

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

Кривенко-Еметов Я.Д. , Бех С.В. , Монастирський Г.Є.

АТОМНА ФІЗИКА

Лабораторний практикум

Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
як навчальний посібник для здобувачів I ступеня вищої освіти (бакалавра)
за освітньою програмою «Прикладна фізика»
спеціальності Е6 Прикладна фізика та наноматеріали

Електронне мережеве навчальне видання

Київ
КПІ ім. ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО
2025

УДК 539.1:530.145 (076.5)

Автори:

Кривенко-Еметов Ярослав Дмитрович, канд. фіз.-мат. наук, доцент
Бех Станіслав Вікторович, старший викладач
Монастирський Геннадій Євгенович, д-р. фіз.-мат. наук, професор

Рецензенти: *Нестеров В.О.*, канд. фіз.-мат. наук, ст. наук. спів. відділу структури ядра
Інституту ядерних досліджень НАНУ
Кондаков В.О., канд. фіз.-мат. наук, доцент каф. прикладної фізики, НТУУ
“КПІ”

Відповідальний

редактор *Смирнов С. А.*, канд. фіз.-мат. наук, доцент

*Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
(протокол № 3 від 12.12.2025 р.)
за поданням вченої ради навчально-наукового фізико-технічного інституту
(протокол № 15 від 08.12.2025 р.)*

Атомна фізика: Лабораторний практикум [Електронний ресурс]: навч. посіб. для здобувачів I ступеня вищої освіти (бакалавра) за освіт. програмою «Прикладна фізика» спец. 105 Прикладна фізика та наноматеріали / Кривенко-Еметов Я.Д., Бех С.В. Монастирський Г.Є.; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електрон. текст. дані (1 файл). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2025. – 49 с.

Лабораторний практикум містить в собі комплект чотирьох лабораторних робіт, що рекомендовані з дисципліни "Атомна фізика". Надано теоретичний матеріал, необхідний для розуміння фізичних процесів, що вивчаються; приведено опис і сутність досліджень, основні складові та порядок виконання робіт. Лабораторний практикум призначений для здобувачів I ступеня вищої освіти (бакалавра), що навчаються за спеціальністю Е6 «Прикладна фізика та наноматеріали», а також буде корисним для викладачів, аспірантів і студентів з фізики інших спеціальностей вищих технічних учбових закладів.

УДК 539.1:530.145(076.5)

Реєстр. № НП 25/26-135. Обсяг 3,0 авт. арк.

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
проспект Берестейський, 37, м. Київ, 03056
<https://kpi.ua>

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців, виготовлювачів
і розповсюджувачів видавничої продукції ДК № 5354 від 25.05.2017 р.

© Кривенко-Еметов Я.Д. , Бех С.В. , Монастирський Г.Є. 2025

© КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2025

Зміст

	Стор.
Передмова та загальні вказівки до виконання Лабораторного практикуму	4
1 Лабораторна робота №1. «Дослід Франка-Герца»	6
1.1 Теоретична довідка	6
1.2 Експериментальне устаткування	8
1.3 Хід експерименту	10
1.4 Завдання та вказівки при виконанні роботи	12
1.5 Контрольні запитання	15
1.6 Рекомендована література	16
2 Лабораторна робота №2. «Спектр випромінювання молекулярного водню» . .	17
2.1 Теоретична довідка	17
2.1.1 Утворення молекул і електронна структура	17
2.1.2 Енергетичні терми молекули	17
2.1.3 Коливальний та обертальний рух	18
2.1.4. Структура спектра молекули	19
2.2 Експериментальні подробиці	20
2.3 Хід експерименту	22
2.4 Завдання	22
2.5 Контрольні запитання	23
2.6 Рекомендована література	23
3 Лабораторна робота №3. «Вивчення принципів роботи р-п переходу в напівпровідниковому діоді»	24
3.1 Теоретична довідка	24
3.2 Експериментальне устаткування	34
3.2 Порядок роботи (Хід експерименту)	35
3.3 Завдання та вказівки при виконанні роботи	35
3.4 Контрольні запитання	35
3.5 Рекомендована література	36
4 Лабораторна робота №4. «Вимірювання температурної залежності електроопору провідників, напівпровідників та діелектриків»	37
4.1 Теоретична довідка	37
4.2 Експериментальне устаткування	41
4.3 Хід експерименту	42
4.4 Завдання та вказівки при виконанні роботи	43
4.5 Контрольні запитання	44
4.6 Рекомендована література	44
Додаток А1. Обробка даних з урахуванням похибок	45
Додаток А2. Оформлення титульного аркушу	49

Передмова та загальні вказівки до виконання Лабораторного практикуму

Навчальний посібник містить опис чотирьох робіт лабораторного практикуму з дисципліни «Атомна фізика». Метою Практикуму є вивчення студентами через виконання лабораторних робіт, обробку та трактування результатів експерименту з основ квантової фізики, коли класичні уявлення й закони вже перестають працювати,.

До опису кожної лабораторної роботи надано теоретичний матеріал, який є необхідною основою для розуміння фізичних процесів, що вивчаються. Завершенням розділу є контрольні запитання. При розробці електронного видання укладачі користувалися власними методичними доробками.

Лабораторні роботи, як і кожне дослідження з фізики, загалом виконуються в чотири етапи, а саме: 1. Підготовчий етап. 2. Виконання роботи. 3. Обробка даних та оформлення отриманих результатів. 4. Обговорення результатів роботи.

1. Підготовчий етап.

Необхідно сформулювати постановку задачі. Для цього виявити, яке саме явище буде досліджуватись, та визначити мету експерименту.

Ознайомитись з теоретичними основами явищ і процесів, які будуть вивчатись; визначити, яка методика буде застосовуватися та які потрібні для цього прилади; встановити, які саме величини і з якою точністю необхідно вимірювати.

2. Виконання роботи.

Ознайомитись з наявними приладами, визначити їх можливості. Сюди відноситься принцип їх роботи, класи точності, тощо. Визначити, чи прилади потребують наладки та перевірки.

Занести в Лабораторний журнал (ЛЖ) характеристики приладів, калібрувальні таблиці, параметри зразків, що не змінюються під час експерименту, тощо.

Всі виміри, що отримуються під час експерименту, необхідно ретельно фіксувати в ЛЖ. Це полегшить подальшу обробку результатів.

Важливе зауваження. В ЛЖ заносяться лише первісні дані, а саме: отримані показання приладів і вимірювальних пристроїв. Усі перерахунки потрібно робити тільки при подальшій обробці результатів. Оскільки в разі помилки при перерахунку, відновити достовірну інформацію не буде неможливим.

Якщо отримані дані не вкладаються у ваші уявлення про досліджувані процеси, не відкидайте їх, а спробуйте розібратись, в чому причина розбіжності.

3. Обробка даних та оформлення отриманих результатів.

Цей етап роботи, як і проведення вимірів, є дуже важливим. Звіт про виконану лабораторну роботу складається з таких пунктів.

1. Титульний лист, який оформлюється відповідно до Додатку А2.
2. Назва роботи. Мета. Зміст.
3. Теоретична частина. Коротко надаються відомості щодо явища, яке вивчається, та стисло описується теоретичне підґрунтя роботи. Обов'язково додаються формули та рисунки, які необхідні для обробки експериментальних даних.
4. Експериментальна частина. Надається схема експерименту з поясненнями або опис експериментальної установки.
5. Протокол вимірювань та обробка результатів.
 - 5.1. Таблиця з первісними даними, взятими з ЛЖ. *Фіксуються як сталі експерименту, так і вся допоміжна інформація для подальших обрахунків*
 - 5.2. Таблиці та графіки з обробленими експериментальними даними. *Обов'язкове супроводження підписами, що пояснюють результат.* Надаються:
 - а) короткі коментарі, в який спосіб (формули) оброблялись дані експерименту, та чисельні обрахунки, за якими одержано значення величин, що досліджуються;
 - б) формули, що використовувалися для обчислення похибки експерименту;
 - в) чисельні значення досліджуваних величин, які отримані в результаті експерименту, та одержані похибки. Надання величин похибок є **ОБОВ'ЯЗКОВИМ!**
6. Висновки.
7. Додатки, якщо потрібно.

4. Обговорення результатів роботи.

Цей етап є необхідним для написання пункту «Висновки» у Звіті про виконану лабораторну роботу. Спочатку студенту потрібно самостійно оцінити, як знайдені результати співвідносяться з очікуваними, чи є розбіжності. Якщо розбіжності існують, пояснити причину, можливо необхідно повторити вимірювання.

Обговорення результатів здійснюється з колегами та викладачем.

1 Лабораторна робота №1.

«Дослід Франка-Герца»

***Мета роботи:** експериментальне доведення дискретності атомних рівнів, дослідження явища передачі енергії та деякі основні атомні переходи при зіткненні електронів з атомами криптону в електронній лампі.*

1.1 Теоретична довідка

На початку XX сторіччя було проведено низку експериментів, що мали вирішальне значення для переходу в мікросвіті від класичних до квантових уявлень.

У 1913 році Нільс Бор сформулював свої постулати про будову атома, згідно з якими електрони можуть перебувати лише на певних стаціонарних орбітах із дискретними енергіями. Випромінювання або поглинання світла відбувається лише при переході електрона між цими орбітами, причому енергія фотона дорівнює різниці енергій рівнів.

Квантові постулати Бора отримали експериментальне підтвердження в роботі Дж. Франка та Г. Герца (1914 р.). Хоча самі дослідники переслідували іншу мету, їхній експеримент блискуче продемонстрував існування дискретних енергетичних рівнів атома. Нобелівський комітет, присуджуючи Франку та Герцу премію з фізики (1925 р.), відзначив виняткове значення цих досліджень для розвитку атомної фізики та підтвердження моделі Бора. Разом із дослідом Г. Мозлі (1914 р.), який встановив залежність характеристичного рентгенівського спектра від заряду ядра, ці результати стали експериментальною основою визнання квантової моделі атома Бора–Резерфорда. Надалі вдосконалена в рамках квантової механіки ймовірнісна модель атома стала фундаментом сучасних уявлень про його будову.

Дослід Франка–Герца (Ф–Г), який виконується в лабораторному практикумі, дещо модернізований відповідно до сучасних умов. Замість парів ртуті, використаних у класичному експерименті Ф–Г (1914 р.), застосовується вакуумна лампа, наповнена атомами криптону (рис. 1.1). Перед анодом розташована сітка, на яку подається невеликий затримуючий потенціал.

При збільшенні прискорюючої напруги між катодом і сіткою зростає струм, оскільки більша кількість електронів вилітає з катода. Аналіз залежності анодного струму від прикладеної напруги показує наявність характерних провалів (рис. 1.2), що свідчить: прискорені електрони передають свою енергію атомам лише дискретними порціями — квантами, збуджуючи їх на певні енергетичні рівні.

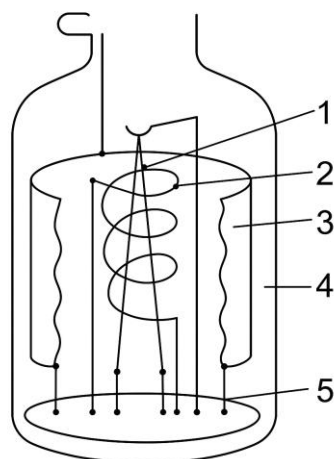


Рис. 1.1. Схема електронної лампи:

1 – катод розжарювання; 2 – сітка; 3 – анод; 4 – колба; 5 – підключення анода

У класичному експерименті Франка–Герца, проведеному з парами атомів ртуті, було виявлено, що зі збільшенням прискорюючої напруги анодний струм спочатку зростає, але при енергії електронів, рівній 4,9 еВ (та її кратних значеннях 9,8; 14,7 еВ тощо), різко падає. Це пояснюється тим, що електрони з такою енергією під час непружних зіткнень передають атомам ртуті саме цю порцію енергії, достатню для переходу електрона атома на перший збуджений рівень. Після цього анодний струм знову починає зростати до наступного порогу. Таким чином, дослід довів, що атоми поглинають енергію лише дискретними порціями (квантами) величиною 4,9 еВ.

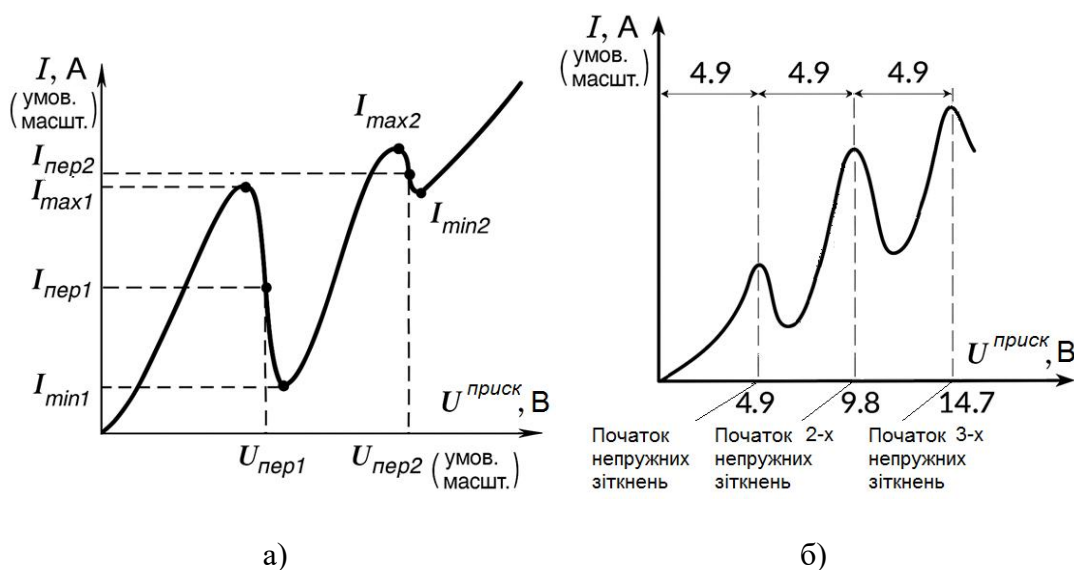


Рис. 1.2. Схематичні криві «напруга – струм»:

а – вольт-амперна характеристика криптонової лампи;

б – типова характеристика ртутної лампи

Пояснимо суть явища. Зі шкільного курсу фізики відома вольт-амперна характеристика лампового діода (електронної лампи):

$$I \sim U^{3/2}. \quad (1.1)$$

де I – анодний струм, U – прикладена напруга.

Якщо колбу заповнити газом і створити між сіткою та анодом затримуючий потенціал, то можна відсіяти електрони, які втратили частину своєї енергії внаслідок непружних зіткнень з атомами. Коли електрон, прискорений напругою U , досягає енергії, що дорівнює або перевищує енергію першого збудженого рівня, він у зіткненні втрачає саме цю величину. Після цього залишкової енергії може не вистачити, щоб подолати затримуючий потенціал між сіткою та анодом. Як наслідок, анодний струм зменшується, і на графіку «напруга – струм» (рис. 1.2) з'являється провал (мінімум).

