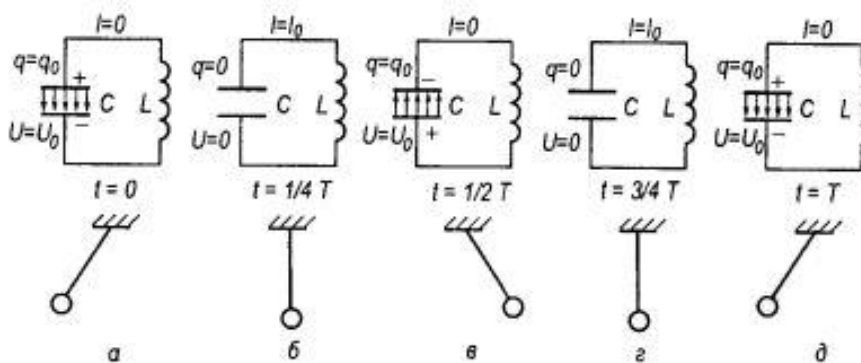


Рис.44

Час T , протягом якого відбувається повний цикл змін заряду та струму і контур повертається в початковий стан, називається періодом електричних коливань . Можна провести аналогію між електричними коливаннями в контурі та механічними коливаннями маятника (рис.39), поставивши у відповідність

електричній енергії конденсатора потенціальну енергію маятника, а магнітній енергії котушки – кінетичну енергію маятника.

Знаючи, що енергія конденсатора дорівнює $W = Q^2/2C$, отримаємо залежність цієї енергії від часу :

$$W_C(t) = (I_0^2 / 2C\omega_0^2) \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0) = W_0 \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0),$$

де $W_0 = I_0^2 / 2C\omega_0^2$ - амплітудне значення енергії конденсатора.

Але повна енергія коливального контуру залишається сталою. Тому певну енергію має індуктивність. В ті моменти часу, коли енергія конденсатора максимальна, струм дорівнює нулю, тоді вся енергія коливального контуру зосереджена в конденсаторі. Повна енергія коливального контуру при цьому дорівнює : $W = I_0^2 / 2C\omega_0^2$.

Згідно закону збереження енергії, енергія котушки в кожний момент часу дорівнює різниці між повною енергією та енергією конденсатора в цей момент часу :

$$W_L(t) = (I_0^2/2C\omega_0^2) - (I_0^2/2C\omega_0^2)\cos^2(\omega_0 t + \varphi_0) = (I_0^2/2C\omega_0^2) \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0)$$

Враховуючи, що $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$, маємо :

$$W_L(t) = LI_0^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0) / 2 = LI^2(t) / 2$$

Останній вираз $W_L(t) = LI^2(t) / 2$ є енергією довільного соленоїда, крізь який тече струм I . Цей вираз можна перетворити, зробивши заміну : $L = \mu_0 \mu SN^2 / l$.

$$W_L = \mu_0 \mu SN^2 I^2 / 2l = (\mu_0 \mu IN / 2l) \cdot (IN / l) \cdot (Sl) = BHV / 2 ,$$

де $B = \mu_0 \mu IN / l$ - магнітна індукція в соленоїді,

$H = NI / l$ - напруженість магнітного поля в соленоїді,

$V = Sl$ - об'єм соленоїда, тобто об'єм, в якому маємо магнітне поле.

Густина енергії магнітного поля $\omega_M = BH / 2$, а енергія магнітного поля в об'ємі V дорівнює:

$$W_M = \int_V \omega_M dV = \int_V (BH/2) dV$$

Враховуючи, що густина енергії електричного поля дорівнює: $\omega_e = ED/2$, отримаємо вираз для густини енергії електромагнітного поля:

$$\omega_{em} = (ED/2) + (BH/2).$$

3.2. Згасаючі електричні коливання

В реальному коливальному контурі $R \neq 0$, тому електромагнітна енергія переходить в теплову. Електричні коливання в контурі описуються рівнянням:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0$$

де $\beta = R/2L$ – коефіцієнт згасання, $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ – циклічна частота коливань.

Розв'язок рівняння затухаючих коливань має вигляд:

$$q = q_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha),$$

де $\omega = (\omega_0^2 - \beta^2)^{1/2}$ – циклічна частота згасаючих коливань.

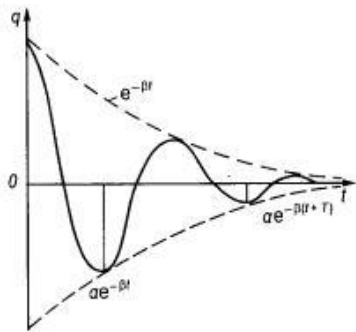


Рис. 50

$q = q_0 e^{-\beta t}$ – амплітуда згасаючих коливань, яка спадає за експоненціальним законом (рис.40). Час, протягом якого амплітуда досягає двох максимумів, називається періодом згасаючих коливань. Час, протягом якого амплітуда зменшується в e разів, називається часом згасання: $\tau = 1/\beta$.

Згасаючі коливання характеризують логарифмічним **декрементом згасання**, який дорівнює логарифму відношення амплітуд, розділених в часі в один період:

$$\delta = \ln \frac{ae^{-\beta t}}{ae^{-\beta(t+T)}}$$

В радіотехніці крім логарифмічного декременту згасання використовують **добротність контуру**:

$$Q = \frac{\pi}{\delta} = \pi N$$

де N – число коливань, протягом яких амплітуда загасаючих коливань зменшується в e разів.

Якщо $(\omega_0^2 - \beta^2) = 0$, то період згасаючих коливань стає нескінченним, коливань за цієї умови не відбувається і процес називають аперіодичним.

При зміні заряду за такими самими законами змінюється напруга на конденсаторі.

3.3. Вимушені електричні коливання

В реальному контурі електричні коливання поступово згасають. Щоб отримати незгасаючі коливання послідовно з елементами контуру треба увімкнути змінну ЕРС, тоді будуть виникати вимушені електричні коливання. Нехай коливання відбуваються під дією ЕРС, яка змінюється за законом :

$\varepsilon = \varepsilon_0 \cos \omega t$. За II правилом Кірхгофа можна записати рівняння:

$$U_C + IR = \varepsilon_c + \varepsilon_0,$$

де $U_C = q/C$ – напруга на конденсаторі, $\varepsilon_c = -L \frac{dI}{dt}$ – ЕРС самоіндукції в котушці з індуктивністю L . Рівняння можна перетворити так:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = \frac{\varepsilon_0}{L} \cos \omega t$$

Це неоднорідне диференціальне рівняння вимушених коливань в коливальному контурі. Загальний розв’язок такого неоднорідного рівняння є сумою розв’язку однорідного диференціального рівняння і частинного розв’язку неоднорідного диференціального рівняння. Розв’язком однорідного рівняння є затухаючі коливання, тому через час ними можна знехтувати. Частинний розв’язок неоднорідного рівняння має вигляд: $q = q_m \cos(\omega t + \varphi)$, де q_m – амплітуда усталених коливань, φ – зсув фаз між змінами заряду і зовнішньої ЕРС.

Значення амплітуди вимушених коливань q_m і кута φ визначають так:

$$q_m = \frac{\varepsilon_0/L}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 - 4\beta^2\omega^2}}, \quad \operatorname{tg} \varphi = -\frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}.$$

Таким чином, вимушені коливання є гармонічними і не залежать від початкових умов.

Якщо поділити заряд на ємність конденсатора, то отримаємо закон зміни напруги на конденсаторі при вимушених коливаннях:

$$U_C = \frac{q}{C} = \frac{q_m}{C} \cos(\omega t + \varphi) = U_{mC} \cos(\omega t + \varphi)$$

Після диференціювання за часом закону зміни заряду, отримаємо закон зміни сили струму в контурі при вимушених коливаннях:

$$I = \frac{dq}{dt} = -\omega q_m \sin(\omega t + \varphi) = I_m \cos(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2})$$

Амплітуда сили струму в цьому випадку має вигляд:

$$I_m = \omega q_m = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

Резонансна частота заряду і напруги на конденсаторі визначається виразом:

$$\omega_q = \omega_U = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}}$$

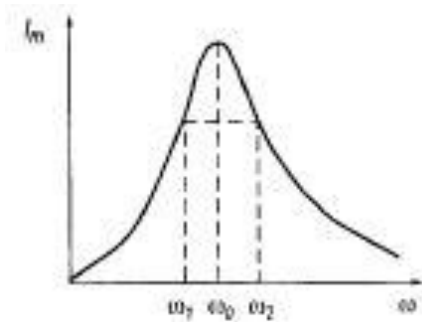


Рис. 51

Амплітуда сили струму I_m матиме максимальне значення при $(\omega L - 1/\omega C) = 0$, тобто при резонансі. Криві, що показують зміну амплітуди сили струму I_m від частоти зовнішньої ЕРС (рис.41) називаються резонансними кривими. Однією з характеристик цих кривих є значення амплітуди у максимумі.

Другою важливою характеристикою є ширина резонансної кривої, що дорівнює різниці частот $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$, для яких значення енергії коливань вдвічі менше значення енергії при частоті, для якої амплітуда струму досягає максимуму.

Резонансна частота пов'язана з добротністю Q коливального контуру:

$$Q = \omega_0 / \Delta\omega.$$

Коливання будуть найбільш інтенсивними при частоті $\omega = \omega_0$. Явище збудження інтенсивних електричних коливань в контурі під дією зовнішньої змінної ЕРС при частоті, що дорівнює або наближається до власної частоти ω_0 контуру, називається резонансом.

Явище резонансу широко використовується в техніці радіоприймання.

Приклади розв'язання задач.

Задача 29. Коливальний контур складається з котушки індуктивності L і конденсатора C . Опір котушки та з'єднувальних проводів нехтовно малий. Котушка міститься в постійному магнітному полі так, що сумарний потік, який пронизує всі витки котушки, дорівнює Φ . У момент $t=0$ магнітне поле вимкнули. Вважаючи час вимикання дуже малим порівняно з періодом власних коливань контуру, знайти струм у контурі як функцію часу t .

Розв'язання.

Оскільки час процесу зникнення магнітного потоку практично дорівнює нулеві, то в момент зникнення в контурі з'являється початковий струм $I_0 = \frac{\Phi}{L}$, і починаються електричні коливання струму

$$I = I_0 \cos \omega t = \frac{\Phi}{L} \cos \omega t.$$

В контурі $\omega = 1/\sqrt{LC}$, тому

$$I = \frac{\Phi}{L} \cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right).$$

Задача 30. Амплітуда сили струму при вільних коливаннях у коливальному контурі дорівнює 100 мА. Яка амплітуда напруги на конденсаторі, якщо ємність конденсатора $C = 1$ мкФ, а індуктивність котушки $L = 1$ Гн? Активним опором знехтувати.

Розв'язання.

За законом збереження енергії: $W_{Cm} = W_{Lm}$ або $\frac{CU_m^2}{2} = \frac{LI_m^2}{2}$.

Тоді $CU_m^2 = LI_m^2$. звідки маємо: $U_m^2 = \frac{LI_m^2}{C}$, $U_m = I_m \sqrt{\frac{L}{C}}$. $U_m = 100\text{В}$.

Відповідь: $U_m = 100\text{В}$.

Задача 31. До послідовного кола, що складається з опору $R = 100$ Ом, котушки з індуктивністю $L = 0,4$ Гн і конденсатора ємністю $C = 200$ мкФ, підключене змінне

джерело напруги з амплітудою $\varepsilon_0 = 128\text{В}$ і коловою частотою $\omega = 250\text{Гц}$. Знайти:

1) амплітуду струму в колі; 2) амплітуду напруги на конденсаторі.

Розв'язання.

Вимушені коливання струму відбуваються з амплітудою:

$$I_0 = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} = \frac{128}{\sqrt{16400}} \approx 1[\text{А}].$$

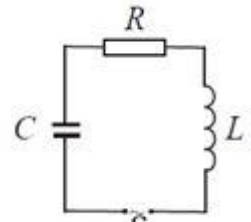


Рис. 52

Амплітуда коливань напруги на конденсаторі:

$$U_C = \frac{q_0}{C} = \frac{I_0}{\omega C}, \quad U_C = \frac{1}{250 \cdot 0,2 \cdot 0,001} = 20[\text{В}]$$

Відповідь: $U_C = 20\text{В}$.

Задача 32. Електричне коло складається з послідовно з'єднаних резистора опором $R = 1\text{ Ом}$, котушки з індуктивністю $L = 0,25\text{Гн}$ і конденсатора ємністю $C = 1\text{мкФ}$. Через скільки коливань амплітуда струму в цьому контурі зменшиться в e разів?

Розв'язання.

В контурі відбуваються загасаючі коливання з циклічною частотою:

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$$

Амплітуда коливань зменшується за законом: $A(t) = A_0 e^{-\frac{R}{2L}t}$.

За час t відбулося N повних коливань: $t = NT = \frac{2\pi N}{\omega} = \frac{2\pi N}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}}$

Амплітуда коливань зменшилася в e разів, тоді маємо

$$-\frac{R}{2L}t = -\frac{R}{2L} \frac{2\pi N}{\omega} = -1$$

Звідки знаходимо число коливань: $N = \frac{L}{\pi R} \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} \approx \frac{1000}{2\pi} \approx 159$

Відповідь: $N \approx 159$.

Задача 33. Знайти час, за який амплітуда коливань струму в контурі з добротністю $Q = 5000$ зменшиться в $\eta = 2,0$ рази, якщо частота коливань $\nu = 2,2 \text{ МГц}$.

Розв'язання.

$$\eta = \frac{A(t)}{A(t+t')} = \frac{A_0 e^{-\beta t'}}{A_0 e^{-\beta(t+t')}} = e^{\beta t'}$$

$$\beta t' = \ln \eta, \quad t' = \frac{\ln \eta}{\beta}, \quad \text{але } \lambda = \beta T, \text{ тому, } \beta = \frac{\lambda}{T}$$

$$t' = \frac{T \ln \eta}{\lambda}, \quad \text{але } Q = \frac{\pi}{\lambda}, \quad \text{або } \frac{1}{\lambda} = \frac{Q}{\pi}$$

$$t' = \frac{Q \ln \eta}{\pi \nu} = 0,5 \text{ мс}.$$

Відповідь: $t' = \frac{Q \ln \eta}{\pi \nu} = 0,5 \text{ мс}.$

Задача 34. Коливальний контур має ємність $C = 10 \text{ мкФ}$, індуктивність $L = 25 \text{ мГн}$ і активний опір $R = 1,0 \text{ Ом}$. Через скільки коливань амплітуда струму в цьому контурі зменшиться в e разів?

