

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ**  
**«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ**  
**імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»**  
**Механіко-машинобудівний інститут**  
**Кафедра динаміки і міцності машин та опору матеріалів**

До захисту допущено:  
 Завідувач кафедри  
 \_\_\_\_\_ Сергій ПИСКУНОВ  
 (підпис)  
 «\_\_» \_\_\_\_\_ 2021 р.

**Дипломна робота**  
**на здобуття ступеня бакалавра**  
**за освітньо-професійною програмою «Динаміка і міцність машин»**  
**спеціальності 131 «Прикладна механіка»**  
**на тему: «Удосконалення установки КМ-50 для визначення характеристик**  
**міцності матеріалів при крученні»**

|                                                                               |                   |
|-------------------------------------------------------------------------------|-------------------|
| Виконав (-ла): студент (-ка) IV курсу групи МП-71 Махненко Олексій Олегович   | _____<br>(підпис) |
| Керівник: д.т.н., проф. Кривов Георгій Олексійович                            | _____<br>(підпис) |
| Консультант з деталей машин: к.т.н., доц. Лавренко Ярослав Іванович           | _____<br>(підпис) |
| Консультант з теорії мех. і машин: к.т.н., доц. Заховайко Олександр Панасович | _____<br>(підпис) |
| Консультант з будівельної механіки: д.т.н., проф. Пискунов Сергій Олегович    | _____<br>(підпис) |
| Консультант з теорії пружності: д.т.н., проф. Бабенко Андрій Єлісейович       | _____<br>(підпис) |
| Консультант з чисельних методів: д.т.н., проф. Рудаков Костянтин Миколайович  | _____<br>(підпис) |
| Консультант з теорії коливань: д.т.н., проф. Боронко Олег Олександрович       | _____<br>(підпис) |
| Рецензент: д.т.н., проф. Данильченко Юрій Михайлович                          | _____<br>(підпис) |

Засвідчую, що у цій дипломній роботі немає запозичень  
 з праць інших авторів без відповідних посилань.  
 Студент (-ка) \_\_\_\_\_  
 (підпис)

**Національний технічний університет України**  
**«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»**  
**Механіко-машинобудівний інститут**  
**Динаміки і міцності машин та опору матеріалів**

Рівень вищої освіти – перший (бакалаврський)

Спеціальність – 131 «Прикладна механіка»

Освітньо-професійна програма «Динаміка і міцність машин»

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

\_\_\_\_\_ Сергій ПИСКУНОВ  
(підпис)

«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2021 р.

**ЗАВДАННЯ**

**на дипломну роботу студенту**

**Махненку Олексію Олеговичу**

1. Тема роботи **«Удосконалення установки КМ-50 для визначення характеристик міцності матеріалів при крученні»**, керівник роботи Кривов Георгій Олексійович, д.т.н., проф., затверджені наказом по університету від 18.05.2021 р. № 1203-с.
2. Термін подання студентом роботи 08.06.2021 р.
3. Вихідні дані до роботи Установка КМ-50 для визначення характеристик міцності матеріалів при крученні, максимальний крутний момент 20кН·м, кутова швидкість активного захвата – 4 хв<sup>-1</sup>.
4. Зміст роботи Вибір двигуна, розрахунок і проектування передач та валів редуктора, проектування корегованого евольвентного зачеплення, розрахунок круглої ступінчатої пластини, розв'язання вісесиметричної задачі методами теорії пружності, розрахунок деформованого стану випробувального зразка, визначення власних частот та відповідних власних форм коливань вала, оригінальна частина.
5. Перелік ілюстративного матеріалу (із зазначенням презентацій тощо) 10 слайдів у презентації, записка містить 91 сторінку, 43 ілюстрації, 10 таблиць, додаток та 11 джерел використаної літератури.

## 6. Консультанти розділів роботи

| Розділ                    | Прізвище, ініціали та посада консультанта | Підпис, дата   |                  |
|---------------------------|-------------------------------------------|----------------|------------------|
|                           |                                           | завдання видав | завдання прийняв |
| Деталі машин              | Лавренко Я.І., доц.                       |                |                  |
| Теорія механізмів і машин | Заховайко О.П., доц..                     |                |                  |
| Будівельна механіка       | Пискунов С.О., проф.                      |                |                  |
| Теорія пружності          | Бабенко. А.Є., проф.                      |                |                  |
| Чисельні методи           | Рудаков К.М., проф.                       |                |                  |
| Теорія коливань           | Боронко О.О., проф.                       |                |                  |

7. Дата видачі завдання 01.10.2020 р.

## Календарний план

| № з/п | Назва етапів виконання дипломної роботи | Термін виконання етапів роботи | Примітка |
|-------|-----------------------------------------|--------------------------------|----------|
| 1     | Огляд літератури                        | 01.12.2020 р.                  |          |
| 2     | Виконання 1-2 розділів                  | 01.02.2021 р.                  |          |
| 3     | Виконання 3-4 розділів                  | 01.04.2021 р.                  |          |
| 4     | Виконання 5-7 розділів                  | 01.06.2021 р.                  |          |
| 5     | Передзахист                             | 10.06.2021 р.                  |          |
| 6     | Захист дипломної роботи                 | 16.06.2021 р.                  |          |
|       |                                         |                                |          |
|       |                                         |                                |          |
|       |                                         |                                |          |

Студент

Олексій МАХНЕНКО

Керівник

Георгій КРИВОВ

### Анотація

Дана робота присвячена розрахунку та проектуванню елементів випробувальної установки КМ-50 для визначення характеристик міцності матеріалів в умовах напруженого стану.

В даній роботі проведено: модифікацію приводу і редуктора установки за обраними оптимальними вузлами та умовами роботи; кореговано евольвентне зачеплення зубчастих коліс; розраховано ступінчасту пластину; методами теорії пружності розраховано напружено-деформований стан у нескінченій пластині при умові, що нагрівання відбувається за рахунок джерел тепла, рівномірно розподілених по площі кругового кільця; проведено розрахунок власних форм та частот проміжного вала редуктора установки КМ-50.

Записка містить 91 сторінку, 43 рисунка, 10 таблиць, додаток.

Ключові слова: *випробувальна установка, редуктор, кінематична схема, циліндрична передача, розрахунок валів, напружено-деформований стан, зразок, коливання, власні форми, власні частоти, прогонова балка, несуча здатність, корозійний дефект, нормативне навантаження.*

Робота складається з текстової та графічної частини, а також містить додаток зі специфікаціями до креслень.

## **Abstract**

This work is devoted to the calculation and design of elements of the testing installation KM-50 to determine the strength characteristics of materials under stress conditions.

In this work were done: modification of the drive unit and reducer of the installation by choosing the optimal components and operating conditions; correction of the involute gearing of gears; calculation of a stepped plate; calculation of the stress-strain state in an infinite plate under the condition that heating occurs at the expense of heat sources evenly distributed on the area of a circular ring by the methods of the theory of elasticity; calculation of eigenforms and frequencies of the intermediate shaft of the gearbox of the KM-50 installation.

The note contains 91 pages, 43 figures, 10 tables and appendix.

Keywords: testing installation, reducer, kinematic scheme, cylindrical transmission, shaft calculation, stress-strain state, sample, oscillations, eigenforms, eigenfrequencies, girder, bearing capacity, corrosion defect, normative load.

The work consists of a text and graphic part and contains an appendix with specifications for drawings.

## Зміст

|                                                                          |    |
|--------------------------------------------------------------------------|----|
| 1. Проектування і розрахунок привода випробувальної установки КМ-50..... | 9  |
| 1.1 Опис прототипу та кінематична схема привода.....                     | 9  |
| 1.2 Вибір двигуна.....                                                   | 11 |
| 1.3 Кінематичний та силовий розрахунок привода.....                      | 12 |
| 1.4 Розрахунок конічної прямозубої передачі.....                         | 14 |
| 1.4.1 Вибір матеріалу.....                                               | 14 |
| 1.4.2 Визначення допустимих контактних напружень.....                    | 14 |
| 1.4.3 Розрахунок зовнішнього діаметра шестерні.....                      | 15 |
| 1.4.4 Вибір основних параметрів передачі.....                            | 16 |
| 1.4.5 Перевірка контактної міцності зубців.....                          | 17 |
| 1.4.6 Перевірка міцності на згин зубців.....                             | 18 |
| 1.4.7 Перевірка міцності зубців при перевантаженнях.....                 | 20 |
| 1.4.8 Сили в зачепленні зубчастих коліс.....                             | 20 |
| 1.5 Розрахунок циліндричної прямозубої передачі.....                     | 21 |
| 1.5.1 Вибір матеріалу.....                                               | 21 |
| 1.5.2 Визначення допустимих контактних напружень.....                    | 21 |
| 1.5.3 Розрахунок діаметра шестерні.....                                  | 22 |
| 1.5.4 Вибір основних параметрів передачі.....                            | 22 |
| 1.5.5 Перевірка контактної міцності зубців.....                          | 23 |
| 1.5.6 Перевірка міцності на згин зубців.....                             | 24 |
| 1.5.7 Перевірка міцності зубців при перевантаженнях.....                 | 25 |
| 1.5.8 Сили в зачепленні зубчастих коліс.....                             | 25 |
| 1.6 Розрахунок швидкохідного валу.....                                   | 26 |
| 1.6.1 Проектний розрахунок і конструювання валу.....                     | 26 |
| 1.7 Розрахунок проміжного валу.....                                      | 26 |
| 1.7.1 Проектний розрахунок і конструювання валу.....                     | 26 |
| 1.7.2 Перевірка статичної міцності валу.....                             | 27 |
| 1.7.3 Розрахунок валу на втомну міцність.....                            | 29 |
| 1.8 Розрахунок тихохідного валу.....                                     | 31 |
| 1.8.1 Проектний розрахунок і конструювання валу.....                     | 31 |

|       |                                                                                        |    |
|-------|----------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1.9   | Аналіз умов навантаження та вибір типу й розмірів підшипників для проміжного валу..... | 31 |
| 1.9.1 | Визначення еквівалентного навантаження на підшипники.....                              | 32 |
| 1.9.2 | Розрахунок на довговічність підшипника.....                                            | 32 |
| 2.    | Проектування корегованого евольвентного зачеплення зубчастих коліс....                 | 33 |
| 2.1   | Мета проведення корегування.....                                                       | 33 |
| 2.2   | Розрахунок параметрів некорегованої передачі.....                                      | 34 |
| 2.3   | Розрахунок параметрів корегованої передачі.....                                        | 36 |
| 2.4   | Висновки.....                                                                          | 40 |
| 3.    | Розрахунок круглої ступінчатої пластини.....                                           | 41 |
| 3.1   | Визначення основних параметрів.....                                                    | 41 |
| 3.2   | Перший розрахунок.....                                                                 | 42 |
| 3.3   | Другий розрахунок.....                                                                 | 43 |
| 3.4   | Визначення параметрів стану пластини.....                                              | 44 |
| 4.    | Розрахунок конструктивного елемента методами теорії пружності.....                     | 47 |
| 4.1   | Визначення температурних розподілів.....                                               | 47 |
| 4.2   | Визначення напружено-деформованого стану.....                                          | 49 |
| 4.3   | Висновки.....                                                                          | 54 |
| 5.    | Чисельні розрахунки напружено-деформованого стану випробувального зразка.....          | 55 |
| 5.1   | Вибір випробувального зразка та його розрахункової моделі.....                         | 55 |
| 5.2   | Постановка крайової задачі пружності.....                                              | 56 |
| 5.3   | Метод скінчених елементів.....                                                         | 57 |
| 5.4   | Створення скінчено-елементної моделі випробувального зразка.....                       | 59 |
| 5.5   | Результати розрахунків та їх аналіз.....                                               | 61 |
| 6.    | Числові розрахунки власних частот та відповідних власних форм.....                     | 62 |
| 6.1   | Крутильні коливання систем з двома ступенями вільності.....                            | 62 |
| 6.2   | Визначення власних частот методом сил.....                                             | 65 |
| 6.3   | Визначення першої власної частоти методом Релея.....                                   | 68 |
| 6.4   | Визначення першої власної частоти методом Донкерлі.....                                | 69 |
| 7.    | Індивідуальне завдання переддипломної практики.....                                    | 70 |

|                                                                                             |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 7.1 Вступ.....                                                                              | 70 |
| 7.2 Конструкція головної 6-прогонової балки.....                                            | 71 |
| 7.3 Скінчена елементна модель прогонової балки.....                                         | 73 |
| 7.4 Результати чисельного визначення напружено-деформованого стану<br>прогонової балки..... | 77 |
| 7.5 Висновки.....                                                                           | 88 |
| Список літератури.....                                                                      | 89 |
| Додатки.....                                                                                | 90 |



# **1. ПРОЕКТУВАННЯ ТА РОЗРАХУНОК ПРИВОДА ВИПРОБУВАЛЬНОЇ УСТАНОВКИ КМ-50**

## **1.1 ОПИС ПРОТОТИПУ ТА КІНЕМАТИЧНА СХЕМА ПРИВОДУ**

Машина КМ-50 – це тип випробувальних машин з механічним навантаженням зразка та важільно-маятниковим вимірювачем сили, який дає можливість визначити основні фізико-механічні характеристики різноманітних матеріалів при крученні.

Технічні характеристики машини наступні:

- тип машини – механічно-важільна з важільно-маятниковим вимірювачем сили та автоматичним записом діаграми в координатах "крутний момент - кут закручування";
- максимальний можливий крутний момент: 0,5 кН·м;
- діапазон шкали моментів, кН·м: А-0...0,5; Б-0...0,2; В-0...0,1;
- швидкість навантаження, об/хв: 1 або 3;
- найбільша відстань між захватами: 700 мм;
- вид навантаження: механічний привод.

Основні вузли і механізми машини КМ-50 наведені на рис.1.1.

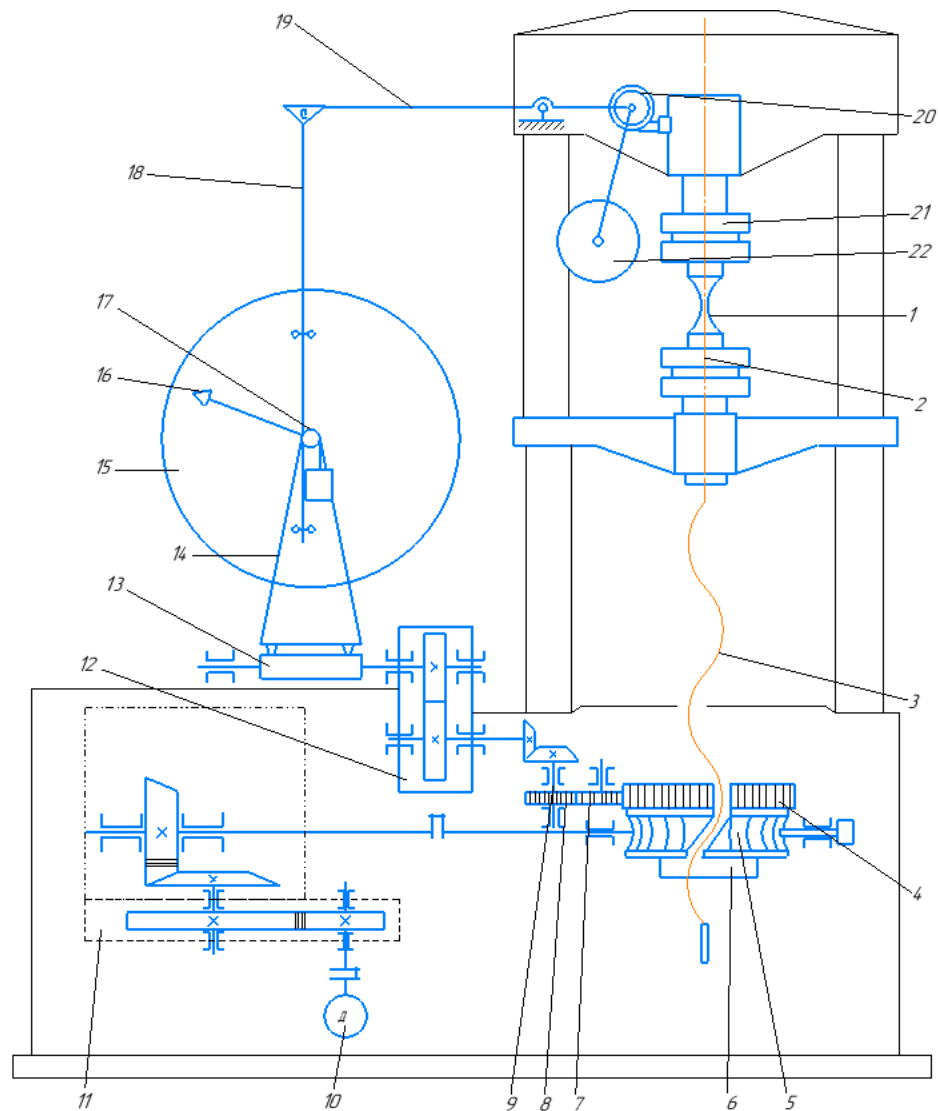


Рисунок Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю..1 Ескіз установки КМ-50: 1 – зразок; 2 – захват нижній; 3 – гвинт; 4 – зубчасте колесо; 5 – черв'ячне колесо; 6 – стопорна гайка; 7,8 – зубчасті колеса; 9 – валик; 10 – електродвигун; 11 – редуктор; 12 – циліндричний редуктор; 13 – барабан; 14 – стрічка; 15 – лімб; 16 – стрілка; 17 – ролик; 18 – тяга; 19 – важіль; 20 – ролик; 21 – верхній захват; 22 – протизага.

Привід являє собою зварний каркас, всередині якого розташовані редуктор (11), електродвигун (10) та передача гвинт-гайка. Передача обертів від електродвигуна до редуктора передається за допомогою муфти. Двоступінчастий конічно-циліндричний редуктор (11) передає потужність від двигуна до передачі типу гвинт-гайка за допомогою черв'яка. Черв'ячне колесо (5) закріплено за допомогою стопорної гайки (6) і передає оберти до захвату (2) за допомогою гвинта (3). Запис результатів досліду на стрічку (14) барабану (13) відбувається через систему зубчастих коліс (7) та (8). Система з важеля (19) та протизаги (22) дозволяє за допомогою стрілки (16) показати кут закручування зразка (1) на лімбі (15).

Механізм переміщення захватів (21) та (2), які закручують зразок (1) складається з двох стоек, що закріплені на плиті та з'єднанні згори нерухомою траверсою. Рухома траверса переміщується між верхньою траверсою та приводом по ходовому гвинту (3).

Кінці гвинтів зафіксовані в плиті привода та верхній траверсі на радіальних та опорних кулькових підшипниках. Нижні підшипники гвинтів плаваючі, а верхні амортизовані для пом'якшення удару при розриві зразка (1).

Сама кінематична схема двоступінчастого конічно-циліндричного редуктора наведена на рис.1.2.

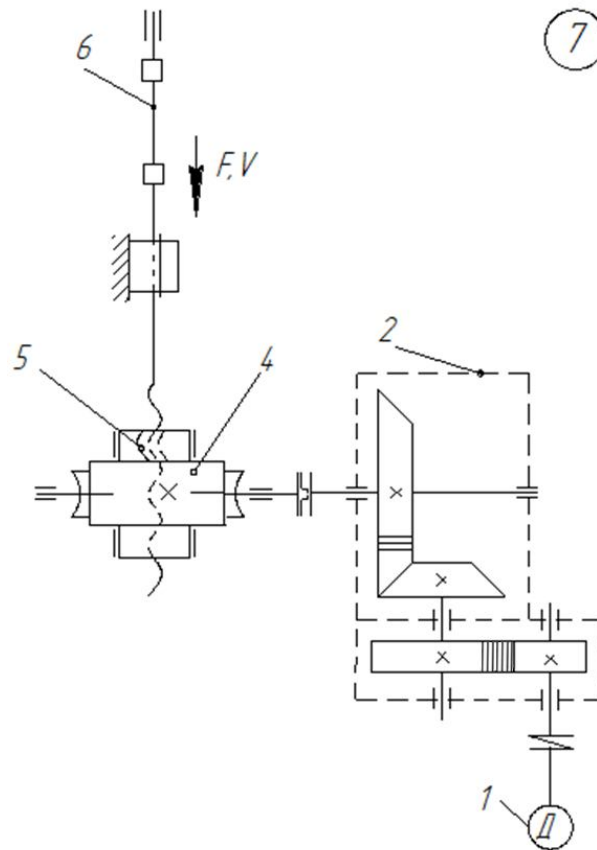


Рисунок **Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю..2.** Кінематична схема привода: 1 – двигун; 2 – редуктор; 4 – відкрита черв'ячна передача; 5 – передача гвинт-гайка; 6 – зразок.

## 1.2 ВИБІР ДВИГУНА

Для знаходження потужності на вихідному валу привода, скористаємось  $P_H = T \cdot \omega$ . (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 1)

Розраховуємо потужність

$$P_H = 20000 \cdot \frac{4}{60} = 1320 \text{ Вт.}$$

Розраховуємо ККД привода

$$\eta = \eta_{к.п.} \cdot \eta_{ц.п.} \cdot \eta_{ч.п.} \cdot \eta_{г.} \cdot \eta_{п.}^k \cdot \eta_{м.}^n, \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 1)}$$

де  $\eta_{к.п.}$  – ККД прямозубої конічної передачі;

$\eta_{ц.п.}$  – ККД прямозубої циліндричної передачі;

$\eta_{ч.п.}$  – ККД черв'ячної передачі;

$\eta_{г.}$  – ККД передачі гвинт-гайки;

$\eta_{п.}$  – ККД однієї пари підшипників;

$\eta_{м.}$  – ККД муфти;

$k$  – кількість пар підшипників;

$n$  – кількість муфт.

$$\eta = 0.97 \cdot 0.99 \cdot 0.75 \cdot 0.7 \cdot 0.995^3 \cdot 0.98^2 = 0.48.$$

Визначаємо розраховану потужність електродвигуна

$$P_p = \frac{P_H}{\eta}; \quad (\text{Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 3})$$

$$P_p = \frac{1320}{0.48} = 2750 \text{ Вт.}$$

Підбираємо загальне орієнтовне передатне відношення привода

$$u' = u'_{\text{к.п.}} \cdot u'_{\text{ц.п.}} \cdot u'_{\text{ч.п.}} \quad (\text{Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 4})$$

де  $u'_{\text{к.п.}}$  – передатне відношення прямозубої конічної передачі;

$u'_{\text{ц.п.}}$  – передатне відношення прямозубої циліндричної передачі;

$u'_{\text{ч.п.}}$  – передатне відношення черв'ячної передачі.

Визначаємо мінімальне та максимальне передатне відношення

$$u'_{\min} = 2 \cdot 3 \cdot 8 = 48; \quad u'_{\max} = 6 \cdot 6 \cdot 80 = 3840.$$

Вираховуємо орієнтовну частоту обертання валу двигуна

$$n'_{\text{дв.}} = n \cdot u', \quad (\text{Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 5})$$

де

$$n = \frac{\omega}{2 \cdot \pi} = \frac{4}{2 \cdot 3.14} = 0.64. \quad (\text{Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 6})$$

Знаходимо мінімальну і максимальну частоту обертання валу двигуна

$$n'_{\text{дв. min}} = 0.64 \cdot 48 = 30.72 \text{ об/хв};$$

$$n'_{\text{дв. max}} = 0.64 \cdot 3840 = 2457.6 \text{ об/хв.}$$

Отримавши усі необхідні дані, вибираємо електродвигун згідно умов

$$P_{\text{дв.}} \geq P_p; \quad n'_{\text{дв. min}} \leq n_{\text{д}} \leq n'_{\text{дв. max}}.$$

Таблиця **Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю..1** Параметри обраного електродвигуна

| Тип електродвигуна | $P_{\text{дв.}}, \text{Вт}$ | $n_{\text{дв.}}, \text{об/хв}$ | $T_{\text{max}}/T_{\text{ном}}$ | $J, \text{кг} \cdot \text{м}^2$ | Маса, кг |
|--------------------|-----------------------------|--------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|----------|
| АИР90L2            | 3000                        | 2850                           | 2.3                             | 0.022                           | 29       |

### 1.3 КІНЕМАТИЧНИЙ І СИЛОВИЙ РОЗРАХУНОК ПРИВОДА

Обравши двигун уточнимо загальне передатне відношення привода

$$u_0 = \frac{n_{\text{дв.}}}{n}; \quad (\text{Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 7})$$

$$u_0 = \frac{2850}{0.64} = 4453.13.$$

Зробимо розбивку між окремими передачами

$$u = u_{\text{к.п.}} \cdot u_{\text{ц.п.}} \cdot u_{\text{ч.п.}}, \quad (\text{Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 8})$$

де  $u_{\text{к.п.}}$  – передатне відношення конічної прямозубої передачі;

$u_{\text{ц.п.}}$  – передатне відношення циліндричної прямозубої передачі;

$u_{\text{ч.п.}}$  – передатне відношення черв'ячної передачі;

$$u = 6 \cdot 8 \cdot 80 = 3840.$$

Силовий розрахунок привода полягає у визначенні потужностей і обертових моментів на усіх валах привода. Для цього використаємо наступні формули  
 $P_1 = P_{\text{дв.}} \cdot \eta_1; P_2 = P_1 \eta_2; P_3 = P_2 \eta_3; \dots; P_k = P_{k-1} \eta_k;$  (Помилка! У документі відсутній текст у  
 $n_1 = n_{\text{дв.}}; n_2 = \frac{n_1}{u_1}; n_3 = \frac{n_2}{u_2}; \dots; n_k = \frac{n_{k-1}}{u_{k-1}};$  (Помилка! У документі відсутній текст у  
 $T_1 = \frac{30 \cdot P_1}{\pi \cdot n_1}; T_2 = \frac{30 \cdot P_2}{\pi \cdot n_2}; T_3 = \frac{30 \cdot P_3}{\pi \cdot n_3}; \dots; T_k = \frac{30 \cdot P_k}{\pi \cdot n_k}.$  (Помилка! У документі відсутній текст у

Розраховуємо потужність на окремих валах привода

$$P_{\text{дв.}} = 3000 \text{ Вт}; \quad P_1 = P_{\text{дв.}} \cdot \eta_{\text{м.}} = 3000 \cdot 0.98 = 2940 \text{ Вт};$$

$$P_2 = P_1 \cdot \eta_{\text{к.п.}} \cdot \eta_{\text{п.}} = 2940 \cdot 0.97 \cdot 0.995 = 2837.54 \text{ Вт};$$

$$P_3 = P_2 \cdot \eta_{\text{ц.п.}} \cdot \eta_{\text{п.}} \cdot \eta_{\text{м.}} = 2837.54 \cdot 0.99 \cdot 0.995 \cdot 0.98 = 2739.22 \text{ Вт}.$$

Знаходимо частоти обертання валів привода

$$n_{\text{дв.}} = 2850 \text{ хв}^{-1}; \quad n_1 = 2850 \text{ об/хв};$$

$$n_2 = \frac{2850}{6} = 475 \text{ об/хв};$$

$$n_3 = \frac{475}{8} = 59.38 \text{ об/хв}.$$

Визначаємо крутні моменти на валах привода

$$T_1 = \frac{30 \cdot 2940}{3.14 \cdot 2850} = 9.9 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$T_2 = \frac{30 \cdot 2837.54}{3.14 \cdot 475} = 57.1 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$T_3 = \frac{30 \cdot 2739.22}{3.14 \cdot 59.38} = 440.7 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Визначимо мінімальні діаметри валів привода

$$d'_{\min} = \sqrt[3]{\frac{10^3 \cdot T}{0.2 \cdot [\tau]}}, \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 12)}$$

де  $[\tau]$  – 20 ... 30 МПа – для всіх валів, крім черв'яків;

$$d'_{1 \min} \geq d_{\text{дв.}} \geq 32 \text{ мм};$$

$$d'_{2 \min} = \sqrt[3]{\frac{10^3 \cdot 57.1}{0.2 \cdot 20}} \geq 24.26 \text{ мм};$$

$$d'_{3 \min} = \sqrt[3]{\frac{10^3 \cdot 440.7}{0.2 \cdot 30}} \geq 41.88 \text{ мм}.$$

Округливши до стандартних розмірів, отримаємо наступні значення:

$$d_1 = 32 \text{ мм}; \quad d_2 = 40 \text{ мм}; \quad d_3 = 45 \text{ мм}.$$

Отримані розрахунки зводимо до однієї таблиці.

Таблиця **Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю..2**  
Кінематичні та силові характеристики привода

|                              | Вали              |         |                       |
|------------------------------|-------------------|---------|-----------------------|
|                              | 1                 | 2       | 3                     |
| Передачі                     | Конічна прямозуба |         | Циліндрична прямозуба |
| $\eta$                       | 0.97              |         | 0.99                  |
| $u$                          | 6                 |         | 8                     |
| $\omega, \text{с}^{-1}$      | 298.3             | 49.72   | 6.22                  |
| $n, \text{об/хв}$            | 2850              | 475     | 59.38                 |
| $T, \text{Н} \cdot \text{м}$ | 9.9               | 57.1    | 440.7                 |
| $P, \text{Вт}$               | 2940              | 2837.54 | 2739.22               |
| $d, \text{мм}$               | 32                | 40      | 45                    |

## 1.4 РОЗРАХУНОК КОНІЧНОЇ ПРЯМОЗУБОЇ ПЕРЕДАЧІ

Схему конічної прямозубої передачі наведено нижче:

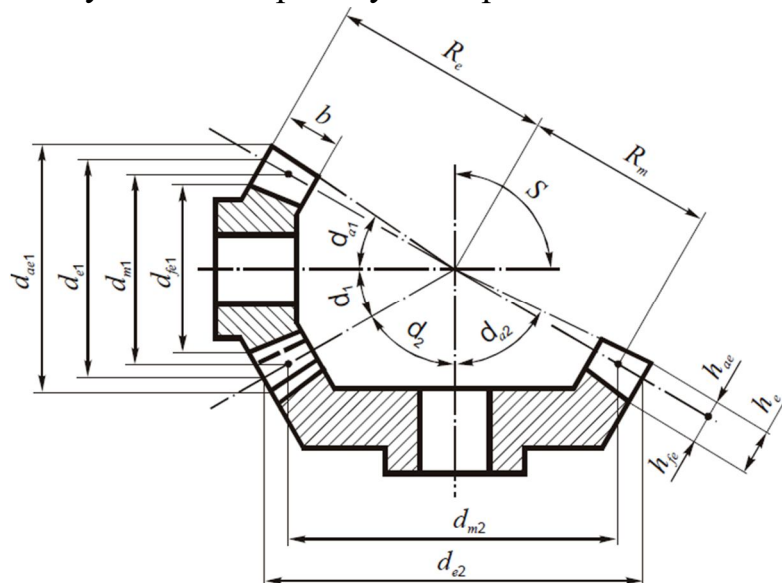


Рисунок **Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю..3** Схема конічної прямозубої передачі

### 1.4.1 ВИБІР МАТЕРІАЛУ

Для середнього технічного рівня проєктованого редуктора і одиничної продукції вибираємо наступні матеріали шестерні і коліс:

матеріал шестерні – 45Х ГОСТ 4543-71,

$$HB_1 = 270; \quad \sigma_{B1} = 850 \text{ МПа}; \quad \sigma_{T1} = 650 \text{ МПа.}$$

матеріал зубчастого колеса – 50 ГОСТ 4543-71,

$$HB_2 = 250; \quad \sigma_{B1} = 750 \text{ МПа}; \quad \sigma_{T1} = 530 \text{ МПа.}$$

Термообробка – покращення.

## 1.4.2 ВИЗНАЧЕННЯ ДОПУСТИМИХ КОНТАКТНИХ НАПРУЖЕНЬ

Базове число циклів:

- для шестерні  $N_{H \lim 1} = f(HB_1) = 22 \cdot 10^6$ ;
- для колеса  $N_{H \lim 2} = f(HB_2) = 17 \cdot 10^6$ .

Еквівалентне число циклів

$$N_{HE} = 60n \cdot L_h \cdot c \cdot k_{HE}, \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 13)}$$

де  $L_h$  - тривалість роботи передачі, год ( $L_h = 20000$  год);

$c = 1, 2, \dots$  - число зачеплень зуба за один оберт колеса ( $c = 1$ );

$k_{HE}$  – коефіцієнт приведення змінного режиму навантаження передачі до еквівалентного постійного. Для середнього нормального типу навантаження  $k_{HE} = 0.18$ .

Тоді еквівалентне число циклів буде

$$N_{HE 1} = 60 \cdot 298.3 \cdot 20000 \cdot 1 \cdot 0.18 = 6.4 \cdot 10^8;$$

$$N_{HE 2} = 60 \cdot 49.72 \cdot 20000 \cdot 1 \cdot 0.18 = 1.1 \cdot 10^7.$$

Заходимо коефіцієнт довговічності

$$Z_N = \sqrt[q_H]{N_{H \lim}/N_{HE}}, \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 14)}$$

де  $q_H$  – показник степені кривої втоми.

Оскільки  $N_{HE 1(2)} > N_{H \lim 1(2)}$ , тоді

$$Z_{N 1} = \sqrt[20]{22 \cdot 10^6 / 6.4 \cdot 10^8} = 1.34;$$

$$Z_{N 2} = \sqrt[20]{17 \cdot 10^7 / 1.1 \cdot 10^7} = 1.14.$$

Межа контактної витривалості

$$\sigma_{H \lim 1} = 2HB_1 + 70 = 2 \cdot 270 + 70 = 610 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{H \lim 2} = 2HB_2 + 70 = 2 \cdot 250 + 70 = 570 \text{ МПа}.$$

Розрахункові допустимі контактні напруження

$$\sigma_H = 0.9\sigma_{H \lim} \cdot Z_N / S_H, \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 15)}$$

де  $S_H = 1.1$  – коефіцієнт запасу міцності для матеріалу з однорідною структурою.

$$\sigma_{H 1} = 0.9\sigma_{H \lim 1} \cdot Z_{N 1} / S_{H 1} = 0.9 \cdot 610 \cdot 1.34 / 1.1 = 668.78 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{H 2} = 0.9\sigma_{H \lim 2} \cdot Z_{N 2} / S_{H 2} = 0.9 \cdot 570 \cdot 1.14 / 1.1 = 531.65 \text{ МПа}.$$

Допустимі контактні напруження

$$\sigma_{HP} = \sigma_{H 1(2) \min} = 531.65 \text{ МПа}.$$

## 1.4.3 РОЗРАХУНОК ЗОВНІШНЬОГО ДІАМЕТРА ШЕСТЕРНІ

$$d'_{e 1} = k_d \sqrt[3]{\frac{T_1 \cdot k_{H\beta} \cdot k_A \cdot 10^3}{v_H \cdot \sigma_{HP}^2 \cdot (1 - k_{be}) \cdot k_{be} \cdot u}}, \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 16)}$$

де  $k_d = 101 \text{ МПа}^{1/3}$  – для прямозубих передач;

$k_{be}$  – коефіцієнт ширини зубчастого вінця відносно зовнішньої конусної довжини  $k_{be} = \frac{b}{R_e} = 0.2 \dots 0.3$ . Приймаємо  $k_{be} = 0.2$ ;

$k_{H\beta} = 1.1$  – коефіцієнт, враховуючий нерівномірність розподілу навантаження по ширині вінця, для  $\frac{k_{be} \cdot u}{2 - k_{be}} = 0.44$ ;

$k_A = 1$  – коефіцієнт зовнішнього динамічного навантаження;

$v_H$  – коефіцієнт, враховуючий зміну міцності конічної передачі порівняно з циліндричною  $v_H = 0.85$ .

$$d'_{e1} = 101 \sqrt[3]{\frac{9.9 \cdot 1.1 \cdot 1 \cdot 10^3}{0.85 \cdot 531.65^2 \cdot (1 - 0.2) \cdot 0.2 \cdot 6}} = 36.5 \text{ мм.}$$

#### 1.4.4 ВИБІР ОСНОВНИХ ПАРАМЕТРІВ ПЕРЕДАЧІ

Приймаючи  $z'_1 = 22$ , знаходимо зовнішній окружний модуль

$$m'_{te} = \frac{d'_{e1}}{z'_1}; \quad (\text{Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 17})$$

$$m'_{te} = \frac{36.5}{22} = 1.66 \text{ мм.}$$

Округляємо  $m'_{te}$  до найближчого значення згідно з ГОСТом, приймаючи  $m_{te} = m_n = 3 \text{ мм.}$

Знаходимо число зубців колеса

$$z_2 = z_1 \cdot u; \quad (\text{Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 18})$$

$$z_2 = 22 \cdot 6 = 132.$$

Тоді дійсне передатне відношення буде

$$u_d = \frac{z_2}{z_1}; \quad (\text{Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 19})$$

$$u_d = \frac{132}{22} = 6.$$

Розраховуємо кути ділительних конусів

$$\delta_1 = \arctan (z_1/z_2) = \arctan (22/132) = 9.481^\circ;$$

$$\delta_2 = \arctan (z_2/z_1) = \arctan (132/22) = 80.538^\circ.$$

Виразуємо зовнішні діаметри:

$$d_{ek} = m_{te} \cdot z_k; \quad (\text{Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 20})$$

$$d_{aek} = d_{ek} + 2m_{te} \cdot \cos \delta_k; \quad (\text{Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю..})$$

$$d_{fek} = d_{ek} - 2.4m_{te} \cdot \cos \delta_k. \quad (\text{Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю..})$$

- ділительні

$$d_{e1} = 3 \cdot 22 = 66 \text{ мм;}$$

$$d_{e2} = 3 \cdot 132 = 396 \text{ мм.}$$

- вершин зубців

$$d_{ae1} = 66 + 2 \cdot 3 \cdot \cos 14.036 = 60.01 \text{ мм;}$$

$$d_{ae2} = 396 + 2 \cdot 3 \cdot \cos 75.964 = 398.48 \text{ мм.}$$



- впадин зубців

$$d_{fe1} = 66 - 2.4 \cdot 3 \cdot \cos 9.481 = 73.19 \text{ мм};$$

$$d_{fe2} = 396 - 2.4 \cdot 3 \cdot \cos 80.538 = 393.02 \text{ мм}.$$

Знаходимо зовнішню конусну відстань

$$R_e = 0.5m_{te}\sqrt{z_1^2 + z_2^2}; \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 23)}$$

$$R_e = 0.5 \cdot 3 \cdot \sqrt{22^2 + 132^2} = 200.73 \text{ мм}.$$

Розраховуємо ширину вінця

$$b = R_e \cdot k_{be}; \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 24)}$$

$$b = 200.73 \cdot 0.2 = 40.15 \text{ мм}.$$

Приймаємо  $b = 40 \text{ мм}$ .