Цей ефект не підпорядковується класичній залежності (1.1) і суперечить передбаченням класичної фізики: анодний струм зменшується при певних значеннях напруги, що відповідає квантовим енергетичним рівням атомів. При подальшому підвищенні напруги електрони знову накопичують достатню енергію для повторного збудження атома, і процес повторюється. У результаті на вольт-амперній характеристиці виникає осцилююча залежність з еквідистантними максимумами та мінімумами — пряме підтвердження квантової природи енергетичних рівнів атома.

Характерні еквідистантні максимуми й мінімуми, що спостерігаються в експерименті Франка–Герца (рис. 1.2, б), можна пояснити лише припущенням про квантування енергетичних рівнів, тобто виходячи з постулатів Бора.

На практиці положення першого максимуму (а також значення $U_{пер}$) може відрізнятися від теоретичної енергії першого збудження через два фактори:

1. **Контактна різниця потенціалів** між катодом і анодом, що дорівнює різниці робіт виходу електронів із цих матеріалів.
2. **Геометричні особливості лампи.** У циліндричній лампі густина електронного потоку біля катода більша, ніж біля сітки; частина електронів не має достатньої енергії, щоб подолати затримуючий потенціал, і накопичується біля сітки, екрануючи її потенціал.

1.2 Експериментальне устаткування

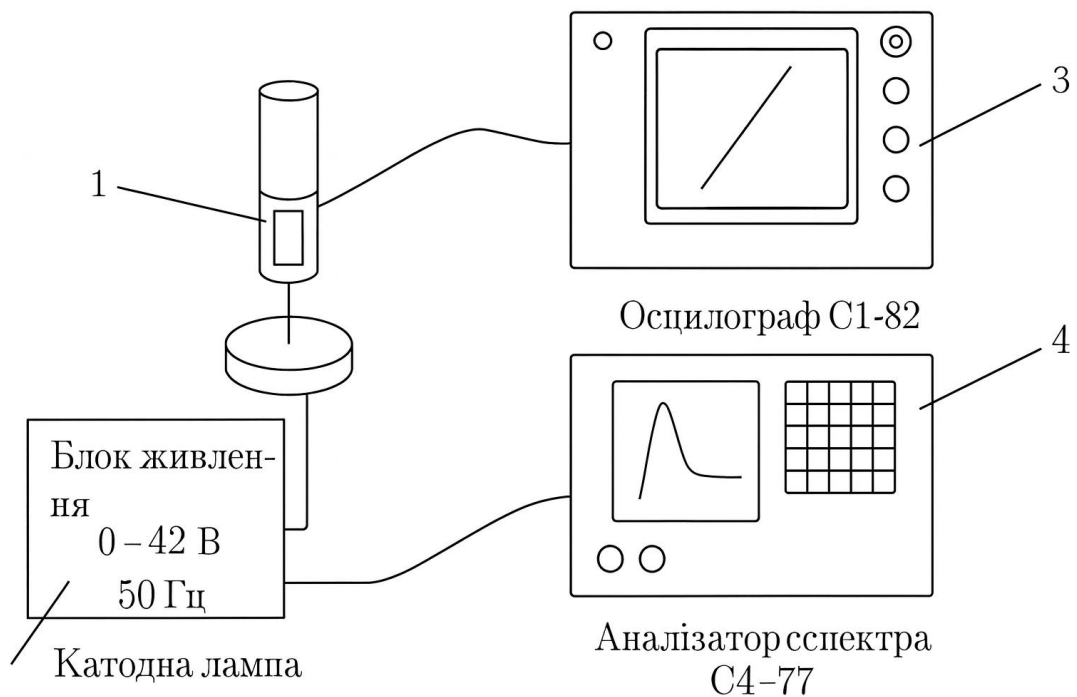
В ході експерименту використовується таке обладнання:

- 1) блок живлення 0-59(60)В з частотою 50 Гц;
- 2) осцилограф СІ-82;
- 3) аналізатор спектра С4-77.

Аналізатор спектра С4-77 (С4-77СНГ) (рис. 1.3) призначений для візуального спостереження та вимірювання спектру періодичних сигналів і стаціонарних шумів. Він застосовується в радіотехніці, електроніці та техніці зв'язку. Має такі технічні характеристики (табл. 1.1).



Рис. 1.3. Аналізатор спектра С4-77 (знизу) і осцилограф СІ-82 (зверху)



Таблиця 1.1. Основні характеристики аналізатора спектра

№ з/п	Параметр	Значення
1	Діапазон вхідної частоти	20 Гц – 600 кГц
2	Смуга огляду	50 Гц – 200 кГц
3	Пропускна здатність	3 Гц – 3 кГц
4	Похибка вимірювання частоти	$\delta\nu = 1/\tau + \nu_n$ Гц (τ - час вимірювання, ν_n - ширина смугового фільтру)
5	Похибка вимірювання амплітуди	± 8 дБ
6	Динамічний діапазон	70–90 дБ
7	Рівень власних шумів	$3 \times (10^{-16} \dots 10^{-14})$ мВт/Гц
8	Живлення	220 В, 50 Гц

Особливості аналізатора спектра та його застосування

Пристрій має цифрову пам'ять, що дає змогу зберігати спектрограми та порівнювати їх. В пристрої реалізовані режими прискореного аналізу, слідкування та пов'язаних функцій, які значно підвищують ефективність використання приладу.

1.3 Порядок роботи (Хід експерименту)

1. Увімкнути лабораторний комплекс (лампа та блок живлення 0-59(60) В), осцилограф та аналізатор спектра в мережу 220 В.
2. Підключити вихід від блоку живлення до входу одного з каналів осцилографа та входу аналізатора через потрібний штекер та підключити вихід осцилографа до землі і синхронізації блоку живлення.
3. На осцилографі ручками амплітуди сигналу U та частоти домогтися чіткого зображення на весь екран. У цьому досліді через конвертор на осцилограф замість напруги з блоку живлення подається сила струму через лампу заповнену криптоном. При цьому бажано щоб між головними максимумами знаходилась ціла кількість клітинок екрану осцилографа.
4. Замалювати або сфотографувати (занести в ЛЖ) з екрана осцилографа вольт-амперну характеристику, отриману на криптоновій лампі. Плавнорухаючи ручки керування напруги на панелі джерела живлення, (дописати про мітки)зняти мітки, що відповідають максимумам та іншим особливим точкам на спектрі, та записати в ЛЖ покази вольтметра всіх особливих точок графіку $U - I$ (максимуми, мінімуми та точки перегину) (див. рис. 1.4).

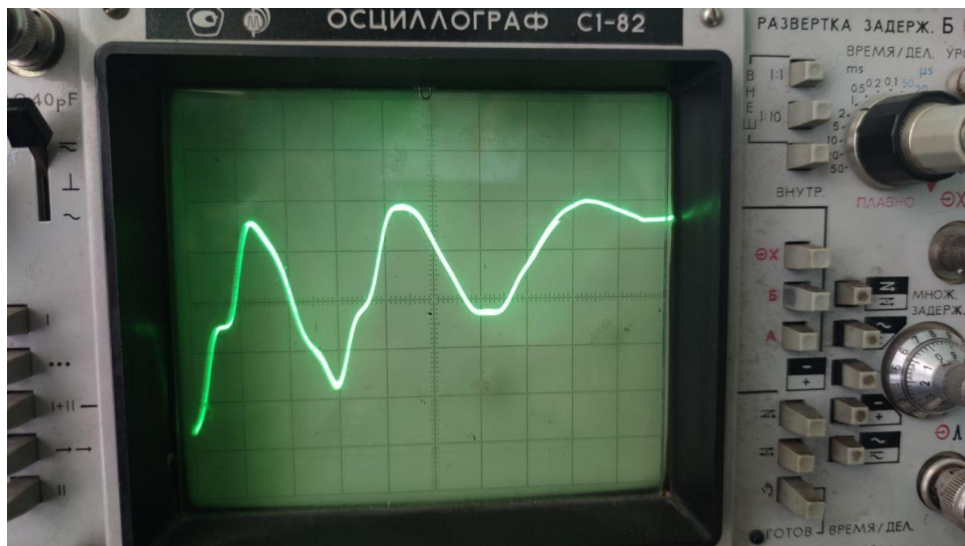
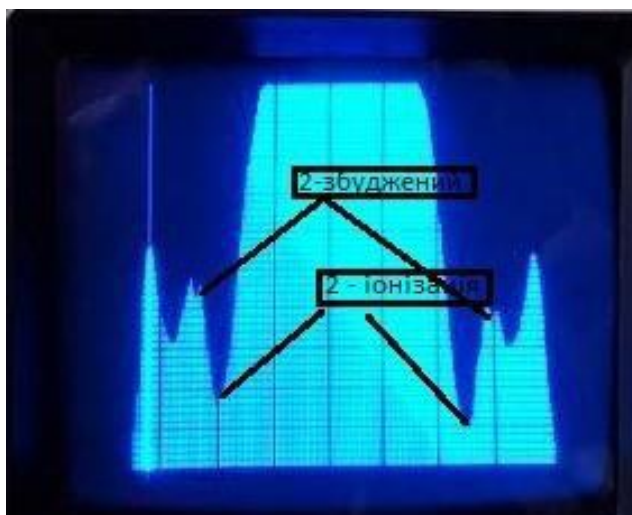
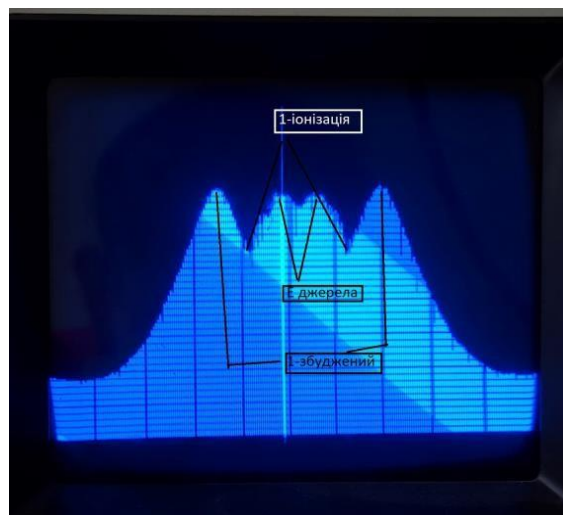


Рис. 1.4. Вольт-амперна характеристика з максимумами, мінімумами і точками перегину кривої $U - I$

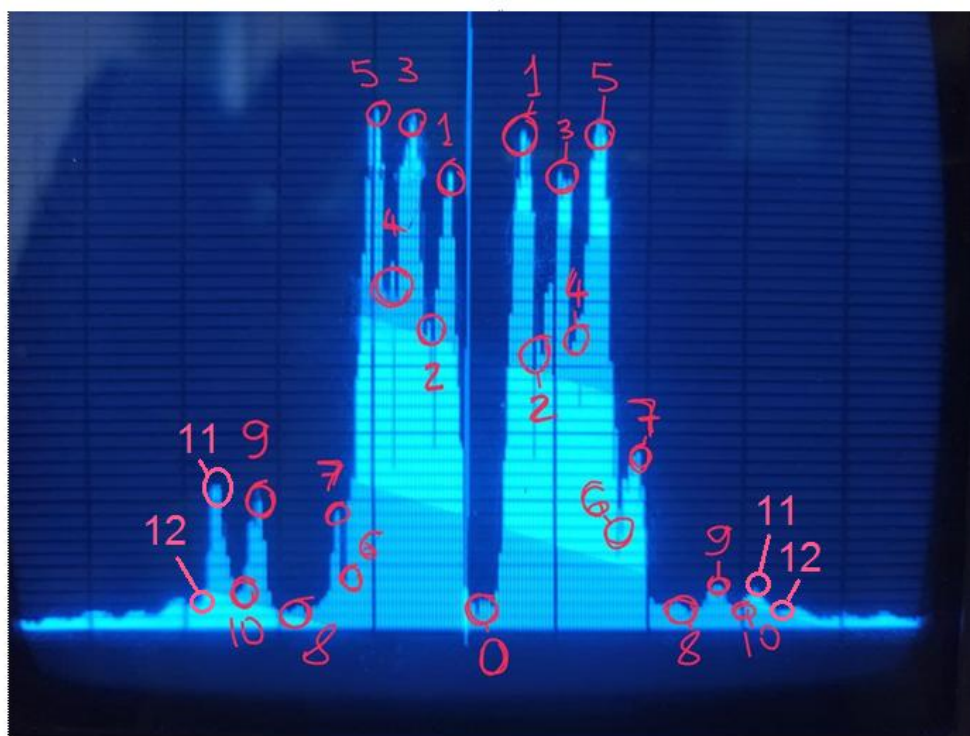
5. Настроїти аналізатор спектра:
 для більш стабільної роботи приладу бажано проводити виміри не раніше ніж через 15-20 хв. після вмикання;
 виставити мітку на середині екрана аналізатора і, вибравши режим ручного налаштування, виставити "0" Гц, тільки після цього ввімкнути кнопку автоматичного сканування спектра;
 спочатку виставити діапазон смуги огляду в 200 Гц, час сканування: $(3-5) \cdot 10^2$ с, смугу пропускання: 10-20 Гц, час вимірювання: 0.1-1 с та прямий режим амплітуди;
 для нейтралізації ефекту "дрейфу 0" проводити виміри попарно з обох боків спостережуваного симетричного спектра;
 після того, як були виміряні всі максимуми, які відповідають переходам між рівнями, а також *напливи* спектру, які відповідають переходам у неперервний спектр, збільшити смугу огляду до 1-2 кГц. Провести виміри точок, які залишились (при більших смугах огляду можна використати режим амплітуди 100 Дб).
6. Повторити виміри декілька разів. Деякі характерні амплітудно-частотні спектри, що отримуються, наведено на рис. 1.5.
7. Вимкнути прилади.



а)



б)



в)

Рис. 1.5. Деякі характерні спектри отримані аналізатором спектру

На рис. 1.5, в відмічено характерні точки амплітудно-частотного спектра. Точки 1,3,5,7,9,11 – точки максимуму, точки 0,2,4,6,8,10 – точки мінімуму та початку “напливу”, які відповідають переходам у неперервний спектр.

1.4 Завдання та вказівки при виконанні роботи

1. На основі отриманих даних з особливих точок вольт-амперної характеристики (зразок наведено нижче, рис. 1.6, табл. 1.2) оцінити вплив контактної різниці потенціалів та циліндричної геометрії лампи та якісно дослідити енергії переходів у криптоні. Для

чисельного отримання значень ефектів пов'язаних з контактною різницею потенціалів та геометрією лампи, необхідно виміряти $\Delta U_{\kappa, \epsilon} = (U_8 - U_3) - U_3$ (див. рис.1.6), а для якісного дослідження енергій заповнити Таблицю 1.2.