Розв'язання.

$$1) \quad N_e = \frac{1}{\beta T}, \quad \text{але } \beta = \frac{R}{2L}, \quad T = \frac{2\pi}{\omega}, \quad \text{тому}$$

$$N_e = \frac{2L}{R} \frac{\omega}{2\pi} = \frac{L}{\pi R} \omega. \quad (1)$$

$$2) \quad \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta} = \sqrt{\frac{1}{CL} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2} = \frac{R}{2L} \sqrt{\frac{4L}{CR^2} - 1}. \quad (2)$$

Підставивши (2) в (1), дістаємо

$$N_e = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{4L}{CR^2} - 1} = 16.$$

Відповідь: $N_e = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{4L}{CR^2} - 1} = 16$

Задача 35. На скільки відсотків відрізняється частота ω вільних коливань контуру з добротністю $Q = 5,0$ від власної частоти ω_0 цього контуру?

Розв'язання.

$$\frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0} = 1 - \frac{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}{\omega_0} = 1 - \sqrt{1 - \left(\frac{\beta}{\omega_0}\right)^2},$$

але $\frac{\beta}{\omega_0} < 1$, тому

$$\sqrt{1 - \left(\frac{\beta}{\omega_0}\right)^2} \approx 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\beta}{\omega_0}\right)^2.$$

Отже,

$$\frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0} = 1 - \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\beta}{\omega_0}\right)^2 \right] = \frac{1}{2} \left(\frac{\beta}{\omega_0}\right)^2. \quad (1)$$

Але

$$Q = \frac{\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{\beta T} = \frac{\pi \omega_0}{\beta 2\pi} = \frac{\omega_0}{2\beta},$$

звідки

$$\frac{\beta}{\omega_0} = \frac{1}{2Q}, \quad \left(\frac{\beta}{\omega_0}\right)^2 = \frac{1}{4Q^2},$$

і (1) переходить в

$$\frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0} = \frac{1}{8Q^2} = 0,5\%.$$

Відповідь: $\frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0} = \frac{1}{8Q^2} = 0,5\%$

Задача 36. Коливальний контур складається з котушки індуктивністю $L = 5,07$ мГн і конденсатора ємністю $C = 0,2$ мкФ. При якому логарифмічному декременті загасання напруга на обкладинках конденсатора за 1 мс зменшиться в три рази? Який при цьому опір контуру?

Розв'язання.

В контурі є активний опір, тому коливання загасають.

Амплітуда напруги на обкладинках конденсатора змінюється за законом:

$$U(t) = U_0 e^{-\beta t}, \text{ де } \beta = \frac{\lambda}{T}. \text{ Тоді } U(t) = U_0 e^{-\lambda t/T}, U_0 / U = e^{\lambda t/T};$$

$$\ln \frac{U_0}{U} = \frac{\lambda t}{T}, \text{ звідки } \lambda = \frac{T}{t} \ln \frac{U_0}{U}$$

$$\text{При } \beta \ll \omega_0 : T = 2\pi\sqrt{LC}. \text{ Тоді } \lambda = \frac{2\pi\sqrt{LC}}{t} \ln \frac{U_0}{U} = 0,22.$$

$$\text{Якщо } \beta = \frac{R}{2L}, R = 2L\beta = 2L\lambda/T = 2L\lambda/2\pi\sqrt{LC} = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{L}{C}} = 11,2 \text{ Ом}$$

Відповідь: при $\lambda = 0,22$ і опорі $R = 11,2$ Ом напруга зменшиться втричі.

Задача 37. У схемі на рисунку ЕРС елемента $\mathcal{E} = 2,0\text{В}$, його внутрішній опір $r = 9,0\text{Ом}$, ємність конденсатора $C = 10\text{мкФ}$, індуктивність котушки $L = 100\text{мГн}$ і опір $R = 1,0\text{Ом}$. У певний момент ключ K розімкнули. Знайти енергію коливань у контурі:

- безпосередньо до розмикання ключа;
- через $t = 0,30\text{с}$ після розмикання ключа.

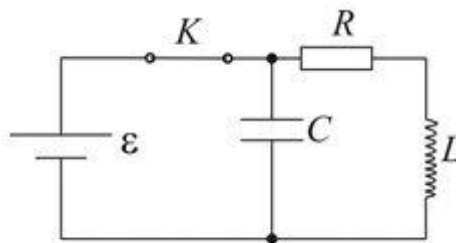


Рис. 53

Розв'язання.

а) До розмикання

$$W_0 = \frac{CU^2}{2} + \frac{LI^2}{2}, \quad (1)$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}, \quad U = IR,$$

тому

$$W_0 \frac{CR^2 I^2}{2} + \frac{LI^2}{2} = \left(\frac{I^2}{2} \right) (CR^2 + L) = \frac{\mathcal{E}^2 (CR^2 + L)}{2(R+r)^2} = 2,0 \text{ мДж}.$$

б) Після розмикання

$$W(t) = W_0 e^{-2\beta t} = W_0 e^{-2\frac{R}{2L}t} = W_0 e^{-\frac{Rt}{L}} = 0,1 \text{ мДж}.$$

Задача 38. У колі, що складається з послідовно з'єднаних резистора опором $R=20$ Ом, котушки індуктивністю $L=1$ мГн і конденсатора ємністю $C = 0,1$ мкФ, діє синусоїдальна ЕРС. Визначити частоту ЕРС, при якій амплітуда сили струму прийме максимальне значення (резонансну частоту). Знайти також діючі значення сили струму $I_{\text{д рез}}$ і напруги U_R , U_C , U_L на всіх елементах кола при резонансі, якщо при цьому діюче значення ЕРС дорівнює 30 В.

Розв'язання.

Під дією змінної ЕРС відбуваються вимушені коливання з амплітудою сили струму: $I_{\text{max}} = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}$.

При резонансі $\omega L = \frac{1}{\omega C}$, $\omega_{\text{рез.}} = \omega_0 = 1/\sqrt{LC}$.

Діючі значення струму та ЕРС зв'язані з амплітудними:

$$I_{\text{д}} = I_{\text{max}}/\sqrt{2}, \quad \mathcal{E}_{\text{д}} = \mathcal{E}_0/\sqrt{2}.$$

При резонансі: $I_{\text{д рез.}} = \frac{\mathcal{E}_{\text{д}}}{R} = 1,5 \text{ А}$, $\omega_{\text{рез.}} = 1,0 \cdot 10^5 \text{ рад/с}$.

Закон Ома для кожного елемента кола:

$$U_R = I_{\text{д рез.}} R = \frac{\mathcal{E}_{\text{д}}}{R} R = 30 \text{ В}, \quad U_L = I_{\text{д рез.}} \omega L = \frac{\mathcal{E}_{\text{д}}}{R} \omega L = 150 \text{ В}.$$

$$U_C = I_{\text{д рез.}} \frac{1}{\omega C} = 150 \text{ В}.$$

Відповідь: $I_{\text{д рез.}} = 1,5 \text{ А}$; $\omega_{\text{рез.}} = 1,0 \cdot 10^5 \text{ рад/с}$; $U_R = 30 \text{ В}$; $U_L = 150 \text{ В}$; $U_C = 150 \text{ В}$.

Задача 39. Коливальний контур складається з котушки індуктивністю $L=0,5$ Гн, конденсатора ємністю $C = 2$ пФ і активного опору $R=2$ Ом. На скільки відсотків зменшується енергія цього контуру за час одного коливання?

Розв'язання.

Відносне зменшення енергії за одне коливання: $k = \frac{\Delta W}{W} \cdot 100\%$.

Зменшення енергії за період характеризують добротністю:

$Q = 2\pi \frac{W}{\Delta W}$ або $Q = \pi/\lambda$, де $\lambda = \beta T = \frac{R}{2L} T$ – логарифмічний декремент загасання.

Тоді маємо: $\frac{\Delta W}{W} = 2\lambda = \frac{RT}{L}$, $k = \frac{RT}{L} \cdot 100\% = 0,0025\%$.

Відповідь: $k = 0,0025\%$.

Задача 40. Батарея складається з двох однакових конденсаторів, ємністю $C = 8$ нФ кожен, з'єднаних паралельно. Її заряджають від джерела постійного струму до напруги $U_{\max} = 100$ В і підключають до котушки індуктивності $L = 10$ мкГн. Визначити період коливань, що виникають в контурі, та силу струму в момент, коли напруга на батареї конденсаторів $U = 60$ В.

Розв'язання.

Період коливань в контурі визначаємо за формулою Томпсона: $T = 2\pi\sqrt{LC}$

При паралельному з'єднанні конденсаторів $C = 2C_0$. Тоді

$$T = 2\pi\sqrt{LC_0} = 2,5 \text{ мкс.}$$

Рівняння закону збереження енергії в контурі має вигляд:

$$\frac{2C_0 U^2}{2} + \frac{Li^2}{2} = \frac{2C_0 U_{\max}^2}{2}$$

Звідки миттєве значення сили струму:

$$i = \sqrt{\frac{2C_0(U_{\max}^2 - U^2)}{L}} = 3,2 \text{ А.}$$

Відповідь: $T = 2,5$ мкс, $i = 3,2$ А.

4. ЕЛЕКТОРМАГНІТНЕ ПОЛЕ. ТЕОРІЯ МАКСВЕЛА.

4.1. Вихрове електричне поле.

Джерелами електричного поля можуть бути електричні заряди або змінні в часі магнітні поля. В першому випадку електричне поле є потенціальним і описується законом Кулона. Циркуляція напруженості E поля по довільному

замкнутому контуру дорівнює нулю: $\oint E dL = 0$. Силкові лінії таких електричних полів незамкнені: вони починаються на позитивних зарядах, а закінчуються на негативних зарядах або на нескінченності. З цієї причини не може бути забезпечений рух електричних зарядів у провідниках, тобто електричний струм. Щоб виникав та існував тривалий час електричний струм в замкнутому колі необхідне джерело сторонніх сил, тоді $\oint E dL = \varepsilon$. Електричне поле, що виникає при проходженні струму в замкнутому колі, відрізняється від електростатичного поля. Лінії напруженості E цього поля замкнені вздовж провідного контуру, тому циркуляція E по такому контуру не дорівнює нулю: $\oint E dL \neq 0$. Такі електричні поля називають вихровими.

Електричні поля, що збуджуються змінними магнітними полями, також є вихровими. Для таких полів циркуляція по контуру не дорівнює нулю, а дорівнює швидкості зміни магнітного потоку, що пронизує поверхню, яка спирається на контур інтегрування : $\oint E dL = - \frac{d\Phi}{dt} = - \frac{d}{dt} \int B dS$. Такі вихрові електричні поля обумовлюють рух електричних зарядів вздовж провідників, що вміщені в це поле, тобто можуть спричинити виникнення індукційних струмів.

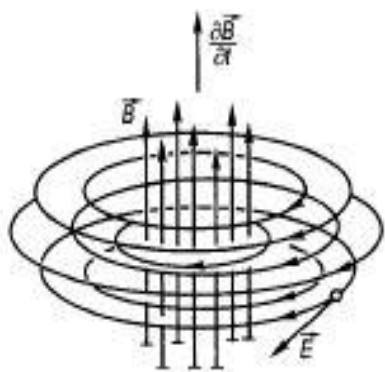


Рис.54

Першу теорію електромагнітного поля запропонував Дж. Максвел. Теорія базувалася на експериментальних і теоретичних дослідженнях явища електромагнітної індукції та магнітного поля. За уявленнями Дж. Максвела будь-яке змінне магнітне поле збуджує в оточуючому просторі вихрове електричне поле, незалежно від того, чи є там провідний контур.

Контур лише дозволяє виявляти це вихрове електричне поле.

Отже вихрове електричне поле існує всюди, де є змінне магнітне поле.

Силкові лінії цього поля замкнені, воно здатне створювати індукційний струм в провідниках. Тоді загальний вираз напруженості електричного поля має такий вигляд:

$$E = E_q + E_v, \text{ де } E_q - \text{напруженість електростатичного поля,}$$

E_B - напруженість вихрового електричного поля.

Зв'язок між зміною магнітного поля ($\frac{\partial B}{\partial t}$) і напруженістю E вихрового електричного поля схематично показаний на рис.54. Напрямок ліній E відповідає правилу Ленца, це також відображено знаком “-” у загальній формулі закону електромагнітної індукції

$$\oint E dL = - \int \frac{\partial B}{\partial t} dS$$

Гіпотеза Максвела полягала в тому, що аналогічне співвідношення існує між зміною вихрового електричного поля і змінним магнітним полем:

$$\oint H dL = \frac{\partial}{\partial t} \int D dS$$

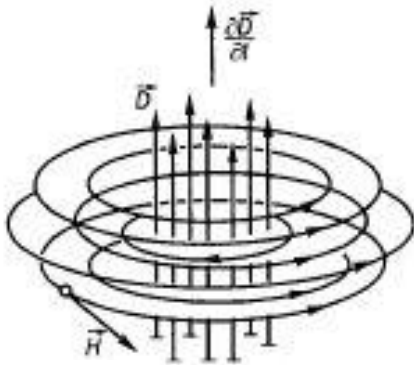


Рис. 55

Зв'язок між зміною індукції D електричного поля і напруженістю H вихрового магнітного поля показаний на рис.55. Напрямок H і $\frac{\partial D}{\partial t}$ відповідає правилу правого гвинта. Вихрове магнітне поле створюється також струмами провідності:

$$\oint H dL = \int j dS$$

Об'єднавши обидва випадки, можна записати:

$$\oint_L H dL = \int_S j dS + \int_S \frac{\partial D}{\partial t} dS$$

Таким чином у природі існує два джерела магнітного поля: струми провідності та вихрове електричне поле. Оскільки вихрове електричне поле створює магнітне поле як і струми провідності, то Дж. Максвел запропонував особливий **струм зміщення** $I_{зм.} = \int_S \frac{\partial D}{\partial t} dS$, який існує всюди, де є вихрові електричне і магнітне поля. З усіх фізичних властивостей струмів провідності Максвел струму зміщення надав лише одну - властивість створювати в зовнішньому просторі магнітне поле. За Максвелом при розрахунках магнітних полів у формули треба підставляти суму густини струму провідності та густини струму зміщення $j_{зм.} = \frac{\partial D}{\partial t}$.

Оскільки $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$, маємо: $j_{\text{зм}} = \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial t}$.

Доданок $(\frac{\partial P}{\partial t})$ називають поляризаційним струмом зміщення, оскільки він пов'язаний із зміщенням зв'язаних електричних зарядів в атомах діелектриків і має певну аналогію зі струмом провідності.