Виразуємо середню конусну відстань

$$R_m = R_e - 0.5b; \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 25)}$$

$$R_m = 200.73 - 0.5 \cdot 40 = 180.73 \text{ мм}.$$

Визначаємо параметри коліс в середньому перетині

$$m_m = m_{te} \cdot R_m / R_e; \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 26)}$$

$$d_{mk} = m_m \cdot z_k. \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 27)}$$

- середній модуль

$$m_m = 3 \cdot 180.73 / 200.73 = 2.7 \text{ мм}.$$

- середні ділильні діаметри

$$d_{m1} = 2.7 \cdot 22 = 59.4 \text{ мм};$$

$$d_{m2} = 2.7 \cdot 132 = 356.4 \text{ мм}.$$

#### 1.4.5 ПЕРЕВІРКА КОНТАКТНОЇ МІЦНОСТІ ЗУБЦІВ

Знаходимо окружну силу в зачепленні

$$F_t = 2 \cdot 10^3 T_1 / d_{m1}; \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 28)}$$

$$F_t = 2 \cdot 10^3 \cdot 9.9 / 59.4 = 333.33 \text{ Н}.$$

Розраховуємо окружну швидкість

$$v = \pi d_{m1} n_1 / 60 \cdot 10^3; \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 29)}$$

$$v = 3.14 \cdot 59.4 \cdot 2850 / 60 \cdot 10^3 = 8.9 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Вибираємо степінь точності. Так як  $v = 8.9 \frac{\text{м}}{\text{с}}$  і  $\beta = 0^\circ$ , тому приймаємо 8 степінь точності та вираховуємо питому розрахункову окружну силу:

$$W_{Ht} = F_t k_{H\beta} k_{Hv} k_{Ha} k_A / b_2, \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю..)}$$

де  $k_{Hv} = 1.13$  – коефіцієнт, враховуючий динамічне навантаження в зачепленні;

$k_{Ha}$  – коефіцієнт, враховуючий нерівномірність навантаження для водночас зачеплених пар зубців. Для коліс з прямими зубцями  $k_{Ha} = 1$ .

$$W_{Ht} = 333.33 \cdot 1.1 \cdot 1.13 \cdot 1 \cdot 1/40 = 10.36 \text{ Н/мм.}$$

Визначаємо допустимі контактні напруження для перевірного розрахунку

$$\sigma'_{H1(2)} = \sigma_{Hlim1(2)} Z_{N1(2)} Z_R Z_v Z_X / S_H, \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю...)}$$

де  $Z_R$  - коефіцієнт, враховуючий вплив шорсткості поверхні зубців. Для

8 ступеня точності  $Z_R = 0.9$ ;

$Z_v$  - коефіцієнт, враховуючий вплив окружної швидкості,  $Z_v = 1$ ;

$Z_X$  - коефіцієнт, враховуючий розмір зубчастого колеса, для  $d_w < 700$  мм;

$Z_X = 1$ .

$$\sigma'_{H1} = 610 \cdot 1.34 \cdot 0.9 \cdot 1 \cdot 1/1.1 = 668.78 \text{ МПа};$$

$$\sigma'_{H2} = 570 \cdot 1.14 \cdot 0.9 \cdot 1 \cdot 1/1.1 = 531.65 \text{ МПа};$$

Тоді допустимі контактні напруження

$$\sigma'_{HP} = 0.45(\sigma'_{H1} + \sigma'_{H2}); \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю...)}$$

$$\sigma'_{HP} = 0.45(668.78 + 531.65) = 540.19 \text{ МПа.}$$

Умова контактної міцності зубців

$$\sigma_H = Z_H Z_E Z_\varepsilon \sqrt{\frac{W_{Ht} \sqrt{u_d^2 + 1}}{v d_{m1} u}} \leq \sigma'_{HP}, \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю...)}$$

де  $Z_H$  - коефіцієнт, враховуючий форму пов'язаних поверхонь зубців.

Для прямозубих колес  $Z_H = 2.5$ ;

$Z_E$  - коефіцієнт, враховуючий механічні властивості матеріалів колес,

$$Z_E = 190 \text{ МПа}^{1/2};$$

$Z_\varepsilon$  - коефіцієнт, враховуючий сумарну довжину контактних ліній;

$$Z_\varepsilon = \sqrt{(4 - \varepsilon_a)/3}; \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю...34)}$$

$$\varepsilon_a = (1.88 - 3.2(1/z_1 + 1/z_2)) \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю...)}$$

$$\varepsilon_a = (1.88 - 3.2(1/22 + 1/132)) = 1.7;$$

$$Z_\varepsilon = 0.88.$$

$$\sigma_H = 2.5 \cdot 190 \cdot 0.88 \cdot \sqrt{\frac{10.36 \sqrt{6^2 + 1}}{8.9 \cdot 59.4 \cdot 6}} = 58.9 \text{ МПа} \leq 540.19 \text{ МПа.}$$

Отже, перевірка виконується.

#### 1.4.6 ПЕРЕВІРКА МІЦНОСТІ НА ЗГИН ЗУБЦІВ

Вираховуємо питому розрахункову окружну силу при згині

$$W_{Ft} = F_t k_{F\beta} k_{Fv} k_{Fa} k_A / b, \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю...36)}$$

де  $k_{Fv} = 1.22$  - коефіцієнт, враховуючий динамічне навантаження в зачепленні;

$k_{F\beta}$  - коефіцієнт, враховуючий нерівномірність розподілу навантаження по ширині вінця, ( $k_{F\beta} = 1 + 1.5(k_{H\beta} - 1) = 1 + 1.5(1.1 - 1) = 1.15$ );

$k_{Fa}$  - коефіцієнт, враховуючий нерівномірність навантаження для водночас зачеплених пар зубців. Для коліс з прямими зубцями  $k_{Fa} = 1$ .

$$W_{Ft} = 333.33 \cdot 1.15 \cdot 1.22 \cdot 1 \cdot 1/40 = 11.69 \text{ Н/мм.}$$

Знаходимо еквівалентне число зубців для прямозубих коліс

$z_{kE} = z_k / \cos \delta_k$ ; (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 37)

$$z_{1E} = 22 / \cos 9.481 = -22.04;$$

$$z_{2E} = 132 / \cos 80.538 = 318.84$$

Знаходимо коефіцієнт, враховуючий форму зуба

$$Y_{FS1} = 4.08; \quad Y_{FS2} = 3.74.$$

Допустимі напруження при згині для перевірного розрахунку:

Базове число циклів

$$N_{F \lim} = 4 \cdot 10^6.$$

Еквівалентне число циклів

$N_{FE1(2)} = 60 n_{1(2)} \cdot L_h \cdot c \cdot k_{FE1(2)}$ , (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 37)

де  $k_{FE}$  – коефіцієнт приведення змінного режиму навантаження передачі до еквівалентного постійного. Для середнього нормального типу навантаження  $k_{FE} = 0.065$ .

$$N_{FE1} = 60 \cdot 2850 \cdot 20000 \cdot 1 \cdot 0.065 = 2.22 \cdot 10^7;$$

$$N_{FE2} = 60 \cdot 475 \cdot 20000 \cdot 1 \cdot 0.065 = 3.71 \cdot 10^7.$$

Заходимо коефіцієнт довговічності

$$Y_{N1(2)} = \sqrt[q_F]{N_{F \lim} / N_{FE1(2)}}, \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 37)}$$

де  $q_N$  – показник степені кривої втоми.

Оскільки  $N_{FE1(2)} > N_{F \lim}$ , тоді  $Y_{N1(2)} = 1$ .

Межа контактної витривалості при згині

$$\sigma_{F \lim 1} = 1.75 \cdot 270 = 472.5 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{F \lim 2} = 1.75 \cdot 250 = 437.5 \text{ МПа}.$$

Знаходимо допустимі напруження при згині

$\sigma'_{FP1(2)} = \sigma_{F \lim 1(2)} Y_{N1(2)} Y_R Y_A Y_X / S_F$ , (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 37)

де  $Y_R$  – коефіцієнт, враховуючий вплив шорсткості поверхні зубців. Для не шліфованої перехідній поверхні зуба,  $Y_R = 1$ .

$Y_A$  – коефіцієнт, враховуючий вплив двостороннього прикладання навантаження.  $Y_A = 1$  – при відсутності реверса.

$Y_X$  – коефіцієнт, враховуючий розмір зубчастого колеса:

$$Y_{X1} = 1.05 - 0.000125 d_{e1} = 1.05 - 0.000125 \cdot 66 = 1.0418;$$

$$Y_{X2} = 1.05 - 0.000125 d_{e2} = 1.05 - 0.000125 \cdot 396 = 1.0005;$$

$S_F = 1.7 \dots 2.2$  – коефіцієнт запасу міцності. Приймаємо  $S_F = 1.8$ .

$$\sigma'_{FP1} = 472.5 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1.0418 / 1.8 = 273.47 \text{ МПа};$$

$$\sigma'_{FP2} = 437.5 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1.0005 / 1.8 = 243.18 \text{ МПа}.$$

Далі розрахунок проводимо для елемента пари “шестерня-колесо”, у якого менша величина відношення:

$$\sigma'_{FP1} / Y_{FS1} = \frac{273.47}{4.08} = 67.03; \quad \sigma'_{FP2} / Y_{FS2} = \frac{243.18}{3.74} = 65.02.$$

Подальші розрахунки виконуємо для колеса, у якого умова міцності при згині зуба колеса:

$\sigma_{F2} = Y_{FS2} W_{Ft} / m_m \leq \sigma'_{FP2}$ ; (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 37)

$$\sigma_{F2} = 3.74 \cdot 11.69 / 2.7 = 16.19 \text{ МПа} < 243.18 \text{ МПа.}$$

Тому перевірка міцності на згин зуба виконується.

#### 1.4.7 ПЕРЕВІРКА МІЦНОСТІ ЗУБЦІВ ПРИ ПЕРЕВАНТАЖЕННЯХ

Допустимі напруження при дії максимального навантаження

$$\sigma_{HP \max k} = 2.8 \cdot \sigma_{Tk}; \quad \sigma_{FP \max k} = 2.7 \cdot HB_k. \quad (\text{Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 42})$$

- контактні

$$\sigma_{HP \max 1} = 2.8 \cdot 650 = 1820 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{HP \max 2} = 2.8 \cdot 530 = 1484 \text{ МПа.}$$

- при згині

$$\sigma_{FP \max 1} = 2.7 \cdot 270 = 729 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{FP \max 2} = 2.7 \cdot 250 = 675 \text{ МПа.}$$

Подальші розрахунки проводимо для пари “шестерня-колесо”, де є найменші допустимі напруження, тому вибираємо колесо.

$$\sigma_{H \max} = \sigma_H \sqrt{T_{\max} / T_{\text{ном}}}; \quad \sigma_{F \max} = \sigma_F (T_{\max} / T_{\text{ном}}); \quad (\text{Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 43})$$

$$\sigma_{H \max} = 58.9 \cdot \sqrt{1.8} = 79.02 \text{ МПа} < 1484 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{F \max} = 243.18 \cdot 1.8 = 437.72 \text{ МПа} < 675 \text{ МПа.}$$

Отже, можна зробити висновок, що перевірка міцності зубців при перевантаженнях виконується.

#### 1.4.8 СИЛИ В ЗАЧЕПЛЕННІ ЗУБЧАСТИХ КОЛІС

Уточнений крутний момент на колесі

$$T_{y2} = T_2 u_d / u; \quad (\text{Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 44})$$

$$T_{y2} = 57.1 \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

Окружні сили

$$F_{tk} = 2 \cdot 10^3 \cdot T_k / d_{mk}; \quad (\text{Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 45})$$

$$F_{t1} = 2 \cdot 10^3 \cdot 9.9 / 59.4 = 333.33 \text{ Н};$$

$$F_{t2} = 2 \cdot 10^3 \cdot 57.1 / 356.4 = 320.43 \text{ Н.}$$

Радіальні сили

$$F_{r1} = F_{t1} \tan a \cos \delta_1; \quad F_{r2} = F_{t2} \tan a \sin \delta_1; \quad (\text{Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 46})$$

$$F_{r1} = 333.33 \cdot \tan 20^\circ \cdot \cos 9.481^\circ = 745.17 \text{ Н};$$

$$F_{r2} = 320.43 \cdot \tan 20^\circ \cdot \sin 9.481^\circ = 40.19 \text{ Н.}$$

Осьові сили

$$F_{a1} = F_{t1} \tan a \sin \delta_1; \quad (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю..47)$$

$$F_{a2} = F_{t2} \tan a \cos \delta_1;$$

$$F_{a1} = 333.33 \cdot \tan 20^\circ \cdot \sin 9.481^\circ = 41.81 \text{ Н};$$

$$F_{a2} = 320.43 \cdot \tan 20^\circ \cdot \cos 9.481^\circ = 716.33 \text{ Н}.$$

## 1.5 РОЗРАХУНОК ЦИЛІНДРИЧНОЇ ПРЯМОЗУБОЇ ПЕРЕДАЧІ

Схему передачі наведено нижче:

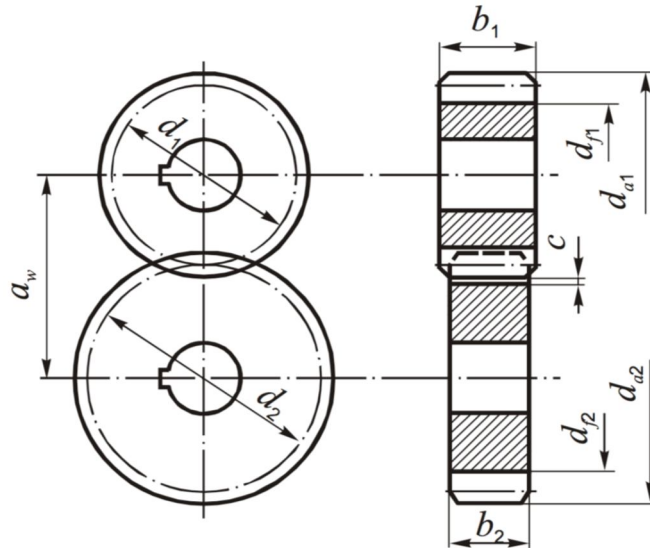


Рисунок Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю..4 Схема циліндричної передачі

### 1.5.1 ВИБІР МАТЕРІАЛУ

Для розрахунку циліндричної прямозубої передачі, скористаємось такими ж матеріалами, які були вибрані для конічної прямозубої передачі, тобто:

матеріал шестерні – 45Х ГОСТ 4543-71,

$$HB_1 = 270; \quad \sigma_{B1} = 850 \text{ МПа}; \quad \sigma_{T1} = 650 \text{ МПа}.$$

матеріал зубчастого колеса – 50 ГОСТ 4543-71,

$$HB_2 = 250; \quad \sigma_{B1} = 750 \text{ МПа}; \quad \sigma_{T1} = 530 \text{ МПа}.$$

Термообробка – покращення.

### 1.5.2 ВИЗНАЧЕННЯ ДОПУСТИМИХ КОНТАКТНИХ НАПРУЖЕНЬ

Для визначення еквівалентного числа циклів, скористаємось (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю..13)

$$N_{HE1} = 60 \cdot 475 \cdot 20000 \cdot 1 \cdot 0.18 = 10.2 \cdot 10^7;$$

$$N_{HE2} = 60 \cdot 59.38 \cdot 20000 \cdot 1 \cdot 0.18 = 1.3 \cdot 10^7;$$

Заходимо

коефіцієнт

довговічності

(Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю..14),

але(Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю..14) оскільки  
 $N_{HE\ 1(2)} > N_{H\ lim\ 1(2)}$ , тоді

$$Z_{N\ 1} = \sqrt[20]{22 \cdot 10^6 / 10.2 \cdot 10^7} = 0.93;$$

$$Z_{N\ 2} = \sqrt[20]{17 \cdot 10^7 / 1.3 \cdot 10^7} = 1.14.$$

Межа контактної витривалості приймаємо таку ж саму, як і для конічної передачі, тому розрахункові допустимі контактні напруження (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю..15) наступні:

$$\sigma_{H\ 1} = 0.9 \cdot 610 \cdot 0.93 / 1.1 = 464.15 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{H\ 2} = 0.9 \cdot 570 \cdot 1.14 / 1.1 = 531.65 \text{ МПа}.$$

Допустимі контактні напруження

$$\sigma_{HP} = \sigma_{H\ 1(2)\ min} = 464.15 \text{ МПа}.$$

### 1.5.3 РОЗРАХУНОК ДІАМЕТРА ШЕСТЕРНІ

$$d'_1 = k_d \sqrt[3]{\frac{T_1 \cdot k_{H\beta} \cdot k_A}{\psi_{bd} \cdot \sigma_{HP}^2} \cdot \frac{u+1}{u} \cdot 10^3}, \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю..48)}$$

де  $k_d = 101 \text{ МПа}^{1/3}$  – для прямозубих передач;

$\psi_{bd} = 0.8$  – коефіцієнт ширини шестерні відносно її діаметра;

$k_{H\beta} = 1.07$  – коефіцієнт, враховуючий нерівномірність розподілу навантаження по ширині вінця;

$k_A = 1$  – коефіцієнт зовнішнього динамічного навантаження.

$$d'_1 = 101 \sqrt[3]{\frac{57.1 \cdot 1.07 \cdot 1}{0.8 \cdot 464.15^2} \cdot \frac{8+1}{8} \cdot 10^3} = 74.34 \text{ мм}.$$

### 1.5.4 ВИБІР ОСНОВНИХ ПАРАМЕТРІВ ПЕРЕДАЧІ

Ширина вінця зубчастого колеса

$$b = \psi_{bd} d'_1; \quad \text{(Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю..49)}$$

$$b = 0.8 \cdot 74.34 = 59.47 \text{ мм}.$$

Приймаємо  $b_2 = 59 \text{ мм}$ .

Розрахункова міжосьова відстань

$$a'_w = d'_1 (u+1)/2; \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю..50)}$$

$$a'_w = 74.34 (8+1)/2 = 334.53 \text{ мм},$$

де  $\beta' \approx 15^\circ$  - попередньо прийнятий кут нахилу зуба.

Величину  $a'_w$  округляємо до найближчого значення  $a_w$  згідно з ГОСТ.

Приймаємо  $a_w = 340 \text{ мм}$ , а також  $z'_1 = 19$ ;  $\varepsilon_\beta = 1$  та визначаємо

- максимальне значення модуля

$$m_{max} = d'_1 \cos \beta' / z'_1; \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю..51)}$$

$$m_{max} = 74.34 \cdot \cos 15 / 19 = 2.97 \text{ мм}.$$

- оптимальне значення модуля

$$m_{\text{опт}} = b_2 \sin \beta' / \pi ; \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 52)}$$

$$m_{\text{опт}} = 59 \cdot \sin 15 / 3.14 = 12.21 \text{ мм.}$$

Згідно ГОСТ приймаємо  $m_n = 6 \text{ мм.}$

Тоді сумарна кількість зубців передачі

$$z'_\varepsilon = 2a_w \cos \beta' / m_n ; \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 53)}$$

$$z'_\varepsilon = 2 \cdot 340 \cdot \cos 15 / 6 = 86.13.$$

$z'_\varepsilon$  округляємо до найближчого цілого числа  $z_\varepsilon = 86$ .

Кут нахилу зуба

$$\cos \beta = z_\varepsilon m_n / (2a_w) ; \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 54)}$$

$$\cos \beta = 86 \cdot 6 / (2 \cdot 340) = 0.7588.$$

Звідки  $\beta = \arccos \beta = 40.64^\circ$ .

Число зубців шестерні

$$z_1 = z_\varepsilon / (u + 1) ; \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 55)}$$

$$z_1 = 86 / (8 + 1) = 9.56.$$

Приймаємо  $z_1 = 10$ .

Число зубців колеса

$$z_2 = z_\varepsilon - z_1 ; \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 56)}$$

$$z_2 = 86 - 10 = 76.$$

Дійсне

передатне

відношення

(Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 19)

$$u_d = 76 / 10 = 7.6.$$

Розміри зубчастих коліс:

- діаметри початкових кіл зубчастих коліс

$$d_{wk} = m_n z_k / \cos \beta ; \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 57)}$$

$$d_{w1} = 6 \cdot 10 / 0.7588 = 79.07 \text{ мм;}$$

$$d_{w2} = 6 \cdot 76 / 0.7588 = 600.95 \text{ мм.}$$

- діаметри вершин зубців

$$d_{ak} = m_n (z_k + 2) / \cos \beta ; \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 58)}$$

$$d_{a1} = 6 \cdot (10 + 2) / 0.7588 = 94.89 \text{ мм;}$$

$$d_{a2} = 6 \cdot (76 + 2) / 0.7588 = 616.76 \text{ мм.}$$

- діаметр западин зубців

$$d_{fk} = m_n (z_k - 2.5) / \cos \beta ; \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 59)}$$

$$d_{f1} = 6 \cdot (10 - 2.5) / 0.7588 = 59.3 \text{ мм;}$$

$$d_{f2} = 6 \cdot (76 - 2.5) / 0.7588 = 581.2 \text{ мм.}$$

- ширина шестерні

$$b_1 = b_2 + (2 \dots 3) ; \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 60)}$$

$$b_1 = 59 + 3 = 62 \text{ мм.}$$

### 1.5.5 ПЕРЕВІРКА КОНТАКТНОЇ МІЦНОСТІ ЗУБЦІВ

Окружна сила в зачепленні  
(Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю. .28)

$$F_t = 2 \cdot 10^3 \cdot 57.1/79.07 = 1444.29 \text{ Н.}$$

Розраховуємо окружну швидкість  
(Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю. .29)

$$v = 3.14 \cdot 79.07 \cdot 475/(60 \cdot 10)^3 = 1.97 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Оскільки  $v = 1.97 \frac{\text{м}}{\text{с}}$  і  $\beta > 0^\circ$ , тому приймаємо 9 степінь точності та вираховуємо питому розрахункову окружну силу  
(Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю. .30), де

$$k_{Hv} = 1.07; \text{ для прямозубих коліс } k_{Ha} = 1.$$

$$W_{Ht} = 1444.29 \cdot 1.07 \cdot 1.02 \cdot 1 \cdot 1/59 = 26.72 \text{ Н/мм.}$$

Визначаємо допустимі контактні напруження для перевірного розрахунку  
(Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю. .31), де  $Z_R = 0.95$ ;

$$\sigma'_{H1} = 610 \cdot 0.93 \cdot 0.95 \cdot 1 \cdot 1/1.1 = \text{МПа};$$

$$\sigma'_{H2} = 570 \cdot 1.14 \cdot 0.95 \cdot 1 \cdot 1/1.1 = \text{МПа};$$

Тоді допустимі контактні напруження

$$\sigma'_{HP} = \min(\sigma'_{H1}, \sigma'_{H2}) = 512.4 \text{ МПа.}$$

Умова контактної міцності зубців

$$\sigma_H = Z_H Z_E Z_\varepsilon \sqrt{\frac{W_{Ht}}{d_{w1}} \cdot \frac{u+1}{u}} \leq \sigma'_{HP}, \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю. .32)}$$

де  $Z_H$  - коефіцієнт, враховуючий форму пов'язаних поверхонь зубців.

Для прямозубих коліс  $Z_H = 2.5$ ;

$Z_E$  - коефіцієнт, враховуючий механічні властивості матеріалів коліс,

$$Z_E = 190 \text{ МПа}^{1/2};$$

$Z_\varepsilon$  - коефіцієнт, враховуючий сумарну довжину контактних ліній

$$Z_\varepsilon = \sqrt{(4 - \varepsilon_a)/3}; \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю. 5.625)}$$

$$\varepsilon_a = (1.88 - 3.2(1/z_1 + 1/z_2)) \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю. 5.626)}$$

$$\varepsilon_a = (1.88 - 3.2(1/10 + 1/76)) = 1.5;$$

$$Z_\varepsilon = 0.91.$$

$$\sigma_H = 2.5 \cdot 190 \cdot 0.91 \cdot \sqrt{\frac{26.72 \cdot (8+1)}{79.07 \cdot 8}} = 266.5 \text{ МПа} \leq 512.4 \text{ МПа.}$$

Отже, перевірка виконується.

### 1.5.6 ПЕРЕВІРКА МІЦНОСТІ НА ЗГИН ЗУБЦІВ

Вираховуємо питому розрахункову окружну силу при згині  
(Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю. .36), де

$$k_{Fv} = 1.04; k_{F\beta} = 1.02; k_{Fa} = 1.35$$

$$W_{Ft} = 1444.29 \cdot 1.02 \cdot 1.04 \cdot 1.35 \cdot 1/59 = 35.06 \text{ Н/мм.}$$



Знаходимо еквівалентне число зубців для прямозубих коліс  
(Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю. .37)

$$z_{1E} = 10/0.7588^3 = 22.89;$$

$$z_{2E} = 76/0.7588^3 = 173.95.$$

Знаходимо коефіцієнт, враховуючий форму зуба

$$Y_{FS1} = 3.95; \quad Y_{FS2} = 3.73.$$

Допустимі напруження при згині для перевірного розрахунку:

Базове число циклів беремо таке ж як і для конічної передачі:

$$N_{F \lim} = 4 \cdot 10^6.$$

Еквівалентне

число

циклів

(Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю. .38)

$$N_{FE1} = 60 \cdot 475 \cdot 20000 \cdot 1 \cdot 0.065 = 3.71 \cdot 10^7;$$

$$N_{FE2} = 60 \cdot 59.38 \cdot 20000 \cdot 1 \cdot 0.065 = 4.6 \cdot 10^6.$$

Оскільки  $N_{FE1} > N_{F \lim}$ , тоді  $Y_{N1} = 1$ ;

$$Y_{N2} = \sqrt[6]{4 \cdot 10^6 / 4.6 \cdot 10^6} = 0.98.$$

Межа контактної витривалості при згині

$$\sigma_{F \lim 1} = 1.75 \cdot 270 = 472.5 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{F \lim 2} = 1.75 \cdot 250 = 437.5 \text{ МПа}.$$

Знаходимо

допустимі

напруження

при

згині

(Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю. .40)

$$Y_{X1} = 1.05 - 0.000125 d_{w1} = 1.05 - 0.000125 \cdot 79.07 = 1.04;$$

$$Y_{X2} = 1.05 - 0.000125 d_{w2} = 1.05 - 0.000125 \cdot 600.95 = 0.97;$$

$$\sigma'_{FP1} = 472.5 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1.04 / 1.8 = 273 \text{ МПа};$$

$$\sigma'_{FP2} = 437.5 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 0.97 / 1.8 = 235.76 \text{ МПа}.$$

Далі розрахунок проводимо для елемента пари “шестерня-колесо”, у якого менша величина відношення

$$\sigma'_{FP1} / Y_{FS1} = \frac{273}{3.95} = 69.11; \quad \sigma'_{FP2} / Y_{FS2} = \frac{235.76}{3.73} = 63.21.$$

Подальші розрахунки виконуємо для шестерні, звідки знаходимо умову міцності при згині зуба шестерні

$$\sigma_{F1} = Y_{FS1} Y_{\beta} Y_{\varepsilon} W_{Ft} / m_m \leq \sigma'_{FP2}, \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю)}$$

де  $Y_{\beta}$  – коефіцієнт, враховуючий нахил зуба.  $Y_{\beta} = 1 - \beta / 120^\circ = 0.66$ .

$Y_{\varepsilon}$  - коефіцієнт, враховуючий перекриття зубців.  $Y_{\varepsilon} = 1 / \varepsilon_a = 1 / 1.5 = 0.67$ .

$$\sigma_{F2} = 3.95 \cdot 0.66 \cdot 0.67 \cdot 35.06 / 6 = 10.21 \text{ МПа} < 235.76 \text{ МПа}.$$

Тому, перевірка міцності на згин зуба виконується.

### 1.5.7 ПЕРЕВІРКА МІЦНОСТІ ЗУБЦІВ ПРИ ПЕРЕВАНТАЖЕННЯХ

Допустимі напруження при дії максимального навантаження такі ж самі як і для конічної передачі. Подальші розрахунки проводимо для пари “шестерня-колесо”, де є найменші допустимі напруження, тому вибираємо колесо.

$$\sigma_{H \max} = \sigma_H \sqrt{T_{\max} / T_{\text{ном}}} = 266.5 \cdot \sqrt{1.8} = 357.55 \text{ МПа} < 1484 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{F \max} = \sigma_F (T_{\max} / T_{\text{ном}}) = 273.59 \cdot 1.8 = 492.46 \text{ МПа} < 675 \text{ МПа}.$$

Отже, можна зробити висновок, що перевірка міцності зубців при перевантаженнях виконується.

### 1.5.8 СИЛИ В ЗАЧЕПЛЕННІ ЗУБЧАСТИХ КОЛІС

Уточнений крутний момент на колесі  
(Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю. .44)

$$T_{y2} = 440.7 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Окружні сили  
(Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю. .45)

$$F_{t1} = 2 \cdot 10^3 \cdot 57.1 / 79.07 = 1444.29 \text{ Н};$$

$$F_{t2} = 2 \cdot 10^3 \cdot 440.7 / 600.95 = 1466.68 \text{ Н}.$$

Радіальні сили  
(Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю. .46)

$$F_{r1} = 1444.29 \cdot \tan 20^\circ \cdot \cos 14.65^\circ = 1585.3 \text{ Н};$$

$$F_{r2} = 1466.68 \cdot \tan 20^\circ \cdot \sin 14.65^\circ = 2858.3 \text{ Н}.$$

Осьові сили (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю. .47)

$$F_{a1} = 1444.29 \cdot \tan 14.65^\circ = 376.96 \text{ Н};$$

$$F_{a2} = 1466.68 \cdot \tan 14.65^\circ = 382.8 \text{ Н}.$$

## 1.6 РОЗРАХУНОК ШВИДКОХІДНОГО ВАЛУ

### 1.6.1 ПРОЕКТНИЙ РОЗРАХУНОК І КОНСТРУЮВАННЯ ВАЛУ

Після виконання компоновки вхідного валу згідно рекомендацій та після розрахунку передач, отримали наступні діаметри валу під різні елементи:

$d_m = 22 \text{ мм}$  – діаметр під муфту;

$d_{\Pi} = 25 \text{ мм}$  – діаметр під підшипники;

$d_6 = 27 \text{ мм}$  – діаметр буртика;

$d_k = 24 \text{ мм}$  – діаметр під кришку;

$d_r = 25 \text{ мм}$  – діаметр під шліцеву гайку.

## 1.7 РОЗРАХУНОК ПРОМІЖНОГО ВАЛУ

### 1.7.1 ПРОЕКТНИЙ РОЗРАХУНОК І КОНСТРУЮВАННЯ ВАЛУ

Для виготовлення валу берем Сталь 45, для якої  $\sigma_B = 598 \text{ МПа}$ ;  $\sigma_T = 363 \text{ МПа}$ .

Після виконання компоновки проміжного валу згідно рекомендацій та після розрахунку передач, отримали наступні діаметри валу під різні елементи:

$d_k = 30 \text{ мм}$  – діаметр під конічне колесо;

$d_{\Pi} = 35 \text{ мм}$  – діаметр під підшипники;

$d_6 = 38 \text{ мм}$  – діаметр бурта;

Довжина від опори до прикладання сил, які діють в зачепленні конічної передачі:

$$a = 82 \text{ мм.}$$

Довжина між прикладанням сил, які діють в зачепленнях передач:

$$b = 53 \text{ мм.}$$

Відстань від прикладання сил, які діють в зачепленні конічної передачі до опори:

$$c = 65 \text{ мм.}$$

Вал можна представити у вигляді, як зображено на рис. 1.5.

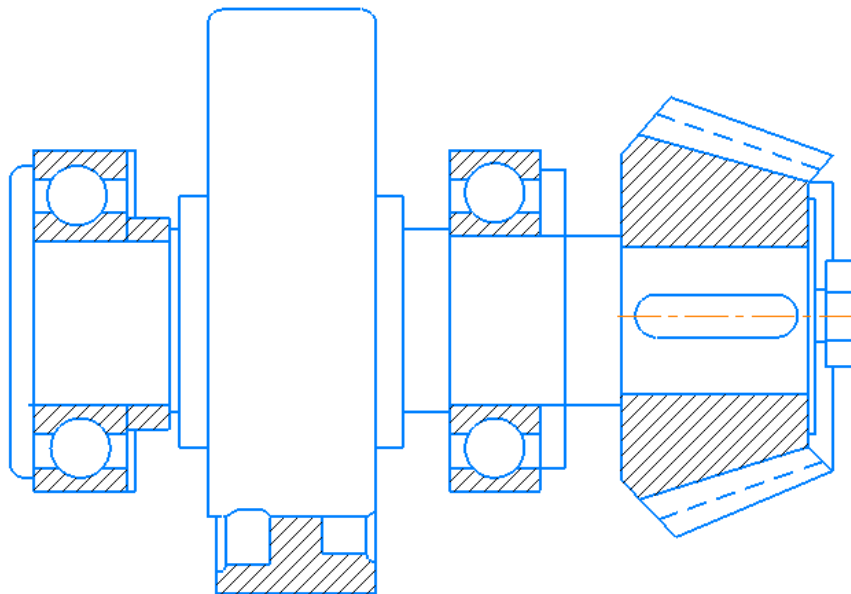


Рисунок Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю..5  
Проміжний вал

## 1.7.2 ПЕРЕВІРКА СТАТИЧНОЇ МІЦНОСТІ ВАЛУ

Сили в зачепленні:

- З боку конічного колеса:
  - $F_{t12} = 320.43 \text{ Н}$  - колова сила;
  - $F_{r12} = 40.19 \text{ Н}$  - радіальна сила;
  - $F_{a12} = 716.33 \text{ Н}$  - осьова сила.
- З боку циліндричної шестерні:
  - $F_{t21} = 1444.29 \text{ Н}$  - колова сила;

- $F_{r21} = 1585.3 \text{ Н}$  - радіальна сила;
- $F_{a21} = 376.96 \text{ Н}$  - осьова сила.

Згинальний момент від сил  $F_{a12}$

$$M_a = F_{a21} \frac{d_{m2}}{2} = 376.96 \frac{356.4}{2} = 67174.272 \text{ Н} \cdot \text{мм}.$$

Першим розглядаємо вал у площині YX:

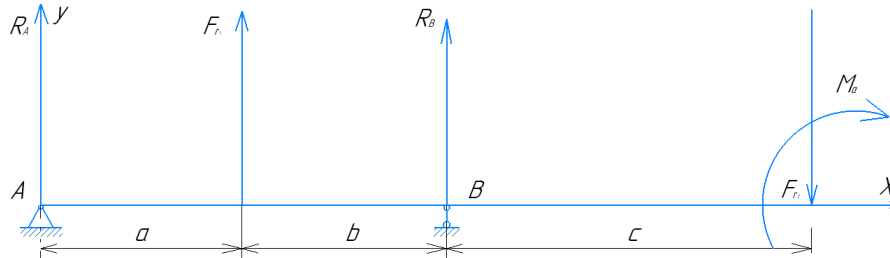


Рисунок Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю..6  
Розрахункова схема проміжного валу у площині YX

Знаходимо реакції в опорах

$$\sum M_A = F_{r2} \cdot (a + b + c) + M_a - R_B \cdot (a + b) - F_{r1} \cdot a = 0;$$

$$\sum M_B = R_A \cdot (a + b) + F_{r1} \cdot b + F_{r2} \cdot c + M_a = 0.$$

Розв'язавши цю систему, знаходимо  $R_A$  та будуємо епюру

$$R_A = -1276.66 \text{ Н}; R_B = 2821.77 \text{ Н}.$$

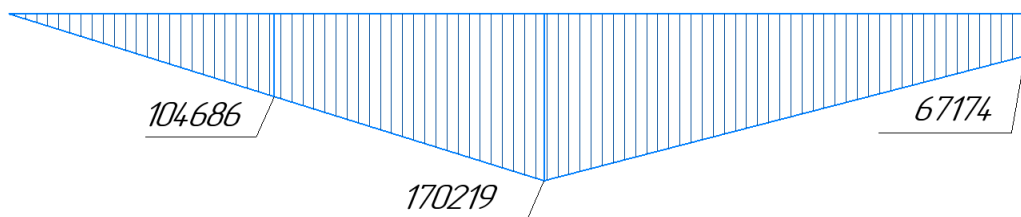


Рисунок Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю..7 Епюра  
моментів проміжного валу в площині YX,  $\text{Н} \cdot \text{мм}$

Далі розглядаємо вал у площині ZX:

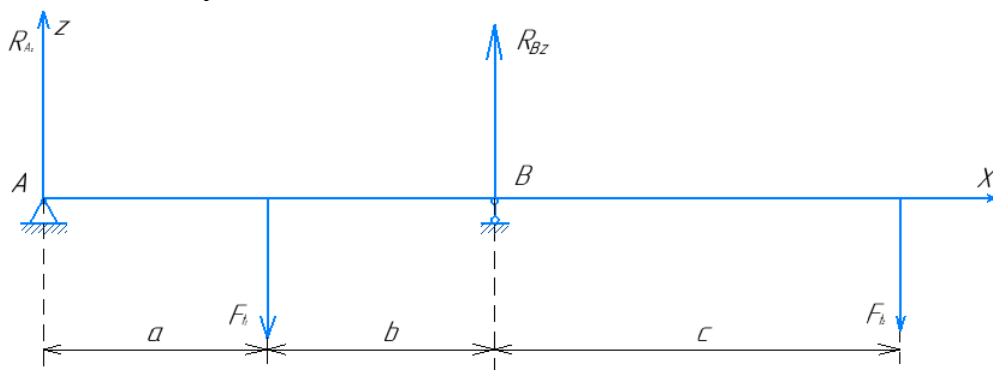


Рисунок Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю..8  
Розрахункова схема проміжного валу в площині ZX

Знаходимо реакції в опорах

$$\sum M_A = F_{t2} \cdot (a + b + c) - R_B \cdot (a + b) + F_{t1} \cdot a = 0;$$

$$\sum M_B = R_A \cdot (a + b) - F_{t1} \cdot b + F_{t2} \cdot c = 0;$$

Розв'язавши цю систему, знаходимо

$$R_A = 569.6 \text{ Н}; R_B = -2334.3 \text{ Н}.$$

Будуємо епюру моментів:

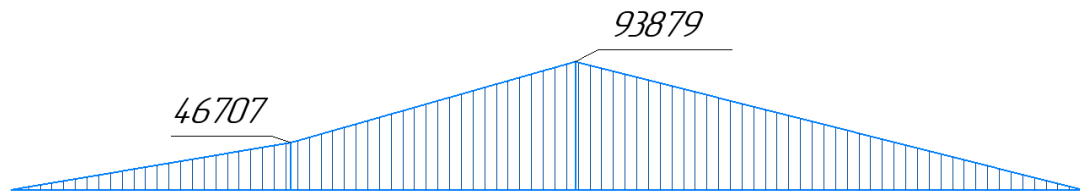


Рисунок **Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю..9** Епюра моментів проміжного валу в площині ZX, Н·мм

Визначаємо загальні згинальні моменти в перерізах I-I та II-II

$$M_I = \sqrt{(M_z^I)^2 + (M_y^I)^2} = \sqrt{46707^2 + (-104686^2)} = 114633 \text{ Н} \cdot \text{мм};$$

$$M_{II} = \sqrt{(M_z^{II})^2 + (M_y^{II})^2} = \sqrt{93879^2 + (-170219^2)} = 194391 \text{ Н} \cdot \text{мм}.$$

Оскільки діаметри валу у перерізах I-I і II-II однакові, крутні моменти також однакові, а згинальний момент у перерізі II-II більший, ніж у перерізі I-I, то перевірку міцності слід виконувати для перерізу II-II.