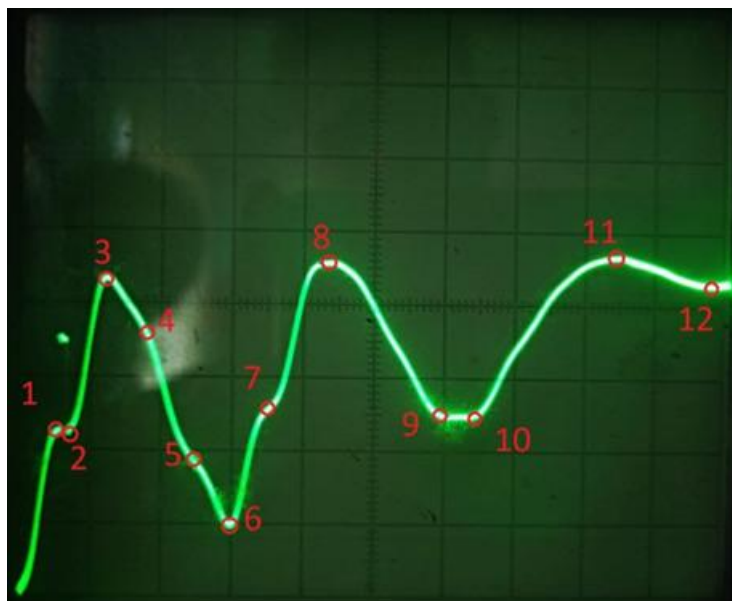


Рис 1.6. Вольт-амперна характеристика криптонової лампи

Таблиця 1.2

№ з/п	U	Вид точки: max, min, перегин	Числове значення, [Вольт]
1	U1	перегин	
2	U2	перегин	
3	U3	max	
4	U4	перегин	
5	U5	перегин	
6	U6	min	
7	U7	перегин	
8	U8	max	
9	U9	min	
10	U10	min	
11	U11	max	
12	U12	min	

2. Знайти енергії квантових переходів у криптоні, використовуючи отримані з аналізатора частот даних щодо частоти переходів, енергії живлення та енергії першого збудженого рівня.

Вказівка: для покращення вимірів необхідно переконатись, що з кожної з контрольних (реперних) точок (енергія живлення, перший збуджений рівень, енергія іонізації) можна отримати інші дві. Тобто, інакше кажучи, провести калібрування. При такому калібруванні рекомендується брати точки, які відповідають енергії джерела живлення криптонової лампи (~59-60 eV), першому збудженому рівню (10-10.6 eV) та енергії іонізації (~14 eV).

Вказівки:

- при аналізі можливих переходів переконатись, що виконуються правила відбору (при цьому обов'язково мають бути прописані квантові числа рівні енергій, які беруться з таблиць <https://physics.nist.gov/PhysRefData/Handbook/Tables/kryptontable3.htm>);
- врахувати, що переходи у іонізованому криптоні подавлені відносно переходів у неіонізованому;
- переходів може бути більше ніж один з різною імовірністю;
- якщо знайдено перехід з деякого рівня, то мусить існувати також перехід на цей рівень з основного рівня;
- використовувати матричні елементи коренів ймовірностей переходів, які надано у таблицях <https://physics.nist.gov/PhysRefData/Handbook/Tables/kryptontable3.htm> ;
- виділити фізичні максимуми, пам'ятаючи, що на сигнал накладаються технічні максимуми аналізатора, що пов'язані з дискретністю смугового частотного фільтру.
- при знаходженні експериментального спектра криптону використати спектр (рис. 1.7.), побудований на основі відомих даних <https://physics.nist.gov/PhysRefData/Handbook/Tables/kryptontable3.htm>

6. За зразком повністю заповнити табл. 1.3 (метод переносу похибок), або зробити іншу таблицю, якщо був використаний вибірковий метод(див. Додаток А1).

7. Побудувати відповідні спектри неіонізованого та іонізованого криптону.

8. Обробити результати, склавши відповідні таблиці, зробити висновки з роботи та записати.

Таблиця 1.3. Приклад таблиці для заповнення (метод переносу похибок)

№	$\bar{v}_1$, Гц	$\bar{v}_2$, Гц	$\bar{v}$, Гц	$\delta v = \sigma_{syst}$	σ_{st}	σ_{vi} , повна	E , еВ	σE , еВ	$E_{теор}$, еВ	Тип	Перехід
1											
2	68	64	66	11	1	11,2	15,27	1,66	13,99	збудження	$4p5 \rightarrow 4p4(2P3/2)5s$
3	72	78	75	11	2	11,2	13,44	1,47	14	іонізація	$4p6 \rightarrow 4p5$
4	86	87	86,5	11	2	11,2	11,65	1,28	10,64	збудження	$4p6 \rightarrow 4p5(2P1/2)5s$
5											
6	228	202	215	11	2	11,2	4,69	0,55	4,6	іонізація	$4p5(2P)5s \rightarrow 4p5$
7											
8											
9											
10											
11											
12											
...											

1.5 Контрольні запитання

1. Чому спостереження вольт-амперної характеристики інертних газів та парів металів при напругах близьких до енергії іонізації у електронних трубках (ефект Ф – Г) вважають одним з ефектів, які підтверджують квантову природу речовини.

2. Чому в експерименті Ф-Г пружні зіткнення електронів і атомами зазвичай не беруться до уваги.

3. Які Вам відомі схеми підключення сітки? Який варіант підключення і будови лампи використовується у експерименті? Як це впливає на вольт-амперну характеристику, що досліджується?

4. Перерахуйте та поясніть відмінності у вольт-амперній характеристиці, отриманій у експерименті $\Phi - \Gamma$, та вольт-амперній характеристиці, яку було одержано в експерименті (контактна різниця потенціалів, геометрія електронних потоків, відбивання від сітки, енергія збудження, енергія іонізації, спостережуваний інтервал енергій та ін).

5. Квантові рівні та квантові переходи у атомах ртуті. Скільки у ртуті перших збуджених рівнів? Чи всі вони спостерігаються? А скільки у криптоні? Всі вони зберігаються?

6. Що таке оболонка і підоболонка у атомі? Скільки електронів може бути в оболонці і підоболонці? Якими квантовими числами характеризуються квантові стани і рівні в атомі? Пояснити правила заповнення атомних оболонок.

7. Коли порушуються правила заповнення і чому (пояснити на прикладі лужних атомів). Сформулюйте та поясніть правила Хунда і правило Клечковського (пояснити на прикладі заповнення рівня $2P_{1/2}$ та $2P_{3/2}$).

8. Атомні і спектроскопічні позначення. Пояснити класифікацію рівнів у криптоні.

9. Правила відбору. Як вибрати найімовірніші переходи? Пояснити, як реконструювали переходи у криптоні на основі отриманих експериментальних даних.

10. Чому в дослідях $\Phi - \Gamma$ зазвичай використовуються одноатомні гази? Чому теоретично доцільно використовувати багатоелектронні інертні гази?

1.6 Рекомендована література

1. Кобушкін О.П. Атомна фізика, підручник, 2018.
<https://ela.kpi.ua/handle/123456789/26381>
2. Вакарчук І.О. Квантова механіка : підручник для студентів вищих навчальних закладів / 4-е вид., доп., Львів : ЛНУ ім. Івана Франка, 2012.
<http://old.physics.lnu.edu.ua/depts/KTF/books/QM4/QM4.pdf>
3. Кобушкін О. П. Квантова механіка. Навчальний посібник - Київ: НТУУ «КПІ», 2016. – 263 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/18348>
4. Кобушкін О. П., Кривенко-Еметов Я. Д. Збірник задач з квантової механіки: навчальний посібник / КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл: 670 КБ). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. – 110 с.
<https://ela.kpi.ua/handle/123456789/32135>
5. Швець О. І., Циганков В. М. Лабораторний практикум з атомної фізики. – Київ: КНУ імені Тараса Шевченка, 2020.
(Включає детальний опис експерименту Франка-Герца, методику вимірювань та аналізу даних.)
6. Кравченко Г. О. Експериментальна фізика: методи та прилади. – Харків: ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2021.
(Практичні рекомендації до роботи з вакуумними трубками та інтерпретацією спектрів енергій.)
7. Taylor, J. R. (1997). An Introduction to Error Analysis: The Study of Uncertainties in Physical Measurements. University Science Books.
8. Інтернет ресурс **Basic Atomic Spectroscopic Data** Режим доступу:
<https://physics.nist.gov/PhysRefData/Handbook/Tables/kryptontable3.htm> – Назва з екрана
9. Las Positas College – “Understanding Experimental Error” Режим доступу:
https://lpcazure1.laspositascollege.edu/physics/assets/docs/UnderstandingExperimentalError.pdf?utm_source=chatgpt.co

2 Лабораторна робота №2.

«Спектр випромінювання молекулярного водню»

Мета роботи: Виміряти довжини хвиль атомарного та молекулярного водню.

Ключові поняття: Модель Бора атому водня, постулати Бора, атомарний спектр водню, молекулярний спектр водню, спектр гармонічного осцилятора, спектр жорсткого ротатора, коливально-обертальний спектр, двоатомна молекула, правила відбору, заселеність енергетичних рівнів, принцип Франка-Кондона та Борна-Оппенгеймера, ангармонічний осцилятор, осцилятор Морзе, електронно-коливально-обертальні спектри.

Keywords: Bohr model of the hydrogen atom, Bohr's postulates, Hydrogen spectral series, the molecular spectrum of hydrogen, Quantum Harmonic Oscillator, Rotational Spectra of Rigid Rotor Molecules, vibrational-rotational spectra of diatomic molecules, selection rules for radiative transitions, energy level population, Franck-Condon Principle and Born-Oppenheimer approximation, anharmonic oscillator model, energy levels of a Morse oscillator

2.1 Теоретичні основи

2.1.1 Утворення молекул і електронна структура

Під час об'єднання атомів у молекули їх електронні оболонки перекриваються, і спільне електричне поле системи перестає бути центральносиметричним, як у випадку ізольованого атома. Поява нових ступенів свободи для частинок, що входять до складу молекули, призводить до ускладнення її енергетичного спектра, який відображається в структурі молекулярних спектрів. Отже, енергетичний спектр молекули є складнішим за спектри окремих атомів, з яких вона утворена. Квантова механіка дає можливість пояснити як хімічну, так і просторову будову молекул.

Найпростішим типом молекул є двоатомні – вони допускають повне теоретичне дослідження і водночас мають усі характерні властивості молекулярних систем. Оскільки маса ядра набагато більша за масу електрона ($m_{\text{ел}}/m_{\text{яд}} \approx 1/1836$), рух електронів можна розглядати за фіксованих положень ядер. У квантовій механіці таке наближення називають наближенням Борна–Оппенгеймера або адіабатичним наближенням. У ньому хвильова функція молекули подається як добуток електронної та ядерної частин, а координати ядер входять до електронної функції як параметри:

$$\Psi(R, r) = \varphi_{\text{ел.}}(r; R) \cdot \varphi_{\text{яд.}}(R),$$

де $\varphi_{\text{ел.}}(r; R)$ описує рух електрону, а $\varphi_{\text{яд.}}(R)$ – рух ядер.

2.1.2 Енергетичні терми молекули

Енергетичні рівні системи електронів при фіксованих положеннях ядер визначають електронні терми молекули. Терм — це енергія, віднесена до одиниці сталої Планка (E/hc), яка вимірюється у см^{-1} . Для двоатомних молекул ці терми є функціями відстані між ядрами r і можуть бути подані у вигляді графіка $E_n(r)$ (рис. 2.1). До енергії E_n входить також енергія електростатичної взаємодії між ядрами. Таким чином, E_n є повною енергією системи за фіксованого положення ядер. На рис. 2 схематично порівняно потенціал Морзе (а), гармонічного осцилятора (b) і реальний потенціал молекули водню (с).

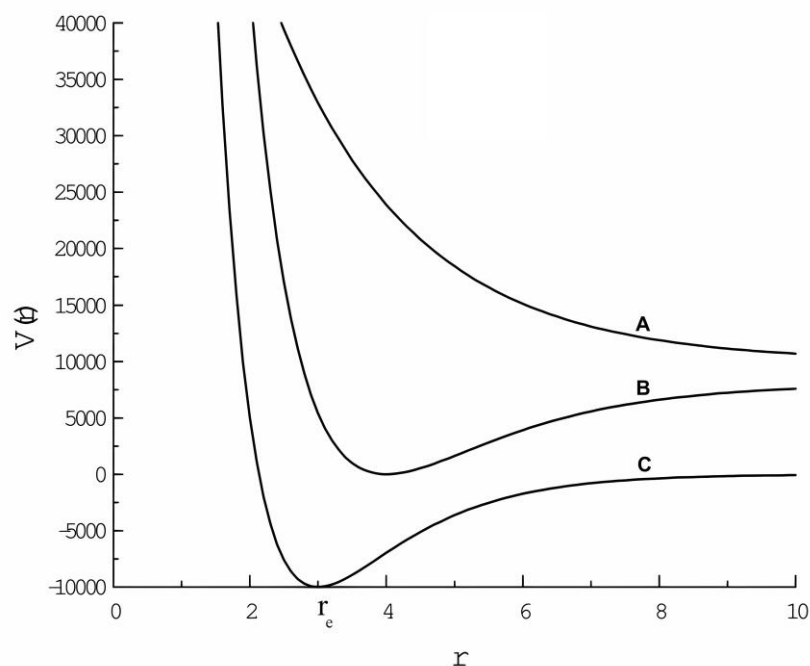


Рис. 2.1. Типова форма потенціальної кривої $E_n(r)$, яку добре описує потенціал Морзе

2.1.3 Коливальний та обертальний рух ядер

Після визначення електронних рівнів як функцій відстані між ядрами можна розглянути рух ядер у відповідному потенціалі $E_n(r)$. Ядра взаємодіють між собою через цей потенціал, і положення системи описується шістьма координатами, які відповідають поступальному руху молекули як цілого, коливанням і обертанню. Поступальний рух не впливає на внутрішню структуру молекули, тому його зазвичай не розглядають.