Складова $\epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}$ – це чистий струм зміщення, який може існувати не тільки в діелектриках, а і у вакуумі. Ніяких аналогів струму ця складова немає, тому назва формальна. Єдина спільна властивість зі струмами – це збудження магнітного поля, що створюється струмами провідності та зміною електричного поля $\epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}$.

Теорія Максвелла мала експериментальне підтвердження. Вихрове магнітне поле, лінії якого охоплюють силові лінії змінного електричного поля, виявлено між обкладинками конденсатора в колі змінного струму і експериментально доведено, що індукція $\mathbf{B}$ цього поля дорівнює індукції магнітного поля навколо підвідних провідників.

4.2. Рівняння Дж. Максвелла.

Дж. Максвелл створив єдину теорію електромагнітного поля. Електромагнітне поле – форма матерії, через яку здійснюється в природі взаємодія між електрично зарядженими частинками. Згідно з цією теорією заряджені частинки або струми створюють в оточуючому їх просторі особливе поле, що діє на будь-яку іншу заряджену частинку або струм певними силами. В кожній точці таке поле характеризується енергією, імпульсом, тощо. Електромагнітне поле може існувати незалежно від своїх джерел, поширюючись у просторі у вигляді електромагнітних хвиль, швидкість яких у вакуумі $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

У вакуумі електромагнітне поле характеризують вектори напруженості електричного поля $\mathbf{E}$ та індукції магнітного поля $\mathbf{B}$. В середовищі електромагнітне поле характеризують вектори електричної індукції (електричного зміщення) $\mathbf{D}$ і напруженості магнітного поля $\mathbf{H}$.

В будь-якому середовищі електромагнітне поле описується системою рівнянь Максвелла, які дають можливість визначати силові характеристики електричного і магнітного полів та зв'язок між ними.

У класичній електродинаміці рівняння Максвелла відіграють таку ж роль, як і закони Ньютона в класичній теорії механіки. Рівняння Максвелла є узагальненням експериментально знайдених закономірностей і не доводяться, а мають характер аксіом.

Рівняння Максвелла, що описують електромагнітне поле, можуть бути записані в інтегральній та диференціальній формах. Ці форми практично еквівалентні, хоча інтегральна трошки ширша, так як клас функцій для інтегрування ширший класу функцій для диференціювання. В інтегральній формі рівняння Максвелла записують так :

$$\oint_L \mathbf{H} d\mathbf{l} = \int_S \mathbf{j} d\mathbf{S} + \int_S \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} d\mathbf{S}, \quad (4.1)$$

$$\oint_L \mathbf{E} d\mathbf{l} = - \int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} d\mathbf{S}, \quad (4.2)$$

$$\oint_S \mathbf{B} d\mathbf{S} = 0, \quad (4.3)$$

$$\oint_L \mathbf{D} d\mathbf{S} = \int_V \rho dV, \quad (4.4)$$

де $\mathbf{j}$ та ρ - відповідно, густина струму та густина заряду.

Рівняння (1) є узагальненням теореми про циркуляцію $\mathbf{H}$, з якого, зокрема, витікає закон Біо - Савара - Лапласа. Рівняння (2) - закон електромагнітної індукції. Рівняння (4) - теорема Гауса для вектора електричного зміщення $\mathbf{D}$. З рівняння (3) (теореми Гауса для $\mathbf{B}$) можна зробити висновок про відсутність у природі магнітних зарядів.

Перейдемо до диференціального запису рівнянь Максвелла. Для цього напишемо теорему Стокса.

Теорема Стокса. Нехай контур L є границею поверхні S , вдовж якої визначена векторна функція $\mathbf{A}$. Тоді циркуляція векторного поля $\mathbf{A}$ по

замкнутому контуру L дорівнює потоку ротора $\mathbf{A}$ через поверхню S , що спирається на контур L :

$$\oint_L \mathbf{A}_n dl = \iint_S \text{rot}_n \mathbf{A} dS.$$

Доведення.

Розіб'ємо поверхню S на малі елементи ΔS_k , кожний з яких являє собою гладку плоску ділянку. При такому розбитті контуру L визначається сума циркуляцій ΔL_k по окремим ділянкам поверхні, яка дорівнює циркуляції по вихідному контуру.

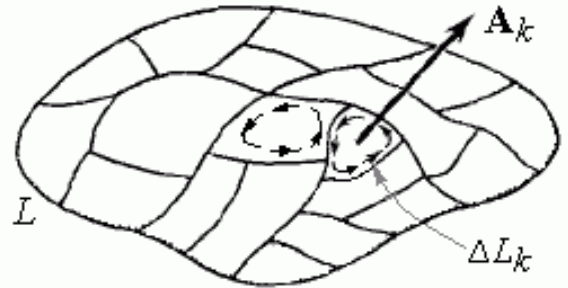


Рис. 56 Контур L , який є границею деякої поверхні S , розбитий на безліч малих контурів ΔL_k , що містяться на поверхні S

За визначенням ротора, циркуляцію вектора $\mathbf{A}$ вдовж нескінченно малого контуру

ΔL_k , що є границею елемента поверхні ΔS_k , можна уявити у вигляді

$$\oint_{\Delta L_k} \mathbf{A}_l dl = \text{rot}_n \mathbf{A} \cdot \Delta S_k,$$

де ΔS_k – площа елемента ΔS_k ; $\text{rot}_n \mathbf{A}$ – проекція $\text{rot} \mathbf{A}$ на нормаль $\mathbf{n}$ до ΔS_k . Сумування за всіма елементами ΔS_k дає в лівій частині цього рівняння циркуляцію вектора $\mathbf{A}$ по контуру L , а в правій – інтегральну суму, що відповідає поверхневому інтегралу другого роду від ротора $\mathbf{A}$.

Розбиття контуру на петлі нескінченно малих розмірів забезпечує виконання точного рівняння між циркуляцією векторного поля $\mathbf{A}$ і потоком ротора $\mathbf{A}$ через поверхню, що спирається на контур. Що і вимагалось довести. Перейдемо до диференціального запису рівняння (1). Для цього напишемо теорему Стокса для вектора $\mathbf{H}$: $\oint_L \mathbf{H} dl = \iint_S \text{rot} \mathbf{H} dS$. Тоді рів. (1) має вигляд:

$$\oint_S \text{rot} \mathbf{H} dS = \int_S \mathbf{j} dS + \int_S \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} dS$$

або

$$\text{rot} \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

З рівняння (1) видно, що вихрове магнітне поле створюється струмом провідності та струмом зміщення.

Аналогічно можна перетворити рів.(2) і записати його у вигляді:

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}.$$

Узагальнений зміст закону електромагнітної індукції полягає в тому, що будь-яка зміна в часі магнітного поля викликає збудження вихрового електричного поля.

Рівняння Максвела в диференціальній формі встановлюють зв'язок між полем, густиною струму та густиною заряду в кожній точці простору.

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (4.5)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (4.6)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0 \quad (4.7)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \rho \quad (4.8)$$

де $\operatorname{rot} \mathbf{H} = [\nabla \mathbf{H}]$, $\operatorname{rot} \mathbf{E} = [\nabla \mathbf{E}]$ – ротор функції, $\operatorname{div} \mathbf{B} = \nabla \mathbf{B}$, $\operatorname{div} \mathbf{D} = \nabla \mathbf{D}$ – дивергенція функції, ∇ - диференціальний оператор набла, який дорівнює:

$$\nabla = \partial \mathbf{e}_x / \partial x + \partial \mathbf{e}_y / \partial y + \partial \mathbf{e}_z / \partial z.$$

Але рівнянь Максвела менше, ніж кількість невідомих функцій, що входять до них. Тому систему рівнянь (4.5) - (4.8) доповнюють рівняннями :

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \mathbf{E} \quad (4.9)$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu \mathbf{H} \quad (4.10)$$

$$\mathbf{j} = \sigma \quad (4.11)$$

$$\mathbf{F} = e\mathbf{E} + e[\mathbf{v}, \mathbf{B}] \quad (4.12),$$

де ε , μ , σ - відповідно, діелектрична проникність, магнітна проникність та провідність речовини.

Рівняння Максвела в диференціальній формі частіше застосовують для розрахунків магнітних полів. Ці рівняння застосовують, коли є поверхні розриву, де характеристики поля і середовища змінюються стрибкоподібно. В цьому випадку рівняння доповнюють граничними умовами: $E_{1\tau} = E_{2\tau}$, $D_{1n} = D_{2n}$, $B_{1n} = B_{2n}$, $H_{1\tau} = H_{2\tau}$. Система рівнянь Максвела разом з граничними умовами є повною замкненою системою рівнянь, які дають можливість розв'язати будь-яку задачу макроскопічної електродинаміки.

Для стаціонарних полів $\frac{\partial D}{\partial t} = \frac{\partial B}{\partial t} = 0$, тому система рівнянь Максвела розпадається на дві незалежні системи.

Систему рівнянь електростатичного поля: $\text{rot } \mathbf{E} = 0$, $\text{div } \mathbf{D} = \rho$, $\mathbf{D} = \epsilon_0 \epsilon \mathbf{E}$ і систему рівнянь магнітного поля постійних струмів:

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{j}, \text{div } \mathbf{B} = 0, \mathbf{B} = \mu_0 \mu \mathbf{H}.$$

Стаціонарні електричні та магнітні поля незалежні між собою. В цьому випадку джерелами електричних полів є лише електричні заряди, а джерелами магнітних полів – лише струми провідності.

Явища, які визначаються порівняно слабкими і повільно змінними електромагнітними полями, описуються законами класичної електродинаміки за допомогою системи рівнянь Максвела. Для сильних і швидкозмінних полів визначальними є квантові ефекти, що описуються законами квантової електродинаміки.

Приклади розв'язання задач [5].

Задача 41. Простір між двома концентричними металевими сферами заповнений однорідним слабо провідним середовищем з питомим опором ρ і діелектричною проникністю ϵ . У момент $t = 0$ внутрішній сфері надали певний заряд. Знайти:

- зв'язок між векторами густин струму зміщення та струму провідності в довільній точці середовища в один і той же момент;
- струм зміщення крізь довільну замкнуту поверхню, розташовану цілком у середовищі та охоплює внутрішню сферу, якщо заряд цієї сфери в даний момент дорівнює q .

Розв'язання.

Згідно з теоремою Гауса,

$$\oint \vec{D} d\vec{S} = q.$$

Візьмемо похідну за часом:

$$\oint \frac{d\vec{D}}{dt} d\vec{S} = \frac{dq}{dt} = -I_{np},$$

але $\frac{d\vec{D}}{dt}$ – густина струму зміщення, отже

$$\oint \frac{dD}{dt} dS = I_{зм}.$$

Тож $I_{зм} = -I_{np}$, звідки

б) Потік вектора густини струму через замкнуту поверхню між двома концентричними сферами не залежить від форми цієї поверхні, тому є таким самим, як і через сферичну поверхню між обома сферами.

Отже,

$$\begin{aligned} I_{зм} = -I_{np} &= -\oint \vec{j}_{np} d\vec{S} = -\oint j_{np} dS = -\oint \frac{1}{\rho} E dS = -\oint \frac{1}{\rho} \frac{q dS}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2} = -\frac{1}{\rho} \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2} \oint dS = \\ &= -\frac{1}{\rho} \frac{q \cdot 4\pi r^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2} = -\frac{q}{\epsilon_0\epsilon\rho}. \end{aligned}$$

Задача 42. Довгий прямий соленоїд має n витків на одиницю довжини. По ньому тече змінний струм $I = I_0 \sin \omega t$. Знайти густину струму зміщення $j_{зм}$ як функцію відстані r від осі соленоїда. Радіус перерізу соленоїда R .

Розв'язання.

За законом електромагнітної індукції

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

або

$$E \cdot 2\pi r = \frac{d(BS)}{dt} = -\pi r^2 \frac{d(\mu_0 n I)}{dt} = -\pi r^2 \mu_0 n \frac{d(I_m \sin \omega t)}{dt} = -\pi r^2 \mu_0 n I_m \omega \cos \omega t.$$

$$\text{Звідки маємо: } E = \frac{\pi r^2}{2\pi r} \mu_0 n \omega I_m \cos \omega t = \frac{1}{2} r \mu_0 n \omega I_m \cos \omega t.$$

$$D = \epsilon_0 E = \frac{r \epsilon_0}{2} \mu_0 n \omega I_m \cos \omega t.$$

$$j_{зм} = \frac{\partial D}{\partial t} = \frac{r \epsilon_0}{2} \mu_0 n \omega^2 I_m \sin \omega t. \quad (1)$$

Оскільки $B = \mu_0 n I = \mu_0 n \omega I_m \sin \omega t$, то (1) можна переписати так:

а) Для $r < R$:

$$j_{zm} = \frac{r\epsilon_0}{2} \ddot{B}. \quad (2)$$

Для $r > R$:

$$E \cdot 2\pi r = \pi R^2 \mu_0 n \omega I_m \cos \omega t.$$

Тоді

$$E = \frac{\pi R^2}{2\pi r} \ddot{B} = \frac{R^2}{2r} \ddot{B}. \quad (3)$$

$$б) j_{zm} = \frac{d}{dt}(\epsilon_0 E) = \frac{R^2}{2r} \epsilon_0 \ddot{B}.$$

5. ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ ХВИЛІ.

5.1. Хвильове рівняння. Плоскі електромагнітні хвилі в однорідному середовищі.

Змінне магнітне поле породжує змінне електричне поле, яке в свою чергу породжує магнітне поле і т.д. Змінні електричне і магнітне поля взаємно обумовлюють одне одного, існуючи разом як особлива форма матерії - електромагнітне поле. Процес взаємних перетворень електричного і магнітного полів є періодичним як в просторі, так і в часі, тобто являє собою хвилю. Висновок про можливість існування електромагнітних хвиль витікає з рівнянь Максвела.