Номинальні напруження в перерізі

$$\sigma_{зг} = \frac{32M}{\pi d^3}; \sigma_c = \frac{4F}{\pi d^2}; \tau = \frac{16 \cdot T}{\pi \cdot d^3}; \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю..6)}$$

$$\sigma_{зг} = \frac{32 \cdot 194391}{3.14 \cdot 50^3} = 15.85 \text{ МПа};$$

$$\sigma_c = \frac{4 \cdot 376.96}{3.14 \cdot 50^2} = 0.19 \text{ МПа};$$

$$\tau = \frac{16 \cdot 67174}{3.14 \cdot 50^3} = 2.74 \text{ МПа}.$$

За III-м критерієм міцності визначаємо еквівалентні напруження

$$\sigma_{екв} = \sqrt{(\sigma_{зг} + \sigma_c)^2 + 4\tau^2}; \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю..6)}$$

$$\sigma_{екв} = \sqrt{(15.85 + 0.19)^2 + 4 \cdot 2.74^2} = 16.95 \text{ МПа}.$$

Допустиме еквівалентне напруження

$$[\sigma]_{екв} = 0.8\sigma_T; \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю..67)}$$

$$[\sigma]_{екв} = 0.8 \cdot 363 = 290.4 \text{ МПа}.$$

Максимальне еквівалентне напруження при короткому перевантаженні

$$\sigma_{екв}^{max} = \sigma_{екв} R_{II}; \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю..68)}$$

$$\sigma_{екв}^{max} = 16.95 \cdot 2.3 = 38.985 \text{ МПа}.$$

Умова статичної міцності виконується, оскільки

$$\sigma_{екв}^{max} = 38.985 \text{ МПа} \leq [\sigma]_{екв} = 290.4 \text{ МПа}$$

Згідно розрахунків, можна зробити висновок, що умова статичної міцності валу виконується.

### 1.7.3 РОЗРАХУНОК ВАЛУ НА ВТОМНУ МІЦНІСТЬ

Границя втоми матеріалу валу для симетричного циклу

$\sigma_{-1} = 0,45\sigma_B$ ;  $\tau_{-1} = 0,25\sigma_B$ ; (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 6)

$$\sigma_{-1} = 0,45 \cdot 598 = 269 \text{ МПа};$$

$$\tau_{-1} = 0,25 \cdot 598 = 150 \text{ МПа}.$$

Відповідно моменти опору в небезпечному перерізу валу

$$W_{OH} = \frac{\pi d^3}{32}; \quad W_{PH} = \frac{\pi d^3}{16}; \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 6)}$$

$$W_{OH} = \frac{3,14 \cdot 50^3}{32} = 12271.85 \text{ мм}^3;$$

$$W_{PH} = \frac{3,14 \cdot 50^3}{16} = 24543.69 \text{ мм}^3.$$

Амплітуди нормальних і дотичних напружень

$$\sigma_a = \frac{M}{W_{OH}}; \quad \tau_a = \frac{T}{W_{PH}}; \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 7)}$$

$$\sigma_a = \frac{194391}{12271.85} = 15.84 \text{ МПа};$$

$$\tau_a = \frac{67174}{24543.69} = 2.74 \text{ МПа}.$$

Середнє значення нормальних та дотичних напружень

$$\sigma_m = \frac{4F_{a1}}{\pi d^2}; \quad \text{(Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 70)}$$

$$\sigma_m = \frac{4 \cdot 376.96}{3.14 \cdot 50^2} = 0.19 \text{ МПа};$$

$$\tau_m = \tau_a = 2.74 \text{ МПа}.$$

Ефективні коефіцієнти концентрації напружень від швидкохідного паза

$$K_\sigma = 1.25; \quad K_\tau = 1.05.$$

Коефіцієнти чутливості матеріалу валу до симетрії циклу напружень

$$\psi_\sigma = 0.02 + 2 \cdot 10^{-4} \sigma_B; \quad \psi_\tau = 0.5 \psi_\sigma; \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 71)}$$

$$\psi_\sigma = 0.02 + 2 \cdot 10^{-4} \cdot 598 = 0.14;$$

$$\psi_\tau = 0.5 \cdot 0.14 = 0.07.$$

Коефіцієнт, що враховує вплив абсолютних розмірів перерізу валу  $K_d = 0,78$ .

Коефіцієнти запасу міцності за нормальними і дотичними напруженнями

$$S_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{K_\sigma \sigma_a}{K_d} + \psi_\sigma \sigma_m}; \quad S_\tau = \frac{\tau_{-1}}{\frac{K_\tau \tau_a}{K_d} + \psi_\tau \tau_m}; \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 72)}$$

$$S_\sigma = \frac{269}{\frac{1.25 \cdot 15.84}{0.78} + 0.14 \cdot 0.19} = 10.59;$$

$$S_{\tau} = \frac{150}{\frac{1,05 \cdot 2.74}{0.78} + 0,07 \cdot 2.74} = 38.66.$$

Сумарний коефіцієнт запасу

$$S = \frac{S_{\sigma} S_{\tau}}{\sqrt{S_{\sigma}^2 + S_{\tau}^2}}; \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 73)}$$

$$S = \frac{10.59 \cdot 38.66}{\sqrt{10.59^2 + 38.66^2}} = 1.7.$$

Загальний розрахунковий коефіцієнт запасу міцності

$S = 1.7 > [S]_{min} = 1.5$ , отже міцність валу в перерізі забезпечується.

## 1.8 РОЗРАХУНОК ТИХОХІДНОГО ВАЛУ

### 1.8.1 ПРОЕКТНИЙ РОЗРАХУНОК І КОНСТРУЮВАННЯ ВАЛУ

Після виконання компоновки вихідного валу згідно рекомендацій та після розрахунку передач, отримали наступні діаметри валу під різні елементи:

$d_m = 46$  мм – діаметр під муфту;

$d_k = 52$  мм – діаметр під циліндричне колесо;

$d_n = 50$  мм – діаметр під підшипники;

$d_b = 65$  мм – діаметр бурта;

$d_k = 50$  мм – діаметр під кришку.

## 1.9 АНАЛІЗ УМОВ НАВАНТАЖЕННЯ ТА ВИБІР ТИПУ Й РОЗМІРІВ ПІДШИПНИКІВ ДЛЯ ПРОМІЖНОГО ВАЛУ

Підбираємо підшипники кочення для вхідного валу редуктора за такими даними, одержаними при розрахунку валу:

Осьове навантаження валу  $F_{a12} = 716.33$  Н та  $F_{a21} = 376.96$  Н; діаметр цапф вала для підшипників  $d_n = 40$ ; частота обертання вала  $n = 475$  об/хв; потрібна довговічність підшипників  $L_h = 20000$  год., при 90% надійності, типовий режим навантаження вала – середній нормальний (СН), короткочасне перевантаження до 150%, робоча температура підшипників до 50°C.

Згідно усіх наданих рекомендацій для валів конічних передач, слід використовувати шарикові підшипники, для яких:  $C = 66000$  Н;  $C_0 = 47500$  Н;  $d = 40$  мм;  $D = 90$  мм;  $e = 0.34$ .

Звідси знаходимо радіальні навантаження в опорах

$$R_{rA} = \sqrt{R_{Az}^2 + R_{Ay}^2} = \sqrt{569.6^2 + (-1276.66)^2} = 1409.2 \text{ Н};$$

$$R_{rB} = \sqrt{R_{Bz}^2 + R_{By}^2} = \sqrt{(-2334.3)^2 + 2821.77^2} = 3662.1 \text{ Н}.$$

Осьові складники від радіальних навантажень для опор  $A$  і  $B$

$$F_{oc} = 0.83eR_r; \quad (\text{Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 74})$$

$$F_{ocA} = 0.83 \cdot 0.34 \cdot 1409.2 = 397.68 \text{ Н};$$

$$F_{ocD} = 0.83 \cdot 0.34 \cdot 3662.1 = 1033.44 \text{ Н}.$$

Визначаємо величину і напрям результуючої осьової сили

$$\sum \bar{F}_{oc} = \bar{F}_{ocA} - \bar{F}_{ocD} + \bar{F}_{a12} - \bar{F}_{a21};$$

$$\sum \bar{F}_{oc} = 397.68 - 1033.44 + 716.33 - 376.96 = -296.39 \text{ Н}.$$

За пишемо умову рівноваги

$$F_{aA} - F_{aD} + F_{a12} - F_{a21} = 0.$$

Приймаємо  $F_{aD} = F_{ocD} = 1033.44$ , тоді

$$F_{aA} = F_{ocD} - F_{a12} + F_{a21} = 1033.44 - 716.33 + 376.96 = 694.07 \text{ Н}.$$

Виходимо з умови, що  $F_{aA} \geq F_{ocA}$  і  $F_{aD} \geq F_{ocD}$ .

### 1.9.1 ВИЗНАЧЕННЯ ЕКВІВАЛЕНТНОГО НАВАНТАЖЕННЯ НА ПІДШИПНИКИ

Для кожної опори знаходимо відношення

$$F_{aA}/R_{rA} = 0.5;$$

$$F_{aB}/R_{rB} = 0.3.$$

Вибираємо  $X$  та  $Y$  за умовою  $e \geq F_a/F_r$ , то  $X = 1$ , а  $Y = 0$ ; якщо  $e \leq F_a/F_r$ , то  $X$  та  $Y$ :

- Для опори  $A$ :

$$X = 0.4; Y = 1.8;$$

- Для опори  $B$ :

$$X = 1; Y = 0;$$

Для типового режиму навантаження (СН) коефіцієнт інтенсивності:  $K_e = 0.57$ . Згідно з умови роботи підшипника, беремо:  $V = 1$  – обертання внутрішнього кільця підшипника  $K_\sigma = 1.5$  – коефіцієнт безпеки при короткочасних перевантаженнях до 150%,  $K_T = 1$  – температурний коефіцієнт до 50°C.

Розрахункове еквівалентне навантаження на підшипники опори

$$R = (XVR_r + YF_a)K_\sigma K_T; \quad (\text{Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 75})$$

$$R_A = (0.4 \cdot 1 \cdot 1409.2 + 1.8 \cdot 694.07) \cdot 1.5 \cdot 1 = 2719.5 \text{ Н};$$

$$R_B = (1 \cdot 1 \cdot 3662.1 + 0 \cdot 1033.44) \cdot 1.5 \cdot 1 = 5493.2 \text{ Н}.$$

Подальший розрахунок проводимо для опори  $B$ .

$$R_e = K_e R; \quad (\text{Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 76})$$

$$R_e = 0.57 \cdot 5493.2 = 3131.12 \text{ Н}.$$

### 1.9.2 РОЗРАХУНОК НА ДОВГОВІЧНІСТЬ ПІДШИПНИКА



Для 90%-ї надійності коефіцієнт  $a_1 = 1$ , а для звичайних умов експлуатації шарикових підшипників коефіцієнт  $a_{23} = 0,65$ .

Розрахунковий ресурс підшипників

$$L = a_1 a_{23} \left( \frac{C_r}{R_e} \right)^p, \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 77)}$$

де показник  $p = \frac{10}{3}$  - для шарикових підшипників.

$$L = 1 \cdot 0,65 \cdot \left( \frac{66000}{3131.12} \right)^{\frac{10}{3}} = 16816 \text{ млн. об.}$$

Розрахункова довговічність підшипника

$$L_h = \frac{30 \cdot 1745 L}{\pi n}; \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 78)}$$

$$L_h = \frac{30 \cdot 1745 \cdot 16816}{3.14 \cdot 475} = 590223 \text{ год.}$$

Попередньо вибраний підшипник для опори В валу має довговічність більшу від заданої потрібної. Для опори А валу беремо такий самий підшипник.

## 2. ПРОЕКТУВАННЯ КОРЕГОВАНОГО ЕВОЛЬВЕНТНОГО ЗАЧЕПЛЕННЯ ЗУБЧАСТИХ КОЛІС

### 2.1. МЕТА ПРОВЕДЕННЯ КОРЕГУВАННЯ

Розрахована закрита силова циліндрична прямозуба передача входить до складу редуктора випробувальної машини КМ-50, чий функціонал спрямований на визначення основних фізико-механічних характеристик матеріалів при крученні.

Згідно умовам проектування, в тому числі корегованих евольвентних зачеплень зубчастих коліс, що розглядаються у даній роботі, для подальших розрахунків необхідні будуть такі параметри передачі:

- кількість зубців шестерні та колеса  $z_1$  та  $z_2$  відповідно;
- модуль зачеплення  $m$ ;
- міжосьова відстань  $a_w$ .

Оскільки колеса передачі передбачалося нарізати без зміщення інструменту, тобто некорегованими, то подальша робота буде суцільно спрямована на оптимізацію зачеплення за існуючими геометричними показниками якості шляхом корегування зубчастих коліс, а отже, на визначення оптимальних коефіцієнтів зміщення.

Щодо самих геометричних показників якості, то до них належать наступні:

- коефіцієнт питомого ковзання  $\lambda$ ;
- коефіцієнт торцевого перекриття  $\varepsilon_\alpha$ ;
- коефіцієнт питомого тиску  $\theta$ .

Також бажано враховувати коефіцієнт товщини зубця у вершині, тому що надмірне загострення зубця може призвести до неприпустимого зменшення його міцності у вершині в перший момент контакту. Таке загострення зубця

характеризується коефіцієнтом товщини зубця, граничні значення якого визначаються структурою матеріалу і видом термообробки.

Для термообробки покращення маємо:

$$S_a^* \geq 0.25 \dots 0.3. \quad (\text{Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю..79})$$

При цьому слід зазначити, що коефіцієнт торцевого перекриття контролюється для того, щоб зачеплення було неперервним, а тому для даної передачі при  $\beta > 0$  для будь якого ступеня точності

$$\varepsilon_\alpha \geq 1.0. \quad (\text{Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю..80})$$

Оскільки коефіцієнт питомого ковзання характеризує ступінь ковзання коліс у процесі зачеплення, то при розрахунку передачі необхідно вибирати такі коефіцієнти зміщення шестерні та колеса, які задовольняють умову

$$\lambda_1 \approx \lambda_2. \quad (\text{Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю..81})$$

Нарешті, коефіцієнт питомого тиску враховує вплив кривизни профілів зубців на контактні напруження.

В даному конкретному випадку завдання полягає в тому, щоб покращити зубчасту передачу, не змінюючи міжосьової відстані, яка була знайдена з умови контактної міцності зуба – з цього випливає, що незмінними мають також залишитися модуль і кількість зубців коліс передачі.

Отже, знаючи міжосьовому відстань, можна знайти коефіцієнти зміщення, в чому допоможе програма PROF Z, чия робота аналогічна до стандартного процесу вираховування, лише накладена додаткова умова:

$$x_\Sigma = x_1 + x_2, \quad (\text{Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю..82})$$

де  $x_\Sigma$  – сумарний коефіцієнт зміщення;  $x_1$  – коефіцієнт зміщення шестерні;  $x_2$  – коефіцієнт зміщення колеса.

Таким чином, користуючись умовою (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю..82), може бути знайдена така комбінація  $x_1$  та  $x_2$ , за якої показники якості зачеплення будуть найкращими.

## 2.2. РОЗРАХУНОК ПАРАМЕТРІВ НЕКОРЕГОВАНОЇ ПЕРЕДАЧІ

Порядок розрахунку включає в себе наступні пункти:

1. Запуск програми PROF Z.
2. Введення даних:
  - кількість зубців шестерні  $z_1 = 17$ ;
  - кількість зубців колеса  $z_2 = 102$ ;
  - модуль зачеплення  $m = 4$  мм;
  - кут нахилу зубця  $\beta = 17.824^\circ$ ;
  - міжосьова відстань  $a_w = 250$  мм.
3. Задання діапазону зміни  $x_1$  в межах від 0 до 0.
4. Отримані дані вносимо до таблиці.

Таблиця **Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю..1** Показники якості не корегованого зачеплення

| $x_1$ | $x_2$ | $S_{k1}$ | $S_{k2}$ | $\varepsilon_\alpha$ | $\lambda_1$ | $\lambda_2$ | $\theta$ |
|-------|-------|----------|----------|----------------------|-------------|-------------|----------|
| 0     | 0     | 0.737    | 0.855    | 1.571                | 5.661       | 0.152       | 0.384    |

$$x_{min1} = -0.133; \quad x_{min2} = -5.8.$$

Розраховані коефіцієнти товщини зубця при нульовому зміщенні становлять  $S_{a1}^* = 0.737$  – для шестерні та  $S_{a2}^* = 0.855$  – для колеса і задовольняють умову не загострення зубців (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю..79).

Коефіцієнт перекриття при нульовому зміщенні становить  $\varepsilon_\alpha = 1.571$ , що задовольняє умову (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю..80), отже, зачеплення неперервне.

Однак, коефіцієнти ковзання, які дорівнюють  $\lambda_1 = 5.661$  та  $\lambda_2 = 0.152$ , не задовольняють умову (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю..81). З цього можна зробити висновок, що спрацювання шестерні та колеса при нульовому зміщенні буде відбуватися нерівномірно.

Наступними розраховуємо параметри передачі при коефіцієнті зміщення  $x_1 = 0$ :

- Параметри з'єднання:
  - Міжосьова відстань:  $a_w = 250$ ;
  - Кут зачеплення (град):  $\alpha_{tw} = 20.923$ ;
  - Висота зуба:  $h = 9$ ;
  - Коефіцієнт торцевого перекриття:  $\varepsilon_\alpha = 1.571$ ;
  - Коефіцієнт тиску в полюсі:  $\theta = 0.384$ .
- Параметри шестерні:
  - Радіус ділительного кола:  $r = 35.714$ ;
  - Радіус початковій окружності:  $r_w = 35.714$ ;
  - Радіус кола вершин:  $r_a = 39.714$ ;
  - Радіус кола западин:  $r_f = 30.714$ ;
  - Радіус основного кола:  $r_b = 33.359$ ;
  - Коефіцієнт товщини по окружності вершин:  $S_k = 0.702$ ;
  - Коефіцієнт питомого ковзання:  $\lambda = 5.662$ .
- Параметри колеса:
  - Радіус ділительного кола:  $r = 214.285$ ;
  - Радіус початковій окружності:  $r_w = 214.285$ ;

- Радіус кола вершин:  $r_a = 218.285$ ;
- Радіус кола западин:  $r_f = 209.285$ ;
- Радіус основного кола:  $r_b = 200.156$ ;
- Коефіцієнт товщини по окружності вершин:  $S_k = 0.814$ ;
- Коефіцієнт питомого ковзання:  $\lambda = 0.152$ .

За допомогою програми знаходимо координати двадцяти точок профілю зубців шестерні та колеса і записуємо їх в наведені нижче таблиці.

Таблиця **Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю..2**  
Координати точок профілю зубця шестерні

| №  | Т-д  | х     | у      |
|----|------|-------|--------|
| 1  | Прхд | 5,403 | 30,208 |
| 2  | Прхд | 4,485 | 30,647 |
| 3  | Прхд | 3,98  | 31,288 |
| 4  | Прхд | 3,744 | 31,92  |
| 5  | Прхд | 3,65  | 32,546 |
| 6  | Прхд | 3,65  | 33,195 |
| 7  | Евлв | 3,654 | 33,292 |
| 8  | Евлв | 3,653 | 33,451 |
| 9  | Евлв | 3,643 | 33,67  |
| 10 | Евлв | 3,619 | 33,949 |
| 11 | Евлв | 3,575 | 34,288 |
| 12 | Евлв | 3,505 | 34,685 |
| 13 | Евлв | 3,406 | 35,138 |
| 14 | Евлв | 3,272 | 35,646 |
| 15 | Евлв | 3,098 | 36,205 |
| 16 | Евлв | 2,879 | 36,815 |
| 17 | Евлв | 2,612 | 37,471 |
| 18 | Евлв | 2,291 | 38,171 |
| 19 | Евлв | 1,913 | 38,911 |
| 20 | Евлв | 1,474 | 39,687 |

Таблиця **Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю..3**  
Координати точок профілю зубця колеса

| № | Т-д  | х     | у       |
|---|------|-------|---------|
| 1 | Прхд | 6,171 | 209,168 |
| 2 | Прхд | 5,397 | 209,387 |
| 3 | Прхд | 4,958 | 209,747 |
| 4 | Прхд | 4,744 | 210,052 |
| 5 | Прхд | 4,629 | 210,293 |
| 6 | Прхд | 4,558 | 210,496 |
| 7 | Евлв | 4,407 | 210,987 |

|    |      |       |         |
|----|------|-------|---------|
| 8  | ЕВЛВ | 4,249 | 211,489 |
| 9  | ЕВЛВ | 4,083 | 212     |
| 10 | ЕВЛВ | 3,91  | 212,522 |
| 11 | ЕВЛВ | 3,728 | 213,054 |
| 12 | ЕВЛВ | 3,539 | 213,596 |
| 13 | ЕВЛВ | 3,341 | 214,148 |
| 14 | ЕВЛВ | 3,134 | 214,709 |
| 15 | ЕВЛВ | 2,919 | 215,281 |
| 16 | ЕВЛВ | 2,696 | 215,861 |
| 17 | ЕВЛВ | 2,463 | 216,452 |
| 18 | ЕВЛВ | 2,221 | 217,052 |
| 19 | ЕВЛВ | 1,97  | 217,661 |
| 20 | ЕВЛВ | 1,71  | 218,279 |

### 2.3. РОЗРАХУНОК ПАРАМЕТРІВ КОРЕГОВАНОЇ ПЕРЕДАЧІ

Отримавши результати розрахунків не корегованої передачі, можна перейти до процесу корегування. Для цього межі зміни коефіцієнта зміщення шестерні задаємо від 0 до 1 та записуємо отримані дані.

Таблиця **Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю..4** Показники якості корегованого зачеплення при  $0 \leq x_1 \leq 1$

| №  | $x_1$ | $x_2$ | $S_{k1}$ | $S_{k2}$ | $\varepsilon_\alpha$ | $\lambda_1$ | $\lambda_2$ | $\theta$ |
|----|-------|-------|----------|----------|----------------------|-------------|-------------|----------|
| 1  | 0     | 0     | 0,737    | 0,855    | 1,571                | 5,661       | 0,152       | 0,384    |
| 2  | 0,1   | -0,1  | 0,698    | 0,862    | 1,548                | 3,503       | 0,166       | 0,384    |
| 3  | 0,2   | -0,2  | 0,656    | 0,868    | 1,524                | 2,373       | 0,18        | 0,384    |
| 4  | 0,3   | -0,3  | 0,609    | 0,874    | 1,497                | 1,677       | 0,194       | 0,384    |
| 5  | 0,4   | -0,4  | 0,559    | 0,878    | 1,468                | 1,206       | 0,209       | 0,384    |
| 6  | 0,5   | -0,5  | 0,504    | 0,882    | 1,438                | 0,866       | 0,223       | 0,384    |
| 7  | 0,6   | -0,6  | 0,447    | 0,884    | 1,405                | 0,609       | 0,238       | 0,384    |
| 8  | 0,7   | -0,7  | 0,385    | 0,886    | 1,371                | 0,407       | 0,252       | 0,384    |
| 9  | 0,8   | -0,8  | 0,32     | 0,887    | 1,335                | 0,245       | 0,267       | 0,384    |
| 10 | 0,9   | -0,9  | 0,251    | 0,887    | 1,297                | 0,112       | 0,281       | 0,384    |
| 11 | 1     | -1    | 0,179    | 0,885    | 1,257                | 0           | 0,296       | 0,384    |

$$x_{min1} = -0.133; \quad x_{min2} = -5.8.$$

Оскільки вирівнювання коефіцієнтів ковзання  $\lambda_1$  та  $\lambda_2$  відбувається в діапазоні від 0.7 до 0.8, то при наступному розрахунку коефіцієнт зміщення  $x_1$  буде лежати в цих межах.

Таблиця **Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю..5** Показники якості корегованого зачеплення при  $0.7 \leq x_1 \leq 0.8$

| № | $x_1$ | $x_2$ | $S_{k1}$ | $S_{k2}$ | $\varepsilon_\alpha$ | $\lambda_1$ | $\lambda_2$ | $\theta$ |
|---|-------|-------|----------|----------|----------------------|-------------|-------------|----------|
| 1 | 0,7   | -0,7  | 0,385    | 0,886    | 1,371                | 0,407       | 0,252       | 0,384    |
| 2 | 0,71  | -0,71 | 0,379    | 0,886    | 1,367                | 0,389       | 0,254       | 0,384    |
| 3 | 0,72  | -0,72 | 0,372    | 0,886    | 1,364                | 0,372       | 0,255       | 0,384    |

|    |      |       |       |       |       |       |       |       |
|----|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 4  | 0,73 | -0,73 | 0,366 | 0,886 | 1,36  | 0,355 | 0,257 | 0,384 |
| 5  | 0,74 | -0,74 | 0,359 | 0,886 | 1,356 | 0,338 | 0,258 | 0,384 |
| 6  | 0,75 | -0,75 | 0,353 | 0,886 | 1,353 | 0,322 | 0,259 | 0,384 |
| 7  | 0,76 | -0,76 | 0,346 | 0,887 | 1,349 | 0,306 | 0,261 | 0,384 |
| 8  | 0,77 | -0,77 | 0,34  | 0,887 | 1,346 | 0,29  | 0,262 | 0,384 |
| 9  | 0,78 | -0,78 | 0,333 | 0,887 | 1,342 | 0,275 | 0,264 | 0,384 |
| 10 | 0,79 | -0,79 | 0,327 | 0,887 | 1,338 | 0,26  | 0,265 | 0,384 |
| 11 | 0,8  | -0,8  | 0,32  | 0,887 | 1,335 | 0,245 | 0,267 | 0,384 |

$$x_{min1} = -0.133; \quad x_{min2} = -5.8.$$

На цей раз вирівнювання коефіцієнтів ковзання  $\lambda_1$  та  $\lambda_2$  відбувається в діапазоні від 0.78 до 0.79, тому при наступному розрахунку коефіцієнт зміщення  $x_1$  буде лежати в цих межах.

Таблиця **Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю..6** Показники якості корегованого зачеплення при  $0.76 \leq x_1 \leq 0.77$

| №        | $x_1$        | $x_2$         | $S_{k1}$     | $S_{k2}$     | $\varepsilon_\alpha$ | $\lambda_1$  | $\lambda_2$  | $\theta$     |
|----------|--------------|---------------|--------------|--------------|----------------------|--------------|--------------|--------------|
| 1        | 0,78         | -0,78         | 0,333        | 0,887        | 1,342                | 0,275        | 0,264        | 0,384        |
| 2        | 0,781        | -0,781        | 0,333        | 0,887        | 1,342                | 0,273        | 0,264        | 0,384        |
| 3        | 0,782        | -0,782        | 0,332        | 0,887        | 1,341                | 0,272        | 0,264        | 0,384        |
| 4        | 0,783        | -0,783        | 0,331        | 0,887        | 1,341                | 0,27         | 0,264        | 0,384        |
| 5        | 0,784        | -0,784        | 0,331        | 0,887        | 1,34                 | 0,269        | 0,264        | 0,384        |
| 6        | 0,785        | -0,785        | 0,33         | 0,887        | 1,34                 | 0,267        | 0,265        | 0,384        |
| 7        | 0,786        | -0,786        | 0,329        | 0,887        | 1,34                 | 0,266        | 0,265        | 0,384        |
| <b>8</b> | <b>0,787</b> | <b>-0,787</b> | <b>0,329</b> | <b>0,887</b> | <b>1,339</b>         | <b>0,264</b> | <b>0,265</b> | <b>0,384</b> |
| 9        | 0,788        | -0,788        | 0,328        | 0,887        | 1,339                | 0,263        | 0,265        | 0,384        |
| 10       | 0,789        | -0,789        | 0,327        | 0,887        | 1,339                | 0,261        | 0,265        | 0,384        |
| 11       | 0,79         | -0,79         | 0,327        | 0,887        | 1,338                | 0,26         | 0,265        | 0,384        |

$$x_{min1} = -0.133; \quad x_{min2} = -5.8.$$

Отже, вирівнювання коефіцієнтів ковзання  $\lambda_1$  та  $\lambda_2$  відбувається при  $x_1 = 0.787$ .

Маємо, що розраховані коефіцієнти товщини зубця при такому зміщенні, становлять  $S_{a1}^* = 0.329$  – для шестерні та  $S_{a2}^* = 0.887$  – для колеса, задовольняють умову (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю..79) не загострення зубців.

У свою чергу коефіцієнт перекриття  $\varepsilon_\alpha = 1.339$ , що задовольняє умову (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю..80), а значить, зачеплення неперервне.

Коефіцієнти ковзання, які дорівнюють  $\lambda_1 = 0.264$  та  $\lambda_2 = 0.265$ , також задовольняють умову (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю..81).

Звідси робимо висновок, що спрацювання шестерні та колеса при даному зміщенні буде відбуватися рівномірно, а сумарний ресурс передачі збільшується.

Таким чином, наступні параметри передачі розраховуємо при коефіцієнті зміщення  $x_1 = 0.787$ :

- Параметри з'єднання:
  - Міжосьова відстань:  $a_w = 250$ ;
  - Кут зачеплення (град):  $\alpha_{tw} = 20.923$ ;
  - Висота зуба:  $h = 9$ ;
  - Коефіцієнт торцевого перекриття:  $\varepsilon_\alpha = 1.339$ ;
  - Коефіцієнт тиску в полюсі:  $\theta = 0.384$ .
- Параметри шестерні:
  - Радіус ділильного кола:  $r = 35.714$ ;
  - Радіус початковій окружності:  $r_w = 35.714$ ;
  - Радіус кола вершин:  $r_a = 42.862$ ;
  - Радіус кола западин:  $r_f = 33.862$ ;
  - Радіус основного кола:  $r_b = 33.359$ ;
  - Коефіцієнт товщини по окружності вершин:  $S_k = 0.313$ ;
  - Коефіцієнт питомого ковзання:  $\lambda = 0.264$ .
- Параметри колеса:
  - Радіус ділильного кола:  $r = 214.285$ ;
  - Радіус початковій окружності:  $r_w = 214.285$ ;
  - Радіус кола вершин:  $r_a = 215.137$ ;
  - Радіус кола западин:  $r_f = 206.137$ ;
  - Радіус основного кола:  $r_b = 200.156$ ;
  - Коефіцієнт товщини по окружності вершин:  $S_k = 0.844$ ;
  - Коефіцієнт питомого ковзання:  $\lambda = 0.265$ .

Як і в попередній раз, за допомогою програми знаходимо координати двадцяти точок профілю зубців шестерні та колеса і записуємо їх в наведені нижче таблиці.

Таблиця **Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю..7**  
Координати точок профілю зубця шестерні

| № | Т-д  | x     | y      |
|---|------|-------|--------|
| 1 | Прхд | 5,985 | 33,464 |
| 2 | Прхд | 5,286 | 33,775 |
| 3 | Прхд | 4,932 | 34,158 |
| 4 | Прхд | 4,786 | 34,436 |

|    |      |       |        |
|----|------|-------|--------|
| 5  | Прхд | 4,723 | 34,623 |
| 6  | Прхд | 4,694 | 34,752 |
| 7  | Евлв | 4,616 | 35,144 |
| 8  | Евлв | 4,515 | 35,572 |
| 9  | Евлв | 4,388 | 36,036 |
| 10 | Евлв | 4,233 | 36,534 |
| 11 | Евлв | 4,047 | 37,065 |
| 12 | Евлв | 3,828 | 37,627 |
| 13 | Евлв | 3,572 | 38,219 |
| 14 | Евлв | 3,279 | 38,838 |
| 15 | Евлв | 2,946 | 39,483 |
| 16 | Евлв | 2,57  | 40,152 |
| 17 | Евлв | 2,15  | 40,842 |
| 18 | Евлв | 1,683 | 41,551 |
| 19 | Евлв | 1,168 | 42,277 |
| 20 | Евлв | 0,604 | 43,017 |

Таблиця **Помилка!** У документі відсутній текст **указаного стилю..8**  
Координати точок профілю зубця колеса

| №  | Т-д  | х     | у       |
|----|------|-------|---------|
| 1  | Прхд | 6,074 | 205,863 |
| 2  | Прхд | 5,207 | 206,112 |
| 3  | Прхд | 4,685 | 206,555 |
| 4  | Прхд | 4,396 | 206,988 |
| 5  | Прхд | 4,213 | 207,4   |
| 6  | Прхд | 4,084 | 207,819 |
| 7  | Евлв | 3,968 | 208,258 |
| 8  | Евлв | 3,846 | 208,709 |
| 9  | Евлв | 3,716 | 209,171 |
| 10 | Евлв | 3,58  | 209,644 |
| 11 | Евлв | 3,435 | 210,128 |
| 12 | Евлв | 3,284 | 210,623 |
| 13 | Евлв | 3,124 | 211,129 |
| 14 | Евлв | 2,956 | 211,647 |
| 15 | Евлв | 2,781 | 212,174 |
| 16 | Евлв | 2,597 | 212,713 |
| 17 | Евлв | 2,404 | 213,262 |
| 18 | Евлв | 2,203 | 213,821 |
| 19 | Евлв | 1,993 | 214,391 |
| 20 | Евлв | 1,773 | 214,971 |



За розрахованими координатами точок профілю зубців шестерні та колеса, будуюмо відповідно кореговані та не кореговані профілі зубців.

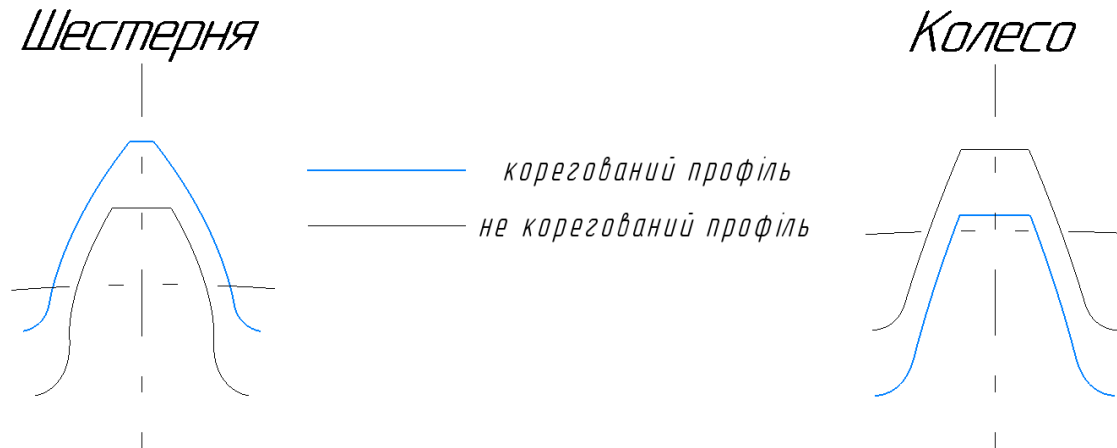


Рисунок Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю..6 Кореговані та не кореговані профілі зубців шестерні та колеса

## 2.4. ВИСНОВКИ

В результаті проведеного корегування профілю зубців шестерні та колеса були визначені наступні коефіцієнти зміщення, при яких основні геометричні показники зубчастої передачі отримали найбільш оптимальні значення:

$$x_1 = 0.787; \quad x_2 = -0.787.$$

Також були розраховані такі показники якості передачі:

- коефіцієнти товщини зубця становлять  $S_a^* = 0.329$  – для шестерні та  $S_a^* = 0.887$  – для колеса, що задовольняє умову не загострення зубців (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю..79).
- коефіцієнт перекриття становить  $\varepsilon_\alpha = 1.339$ , що задовольняє умову (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю..80), а отже, зачеплення неперервне.
- коефіцієнти ковзання, які дорівнюють  $\lambda_1 = 0.264$  та  $\lambda_2 = 0.265$ , задовольняють умову (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю..81).
- підрізання зубців не відбувається, оскільки

$$x_1 = 0.787 > x_{min1} = -0.133; \quad x_2 = -0.787 > x_{min2} = -5.8.$$

Таким чином, виходячи з усіх отриманих даних, можна зробити висновок, що спрацювання шестерні та колеса при такому зміщенні буде відбуватися рівномірно, а строк служби обраної передачі для розглядуваної установки буде значно більшим.

