УДК 519.8+519.1

ГЕНЕТИЧНІ АЛГОРИТМИ ПАРЕТО АПРОКСИМАЦІЇ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗКУ БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНИХ ЗАДАЧ

А. М. Господінов[1], С. А. Смирнов[1]

[1] *Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», Фізико-технічний інститут*

Анотація

Досліджена робота сучасного варіанту генетичного алгоритму Парето апроксимації NSGA-II на прикладі тестових задач багатокриторіальної оптимізації ZDT1-ZDT4. Виявлено залежність точності результатів від складності задачі (кількість вільних параметрів, кількість критеріїв).

Ключові слова: генетичний алгоритм, Парето апроксимація, тестові задачі ZDT, Фронт Парето, багатокритеріальна оптимізація

Вступ

Генетичні алгоритми виникли в результаті спостереження і спроб копіювання природних процесів, що відбуваються в світі живих організмів, зокрема, еволюції, пов'язаної з нею селекції (природного відбору) популяції живих істот. Немаловажливим доповненням э також об'єднання роботи генетичних алгоритмів з теорією прийняття рішень, а саме з домінуванням за Парето [1, 2].

У даній роботі розглядається генетичний алгоритм Парето апроксимації NSGA-II як інструмент розв'язку задач багатокриторіальної оптимізації [3]. Моделлю, що розглядається, є пакет широковідомих тестових задач ZDT1-ZDT4 [4], оскільки проблематика розв'язку задач багатокритеріальної оптимізації зараз як ніколи актуальна.

Інструментарієм для практичного дослідження було обрано середовище Matlab, так як воно має значну кількість вбудованих функцій і панелей інструментів для розв'язку задач генетичного програмування.

1. Постановка задачі

Набір тестових задач ZDT - це широко розповсюджений тестовий набір, який був задуманий для пошуку оптимального способу розв'язку двооб'єктивних багатопараметричних задач і отримав свою назву від авторів Цицлера, Деба та Тіле [4].

У своїй роботі автори пропонують набір із 6 різних масштабованих проблем, які походять від продуманої комбінації функцій, що дозволяє, будуючи конструкцію, вимірювати відстань будь-якої точки до фронту Парето, створюючи при цьому цікаві задачі. Вони також пропонують деякі виміри для подання задач. В цій роботі ми будемо розглядати задачі ZDT1-ZDT4.

Математичне формулювання

Оскільки ми вирішуємо задачу оптимізації, її розв'язок зводиться до максимізації або мінімізації деякої функції (функцій). У випадку ZDT задач ми повинні мінімізувати функції $f_1(x)$ та $f_2(\mathbf{x})$, де $f_2(\mathbf{x}) = g(\mathbf{x}) \cdot h(f_1(\mathbf{x}), g(\mathbf{x}))$, а саме знайти Парето-оптимальну множину рішень.

Чотири тестові задачі відрізняються способом ініціалізації трьох функцій $f_1(x)$, $g(x)$ і $h(x)$. У всіх задачах Парето-оптимальний фронт формується з $g(x) = 1$. Хоча в цих задачах $f_1(x)$ використовувалась як функція одної змінної, складність задачі може бути збільшена за допомогою використання функції $f_1(x)$ з декільками змінними або стратегією відображення змінної.

Задача ZDT1

Це задача з n=30 змінними, що має опуклу Парето-оптимальну множину.

$$\begin{cases} f_1(\mathbf{x}) = x_1, \\ g(\mathbf{x}) = 1 + \frac{9}{n-1}\sum_{i=2}^{n} x_i, \\ h(\mathbf{f_1}, \mathbf{g}) = 1 - \sqrt{\frac{f_1}{g}} \end{cases}$$

Усі змінні знаходяться в діапазоні $\forall i, x_i \in [0,1]$ та $n = 30$. Парето-оптимальна область відповідає $x_1 \leq 1$ та $x_i = 0$ для $i = 2, 3, \ldots, 30$. Це трапляється коли $g(\mathbf{x}) = 1$.