Напишемо рівняння Максвела для однорідного ізотропного діелектрика ($\sigma = 0$, $\epsilon = \text{const}$, $\mu = \text{const}$), в якому немає вільних зарядів ($\rho = 0$). Система рівнянь Максвела за цих умов набуває вигляду:

$$\begin{aligned} \text{rot } \mathbf{B} &= \epsilon_0 \epsilon \mu_0 \mu \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \\ \text{rot } \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \\ \text{div } \mathbf{B} &= 0, \\ \text{div } \mathbf{E} &= 0. \end{aligned} \quad (5.1)$$

Хвильовий характер змінного електромагнітного поля впливає з того, що рівняння (5.1) можна звести до хвильових диференціальних рівнянь, розв'язком

яких є рівняння хвилі. Для цього, наприклад, треба з першого рівняння (5.1) виключити змінну $\mathbf{B}$ і звести його до рівняння однієї змінної $\mathbf{E}$:

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \mu \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0, \quad (5.2),$$

де $\nabla^2 = \frac{\partial}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial y^2} + \frac{\partial}{\partial z^2}$ - оператор Лапласа

Виконавши аналогічні дії для другого рівняння (5.1), отримаємо рівняння :

$$\nabla^2 \mathbf{B} - \varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \mu \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} = 0, \quad (5.3),$$

Якщо ввести позначення $\varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \mu = 1/v^2$, де v – фазова швидкість, тоді рівняння (5.2) і (5.3) запишуться у вигляді системи диференціальних хвильових рівнянь електромагнітного поля:

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0, \nabla^2 \mathbf{B} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} = 0, \quad (5.4),$$

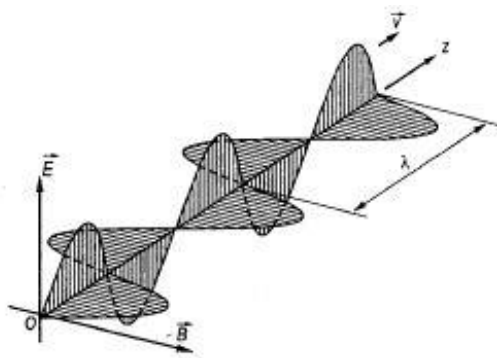
Найпростішого вигляду рів. (5.4) набувають у випадку , коли вектори $\mathbf{E}$ і $\mathbf{B}$ залежать лише від однієї з координат, наприклад від z . Тоді частинні похідні по координатах x та y дорівнюватимуть нулю і рів. (5.4) запишуться :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} = 0, \frac{\partial^2 B_y}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 B_x}{\partial t^2} = 0, \\ \frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{\partial B_z}{\partial z} = \frac{\partial B_z}{\partial t} = 0. \end{aligned} \quad (5.5)$$

Частинним розв'язком буде рівняння електромагнітної хвилі:

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \mathbf{E}(z - vt); \\ \mathbf{B} &= \mathbf{B}(z - vt) \end{aligned} \quad (5.6),$$

для якої $\mathbf{E}$ і $\mathbf{B}$ є функціями аргументу $(z - vt)$ – фази хвилі.



$\mathbf{E}$ Рис.57

В теорії електромагнетизму особливе значення мають монохроматичні хвилі, вектори $\mathbf{E}$ і $\mathbf{B}$ яких змінюються за гармонічним законом синусу або косинусу з однаковою частотою. Рівняння цих хвиль можна записати так:

$$= \mathbf{E}_0 \cos(\omega t - kz);$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 \cos(\omega t - kz) \quad (5.7),$$

де $\mathbf{E}_0, \mathbf{B}_0$ – амплітуди хвилі, ω – колова частота, $k = \omega / v$ – хвильове число.

У монохроматичній хвилі електричний і магнітний вектори поля завжди коливаються в однакових фазах. Тому $E_0^2(\epsilon\epsilon_0) = H_0^2(\mu\mu_0)$. Довжина хвилі λ дорівнює відстані, на яку поширюється гармонічне коливання за час одного періоду T , звідки маємо $\lambda = vT = v/\nu = 2\pi v/\omega = 2\pi/k$. Тоді $k = 2\pi/\lambda$, тобто показує скільки довжин хвиль вміщається на відстані 2π . Для довільного напрямку поширення електромагнітної хвилі вектори $\mathbf{E}$ і $\mathbf{B}$ взаємно перпендикулярні (рис.5) і перпендикулярні до напрямку поширення хвилі.

На основі теорії Максвелла була встановлена єдність між електромагнітними та світловими явищами, а саме була визначена швидкість поширення електромагнітних хвиль в однорідному середовищі.

Як відомо, швидкість плоскої електромагнітної хвилі:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \epsilon \mu_0 \mu}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}}$$

Для вакууму $\epsilon = \mu = 1$, тому у вакуумі швидкість електромагнітної хвилі:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} = \frac{1}{\sqrt{8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м} \cdot 4\pi 10^{-7} \text{ Н/А}^2}} = 3 \cdot 10^8 \text{ (м/с)},$$

тобто $v = c$ – швидкість світла у вакуумі. Те, що електромагнітна хвиля є поперечною, а швидкість її поширення у вакуумі дорівнює швидкості поширення світла у вакуумі, дозволили Максвелу зробити висновок, що світло є електромагнітною хвилею. Швидкість електромагнітних хвиль у діелектричному середовищі дорівнює: $v = c/(\epsilon\mu)^{1/2}$, де ϵ – діелектрична проникність середовища, μ – магнітна проникність середовища.

5.2. Енергія електромагнітної хвилі. Потік енергії.

Електромагнітні хвилі несуть енергію. Для характеристики переносу енергії хвилею була введена векторна величина, яку називають густина потоку енергії. Ця величина дорівнює енергії, що переноситься в одиницю часу через одиничну площину, розташовану перпендикулярно до напрямку, в якому тече

енергія. Напрямок вектора густини потоку енергії співпадає з напрямом переносу енергії. Отримати густину потоку енергії можна помноживши густину енергії на швидкість хвилі v .

Густина енергії електромагнітного поля складається з густини енергії електричного поля і густини енергії магнітного поля:

$$\omega = \omega_E + \omega_H = \epsilon\epsilon_0 E^2/2 + \mu\mu_0 H^2/2$$

У даній точці простору в діелектричному середовищі вектори E і H змінюються в однаковій фазі. Тому співвідношення між амплітудними значеннями E і H : $E_0^2(\epsilon\epsilon_0) = H_0^2(\mu\mu_0)$ виконується і для миттєвих значень. З цього випливає, що густина енергії електричного і магнітного полів в кожний момент часу однакова: $\omega_E = \omega_H$. Тоді можна записати: $\omega = 2 \omega_E = \epsilon\epsilon_0 E^2$. Або, врахувавши рівність енергій, отримаємо : $\omega = (\epsilon\epsilon_0 \mu\mu_0)^{1/2} EH$, $(\epsilon\epsilon_0 \mu\mu_0)^{1/2} = 1/v$.

Тоді густина потоку електромагнітної енергії дорівнює: $\Pi = \omega \cdot v = EH$. Вектори E і H взаємно перпендикулярні та утворюють з напрямком поширення хвилі правоїгвинтову систему, тому напрямок вектора $[E, H]$ збігається з напрямом переносу енергії.

Таким чином, вектор густини потоку енергії Π можна записати як векторний добуток E і H : $\Pi = [E, H]$. Вектор Π називають вектором Умова – Пойнтінга.

Енергія електромагнітного поля поширюється в просторі. Потік енергії електромагнітних хвиль через деяку поверхню S дорівнює: $\Phi = \oint \Pi dS$. З рівнянь Максвелла маємо, що потік вектора Умова – Пойнтінга через довільну замкнену поверхню S , що обмежує об'єм V , дорівнює зменшенню за одиницю часу запасу електромагнітної енергії W , яка міститься в об'ємі V : $\oint_S \Pi ds = - \frac{\partial W}{\partial t}$. Формула виражає закон збереження електроенергії в електродинаміці, який також називають теоремою Умова- Пойнтінга.

5.3. Випромінювання електромагнітних хвиль.

Змінні електричне і магнітне поля обумовлюють появу електромагнітних хвиль, які поширюються в просторі зі скінченою швидкістю. Тому системою, що випромінює електромагнітні хвилі, може бути система змінних зарядів і струмів. Найбільший інтерес мають випромінювальні системи у вигляді дипольних осциляторів, моменти яких змінюються за гармонічним законом: $p = p_0 \cos \omega t$.

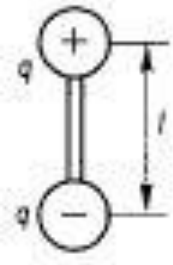
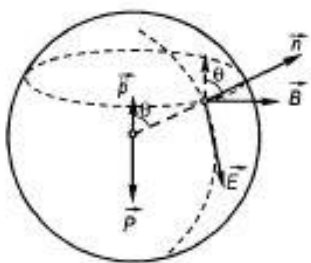


Рис.58

Такими системами можуть бути антени різних типів або, наприклад, атомна система, в якій електрони коливаються за гармонічним законом навколо атома. Найпростішою з подібних систем є точковий диполь, дипольний момент якого змінюється періодично в часі з великою частотою. Такий диполь називають точковим диполем Герца, який вперше запропонував модель випромінювальної системи і розрахував поле випромінювання.

Важливість вивчення випромінювання диполя Герца полягає в тому, що будь-яку складну випромінюючу систему можна уявно розбити на велику кількість елементів струму, кожен з яких випромінює як диполь Герца. Тоді суперпозиція полів окремих елементів дає електромагнітне поле всієї такої системи.

Експериментальною моделлю диполя Герца може бути система двох металевих кульок, що з'єднані провідником (рис.58). Якщо кулькам надати однакові за величиною, але протилежного знаку заряди, то в такій системі буде відбуватись коливальний процес перезарядки кульок. Якщо опір провідників малий і втрати на випромінювання невеликі, то коливальний процес перезарядки



кульок продовжуватиметься досить довго, і на відстанях $r \gg l$

система буде поводити себе як точковий диполь Герца.

Розглянемо особливості поля дипольного осцилятора. Вектори поля B і E на відстанях значно

більших від довжини електромагнітної хвилі $R_0 \gg \lambda$ (хвильова зона) за теорією випромінювання диполя мають вирази:

$$B = \frac{\mu_0 |\mathbf{p}|}{4\pi c R_0} \sin\theta, E = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \frac{1}{4\pi c R_0} |\mathbf{p}| \sin\theta.$$

де θ – кут між напрямком вектора дипольного моменту $\mathbf{p}$ і напрямком поширення хвилі $\mathbf{n}$ (рис.59).

Вектор $\mathbf{E}$ перпендикулярний до $\mathbf{B}$ і $\mathbf{n}$. З останніх виразів випливає, що вектори $\mathbf{E}$ і $\mathbf{B}$ мають найбільші значення в площині, перпендикулярній до напрямку $\mathbf{p}$, а саме при $\theta = \frac{\pi}{2}$ і дорівнюють нулю при $\theta = 0$ або $\theta = \pi$.

Електромагнітна енергія, яка випромінюється дипольним осцилятором за одиницю часу через одиницю поверхні, визначається вектором $\mathbf{\Pi} = [\mathbf{E}, \mathbf{H}]$. Враховуючи, що вектор $\mathbf{E}$ перпендикулярний до вектора $\mathbf{H}$, маємо:

$$\Pi = \frac{\mu_0}{16\pi^2 c} \frac{\dot{p}^2}{R_0^2} \sin^2 \theta.$$

Таким чином, інтенсивність випромінювання дипольного осцилятора змінюється від напрямку випромінювання за законом $\sin^2\theta$ і зменшується обернено пропорційно квадрату відстані до точки спостереження. Максимальна інтенсивність випромінювання спостерігається в напрямі, перпендикулярному до вектора $\mathbf{p}$, а за напрямком вектора $\mathbf{p}$ енергія випромінювання дорівнює нулю. Якщо диполь утворений як коливальна система з нерухомого заряду і заряду, що коливається навколо нього, то інтенсивність випромінювання диполя пропорційна квадрату прискорення рухомого заряду.

Тобто бідь-який заряд, що рухається з прискоренням, збуджує електромагнітні хвилі. Середня енергія випромінювання дипольного осцилятора, як показують розрахунки і досліди, швидко зростає із збільшенням частоти. Ця залежність пропорційна четвертому степеню частоти ω . Тому для підвищення випромінюючої здатності антен використовують височастотний струм.

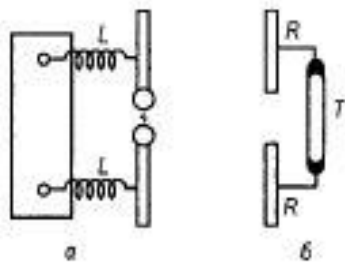


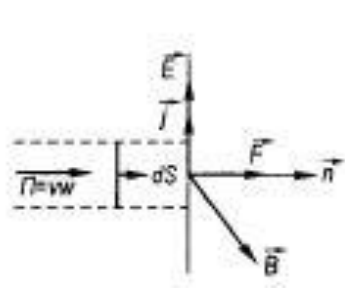
Рис.60

Електромагнітні хвилі вперше експериментально отримав і дослідив Герц Г. (1887-1888 р.р.) за допомогою вібратора Герца. Такий вібратор складався з двох однакових металевих стержнів, які закінчувалися кульками, розміщеними на певній відстані (рис. 60а). Стержні з кульками приєднуються до високовольтного індукційного генератора. Якщо напруга на кульках досягала пробійного значення, між кульками виникала іскра, а у вібраторі збуджувалися власні затухаючі електромагнітні коливання високої частоти. Для фіксації електромагнітних хвиль Г. Герц використовував різні типи резонаторів. Найпростішим є прямий відкритий резонатор (рис.60б). Коли електромагнітні хвилі підходять до резонатора, в ньому збуджуються вимушені високочастотні струми, амплітуда яких максимальна при резонансі. Про появу такого струму можна було судити по наявності іскри в зазорі резонатора або по світінню газорозрядної трубки (рис.60б). В приладах Герца електромагнітні хвилі швидко затухали і мали невелику потужність. Сучасні лампові та напівпровідникові генератори дають гармонічні коливання значної потужності.

5.4.Тиск та імпульс електромагнітних хвиль.

При відбиванні або поглинанні електромагнітні хвилі чинять тиск на поверхні, на які вони падають. Максвел в своїй теорії вперше довів, що тиск електромагнітної хвилі обумовлений дією магнітного поля хвилі на електричні струми, які збуджуються в речовині електричною складовою поля хвилі, а також дією електричного поля хвилі на заряди, що індукуються в речовині під дією того ж самого електричного поля. При поширенні електромагнітної хвилі в провідному середовищі електричне поле хвилі збуджує у ньому струм з об'ємною густиною $\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$. З боку магнітного поля хвилі на елемент струму $j dV$ діє сила $d\mathbf{F} = [\mathbf{j}, \mathbf{B}] dV = \sigma [\mathbf{E}, \mathbf{B}] dV$, напрям якої (рис.61) визначається вектором $[\mathbf{E}, \mathbf{B}]$, тобто сила діє за напрямком поширення хвилі.

Якщо провести одиничну нормаль $\mathbf{n}$ до плоскої поверхні межі поділу середовищ так, щоб її напрям збігався з напрямом поширення хвилі, то вираз для сили можна переписати так:



$$dF = \sigma [\mathbf{E}, \mathbf{B}] dV = \mathbf{n} \sigma E B dV = \mathbf{n} j B dV = \mathbf{n} j \frac{E}{v} dV = \mathbf{n} \frac{dP}{v}$$

$$dP/v$$

У перетвореннях врахували, що $E = vB$ і закон Джоуля – Ленца для електромагнітної енергії, яка перетворюється в теплову енергію при поглинанні

елементом об'єму dV провідного середовища за одиницю часу, $dP = jE dV$.