## 3. РОЗРАХУНОК КРУГЛОЇ СТУПІНЧАТОЇ ПЛАСТИНИ

### 3.1 ВИЗНАЧЕННЯ ОСНОВНИХ ПАРАМЕТРІВ

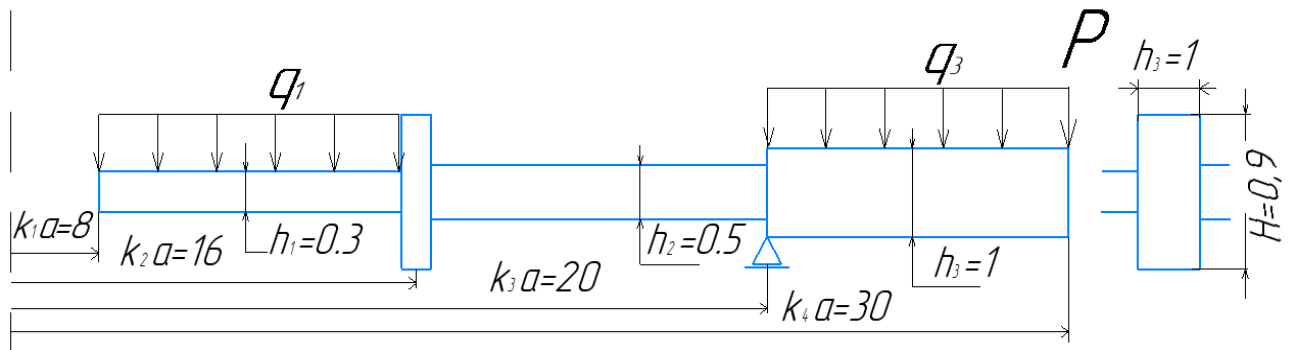


Рисунок Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю..7 Схема навантаження пластини

Для колової ступінчатої пластини потрібно розрахувати допустимі навантаження та побудувати епюри внутрішніх зусиль й прогинів, а також визначити допустиме навантаження, використовуючи четверту теорію міцності.

Дано:

$$a = 2 \text{ см}; k_1 = 4; k_2 = 8; k_3 = 10; k_4 = 15; h_1 = 0.3 \text{ см}; h_2 = 0.5 \text{ см}; h_3 = 1.0 \text{ см}; P = 20q; H = 3h_1 = 0.9; [\sigma] = 160 \text{ МПа}; E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}; \mu = 0.3.$$

Дана пластина складається з трьох ділянок, для яких можна визначити безрозмірну характеристику ділянок  $\lambda_i$ :

$$\lambda_i = \frac{r_{i1}}{r_{i2}}; \quad (\text{Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 1})$$

$$\lambda_1 = \frac{0.08}{0.16} = 0.5; \lambda_2 = \frac{0.16}{0.2} = 0.8; \lambda_3 = \frac{0.2}{0.3} = 0.667.$$

Першою знаходимо циліндричну жорсткість ділянок пластини:

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}; \quad (\text{Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 2})$$

$$D_1 = 0.494 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м}; \quad D_2 = 2.289 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м}; \quad D_3 = 1.832 \cdot 10^4 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

А також співвідношення жорсткостей:

$$\frac{D_1}{D_2} = 0.216; \frac{D_1}{D_3} = 0.027; \frac{D_2}{D_1} = 4.634; \frac{D_2}{D_3} = 0.125; \frac{D_3}{D_1} = 37.085; \frac{D_3}{D_2} = 8.003.$$

Момент інерції ребра відносно осі  $x$  знаходимо наступним чином:

$$I_x = \frac{BH_c^3}{12}; \quad (\text{Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 3})$$

$$I_x := \frac{B \cdot H^3}{12} - \frac{B \cdot h_1^3}{24} - \frac{B \cdot h_2^3}{24} = 5.442 \cdot 10^{-10} \text{ м}^4.$$

Звідси визначимо матрицю переходу через ділянки пластини

$$L_i = \begin{pmatrix} \psi_{\theta\theta}(\lambda_i) & \frac{D_i}{D_1} \psi_{\theta m}(\lambda_i) \\ \frac{D_i}{D_1} \psi_{r\theta}(\lambda_i) & \psi_{rm}(\lambda_i) \end{pmatrix}; \quad (\text{Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 4})$$

$$L_1 = \begin{pmatrix} 0.513 & 0.375 \\ 0.114 & 0.738 \end{pmatrix}; \quad L_2 = \begin{pmatrix} 0.766 & 0.039 \\ 0.084 & 0.874 \end{pmatrix}; \quad L_3 = \begin{pmatrix} 0.639 & 0.008 \\ 1.872 & 0.806 \end{pmatrix};$$

та матрицю переходу через ребро

$$L_R = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{E \cdot J_x}{R \cdot D_1} & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1.376 & 1 \end{pmatrix}.$$

З урахуванням, що сили прикладені по колу, а розподілене навантаження на всіх ділянках має такі значення

$$q_1 = 2q; \quad q_2 = 0; \quad q_3 = q.$$

То знаходимо вектори навантаження для всіх ділянок пластини за наступною формулою

$$R_i = \begin{pmatrix} \frac{P_{i1}}{D_i} \psi_{\theta\rho}(\lambda_i) + \frac{q_i r_{i2}^2}{D_i} \psi_{\theta q}(\lambda_i) \\ \frac{P_{i1}}{D_1} \psi_{r\rho}(\lambda_i) + \frac{q_i r_{i2}^2}{D_1} \psi_{r q}(\lambda_i) \end{pmatrix}. \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного)}$$

Звідки маємо, що:

$$R_1 = \begin{pmatrix} \frac{P_{11}}{D_1} \cdot \psi_{\theta P}(\lambda_1) + \frac{q_1 \cdot r_{12}^2}{D_1} \cdot \psi_{\theta q}(\lambda_1) \\ \frac{P_{11}}{D_1} \cdot \psi_{r P}(\lambda_1) + \frac{q_1 \cdot r_{12}^2}{D_1} \cdot \psi_{r q}(\lambda_1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.581 \cdot 10^{-6} \\ 9.336 \cdot 10^{-6} \end{pmatrix} q;$$

$$R_2 = \begin{pmatrix} \frac{P_{21}}{D_2} \cdot \psi_{\theta P}(\lambda_2) + \frac{q_2 \cdot r_{22}^2}{D_2} \cdot \psi_{\theta q}(\lambda_2) \\ \frac{P_{21}}{D_1} \cdot \psi_{r P}(\lambda_2) + \frac{q_2 \cdot r_{22}^2}{D_1} \cdot \psi_{r q}(\lambda_2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} q;$$

$$R_3 = \begin{pmatrix} \frac{P_{31}}{D_3} \cdot \psi_{\theta P}(\lambda_3) + \frac{q_3 \cdot r_{32}^2}{D_3} \cdot \psi_{\theta q}(\lambda_3) \\ \frac{P_{31}}{D_1} \cdot \psi_{r P}(\lambda_3) + \frac{q_3 \cdot r_{32}^2}{D_1} \cdot \psi_{r q}(\lambda_3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1.107 \cdot 10^{-5} \\ -0.002 \end{pmatrix} q.$$

### 3.2 ПЕРШИЙ РОЗРАХУНОК

Щоб знайти вектори стану пластини, які характеризують напружений та деформований стани на кожній ділянці, використаємо наступний вираз:

$$X = \bar{X}C + \bar{\bar{X}} \quad \text{(Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 6)}$$

де  $C$  – не визначений коефіцієнт.

Передусім знайдемо вектор  $\bar{X}$ , який розраховується без врахування зовнішніх навантажень. Оскільки внутрішній край шарнірно-обпертий, то будемо мати:

$$\bar{X}_{11} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Використавши матрицю переходу, отримаємо:

$$\bar{X}_{12} = [L]_1 \{\bar{X}\}_{11} = \begin{pmatrix} 0.513 & 0.375 \\ 0.114 & 0.738 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.513 \\ 0.114 \end{pmatrix};$$

$$\begin{aligned}\bar{X}_{21} &= [L]_R \{\bar{X}\}_{12} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1.376 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.513 \\ 0.114 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.513 \\ 0.819 \end{pmatrix}; \\ \bar{X}_{22} &= [L]_2 \{\bar{X}\}_{21} = \begin{pmatrix} 0.766 & 0.039 \\ 0.084 & 0.874 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.513 \\ 0.819 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.424 \\ 0.759 \end{pmatrix}; \\ \bar{X}_{31} &= \bar{X}_{22} = \begin{pmatrix} 0.424 \\ 0.759 \end{pmatrix}; \\ \bar{X}_{32} &= [L]_3 \{\bar{X}\}_{31} = \begin{pmatrix} 0.639 & 0.008 \\ 1.872 & 0.806 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.424 \\ 0.759 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.277 \\ 1.406 \end{pmatrix}.\end{aligned}$$

### 3.3 ДРУГИЙ РОЗРАХУНОК

Оскільки по внутрішньому контуру пластина не навантажена зовнішніми силами і моментом, можемо визначити вектор стану в початковій точці:

$$\bar{\bar{X}}_{11} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Самі вектори стану другого розв'язку визначаються як:

$$\begin{aligned}\bar{\bar{X}}_{12} &= L_1 \bar{\bar{X}}_{11} + R_1 = \begin{pmatrix} 1.581 \cdot 10^{-6} \\ 9.336 \cdot 10^{-6} \end{pmatrix} q; \\ \bar{\bar{X}}_{21} &= L_R \bar{\bar{X}}_{12} = \begin{pmatrix} 1.581 \cdot 10^{-6} \\ 1.151 \cdot 10^{-5} \end{pmatrix} q; \\ \bar{\bar{X}}_{22} &= L_2 \bar{\bar{X}}_{21} + R_2 = \begin{pmatrix} 1.659 \cdot 10^{-6} \\ 1.019 \cdot 10^{-5} \end{pmatrix} q; \\ \bar{\bar{X}}_{31} &= \bar{\bar{X}}_{22} = \begin{pmatrix} 1.659 \cdot 10^{-6} \\ 1.019 \cdot 10^{-5} \end{pmatrix} q; \\ \bar{\bar{X}}_{32} &= L_3 \bar{\bar{X}}_{23} + R_3 = \begin{pmatrix} -9.935 \cdot 10^{-6} \\ -0.002 \end{pmatrix} q.\end{aligned}$$

Нарешті, коефіцієнт  $C$  необхідно вибрати так, щоб задовольнялись граничні умови на зовнішньому контурі:

$$r = r_{32}; \quad \frac{M_r}{D} = 0; \quad (\text{Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю..7})$$

$$X_{32} = \bar{X}_{32} C + \bar{\bar{X}}_{32} = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{\theta} \\ \bar{r} \end{pmatrix}_{32} C + \begin{pmatrix} \bar{\bar{\theta}} \\ \bar{\bar{r}} \end{pmatrix}_{32} \\ \begin{pmatrix} \bar{M}_r \\ \bar{D} \end{pmatrix}_{32} C + \begin{pmatrix} \bar{\bar{M}}_r \\ \bar{\bar{D}} \end{pmatrix}_{32} \end{pmatrix}. \quad (\text{Помилка! У документі відсутній текст ук$$

Так 3 граничних умов  
(Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю..7) визначаємо

$$\begin{aligned}\left(\frac{M_r}{D_1}\right)_{32} &= \left(\frac{\bar{M}_r}{D_1}\right)_{32} \cdot C + \left(\frac{\bar{\bar{M}}_r}{D_1}\right)_{32}; \\ \left(\frac{\bar{M}_r}{D_1}\right)_{32} \cdot C + \left(\frac{\bar{\bar{M}}_r}{D_1}\right)_{32} &= 0;\end{aligned}$$

$$C = \frac{-\left(\frac{\overline{M}_r}{D_1}\right)_{32}}{\left(\frac{\overline{M}_r}{D_1}\right)_{32}} = \frac{-(-0.002)q}{(1.406)} = 0.001424q.$$

Виразувавши сталу  $C$ , знаходимо сумарний вектор стану на кожній ділянці

$$\begin{aligned}\{X\}_{11} &= \{\bar{X}\}_{11}C + \{\bar{\bar{X}}\}_{11} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix} 0.001424 \frac{qa^2}{D_1} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \frac{qa^2}{D_1} = \begin{Bmatrix} 0.001 \\ 0 \end{Bmatrix} \frac{qa^2}{D_1}; \\ \{X\}_{12} &= \{\bar{X}\}_{12}C + \{\bar{\bar{X}}\}_{12} = \begin{Bmatrix} 0.513 \\ 0.114 \end{Bmatrix} 0.001424 \frac{qa^2}{D_1} + \begin{Bmatrix} 0.000002 \\ 0.000009 \end{Bmatrix} \frac{qa^2}{D_1} = \begin{Bmatrix} 0.0007 \\ 0.0002 \end{Bmatrix} \frac{qa^2}{D_1}; \\ \{X\}_{21} &= \{\bar{X}\}_{21}C + \{\bar{\bar{X}}\}_{21} = \begin{Bmatrix} 0.513 \\ 0.819 \end{Bmatrix} 0.001424 \frac{qa^2}{D_1} + \begin{Bmatrix} 0.000002 \\ 0.000012 \end{Bmatrix} \frac{qa^2}{D_1} = \begin{Bmatrix} 0.0007 \\ 0.001 \end{Bmatrix} \frac{qa^2}{D_1}; \\ \{X\}_{22} &= \{\bar{X}\}_{22}C + \{\bar{\bar{X}}\}_{22} = \begin{Bmatrix} 0.424 \\ 0.759 \end{Bmatrix} 0.001424 \frac{qa^2}{D_1} + \begin{Bmatrix} 0.000002 \\ 0.00001 \end{Bmatrix} \frac{qa^2}{D_1} = \begin{Bmatrix} 0.0006 \\ 0.001 \end{Bmatrix} \frac{qa^2}{D_1}; \\ \{X\}_{31} &= \{\bar{X}\}_{31}C + \{\bar{\bar{X}}\}_{31} = \begin{Bmatrix} 0.424 \\ 0.759 \end{Bmatrix} 0.001424 \frac{qa^2}{D_1} + \begin{Bmatrix} 0.000002 \\ 0.00001 \end{Bmatrix} \frac{qa^2}{D_1} = \begin{Bmatrix} 0.0006 \\ 0.001 \end{Bmatrix} \frac{qa^2}{D_1}; \\ \{X\}_{32} &= \{\bar{X}\}_{32}C + \{\bar{\bar{X}}\}_{32} = \begin{Bmatrix} 0.277 \\ 1.406 \end{Bmatrix} 0.001424 \frac{qa^2}{D_1} + \begin{Bmatrix} -0.00001 \\ -0.002 \end{Bmatrix} \frac{qa^2}{D_1} \\ &= \begin{Bmatrix} 0.0004 \\ -0.0003 \end{Bmatrix} \frac{qa^2}{D_1};\end{aligned}$$

### 3.4 ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ СТАНУ ПЛАСТИНИ

Перш за все, знайдемо величину радіального моменту:

$$\begin{aligned}M_{r_{11}} &= 0; & M_{r_{12}} &= 0.2q; \\ M_{r_{21}} &= 0.6q; & M_{r_{22}} &= 0.7q; \\ M_{r_{31}} &= 0.7q; & M_{r_{32}} &= -0.14q.\end{aligned}$$

Коловий момент обчислимо за такою формулою:

$$M_{t_{ij}} = \mu M_{r_{ij}} + \left(\frac{\theta}{r}\right)_{ij} (1 - \mu^2) D_1; \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.)}$$

Завдяки чому отримаємо наступні значення:

$$\begin{aligned}M_{t_{11}} &= 0.6q; & M_{t_{12}} &= 0.4q; \\ M_{t_{21}} &= 1.4q; & M_{t_{22}} &= 1.3q; \\ M_{t_{31}} &= 5.6q; & M_{t_{32}} &= 4.8q.\end{aligned}$$

Опісля знаходимо відповідні напруження  $\sigma_r$  та  $\sigma_t$ :

$$\begin{aligned}\sigma_{r_{ij}} &= \frac{6M_{r_{ij}}}{h_i^2}; & \sigma_{t_{ij}} &= \frac{6M_{t_{ij}}}{h_i^2}; \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.)} \\ \sigma_{r_{11}} &= 1.006 \cdot 10^4 q; & \sigma_{t_{11}} &= 3.794 \cdot 10^5 q; \\ \sigma_{r_{12}} &= 1.11 \cdot 10^5 q; & \sigma_{t_{12}} &= 2.474 \cdot 10^5 q; \\ \sigma_{r_{21}} &= 1.546 \cdot 10^5 q; & \sigma_{t_{21}} &= 3.486 \cdot 10^5 q;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{r_{22}} &= 1.837 \cdot 10^5 q; & \sigma_{t_{22}} &= 3.118 \cdot 10^5 q; \\ \sigma_{r_{31}} &= 4.269 \cdot 10^3 q; & \sigma_{t_{31}} &= 3.436 \cdot 10^5 q; \\ \sigma_{r_{32}} &= 1.166 \cdot 10^4 q; & \sigma_{t_{32}} &= 2.912 \cdot 10^5 q.\end{aligned}$$

Тепер ми маємо можливість визначити  $\sigma_{\text{екв}}^{IV}$  за четвертою теорією міцності:

$$\sigma_{\text{екв}}^{IV} = \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_t^2 + \sigma_r \sigma_t}; \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 11)}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{екв } 11}^{IV} &= 3.794 \cdot 10^5 q; & \sigma_{\text{екв } 12}^{IV} &= 2.147 \cdot 10^5 q; \\ \sigma_{\text{екв } 21}^{IV} &= 3.026 \cdot 10^5 q; & \sigma_{\text{екв } 22}^{IV} &= 2.714 \cdot 10^5 q; \\ \sigma_{\text{екв } 31}^{IV} &= 3.415 \cdot 10^5 q; & \sigma_{\text{екв } 32}^{IV} &= 2.855 \cdot 10^5 q.\end{aligned}$$

Знайшовши найбільше напруження, яке діє на ділянці, ми можемо визначити величину  $q$  з даної умови міцності:

$$\sigma_{\text{екв } max}^{IV} q \leq [\sigma]; \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 12)}$$

$$q \leq \frac{[\sigma]}{\sigma_{\text{екв } max}^{IV}};$$

$$q \leq \frac{160 \cdot 10^6}{3.794 \cdot 10^5} = 421.72 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}.$$

Повний кут повороту  $\theta$ :

$$\theta_{r_{ij}} = \left(\frac{\theta}{r}\right)_{ij} r_{ij} \cdot q; \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 13)}$$

$$\begin{aligned}\theta_{11} &= 1.255 \cdot 10^{-4}; & \theta_{12} &= 1.606 \cdot 10^{-4}; \\ \theta_{21} &= 1.584 \cdot 10^{-4}; & \theta_{22} &= 1.747 \cdot 10^{-4}; \\ \theta_{31} &= 1.369 \cdot 10^{-4}; & \theta_{32} &= 1.439 \cdot 10^{-4}.\end{aligned}$$

А також переміщення  $W_{ij}$ :

$$\begin{aligned}W_{i2} - W_{i1} &= -r_{i2}^2 \psi_{w\theta}(\lambda_i) \left(\frac{\theta}{r}\right)_{i1} - r_{i2}^2 \psi_{wm}(\lambda_i) \left(\frac{M_r}{D_1}\right)_{11} \left(\frac{D_1}{D_i}\right) - \\ &- \left(\frac{P_{i1}}{D_1}\right) \left(\frac{D_1}{D_i}\right) r_{i2}^2 \psi_{wp}(\lambda_i) - \frac{q_i r_{i2}^2}{D_1} \left(\frac{D_1}{D_i}\right) \psi_{wq}(\lambda_i); \text{ (Помилка! У документі відсутній текст ук}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}W_{11} &= 1.314 \cdot 10^{-5} \text{ м}; & W_{12} &= -4.082 \cdot 10^{-6} \text{ м}; \\ W_{21} &= -1.111 \cdot 10^{-5} \text{ м}; & W_{22} &= -1.943 \cdot 10^{-5} \text{ м}; \\ W_{31} &= -2.52 \cdot 10^{-5} \text{ м}; & W_{32} &= -3.579 \cdot 10^{-5} \text{ м}.\end{aligned}$$

Отже, максимальне переміщення дорівнює:

$$W_{max} = -3.579 \cdot 10^{-5} \text{ м}.$$

Знайшовши усі необхідні параметри, будуюмо епюри  $M_r, M_t, \sigma_{\text{екв}}^{IV}, \theta$  та  $W$ .

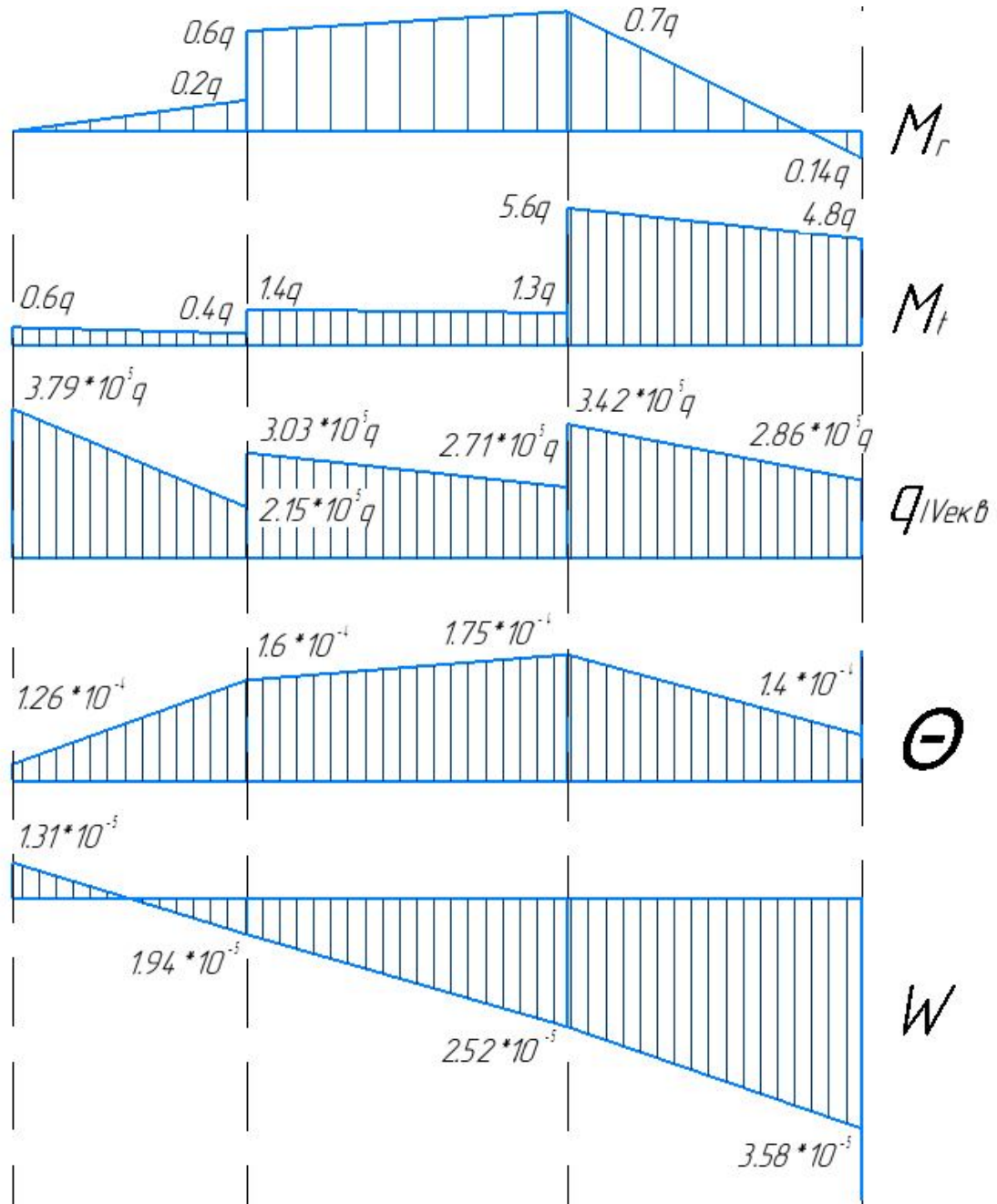


Рисунок Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю..8 Епюри  $M_r$ ,  $M_t$ ,  $\sigma_{\text{КВ}}^{IV}$ ,  $\theta$  та  $W$

#### 4. РОЗРАХУНОК КОНСТРУКТИВНОГО ЕЛЕМЕНТА МЕТОДАМИ ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ

Визначити напружено-деформований стан у нескінченній пластині при умові, що нагрівання відбувається за рахунок джерел тепла рівномірно розподілених по площі кругового кільця.

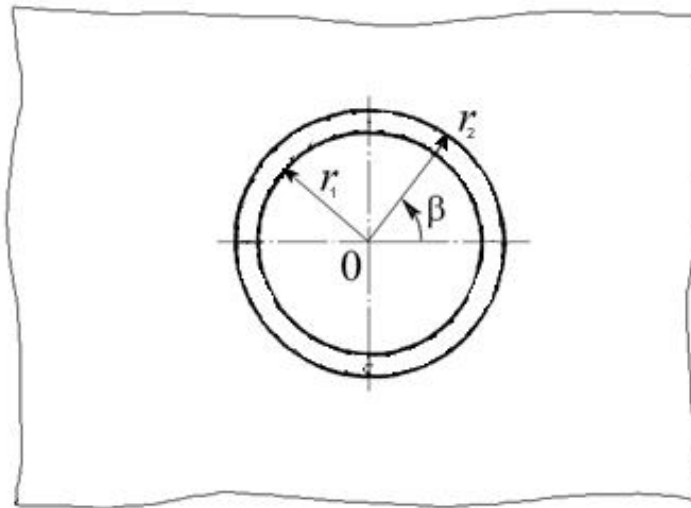


Рис. 4.1. Схема кільцевого нагріву у нескінченній пластині

##### 4.1. ВИЗНАЧЕННЯ ТЕМПЕРАТУРИ РОЗПОДІЛІВ

Перш за все, роздивимось задачу про дію джерел тепла, розподілених по окружності радіуса  $a$ . Для цього розіб'ємо окружність на окремі елементарні дуги й скористаємося суперпозицією наступного рівняння температури:

$$T_1 = \frac{Q}{2\pi\lambda\eta} K_0(\gamma r) \quad (\text{Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю..83})$$

Яке виводиться з рівняння температури у полярних координатах для вісесиметричної задачі:

$$\frac{d}{dr} \left( h\lambda r \frac{dT_1}{dr} \right) - 2\beta T_1 r = 0$$

Вважатимемо, що нескінченна пластина має постійну товщину  $h$ , а також постійні коефіцієнти теплопровідності та теплообміну. Температуру по товщині пластинки також візьмемо постійною. Та при умові, що функція Макдональда  $K_1(x)$  при  $x \rightarrow 0$  прямує до  $1/x$ .

Результат отримаємо за допомогою теореми Неймана складання бesselевих функцій:

$$K_0(z_1) = 2 \sum_{n=0}^{\infty} ' K_n(\alpha) I_n(\xi) \cos n(\theta - \varphi), \quad \xi \leq \alpha$$

$$K_0(z_1) = 2 \sum_{n=0}^{\infty} ' K_n(\xi) I_n(\alpha) \cos n(\theta - \varphi), \quad \xi \geq \alpha$$

(Помилка! У документі відсутній текст)



де  $z_1 = \sqrt{\alpha^2 + \xi^2 - 2\alpha\xi \cos(\theta - \varphi)}$ .

Якщо джерела розподілені рівномірно по окружності радіуса  $a$  та їх інтенсивність дорівнює  $q$ , то на елементарну дугу окружності діє джерело тепла  $qad\theta = q\alpha d\theta/\gamma$ .

Таким чином, маємо:

$$T_1 = \frac{q\alpha}{\gamma} \cdot \frac{1}{2\pi\lambda h} \cdot \int_0^{2\pi} K_0(\sqrt{\alpha^2 + \xi^2 - 2\alpha\xi \cos(\theta - \varphi)}) d\theta \quad (\text{Помилка! У документі відсутній текст})$$

Звідси одразу виведемо  $T_1$  при  $\xi \leq \alpha$

$$T_1 = \frac{q\alpha}{\gamma} \cdot \frac{1}{2\pi\lambda h} \cdot \int_0^{2\pi} 2 \sum_{n=0}^{\infty} ' K_n(\alpha) I_n(\xi) \cos n(\theta - \varphi) d\theta = \frac{q\alpha}{\gamma\lambda h} K_0(\alpha) I_0(\xi) \cdot (\text{Помилка! У документі відсутній текст})$$

та при  $\xi \geq \alpha$

$$T_1 = \frac{q\alpha}{\gamma} \cdot \frac{1}{2\pi\lambda h} \cdot \int_0^{2\pi} 2 \sum_{n=0}^{\infty} ' K_n(\xi) I_n(\alpha) \cos n(\theta - \varphi) d\theta = \frac{q\alpha}{\gamma\lambda h} K_0(\xi) I_0(\alpha) \cdot (\text{Помилка! У документі відсутній текст})$$

Використовуючи принцип суперпозиції та отримані рівняння, можна нарешті перейти до задачі про дію джерел тепла  $q_1$ , рівномірно розподілених по площі кругового кільця, внутрішній та зовнішній радіуси якого позначимо через  $a_1$  та  $a_2$ , відповідно, а приведені радіуси – через  $\alpha_1 = \gamma a_1$  та  $\alpha_2 = \gamma a_2$ .

Для цього розіб'ємо область, що занята джерелом тепла, на елементарні кільця, а інтенсивність джерел, розподілених по окружності елементарного кільця, прирівняємо до  $q_1 d\alpha/\gamma$ . Отримані раніше рівняння проінтегруємо по перемінній  $\alpha$

$$T_1 = \frac{q_1}{\gamma^2 \lambda h} I_0(\xi) \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \alpha K_0(\alpha) d\alpha, \quad \xi \leq \alpha_1$$

$$T_1 = \frac{q_1}{\gamma^2 \lambda h} K_0(\xi) \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \alpha I_0(\alpha) d\alpha, \quad \xi \geq \alpha_1$$

(Помилка! У документі відсутній текст у)

Результат одразу диференціюємо за допомогою наступних формул:

$$\frac{1}{x} \cdot \frac{d}{dx} \cdot [x I_1(x)] = I_0(x)$$

$$\frac{1}{x} \cdot \frac{d}{dx} \cdot [x K_1(x)] = K_0(x)$$

(Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 89)

до виду

$$T_1 = \frac{q_1}{2\beta} [\alpha_1 K_1(\alpha_1) - \alpha_2 K_1(\alpha_2)] I_0(\xi), \quad \xi \leq \alpha_1$$

$$T_1 = \frac{q_1}{2\beta} [\alpha_2 I_1(\alpha_2) - \alpha_1 I_1(\alpha_1)] K_0(\xi), \quad \xi \geq \alpha_2$$

(Помилка! У документі відсутній текст)

Аналогічно отримаємо:

$$T_1 = \frac{q_1}{2\beta} \{I_0(\xi) [\xi K_1(\xi) - \alpha_2 K_1(\alpha_2)] + K_0(\xi) [\xi I_1(\xi) - \alpha_1 I_1(\alpha_1)]\},$$

(Помилка! У документі відсутній текст)

$$\alpha_2 \geq \xi \geq \alpha_1$$

Останню формулу можна спростити, використавши визначник Вронського:

$$I_0(\xi)K_1(\xi) + I_1(\xi)K_0(\xi) = \frac{1}{\xi} \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.)}$$

В результаті чого отримаємо:

$$T_1 = \frac{q_1}{2\beta} [1 - \alpha_2 I_0(\xi) K_1(\alpha_2) - \alpha_1 I_1(\alpha_1) K_0(\xi)], \quad \alpha_2 \geq \xi \geq \alpha_1 \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.)}$$

При рівномірній тепловій потужності по поверхні кільця нагріву можна вважати в першому приближенні розподіл температури по ширині кільця постійним, який дорівнює по величині максимальній розрахунковій температурі. Таке припущення значно спрощує пошук рішення за напружено-деформованим станом в нескінченній пластині від кільцевого нагріву при забезпеченні необхідної інженерної точності рішення.

## 4.2. ВИЗНАЧЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ

На рис. 4.1 приведена схема кільцевого нагріву у нескінченній пластині. Якщо пластина тонкостінна, то залишкові напруження та деформації достатньо добре відповідають плоскому напружено-деформованому стану. Якщо прийняти умову вісесиметричності, то головними напрямками у такій задачі будуть радіальні та кругові, а отже, тензор напружень буде мати різні від нуля компоненти  $\sigma_{rr}$  та  $\sigma_{\beta\beta}$ , тоді як тензор деформацій – дві незалежні компоненти  $\varepsilon_{rr}$  та  $\varepsilon_{\beta\beta}$ .

У відповідності з Законом Гука:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{rr} &= \frac{1}{E} (\sigma_{rr} - \nu \sigma_{\beta\beta}) + \varepsilon_{rr}^T, \\ \varepsilon_{\beta\beta} &= \frac{1}{E} (\sigma_{\beta\beta} - \nu \sigma_{rr}) + \varepsilon_{\beta\beta}^T, \end{aligned}$$

(Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 94)

де  $E$  – модуль Юнга;

$\varepsilon_{rr}^T = \varepsilon_{\beta\beta}^T = \varepsilon^T = \alpha \cdot (T_1 - T_0)$  – температурні деформації;

$\alpha$  – коефіцієнт температурного розширення.

З рівняння Гука (4.1.12) можна отримати вираз для компонент напружень:

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{rr} + \nu \varepsilon_{\beta\beta}) - \frac{E}{1-\nu} \varepsilon^T, \\ \sigma_{\beta\beta} &= \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{\beta\beta} + \nu \varepsilon_{rr}) - \frac{E}{1-\nu} \varepsilon^T \end{aligned} \quad (4.1.13)$$

Тоді як рівняння рівноваги у полярній системі координат набуде вигляду:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\beta}{r} = 0 \quad (4.1.14)$$

Компоненти деформацій можна виразити через переміщення:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{rr} &= \frac{du_r}{dr}, \\ \varepsilon_{\beta\beta} &= \frac{u_r}{r}, \end{aligned} \quad (4.1.15)$$

Підставимо в рівняння рівноваги (4.1.14) компоненти напружень через деформації (4.1.13) та отримаємо, що

$$r \frac{d}{dr} (\varepsilon_r + \nu \varepsilon_\beta) + (1 - \nu) (\varepsilon_r - \varepsilon_\beta) = (1 + \nu) d \frac{\varepsilon^T}{dr} \quad (4.1.16)$$

З урахуванням співвідношень (4.1.15) остаточне рівняння відповідно переміщень  $U_r(r)$  прийме вид:

$$\frac{d^2 U_r}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dU_r}{dr} - \frac{U_r}{r^2} = (1 + \nu) d \frac{\varepsilon^T}{dr} \quad (4.1.17)$$

Звідси його можна переписати у наступному вигляді:

$$\frac{d}{dr} \left[ \frac{1}{r} \frac{d(rU_r)}{dr} \right] = (1 + \nu) d \frac{\varepsilon^T}{dr} \quad (4.1.18)$$

А також проінтегрувати:

$$U_r = (1 + \nu) \frac{\alpha}{r} \int_0^\infty T r dr + C_1 r + \frac{C_2}{r} \quad (4.1.19)$$

Компоненти напружень знаходимо шляхом підстановки рівняння (4.1.19) та співвідношень (4.1.15) для компонент деформацій, які в свою чергу підставляються в рівняння (4.1.13):

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= -\alpha E \frac{1}{r^2} \int_0^\infty T r dr + \frac{E}{1-\nu^2} \left[ C_1 (1 + \nu) - C_2 (1 - \nu) \frac{1}{r^2} \right], \\ \sigma_{\beta\beta} &= -\alpha E \frac{1}{r^2} \int_0^\infty T r dr - \alpha E T + \frac{E}{1-\nu^2} \left[ C_1 (1 + \nu) + C_2 (1 - \nu) \frac{1}{r^2} \right] \end{aligned} \quad (4.1.20)$$

Сталі  $C_1$  та  $C_2$  визначаються з граничних умов:

при  $r = 0$   $U_r = 0$ ;

при  $r \rightarrow \infty$   $U_r = 0$ ,  $\sigma_{rr} = \sigma_{\beta\beta} = 0$ .

Для кільцевого нагріву у нескінченій пластині при  $r = 0$  та приймаючи, що

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{1}{r} \int_0^r T r dr = 0,$$

зключаємо, що стала  $C_2 = 0$ , щоб переміщення  $U_r = 0$  в центрі кільцевого нагріву. З урахуванням нескінченності пластини при  $r \rightarrow \infty$   $U_r = 0$ , звідки з відповідністю до виразу (4.1.19), маємо:

$$0 = (1 + \nu) \frac{\alpha}{r} \int_0^\infty T r dr + C_1 r$$

Звідси робимо висновок, що стала  $C_1 = 0$ .