Для малих відхилень від рівноважного положення вплив обертання на коливання незначний, тому хвильову функцію ядер можна представити як добуток двох незалежних функцій:

$$\varphi(R) = \varphi_{kol} \varphi_{ob}.$$

У цьому наближенні повна енергія молекули складається з трьох незалежних частин:

$$E = E^{el} + E^{kol} + E^{ob}.$$

Обертальний рух. Енергія обертання молекули визначається формулою:

$$E^{ob} = \frac{\hbar^2}{2I} J(J+1) = \hbar B J(J+1),$$

де $I = \mu r^2$ – момент інерції молекули, μ – приведена маса, r – відстань між ядрами), J – обертальне квантове число. Із зростанням J інтервал між сусідніми обертальними рівнями збільшується як:

$$\Delta E_{J,J-1} = E_J - E_{J-1} = 2\hbar B J,$$

де $B = \frac{\hbar^2}{2I}$ – обертальна стала. З експериментальних обертальних спектрів молекули можна знайти відстань між ядрами r_0 .

Коливальний рух. Енергія коливань молекули описується як енергія ангармонічного осцилятора:

$$E^{kol} = \hbar \omega_{kol} \left(\nu + \frac{1}{2} \right) \left(1 - \chi \left(\nu + \frac{1}{2} \right) \right),$$

де безрозмірний коефіцієнт χ – стала ангармонічності, і характеризує ступінь відхилення коливань молекул від гармонійних.

При $\chi = 0$ рівняння переходить у відому формулу для гармонічного осцилятора. Інтервали між рівнями зменшуються зі зростанням ν , що відображає поступове зближення енергетичних рівнів до певної межі – границі дисоціації молекули. Отже, при заданому електронному термі молекули існує кінцева кількість коливальних рівнів.

Вплив нелінійності оберտального руху. Врахуємо, що реальна молекула ніби «роздувається» при обертанні. Це центрифужна деформація, що враховується додатковим членом із сталою D_ν :

$$F_\nu(J) = B_\nu J(J+1) - D_\nu [J(J+1)]^2 + \dots,$$

де внесок останнього члена стає особливо помітним при великих значеннях J .

Зважимо також, що обертальний і коливальні рухи не зовсім незалежні: обертальна стала залежить від ν , оскільки внаслідок ангармонічності змінюється середня відстань між атомами в молекулах, а отже і момент інерції молекули:

$$B_\nu = B_0 - \alpha_0(\nu + 1/2) + \dots,$$

де $B_0 = h / 8\pi^2 c I_0$ – рівноважна обертальна стала; α_0 – стала обертально-коливальної взаємодії (зменшує B_ν із ростом ν).

Відповідно, повна енергія молекули в такому наближенні залежить від трьох квантових чисел n, ν, J :

$$E = E^{el}(n) + E^{kol}(\nu) + E^{ob}(J).$$

Такий поділ енергії справедливий для невеликих значень ν і J , коли рух можна вважати майже незалежним.

2.1.4. Структура спектра молекули

При переході молекули з одного стану в інший можуть змінюватися всі три компоненти енергії: електронна, коливальна та обертальна. Відповідно, спектри випромінювання або поглинання молекул мають три рівні структури:

- електронну,
- коливальну,
- обертальну.

Оскільки маса ядра значно більша за масу електрона, енергетичні інтервали між електронними, коливальними й обертальними рівнями істотно відрізняються:

$$\Delta E^{el} : \Delta E^{kol} : \Delta E^{ob} = 1 : \sqrt{\frac{m}{M}} : \frac{m}{M} \approx 1 : 0.01 : 10^{-4}$$

Якщо при переході змінюється тільки обертальне квантове число J , то виходять чисто обертальні спектри. Чисто обертальні молекулярні спектри розташовані в далекій інфрачервоній і субміліметровій областях спектра. Їх можна спостерігати за допомогою інфрачервоної спектроскопії поглинання або спектроскопії комбінаційного розсіювання. Правила відбору для переходів між рівнями з різними J , але однаковими n і ν : $\Delta J = \pm 1$.

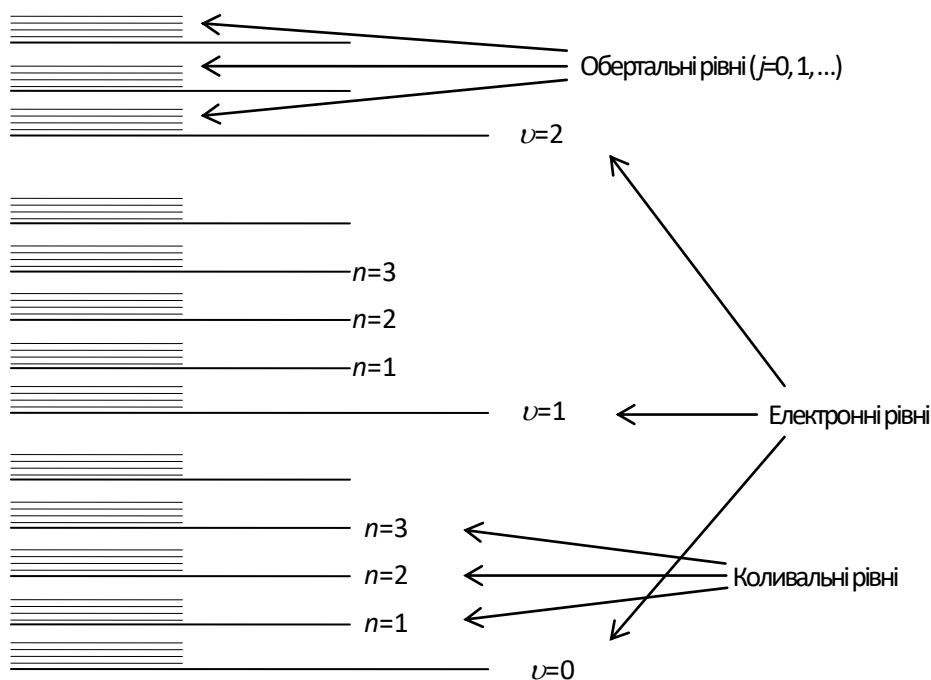


Рис. 2.2. Характерна структура молекулярного енергетичного спектра

Якщо при переходах змінюється і коливальне квантове число ν , то виходять коливальні спектри молекул. Вони лежать в інфрачервоному діапазоні спектра, і їх також можна спостерігати за допомогою інфрачервоної спектроскопії поглинання або спектроскопії комбінаційного розсіювання. Для коливальних переходів правила відбору по ν : $\Delta\nu = \pm 1$, $\Delta J = 0, \pm 1$.

Із урахуванням електронних рівнів експериментально визначене значення енергії переходу теоретично має описуватись різницею між двома термами електронно-коливально-обертальних спектрів молекул:

$$\frac{1}{\lambda_*} = T_1 + \omega_1 \left(\nu_1 + \frac{1}{2} \right) + \omega_1 \chi \left(\nu_1 + \frac{1}{2} \right)^2 + B_{v_1} J_1 (J_1 + 1) - D_{v_1} (J_1 (J_1 + 1))^2 -$$

$$- \left[T_2 + \omega_2 \left(\nu_2 + \frac{1}{2} \right) + \omega_2 \chi \left(\nu_2 + \frac{1}{2} \right)^2 + B_{v_2} J_2 (J_2 + 1) - D_{v_2} (J_2 (J_2 + 1))^2 \right]$$

де індекси 1 і 2 позначають відповідно верхній і нижній енергетичні стани.

Таким чином, структура спектра молекули зумовлена комбінацією електронних, коливальних і обертальних переходів, що відображають багаторівневу квантову природу молекули.

2.2 Експериментальні подробиці

Лампа, що збуджується електронним ударом, заповнена воднем і закрита зовнішнім кожухом, разом із монохроматором розміщені на оптичній лаві. За допомогою регулюючих гвинтів виставляємо приймальну щілину монохроматора і вихідний отвір лампи на один рівень. Ручку регулювання потужності лампи виводимо в мінімальне положення. Включаємо лампу і чекаємо початку емісії. Після появи характерного синьо-фіолетового світіння, виводимо ручку регулювання в положення трохи більше половинної інтенсивності. В такому випадку лінії молекулярного водню будуть ще достатньо інтенсивними, щоб їх можна було зареєструвати, проте не надто інтенсивними і їх

кількість не надто велика, щоб вони зливалися в суцільний неперервний спектр. Всього таким чином можна зареєструвати від 60 до 90 ліній.



Лабораторний монохроматор зі шкалою в нанометрах МДР-204 оснащений парами щілин для вхідного і вихідного отворів розмірами: 3, 1, 0.25 та 0.05 мм. Робочими щілинами є тільки останні. Перші три використовують для прикидочних оцінок характеру спектру. Припустимо використовувати щілину на 0.25 мм на вході монохроматора для того, щоб реєструвати слабкі лінії. Кожна із щілин має два способи установки помічені як I та II, що застосовуються для різних діапазонів видимого спектру (див. паспорт монохроматора).



Ручка повороту ґратниці монохроматора МДР-204 дозволяє зареєструвати положення ліній спектру випромінювання. Шкала проградуєвана в нанометрах. Ціна найменшої поділки 0.2 нм.

2.3 Хід експерименту

 **Будьте обережні! Не перевтомлюйте очі при роботі із монохроматором.**

1. Включіть прилад. Дайте прогрітисся опромінювачу протягом 3-5 хвилин.
2. Використовуючи щілини 3, 1, 0.25 мм знайдіть лінії атомарного водню (найбільш інтенсивні). Для цього через окуляр монохроматора спостерігайте лінії спектру. Після цього замініть щілини на 0.05 мм, слідкуючи за їх належним положенням і виміряйте якомога точно довжини хвиль лінії.

 Значення виміряних довжин хвиль атомарного водню буде використано для калібровки монохроматора і суттєво вплине на точність вимірів молекулярного водню.

3. Переходьте до вимірів молекулярних ліній водню (значно слабших за інтенсивністю). В таблицю заносьте значення довжини хвилі, колір і відносну інтенсивність в умовній шкалі: «Дуже сильна», «Сильна», «Середня», «Слабка», «Дуже слабка», «Надслабка». Оцініть та запишіть інструментальну похибку вимірів довжини хвилі в різних діапазонах спектру.

 Режим роботи установки переривчастий. Після кожних 45 хвилин робимо перерву на 10-15 хвилин.

2.4 Завдання

1. Обрахуйте із допомогою формул або скористайтесь таблицями для визначення точних значень довжин хвиль атомарного водню, що попадають у видимий діапазон. Порівняйте експериментально виміряні і табличні значення.

2. Побудуйте графік залежності $\Delta\lambda = \lambda_{\text{експ}} - \lambda_{\text{теор}} = f(\lambda_{\text{експ}})$. Апроксимуйте її із допомогою метода найменших квадратів поліномом першого степеню. Із графіка визначте систематичну похибку визначення довжини хвилі. Порівняйте її із інструментальною.

3. Із допомогою отриманого калібровачного графіку (формули апроксимації) знайдіть уточнені значення довжин хвиль молекулярного водню $\lambda^* = \lambda_{\text{експ}} - \Delta\lambda$ та значення $1/\lambda^*$. Результати занесіть в таблицю.

№	Колір	Іnten.	$\lambda_{\text{експ}}$	$\lambda_{\text{теор}}$	λ^*	$1/\lambda^*$	$\sigma(1/\lambda^*)$	перехід	Квант. числа m n	Прим.
1										
..										
78										

4. Користуючись таблицею констант двохатомних молекул для молекул H_2 знайдіть можливі значення енергії T_{00} $0 \rightarrow 0$ переходів, що з точністю до експериментальної похибки співпадають із зкорегованими значеннями.

5. Для кожного із знайдених значень T_{00} переходів обрахуйте, користуючись табличними даними енергії електронно-коливних переходів $0 \rightarrow 1$, $0 \rightarrow 2$, $1 \rightarrow 2$, $1 \rightarrow 3 \dots$ в см^{-1} . Пам'ятаємо, що для реальних спектрів значення квантових чисел рідко бувають великими.

6. Визначаємо наскільки близько співпадають спостережені довжини хвиль із обрахованими. У разі не співпадання обраховуємо енергії електронно-коливних переходів. Ідентифіковані лінії заносимо в таблицю.

2.5 Контрольні запитання

1. Сформулювати постулати Бора.
2. Вивести формулу для спектра атому водню.
3. Сформулювати і обґрунтувати принцип Борна-Оппенгеймера.
4. Записати рівняння Шрьодінгера для гармонічного осцилятора. Знайти його спектр. Якісно подати хвильові функції гармонічного осцилятора.
5. Записати рівняння Шрьодінгера для жорсткого ротатора. Виписати його спектр.
6. Урахування неідеальності моделі гармонічного осцилятора і жорсткого ротатора. Анггармонізм.
7. Потенціал Морзе. Формула для коливально-обертального терма двохатомної молекули
8. Правила відбору для дипольних переходів. Правила відбору для коливальних та обертальних переходів.
9. Основні принципи заповнення електронно-коливально-обертальних рівнів двохатомних молекул.

2.6 Рекомендована література

1. Кобушкін О.П. Атомна фізика, підручник, 2018.
<https://ela.kpi.ua/handle/123456789/26381>
2. Федорченко А. М. Теоретична фізика. У 2-х т. Т.2. Квантова механіка, термодинаміка і статистична фізика, К.: Вища школа, 1993, 415 с.
3. Landau L. D. & Lifshitz E. M. Quantum Mechanics (Pergamon Press).
4. Вакарчук І.О. Квантова механіка : підручник для студентів вищих навчальних закладів / 4-е вид., доп., Львів : ЛНУ ім. Івана Франка, 2012.
5. Wolfgang Demtröder. Atoms, Molecules and Photons. An Introduction to Atomic-, Molecular- and Quantum-physics. Textbook. 2010. DOI 10.1007/978-3-642-10298-1

3 Лабораторна робота №3. «Вивчення принципів роботи p - n переходу в напівпровідниковому діоді»

Мета роботи: експериментальне вивчення принципів роботи p - n переходу в напівпровідникових діодах через дослідження вольт-амперної та вольт-фарадної характеристик.

3.1 Теоретична довідка

Робота всіх напівпровідникових приладів ґрунтуються на процесах, що відбуваються в області контакту двох напівпровідників із різним типом провідності — тонкої межі, що розділяє ці області напівпровідника. у так званому p - n переході. У напівпровіднику n -типу основними носіями заряду є електрони, а в p -типі — дірки, які можна розглядати як позитивно заряджені квазічастинки, що поведуть подібно до електронів. Коли обидві області контактують (рис. 3.1), утворюючи нерозривний єдиний кристал, електрони з області n починають переходити до області p , а дірки — у зворотному напрямку. Внаслідок цієї взаємної дифузії поблизу межі з'являється простір, майже вільний від рухомих носіїв. Тут залишаються лише додатньо заряджені іони донорів і негативно заряджені іони акцепторів, які створюють внутрішнє електричне поле. Так формується збіднена зона і потенційний бар'єр для електронів та дірок (рис. 3.2), що перешкоджає подальшому перемішуванню носіїв. У цьому стані система досягає рівноваги, коли дрейфовий потік, зумовлений внутрішнім полем, компенсує дифузійний потік частинок.