Потік енергії електромагнітних хвиль, яка поглинається за одиницю часу елементом провідної поверхні dS , дорівнює: $dW = \omega v dS$. Ця енергія перетворюється в теплову енергію, тому $dW = dP$. Звідси маємо: $dF = \mathbf{n} \omega dS$. Тоді тиск електромагнітних хвиль дорівнює: $p = \frac{F}{dS} = \omega$, де ω – об'ємна густина енергії електромагнітних хвиль. У розглянутому випадку мали ідеальну провідну поверхню, коли вся електромагнітна енергія хвилі повністю поглинається і перетворюється в теплову. Якщо тіло повністю відбиває хвилю, то тиск дорівнює $p = 2\omega$, а при частковому відбитті хвилі маємо: $p = (1 + k) \omega$ (коефіцієнт відбиття – k).

З того, що електромагнітна хвиля спричиняє тиск, випливає, що поле електромагнітної хвилі володіє імпульсом. Визначимо імпульс електромагнітних хвиль. Якщо на поверхню провідного тіла падає енергія W протягом часу Δt , то середня сила, яка діє на тіло, дорівнює: $F = n \frac{W}{\Delta t} \frac{1}{v}$. Оскільки за законом Ньютона імпульс K , що передається поверхні, дорівнює $K = F \Delta t$, то можна записати: $K = \mathbf{n} W \frac{1}{v}$. Звідки випливає, що електромагнітні хвилі, які мають енергію W і поширюються в просторі зі швидкістю v , мають імпульс K , спрямований у бік поширення хвиль. Імпульс одиниці об'єму електромагнітної енергії дорівнює: $K_0 = \mathbf{n} \omega \frac{1}{v}$, де $K_0 = \frac{K}{V}$, $\omega = \frac{W}{V}$.

Об'ємну густину імпульсу прийнято виражати через вектор Умова – Пойнтінга.

Так як $\Pi = \omega v$, то $K_0 = \Pi / v^2 = [\mathbf{E}, \mathbf{H}] / v^2$.

Перші виміри тиску світла здійснив Лебедєв П.М. у 1900 р. Результати його досліджень повністю узгоджуються з електромагнітною теорією світла.

Приклади розв'язання задач [5]

Задача 43. Електромагнітна хвиля з частотою $\nu = 10 \text{ МГц}$ поширюється в слабо провідному середовищі з питомою провідністю $\sigma = 10 (\text{мОм} \cdot \text{м})^{-1}$ і діелектричною проникністю $\varepsilon = 9$. Знайти відношення амплітуд густин струмів провідності та зміщення.

Розв'язання.

Для електричного поля плоскої електромагнітної хвилі маємо формулу:

$$E = E_0 \cos(\omega t - kx).$$

Густина струму провідності:

$$j_{np} = \sigma E,$$

амплітуда

$$j_{0np} = \sigma E_0.$$

Густина струму зміщення

$$j_{zm} = \frac{\partial D}{\partial t} = \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} = \varepsilon \varepsilon_0 \omega E_0 \sin\left(\omega t - kx + \frac{\pi}{2}\right),$$

амплітуда густини струму зміщення

$$j_{0zm} = \varepsilon \varepsilon_0 \omega E_0.$$

Відношення амплітуд цих струмів:

$$\frac{j_{0np}}{j_{0zm}} = \frac{\sigma E_0}{\varepsilon \varepsilon_0 \omega E_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon \varepsilon_0 2\pi \nu} = 2.$$

Задача 44. Електромагнітна хвиля з частотою $\nu = 3\text{МГц}$ переходить з вакууму в немагнітне середовище з діелектричною проникністю $\varepsilon = 4,0$. Знайти приріст її довжини хвилі.

Розв'язання.

Частота в обох випадках одна й та сама.

У вакуумі швидкість хвилі $c = \nu\lambda_0$, в середовищі: $\nu = \nu\lambda$.

$$\frac{\lambda}{\lambda_0} = \frac{\nu}{c} = \frac{1}{n}, \quad \lambda = \frac{\lambda_0}{n},$$

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \lambda_0 \left(\frac{1}{n} - 1 \right).$$

Для немагнітного середовища $\mu = 1$. Тому $n = \sqrt{\varepsilon}$, отже

$$\Delta\lambda = \lambda_0 \left(\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} - 1 \right) = \frac{c}{\nu} \left(\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} - 1 \right) = -50\text{м}.$$

Задача 45. Знайти середній вектор Пойнтінга $\langle \vec{S} \rangle$ у плоскій електромагнітній хвилі $\vec{E} = \vec{E}_m \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r})$, якщо хвиля поширюється у вакуумі.

Розв'язання.

Для модулів E і H плоскої електромагнітної хвилі маємо:

$$E = E_m \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r});$$

а оскільки $\sqrt{\varepsilon_0}E = \sqrt{\mu_0}H$, то

$$H = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E_m \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r}).$$

Модуль вектора Пойнтінга

$$S = EH = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E_m^2 \cos^2(\omega t - \vec{k}\vec{r}). \quad (1)$$

Середнє значення

$$\langle S \rangle = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E_m^2 \langle \cos^2(\omega t - \vec{k}\vec{r}) \rangle,$$

а оскільки $\langle \cos^2(\omega t - \vec{k}\vec{r}) \rangle = \frac{1}{2}$, то

$$\langle S \rangle = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E_m^2.$$

Оскільки $\varepsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{c^2}$, а отже, $\mu_0 = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2}$, то

$$\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} = \sqrt{\varepsilon_0^2 c^2} = \varepsilon_0 c.$$

Тому

$$\langle S \rangle = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c E_m^2.$$

Задача 46. Струм у дуже довгому соленоїді зростає рівномірно від нуля до $I_{\max}$ протягом часу τ . Число витків на одиницю довжини дорівнює n . Провівши в середині соленоїда в середній його частині коаксіальну з ним уявну замкнуту поверхню довжиною l і радіусом r , визначити:

- модуль і напрямок вектора Пойнтінга в точках поверхні;
- кількість енергії W , що протікає через поверхню за час τ . Порівняти W з енергією магнітного поля, що міститься в обмеженому поверхнею об'ємі V після усталення величини струму.

Розв'язання.

а) Сила струму наростає рівномірно, отже

$$I(t) = \frac{I_{\max}}{\tau} t.$$

Таким чином, і поле H наростає рівномірно:

$$H = nI(t) = n \frac{I_{\max}}{\tau} t. \quad (1)$$

За законом електромагнітної індукції

$$E \cdot 2\pi r = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d(BS)}{dt} = \mu_0 S \frac{dH}{dt} = \mu_0 \pi r^2 n \frac{I_{\max}}{\tau},$$

звідки

$$E = \frac{\mu_0 n r}{2\tau} I_{\max}. \quad (2)$$

Згідно з (1) і (2) вектор Пойнтінга

$$S = EH = \frac{\mu_0 n^2 r I_{\max}^2 t}{2\tau^2}.$$

Його напрямок перпендикулярний до бічної поверхні і напрямлений всередину цієї поверхні. На кінцях внутрішнього циліндра $S = 0$.

б) Енергія, що втікає всередину внутрішньої поверхні за час dt ,

$$dW = 2\pi r l S dt = 2\pi r l \frac{\mu_0 n^2 r I_{\max}^2}{2\tau^2} t dt,$$

а за час τ :

$$W = \frac{\mu_0 \pi r^2 l (n I_{\max})^2}{\tau^2} \int_0^{\tau} t dt = \frac{\mu_0 \pi r^2 l (n I_{\max})^2}{2} = \mu_0 V \frac{(n I_{\max})^2}{2}.$$

Легко бачити, що $\frac{\mu_0 (n I_{\max})^2}{2} = w_m$, тому

$$W = V w_m.$$

Задача 47. Плоский конденсатор з круглими пластинами заряджається постійним струмом упродовж часу τ до напруги U . Зазор між пластинами дорівнює d . Провівши між пластинами коаксіальну з ними уявну циліндричну поверхню, радіус якої r значно менший від радіуса пластин, визначити:

- модуль і напрямок вектора Пойнтінга в точках поверхні;
- кількість енергії W , що протікає через поверхню за час τ . Порівняти W з енергією електричного поля, що міститься в обмеженому поверхнею об'ємі після закінчення процесу зарядки.

Розв'язання.

- Спочатку знаходимо E і H . Оскільки $U(\tau)/U(t) = \tau/t$, то

$$U(t) = \frac{U(\tau)}{\tau} t, \quad E(t) = \frac{U(t)}{d} = \frac{U(\tau)}{\tau d} t. \quad (1)$$

Густина струму зміщення

$$j_{3M} = \varepsilon_0 \frac{dE}{dt}.$$

Тоді, згідно з (1)

$$j_{3M} = \frac{\varepsilon_0 U(\tau)}{\tau d}. \quad (2)$$

З теореми про циркуляцію вектора H маємо:

$$\oint H dl = I_{3M} = j_{3M} S,$$

або

$$H \cdot 2\pi r = j_{3M} \pi r^2,$$

звідки, згідно з (2)

$$H = \frac{\varepsilon_0 r}{2} \frac{U(\tau)}{\tau d}. \quad (3)$$

Отже, вектор Пойнтінга має величину

$$S(t) = E(t)H(\tau) = \left(\frac{U(\tau)}{\tau d} \right)^2 \frac{\varepsilon_0 r}{2} t$$

і напрямлений всередину.

б) Енергія, що втікає в циліндр висотою d і радіусом r ,

$$dW = \varepsilon_0 \left(\frac{U(\tau)}{\tau} \right)^2 \frac{\pi r^2}{2d} t dt.$$

Інтегрування від 0 до τ дає

$$W(\tau) = \varepsilon_0 (U(\tau))^2 \frac{\pi r^2}{2d} \quad (4)$$

Цей вираз можна звести до $W(\tau) = w_e V$, де w_e – густина енергії електричного поля. Справді,

$$\left(\frac{U(t)}{d} \right)^2 = (E(\tau))^2,$$

тому (4) можна записати так:

$$W(\tau) = \frac{\varepsilon_0 E^2 d^2 \pi r^2}{2r} = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} d \pi r^2 = w_e V.$$

Задача 48. У вакуумі поширюється плоска електромагнітна хвиля з частотою ω , для якої середнє значення густини потоку енергії дорівнює $\langle S \rangle$. Знайти амплітудне значення струму зміщення в цій хвилі.

Розв'язання.

(Див. розв'язок задачі №131)

$$E = E_0 \cos(\omega t - kr),$$

$$H = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \cos(\omega t - kr),$$

$$S = EH = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E_0^2 \cos^2(\omega t - kr) = \varepsilon_0 c E_0^2 \cos^2(\omega t - kr),$$

$$\langle S \rangle = \varepsilon_0 c E_0^2 \langle \cos^2(\omega t - kr) \rangle,$$

$$\langle \cos^2(\omega t - kr) \rangle = 1/2,$$

$$\langle S \rangle = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c E_0^2, \quad (1)$$

$$\vec{j} = \varepsilon_0 \frac{dE}{dt} = \varepsilon_0 E_0 \omega \sin(\omega t - kr),$$

$$\varepsilon_0 \omega E_0 = j_0. \quad (2)$$

З (1) маємо:

$$E_0 = \sqrt{\frac{2\langle S \rangle}{\varepsilon_0 c}},$$

тому

$$j_0 = \sqrt{\frac{2\langle S \rangle}{\varepsilon_0 c}} \varepsilon_0 \omega = \omega \sqrt{\frac{2\varepsilon_0 \langle S \rangle}{c}}.$$

Задача 49. Струм, що протікає по обмотці довгого прямого соленоїда, достатньо повільно збільшують. Показати, що швидкість зростання енергії магнітного поля в соленоїді дорівнює потоку вектора Пойнтінга через його бічну поверхню.

Розв'язання.

Диференціюємо вираз для енергії магнітного поля соленоїда

$$W = \frac{LI^2}{2};$$

$$\dot{W} = LI\dot{I}.$$

Оскільки потокозчеплення зв'язане зі струмом I формулою

$$\psi = LI,$$

то

$$\dot{\psi} = L\dot{I},$$

і

$$\dot{W} = I\dot{\psi}. \quad (1)$$

Потік вектора Пойнтінга через бічну поверхню соленоїда

$$\Phi_S = EH \cdot 2\pi rl, \quad (2)$$

де r – радіус обмотки соленоїда, l – його довжина.

$E \cdot 2\pi r$ – ЕРС, що припадає на один виток. ЕРС у всій котушці з числом витків N :

$$\mathcal{E}_i = N2\pi rE,$$

або, з урахуванням електромагнітної індукції $\mathcal{E}_i = \dot{\psi}$,

$$E2\pi r = \frac{\dot{\psi}}{N}. \quad (3)$$

Напруженість H поля соленоїда визначається формулою

$$H = \frac{N}{l} I,$$

або

$$Hl = NI. \quad (4)$$

Підставивши (3) і (4) в (2) дістанемо

$$\Phi_S = I\dot{\psi}.$$

Порівнявши цей результат з (1), матимемо

$$\Phi_S = \dot{W},$$

що й потрібно було показати.

Задача 50. Знайти середню потужність випромінювання електрона, який робить гармонічні коливання з амплітудою $a = 0,10 \text{ нм}$ і частотою $\omega = 6,5 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}$.

Розв'язання.

Для визначення середньої потужності електричного осцилятора існує формула (див. напр., Іродов, 1988, с. 218)

$$\langle P \rangle = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\langle \ddot{p}_e \rangle^2}{3c^2}, \quad (1)$$

тут $\ddot{p}_e$ – друга похідна по t від дипольного моменту електронного осцилятора.

$$\vec{p}_e = q\vec{x} = q\vec{a} \cos \omega t,$$

$$\ddot{\vec{p}}_e = -q\vec{a}\omega^2 \cos \omega t$$

(тут $\vec{a}$ – амплітуда зміщення).

Квадрат другої похідної дипольного моменту

$$(\ddot{\vec{p}})^2 = q^2 \omega^4 a^2 \cos^2 \omega t.$$

$$\text{Його середнє значення } \langle \ddot{\vec{p}}^2 \rangle = q^2 \omega^4 a^2 \langle \cos^2 \omega t \rangle.$$

Але $\langle \cos^2 \omega t \rangle = \frac{1}{2}$, тому

$$\langle \ddot{\vec{p}}^2 \rangle = \frac{1}{2} q^2 \omega^4 a^2.$$

Цей результат підставляємо в (1). Отже,

$$\langle P \rangle = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2 a^2 \omega^4}{3c^2} = 5 \cdot 10^{-15} \text{ Вт}.$$

Задача 51. Знайти потужність випромінювання нерелятивістської частинки з зарядом e та масою m , яка рухається по коловій орбіті R у полі нерухомого точкового заряду q .