Остаточні вирази для напружень в загальному виді для довільного розподілу температур по  $r$  приймають наступний вигляд:

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}(r) &= -\alpha E \left( \frac{1}{r^2} \int_0^\infty T r dr \right), \\ \sigma_{\beta\beta}(r) &= -\alpha E \left( T + \frac{1}{r^2} \int_0^\infty T r dr \right) \\ U_r(r) &= (1 + \nu) \frac{\alpha}{r} \int_0^\infty T r dr \end{aligned} \quad (4.1.21)$$

Якщо при кільцевому нагріві в межах від  $r_1$  та  $r_2$  знайдена постійна температура  $T_1$ , тоді залежність компонент напружень (4.1.21) від радіальної координати можна представити як:

$$\begin{aligned}
 \sigma_{rr}(0 \leq r \leq r_1) &= 0, \\
 \sigma_{\beta\beta}(0 \leq r \leq r_1) &= 0 \\
 U_r(0 \leq r \leq r_1) &= \frac{\alpha T}{2} (1 - \nu)r \\
 \sigma_{rr}(r_1 \leq r \leq r_2) &= -\alpha E \left( \frac{1}{r^2} \int_{r_1}^r T r dr \right) = -\alpha E \left( \frac{1}{r^2} T(r^2 - r_1^2) \right), \\
 \sigma_{\beta\beta}(r_1 \leq r \leq r_2) &= -\alpha E \left( T + \frac{1}{r^2} \int_{r_1}^r T r dr \right) = -\alpha E \left( \frac{1}{r^2} T(r^2 - r_1^2) \right) \\
 U_r(r_1 \leq r \leq r_2) &= \frac{\alpha T}{2} \left( (1 + \nu) \frac{1}{r} \frac{(r^2 - r_1^2)}{2} \right) \\
 \sigma_{rr}(r_2 < r \ll \infty) &= -\alpha E \left( \frac{1}{r^2} \int_{r_1}^{r_2} T r dr \right) = -\alpha E \left( \frac{1}{r^2} T(r_2^2 - r_1^2) \right), \\
 \sigma_{\beta\beta}(r_2 < r \ll \infty) &= -\alpha E \left( \frac{1}{r^2} \int_{r_1}^{r_2} T r dr \right) = -\alpha E \left( \frac{1}{r^2} T(r_2^2 - r_1^2) \right) \\
 U_r(r_2 < r \ll \infty) &= \alpha \frac{1}{2} T \left( (1 + \nu) \frac{1}{r} \frac{(r_2^2 - r_1^2)}{2} \right) \\
 \sigma_{rr}(r \rightarrow \infty) &= 0, \\
 \sigma_{\beta\beta}(r \rightarrow \infty) &= 0 \\
 U_r(r \rightarrow \infty) &= 0
 \end{aligned}$$

Епюри розподілу переміщень та компонент напружень в плоскому листі при параметрах кільцевого нагріву ( $r_1=100$  мм,  $r_2=200$  мм и  $T_H-T_0 = 50^\circ\text{C}$ ,  $100^\circ\text{C}$ ,  $200^\circ\text{C}$ ) приймають вид, що представлений на рис. 4.2.1 і 4.2.2.

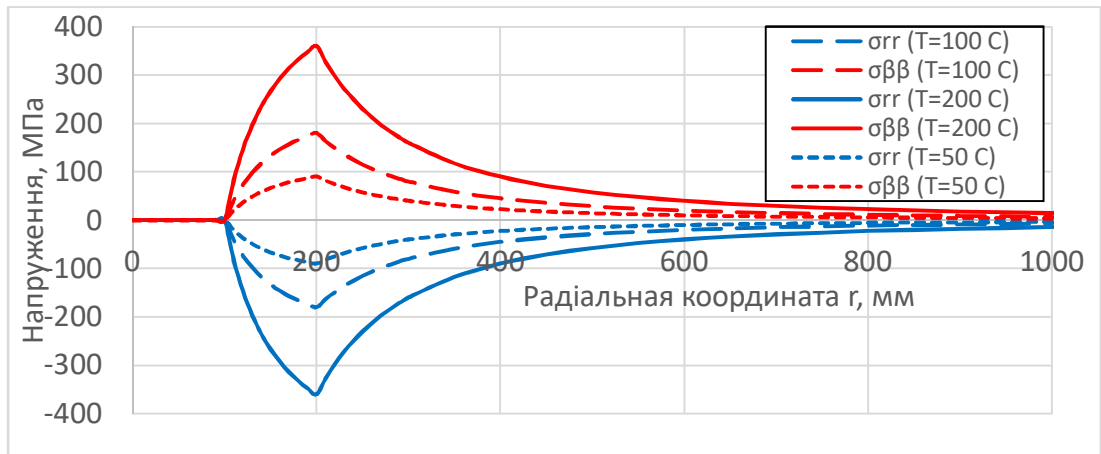


Рис. 4.2.1. Розподіл радіальної ( $\sigma_{rr}$ ) та колової ( $\sigma_{\beta\beta}$ ) компонент напружень в зоні кільцевого нагріву ( $r_1=100$  мм,  $r_2=200$  мм) при різних температурах нагріву

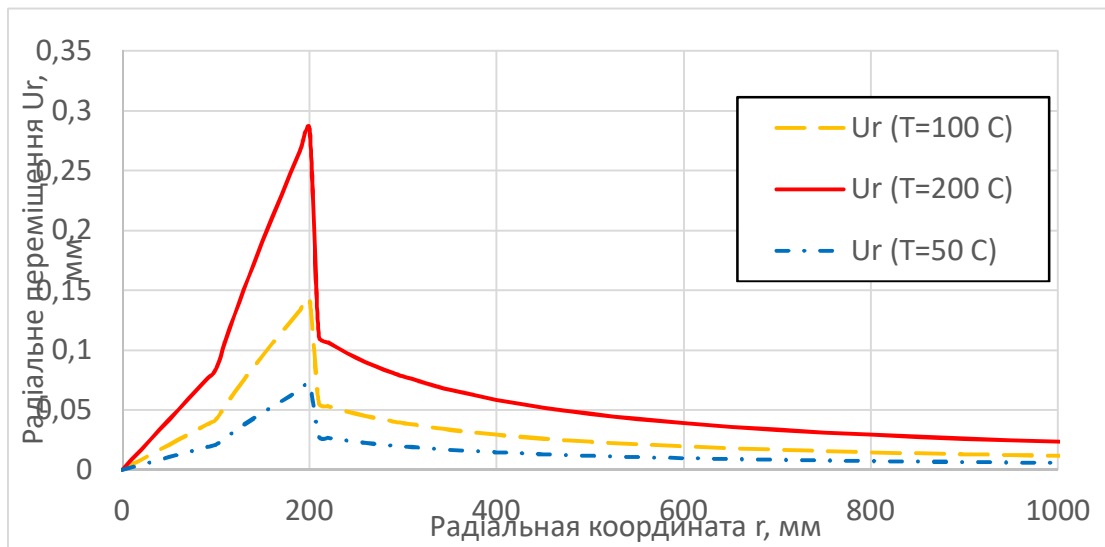


Рис. 4.2.2. Розподіл радіальних переміщень ( $U_r$ ) в зоні кільцевого нагріву ( $r_1=100$  мм,  $r_2=200$  мм) при різних температурах нагріву

Як видно з рисунків 4.2.1 та 4.2.2, всередині кільця нагріву з досить великим радіусом радіальні та колові напруження дорівнюють нулю, потім в зоні кільця нагріву радіальні напруження стають напруженням стиску, а колові – розтягу, далі напруження поступово знижуються до нуля. При збільшенні температури кільцевого нагріву величина термонапружень підвищується. Треба відмітити, що при досить невисокій температурі кільцевого нагріву (100-200°C) напруження наближаються до межі плинності маловуглецевої конструкційної сталі. Тому при більших температурах нагріву дане рішення задачі пружності буде вже некоректним, оскільки будуть утворюватися пластичні деформації і задача визначення напружень буде нелінійною.

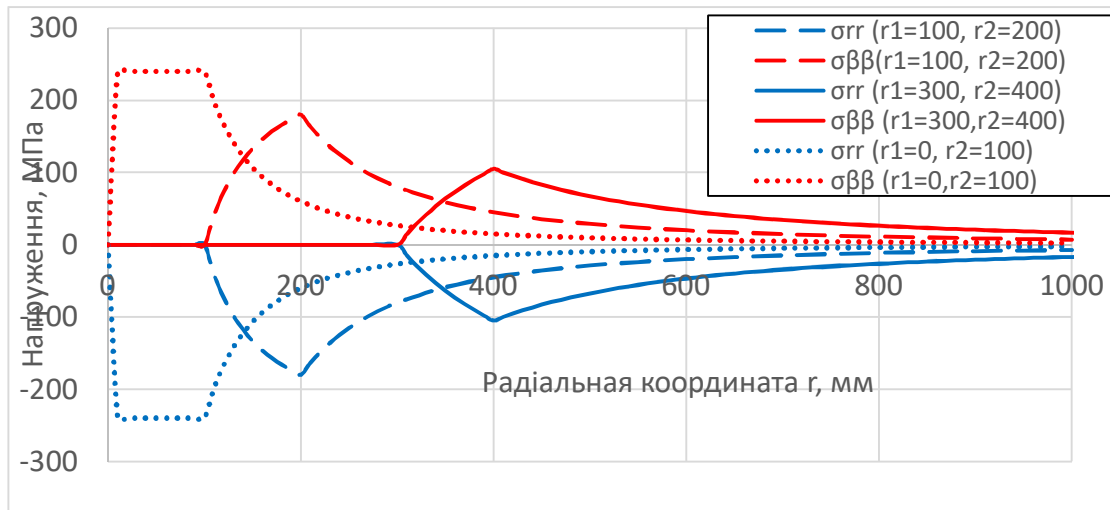


Рис. 4.2.3. Розподіл радіальної ( $\sigma_{rr}$ ) та колової ( $\sigma_{\beta\beta}$ ) компонент напружень в зоні кільцевого нагріву різного радіусу з шириною  $r_1-r_2=100$  мм при температурі  $T=100^\circ\text{C}$ .

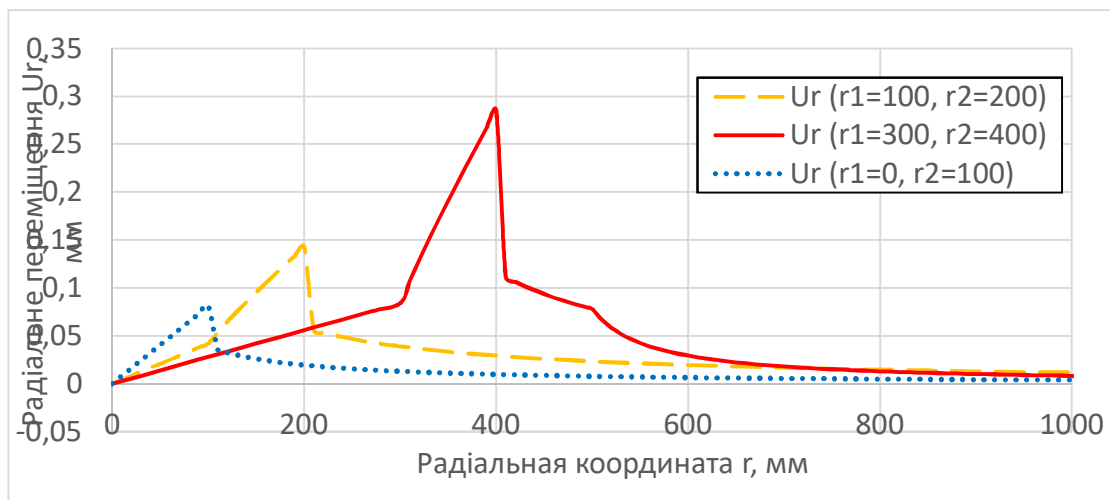


Рис. 4.2.4. Розподіл радіальних переміщень ( $U_r$ ) в зоні кільцевого нагріву різного радіусу з шириною  $r_1-r_2=100$  мм при температурі  $T=100^\circ\text{C}$ .

На рис. 4.2.3 та 4.2.4 представлені розподіли радіальної ( $\sigma_{rr}$ ) та колової ( $\sigma_{\beta\beta}$ ) компонент напружень, а також радіальних переміщень в зоні кільцевого нагріву різного радіусу з шириною  $r_1-r_2=100$  мм при температурі  $T=100^\circ\text{C}$ . Результати показують, що при зменшенні радіусу кільцевого нагріву збільшується величина максимальних радіальних та колових напружень. У випадку, коли радіус кільцевого нагріву зменшується і кільцевий нагрів переходить в круговий ( $r_1=0$ ), напруження в центрі нагріву не знижується як для кільцевого нагріву, а дорівнюють максимальним. При збільшенні радіусу кільцевого нагріву в середині кільця напруження знижуються до нуля і виникають тільки в зоні кільця нагріву, далі напруження поступово знижуються до нуля.

Радіальні переміщення (рис.4.2.2, рис.4.2.4) в центрі кільцевого нагріву дорівнюють нулю, далі при збільшенні радіальної координати переміщення зростають, на зовнішньому радіусі кільцевого нагріву досягають максимальної величини, а далі поступово знижуються до нуля. При збільшенні радіусу кільцевого нагріву (рис.4.2.4) збільшується величина максимальних радіальних переміщень. У випадку, коли радіус кільцевого нагріву зменшується і кільцевий

нагрів переходить в круговий ( $r_1=0$ ), радіальні напруження мінімальні. При збільшенні температури кільцевого нагріву величина радіальних переміщень підвищується.

#### 4.3. ВИСНОВКИ

1. Проведений аналіз аналітичного рішення задачі визначення розподілу температури в зоні кільцевого нагріву у нескінченній пластині. При рівномірній тепловій потужності по поверхні кільця нагріву можна вважати в першому приближенні розподіл температури по ширині кільця постійним, який дорівнює максимальній розрахунковій температурі. Таке припущення значно спрощує пошук рішення за розподілом термонапружень при забезпеченні необхідної інженерної точності рішення.

2. Для кільцевого нагріву у нескінченній пластині в умовах плоского напружено-деформованого стану, а також умов вісесиметричності розроблена аналітична модель термопружності для визначення радіальної і колової компонент напружень та радіальних переміщень.

3. За допомогою розробленої аналітичної моделі проведений розрахунковий аналіз напружено-деформованого стану в зоні кільцевого нагріву, який показав:

- всередині кільця нагріву досить великого радіусу радіальні та колові напруження дорівнюють нулю, потім, в зоні кільця нагріву радіальні напруження стають напруженням стиску, а колові – розтягу, далі при збільшенні радіальної координати напруження поступово знижуються до нуля.
- при зменшенні радіусу кільцевого нагріву збільшується величина максимальних радіальних та колових напружень. У випадку, коли радіус кільцевого нагріву зменшується і кільцевий нагрів переходить в круговий ( $r_1=0$ ), напруження в центрі нагріву не знижується як для кільцевого нагріву, а дорівнюють максимальним значенням.
- радіальні переміщення в центрі кільцевого нагріву дорівнюють нулю, далі при збільшенні радіальної координати переміщення зростають, на зовнішньому радіусі кільцевого нагріву досягають максимальної величини, а далі поступово знижуються до нуля. При збільшенні температури кільцевого нагріву величина радіальних переміщень підвищується
- при збільшенні радіусу кільцевого нагріву збільшується величина максимальних радіальних переміщень. У випадку, коли радіус кільцевого нагріву зменшується і кільцевий нагрів переходить в круговий ( $r_1=0$ ), радіальні напруження мінімальні.
- при досить невисокій температурі кільцевого нагріву (100-200°C) напруження в пластині наближаються до межі плинності маловуглецевої конструкційної сталі (300-400 МПа). Тому при більш високих температурах нагріву отримане рішення задачі термопружності буде вже некоректним, оскільки в пластині будуть утворюватися пластичні деформації і задача визначення напружень буде нелінійною.

## 5. ЧИСЕЛЬНІ РОЗРАХУНКИ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ВИПРОБУВАЛЬНОГО ЗРАЗКА

### 5.1. Вибір випробувального зразка та його розрахункової моделі

Установка КМ-50 використовується для випробувань зразків з металу на кручення, тому вибираємо трубчатий зразок. Приймаємо вхідні дані:

- $M_{кр} = 20000 \text{ Н} \cdot \text{м};$
- $E = 2.23 \cdot 10^5 \text{ МПа};$
- $\mu = 0.32;$
- $\sigma_B = 1400 \text{ МПа};$
- $k = 1.6.$

Спочатку необхідно оцінити максимально можливу геометричну характеристику робочого перерізу зразка за формулою

$$A \leq N/\sigma_{max}, \quad (\text{Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 95})$$

де  $N$  – руйнівне зусилля;

$\sigma_{max}$  – максимальне напруження перерізу.

Руйнівне зусилля повинне гарантувати запас потужності машини, тобто

$$N = M_{кр}/k, \quad (\text{Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 96})$$

де  $M_{кр}$  – крутний момент, який забезпечує устаткування.

Величину  $\sigma_{max}$  потрібно обчислити за формулою

$$\sigma_{max} = \sigma_B/\alpha, \quad (\text{Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 97})$$

де  $\alpha$  – ККН, який для трубчастого або плоского зразка призначаємо величиною 1.05.

Згідно з (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 95),  
(Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 96) та  
(Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 97)

$$A \leq N/\sigma_{max} = \frac{M_{кр}/k}{\sigma_B/\alpha} = \frac{20000/1.6}{1400/1.05} = 9,38 \text{ мм}^3.$$

При крученні  $A = W_K/\sqrt{3}$ , де для трубчастого перерізу момент спротиву перерізу дорівнює полярному моменту спротиву перерізу:  $W_K = W_p$ . Полярний момент спротиву для тонкостінної труби за формулою Бредта, оскільки площа, яку охоплює серединною лінією товщини трубки  $\omega = \pi D^2/4$ :

$$W_p \approx 2\omega\delta = \pi D^2\delta/4. \quad (\text{Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.. 98})$$

де введені такі характеристики:

$D = (d_H + d_B)/2$  – середній діаметр трубки; (Помилка! У документі відсутній текст у

$\delta = (d_H - d_B)/2$  – товщина стінки трубки. (Помилка! У документі відсутній текст ук

Незалежні характеристики – дві:  $D$  та  $\delta$ , а значення  $A$  – одне. Тому задаються співвідношенням  $D/\delta$ .



Прийmemo  $D/\delta = 14$ , тоді  $A = (\pi(14\delta)^2\delta/2)/\sqrt{3} = 98\pi\delta^3/\sqrt{3}$ , звідки

$$\delta = \sqrt[3]{\sqrt{3}A/98\pi} = \sqrt[3]{\sqrt{3} \cdot 9,38/98\pi} \approx 0.47 \text{ мм.}$$

Тоді  $D = 14\delta = 6.62 \text{ мм.}$  3

формул

(Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю. .99)

та

(Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю. .100)

$$d_H = D + \delta = 6.62 + 0.47 = 7.09 \text{ мм;}$$

$$d_B = D - \delta = 6.62 - 0.47 = 6.15 \text{ мм.}$$

Прийmemo  $d_B = 6.0 \text{ мм; } \delta = 0.5 \text{ мм; } d_H = 7.0 \text{ мм.}$

Стандартна довжина робочої частини зразка

$$L_{\text{цил}} = 5d_H = 5 \cdot 7.0 = 35.0 \text{ мм.}$$

## 5.2. ПОСТАНОВКА КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ ПРУЖНОСТІ

Припускаємо, що в початковий момент  $t_0$  в розглядуваному тілі переміщення  $U_i(\vec{x}, t_0)$ , деформації  $\varepsilon_{ij}(\vec{x}, t_0)$ , напруження  $(\sigma_{mn})_0 = \sigma_{mn}(\vec{x}, t_0)$  мають нульові значення.

Далі припускаємо, що навантаження змінюється кроками ( $n$  – номер кроку); що в об'ємі тіла  $\Omega$ , а також на частині його поверхні  $S_G = S_U \cup S_P$  за деякий проміжок часу  $\Delta t = t^{n+1} - t^n$  відбудеться зміна навантажень, тобто на момент часу  $t^{n+1}$  були прикладені:  $\hat{O}_m(\vec{x}, t) = \bar{\rho} \cdot \hat{F}_m(\vec{x}, t)$  – об'ємні сили ( $\hat{F}(\vec{x}, t)$  – вектор масової сили),  $\hat{P}_m(\vec{x}, t)$  – поверхневі сили на  $S_P$ ;  $\hat{\hat{P}}_m(\vec{x}, t)$  – зосереджені сили в деяких точках; відбулися переміщення  $\hat{U}_i(\vec{x}, t)$  – на  $S_U$ .

Тоді для визначення в кожній точці (її однорідного околу) тіла величин:  $U_i(\vec{x}, t)$  – переміщень,  $\varepsilon_{ij}(\vec{x}, t)$  – деформацій,  $\sigma_{mn}(\vec{x}, t)$  – напружень, а також інших, похідних від них, маємо наступну крайову задачу:

- рівняння рівноваги як окремий випадок рівняння руху в узагальненому вигляді:

$$\nabla_n \sigma_{mn} + \hat{O}_m = 0; \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю. .101)}$$

- геометричні (для малих деформацій), в узагальненому вигляді:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(\nabla_i U_j + \nabla_j U_i); \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю. .102)}$$

- наявність тільки пружних деформацій:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e; \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю. .103)}$$

- фізичні рівняння:

$$\sigma_{mn} = E_{mnij} \varepsilon_{ij}^e \text{ або } \varepsilon_{ij}^e = C_{ijmn} \sigma_{mn}, \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю. .104)}$$

де  $E_{mnij}$  та  $C_{ijmn}$  – матеріальні тензори модулів пружності та жорсткості відповідно.

Крім статичних, геометричних і фізичних рівнянь додатково залучаються ГУ на  $S_U$  (1-го роду) і  $S_p$  (природні):

$$U_i|_{S_U} = \hat{U}_i; \quad (\text{Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.} \dots 105)$$

$$\sigma_{mn}v_n|_{S_p} = \hat{P}_m; \quad (\text{Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.} \dots 106)$$

Для розв'язування крайової задачі чисельними методами зручніше мати її варіаційну постановку. Для цього використовуються властивості симетрії тензора напружень  $\sigma_{mn} = \sigma_{nm}$  і теорема Остроградського-Гауса. В підсумку можна отримати наступний функціонал відносно варіацій переміщень і зв'язаних із ними деформацій

$$F = \int_{\Omega} \sigma_{mn} \delta \varepsilon_{mn} d\Omega - \int_{\Omega} \hat{O}_m \delta U_m d\Omega - \int_{S_p} \hat{P}_m \delta U_m dS - \sum_{i=1}^{N_{\bar{p}}} (\hat{\bar{P}}_m \delta U_m)_i = 0, \quad (\text{Помилка! У доку} \dots)$$

який в поєднанні з кінематичними ГУ на поверхні  $S_U$  визначає незліченну множину можливих (віртуальних) напружено-деформованих станів. Дійсний НДС є одним з віртуальних, але він додатково задовольняє фізичним рівнянням зв'язків  $\sigma_{mn}$  та  $\varepsilon_{ij}$ , а також геометричним рівнянням зв'язків  $\varepsilon_{ij}$  з  $U_m$ . Цей функціонал не містить фізичних та геометричних рівнянь, тому він є придатним для будь-яких моделей матеріалів: лінійних та нелінійних.

### 5.3. МЕТОД СКІНЧЕНИХ ЕЛЕМЕНТІВ

Для компонентів вектора переміщень  $U_i = U_i(\vec{x}, t)$ ,  $j = 1, 2, 3$  при  $\vec{x} \in \Omega^e$  вводяться вектори (матриці-стовпці)

$$\{U\} = \{U_1, U_2, U_3\}^T. \quad (\text{Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.} \dots 108)$$

Наближення будь-якої величини  $f$  у скінченному елементі представляється апроксимаційною формулою

$$f = \sum_{m=1}^{M_e} \varphi_m^e f_m, \quad (\text{Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.} \dots 109)$$

де  $\varphi_m^e$  – базисні функції СЕ;

$f_m$  – відомі вузлові значення величини  $f$ ;

$M_e$  – кількість вузлів у СЕ.

Тому формула для обчислення вектора переміщень  $\{U\}$  в будь-якій точці СЕ через відомий вектор  $\{q\}_e$  переміщень вузлів СЕ має вигляд

$$\{U\} = [\phi] \{q\}_e, \quad (\text{Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю.} \dots 110)$$

де вектор переміщень вузлів СЕ

$$\{q\}_e = \{(q^1, q^2, q^3)_1, \dots, (q^1, q^2, q^3)_{M_e}\}^T = \{q_1, q_2, \dots, q_{3M_e}\}^T, \quad (\text{Помилка! У документі відсу} \dots)$$

в якому  $q_m$ ,  $m = 1, 2, \dots, 3M_e$  - ті самі вузлові переміщення, але тепер вони мають наскрізну нумерацію. Цей вектор є результатом вибирання необхідних значень з глобального вектора переміщень у вузлах всього тіла  $\{q\}$ . Матриця  $[\phi]$  зветься матрицею базисних функцій.

Лінійні співвідношення між переміщеннями та деформаціями записуються у вигляді

$$\{\varepsilon\} = [B]\{q\}_e. \quad (\text{Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю. .112})$$

Тут вектори повних деформацій

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{33}, \gamma_{12}, \gamma_{23}, \gamma_{31}\}^T, \quad (\text{Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю. .112})$$

мають компоненти  $\gamma_{ij} = 2\varepsilon_{ij}$  або  $\Delta\gamma_{ij} = 2\Delta\varepsilon_{ij}$  при  $i \neq j$ , ф матриця  $[B]$  є матрицею диференціювання компонентів переміщень або їхніх приростів по глобальним координатам.

Конкретизація матриць  $[\phi]$  і  $[B]$  пов'язана лише з типом СЕ і системою глобальних координат, тут несуттєва.

Лінійний закон Гука записується у вигляді

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon^e\}, \quad (\text{Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю. .114})$$

де  $\{\varepsilon^e\}$  – вектор пружних деформацій, заповнений аналогічно (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю. .113);

$\{\sigma\}$  – вектор напружень

$$\{\sigma\} = \{\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \tau_{12}, \tau_{23}, \tau_{31}\}^T. \quad (\text{Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю. .113})$$

У відповідності до структури заповнення векторів  $\{\sigma\}$  та  $\{\varepsilon^e\}$  матриця модулів пружності  $[D]$  у випадку ізотропного матеріалу буде мати вигляд

$$[D] = 2G \cdot \begin{pmatrix} a & b & c & 0 & 0 & 0 \\ b & a & b & 0 & 0 & 0 \\ b & b & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c \end{pmatrix}, \quad (\text{Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю. .113})$$

де  $2G = E/(1 + \mu)$ ;  $a = (1 - \mu)/(1 - 2\mu)$ ;  $b = \mu/(1 - 2\mu)$ ;  $c = 0.5$ ;

$E$  – модуль Юнга;  $\mu$  – коефіцієнт Пуасона.

Вираз (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю. .103)

змінюється на

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon^e\}. \quad (\text{Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю. .117})$$

З використанням геометричних рівнянь

(Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю. .112)

$$\{\varepsilon^e\} = [B]\{q\}_e. \quad (\text{Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю. .118})$$

Після застосування закону Гука

(Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю. .114)

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon^e\} = [D][B]\{q\}_e. \quad (\text{Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю. .114})$$

Після розв'язання СЛАР, яку породжує МСЕ, вектор  $\{q\}_e$  стає відомим, тому застосування рівняння дозволяє відразу отримати значення компонентів вектора напружень  $\{\sigma\}$  в будь-якій точці СЕ.

Введемо вектори:  $\{\hat{O}\} = \{\hat{O}_1, \hat{O}_2, \hat{O}_3\}^T$  – об'ємних;  $\{\hat{p}\} = \{\hat{p}_1, \hat{p}_2, \hat{p}_3\}^T$  – поверхневих навантажень.

Функціонал з урахуванням матричних позначень буде мати вигляд:

$$F = \int_{\Omega} \{\delta \varepsilon\}^T \{\sigma\} d\Omega - \int_{\Omega} \{\delta U\}^T \{\hat{O}\} d\Omega - \int_{S_p} \{\delta U\}^T \{\hat{p}\} dS - \sum_i \left( \{\delta q\}_e^T \{\hat{P}\} \right)_i = 0. \text{ (Помилка! У } \dots$$

Врахуємо, що  $\{\delta \varepsilon\} = \delta([B]\{q\}_e) = [B]\{\delta q\}_e$ ,  $\{\delta U\} = \delta([\phi]\{q\}_e) = [\phi]\{\delta q\}_e$ ;  $\{\delta \varepsilon\}^T = ([B]\{\delta q\}_e)^T = \{\delta q\}_e^T [B]^T$  та  $\{\delta U\}^T = ([\phi]\{\delta q\}_e)^T = \{\delta q\}_e^T [\phi]^T$ , а також те, що у вузлах  $\{\delta q\}_e^T [\phi]^T = \{\delta q\}_e^T$ . Функціонал з урахуванням цих формул та можливості суперпозиції по СЕ робіт зовнішніх і внутрішніх сил, зумовленої тим, що СЕ не перетинаються, записується як

$$F = \sum_e \int_{\Omega} \{\delta q\}_e^T [B]^T [D] [B] \{q\}_e d\Omega - \sum_e \int_{\Omega} \{\delta q\}_e^T [\phi]^T \{\hat{O}\} d\Omega - \sum_e \int_{S_p} \{\delta q\}_e^T [\phi]^T \{\hat{p}\} dS - \sum_i \left( \{\delta q\}_e^T \{\hat{P}\} \right)_i = 0, \quad \text{(Помилка! У документі відс} \dots$$

Позначимо:

$$[K]_e = \int_{\Omega^e} [B]^T [D] [B] d\Omega; \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю. . 125)}$$

$$\{P\}_e = \int_{\Omega^e} [\phi]^T \{\hat{O}\} d\Omega + \int_{S_p} [\phi]^T \{\hat{p}\} dS; \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю. . 125)}$$

Тоді

$$F = \sum_e \{\delta q\}_e^T ([K]_e \{q\}_e - \{P\}_e) - \sum_i \left( \{\delta q\}_e^T \{\hat{P}\} \right)_i = 0. \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю. . 125)}$$

Оскільки  $\{\delta q\}_e^T$  є будь-якими, то отримуємо САР вигляду

$$[K]\{q\} = \{P\} + \{\bar{P}\}, \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю. . 125)}$$

яка після введення до неї кінематичних ГУ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю. .105) розв'язується відносно глобального вектора дійсних переміщень  $\{q\}$  у вузлах СЕ сітки. Додавання за ступенями свободи вузлів набуде наступного вигляду:

$$[K] = \sum_e [K]_e; \quad \{P\} = \sum_e \{P\}_e; \quad \{\bar{P}\} = \sum_i \left( \{\hat{P}\} \right)_i, \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю. . 125)}$$

тобто збірка зосереджених сил, прикладених у вузлах скінчено-елементної сітки тіла.

Матриця  $[K]_e$  зветься матрицею жорсткості СЕ, а матриця  $[K]$  – матрицею жорсткості тіла. Вектор  $\{P\} + \{\bar{P}\}$  зумовлюється зовнішніми силовими

навантаженнями і масовими силами. Створення скінчено-елементної моделі випробувального зразка.

#### 5.4. СТВОРЕННЯ СКІНЧЕНО-ЕЛЕМЕНТНОЇ МОДЕЛІ ВИПРОБУВАЛЬНОГО ЗРАЗКА

Трубчатий зразок має одну площину симетрії, тому моделюємо половину довжини зразка. Оскільки зовнішній діаметр зразка дорівнює 7.0 мм, обрали радіус округлення  $r_1 = 30$  мм. Для прикладання сили  $M_{кр}$ , що скручує зразок, створили прорізи “під гайковий ключ”. На поверхні розсічення зразка задали в циліндричній системі координат відсутність переміщень  $TT$  та  $TZ$ .

Визначаємо, яке силове навантаження потрібно прикласти до зразка. Як відомо, крутний момент:

$$M_{кр} = Fh, \quad (\text{Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю. . 127})$$

де  $F$  – одна з двох сил, які удвох створюють момент;

$h$  – плече між силами.

Із моделі маємо, що плече  $h = 0.473$  мм. Отже, потрібно прикладати сили, які створюють граничний стан в трубчастій частині зразка

$$F = M_{кр}/h = 20000/0.473 = 42283 \text{ Н.}$$

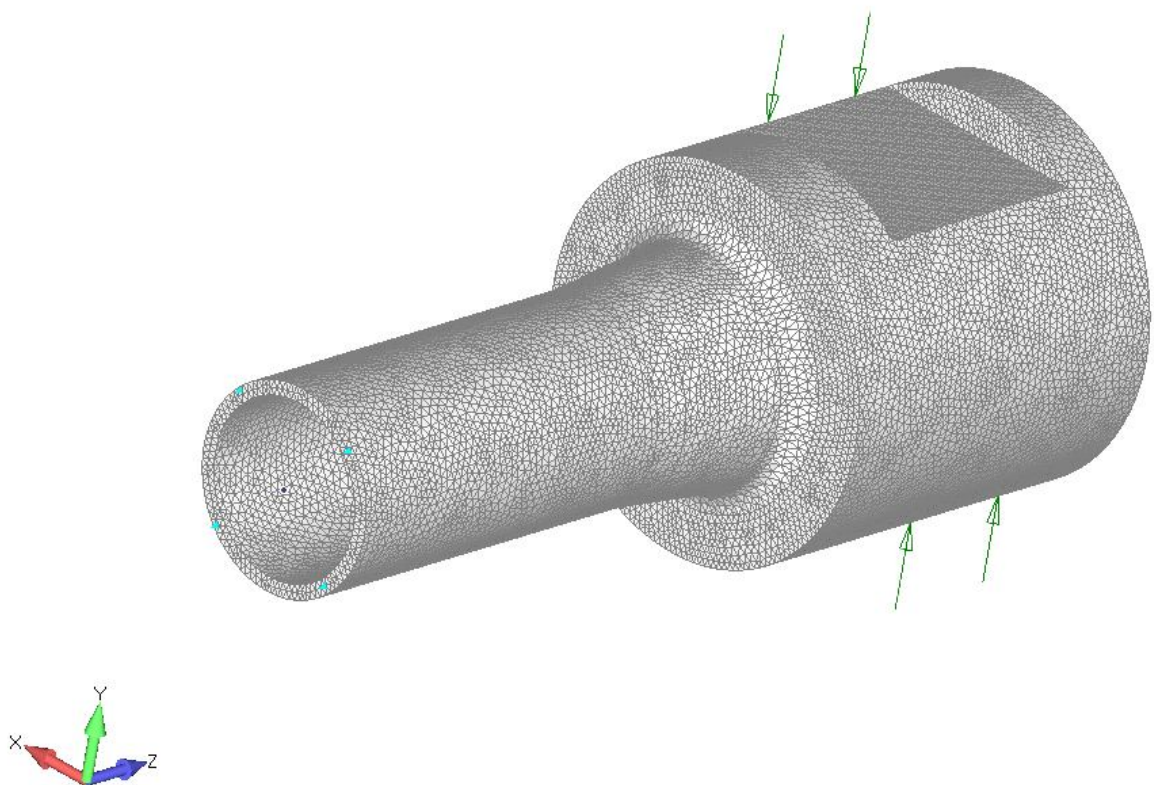


Рисунок Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю..9

Розрахункова схема трубчатого зразка

## 5.5. РЕЗУЛЬТАТИ РОЗРАХУНКІВ ТА ЇХ АНАЛІЗ

Проводимо розрахунок моделі трубчатого зразку в програмі FEMAP, тип задачі Static, після чого зобразимо отримані результати, а саме еквівалентні за Мізесом напруження, МПа.

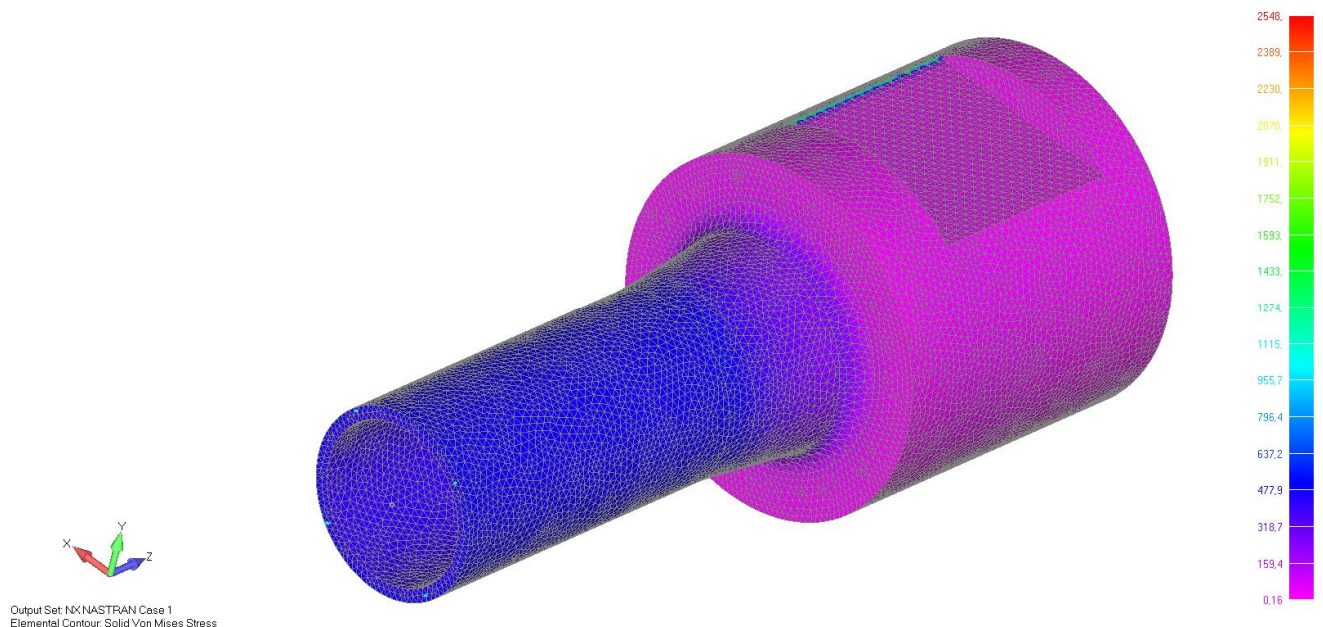


Рисунок **Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю..10** Результат розрахунку скінчено-елементної моделі трубчатого зразка: еквівалентні за Мізесом напруження, МПа

Обчислимо коефіцієнт концентрації напружень за Мізесом для заокруглення

$$\alpha = \frac{619.8}{593.7} \approx 1.044 < 1.05.$$

Висновок: спроектований випробувальний трубчатий зразок відповідає обов'язковій умові, що їхній ККН повинен бути не більше, ніж 1.05.