Зокрема, напівпровідниковий діод — це пристрій (прилад), який пропускає електричний струм в одному напрямку, тобто має один p - n перехід. Він характеризується одним випрямним електричним переходом (явище p - n переходу між двома напівпровідниками відповідного типу), і двома зовнішніми виводами, які у випадку підключення постійного струму називаються анод та катод. Якщо анод приєднується до напівпровіднику p -типу, а катод до напівпровідника n -типу (рис. 3.1 а, б), то таке підключення називається прямим підключенням. Схематичне умовне позначення такого підключення діода показано на рис. 3.1, б. Якщо на анод подати від'ємний потенціал, а на катод додатній, то це називають зворотне ввімкнення. Звичайно, можливе підключення й змінного струму. Оскільки струм у діоді може протікати лише в одному напрямку (прямий напрям), тому однією з головних функцій напівпровідникового діода є керування напрямком потоку струму.

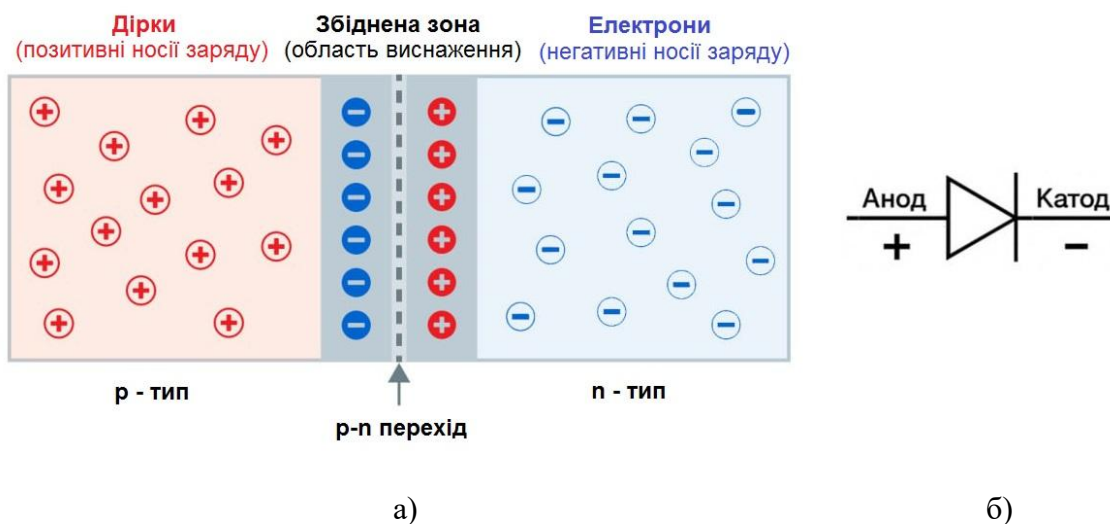


Рис. 3.1. Структура напівпровідникового діода з утворенням $p-n$ переходу (а) та його умовне позначення (б)

У напівпровідниковому діоді саме контакт на межі розділу областей з різним типом провідності загалом визначає його параметри через характеристики $p-n$ переходу. Зазвичай для напівпровідникових діодів властиві несиметричні електронно-діркові переходи, тобто концентрація домішок в одній області перевищує їх концентрацію в іншій (рис 3.2, б). Область $p-n$ структури діода, яка має найбільшу концентрацію домішок (донорних або акцепторних), інколи називають емітером, іншу – базою. Хоча ця термінологія є більш властивою для транзисторів, надалі її можна використовувати для якісних пояснень розподілу домішок у діоді

Явища, що виникають у напівпровідниках і металах, можна описати на основі зонної теорії твердого тіла, яка впливає зі застосування квантової механіки до електронів у періодичному потенціалі кристалічної решітки. Енергетичні рівні електронів у атомах та їх густини ймовірності для різних станів вже розглядалися у першій частині курсу атомної фізики. На рис. 3.2, а показано перекриття густин ймовірності хвильових функцій електронів двох сусідніх атомів у кристалічній решітці. Максимум густини ймовірності $p(r)$ розташований поблизу точок a_0 . Це спричиняє розщеплення початкового енергетичного рівня з квантовим числом $n=1$ на два рівні: нижчий нижній (зв'язаний) і вищий верхній (розщеплений, антизв'язаний). При великій Z а великої кількості атомів у кристалі ці рівні утворюють енергетичну зону. При N атомах у кристалі один атомний рівень розщеплюється на N **близьких рівнів**, що утворюють майже неперервну енергетичну зону (рис. 3.2, б, в).

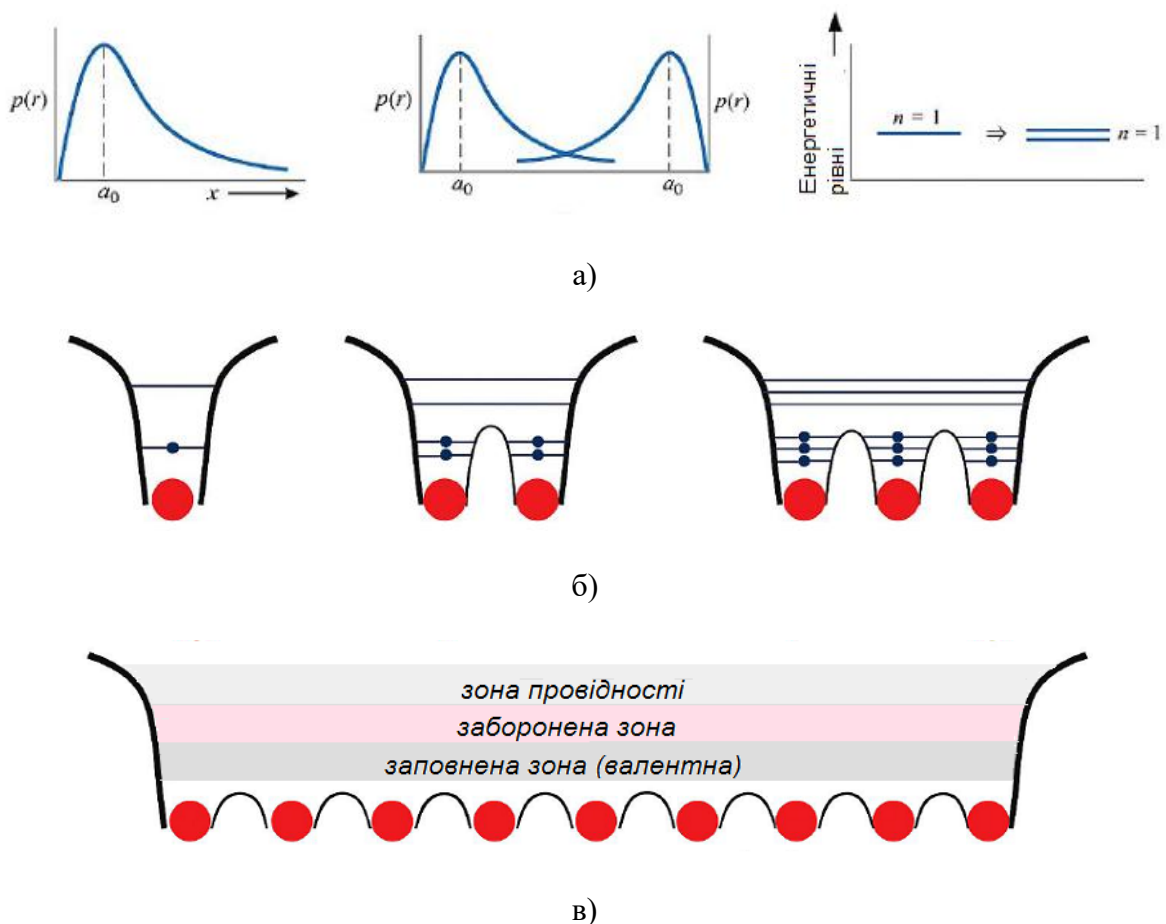
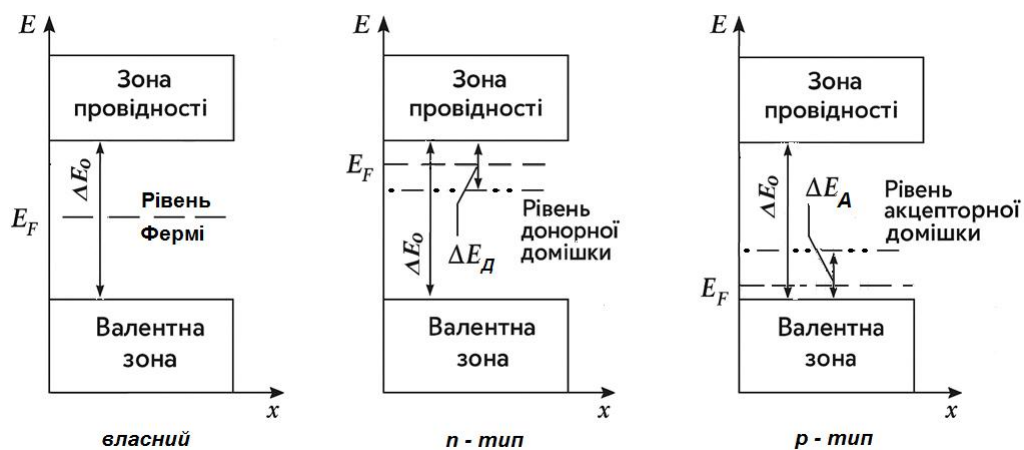


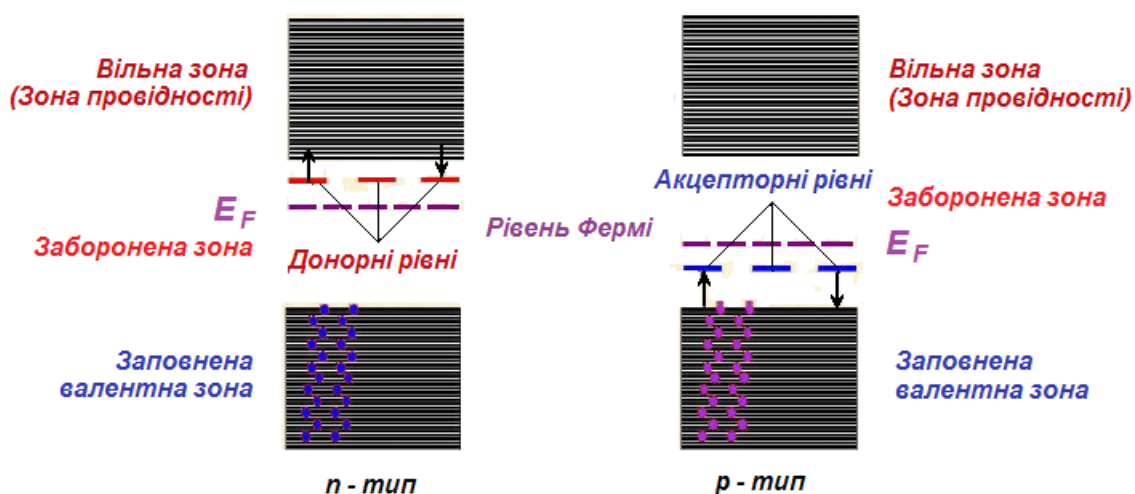
Рис. 3.2. Схематичне пояснення виникнення енергетичних зон: (а) – перекриття густин ймовірності $p(r)$, (б) – розщеплення рівня для двох атомів та трьох атомів, (в) – виникнення зон у кристалі (багато атомів у решітці)

У напівпровіднику без домішок, наприклад чистому Si (так званий власний напівпровідник) концентрація електронів і у зоні провідності дорівнює концентрації дірок у валентній зоні. При абсолютному нулі температури електропровідність відсутня. Як вже зазначалось вище, рівень Фермі у власному напівпровіднику знаходиться приблизно посередині забороненої зони (рис. 3.3, а).

У домішкових напівпровідниках у забороненій зоні з'являються додаткові енергетичні рівні. У напівпровідниках -типу (з донорною домішкою) існують донорні рівні поблизу нижнього краю зони провідності (рис. 3.3, а, б). Рівень Фермі зміщується вгору, ближче до зони провідності. Це полегшує перехід електронів у зону провідності. У напівпровідниках -типу (з акцепторною домішкою) з'являються акцепторні рівні поблизу верхнього краю валентної зони. Рівень Фермі зміщується вниз, ближче до валентної зони, що сприяє утворенню дірок і визначає діркову провідність.



а)



б)

Рис. 3.3. Структура енергетичних зон напівпровідника з домішками:
 (а) вплив домішок різного типу на рівень Фермі у напівпровідниковому $p-n$ переході:
 власний напівпровідник, напівпровідник з донорною домішкою,
 напівпровідник з акцепторною домішкою; (б) зонна структура домішкового
 напівпровідника зі заселенням і переходами у домішках

Енергетичну картину цього процесу описує зонна теорія твердого тіла. У напівпровідниках дозволені стани електронів поділені на валентну зону, зону провідності та заборонену зону між ними (рис. 3.3). Ширина цієї забороненої зони зазвичай становить від десятих часток до кількох електронвольт і визначає мінімальну енергію, необхідну для переходу електрона з валентної зони провідності.

Щоб уникнути повторів, надалі вважатимемо ці основні властивості зонної структури відомими і будемо посилалися на них без детального повторного пояснення.

Енергетичні діаграми напівпровідника (рис. 3.3, а, б) описують розподіл енергетичних рівнів електронів у трьох зонах: **валентній зоні**, заповненій зв'язаними електронами; **зоні провідності**, де електрони можуть вільно рухатися; та **забороненій зоні**, в якій немає дозволених енергетичних станів. Ширина забороненої зони ΔE_0 визначає мінімальну енергію, необхідну електрону для переходу з валентної зони до зони провідності. Для напівпровідників характерні значення $\Delta E_0 \leq 3\text{eV}$.

У напівпровідниках і діелектриках між зонами *валентною* та *провідності* існує проміжна зона – *заборонена*. Заборонена зона характеризується повною відсутністю дозволених рівнів. Ширина цієї зони дорівнює величині енергії, яка необхідна електрону, щоб забезпечити його перехід зі зв'язаного стану валентної зони до зони провідності. Зазвичай ширина забороненої зони напівпровідника знаходиться у межах 0,1 – 3 еВ. У напівпровідниках при температурі 0° К валентна зона повністю заповнена електронами, а зона провідності вільна від них. За ненульових температур у напівпровідниках завжди є певна концентрація термічно збуджених електронів у зоні провідності та відповідних дірок у валентній зоні. У діелектриках ширина забороненої зони є значно більшою (~5–10 еВ), тому перехід електронів у зону провідності практично неможливий за кімнатної температури.