Розв'язання.

Прискорення електрона в полі заряду q

$$a = \frac{F}{m} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{eq}{m} \frac{1}{R^2}. \quad (1)$$

Скористаємося формулою

$$P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2q^2 a^2}{3c^2} \quad (2)$$

(див. напр., Іродов, 1988, с.218). З (1) і (2) дістаємо:

$$P = \frac{2}{3c^2} \frac{qe^2}{mR^2} \frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^3}.$$

Загальні вказівки до розв'язання задач та виконання контрольних робіт

1. Номери задач, які студент повинен розв'язати в контрольній роботі, визначаються згідно таблиць варіантів або вказівок викладача.

2. Задачі розв'язуються в зошиті, титульна сторінка якого має бути підписана наступним чином:

Контрольна робота з фізики

з теми «Електромагнетизм»

студента групи _____

факультету _____

Прізвище Ім'я

3. Умови задач в контрольній роботі переписуються повністю без скорочень. Кожну задачу варто починати з нової сторінки, залишаючи після попередньої задачі декілька рядків для зауважень викладача.

4. Розв'язки задач варто супроводжувати короткими змістовними поясненнями та, якщо потрібно – схемами, кресленнями чи рисунками. Зображення мають бути виконані акуратно за допомогою олівця, лінійки чи циркуля.

5. Розв'язувати задачу потрібно в загальному вигляді: виразити невідому величину в літерних позначеннях величин, заданих в умові задачі.

6. Після отримання розрахункової формули для перевірки її правильності необхідно підставити в неї замість символів фізичних величин одиниці вимірювання цих величин. Якщо одиниця вимірювання при перетворенні формули не відповідатиме одиниці вимірювання шуканої величини, це означає, що задачу розв'язано невірно і вона потребує доопрацювання.

7. Після перевірки цифрові значення підставляються в отриману формулу. Зверніть увагу: цифрові значення підставляються тільки в одиницях СІ. В деяких випадках дозволяється не переводити однорідні величини в СІ для тих величин, які входять у вигляді множників в чисельник та знаменник дробу з однаковими показниками степені. Їх можна виразити в будь-яких, але однакових одиницях.

8. Розрахунки по розрахунковій формулі потрібно проводити з дотриманням правил наближених обчислень. Остаточний результат потрібно заокруглити, зазвичай залишають три значущі цифри.

9. Остаточний результат записують в кінці всіх розрахунків, позначаючи словом «Відповідь:»

Таблиця варіантів

Варіант	Номери задач					
1	101	201	301	401	501	601
2	102	202	302	402	502	602
3	103	203	303	403	503	603
4	104	204	304	404	504	604
5	105	205	305	405	505	605
6	106	206	306	406	506	606
7	107	207	307	407	507	607
8	108	208	308	408	508	608
9	109	209	309	409	509	609
10	110	210	310	410	510	610
11	111	211	311	411	511	611
12	112	212	312	412	512	612
13	113	213	313	413	513	613
14	114	214	314	414	514	614
15	115	215	315	415	515	615
16	116	216	316	416	516	616
17	117	217	317	417	517	617
18	118	218	318	418	518	618
19	119	219	319	419	519	619
20	120	220	320	420	520	620

Задачі для самостійного розв'язання

Закон Біо-Савара-Лапласа

№ 101. Струм I тече по довгому провіднику, показаному на малюнку (рис.1) . Знайти магнітну індукцію в точці O .

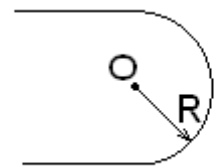


Рис.1

№102. Визначити індукцію магнітного поля на осі короткого одношарового соленоїда зі струмом I , на одиницю довжини якого припадає n витків. Радіус соленоїда R , його довжина l .

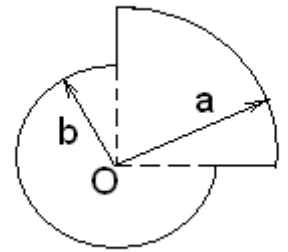


Рис.2

№ 103. Струм I тече по довгому провіднику, показаному на Рис 2. Знайти магнітну індукцію в точці O .

№ 104. По тонкому провіднику, зігнутому у вигляді квадратної рамки із стороною a , тече струм I . Визначити індукцію магнітного поля в точці, що лежить на осі рамки на відстані z_0 від її центру. Побудувати графік $|\vec{B}| = B(z)$.

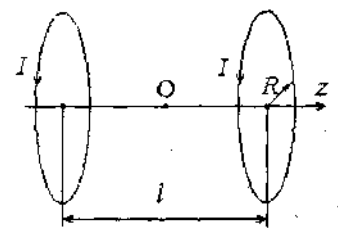


Рис.3

№ 105. Вважаючи, що магнітне поле утворене двома коаксіальними витками дроту радіусу R , по яких тече струм I одного напрямку, знайти вектор магнітної індукції в точці O (Рис.3)

№ 106. У двох нескінченних прямолінійних провідниках, розташованих на відстані 15 см, протікають струми $I_1 = 4$ А, $I_2 = 6$ А. Визначити множину точок, у яких індукція магнітного поля дорівнює нулю.

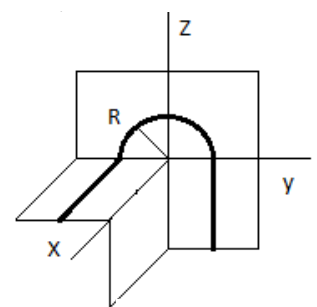


Рис.4

№ 107. Струм I тече по довгому провіднику, показаному на Рис.4. Знайти магнітну індукцію в точці O .

№ 108. Два довгих провідника зі струмами по 20А кожний, розміщені на відстані 10см один від одного. Обчислити індукцію магнітного поля в точці, що міститься на відстані 8см від одного та 6см від іншого проводів.

№ 109. Струм I тече по довгому провіднику, показаному на Рис.5. Знайти магнітну індукцію в точці O .

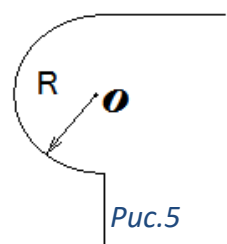


Рис.5

№ 110. По контуру у вигляді рівностороннього трикутника тече струм 50А. сторона трикутника дорівнює 20см. Визначити магнітну індукцію в точці перетину висот трикутника.

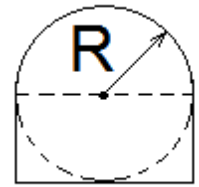


Рис.6

№ 111. Струм I тече по плоскому контуру, показаному на Рис.6.

Знайти магнітну індукцію в точці O.

№ 112. Два колових витки розташовані у перпендикулярних площинах так, що центри цих витків збігаються. Радіус кожного витка 2 см, а струми у витках $I_1 = I_2 = 5$ А. Знайти напруженість магнітного поля в центрі цих витків.

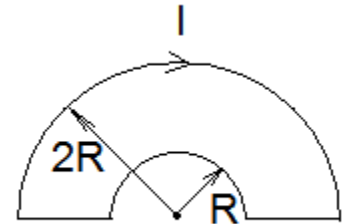


Рис.7

№ 113. Струм I тече по плоскому контуру, показаному на Рис.7. Знайти магнітну індукцію в точці O.

№ 114. Електрон, що рухається прямолінійно, створює в точці, яка міститься від нього на відстані 10нм, магнітне поле. Максимальне значення напруженості магнітного поля 640 А/м. Визначити швидкість електрона.

№ 115. Струм I тече по плоскому контуру, показаному на Рис.8. Знайти магнітну індукцію в точці O.

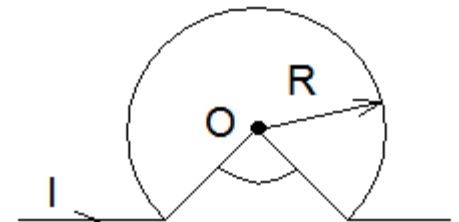


Рис.8

№ 116. В контурі у вигляді прямокутника зі сторонами 8см та 12см тече струм 50А. Визначити магнітну індукцію та напруженість магнітного поля в точці перетину діагоналей прямокутника.

№ 117. Струм I тече по довгому провіднику зігнутому під кутом 120° (див. Рис.9). Знайти магнітну індукцію в точці, яка знаходиться на бісектрисі кута на відстані x від його вершини.

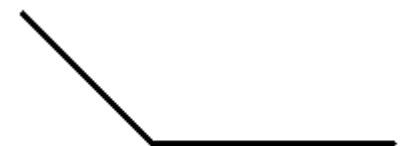


Рис.9

№ 118. Тонким провідником, вигнутим у вигляді правильного шестикутника зі стороною 1см проходить струм 20А. Визначити магнітну індукцію в центрі шестикутника.

№ 119. Два нескінченно довгих провідники схрещені під прямим кутом. По провідниках проходять струми 80А та 60А. Відстань між провідниками 10см. Визначити магнітну індукцію в точці, рівновіддаленій від обох провідників.

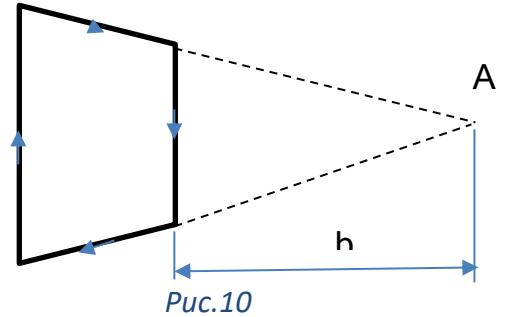


Рис.10

№ 120. Струм величиною 1А циркулює в контурі, що має форму рівнобічної трапеції (див. Рис.10).

Відношення основ трапеції $\eta = 2,0$. Знайти магнітну індукцію в точці А, що лежить у площині трапеції. Менша сторона трапеції 100мм, відстань $b = 50$ мм.

Сила Ампера. Магнітний момент. Робота магнітного поля.

№ 201. Два прямолінійних довгих провідники розміщені на відстані 10см один від одного. По провідниках в одному напрямі проходять струми, сили яких 20А та 30А. Яку роботу треба виконати (на одиницю довжини), щоб розсунути провідники на відстань 20см?

№ 202. В однорідному магнітному полі з індукцією 1,26мТл знаходиться прямий провідник довжиною 20 см. Визначити силу, що діє на провідник, якщо по ньому тече струм 50 А, а кут між напрямками струму та вектора індукції 30° .

№ 203. По тонкому провіднику у вигляді кільця радіуса 20см проходить струм 100А. Перпендикулярно до площини кільця збуджено однорідне магнітне поле з індукцією 20мТл. Знайти силу, яка розтягує рамку.

№ 204. Знайти силу, з якою взаємодіють в вакуумі два нескінченно довгі провідники зі струмами I_1 та I_2 , якщо відстань між ними ϵ . Розрахунок провести на одиницю довжини.

№ 205. Коротка котушка площею поперечного перерізу 250см^2 , що має 500 витків дроту, по яким тече струм силою 5А, розташована в однорідному магнітному полі напруженістю 1000А/м. Знайти магнітний момент котушки та обертаючий момент, що діє на котушку, якщо вісь котушки складає 30° з лініями магнітного поля.

№ 206. Прямий провідник довжиною 10см, по якому тече струм 20А, знаходиться в однорідному магнітному полі з індукцією 0.01Тл. Знайти кут між напрямками вектора B та струму, якщо на провідник діє сила 10^{-2} Н.

№ 207. Дві невеликі однакові котушки розміщені так, що їхні осі лежать на одній прямій. Відстань між котушками $l = 2,00$ м значно перевищує їхні лінійні розміри. Число витків кожної котушки $N = 150$, радіус витків $r = 50$ мм. З якою силою F взаємодіють котушки, коли по них тече однаковий струм $I = 1,00$ А.

№ 208. Виток радіуса 20 см, по якому тече струм силою 50А, вільно розташувався в однорідному магнітному полі напруженістю 10^3 А/м. Виток повернули відносно діаметра на кут 30° . Визначити виконану роботу.

№ 209. Виток діаметром 10см може обертатися навколо вертикальної осі, що співпадає з його діаметром. Виток встановили в площині магнітного меридіана та пустили по ньому струм силою 40А. Який обертальний момент M потрібно прикласти до витка, щоб втримати його в початковому положенні? Горизонтальну складову індукції магнітного поля Землі прийняти такою, що дорівнює 200мкТл.

№ 210. Напруженість магнітного поля в центрі круглого витка дорівнює 500А/м. Магнітний момент витка дорівнює $p_m = 6A \cdot m^2$. Вирахувати силу струму у витку та радіус витка.

№ 211. На осі плоского контуру зі струмом знаходиться інший такий же контур. Модулі магнітних моментів контурів однакові ($p_{m1} = p_{m2} = A \cdot m^2$). Вирахувати механічний момент, що діє на другий контур, якщо його магнітний момент перпендикулярний до магнітного моменту першого контуру. Відстань між контурами дорівнює 100см. Розміри контурів малі порівняно з відстанню між ними.

№ 212. Тонка дротина масою 5г, зігнута у вигляді кільця, вільно підвішена на непружній нитці в однорідному магнітному полі. По кільцю тече струм силою 6А. Період малих крутильних коливань відносно вертикальної осі дорівнює 2,2с. Знайти індукцію магнітного поля.

№ 213. З тонкої дротини масою 4г виготовлена квадратна рамка. Рамка вільно підвішена на непружній нитці і по ній пропущений струм силою 8А. визначити частоту малих крутильних коливань рамки в магнітному полі з індукцією 20мТл.

№ 214. Рамка зі струмом 5А має 20 витків тонкого дроту. Взначити магнітний момент рамки зі струмом, якщо її площа 10см².

№ 215. По прямому провіднику довжиною 40см тече струм силою 100А. провідник рухається в однорідному магнітному полі з індукцією 0,5 Тл. Яку роботу виконають сили, що діють на провідник з боку магнітного поля, перемістивши його на відстань 40см, якщо напрям переміщення перпендикулярний до ліній індукції та дротині.

№ 216. Провідником, зігнутим у вигляді квадрата зі стороною 10 см, проходить струм силою 20 А. Площина квадрата перпендикулярна до магнітних силових ліній поля. Визначити роботу, яку необхідно виконати для того, щоб видалити провідник за межі поля. Магнітне поле , індукція якого 0,1Тл, вважати однорідним.