## 6. ЧИСЛОВІ РОЗРАХУНКИ ВЛАСНИХ ЧАСТОТ ТА ВІДПОВІДНИХ ВЛАСНИХ ФОРМ

### 6.1 КРУТИЛЬНІ КОЛИВАННЯ СИСТЕМ З ДВОМА СТУПЕНЯМИ ВІЛЬНОСТІ

В даній дипломній роботі у якості системи з двома ступенями вільності був обраний вал випробувальної установки.

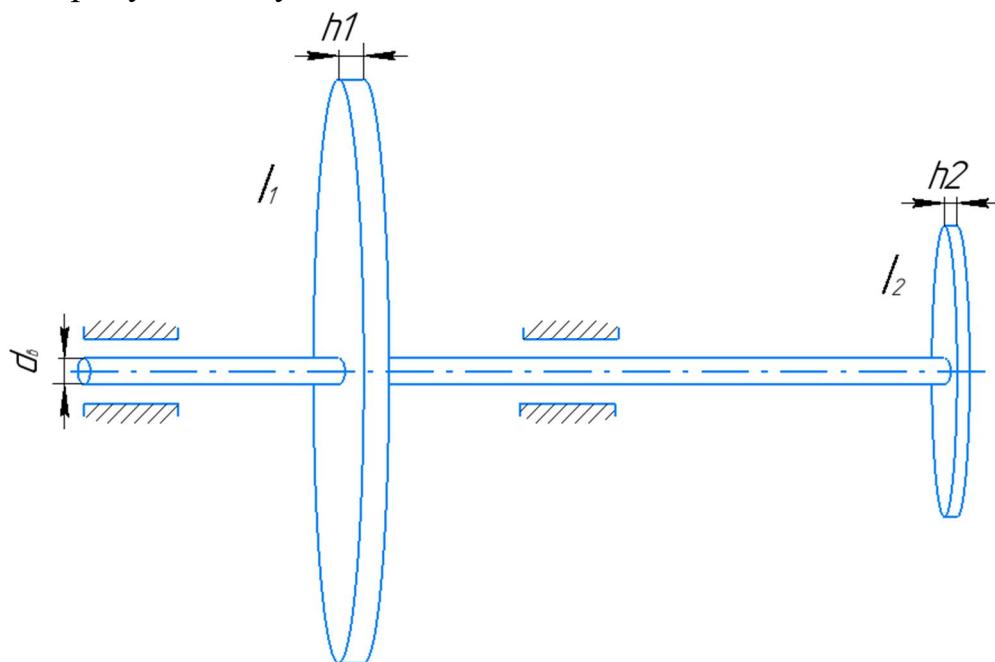


Рисунок Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю..11

Розрахункова схема валу

Дано:

$l = 114$  мм;  $h_1 = 100$  мм;  $h_2 = 30.73$  мм;  $d = 30$  мм;  $D_1 = 560$  мм;  $D_2 = 72$  мм.

Для зубчатого конічного колеса було використано матеріал – Сталь 20Х з густиною  $\rho_1 = 7.85 \cdot 10^3$  кг · м<sup>3</sup>, а для циліндричної шестерні використали Сталь 40Х, чия густина незмінна від попередньої ( $\rho_2 = 7.85 \cdot 10^3$  кг · м<sup>3</sup>).

Першою визначаємо жорсткість стержня

$$k = \frac{G \cdot I_p}{l}, \quad (\text{Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю. . 128})$$

де  $G = 8 \cdot 10^4$  МПа – модуль зсуву для сталей.

$I_P$  – полярний момент інерції, який знаходимо з

$$I_P = \frac{\pi \cdot d^4}{32}; \quad (\text{Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю. . 129})$$

$$I_P = \frac{3.14 \cdot (30 \cdot 10^{-3})^4}{32} = 0.795 \cdot 10^{-7} \text{ м}^4;$$

$$k = \frac{8 \cdot 10^{10} \cdot 0.795 \cdot 10^{-7}}{114 \cdot 10^{-3}} = 0.56 \cdot 10^5 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Значення  $I_1, I_2$  – осьових моментів інерції для зубчатого конічного колеса та циліндричної шестерні знаходимо за формулою

$$I_1 = \rho \cdot h \cdot \frac{\pi \cdot D^4}{32}, \quad (\text{Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю. . 130})$$

$$I_1 = \frac{3,14 \cdot 7,85 \times 10^3 \cdot 100 \times 10^{-3} (560 \times 10^{-3})^4}{32} = 0.09 \times 10^{-3} \text{ Н} \cdot \text{с}^2 \cdot \text{м};$$

$$I_2 = \frac{3,14 \cdot 7,85 \times 10^3 \cdot 30,73 \times 10^{-3} (72 \times 10^{-3})^4}{32} = 0.094 \times 10^{-3} \text{ Н} \cdot \text{с}^2 \cdot \text{м}.$$

Вирази для кінетичної та потенційної енергії мають вигляд

$$T = \frac{1}{2} \cdot I_1 \cdot \dot{\phi}_1^2 + \frac{1}{2} \cdot I_2 \cdot \dot{\phi}_2^2; \quad (\text{Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю. . 131})$$

$$\Pi = \frac{1}{2} \cdot k \cdot (\phi_2 - \phi_1)^2. \quad (\text{Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю. . 132})$$

Підставляючи значення кінетичної і потенціальної енергій до рівняння Лагранжа другого роду для двох узагальнених координат

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_j} = 0, \quad (\text{Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю. . 133})$$

і відповідно, отримаємо систему рівнянь у вигляді

$$\begin{cases} I_1 \ddot{\phi}_1 + k \phi_1 - k \phi_2 = 0 \\ I_2 \ddot{\phi}_2 - k \phi_1 + k \phi_2 = 0 \end{cases}$$

Складемо матриці інерції та жорсткості

$$[a] = \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix}; \quad [c] = \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix}. \quad (\text{Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю. . 134})$$

Рівняння вільних коливань у матричному вигляді

$$\begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{\phi}_1 \\ \ddot{\phi}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}. \quad (\text{Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю. . 135})$$

Рішення шукаємо у вигляді

$$\{\phi\} = \{\Phi\} \cos(\omega t - \beta); \quad (\text{Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю. . 136})$$

$$-\omega^2 \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix};$$

$$\begin{bmatrix} k - \omega^2 I_1 & -k \\ -k & k - \omega^2 I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}.$$



Прирівнявши детермінант до нуля отримаємо

$$\det \begin{bmatrix} k - \omega^2 I_1 & -k \\ -k & k - \omega^2 I_2 \end{bmatrix} = 0;$$

$$(k - \omega^2 I_1)(k - \omega^2 I_2) - k^2 = 0;$$

$$k^2 - \omega^2 k I_1 - \omega^2 k I_2 + \omega^4 I_1 I_2 - k^2 = 0.$$

Знайдемо корені цього рівняння

$$\omega^4 I_1 I_2 - \omega^2 k (I_1 + I_2) = 0;$$

$$\omega^2 [\omega^2 I_1 I_2 - k (I_1 + I_2)] = 0;$$

$$\omega^2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} \end{bmatrix};$$

$$\det \begin{bmatrix} \omega_1^2 = 0 \\ \omega_2^2 = \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} = \frac{0.56 \times 10^5 (0.09 + 0.094) \times 10^{-3}}{0.09 \cdot 0.094 \times 10^{-6}} = 121.796 \times 10^7 \text{с}^{-2} \end{bmatrix}$$

Підставляючи значення частот матимемо:

- у першому випадку  $\omega_1^2 = 0$

$$\begin{bmatrix} k - \omega^2 I_1 & -k \\ -k & k - \omega^2 I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_{11} = 1 \\ \Phi_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix};$$

$$k - k\Phi_{12} = 0 \Rightarrow \Phi_{12} = 1;$$

$$\begin{Bmatrix} \Phi_{11} \\ \Phi_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}.$$

- у другому випадку  $\omega_2^2 = \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2}$

$$\begin{bmatrix} k - \left( \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} \right) I_1 & -k \\ -k & k - \left( \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} \right) I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_{21} = 1 \\ \Phi_{22} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix};$$

$$k - \frac{k(I_1 + I_2)}{I_2} - k\Phi_{22} = 0 \Rightarrow \Phi_{22} = -\frac{I_1}{I_2} = -\frac{0.09}{0.094} = -0.96.$$

Зобразимо знайдені значення форм коливань:

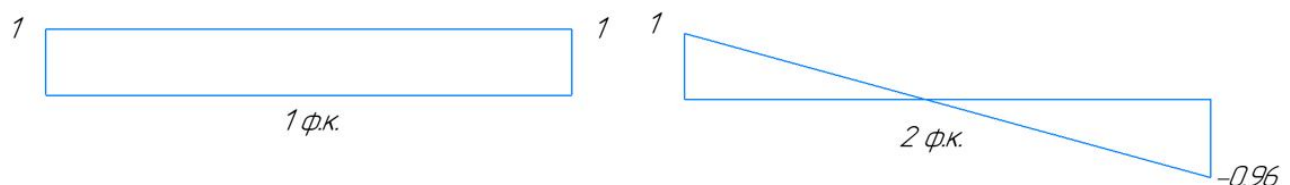


Рисунок Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю..12 Перша та друга форми коливань

Оскільки однією з властивостей власних форм коливань є їх ортогональність, а саме:

$$\{\Phi\}_i^T [c] \{\Phi\}_s = 0;$$

$$\{\Phi\}_l^T [a] \{\Phi\}_s = 0;$$

- у першому випадку перевірка

$$\{1 \quad 1\} \cdot \begin{bmatrix} 0.09 & 0 \\ 0 & 0.094 \end{bmatrix} \cdot \left\{ -\frac{1}{0.094} \right\} = \{1 \quad 1\} \cdot \begin{Bmatrix} 0.095 \\ -0.095 \end{Bmatrix} = 0.095 - 0.095 = 0;$$

- у другому випадку перевірка

$$\begin{aligned} \{1 \quad 1\} \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix} &= \{1 \quad 1\} \begin{Bmatrix} k + k \frac{I_1}{I_2} \\ -k - k \frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix} = \\ &= 3.19 \times 10^5 \left( 1 + \frac{0.09}{0.094} \right) - 3.19 \times 10^5 \left( 1 + \frac{0.09}{0.094} \right) = 0. \end{aligned}$$

Використовуючи метод Релея знайдемо значення власних частот використовуючи формулу

$$\omega_l^2 = \frac{\{\Phi\}_l^T [c] \{\Phi\}_l}{\{\Phi\}_l^T [a] \{\Phi\}_l}; \text{ (Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю. . 137)}$$

$$\begin{aligned} \omega_1^2 &= \frac{\{1 \quad 1\} \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}}{\{1 \quad 1\} \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}} = \frac{\{1 \quad 1\} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}}{\{1 \quad 1\} \begin{Bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{Bmatrix}} = 0; \\ \omega_2^2 &= \frac{\{1 \quad -\frac{I_1}{I_2}\} \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix}}{\{1 \quad -\frac{I_1}{I_2}\} \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix}} = \frac{\{1 \quad -\frac{I_1}{I_2}\} \begin{Bmatrix} k + k \frac{I_1}{I_2} \\ k - k \frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix}}{\{1 \quad -\frac{I_1}{I_2}\} \begin{Bmatrix} I_1 \\ -I_1 \end{Bmatrix}} = \\ &= \frac{k \left( 1 + \frac{I_1}{I_2} \right) + \frac{I_1}{I_2} k \left( 1 + \frac{I_1}{I_2} \right)}{I_1 \cdot \left( 1 + \frac{I_1}{I_2} \right)} = \frac{k \left( 1 + \frac{I_1}{I_2} \right) \left( 1 + \frac{I_1}{I_2} \right)}{I_1 \cdot \left( 1 + \frac{I_1}{I_2} \right)} = \frac{k \cdot \left( 1 + \frac{I_1}{I_2} \right)}{I_1} = \\ &= k \left( \frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} \right) = \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 \cdot I_2} = \frac{0.56 \times 10^5 \cdot (0.09 + 0.094) \times 10^{-3}}{0.09 \cdot 0.094 \times 10^{-6}} = \\ &= 121,796 \times 10^7 \text{ c}^{-2}. \end{aligned}$$

Отже,

$$\begin{cases} \omega_1 = 0 \\ \omega_2 = \sqrt{121,796 \times 10^7} = 3489 \text{ c}^{-1} \end{cases}$$

## 6.2 ВИЗНАЧЕННЯ ВЛАСНИХ ЧАСТОТ МЕТОДОМ СИЛ

Визначимо маси і їх співвідношення

$$m = \rho V; \quad \text{(Помилка! У документі відсутній текст указанного стилю. . 138)}$$

$$\begin{aligned}
 m_1 &= \rho_1 \cdot \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h_1 \cdot (R_1^2 + R_1 \cdot r_1 + r_1^2) = \\
 &= 7.85 \cdot 10^{-3} \cdot \left[ 3.14 \cdot \left( 560 \cdot \frac{10^{-3}}{2} \right)^2 \cdot 100 \cdot 10^{-3} - 2 \cdot \left[ 3.14 \cdot \left( 72 \cdot \frac{10^{-3}}{2} \right)^2 \cdot \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \cdot 30.73 \cdot 10^{-3} - 3.14 \cdot \left( 300 \cdot \frac{10^{-3}}{2} \right)^2 \cdot 15 \cdot 10^{-3} \right] \right] = 5.079 \text{ кг.} \\
 m_2 &= 7.85 \cdot 10^{-3} \cdot \left[ 3.14 \cdot \left( 62 \cdot \frac{10^{-3}}{2} \right)^2 \cdot 30 \cdot 10^{-3} - 2 \cdot \left[ 3.14 \cdot \left( 300 \cdot \frac{10^{-3}}{2} \right)^2 \cdot 20 \cdot \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \cdot 10^{-3} - 3.14 \cdot \left( 280 \cdot \frac{10^{-3}}{2} \right)^2 \cdot 20 \cdot 10^{-3} \right] \right] = 3.149 \text{ кг.}
 \end{aligned}$$

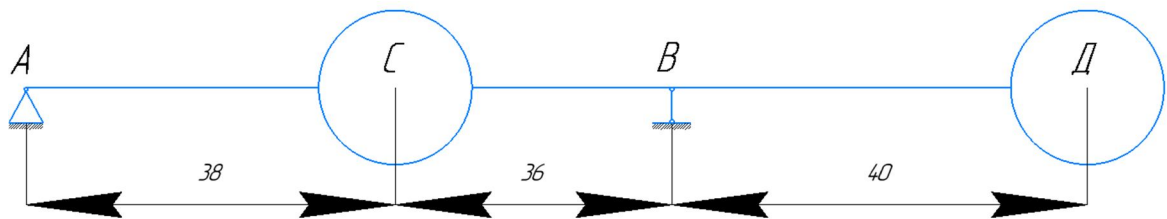


Рисунок 6.4 – Система з двома ступенями вільності

$$EI = 2 \cdot 10^{11} \cdot 0.397 \cdot 10^{-7} = 7940 \text{ Н} \cdot \text{м}^2$$

Момент інерції:

$$I = \frac{\pi \cdot d_B^4}{64} = \frac{3.14 \cdot (30 \times 10^{-3})^4}{64} = 3.97 \times 10^{-8} \text{ м}^4$$

Знайдемо переміщення  $\delta_{11}, \delta_{12}, \delta_{21}, \delta_{22}$  й побудуємо епюри від дії одиничних сил  $\overline{X}_1 = 1$  та  $\overline{X}_2 = 1$  відповідно.

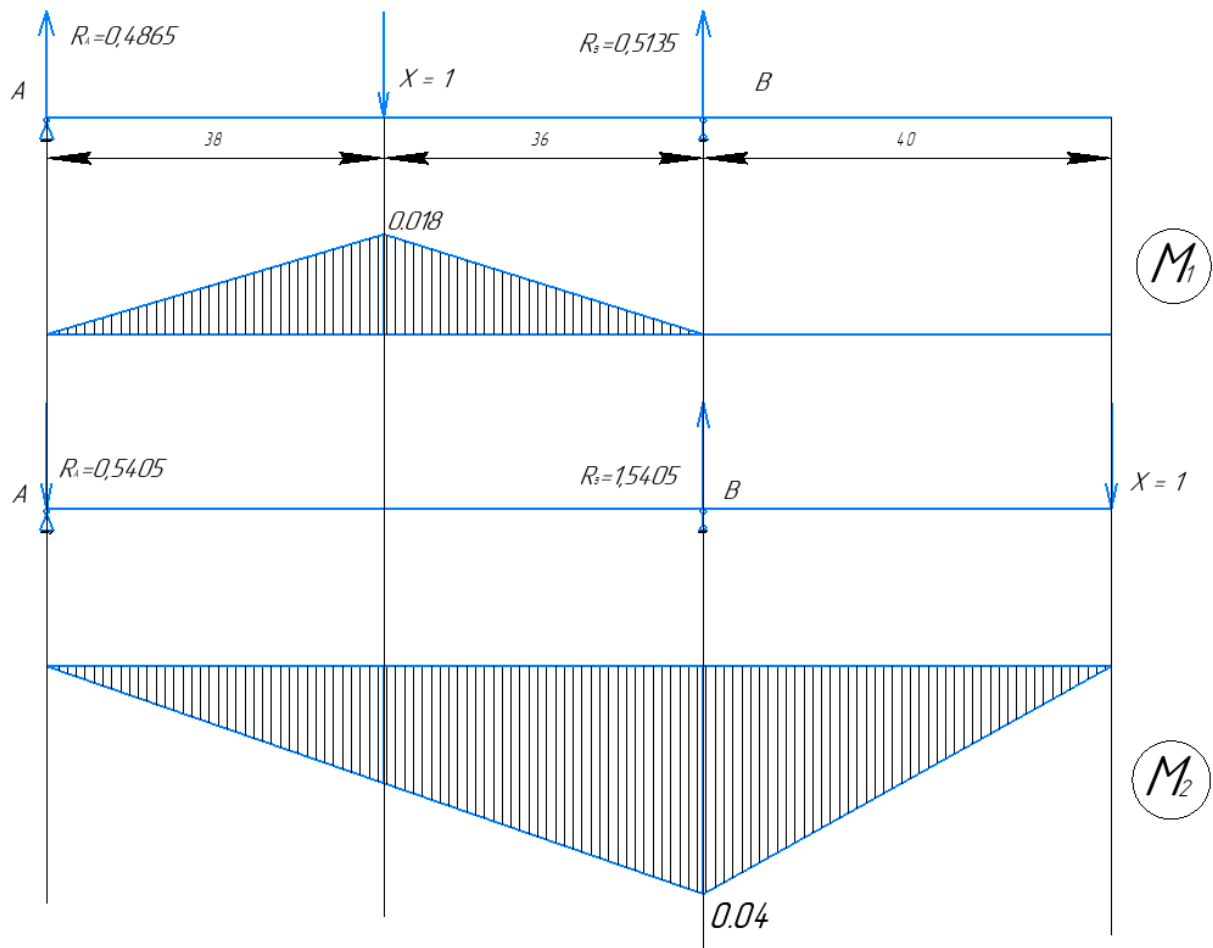


Рисунок 6.5. Епюри моментів від одиничних сил

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \left[ \frac{1}{2} \cdot 0.038 \cdot 0.018 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0.018 + \frac{1}{2} \cdot 0.036 \cdot 0.018 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0.018 \right] = 1.007 \cdot 10^{-9};$$

$$\delta_{12} = \frac{1}{EI} \left[ -\frac{1}{2} \cdot 0.038 \cdot 0.018 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0.02 - \frac{1}{2} \cdot 0.036 \cdot 0.018 \cdot \left( 0.02 + \frac{1}{3} \cdot 0.02 \right) \right] = -1.66 \cdot 10^{-9};$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{EI} \left[ \frac{1}{2} \cdot 0.02 \cdot 0.038 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0.02 + \left( 0.02 \cdot 0.036 + 0.02 \cdot 0.036 \cdot \frac{1}{2} \right) \cdot \left( 0.02 \cdot 0.02 + \frac{13}{24} \right) + 0.04 \cdot 0.04 \cdot 1/2 \cdot 2/3 \cdot 0.04 \right] = 8.24 \cdot 10^{-9};$$

Запишемо диференційні рівняння в переміщеннях:

$$\begin{cases} w_1 = -\ddot{w}_1 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - \ddot{w}_2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ w_2 = -\ddot{w}_1 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 - \ddot{w}_2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 \end{cases}$$

Шукаємо переміщення у вигляді

$$w_i = W_i \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

Підставивши, отримаємо:

$$\begin{cases} (\omega^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) \cdot W_1 + \omega^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \cdot W_2 = 0 \\ \omega^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 \cdot W_1 + (\omega^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \cdot W_2 = 0 \end{cases}$$

Оскільки маємо отримати не тривіальний розв'язок маємо, що детермінант останньої матриці має бути рівний нулю:

$$\det \begin{bmatrix} (\omega^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} = 0$$

Розкриваючи визначник, отримуємо характеристичне рівняння відносно  $\omega^2$ , з якого знаходимо  $\omega_1^2, \omega_2^2$ :

$$(\omega^2 m_1 \delta_{11} - 1)(\omega^2 m_2 \delta_{22} - 1) - \omega^4 m_1 m_2 \delta_{12} \delta_{21} = 0;$$

$$\omega^4 m_1 m_2 \delta_{11} \delta_{22} - \omega^2 m_1 \delta_{11} - \omega^2 m_2 \delta_{22} + 1 - \omega^4 m_1 m_2 \delta_{12} \delta_{21} = 0;$$

$$\omega^4 (\delta_{11} \delta_{22} - \delta_{12} \delta_{21}) m_1 m_2 - \omega^2 (m_2 \delta_{22} + m_1 \delta_{11}) + 1 = 0;$$

Визначили власні частоти:

$$\omega_1^2 = 3.14 \cdot 10^8 \text{ c}^{-2}, \quad \omega_2^2 = 5.7 \cdot 10^8 \text{ c}^{-2};$$

$$\omega_1 = 1770 \text{ c}^{-1}, \quad \omega_2 = 2380 \text{ c}^{-1}.$$

Знаходимо власні форми коливань та перевіряємо умови ортогональності.

Оскільки кожній частоті відповідає своя форма коливань, то розглянемо два можливих випадки, підставляючи до відповідної матриці значення знайдених двох частот та знайдемо  $W_{1i}, W_{2i}$ .

$$\begin{bmatrix} (\omega_i^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega_i^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega_i^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega_i^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_{1i} \\ W_{2i} \end{Bmatrix} = 0$$

При  $\omega_1^2 = 317155756 \text{ c}^{-2}$  і нормованій  $W_{11} = 1$  отримаємо з розв'язку рівняння таку першу власну форму:

$$\begin{bmatrix} (\omega_1^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega_1^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega_1^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega_1^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_{11} \\ W_{21} \end{Bmatrix} = 0$$

$$W_1 = 0.0644$$

Аналогічно при  $\omega_2^2 = 34988713 \text{ c}^{-2}$  і нормованій  $\Phi_{12} = 1$

$$\begin{bmatrix} (\omega_2^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega_2^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega_2^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega_2^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_{12} \\ W_{22} \end{Bmatrix} = 0$$

$$W_2 = 0.0217$$

Оскільки однією з властивостей власних форм коливань є їх ортогональність, то перевіримо виконання цієї умови:

$$\{W\}_2^T [a] \{W\}_1 = 0;$$

$$\{W\}_1 = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0.0217 \end{Bmatrix}, \quad \{W\}_2 = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0.0644 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} 1 \\ 0.0217 \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} 5.079 & 0 \\ 0 & 3.149 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ 0.0644 \end{Bmatrix} = 0.0036 \approx 0$$

Зобразимо отримані власні форми згинальних коливань на Рисунку (Рис.6.6):

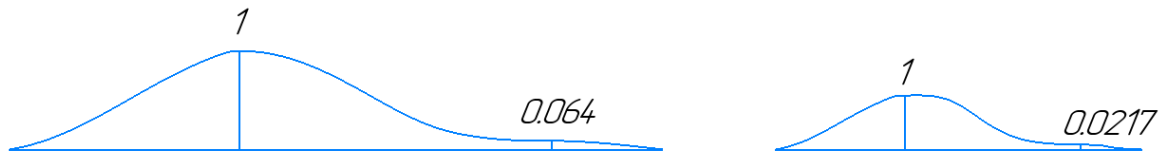


Рисунок 6.6 – Власні форми коливань

### 6.3 ВИЗНАЧЕННЯ ПЕРШОЇ ВЛАСНОЇ ЧАСТОТИ МЕТОДОМ РЕЛЕЯ

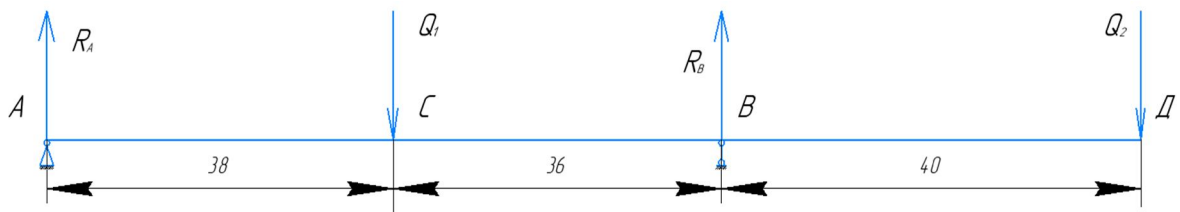


Рис. 6.7 Система з двома ступенями свободи (маси замінили силами)

$$\omega_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^2 Q_i W_i}{\sum_{i=1}^2 m_i W_i^2}; \quad Q_i = m_i g;$$

$$Q_1 = m_1 g = 5.079 \cdot 10 = 50.79 \text{ Н} \quad Q_2 = m_2 g = 3.149 \cdot 10 = 31.49 \text{ Н}$$

$$\sum M_{iA} = 0; \quad \sum M_{iB} = 0;$$

$$R_B = 74.593 \text{ Н} \quad R_A = 7.687 \text{ Н}$$

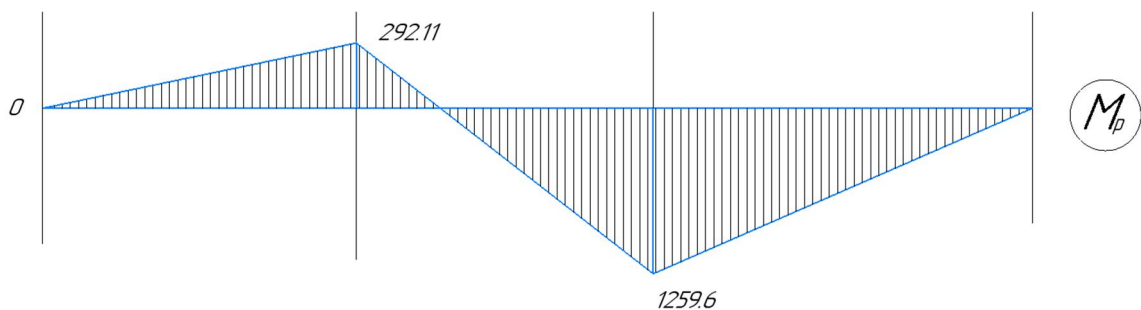


Рис. 6.8 Епюри моментів зовнішніх сил

Значення  $W_i$  [м] знаходимо за допомогою методу Верещагіна.

$$W_1 = \frac{1}{EI} \cdot \left[ \frac{1}{2} \cdot 0.038 \cdot 0.29211 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0.0185 + \frac{1}{2} \cdot 0.292 \cdot 0.0083 \cdot \left( 1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{0.0083}{0.036} \right) \cdot \right.$$

$$0.01849 - \frac{1}{2} \cdot 1.259 \cdot 0.02765 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{0.02765}{0.036} \cdot 0.01849 \left. \right] = 1.506 \cdot 10^{-6} \text{ м}$$

$$W_2 = \frac{1}{EI} \cdot \left[ -\frac{1}{2} \cdot 0.038 \cdot 0.29211 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0.02 - \frac{1}{2} \cdot 0.29211 \cdot 0.0083 \cdot \right.$$

$$\cdot \left( 0.02 + \frac{1}{3} \cdot \frac{0.0083}{0.036} \cdot 0.02 \right) + \frac{1}{2} \cdot 1.259 \cdot 0.02765 \cdot$$

$$\cdot \left( 0.02 + \left( 1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{0.02765}{0.036} \right) \cdot 0.02 \right) \left. \right] = 2.2 \cdot 10^{-6} \text{ м}$$

$$\omega_1^2 = \frac{50.79 \cdot 2.2 \cdot 10^{-6} - 31.49 \cdot 1.506 \cdot 10^{-6}}{5.079 \cdot (2.2 \cdot 10^{-6})^2 + 3.149 \cdot (1.506 \cdot 10^{-6})^2} = 2.027 \cdot 10^6 \text{ с}^{-2}$$

$$\omega_1 = 1424 \text{ c}^{-1}$$

## 6.4 ВИЗНАЧЕННЯ ПЕРШОЇ ВЛАСНОЇ ЧАСТОТИ МЕТОДОМ ДОНКЕРЛІ

$$\frac{1}{\omega_1^2} = \frac{1}{(\omega'_1)^2} + \frac{1}{(\omega'_2)^2};$$

$$\frac{1}{(\omega'_1)^2} = m_1 \delta_{11} = 5.079 \cdot 1.007 \cdot 10^{-9} = 5.11 \cdot 10^{-9}$$

$$\frac{1}{(\omega'_2)^2} = m_2 \delta_{22} = 3.149 \cdot 8.24 \cdot 10^{-9} = 25.95 \cdot 10^{-9}$$

$$\frac{1}{\omega_1^2} = 5.11 \cdot 10^{-9} + 25.95 \cdot 10^{-9} = 3.11 \cdot 10^{-8}$$

$$\omega_1^2 = 3.2 \cdot 10^7 \text{ c}^{-2}, \quad \omega_1 = 565 \text{ c}^{-1}.$$

Для порівняння, значення першої власної частоти згинаючих коливань:

- методом сил :  $\omega_1 = 1770 \text{ c}^{-1}$
- методом Релея:  $\omega_1 = 1424 \text{ c}^{-1}$
- методом Донкерлі:  $\omega_1 = 565 \text{ c}^{-1}$

Похибка результатів:

$$\delta_{\text{Релея}} = \left| \frac{1770 - 1424}{1770} \right| \cdot 100\% \approx 19\%$$

$$\delta_{\text{Донкері}} = \left| \frac{1770 - 565}{1770} \right| \cdot 100\% \approx 68\%$$

## 7. ІНДИВІДУАЛЬНЕ ЗАВДАННЯ ПЕРЕДДИПЛОМНОЇ ПРАКТИКИ

### 7.1 ВСТУП

Київський міський міст ім. Є.О. Патона через р. Дніпро, побудований і прийнятий в експлуатацію в 1953 р, є унікальною інженерною спорудою. На момент його будівництва були використані передові конструктивні і технологічні рішення, що показують досягнення України в галузі проектування металоконструкцій і можливостей практичного застосування передових на той час зварювальних технологій, зокрема технології механізованого зварювання під шаром флюсу, яка використовувалася як під час виготовлення металевих конструкцій в заводських умовах, так і під час їх монтажу при будівництві мосту. Такі технології були

розроблені Інститутом електрозварювання АН УРСР (нині - ІЕЗ ім. Є.О. Патона НАН України).

До основних переваг споруди на момент його будівництва, перш за все, слід віднести:

- перенесення збирання великоблочних елементів з використанням автоматичного і напівавтоматичного зварювання на заводі, який виготовляв конструкції, що дозволило значно спростити і скоротити монтажні операції;
- застосування новітніх досягнень монтажно-автоматичного зварювання під флюсом (із загальної протяжності заводських зварних з'єднань, яка складає 106615 м, автоматичного і напівавтоматичного зварюванням було виконано 97% зварних швів);
- розробку нової марки маловуглецевої сталі для зварних мостів;
- розробку передових методів монтажного збирання двотаврових балок з використанням автоматичного і напівавтоматичного зварювання;
- зведення монтажних з'єднань із застосуванням автоматичного зварювання під флюсом, до однотипних стиків суцільних ферм двотаврового перетину, що дозволило значно спростити складання і знизити обсяг зварювальних робіт, які до того часу в умовах монтажу виконувалися переважно з використанням ручного дугового зварювання покритими електродами.

Комплекс зазначених рішень дозволили забезпечити необхідну надійність і високу якість вузлових зварних з'єднань мостових споруд.

Міст складається з 24-х прогонових споруд та має загальну довжину 1542,2м. Правобережна частина мосту складається з десяти прогонів, які перекриті двома суцільнозварними 5-ти прогоновими нерозрізними спорудами -  $(5 \times 58) + (5 \times 58)$  м.

Середня частина мосту, яка розташована над судноплавною ділянкою річки має шість прогонів, які перекриті нерозрізним суцільнозварним спорудами -  $58 + 4 \times 87 + 58$  (м.).

Лівобережна частина мосту має 8 прогонів по 58 м, яка перекрита двома 4-х прогоновими суцільнозварними нерозрізними спорудами -  $(4 \times 58) + (4 \times 58)$  м.

## 7.2 КОНСТРУКЦІЯ ГОЛОВНОЇ 6-ПРОГОНОВОЇ БАЛКИ

У поперечному перерізі кожна споруда мосту має чотири головні поздовжні балки двотаврового перетину (Рис.7.2.1), що складаються з вертикальної стінки, висотою 3600 мм і товщиною 14 мм і поясів різної товщини, яка змінюється від 30 до 80 мм, при ширині до 1000 мм. Стійкість стінки балки додатково забезпечується вертикальними ребрами, встановленими з кроком 7,25 м. У 6-ти прогонових спорудах, висота стінки над проміжними опорами, за рахунок пристрою вутів, збільшена до 6200 мм.