Крім поняття про зони, важливим елементом зонної теорії, що допомагає зрозуміти явища, які відбуваються у напівпровідниках, є уявлення про рівень Фермі та *p – n* перехід (рис. 3.3, а, б). Дійсно, за другим законом термодинаміки електрони та дірки у зонах провідності та валентній намагаються зайняти найнижчі енергетичні рівні. Так, вільні електрони прагнуть зайняти енергетичні рівні біля дна зони провідності, а вільні дірки – найближче до верхнього краю валентної зони. Тому рівень Фермі, що визначається як енергетичний рівень, на якому ймовірність заповнення електронного стану дорівнює 50 % при температурі 0° К й у власному напівпровіднику приблизно відповідає середині забороненої зони (рис. 3.3, а).

Рівень Фермі E_F показує, які стани заповнені електронами при даній температурі. У власному напівпровіднику він лежить приблизно посередині забороненої зони, у домішкових зміщується: у *n*-типі ближче до зони провідності, у *p*-типі – до валентної. При утворенні контакту рівні Фермі мають збігатися і тому енергетичні зони згинаються, формуючи потенціальний бар'єр (рис. 3.2) як для електронів, так і для дірок. Без зовнішньої напруги струм не протікає; при прямому зміщенні бар'єр зменшується, носії легко переходять через перехід – струм різко зростає; при зворотному бар'єр

збільшується, збіднена зона розширюється, і струм практично зникає, залишається лише слабкий зворотний струм витоку.

Струм у $p-n$ переході описується рівнянням Шоклі:

$$I = I_S \left(e^{\frac{U}{m \varphi_T}} - 1 \right), \quad (3.1)$$

де I_S — струм насичення, який визначає кількість неосновних носіїв, що проходять через бар'єр у рівновазі. Його величина залежить від матеріалу, концентрації домішок, площі переходу, температури (має порядок $10^{-6} \div 10^{-7}$ А та зростає приблизно вдвічі при підвищенні температури на 10°C);

$\varphi_T = kT/e_0$ — термічний (температурний) потенціал (термальна напруга), який при $t = 20^\circ\text{C}$ ($T = 293^\circ\text{K}$) має порядок $\varphi_T \approx 25 \div 26$ мВ, тут k — стала Больцмана; T — абсолютна температура $p-n$ переходу; e_0 — величина заряду електрона (елементарний заряд);

n — поправочний коефіцієнт (фактор ідеальності діода), що характеризує плавність і товщину $p-n$ переходу ($1 \leq n \leq 2.5$). Для різких (тонких) $p-n$ переходів, близьких до ідеалізованих, $n = 1$, для плавних — $n = 2$. Причому, для германієвих діодів верхньою межею коефіцієнта є $n = 2$, а для кремнієвих — $n = 2.5$. Інколи в літературі у випадку малих струмів наближено наводиться $n = 1$ для германієвих і $n = 2$ для кремнієвих.

У прямому напрямку струм зростає експоненційно, коли прикладена напруга перевищує порогову (0,6–0,7 В для Si, 0,2–0,3 В для Ge). У зворотному напрямку струм майже не змінюється доти, доки напруга не досягне критичного значення — напруги пробою, за якої відбувається лавинне або тунельне множення носіїв. На рисунку 3.6 показано, що кремнієві діоди мають значно менший зворотний струм (наноампери) порівняно з германієвими (мікроампери) завдяки ширшій забороненій зоні (1,12 еВ проти 0,66 еВ). Кремнієві діоди термостабільніші й ефективніші у сучасних схемах живлення, тоді як германієві — чутливіші до слабких сигналів.

Схематичне пояснення зонної теорії роботи $p-n$ переходу надане на рис. 3.4, де введено такі позначення: E_{BH} — внутрішнє електричне поле збідненої зони, $E_{ЗОВ}$ — зовнішнє прикладене поле, E_{Fp} та E_{Fn} — рівні Фермі для p - та n -областей при прикладеній напрузі.

(а) Рівноважний стан (без зовнішньої напруги). Область просторового заряду (збіднена зона) виділена світло-зеленим кольором. На межі $p-n$ переходу формуються дифузійні носії струму: електрони переходять із n -зони в p -зону, а дірки — навпаки. Формується вбудоване електричне поле (E_{BH}), яке врівноважує потік носіїв. Рівень Фермі (E_F) вирівнюється за усім з'єднанням. Струм відсутній: $I = I_{np} - I_{зв} = 0$.

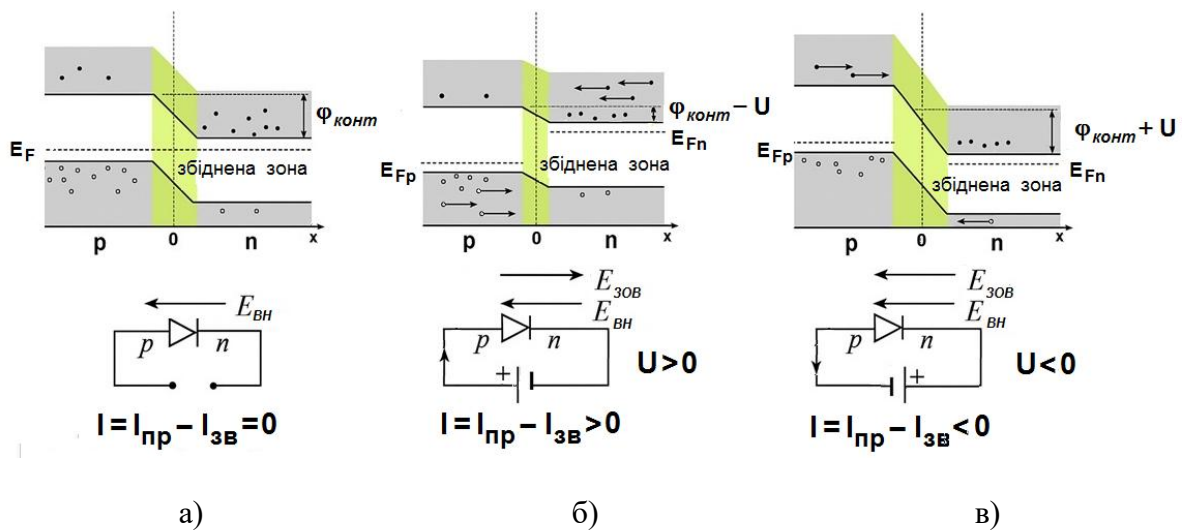


Рис 3.4. Схематичне пояснення зонної теорії роботи $p-n$ переходу:
(а) рівноважний стан, (б) пряме зміщення, (в) зворотне зміщення

(б) Пряме зміщення (діод включено в прямому напрямку). Напруга $U > 0$: "+" до p -області, "-" до n -області. Потенціальний бар'єр зменшується ($\Phi_{\text{kont}} - U$), як це показано на діаграмі. Область просторового заряду звужується. Носії заряду (електрони з n -зони та дірки з p -зони) легко переходять через бар'єр. Зростає прямий струм: $I = I_{\text{пр}} - I_{\text{зв}} > 0$.

(в) Зворотне зміщення (діод включено у зворотному напрямку). Напруга $U < 0$: "+" до n -області, "-" до p -області. Потенціальний бар'єр збільшується ($\Phi_{\text{kont}} + U$). Область просторового заряду розширюється. Основні носії не можуть перейти через бар'єр: як результат струм майже не протікає. Лише є незначний зворотний струм $I_{\text{зв}}$ за рахунок неосновних носіїв. Загальний струм від'ємний з точки зору прийнятого напрямку струму: $I = I_{\text{пр}} - I_{\text{зв}} < 0$.

Висновки: при рівноважному стані струми відсутні, при прямому зміщенні є малий бар'єр і великий струм, при зворотному зміщенні – високий бар'єр і малий струм.

Реальний діод не є ідеальним елементом, тому його поведінку описують еквівалентною схемою (рис. 3.5), що містить ідеальний діод $\triangleright|$, послідовний опір R_s , зворотний R_r та ємність переходу C_I . Опір R_s враховує омичний опір кристалу, контактів і виводів. У діодах малої потужності він майже непомітний, але при великих струмах або на високих частотах R_s стає істотним: падіння напруги IR_s обмежує подальше зростання струму, а ВАХ відхиляється від експоненційного закону Шоклі. Цей ефект особливо важливий у сучасних швидкодіючих і світлодіодних структурах, де контактні опори впливають на ефективність перетворення енергії. Опір R_r відповідає за малі зворотні струми (витік), а ємність C_I характеризує заряд, накопичений у збідненій області; зрештою її значення визначає частотні властивості діода.

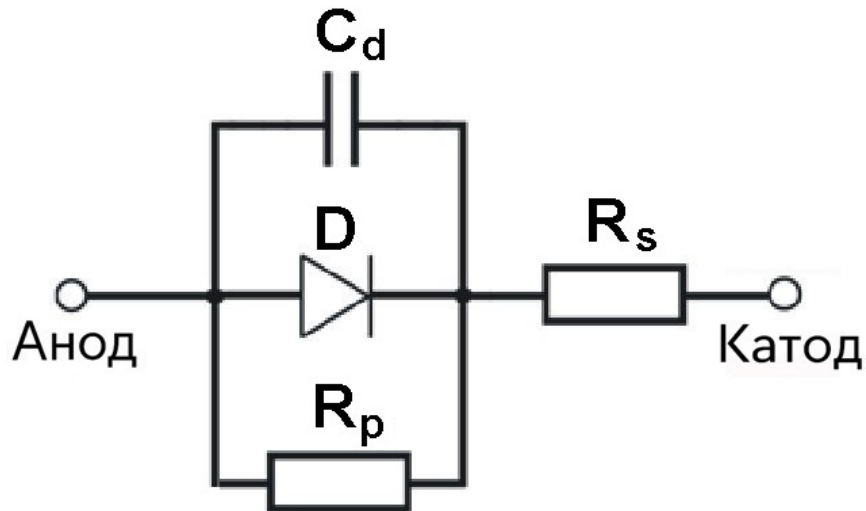


Рис. 3.5. Еквівалентна схема напівпровідникового діода

Порівняльний аналіз кремнієвих і германієвих діодів (див. рис. 3.6 та 3.7), що ґрунтується на наведених вище відмінностях ширини забороненої зони, струму насичення та температурної стабільності.

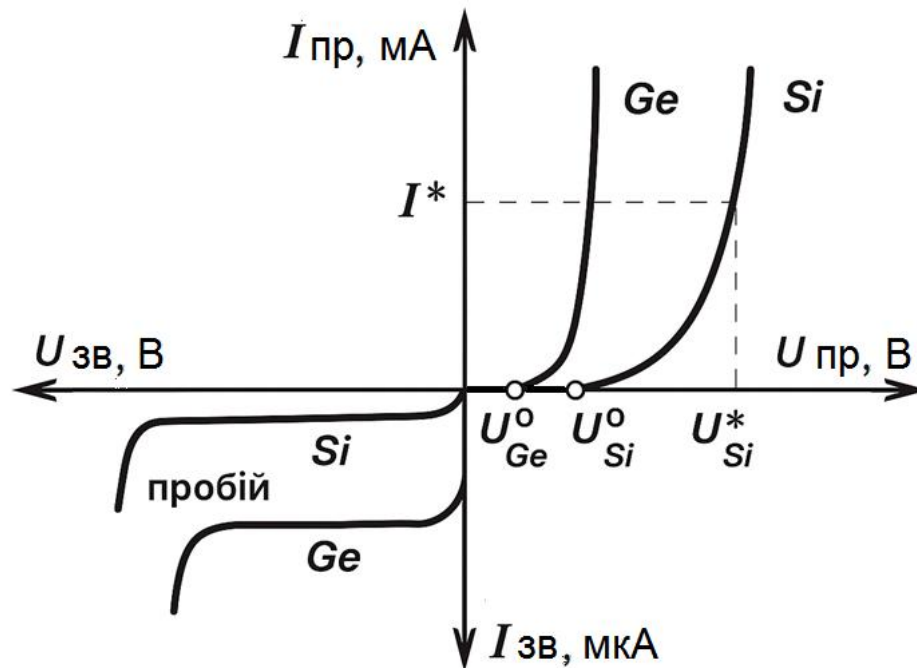


Рис. 3.6. Порівняння вольт-амперних характеристик германієвого (Ge) і кремнієвого (Si) діодів: пряма гілка $U_{пр}$; зворотна гілка $U_{зв}$, що має область пробію

Ємність $p-n$ переходу має дві складові. Бар'єрна ємність C_b пов'язана з об'ємним зарядом іонів у збідненій зоні; за аналогією з плоским конденсатором:

$$C_b = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{W}, \quad (3.2)$$

де ε – діелектрична проникність напівпровідника, ε_0 – діелектрична проникність у вакуумі,

S – площа переходу, W – ширина запірнього шару (ширина $p-n$ переходу), що зростає при збільшенні зворотної напруги. Тому при зворотному зміщенні $C_b(U)$ зменшується, а при зменшенні бар'єру – зростає. Інша складова – дифузійна ємність $C_d(U)$, яка виникає у прямому напрямку, коли через перехід інжектуються носії заряду. Вона пропорційна зміні інжектованого заряду з напругою:

$$C_d = \frac{dQ}{dU}.$$

При збільшенні прямої напруги інжекція посилюється, у прикордонних областях поблизу $p-n$ переходу накопичується більше неосновних носіїв – і загальна ємність діода суттєво зростає. Саме тому на високих рівнях збудження або при імпульсних сигналах ємність діода може збільшуватись із напругою, що враховується у швидкодіючих випрямлячах та варикапах. У зворотному напрямку, навпаки, домінує бар'єрна ємність, і залежність $C_b(U)$ наближається до емпіричного закону (рис. 3.7):

$$C_b = C_0(1 - U/U_k)^{-m},$$

де $m \approx 1/2$ для різких та $1/3$ для плавних переходів. Таким чином, $p-n$ перехід може виступати як керований конденсатор, і ця властивість використовується у варикапах, де зворотна напруга задає частоту електронних коливань.

Через нелінійну форму ВАХ опір діода не є сталим. Миттєве співвідношення між малими змінами напруги і струму $R_d = \frac{dU}{dI}$ називають диференціальним опором. У прямій гілці при зростанні струму R_d зменшується до одиниць омів, тоді як у зворотній досягає сотень кілоом. Послідовний опір R_s накладається на цей динамічний опір і визначає нахил кривої при великих струмах, тому експериментальне визначення R_s – важлива частина аналізу характеристик реального діода.

Отже, $p-n$ перехід поєднує властивості випрямляча й конденсатора, керованого напругою. Вимірювання його вольт-амперних і вольт-фарадних характеристик дозволяє визначати концентрацію домішок, контактну різницю потенціалів і тип діода. Розуміння цих залежностей дає змогу пов'язати мікроскопічну фізику з роботою сучасних електронних приладів – від простих випрямлячів до фотодіодів і лазерних структур.