Задача ZDT2

Це задача з n=30 змінними, що має невипуклу Парето-оптимальну множину.

$$\begin{cases} f_1(\mathbf{x}) = x_1, \\ g(\mathbf{x}) = 1 + \frac{9}{n-1}\sum_{i=2}^{n} x_i, \\ h(\mathbf{f_1}, \mathbf{g}) = 1 - (\frac{f_1}{g})^2 \end{cases}$$

Усі змінні знаходяться в діапазоні $\forall i, x_i \in [0,1]$ та $n = 30$. Парето-оптимальна область відповідає $0 \leq x_1 \leq 1$ та $x_i = 0$ для $i = 2, 3, \ldots, 30$. Це трапляється коли $g(\mathbf{x}) = 1$.

Задача ZDT3

Ця задача має переривчастий фронт Парето. Однак у просторі змінної рішень немає розривів.

$$\begin{cases} f_1(\mathbf{x}) = x_1, \\ g(\mathbf{x}) = 1 + \frac{9}{n-1}\sum_{i=2}^{n} x_i, \\ h(\mathbf{f_1}, \mathbf{g}) = 1 - \sqrt{\frac{f_1}{g}} - (\frac{f_1}{g})\sin(10\pi f_1) \end{cases}$$

Усі змінні знаходяться в діапазоні $\forall i, x_i \in [0,1]$, $n = 30$. Парето-оптимальна область відповідає $x_1 \leq 1$ та $x_i = 0$ для $i = 2, 3, \ldots, 30$. Це трапляється коли $g(\mathbf{x}) = 1$.

Задача ZDT4

Це задача з n=10 змінними, що має опуклу Парето-оптимальну множину.

$$\begin{cases} f_1(\mathbf{x}) = x_1, \\ g(\mathbf{x}) = 1 + 10(n-1) + \sum_{i=2}^{n}(x_i^2 - 10\cos(4\pi x_i)) \\ h(\mathbf{f_1}, \mathbf{g}) = 1 - \sqrt{\frac{f_1}{g}} \end{cases}$$

Змінна x_1 лежить у діапазоні [0,1], але всі інші лежать у [-5,5]. Існує 21^9 або приблизно $8 \cdot 10^{11}$ локальних Парето-оптимальних рішень, кожен відповідає $\leq x_1 \leq 1$ і $x_i = 0,5m$, де m - будь-яке ціле число в діапазоні [-10,10], де $i = 2, 3, \ldots, 10$. Це трапляється коли $g(x) = 1$.

2. Робота генетичного алгоритму NSGA-II

Генетичний алгоритм - евристичний алгоритм пошуку, який використовується для розв'язку задач оптимізації та моделювання шляхом послідовного підбору, комбінування і варіації шуканих параметрів з використанням механізмів, що нагадують біологічну еволюцію [5]. В даній роботі мі будемо розглядати генетичний алгоритм Парето апроксимації NSGA-II, основою якого є домінування за Парето [3].

NSGA-II - це один із найпопулярніших алгоритмів багатоцільової оптимізації з трьома спеціальними характеристиками, швидким підходом до сортування, швидкою процедурою оцінювання відстані між рішеннями та простим оператором порівняння великої кількості особин. Існує дуже велика кількість варіантів даного алгоритму [6]. Нами запропонований описаний нижче варіант.

Опис алгоритму NSGA-II

Крок 1: Ініціалізація населення
Ініціалізуємо популяції особин на основі діапазону задачі та заданих обмежень.

Крок 2: Сортування за критерієм домінування
Процес сортування на основі критеріїв домінування в рамках популяції, що була ініціалізована, тобто кожній особині присвоюється певний ранг, но основі правил сортування.

Крок 3: Відстань скупчення
Після того, як сортування завершено, до уваги приймається значення відстані скупчення. Особини в популяції вибираються виходячи з призначенного рангу та відстані скупчення.

Крок 4: Селекція
Відбір особин здійснюється за допомогою відбору двійкового турніру з оператором порівняння скупчення.