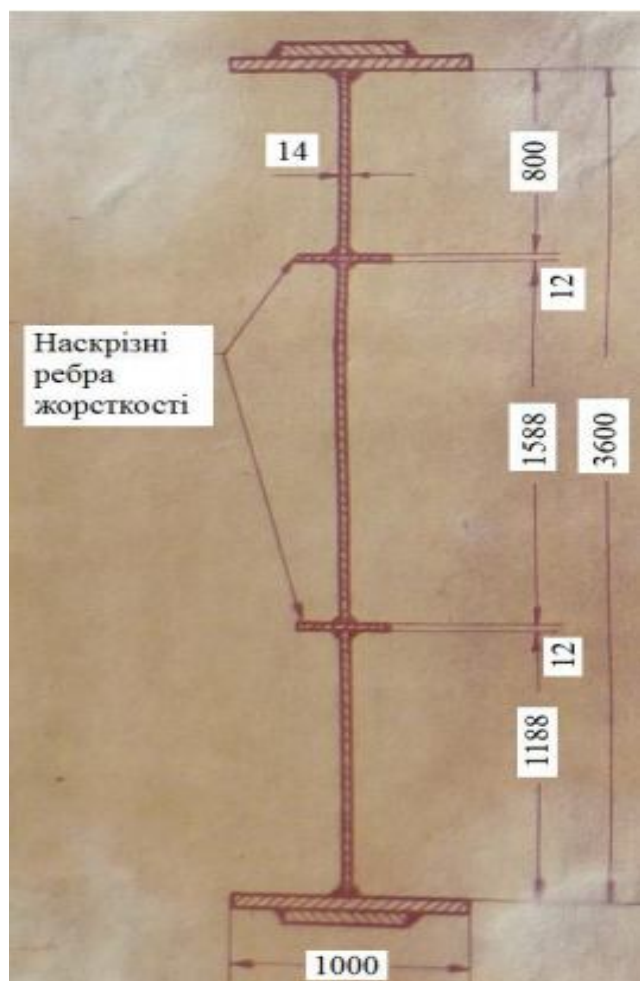
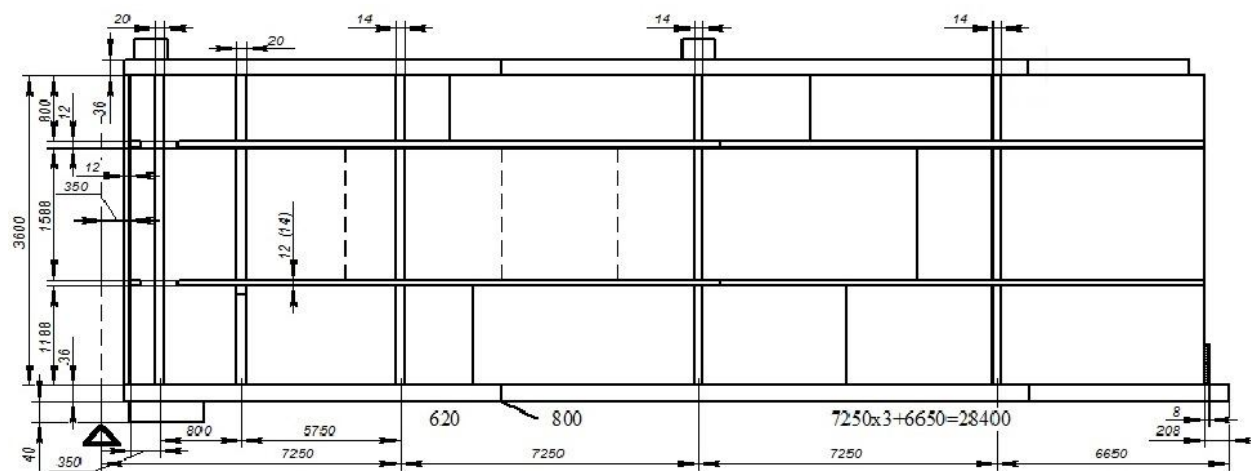


Рис.7.2.1. Поперечний переріз головної поздовжньої балки двотаврового перетину





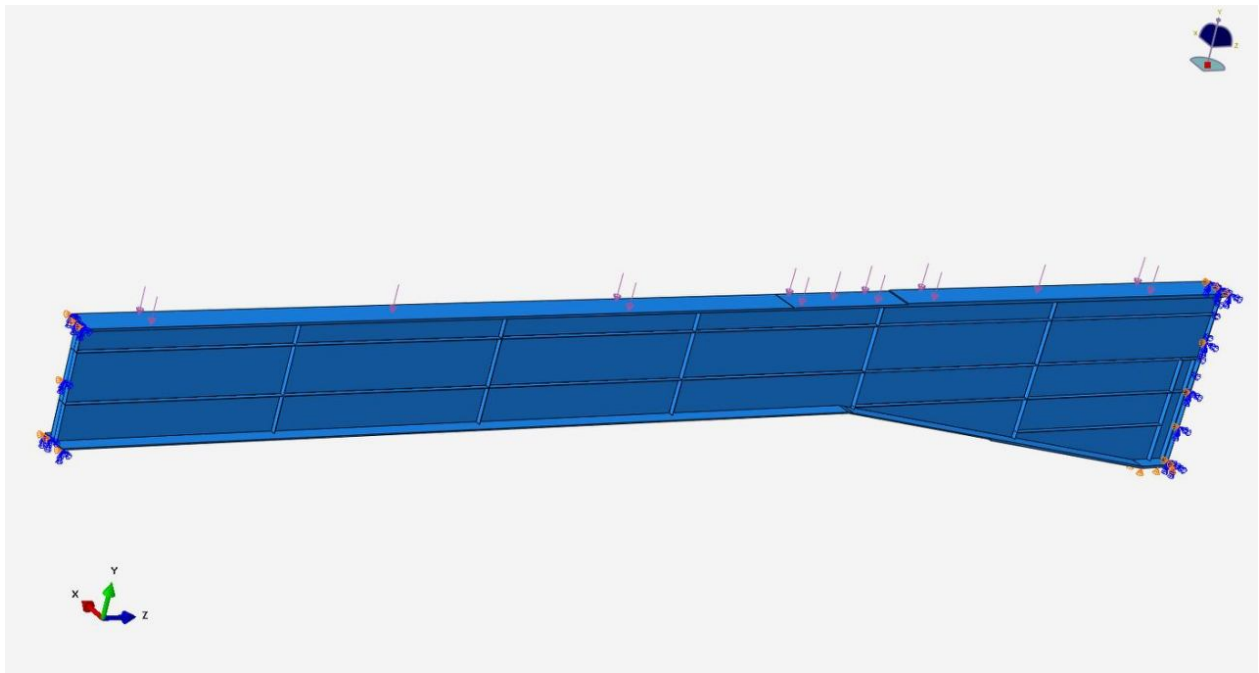


Рис.7.3.1. Скінчено-елементна модель прогонової балки

Несучі конструкції мостів розраховуються на дію постійних навантажень і несприятливих комбінацій тимчасових навантажень, зазначених у розділі 2 ДБН В.1.2-15 [2]. Розрахунки виконуються за граничними станами відповідно до вимог 4.3. ДБН В. 2.3-22:201Х [3].

Згідно пункту 8.3.1 [2] навантаження від автотранспортних засобів на кожен смугу навантаження приймається у вигляді рівномірно розподіленого з інтенсивністю  $v = 0,98K$  кН/м ( $0,1K$  тс/м), де  $K$  – клас навантаження, що приймається згідно з 8.3.2 [2].  $K = 15$  – на автомобільних дорогах I, II і III категорій, на міських автомагістралях і магістральних вулицях загальноміського значення, а також на мостах завдовжки понад 200 м на дорогах IV і V категорій.

Міст ім. Є.О. Патона має 6 смуг для проїзду автотранспортних засобів, тому інтенсивність рівномірно розподіленого навантаження на міст складає  $v = 0,98 \cdot 15 \cdot 6 = 88,2$  кН/м. З урахуванням того, що у поперечному перерізі мосту мають місце чотири головні поздовжні балки, тоді згідно вимог [2] в розробленій моделі прогонової балки до верхнього поясу шириною 1 м прикладено розподілене навантаження величиною  $P = 88,2 \text{ кН/м} / (4 \cdot 1 \text{ м}) = 22,05 \text{ кН/м}^2 = 0,022 \text{ МПа}$ . Також в моделі враховується сила ваги конструкції прогонової балки як постійне навантаження.

Тимчасові навантаження від рухомого складу (транспортних засобів) автомобільних доріг у випадках, які передбачено чинними нормами, вводяться до розрахунку з відповідними динамічними коефіцієнтами та коефіцієнтами надійності.

Для визначення впливу типових корозійних пошкоджень балки в зоні зварного з'єднання нижнього поясу в скінчено-елементну модель були введені несучільності металу розміром  $500 \times 40 \times 40$  мм в різних місцях по довжині нижнього поясу (Рис.7.3.2): в центральній частині вута, на похилій частині вута, в місці переходу вута

у балку постійної висоти та в центральній частині прогону.

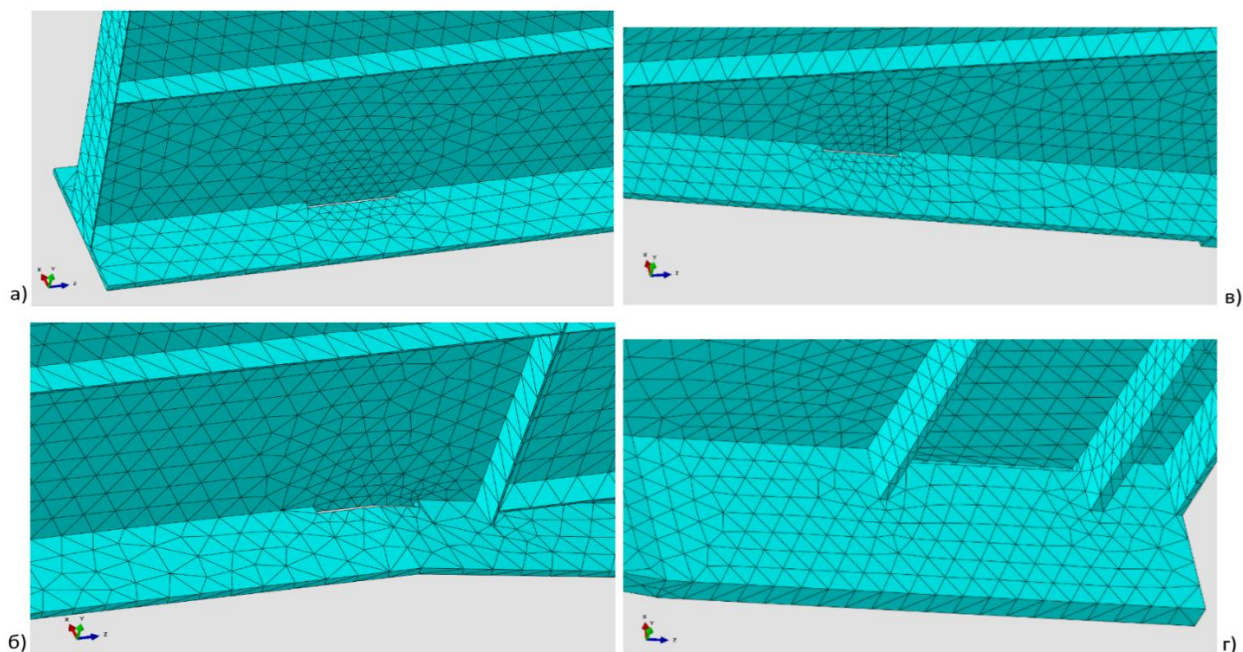
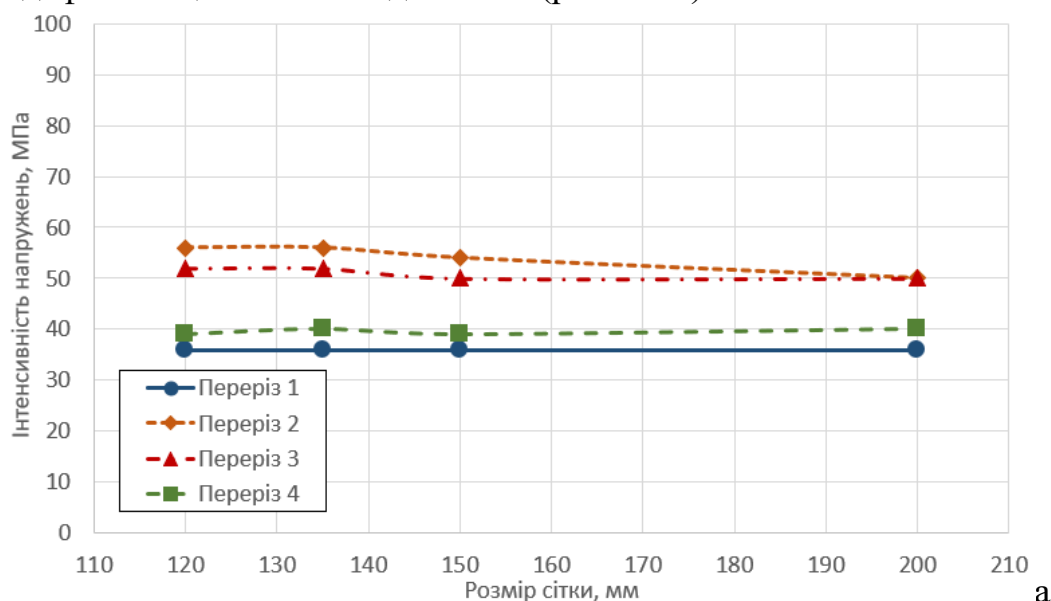
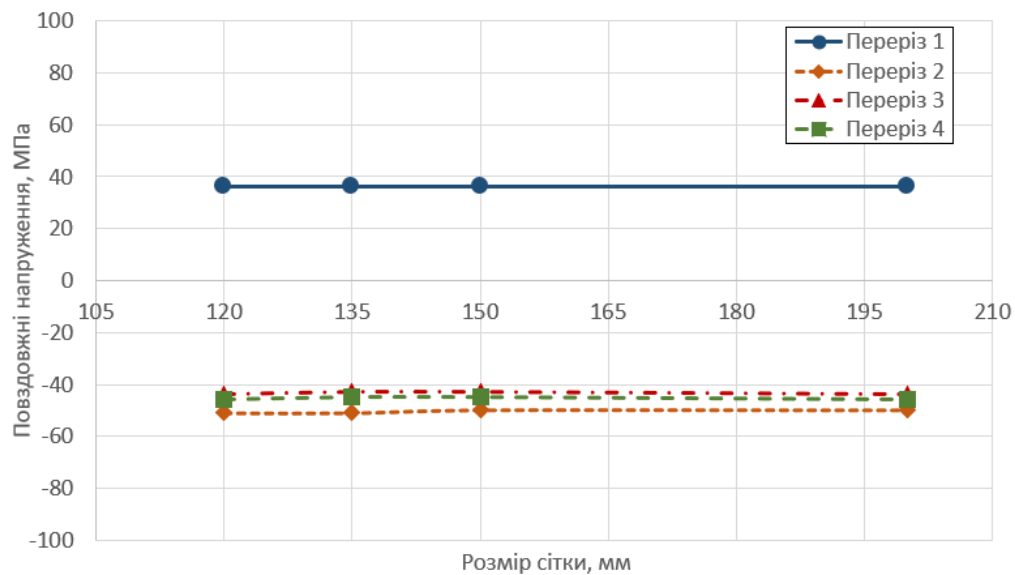


Рис.7.3.2. Дефекти несучільності (локальний корозійний дефект довжиною 500 мм та глибиною 40 мм) в зоні з'єднання стінки з нижньою полкою, додані до моделі головної прогонної балки: а) в центральній частині прогону (наскрізь); б) в місці переходу балки постійної висоти у вут (наскрізь); в) у похилій частині вута (наскрізь); г) в центральній частині вута.

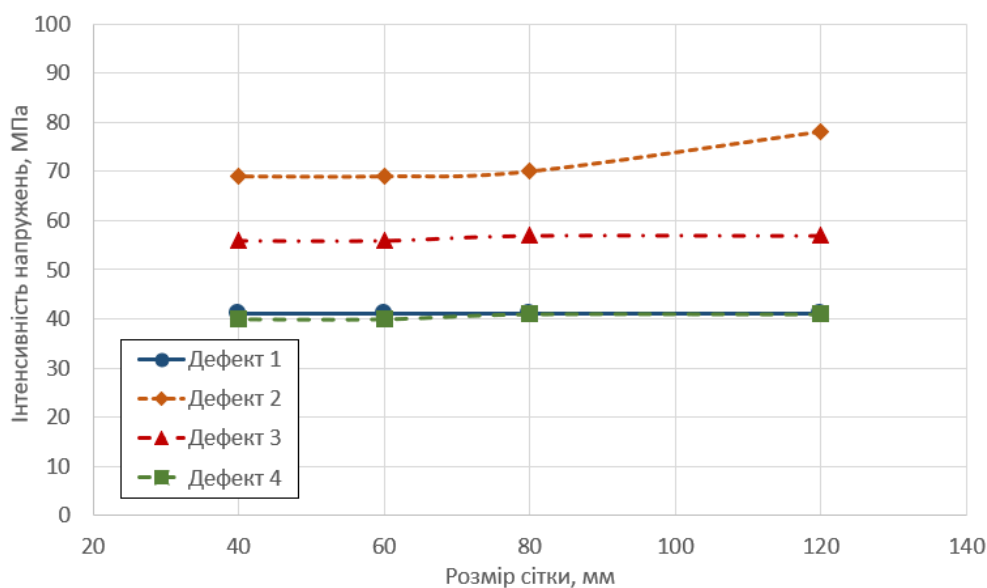
Для вибору необхідної сітки скінчено-елементної моделі була проведена процедура підбору розміру сітки за збіжністю максимальних еквівалентних та повздовжніх напружень у характерних перерізах конструкції прогонової балки без та з дефектами несучільності. Результати розрахунків для балки без дефектів на сітках розміром 120, 135, 150 та 200 мм показали (рис.7.3.3), що розмір елементів в 120 мм є достатнім для забезпечення необхідної точності визначення напружень. У випадку балки з дефектами несучільності знадобилося зменшення розміру сітки в зоні дефектів щонайменше до 80 мм (рис.7.3.4).



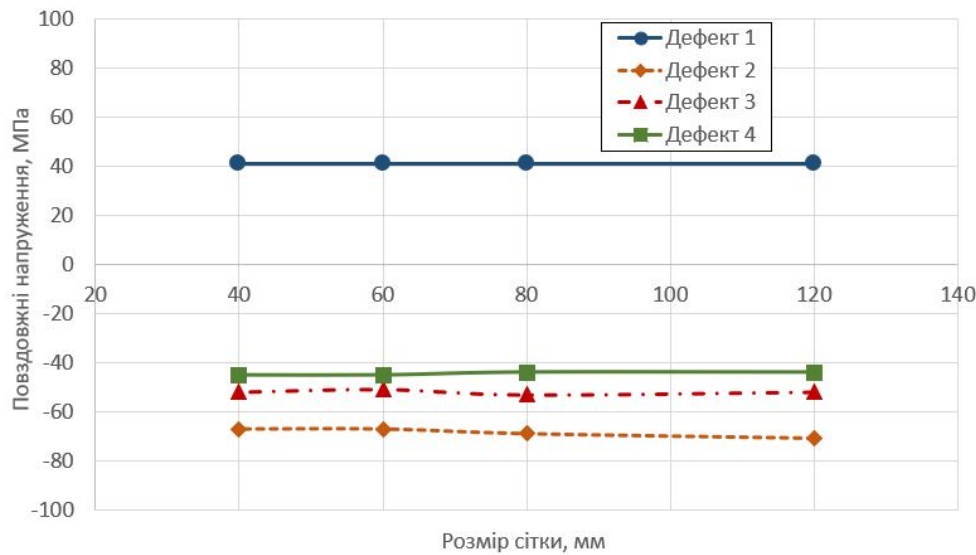


б

Рис.7.3.3 Порівняння значень максимальних напружень в обраних перерізах від розподіленої сили (0.022 МПа), прикладеної до верхньої полки у бездефектній балці, при різних розмірах скінчено-елементної сітки: а) по еквівалентним напруженням; б) по повздовжнім напруженням.



а



б

Рис.7.3.4. Порівняння значень максимальних напружень в обраних перерізах від розподіленої сили (0.022 МПа), прикладеної до верхньої полки у балці з локальними корозійними дефектами в нижній полці довжиною 500 мм та глибиною 40 мм (наскрізь), при різних розмірах скінчено-елементної сітки:

а) по еквівалентним напруженням; б) по повздовжнім напруженням

## 7.4 РЕЗУЛЬТАТИ ЧИСЕЛЬНОГО ВИЗНАЧЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ПРОГОНОВОЇ БАЛКИ

Рівень напружень за Мізесом (інтенсивність напружень), які виникають в прогоновій балці від розподіленої сили (0.022 МПа), прикладеної до верхньої полки, не перевищує 80 МПа. Наявність локальних корозійних дефектів довжиною 500 мм та глибиною 40 мм (наскрізь) в різних характерних зонах балки в зоні з'єднання стінки з полкою не викликає суттєвого підвищення інтенсивності напружень в цих зонах (Рис.7.4.1).



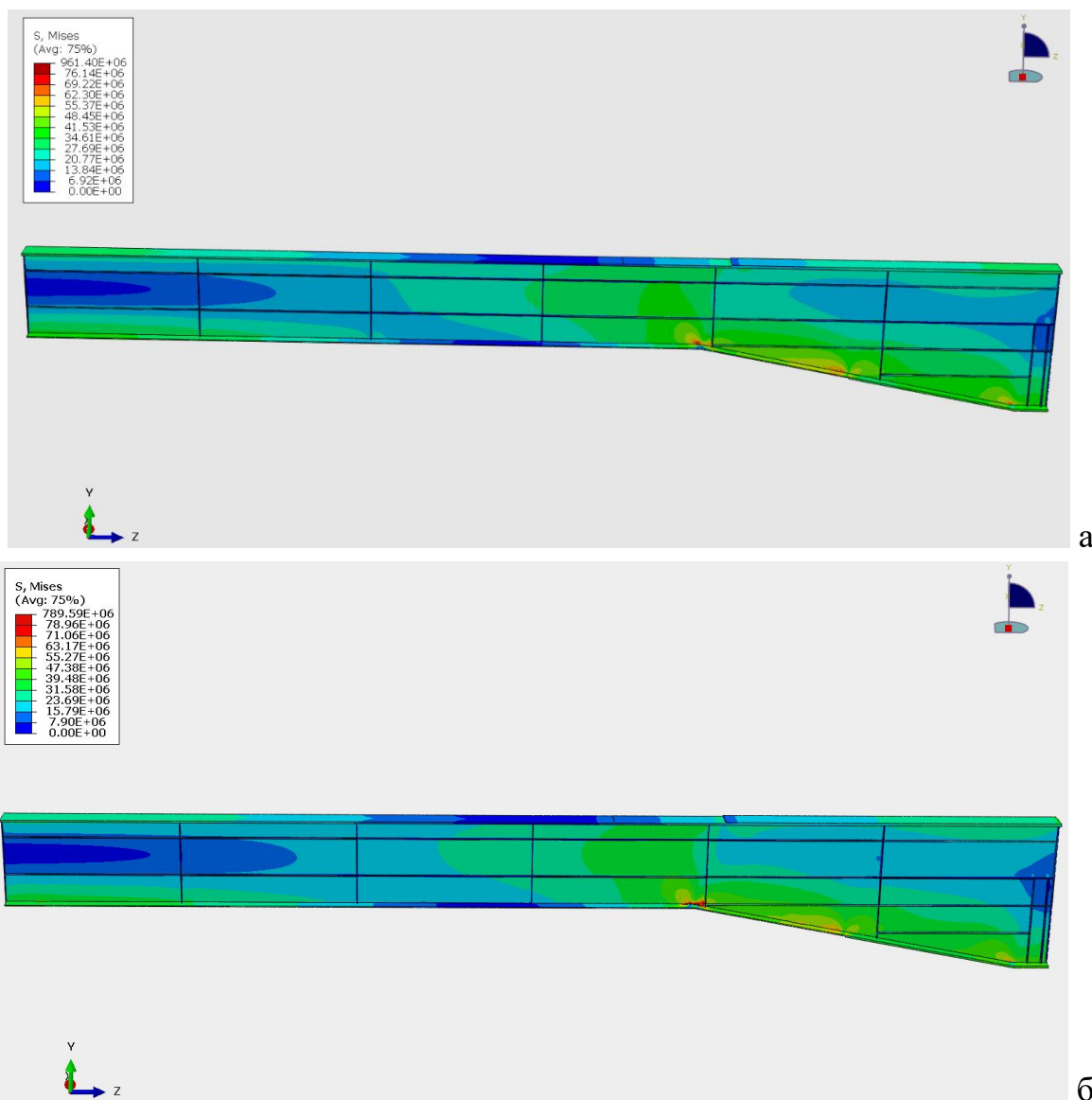


Рис.7.4.1. Розподілення напружень по Мізесу (максимум до 80 МПа) у балці від розподіленої сили (0.022 МПа), прикладеної до верхньої полки:

а) бездефектна балка;

б) балка з 4 локальними корозійними дефектами довжиною 500 мм та глибиною 40 мм (наскрізь).

Превалюючою в прогоновій балці від розподіленої сили (0.022 МПа), прикладеної до верхньої полки, являється повздовжня компонента напружень, максимум якої не перевищує 50 МПа. Наявність локальних корозійних дефектів довжиною 500 мм та глибиною 40 мм (наскрізь) в різних характерних зонах балки в зоні з'єднання стінки з полкою не викликає суттєвого підвищення повздовжніх напружень в цих зонах (Рис.7.4.2).

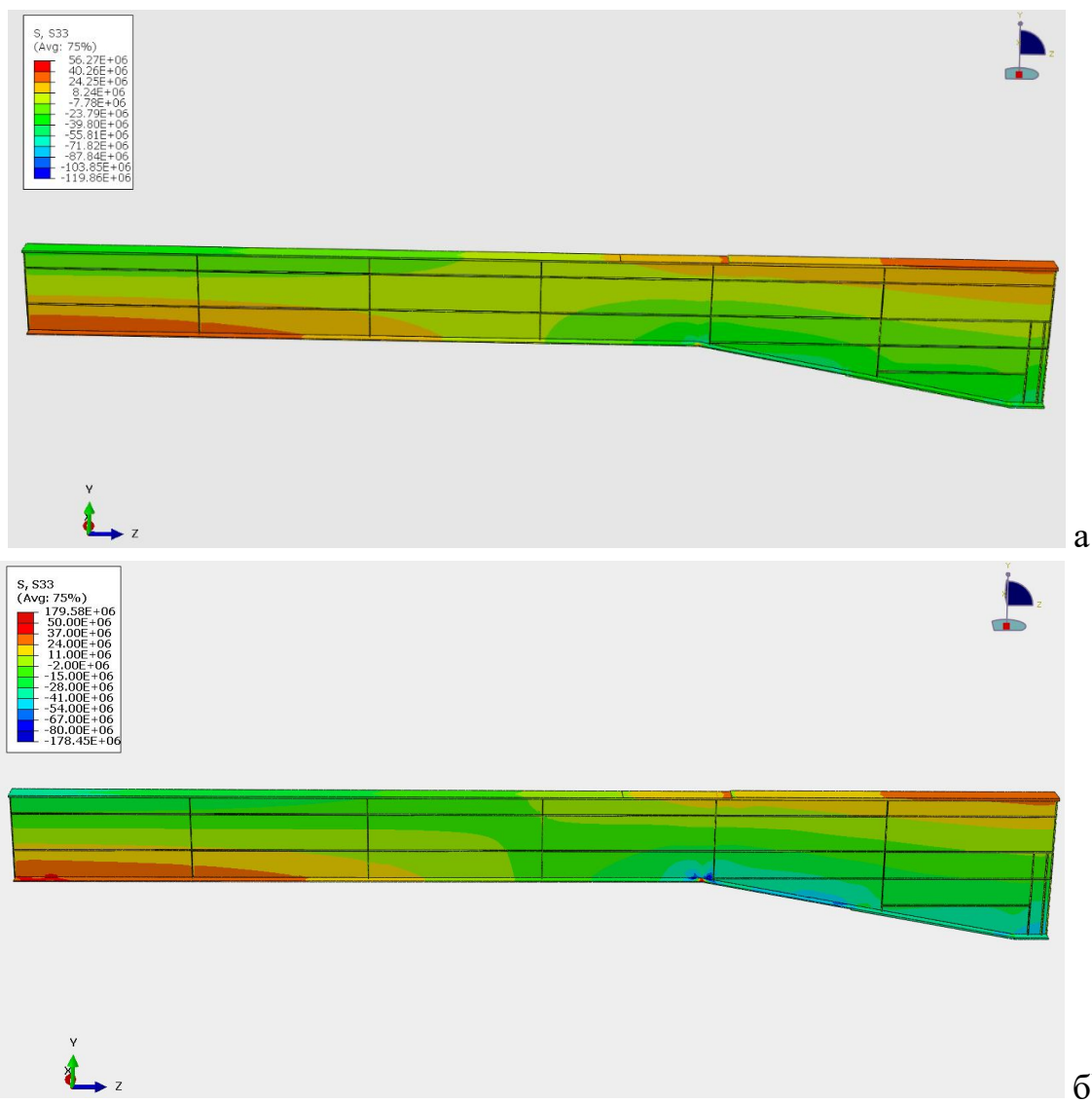


Рис.7.4.2. Розподілення повздовжніх напружень (максимум до 50 МПа) по всій балці від розподіленої сили (0.022 МПа), прикладеної до верхньої полки:

- а) бездефектна балка;
- б) балка з 4 локальними корозійними дефектами довжиною 500 мм та глибиною 40 мм (наскрізь).



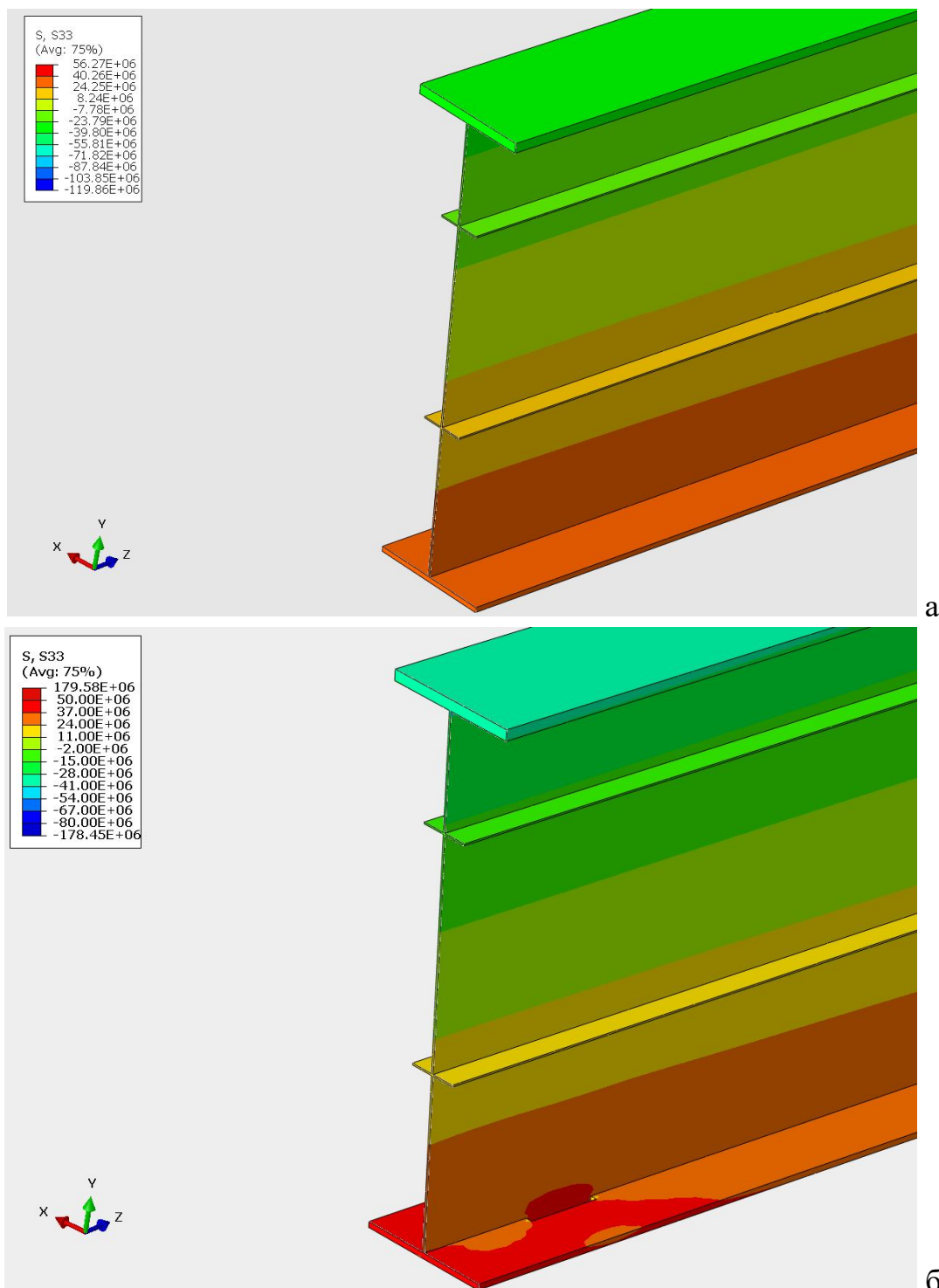
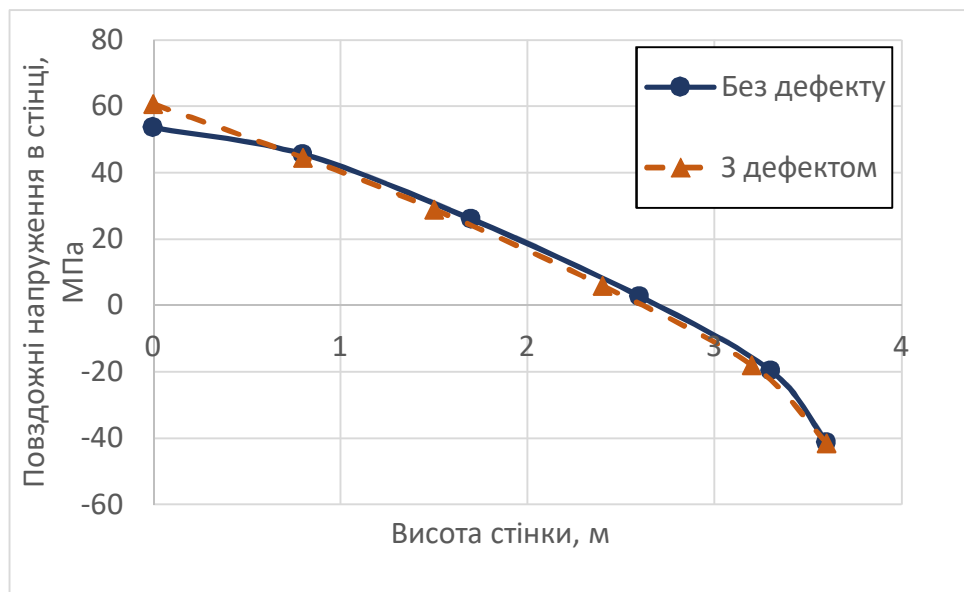
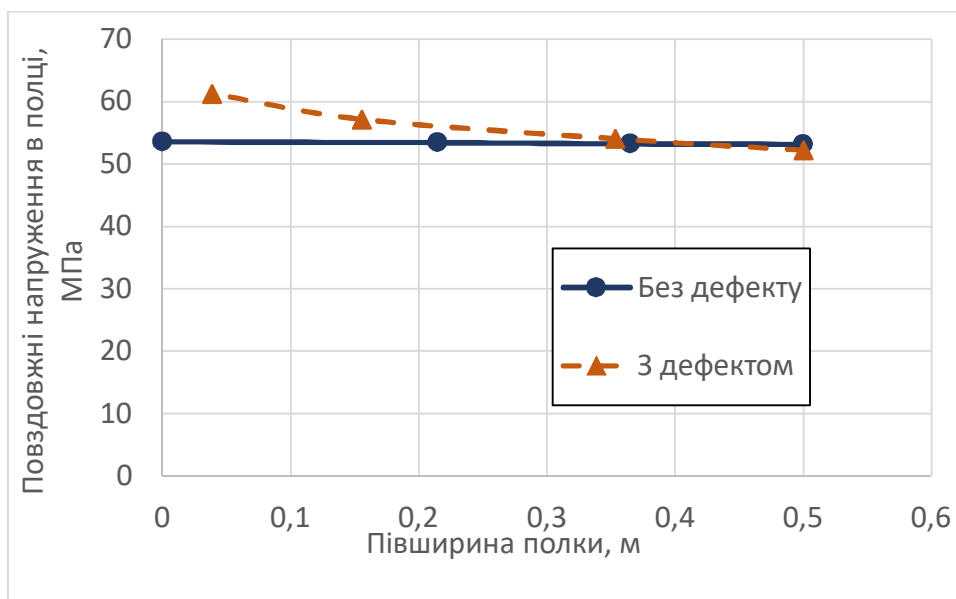


Рис.7.4.3. Розподілення повздовжніх напружень в центральній частині прогону від розподіленої сили ( $0.022 \text{ МПа}$ ), прикладеної до верхньої полки:

- а) бездефектна балка;
- б) балка з локальним корозійним дефектом довжиною  $500 \text{ мм}$  та глибиною  $40 \text{ мм}$  (наскрізь) в центральній частині прогону.



а)



б)

Рис.7.4.4. Порівняння розподілу повздовжніх напружень в центральній частині прогону від розподіленої сили (0.022 МПа), прикладеної до верхньої полки у бездефектній балці та балці з локальним корозійним дефектом в нижній полці довжиною 500 мм та глибиною 40 мм (наскрізь):

а) по висоті стінки балки;    б) по ширині нижньої полки.

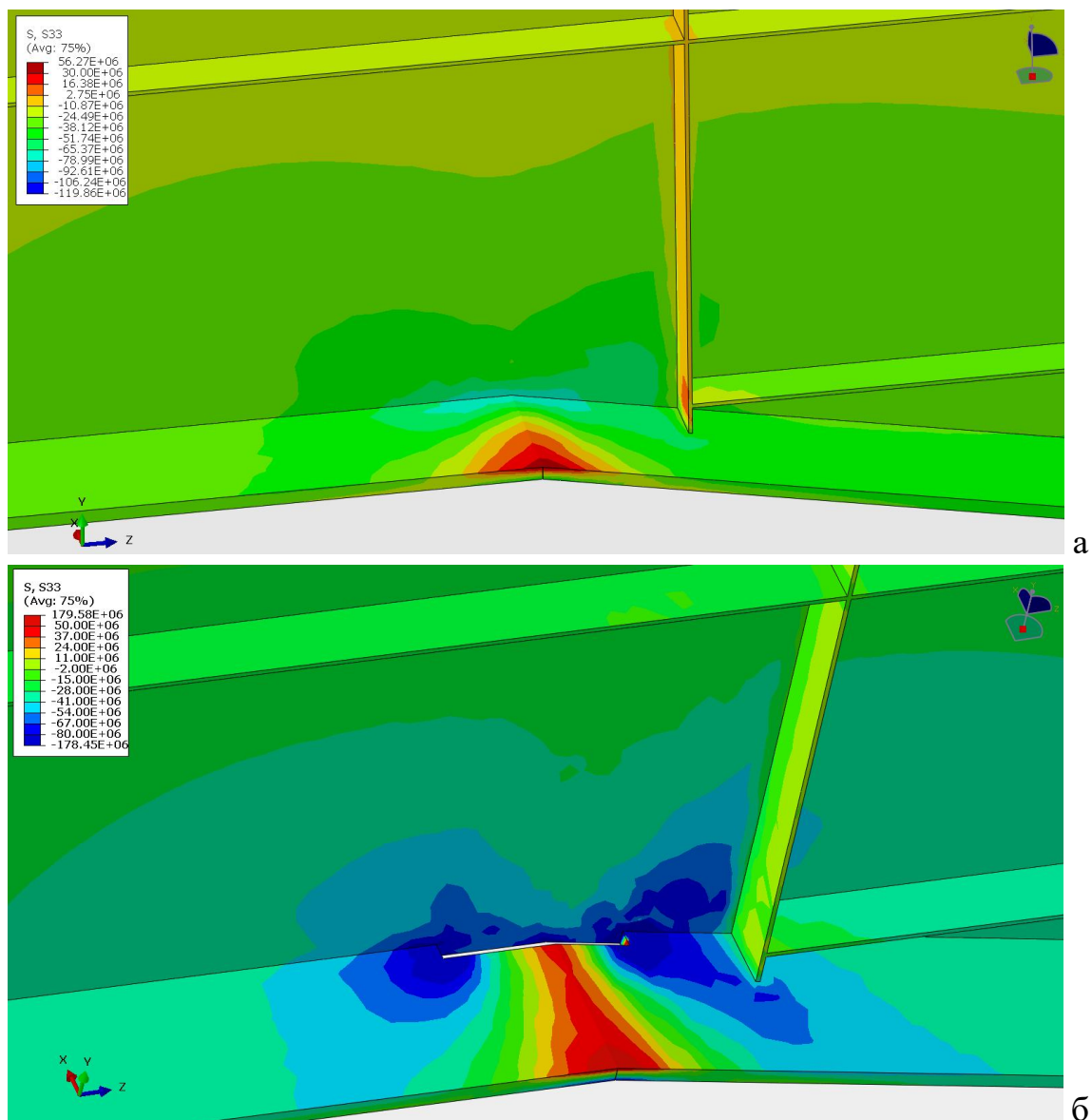


Рис.7.4.5. Розподілення повздовжніх напружень в місці переходу вута у балку постійної висоти від розподіленої сили ( $0.022 \text{ МПа}$ ), прикладеної до верхньої полки:  
 а) бездефектна балка;  
 б) балка з локальним корозійним дефектом довжиною 500 мм та глибиною 40 мм (наскрізь).