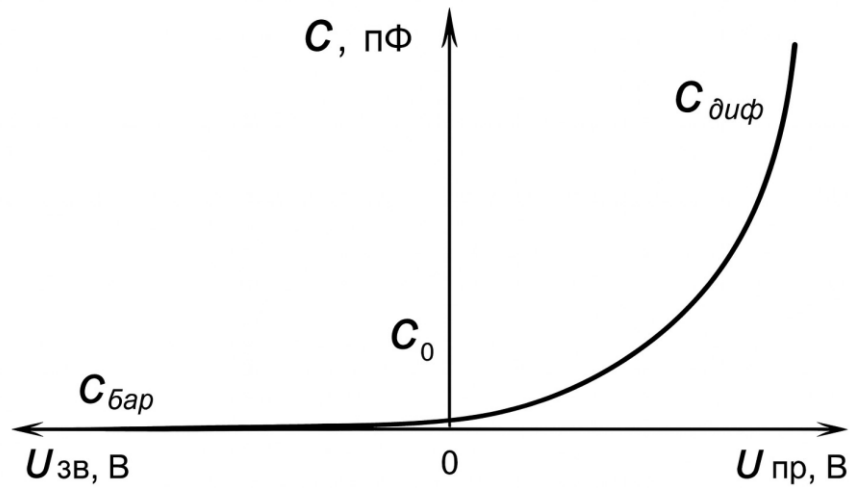


Рис. 3.7. ВФХ $p-n$ переходу

Диференціальним опором діода називають відношення незначної зміни (приросту) напруги dU в діоді до приросту струму dI , який викликаний ним. Тобто:

$$R_{\text{диф}} = dU/dI. \quad (3.4)$$

Сутність диференціального опору діода можна графічно пояснити на графіку ВАХ (рис. 3.8).

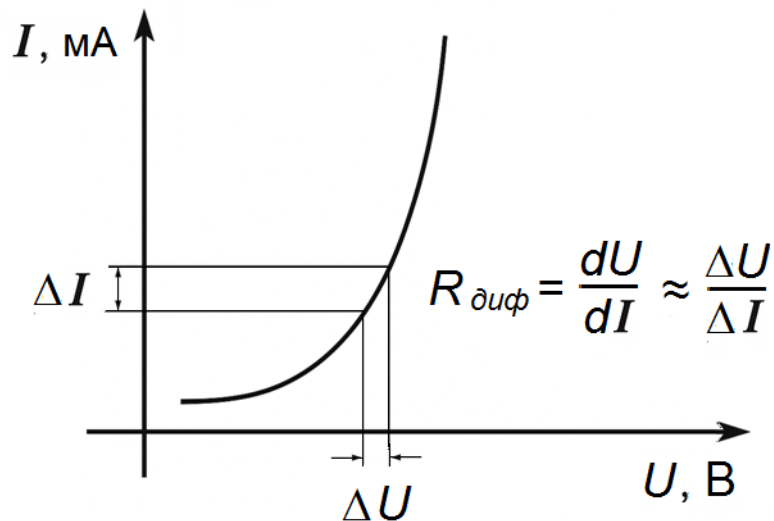


Рис. 3.8. Графічне пояснення диференціального опору

Оскільки ВАХ діода є нелінійною залежністю (рис. 3.6, 3.8) і струм змінюється непропорційно напрузі, тому диференціальний опір в будь-якій точці кривої ВАХ можна розглядати як похідну, що обчислена в цій точці. Це співвідноситься з попереднім описом

$\frac{dI}{dU}$ для реального діода і не суперечить рівнянню Шоклі.

3.2 Експериментальне устаткування

Технічний опис установки ФПК-06 (рис. 3.8).

Настільна лабораторна установка ФПК-06 *призначена* для вивчення властивостей $p-n$ переходу, зокрема для зняття вольт-амперної характеристики (ВАХ) у прямих і зворотних напрямках, а також вольт-фарадної характеристики (ВФХ) - залежності ємності $p-n$ переходу від напруги. Технічні характеристики установки надані в табл. 3.3.



Рис. 3.8

Таблиця 3.3 – Основні технічні характеристики установки ФПК-06

Параметр	Значення
Габарити	205 × 180 × 105 мм
Живлення	220 В, 50 Гц
Споживана потужність	не більше 20 ВА
Максимальна вага	до 4.5 кг
Діапазон напруги (пряма ВАХ)	0...4,00 В, дискретність 0,01 В
Діапазон напруги (зворотна ВАХ / ВФХ)	0...–35,0 В, дискретність 0,1 В
Діапазон струму (пряма ВАХ)	0,00...10,0 мА
Діапазон струму (зворотна ВАХ)	0,0...99 мкА
Діапазон ємності (ВФХ)	0...999 пФ
Точність вимірювання	не більш (5 ± 2) мітки найменшого розряду
Обмеження струму через зразок	макс. 10 мА

Опис конструкції та її функцій. Установка ФПК-06 має компактну настільну конструкцію з передньою панеллю, яка оснащена клемми підключення зразка, цифровим індикатором для відображення значень напруги, струму або ємності, а також кнопками керування ("+", "-", "Скидання") та перемикачами режимів (ВАХ / ВФХ, пряма / зворотна характеристика).

Переваги установки. Універсальність: можливість знімання ВАХ та ВФХ; автоматичне масштабування вимірів; зручна цифрова індикація; захист зразка від перевантаження струмом; компактність та легкість.

3.3 Порядок роботи (Хід експерименту)

1. Ввімкнути прилад ФПК-06.
2. 5-6 разів зняти показники прямої ВАХ та оберненої ВФХ.
3. По одному разу виміряти пряму ВФХ та обернену ВАХ.
4. Занести результати вимірів разом з інструментальними похибками у таблицю.

3.4 Завдання та вказівки при виконанні роботи

1. З отриманих експериментальних даних знайти струм насичення та поправочний коефіцієнт m .

Вказівка: Для підгонки теоретичних залежностей до експериментальних даних доцільно використовувати спеціалізовані математичні пакети, такі як Python, MATLAB, Mathematica, Mathcad або Maple, оскільки в Excel відсутні алгоритми, здатні адекватно апроксимувати функції, що описують вольт-амперну характеристику переходу.

При цьому бажано теоретичну ВАХ використовувати у такому вигляді:

$$U = m\varphi_T \ln[I/I_s + 1] \sim m\varphi_T \ln(1/I_s) + m\varphi_T I_s/I \text{ при } I_s/I \ll 1.$$

Звідси, апроксимуючи цю залежність прямою при $I_s/I \ll 1$, знаходимо значення I_s .

Після чого, за формулами Додатку А1, знаходимо m та $\sigma m_{\text{заг}}$.

2. Визначити значення диференційного опору діода у двох точках на прямій гілці ВАХ діода.
3. З ВФХ при зворотніх напругах (формула 3.2) знайти контактну різницю потенціалів φ_k , C_0 та v .
4. За допомогою формул Додатку А1 підрахувати повні похибки усіх величин (m , I_0 , φ_k , C_0 та v).
5. Скласти таблицю отриманих значень та зробити висновок про тип діода (германієвий, кремнієвий чи якого типу варикап).

3.5 Контрольні запитання

1. Напівпровідники n – та p – типу. Напівкласична теорія p – n переходу.
2. Як виникає p – n перехід при ідеальному контакті напівпровідників з різним типом електропровідності.
3. Намалювати схему і пояснити спосіб зняття ВАХ діодів за допомогою амперметра і вольтметра.
4. Пояснити роботу p – n переходу при прямому та зворотному включенні.
5. Чим відрізняються ВАХ ідеального p – n переходу і реального діода.
6. Дати визначення диференціального опору діода і пояснити графічно спосіб його визначення.

7. Записати рівняння ВАХ випрямного діода, графік ВАХ і його пояснення.
8. Намалювати ВАХ стабілітрона та визначити робочу ділянку ВАХ при стабілізації напруги.
9. Чому величина бар'єрної ємності залежить від прикладеної напруги?
10. Яка фізична природа дифузійної ємності $p-n$ переходу?
11. Перерахувати основні параметри діодів.
12. Зонна теорія $p-n$ переходу: Енергія Фермі. Звідки виникають зони? Як змінюються зони і енергія Фермі при різних підключеннях діода? Як змінюється зона при домішковому напівпровіднику?

3.6 Рекомендована література

1. Кобушкін О.П. Атомна фізика, підручник, 2018.
<https://ela.kpi.ua/handle/123456789/26381>
 2. Федорченко А. М. Теоретична фізика. У 2-х т. Т.2. Квантова механіка, термодинаміка і статистична фізика, К.: Вища школа, 1993, 415 с.
 3. Франкль П.І. *Напівпровідникові прилади та мікроелектроніка*. — К.: Вища школа, 1981. (Теорія роботи напівпровідникових діодів, ВАХ, струми в $p-n$ переході)
 4. Кулік М.І., Мальцев В.Л. *Фізика твердого тіла*. — К.: Наукова думка, 2001. (Короткий опис енергетичних зон, напівпровідників і їх провідності)
 5. Слюсаренко С. М., Ткаченко В. М.. *Фізика напівпровідників і діодів* – Київ: Вища школа, 2018 (Докладно описує основи роботи $p-n$ переходу, вольт-амперні характеристики та методи їх вимірювання)
 6. Яблонський А. П. *Електроніка та мікроелектроніка* – Львів: Світ, 2020. (Містить розділи про діоди, їх властивості та експериментальні методи дослідження)
- Додаткова (допоміжна) література:
7. Horowitz P., Hill W. *The Art of Electronics*. — Cambridge Univ. Press, 2015. (Надзвичайно доступне пояснення $p-n$ переходів, діодів та схем із ними).
 8. Streetman B.G., Banerjee S. *Solid State Electronic Devices*. — Pearson, 7th Ed., 2015 (Сучасний курс напівпровідникової фізики та електроніки).
 9. Sedra, Adel S., and Kenneth C. Smith. *Microelectronic Circuits*. 8th ed. Oxford: Oxford University Press, 2020. (Практична електроніка, характеристики діодів, розрахунки)

4 Лабораторна робота №4.

«Вимірювання температурної залежності електроопору провідників, напівпровідників та діелектриків»

Мета роботи: *Виміряти залежність опору від температури у трьох зразках матеріалів. Зрозуміти та пояснити причини різної залежності у трьох різних зразках з фізичної точки зору.*

Ключові поняття: *Розподіл Фермі-Дірака, рівень Фермі, електрична і термічна провідність металів, закон Відемана-Франца, електронна зонна структура твердих тіл, закон діючих мас, електронний газ, модель вільних електронів, фонон*

Keywords: *Fermi–Dirac distribution (statistics), Fermi level, electrical and thermal conductivity of metals, Wiedemann-Franz law, electronic band structure of solids, the mass action law (electronics) or the law of mass action for semiconductors, the electron gas, free electron model, phonons*

4.1 Теоретична довідка

Дослідження залежності електричного опору від температури має важливий практичний сенс – знання значень електричного опору елементів електричних схем, температурна залежність опору є суттєвим для роботи пристроїв електроніки, комп'ютерних систем, тощо. З іншого боку розвиток розуміння теоретичних засад природи електричного опору матеріалів поглиблює розуміння фізики твердого тіла в цілому, квантової статистики та колективних процесів квантових систем.

В той час як сучасний послідовний опис явища електропровідності вимагає квантового підходу і є досить математично насиченим (більш детально це вивчається в курсі «Фізика твердого тіла»), в лабораторній роботі розглянемо класичну теорію Друде та Зомерфельда які дають певне наочне уявлення та сформулюємо основні моменти важливі для розуміння квантової теорії електропровідності.

Класична теорія провідності.

Модель Друде була першою яка описувала явище протікання струму в провідниках та причини наявності електричного опору. Запропонована, через три роки після відкриття електрона, теорія базується на моделі вільних електронів. Припускається що атоми в металах слабо пов'язані з своїми валентними електронами, які можна розглядати як вільні і які забезпечують протікання електричного струму. В моделі Друде вважається, що взаємодія електронів відбувається тільки під час актів зіткнень електронів між собою та з іонами кристалічної ґратки. Таке наближення дозволяє пояснити чому буде виникати дрейф електронів під дією прикладеного поля, і певні інші базові властивості електроопору. Внесок розсіяння електронів на іонах переважає над ефектом розсіяння на електронів на самих електронах, тому в подальшому останнім нехтуємо.

Прийmemo за τ середній час між зіткненнями. Це означає що ймовірність зазнати зіткнення за час dt рівна dt / τ . В підході молекулярно кінетично теорії τ називається часом вільного пробігу. В стані рівноваги за відсутності зовнішнього поля середній вектор швидкості електронів рівен нулю за рахунок хаотичності зіткнень. При прикладанні електричного поля на електрони починає діяти сила Лоренца яка призводить до появи прискорення $a = eE / m$. Після зіткнень швидкість змінюється випадковим чином по величині та напрямку і як наслідок усереднена зміна швидкості складає:

$$v = -eE\tau / m ,$$

де τ середній час між зіткненнями електронів

Тоді рух електронів з середньою швидкістю дає значення густини струму

$$\vec{j} = -ne\vec{v}_{\text{дрейф}}$$

що, враховуючи значення $\vec{v}_{\text{дрейф}}$, дає закон Ома в диференціальній формі:

$$\vec{j} = \frac{ne^2\tau}{m_e} \vec{E} = \sigma \vec{E} .$$

Тут ми ввели питому провідність як величину обернену до питомого опору металу $\sigma = 1 / \rho$.

Для аналізу температурної залежності питомого опору зручно ввести довжину вільного пробігу l – як середню відстань яку проходить електрон між зіткненнями. Слідуючи моделі зіткнення твердих сфер можна виразити довжину вільного пробігу

$$l = 1 / Sn$$

де S – переріз розсіювання, який можна оцінити якщо прийняти що центри розсіювання виконують гармонічні коливання навколо центру рівноваги. Середня потенціальна енергія осцилятора

$$\frac{k \langle x^2 \rangle}{2} = k_B T$$

За законом Відема-Франца для металів виявляється що коефіцієнт теплопровідності та електропровідність пропорційні одне одному

$$\frac{\chi}{\sigma} = \frac{3}{2} \frac{k_B^2}{e^2} T .$$

Елементи квантової теорії.