№ 217. Коловий виток радіусом 10см міститься в однорідному полі з індукцією 0,318Тл. Його площа становить з лініями індукції кут30⁰. Обчислити магнітний потік, що пронизує коло.

№ 218. По тонкому стрижню довжиною 40см рівномірно розподілений заряд 500нКл. Стрижень обертається з постійною кутовою швидкістю 20 рад/с відносно осі, що перпендикулярна до стрижня і проходить через його середину. Визначити магнітний момент, зумовлений обертанням зарядженого стрижня.

№ 219. Прямий горизонтальний провідник завдовжки 0,3м, маса якого 60г, розміщений в однорідному магнітному полі, індукція якого 0,4 Тл, перпендикулярно до магнітних ліній. Вважаючи, що $g = 10 \text{ м/с}^2$, визначити силу струму в провіднику, при якій сила ампера зрівноважить силу тяжіння

№ 220. По двом тонким провідникам, зігнутим у вигляді кільця радіуса 10 см, течуть однакові струми силою 10А кожен. Знайти силу взаємодії цих витків, якщо площини, в яких лежать витки, паралельні, а відстань між центрами кілець дорівнює 1мм.

Рух частинки в магнітному та електричному полях

№ 301. Перпендикулярно до магнітного поля з індукцією 0.1Тл збуджено електричне поле напруженістю 100кВ/м. перпендикулярно до обох полів, по прямолінійній траєкторії рухається заряджена частинка. Визначити її швидкість.

№ 302. Альфа-частинка пройшла прискорюючу різницю потенціалів 104В і влетіла в схрещені під прямим кутом електричне ($E=10\text{В/м}$) та магнітне ($B=0.1\text{Тл}$) поля. Знайти відношення заряду альфа-частинки до її маси, якщо рухаючись перпендикулярно обом полям, частинка не відхиляється від прямолінійної траєкторії.

№ 303. Електрон, прискорений різницею потенціалів 3кВ, влітає в магнітне поле соленоїда під кутом 30° до його осі. Кількість витків соленоїда 2000, його довжина 25см, сила струму 2.5А. Визначити крок гвинтової траєкторії електрона в магнітному полі соленоїда.

№ 304. Визначити кількість обертів, які має пройти електрон в магнітному полі циклотрона, щоб мати кінетичну енергію 10МеВ. При кожному оберті протон проходить між пуантами різницю потенціалів 30кВ.

№ 305. Електрон рухається по колу в однорідному магнітному полі з напруженістю $H = 5 \cdot 10^3 \text{ А/м}$. Визначити частоту обертання електрона.

№ 306. Електрон рухається в однорідному магнітному полі з індукцією 0.02Тл по колу радіусом 1см. Визначити кінетичну енергію електрона.

№ 307. Електрон в незбудженому атомі водню рухається по колу радіуса $0,53 \cdot 10^{-8}$ см,. Визначити магнітний момент еквівалентного колового струму та механічний момент, що діє на круговий струм, якщо атом розташований в магнітному полі, індукція якого ($B=0.4 \text{ Тл}$) направлена паралельно площині орбіти електрона.

№ 308. Протон пройшов прискорюючу різницю потенціалів 800 В, влетів до схрещених під прямим кутом електричного та магнітного ($B = 50\text{мТл}$) поля. Визначити напруженість електричного поля, якщо протон рухається прямолінійно.

№ 309. Визначити релятивістські маси електрона та протона, що рухаються в магнітному полі, індукція якого 1Тл, по колу радіуса 10см.

№ 310. Частинка висить між обкладинками плоского повітряного конденсатора, до якого прикладена напруга 5000В. відстань між пластинами 5см. Знайти заряд частки.

№ 311. Електрон, що влетів в однорідне магнітне поле ($B = 0,2$ Тл), почав рухатися по колу радіуса $R = 5$ см. Визначити магнітний момент еквівалентного колового струму.

№ 312. Іон, що несе один елементарний заряд, рухається в однорідному магнітному полі з індукцією 0.015Тл по колу радіусом 10см. Визначити імпульс іона.

№ 313. Перпендикулярно до магнітного поля ($B = 1$ мТл) збуджено електричне поле напруженістю ($E = 1$ кВ/м). Перпендикулярно до обох полів потрапляє α -частинка зі швидкістю 1Мм/с. Визначити нормальне та тангенціальне прискорення α -частинки в момент її входження в поле.

№ 314. Електрон рухається в однорідному полі $B = 10$ мТл гвинтовою лінією, радіус якої 1см і крок 6см. Визначити період обертання електрона та його швидкість.

№ 315. Протон влетів в однорідне магнітне поле під кутом 60° до силових ліній поля та рухається по спіралі, радіус якої 2,5см. Індукція магнітного поля 0,05Тл. Знайти кінетичну енергію протона.

№ 316. Два іона з однаковими зарядами пройшли однакову прискорюючу різницю потенціалів та потрапили в однорідне магнітне поле перпендикулярно до ліній індукції. Один іон, маса якого 12 а.о.м., описав дугу радіуса 2см. Визначити масу (в а.о.м.) другого іона, який рухався вздовж дуги радіуса 2,31см.

№ 317. Силкові лінії однорідного електричного поля і лінії магнітної індукції однорідного магнітного поля взаємно перпендикулярні. Напруженість електричного поля $E = 2$ кВ/м, а магнітна індукція магнітного поля $B = 5$ мТл. Якими мають бути напрям і модуль швидкості електрона, щоб його рух був прямолінійним?

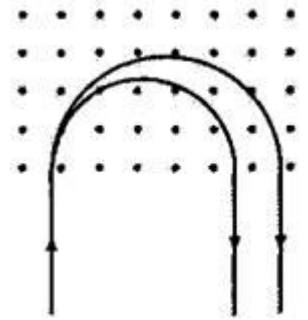


Рис.11

№ 318. Мас-спектрограф. Пучок іонів, розігнаних різницею потенціалів 4 кВ, влітає в однорідне магнітне поле з магнітною індукцією 80 мТл перпендикулярно до ліній магнітної індукції. Пучок складається з іонів двох типів із молярними масами 0,02 кг/моль і 0,022 кг/моль. Усі іони мають заряд $1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл. Іони вилітають з поля двома пучками (див. рисунок). Знайдіть відстань між пучками іонів, що вилітають.

№ 319. Частинка, що має один елементарний заряд, влетіла в однорідне магнітне поле з індукцією 0,2Тл під кутом 30° до силових ліній магнітного поля. Визначити силу Лоренца, якщо швидкість частинки 10,5 м/с.

№ 320. Частинка, що має один елементарний заряд, влетіла в однорідне магнітне поле з індукцією 0,01Тл. Визначити момент імпульсу, який мала частинка під час руху в магнітному полі, якщо радіус траєкторії частинки дорівнює 0,5мм.

№ 321. Заряджена частинка, що пройшла різницю потенціалів U , влітає в однорідне магнітне поле з індукцією B і рухається по колу радіусом R . Визначіть за цими даними питомий заряд частинки, тобто відношення її заряду до маси q/m .

Електромагнітна індукція

№ 401. Квадратна рамка зі стороною l и опором R обертається в магнітному полі з індукцією B з кутовою швидкістю ω навколо осі, що лежить в площині рамки и розташована перпендикулярно вектора індукції B . В початковий момент вектор B складає кут 60° с площиною рамки. Знайти залежність від часу сили струму в рамці.

№ 402. Плоский виток, поміщено перпендикулярно до ліній однорідного магнітного поля. Якщо виток розвернути на 180° , то по ньому проходить заряд $Q = 7,2 \text{ мкКл}$. На який кут повернули виток, якщо через нього пройшов заряд $q = 1,8 \text{ мкКл}$?

№ 403. Стрижень довжиною l обертається навколо осі, що проходить через один з його кінців, з кутовою швидкістю ω . Вздовж осі обертання збуджено магнітне поле з індукцією B . Чому дорівнює різниця потенціалів між кінцями стрижня.

№ 404. Через котушку, індуктивність якої дорівнює L , тече струм, який змінюється з часом по закону $I = I_0 \sin \omega t$, де I_0 — стала, $\omega = \frac{2\pi}{T}$. Вважаючи відомими значення T та I_0 , знайти залежність від часу ЕРС самоіндукції, що виникає в котушці.

№ 405. По вертикальному каркасу у вигляді двох сторін правильного трикутника ковзає зі швидкістю v горизонтальна перетинка. Магнітне поле с індукцією B перпендикулярне до площини каркаса. Опір одиниці довжини каркаса и перетинки R . Який струм тече в контурі?

№ 406. Квадратна рамка зі стороною a и довгий прямий провід зі струмом I знаходяться в одній площині. Рамку поступально переміщують праворуч з постійною швидкістю v . Найти ЕРС індукції в рамці як функцію відстані x .

№ 407. Круговий контур радіуса r розміщений в однорідному магнітному полі, індукція якого дорівнює B . Площина контуру перпендикулярна до напрямку магнітного поля, опір контуру R . Яка кількість електрики пройде по контуру при повороті його на 60° .

№ 408. Квадратна рамка зі стороною a и довгий прямий провід зі струмом I знаходяться в одній площині. Опір рамки R . Її повернули на 180° навколо осі, що співпадає зі стороною, яка паралельна провіднику і заходиться на відстані b від нього. Знайти кількість електрики, що пройшла в рамці.

№ 409. З двох однакових відрізків дроту виготовили дві рамки: квадратну та у вигляді кола. Обидві рамки розташовані поруч в магнітному полі, яке змінюється з часом. У круговій рамці при цьому тече струм I . Який струм тече в квадратній рамці?

№ 410. Прямий провідник довжиною 40 см перетинає однорідне магнітне поле із швидкістю 5 м/с перпендикулярно до ліній магнітної індукції. У провіднику індукується ЕРС 0,6 В. Визначити магнітну індукцію поля.

№ 411. Різниця потенціалів між кінцями крил літака дорівнює 0,5 В. Розмах крил 50 м. З якою швидкістю летить літак, якщо модуль вертикальної складової вектора індукції магнітного поля Землі $4 \cdot 10^{-5}$ Тл?

№ 412. Магнітна індукція однорідного магнітного поля змінюється зі швидкістю 20 Тл за секунду. При цьому в котушці з площею поперечного перерізу 6 см^2 , що містить 1000 витків, збуджується ЕРС індукції 6 В. Який кут утворює вісь котушки з лініями магнітної індукції поля?

№ 413. Магнітна індукція однорідного магнітного поля змінюється зі швидкістю 20 Тл за секунду. При цьому в котушці з площею поперечного перерізу 6 см^2 збуджується ЕРС індукції 12 В. Скільки витків у котушці? Вісь котушки паралельна до ліній магнітної індукції.

№ 414. Металевий стержень може ковзати без тертя по паралельних горизонтальних рейках, що знаходяться на відстані l одна від одної. Рейки з'єднані перемичкою, опір якої R . Система знаходиться у вертикальному

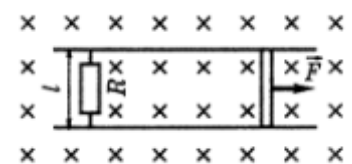


Рис.12

однорідному магнітному полі з індукцією B (див. Рис. 12). Як буде рухатися стержень, якщо до нього прикласти постійну горизонтальну силу F ? Електричним опором стержня та рейок можна знехтувати. Явище самоіндукції не враховуйте.

№ 415. Магнітна індукція однорідного магнітного поля змінюється зі швидкістю 20 Тл за секунду. При цьому в котушці з площею поперечного перерізу 6 см^2 збуджується ЕРС індукції 12 В. Скільки витків у котушці? Вісь котушки паралельна до ліній магнітної індукції.

№ 416. Рамка, що має 1000 витків площею 100 см^2 , рівномірно обертається з частотою $\nu = 10 \text{ с}^{-1}$ в магнітному полі напруженістю $H = 10^4$ А/м. Вісь обертання лежить в площині рамки і перпендикулярна до ліній напруженості. Визначити максимальну ЕРС індукції, що виникає в рамці.

№ 417. Плоский контур зі струмом 5А вільно розташувався в однорідному магнітному полі з індукцією 0,4Тл. Площа контуру 200см². Утримуючи струм в контурі незмінним, його повертають відносно осі, що лежить в площині контуру, на кут 40⁰. Визначити роботу, що була виконана.

№ 418. В дротяне кільце, приєднане до балістичного гальванометра, помістили прямий магніт. При цьому в колі пройшов заряд 50мкКл. Визначити зміну магнітного потоку крізь кільце, якщо опір в колі гальванометра складає 10Ом.

№ 419. Дротяний виток діаметром 5см та опором 0,02Ом знаходиться в однорідному магнітному полі ($B = 0,3$ Тл). Площина витка складає кут 40⁰ з лініями індукції. Який заряд потече по витку при вимкненні магнітного поля?

№ 420. В однорідному магнітному полі з індукцією 1Тл знаходиться прямий провідник довжиною 20см, кінці якого замкнені за межами поля. Опір всього кола дорівнює 0,1 Ом. Знайти силу , яку треба прикласти до контуру, щоб переміщувати його перпендикулярно до ліній індукції зі швидкістю 2,5 м/с.

Індуктивність. Самоіндукція, взаємоіндукція.

№ 501. Надпровідне кругле кільце радіуса a , яке має індуктивність L , розташоване в однорідному магнітному полі з індукцією B . Площина кільця паралельна вектора B , струм в кільці дорівнює нулю. Потім площину кільця повернули на 90⁰ у положення, перпендикулярне полю. Знайти струм у кільці після повороту та роботу, виконану при цьому.

№ 502. В магнітному полі, індукція якого дорівнює 0,1Тл, розташована квадратна рамка з мідного дроту. Площа поперечного перерізу дроту 1мм², площа рамки 25см², нормаль до площини рамки направлена вздовж силових ліній поля. Яка кількість електрики пройде по контуру рамки при зникненні магнітного поля?

№ 503. Соленоїд , що має переріз 10 см² , містить 100 витків. Індукція магнітного поля всередині соленоїда при сили струму 5А дорівнює 0,1Тл. Визначити індуктивність соленоїда.

№ 504. На картонний каркас довжиною 0,8 м та діаметром 4см намотаний в один шар дріт радіуса 0,145мм так, що витки щільно прилягають один до одного. Розрахувати індуктивність отриманого соленоїда.

№ 505. Скільки метрів тонкого проводу необхідно взяти для виготовлення соленоїда довжиною 100см з індуктивністю 1,0мГн, якщо діаметр перерізу соленоїда значно менший від його довжини?

№ 506. Знайти індуктивність одиниці довжини кабеля, який являє собою два тонкостінних металевих циліндри, якщо радіус зовнішнього циліндра в 3,6 разів більший від радіуса внутрішнього. Магнітну проникність середовища вважати рівною одиниці.