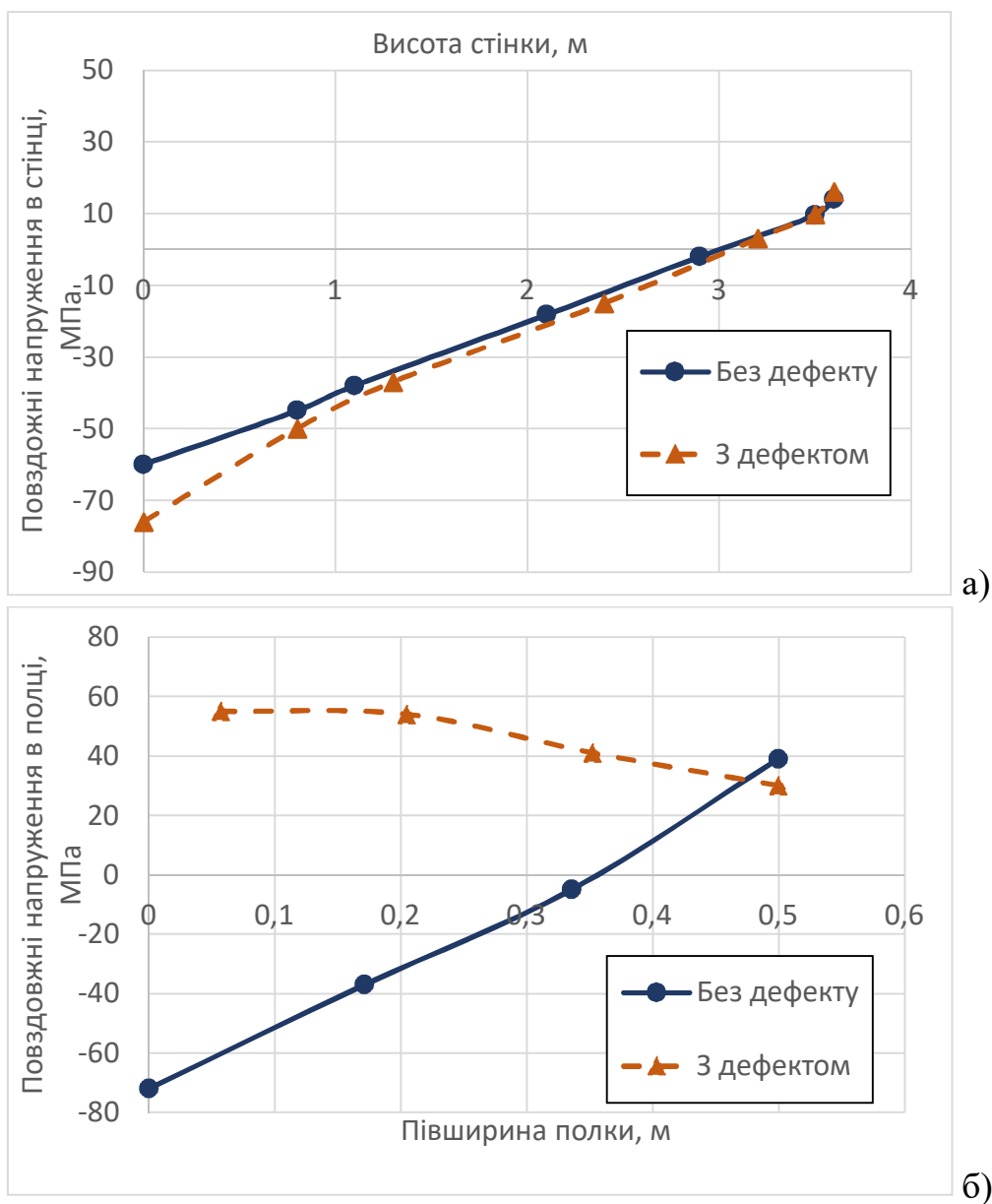


Рис.7.4.6. Порівняння розподілу повздовжніх напружень в місці переходу балки постійної висоти у вут від розподіленої сили (0.022 МПа), прикладеної до верхньої полки у бездефектній балці та балці з локальним корозійним дефектом в нижній полці довжиною 500 мм та глибиною 40 мм (наскрізь):

а) по висоті стінки балки;      б) по ширині нижньої полки.

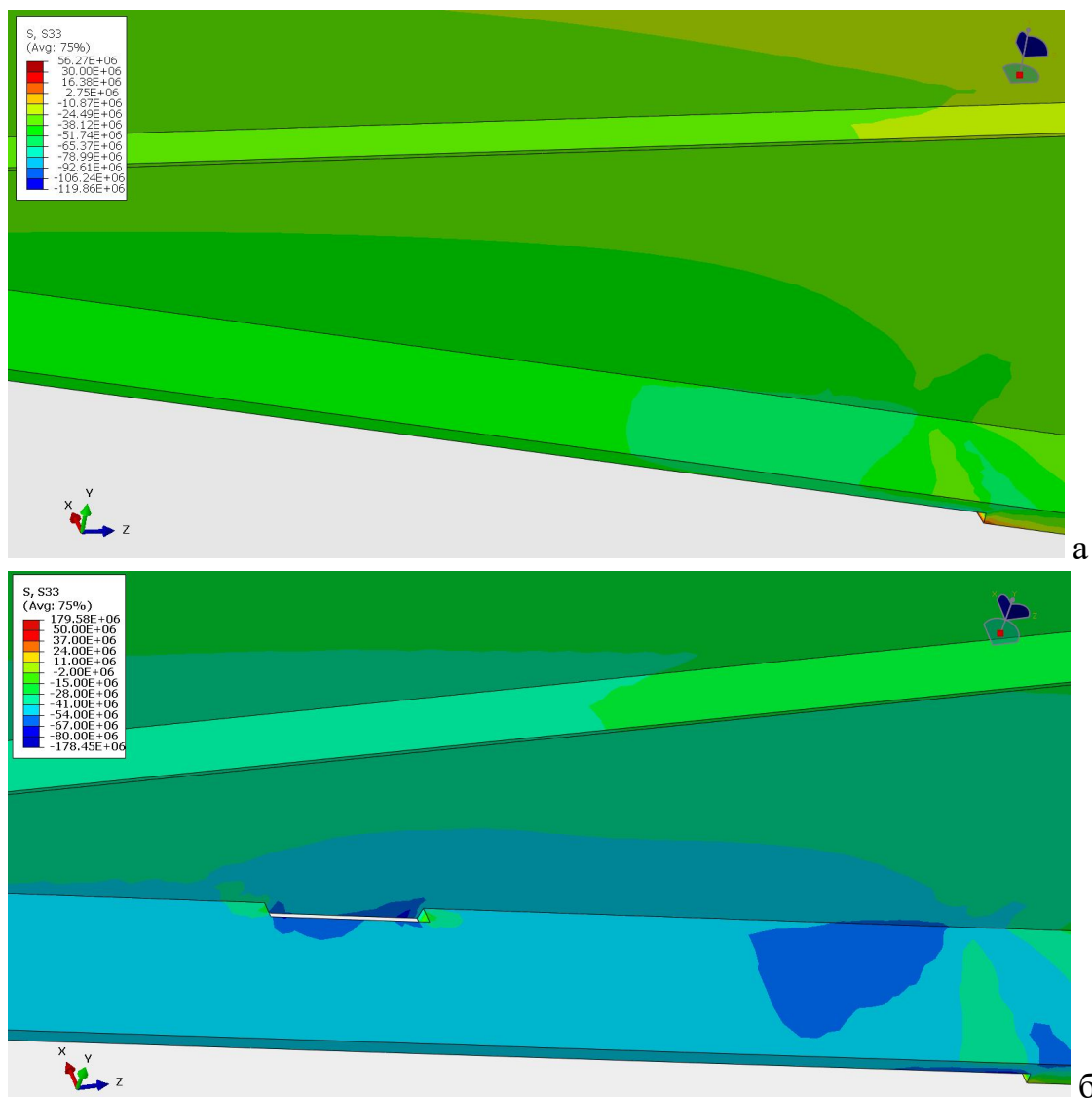


Рис.7.4.7. Розподілення повздовжніх напружень у похилій частині вута від розподіленої сили ( $0.022 \text{ МПа}$ ), прикладеної до верхньої полки:

- а) бездефектна балка;
- б) балка з локальним корозійним дефектом довжиною  $500 \text{ мм}$  та глибиною  $40 \text{ мм}$  (наскрізь).

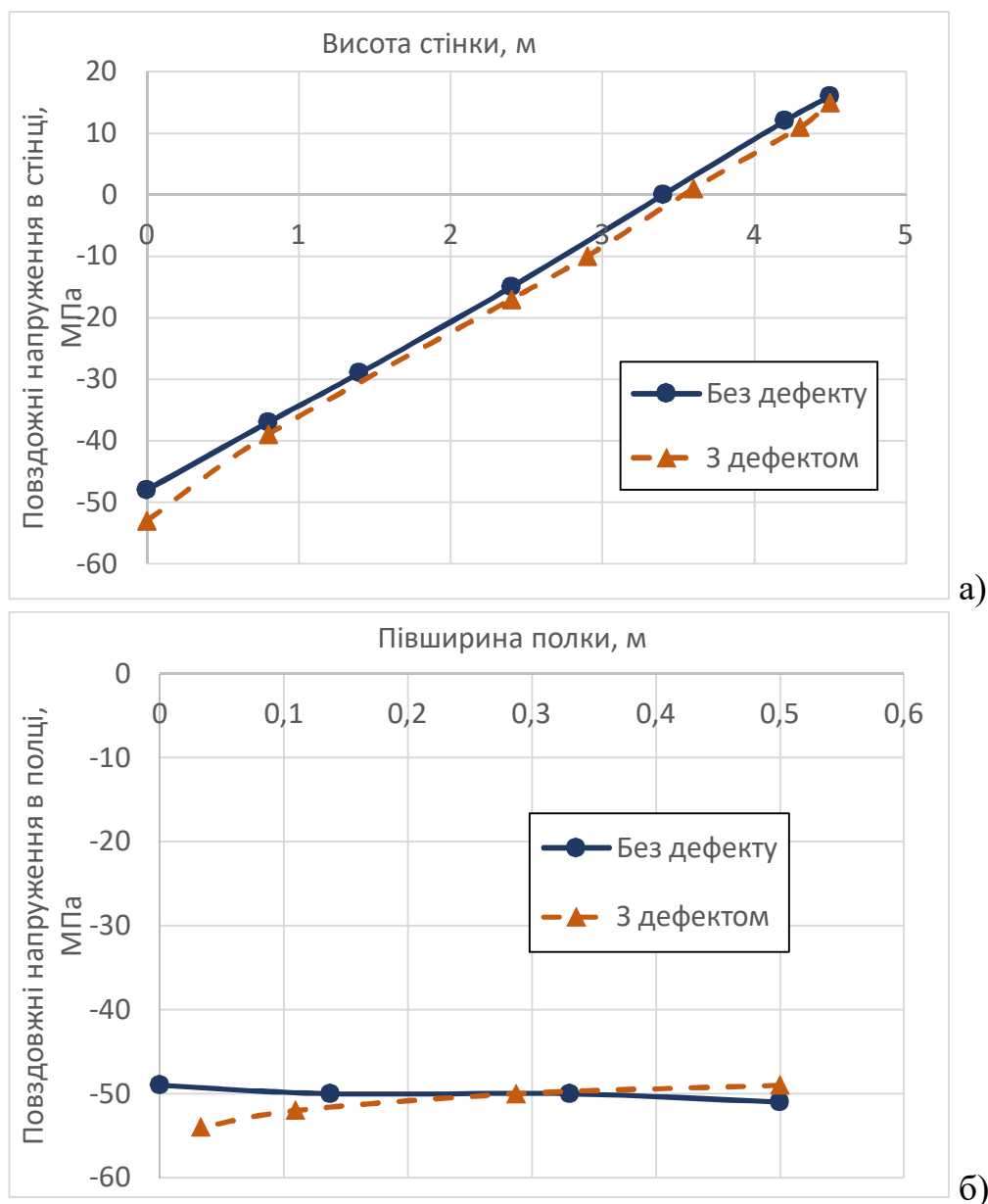
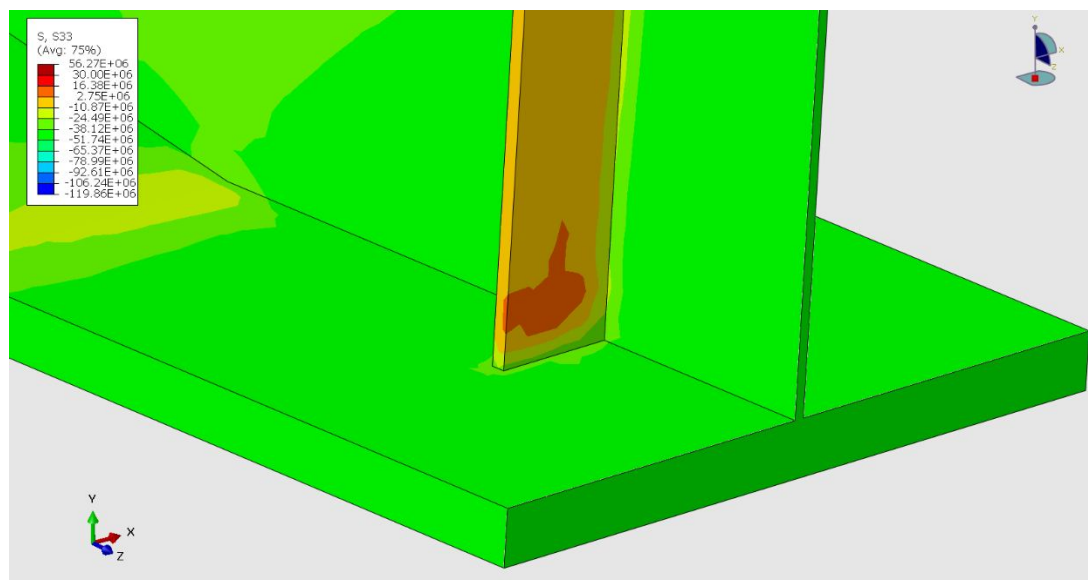


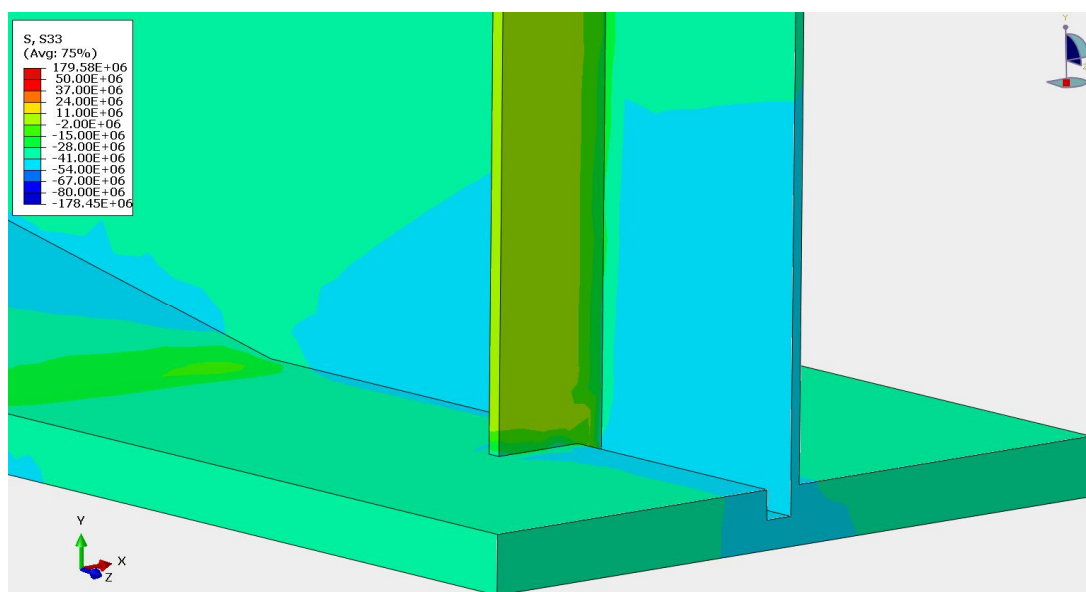
Рис.7.4.8. Порівняння розподілу повздовжніх напружень у похилій частині вута від розподіленої сили (0.022 МПа), прикладеної до верхньої полки у бездефектній балці та балці з локальним корозійним дефектом в нижній полці довжиною 500 мм та глибиною 40 мм (наскрізь):

а) по висоті стінки балки;

б) по ширині нижньої полки.



а



б

Рис.7.4.9. Розподілення повздовжніх напружень в центральній частині вута від розподіленої сили ( $0.022 \text{ МПа}$ ), прикладеної до верхньої полки:

а) бездефектна балка;

б) балка з локальним корозійним дефектом довжиною  $500 \text{ мм}$  та глибиною  $40 \text{ мм}$  (наскрізь).

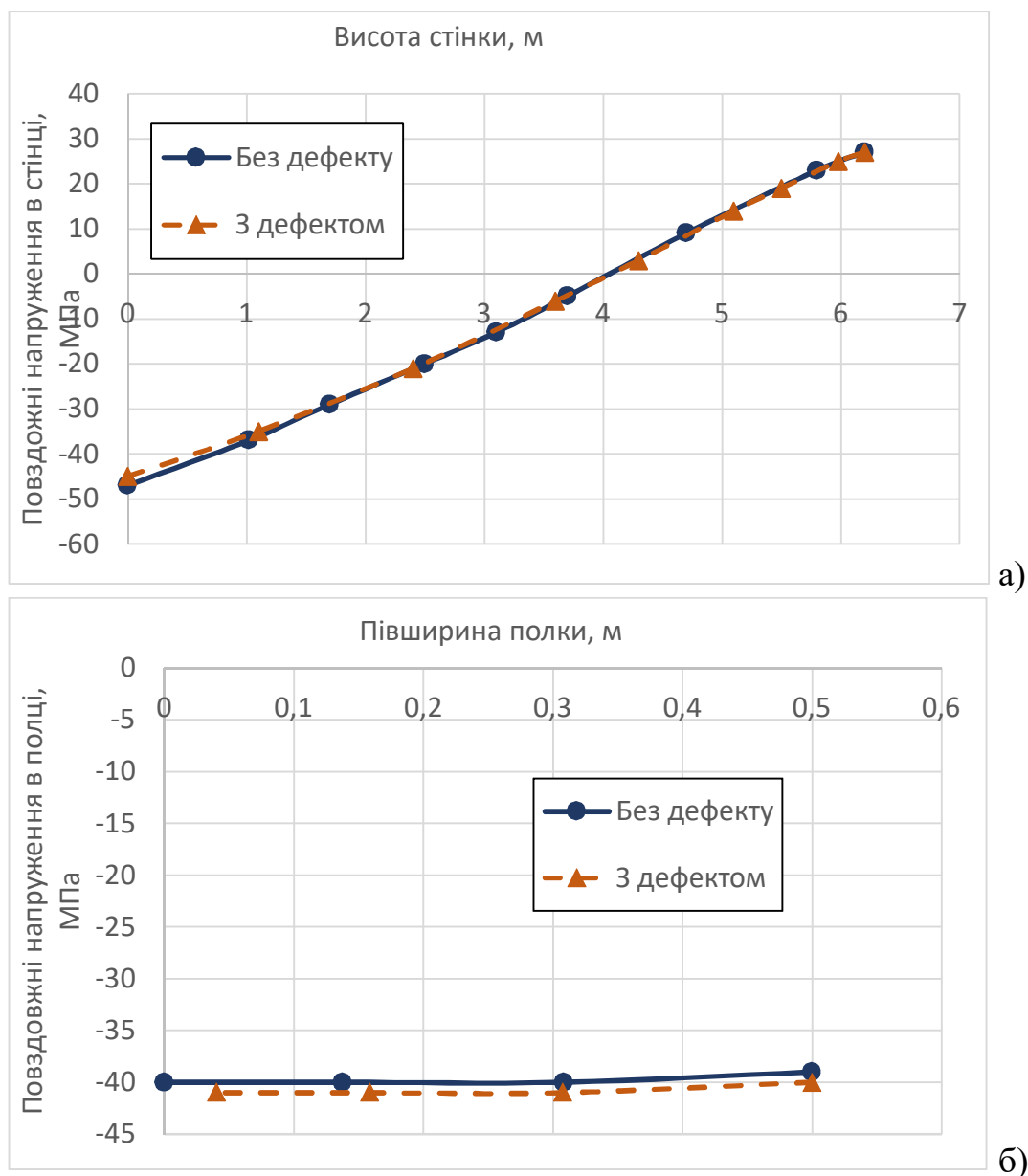


Рис.7.4.10. Порівняння розподілу повздовжніх напружень в центральній частині вута від розподіленої сили (0.022 МПа), прикладеної до верхньої полки у бездефектній балці та балці з локальним корозійним дефектом в нижній полці довжиною 500 мм та глибиною 40 мм:

а) по висоті стінки балки;      б) по ширині нижньої полки.



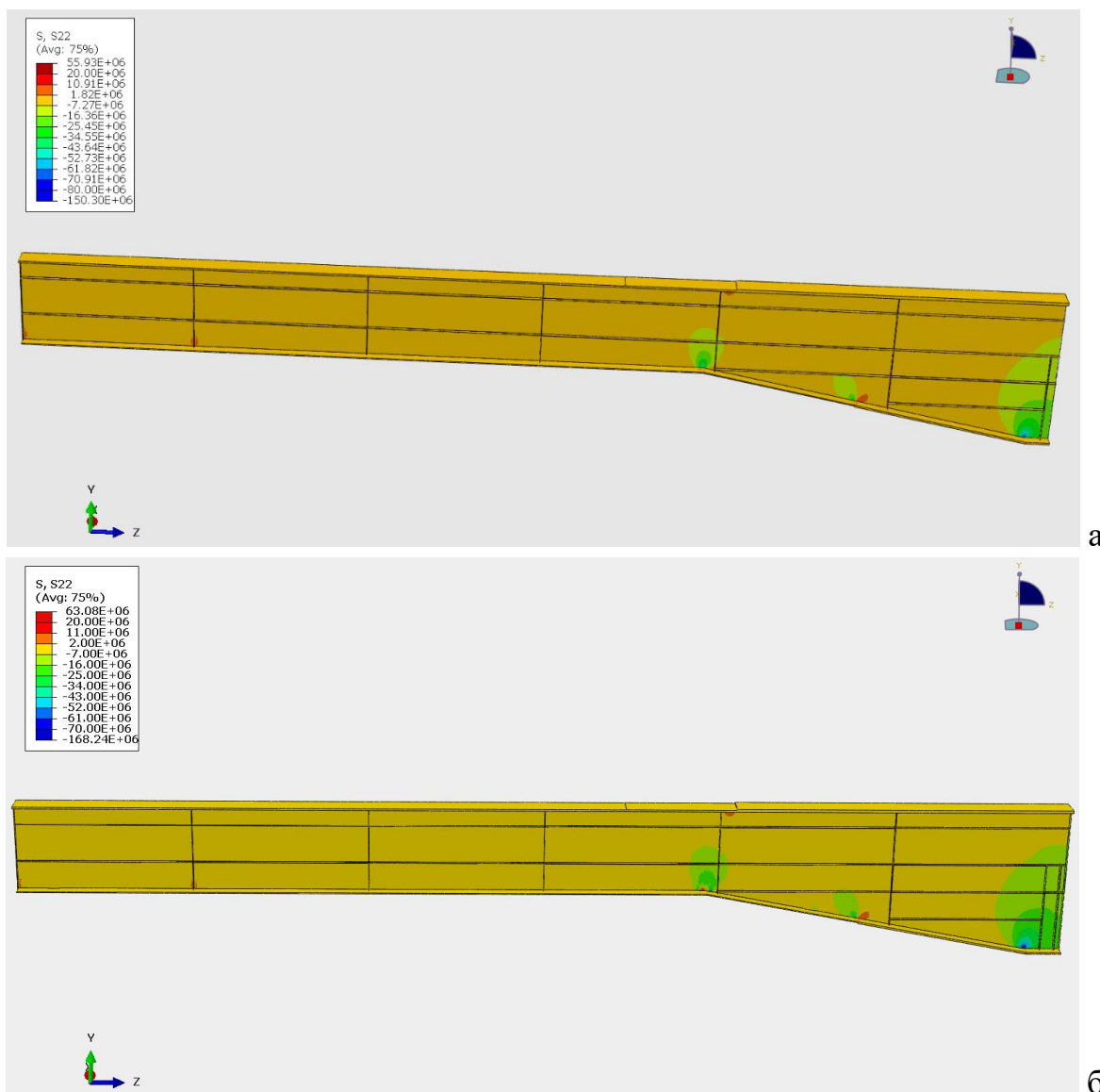


Рис.7.4.11. Розподілення вертикальних напружень по всій балці від розподіленої сили ( $0.022 \text{ МПа}$ ), прикладеної до верхньої полки:

- а) бездефектна балка;
- б) балка з 4 локальними корозійними дефектами довжиною  $500 \text{ мм}$  та глибиною  $40 \text{ мм}$  (наскрізь).

## 7.5 ВИСНОВКИ

Наявність в центральній частині прогону локального корозійного дефекту довжиною 500 мм та глибиною 40 мм (наскрізь) в зоні з'єднання стінки з полкою приводить до підвищення повздовжніх напружень (Рис.7.4.3.) в стінці балки (Рис.7.4.4а) і в полці (Рис.7.4.4б) з 50 МПа до 60 МПа.

Наявність в місці переходу вута у балку постійної висоти локального корозійного дефекту довжиною 500 мм та глибиною 40 мм (наскрізь) в зоні з'єднання стінки з полкою (Рис.7.4.5) не впливає на повздовжні напруження в стінці балки (Рис.7.4.6а), але приводить до підвищення повздовжніх напружень в полці в зоні дефекту до 55 МПа. (Рис.7.4.6б).

У випадку наявності у похилій частині вута локального корозійного дефекту довжиною 500 мм та глибиною 40 мм (наскрізь) в зоні з'єднання стінки з полкою (Рис.7.4.7) не приводить до підвищення повздовжніх напружень в полці балки (Рис.7.4.8а) і майже не впливає на повздовжні напруження в стінці (Рис.7.4.8б), які дорівнюють -55 МПа.

Вплив розташованого в центральній частині вута локального корозійного дефекту довжиною 500 мм та глибиною 40 мм в зоні з'єднання стінки з полкою (Рис.7.4.9) майже не впливає на розподіл повздовжніх напружень в стінці балки (Рис.7.4.10.а) і в полці (Рис.7.4.10.б), тримаючись на -45 МПа.

Вертикальна компонента напружень, яка виникає в прогоновій балці від розподіленої сили (0.022 МПа), прикладеної до верхньої полки, значно нижче за рівнем, чим повздовжня компонента і не перевищує 5 МПа. Наявність локальних корозійних дефектів довжиною 500 мм та глибиною 40 мм (наскрізь) в різних характерних зонах балки в зоні з'єднання стінки з полкою не викликає суттєвого підвищення напружень в цих зонах (Рис.7.4.11).

Таким чином, результати розрахунку показали, що зварна конструкція головних прогонових балок мосту Патона має досить значний коефіцієнт запасу стосовно розподіленого навантаження, прикладеного до верхньої полки двотаврової балки. Тому наявність локальних корозійних дефектів несучільності матеріалу достатньо великого розміру (довжиною 500 мм та глибиною 40 мм, фактично наскрізь) в зоні з'єднання стінки і нижньої полки не впливає суттєво на розподіл повздовжніх напружень, які є превалюючими при такому навантаженні.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Ткачук К.Н., Зацарний В.В. та ін. Охорона праці та промислова безпека. Навчальний посібник. – К.: Лібра, 2010. – 559 с.
2. ДБН В.1.2-15:2009, МОСТИ ТА ТРУБИ НАВАНТАЖЕННЯ І ВПЛИВИ, Київ Мінрегіонбуд України 2009, с.84.
3. ДБН В.2.3-22:201Х, МОСТИ ТА ТРУБИ ОСНОВНІ ВИМОГИ ПРОЕКТУВАННЯ, Київ Міністерство регіонального розвитку будівництва та житлово-комунального господарства України, 201Х, с.74.
4. Писаренко Г.С., Лебедев А.А. Деформирование и прочность материалов при сложном напряженном состоянии. - К.: Наук. думка, 1976 - 415с.
5. Писаренко Г.С..Можаровский Н.С. Уравнения и краевые задачи теории пластичности и ползучести. Справочное пособие.-К. Наук. думка, 1981.- 496с.
6. Прочность материалов и элементов конструкций в экстремальных условиях в 2-х т./ Под общ.ред. Писаренко Г.С. - К.: Наук. думка, 1980.-Т.1.-535с., Т.2.- 539с.
7. Механические свойства конструкционных материалов при сложном напряженном состоянии. Справочник/ Лебедев А.А., Ковальчук Б.И., Гигиняк Ф.Ф., Ламашевский В.П./- К.: Наук. думка, 1996.- 740 с.
8. Писаренко Г.С., Стрижало В.А. Экстремальные методы в механике деформируемого твердого тела. - К.: Наук. думка, 1986.-263с.
9. Рудаков К.М. Чисельні методи аналізу в динаміці та міцності конструкцій.- К.: НТУУ «КПІ».-2007.-379 с.
10. Положення про організацію дипломного проектування та державну атестацію студентів НТУУ «КПІ»./Уклад. В.Ю.Угольніков. Заг. Ред.. Ю.І.Якименка – К:ВПК «Політехніка», 2014. – 84с
11. Розроблення стартап-проекту [Електронний ресурс] : Методичні рекомендації до виконання розділу магістерських дисертацій для студентів інженерних спеціальностей / За заг. ред. О.А. Гавриша. – Київ : НТУУ «КПІ», 2016. – 28 с.

## СПЕЦИФІКАЦІЯ ВИПРОБУВАЛЬНОЇ УСТАНОВКИ КМ-50

| Формат    | Зона | Поз. | Обозначение            | Наименование          | Кол. | Примечание                                                                                                                                   |
|-----------|------|------|------------------------|-----------------------|------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|           |      |      |                        | Документація          |      |                                                                                                                                              |
| A1        |      |      | МП71. КМ50.00.00.00.СК | Складальне креслення  | 1    |                                                                                                                                              |
| A1        |      |      | МП71. КМ50.00.00.00.СК | Схема установки       | 1    |                                                                                                                                              |
|           |      |      |                        | Складальні одиниці    |      |                                                                                                                                              |
|           | 1    |      |                        | Зразок                | 1    |                                                                                                                                              |
|           | 2    |      |                        | Захват нижній         | 1    |                                                                                                                                              |
|           | 3    |      |                        | Гвинт                 | 1    |                                                                                                                                              |
|           | 4    |      |                        | Зубчасте колесо       | 1    |                                                                                                                                              |
|           | 5    |      |                        | Черв'ячне колесо      | 1    |                                                                                                                                              |
|           | 6    |      |                        | Стопорна гайка        | 1    |                                                                                                                                              |
|           | 7    |      |                        | Зубчасте колесо       | 1    |                                                                                                                                              |
|           | 8    |      |                        | Зубчасте колесо       | 1    |                                                                                                                                              |
|           | 9    |      |                        | Валик                 | 1    |                                                                                                                                              |
|           | 10   |      |                        | Електродвигун         | 1    |                                                                                                                                              |
|           | 11   |      |                        | Редуктор              | 1    |                                                                                                                                              |
|           | 12   |      |                        | Циліндричний редуктор | 1    |                                                                                                                                              |
|           | 13   |      |                        | Барабан               | 1    |                                                                                                                                              |
|           | 14   |      |                        | Стрічка               | 1    |                                                                                                                                              |
|           | 15   |      |                        | Лімб                  | 1    |                                                                                                                                              |
|           | 16   |      |                        | Стрілка               | 1    |                                                                                                                                              |
|           | 17   |      |                        | Ролик                 | 1    |                                                                                                                                              |
|           | 18   |      |                        | Тяга                  | 1    |                                                                                                                                              |
|           | 19   |      |                        | Важіль                | 1    |                                                                                                                                              |
|           | 20   |      |                        | Ролик                 | 1    |                                                                                                                                              |
|           | 21   |      |                        | Верхній захват        | 1    |                                                                                                                                              |
|           | 22   |      |                        | Противага             | 1    |                                                                                                                                              |
|           |      |      | МП71. КМ50.00.00.00.СК |                       |      |                                                                                                                                              |
| Изм. Лист |      |      | № докум.               | Подп.                 | Дата | <div>Редуктор</div> <div>циліндрично-конічний</div> <div>Лит. Лист Листов</div> <div>1 1</div> <div>НТУУ "КПІ"</div> <div>ММІ гр.МП-71</div> |
| Разраб.   |      |      | Махненко О.О.          |                       |      |                                                                                                                                              |
| Проб.     |      |      | Лавренко Я.І.          |                       |      |                                                                                                                                              |
| Н.контр.  |      |      |                        |                       |      |                                                                                                                                              |
| Утв.      |      |      |                        |                       |      |                                                                                                                                              |

## СПЕЦИФІКАЦІЯ ЦИЛІНДРИЧНО-КОНІЧНОГО РЕДУКТОРА

| Формат   | Зона | Поз.          | Обозначение            | Наименование                 | Кол. | Примечание   |
|----------|------|---------------|------------------------|------------------------------|------|--------------|
|          |      |               |                        | Документація                 |      |              |
| A1       |      |               | МП71. КМ50.00.00.00.СК | Складальне креслення         | 1    |              |
| A1       |      |               | МП71. КМ50.00.00.00.СК | Схема установки              | 1    |              |
|          |      |               |                        | Складальні одиниці           |      |              |
|          |      | 1             |                        | Вал вхідний                  | 1    |              |
|          |      | 2             |                        | Вал проміжний                | 1    |              |
|          |      | 3             |                        | Вал вихідний                 | 1    |              |
|          |      | 4             |                        | Втулка                       | 1    |              |
|          |      | 5             |                        | Втулка                       | 1    |              |
|          |      | 6             |                        | Втулка                       | 1    |              |
|          |      | 7             |                        | Комплект прокладок           | 1    |              |
|          |      | 8             |                        | Комплект прокладок           | 1    |              |
|          |      | 9             |                        | Кришка корпусу               | 1    |              |
|          |      | 10            |                        | Кришка корпусу               | 1    |              |
|          |      | 11            |                        | Циліндричне колесо           | 1    |              |
|          |      | 12            |                        | Жезловий маслоуказувач       | 1    |              |
|          |      | 13            |                        | Ручка-віддушина              | 1    |              |
|          |      | 14            |                        | Корпус                       | 1    |              |
|          |      | 15            |                        | Бурт вала                    | 1    |              |
|          |      | 16            |                        | Кришка захисна               | 1    |              |
|          |      | 17            |                        | Конічне колесо               | 1    |              |
|          |      | 18            |                        | Приймак циліндрична          | 1    |              |
|          |      | 19            |                        | Підшипник 36207К ГОСТ 831-75 | 2    |              |
|          |      | 20            |                        | Підшипник 36205К ГОСТ 831-75 | 2    |              |
|          |      | 21            |                        | Підшипник 36210К ГОСТ 831-75 | 2    |              |
|          |      |               | МП71. КМ50.00.00.00.СК |                              |      |              |
|          |      |               |                        |                              |      | Лит.         |
|          |      |               |                        |                              |      | Лист         |
|          |      |               |                        |                              |      | Листов       |
|          |      |               |                        |                              |      | 1            |
|          |      |               |                        |                              |      | НТУУ "КПІ"   |
|          |      |               |                        |                              |      | ММІ гр.МП-71 |
| Изм.     | Лист | № докум.      | Подп.                  | Дата                         |      |              |
| Разраб.  |      | Махненко О.О. |                        |                              |      |              |
| Проб.    |      | Лавренко Я.І. |                        |                              |      |              |
| Н.контр. |      |               |                        |                              |      |              |
| Утв.     |      |               |                        |                              |      |              |