Крок 5: Генетичні оператори
Класичний кодований генетичний алгоритм, що використовує модельований бінарний кросовер та поліноміальну мутацію.

Крок 6: Рекомбінація та відбір
Популяція потомства та популяція поточного покоління поєднуються, а особини наступного покоління встановлюються шляхом селекції (крок 4). Нове покоління заповнюється кожним фронтом згодом до тих пір, поки чисельність нової популяції не перевищить чисельність чинної популяції.

3. Результати розв'язку задач ZDT1-ZDT4 за допомогою NSGA-II

Для отримання результатів був використаний пакет прикладних програм для вирішення задач технічних обчислень – MATLAB. Він надає вбудовану панель інструментів OptimToolbox, яка призначена для розширення функціональних можливостей пакета алгоритмами оптимізації, зокрема, генетичними алгоритмами.

Далі наведено результати роботи генетичного алгоритму NSGA-II на прикладі задач ZDT1-ZDT4. Перш за все ініціалізуємо фронт Парето в кожній задачі, а далі за допомогою алгоритму NSGA-II отримуємо результати Парето-апроксимації (шукані Парето-оптимальні значення). Кожна задача має однаковий стартовий набір популяції, число ітерацій t=500. На рис. 1 зображені Парето фронт та результати пошуку Парето-апроксимації для задач ZDT1-ZDT4.

Задача ZDT1

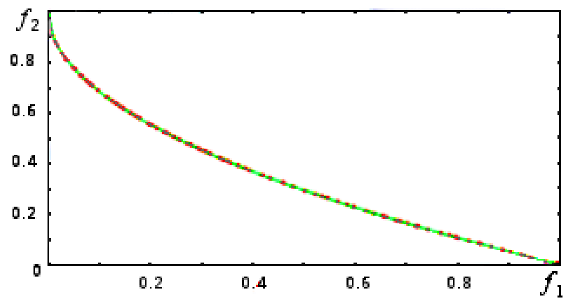
Результати на рисунку 1а показують, що алгоритм NSGA-II забезпечує для цієї задачі високу якість Парето-апроксимації.

Задача ZDT2

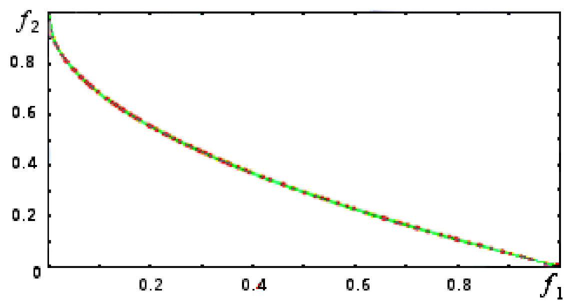
Задача ZDT2 є досить складною з точки зору отримання Парето-аппроксімації, і її фронту Парето в силу неопуклості цього фронту. Рисунок 1б показує високу ефективність алгоритму NSGA-II і в даному випадку.

Задача ZDT3

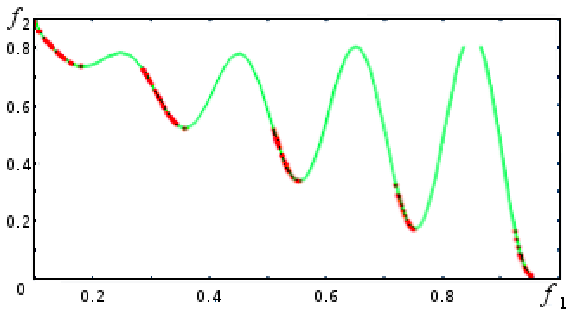
Задача ZDT3 має дискретний, хоча і опуклий, фронт Парето і тому є складною для багатьох алгоритмів Парето-апроксимації. З результатів, зобра-