№ 507. На залізний повністю розмагнічений каркас довжиною 80см та діаметром 5см намотаний в один шар 240 витків дроту так, що витки щільно прилягають один до одного. Розрахувати індуктивність отриманого соленоїда за сили струму 0,6А.

№ 508. Силу струму в котушці рівномірно збільшують за допомогою реостата на $\Delta I = 0,6 \text{ А}$ за секунду. Знайти середнє значення ЕРС $\langle \mathcal{E}_s \rangle$ самоіндукції, якщо індуктивність котушки $L = 5 \text{ мГн}$.

№ 509. По котушці індуктивності $L = 8 \text{ мкГн}$ протікає струм силою $I = 6 \text{ А}$. При вимкненні струму його сила зменшується практично до нуля за час $\Delta t = 5 \text{ мс}$. Визначити середнє значення ЕРС $\langle \mathcal{E}_s \rangle$ самоіндукції, що виникає в контурі.

№ 510. В електричному колі, що містить опір $r = 20 \text{ Ом}$ та індуктивність $L = 0,06 \text{ Гн}$, тече струм силою $I = 6 \text{ А}$. визначити силу струму в колі через $\Delta t = 0,2 \text{ мс}$ після його роз'єднання.

№ 511. Коло складається з котушки індуктивністю $L = 0,1 \text{ мГн}$ та джерела струму. Джерело струму від'єднали не розриваючи кола. Час, протягом якого сила струму зменшиться до 0,001 початкового значення, дорівнює с. $t = 0,07 \text{ с}$. Визначити опір котушки R .

№ 512. По замкненому контуру з опором $r = 20 \text{ Ом}$ протікає струм. Через час $t = 8 \text{ мс}$ після розмикання кола сила струму у ньому зменшилася в 20 разів. Визначити індуктивність L контуру.

№ 513. Котушка, що намотана на немагнітний циліндричний каркас, має $N = 250$ витків та індуктивність $L_1 = 36$ мГн. Щоб збільшити індуктивність котушки $L = 100$ мГн, обмотку зняли та замінили іншою обмоткою з більш тонкого дроту, але з таким розрахунком, щоб довжина соленоїда не змінилася. Скільки витків виявилось на в котушці після перемотки?

№ 514. Джерело струму замкнули на котушку, опір якої $r = 20$ Ом. Протягом часу $\Delta t = 0,1$ с сила струму замикаання досягла 0,95 граничного значення. Визначити індуктивність котушки.

№ 515. Джерело струму замкнули на котушку, опір якої $r = 10$ Ом та індуктивністю $L = 0,2$ Гн. За який час сила струму в колі досягне 50% максимального значення.

№ 516. Обмотка соленоїда з залізним осердям містить 500 витків, довжина соленоїда дорівнює 50 см. Як і в скільки разів зміниться індуктивність соленоїда, якщо сила струму в обмотці зросте від 0,1 А до 1 А

№ 517. Соленоїд індуктивністю $L = 4 \cdot 10^{-3}$ Гн містить $N = 600$ витків. Визначити магнітний потік, якщо сила струму, що проходить в обмотці, дорівнює $I = 12$ А.

№ 518. Дві котушки розташовані на невеликій відстані одна від іншої. Коли сила струму в першій котушці змінюється зі швидкістю $\Delta I / \Delta t = 5$ А/с, в іншій котушці виникає ЕРС індукції $\varepsilon_i = 0,1$ В. Визначити коефіцієнт взаємної індукції котушок M .

№ 519. В обмотці соленоїда міститься $N = 600$ витків. При силі струму $I = 10$ А магнітний потік дорівнює $\Phi = 80$ мкВб. Визначити індуктивність соленоїда.

№ 520. Обчислити взаємну індуктивність L_{12} довгого прямого проводу та прямокутної рамки зі сторонами $a = 10$ см та $b = 15$ см. Рамка та прямий провід лежать в одній площині. Близька до проводу сторона рамки, довжина якої b , паралельна проводу і віддалена від нього на відстань $l = 8$ см.

Енергія магнітного поля. Магнітне поле в речовині.

№ 601. По обмотці соленоїда , що має індуктивність $L = 0,2 \text{ Гн}$ протікає струм $I = 10 \text{ А}$. Визначити енергію W магнітного поля соленоїда.

№ 602. На стрижень з немагнітного матеріалу довжиною $l = 50 \text{ см}$ намотано дріт в один шар так, що на кожен сантиметр довжини стрижня припадає 20 витків. Визначити енергію магнітного поля всередині соленоїда, якщо сила струму в обмотці дорівнює $0,5 \text{ А}$. Площа S перерізу стрижня дорівнює 2 см^2 .

№ 603. На залізне кільце намотано 200 витків в один шар. Визначити енергію магнітного поля, якщо при силі струму $2,5 \text{ А}$ магнітний потік в залізі дорівнює $0,5 \text{ мВб}$. (для визначення магнітної проникності скористатися графіком на рис 13)

№ 604. Два соленоїди намотані на немагнітний каркас один на одній. Кількість витків соленоїдів $N_1 = 1200$ і $N_2 = 750$, площа поперечного перерізу $S = 20 \text{ см}^2$, довжина $l = 1 \text{ м}$. по обмотках соленоїдів проходять струми, сила яких відповідно $I_1 = 3 \text{ А}$ та $I_2 = 7 \text{ А}$. Обчислити енергію магнітного поля струмів.

№ 605. У соленоїд завдовжки $l = 10 \text{ см}$, що має $N = 300$ витків, уведено залізне осердя. По соленоїду проходить струм, сила якого $I = 1 \text{ А}$. Обчислити намагніченість J всередині соленоїда. (для визначення магнітної проникності скористатися графіком на рис. 13).

№ 606. Вдovж обмотки довгого соленоїда із сталним осердям тече струм $I = 2 \text{ А}$. Визначити об'ємну густину енергії ω магнітного поля в осерді, якщо кількість витків на кожному сантиметрі довжини соленоїда дорівнює 7 см^{-1} . (для визначення магнітної проникності скористатися графіком на рис. 13)

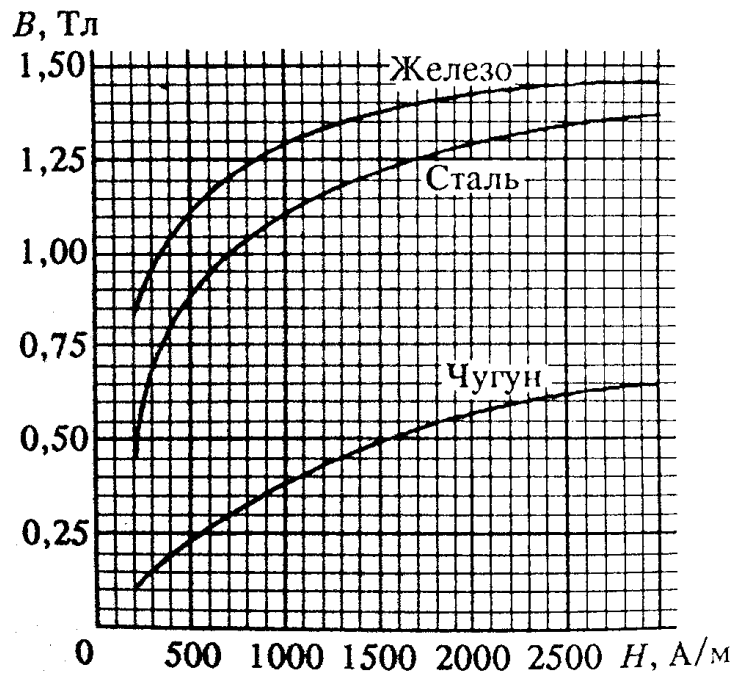


Рис.13

№ 607. Соленоїд містить 1000 витків. Сила струму в його обмотці дорівнює 1А, магнітний потік через поперечний переріз соленоїда дорівнює 0,1мВб. Визначити енергію магнітного поля.

№ 608. Соленоїд завдовжки 0,5м, площа поперечного перерізу якого 2 см², має індуктивність 0,2мГн. Якою має бути сила струму, щоб об'ємна густина енергії магнітного поля всередині соленоїда дорівнювала 1мДж/м³.

№ 609. Соленоїд, що має довжину $l = 20$ см, площу поперечного перерізу 10 см² і кількість витків $N = 400$, міститься в діамагнітному середовищі. Індуктивність його $L = 1$ мГн. Обчислити індукцію магнітного поля B та намагніченість J всередині соленоїда, якщо по ньому проходить струм, сила якого $I = 1$ А.

№ 610. Індукція магнітного поля тороїда, що має сталє осердя, збільшилася від 0,5Тл до 1Тл. Знайти у скільки разів зміниться об'ємна густина енергії магнітного поля (для визначення магнітної проникності скористатися графіком на рис 13)

№ 611. При деякій силі струму I густина енергії w магнітного поля соленоїда (без осердя) дорівнює 0,2 Дж/м³. В скільки разів збільшиться густина енергії поля за тієї ж сили струму, якщо соленоїд матиме залізне осердя? (для визначення магнітної проникності скористатися графіком на рис. 13)

№ 612. Індуктивність котушки (без осердя) $L = 0,1$ мГн. За якої сили струму I енергія магнітного поля W дорівнює 10^{-4} Дж.

№ 613. Соленоїд намотано на залізне осердя, площа поперечного перерізу якого $S = 5$ см². При силі струму $I = 5$ А магнітний потік $\Phi = 200$ мкВб. Визначити кількість витків, що припадають на одиницю довжини (для визначення магнітної проникності скористатися графіком на рис. 13).

№ 614. Знайти густину енергії магнітного поля в залізному осерді соленоїда, якщо напруженість намагнічуючого поля дорівнює $1,6 \cdot 10^3$ А/м (для визначення магнітної проникності скористатися графіком на рис 13)

№ 615. Визначити магнітну індукцію в замкненому залізному осерді тороїда довжиною 20,9см, якщо кількість витків 1000, а струм в обмотці 15А. знайти

магнітну проникність матеріалу осердя. (для визначення магнітної проникності скористатися графіком на рис. 13)

№ 616. По обмотці тороїда протікає струм силою $I = 0,6 \text{ А}$. Витки дроту діаметром $d = 0,4 \text{ мм}$ щільно прилягають один до одного. Знайти енергію магнітного поля W в сталевому осерді тороїда, якщо площа його перерізу дорівнює $S = 4 \text{ см}^2$, діаметр середньої лінії $D = 30 \text{ см}$. (для визначення магнітної проникності скористатися графіком на рис. 13)

№ 617. По провіднику, вигнутому у вигляді кільця радіусом $R = 20 \text{ см}$, протікає струм $I = 1 \text{ А}$. Кількість витків обмотки $N = 500$. Визначити об'ємну густину енергії магнітного поля ω в центрі кільця.

№ 618. При якій силі струму I в прямолінійному нескінченно довгому провіднику на відстані $r = 5 \text{ см}$ від нього об'ємна густина енергії магнітного поля дорівнюватиме $\omega = 1 \text{ мДж/м}^3$.

№ 619. На залізне осердя довжиною $l = 20 \text{ см}$ малого перерізу ($d \ll l$) намотано $N = 200$ витків. Визначити магнітну проникність μ заліза при силі струму $I = 0,4 \text{ А}$. (для визначення магнітної проникності скористатися графіком на рис. 12)

№ 620. Обмотка соленоїда містить $I = 1$ витків на кожний сантиметр. За якої сили струму об'ємна густина енергії магнітного поля всередині соленоїда дорівнює $0,1 \text{ Дж/м}^3$. Осердя виготовлене з немагнітного матеріалу, магнітне поле однорідне по всьому об'єму.

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. Т.2 Електрика і магнетизм. -К.: Техніка, 1999.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. - Т.2 - М.: Наука, 1989.
3. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики. - Т.2. - М.: В. ш., 1989.
4. Сивухин Д.В. Общий курс физики. - М.: Наука, 1979.
5. Методичні вказівки до розв'язання задач з дисципліни „Фізика. Електрика та магнетизм” для студентів фізико-математичного факультету НТУУ „КПІ” / Уклад.: В.К. Ковальов, С.О. Решетняк, П.О. Юрачківський. – К.: НТУУ «КПІ», 2010. – 88 с.
6. Иродов И.Е. Задачи по общей физике. – М.: Наука, 1988.
7. Загальний курс фізики. Збірник задач. За редакцією проф. І.П. Гаркуші.- К.: Техніка, 2003.

ЗМІСТ

Вступ	3
1. МАГНІТНЕ ПОЛЕ	4
1.1. Магнітна індукція. Сила Лоренца	4
1.2. Вільна частинка в однорідному магнітному полі	7
1.3. Дія магнітного поля на струм. Закон Ампера	8
1.4. Закон Біо - Савара - Лапласа	9
1.5. Циркуляція магнітної індукції	11
1.6. Контур зі струмом в магнітному полі	13
1.7. Магнітне поле в речовині	15
1.8. Магнетики	19
Приклади розв'язання задач	26
2. ЕЛЕКТРОМАГНІТНА ІНДУКЦІЯ	38
2.1. Магнітний потік	38
2.2. Робота при переміщенні контуру в магнітному полі	39
2.3. Електромагнітна індукція	40
2.4. Явище самоіндукції та взаємної індукції	41
2.5. Струми при замиканні та розмикання кола	43
2.6. Енергія магнітного поля	46
2.7. Змінний струм. Опір в колі змінного струму	48
2.8. Ємність та індуктивність в колі змінного струму	49
2.9. Резонанс напруги	50
2.10. Резонанс струмів	52
2.11. Робота і потужність змінного струму	53
Приклади розв'язання задач	55
3. ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛИВАННЯ	63
3.1. Коливальний контур. Власні електричні коливання	63
3.2. Згасаючі електричні коливання	66
3.3. Вимушені електричні коливання	67
Приклади розв'язання задач	69

4. ЕЛЕКТРОМАГНІТНЕ ПОЛЕ. ТЕОРІЯ Дж. МАКСВЕЛА	76
4.1. Вихрове електричне поле	76
4.2. Рівняння Максвела	79
Приклади розв'язання задач	73
5. ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ ХВИЛІ	85
5.1. Хвильове рівняння. Плоскі електромагнітні хвилі в однорідному середовищі.	85
5.2. Енергія електромагнітної хвилі. Потік енергії	87
5.3. Випромінювання електромагнітних хвиль	88
5.4. Тиск та імпульс електромагнітних хвиль	91
Приклади розв'язання задач	92
Загальні вказівки до розв'язку задач та виконання контрольних робіт	101
Задачі для самостійного розв'язання	103
СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ	119
Зміст	120