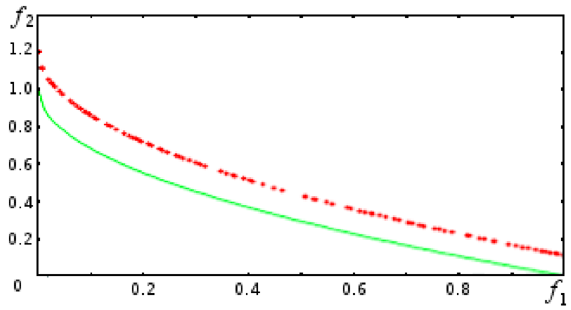
(а) Задача ZDT1



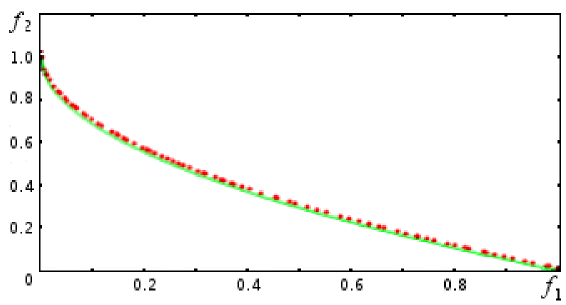
(б) Задача ZDT2



(в) Задача ZDT3



(г) Задача ZDT4 (500 ітерацій)



(д) Задача ZDT4 (800 ітерацій)

Рис. 1. Парето фронт (зелений колір) та Парето-апроксимація (червоний колір) для задач ZDT1-ZDT4, знайдена за допомогою алгоритму NSGA-II

жених на рисунку 1в, випливає, що алгоритм NSGA II і в даному випадку показує досить високу якість апроксимації.

Задача ZDT4

Рисунок 1г показує, що 500 ітерацій алгоритму NSGA-II дозволяють отримати апроксимацію, в якій немає рішень, які знаходяться поблизу істинного фронту Парето. При збільшенні числа ітерацій до 800, виходить апроксимація, близька до істинного фронту Парето (рис. 1д), хоча, як і при $t = 500$, не знайдено рішень, які точно лежать на фронті.

Висновки

Аналізуючи отримані результати та враховуючи, що нами будо обрано досить невелику (в понятті генетичних алгоритмів) кількість ітерацій алгоритму t=500, можна з певненістю сказати, що запропонована нами модель алгоритму NSGA-II дає оптимальні результати при розв'язку задач ZDT1-ZDT4, тобто отримано досить точну (наближену до Парето фронту) Парето апроксимацію. Певні нюанси є лиш в результатах, отриманих при розв'язку задачі ZDT4, де при $t = 500$ нам не вдалося отримати рішення, що точно лежали б на Парето фронті. Але зважаючи на підвищену складність задачі і запропоновану нами опцію рішення цієї проблеми (підвищення кількості ітерацій), отриманий результат можна вважати задовільним.

Перелік використаних джерел

1. Генетические алгоритмы, искусственные нейронные сети и проблемы виртуальной реальности / Г. К. Вороновский, К. В. Махотило, С. Н. Петрашев, С. А. Сергеев. — Х.: ОСНОВА, 1997.
2. Карпенко А. П., Семенихин А. С., Митина Е. В. Популяционные методы аппроксимации множества Парето в задаче многокритериальной оптимизации. Обзор // Машиностроение и компьютерные технологии. — 2012. — № 04.
3. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II / K. Deb, A. Pratap, S. Agarwal, T. Meyarivan // IEEE Transactions on Evolutionary Computation. — 2002. — Vol. 6, no. 2. — P. 182–197.
4. Zitzler E Deb K, Thiele L. Comparison of Multiobjective Evolutionary Algorithms: Empirical Results. // Evolutionary Computation Journal. — 2000. — Vol. 8, no. 2. — P. 125–148.
5. Deb Kalyanmoy, Kalyanmoy Deb. Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms. — USA : John Wiley & Sons, Inc., 2001. — ISBN: 978-0-471-87339-6.
6. Карпенко А. П. Основные сущности популяционных алгоритмов глобальной оптимизации. Опыт систематизации // Вестник евразийской науки. — 2017. — Т. 6, № 43.