У ізолюваному атомі електрони знаходяться на дискретних енергетичних рівнях. При зближенні атомів, внаслідок виконання принципу Паулі (на кожному рівні можуть знаходитися лише 2 електрони з різною орієнтацією спінових моментів), кожен енергетичний рівень розщеплюється, утворюючи зони дозволених і заборонених енергій, які чергуються одна з одною. Зони дозволених енергій виникають внаслідок розщеплення дискретних енергетичних рівнів в ізолюваному атомі завдяки взаємодії атомів у

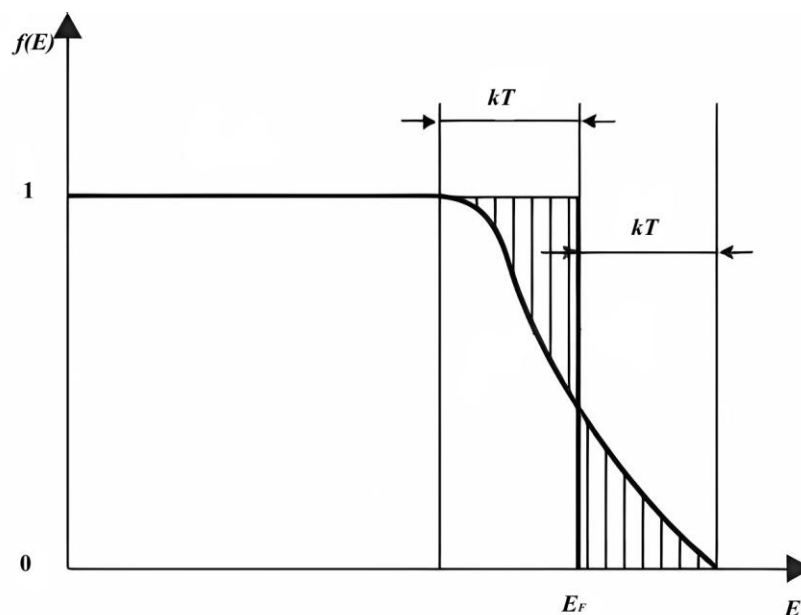
кристалічній ґратці. Заборонені зони енергій у кристалічній ґратці утворюються завдяки областям забороненої енергії в ізольованому атомі. Рівень з найбільшою енергією, повністю заповнений електронами при температурі $T = 0\text{ K}$, називається рівнем Фермі.

Основний стан квантової системи (в найпростішому випадку – атома) – це стан за нульової температури. При цьому усі його частинки (електрони) займають найнижчі енергетичні рівні (тобто мають найменшу, але ненульову енергію; така енергія називається енергія нульових коливань). Але за принципом Паулі дві частинки (ферміони, в яких напівцілий спіні), не можуть мати однаковий набір квантових чисел, які повністю характеризують квантовий стан частинки. Тому електрони (а спіні електронів – $\frac{1}{2}$, отже, вони – ферміони) не можуть одразу всі знаходитися на найменш енергетичних рівнях, і вони займають найнижчі, але вільні енергетичні рівні. Електрони, які займають найбільший енергетичний рівень за нульової температури, утворює поверхню Фермі. Найбільша енергія, яку має певний електрон за нульової температури, називається енергією Фермі. Такий електрон також характеризується імпульсом Фермі – це імпульс електрона, у якого є енергія Фермі. Також визначається температура Фермі як відношення енергії Фермі до сталої Больцмана.

Ми знаємо, що з ростом температури електрони залишають свої місця з найменш можливою енергією і займають збуджені енергетичні рівні. Саме для того, аби дослідити, як саме поведуть себе електрони при ненульових температурах, Енріко Фермі та Поль Дірак вивели статистику Фермі-Дірака, яка визначає ймовірність того що електрон займає певний енергетичний рівень при різних температурах:

$$f(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E - E_F}{k_B T}\right) + 1},$$

де E – енергетичний рівень, E_F – енергія Фермі, T – температура



Важливо зазначити, що якщо у металах за провідність відповідають лише електрони, які знаходяться на валентному рівні, то ми маємо абсолютно іншу картину у напівпровідниках. У напівпровідниках за утворення струму відповідають не лише електрони, а й так звані дірки (по суті, дірка – це вільне місце, яке може зайняти електрон у атомі). За нульової температури у напівпровідниках немає валентних електронів, усі рівні повністю заповнені, відповідно, немає і дірок.

Саме за наявності провідності дірок напівпровідники мають такі характерні властивості. Умовною різницею між напівпровідником та діелектриком вважається, що ширина забороненої зони у напівпровідників не більш, ніж 4 eV . Якщо ширина забороненої зони більша за 4 eV , то, зазвичай, такі матеріали є діелектриками.

Взагалі, заборонена зона – це набір неможливих значень енергій для електрона у даній квантовій системі. Відповідно, її ширина – це відстань між двома найближчими можливими значеннями енергії (у енергетичних одиницях).

За характером заповнення валентної зони та зони провідності електронами всі тверді тіла поділяють на три групи. З історичної точки зору такий поділ також зумовлений значенням провідності матеріалів відповідної групи.

Метали

До першої групи відносяться тіла, у яких над повністю заповненою валентною зоною знаходиться частково заповнена зона провідності. При $T = 0\text{ K}$ вільні всі рівні вище деякої енергії E_F , яка має назву енергія Фермі (рівень Фермі). Нижче E_F всі можливі енергетичні стани зайняті, отже при $T = 0\text{ K}$ всі явища, пов'язані із рухом електронів, відсутні. Якщо прикласти електричне поле, або нагріти тверде тіло, то електрони, набуваючи енергію, матимуть можливість переходити на вільні енергетичні рівні і зможуть приймати участь в явищах теплопровідності, електропровідності, тощо. Тверде тіло, яке має таку верхню частково заповнену зону, виявлятиме властивості металу.

Діелектрики

До другої групи відносять тіла, у яких є тільки повністю заповнені і вільні від електронів зони, причому ширина забороненої зони більша за 4 eV . В цьому випадку нагрівання може привести до появи лише мізерної кількості електронів провідності що не може забезпечити протікання електричного струму.

Напівпровідники

До третьої групи відносяться речовини проміжні між металами та діелектриками – напівпровідники, у яких при $T = 0\text{ K}$ є тільки повністю заповнені і повністю вільні від електронів зони, але ширина забороненої зони приймає значення $0,1 - 4\text{ eV}$. В таких речовинах термічне збудження електронів призводить до появи помітної кількості електронів в зоні провідності. Водночас в валентній зоні з'являються не зайняті

енергетичні стани які називають дірками. Такі стани можна розглядати як додатньо заряджені частинки які можуть рухатись під дією зовнішнього електричного поля в напрямку протилежному до руху електронів.

Закон діючих мас (закон відповідних станів) – це закон, який відображає залежність концентрації електронів та дірок у валентній зоні від температури. Закон діючих мас має таких вигляд:

$$np = 4 \left(\frac{kT}{2\pi} \right)^3 (m_e \cdot m_h)^{3/2} \cdot e^{-E/kT}$$

де k - стала Больцмана, а m_e та m_h – відповідні ефективні маси електрона та дірки. Вважаючи, що в наших експериментах концентрація дірок та електронів однакова, отримуємо:

$$n = p \sim e^{-E/kT}$$

Залежність опору напівпровідника від температури тоді матиме вигляд:

$$R = R_0 \cdot e^{-E/2kT}$$

4.2 Експериментальне устаткування

Експериментальна установка складається з нагрівального елемента, на якому закріплені три досліджувані зразки, а також блоку управління (рис. 4.1).

Для визначення залежності опору зразків від температури проводимо заміри під час процесу нагрівання, а потім під час процесу охолодження зразків.



Рис. 4.1. Прилади для дослідження залежності опору від температури: пічка з нагрівальним елементом і датчиком (справа) і блок управління (зліва)

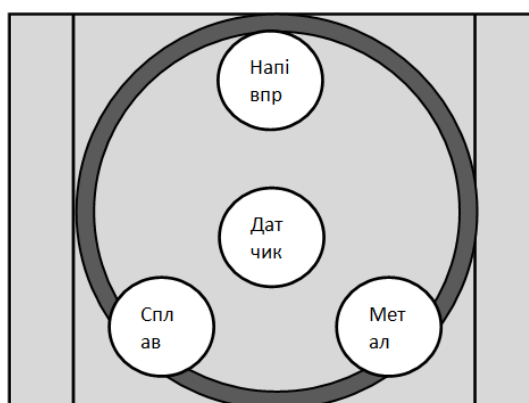
Виміри проводяться, починаючи з кімнатної температури (20°C) та до максимально можливої (120°C). Натискаючи кнопку "Нагрів" на блоці управління для початку нагріву зразків, після чого при ввімкненому нагріві фіксується значення опору всіх трьох зразків, потім чергово перемикаючись між ними за допомогою перемикача.

Після досягнення максимально можливої температури виміри продовжуються в режимі охолодження досліджуваних зразків.

Досягти кімнатної температури при охолодженні досить складно, оскільки після 30°C зразки остигають повільно, тому виміри можна зупинити при досягненні температури 25°C.

Установка для проведення лабораторної роботи працює за наступним принципом: за допомогою тепла, яке передається на різні експериментальні матеріали за допомогою спіралі нагрівання (тепло Джоуля), нагріваються до певної температури, яку фіксується за показами приладу. Відповідно, за кожної температури вимірюється опір кожного матеріалу, що дозволяє нам дослідити його властивості. Якщо подивитися на установку з переду, то бачимо наступну структуру:

- *зверху – напівпровідник;*
- *зліва – сплав, для якого $R(T)$ не залежить в межах наших температур;*
- *справа – метал;*
- *знизу – датчик.*



4.3 Хід експерименту

 **Будьте обережні!!! Ви працюєте зі струмом.**

Виміряйте залежність опору зразків “1”, “2”, “3” від температури при нагріванні.

У зв'язку з різною тепловою інерційністю датчика температури і зразків при нагріванні й охолодженні вимір опору зразків рекомендується виконувати наступним чином:

- 1) Натисніть кнопку „НАГРЕВ” вимірювального пристрою (при цьому на індикаторі з'явиться напис „Warm”, а в печі об'єкта дослідження з'явиться лампочка).
- 2) Спостерігаючи за показаннями температури (вони повинні зростати), при досягненні температури виміру менше необхідної на 2...5 (ряд температур виміру рекомендується вибирати через 5 °C), повторно натисніть кнопку „НАГРЕВ” (при цьому лампочка в печі повинна згаснути). Після цього, спостерігаючи за показаннями індикатора (вони

будуть зростати на 3...4 °С , а потім зменшуватися), при досягненні необхідної температури зніміть показання з опору. Так як при режимі „СТОП ИНД” показання індикатора не оновлюються і включення (виключення печі або вентилятора не відображаються, то для продовження нормальної роботи необхідно повторно натискати кнопку „СТОП ИНД”.

3) Необхідно зробити не менше 20 вимірів.

☞ Для більшої точності варто вибирати середнє значення опорі для кожної температури (важливо для напівпровіднику при високих температурах), оскільки при незмінній на дисплеї температурі можлива досить суттєва зміна опорі.

- 4) При досягненні максимальної температури (120°C) і спрацьовуванні захисту автоматично вимикається нагрівання і вмикається вентилятор (при цьому на індикаторі з'являється напис „Cool”).
- 5) Виміряйте залежність опорі зразків “1”, “2”, “3” від температури при охолодженні. При цьому внаслідок суттєво меншої швидкості охолодження ніж нагрівання достатньо проводити виміри одразу після досягнення температури наперед заданих значень. Звернуть увагу, що процес займає набагато більше часу, оскільки система досить довго охолоджується.
- 6) Оцініть і запишіть експериментальну похибку визначення R і T .

☞ Одразу важливо зауважити, що не намагайтесь окремо нагрівати кожен матеріал окремо – спершу всі три нагріваєте, потім – охолоджуєте!

☞ В режимі охолодження варто зупинитись на температурі в 2-3 градуси вищою ніж кімнатна, щоб

4.4 Завдання та вказівки при виконанні роботи

1. Побудуйте порівняльний графік залежності $R = f(t)$ для всіх трьох зразків.
2. Побудуйте графік залежності $R = f(t)$ нагріву і охолодження для зразка “1”. Нанесіть експериментальні похибки і легенди.
3. Методом найменших квадратів побудуйте екстраполяційні графіки $R = R_0(1 + \alpha \cdot t)$ і знайдіть похибку визначення кутового коефіцієнту та сталого члену цієї залежності.
4. Визначте температурний коефіцієнт опорі α . Знайдіть похибку його визначення. Порівняйте отриманий результат із табличним.
5. Зробіть висновок щодо достовірності отриманого результату.
6. Повторіть пункт 5 для зразка “3”.
7. Зробіть пункт 9 для залежності $\ln\left(\frac{R}{R_0}\right) = f\left(\frac{1}{T}\right)$.

8. Методом найменших квадратів побудуйте екстраполяційний графік для залежності $\ln\left(\frac{R}{R_0}\right) = f\left(\frac{1}{T}\right)$ і визначте похибку визначення кутового коефіцієнту. При побудові залежності до уваги слід брати точки, що „належать” лінійній частині кривої.
9. Визначте згідно із формулою $\ln\left(\frac{R}{R_0}\right) = \frac{E}{2kT}$ ширину забороненої зони і знайдіть похибку її визначення.
10. Зробіть висновок щодо достовірності отриманого результату.
11. Зробіть загальний висновок по роботі.

4.5 Контрольні запитання

1. Чому припущення про зіткнення електронів з іонами не дає коректного значення електропорідності металів.
2. Чому температурна залежність концентрації електронів не повністю пояснює температурну залежність електроопору металів.
3. Виведення закону діючих мас та його фізичне обґрунтування.
4. Виведення розподілу Фермі-Дірака.
5. Рівень Фермі, енергія Фермі, імпульс Фермі, поверхня Фермі.
6. Зонна структура металів, напівпровідників та діелектриків.
7. Якісне фізичне обґрунтування утворення зон. Ширина забороненої зони.
8. Модель вільних електронів.
9. Виведення залежності $\sigma(T)$ для металів та напівпровідників.
10. Рухливість дірок та електронів, провідність електронів та дірок.
11. Час вільного пробігу електрона.
12. Які є дефекти кристалічної ґратки і як вони впливають на провідність?
13. Закон Відемана-Франца, число Лоренца.
14. Поняття фонона. Теплоємність діелектриків.
15. Теплоємність металів.

4.6 Рекомендована література

1. Кобушкін О.П. Атомна фізика, підручник, 2018.
<https://ela.kpi.ua/handle/123456789/26381>
2. Федорченко А. М. Теоретична фізика. У 2-х т. Т.2. Квантова механіка, термодинаміка і статистична фізика, К.: Вища школа, 1993, 415 с.
3. Вакарчук І.О. Квантова механіка : підручник для студентів вищих навчальних закладів / 4-е вид., доп., Львів : ЛНУ ім. Івана Франка, 2012.
4. Ashcroft, Neil W.; Mermin, N. David (1976). Solid state physics. New York: Saunders College Publishing. ISBN 0-03-083993-9.
5. Kittel, Charles (1971). Introduction to solid state physics (4th ed.). New York: John Wiley & Sons. p. 766. ISBN 978-0-471-49021-0.

Додаток А1. Обробка даних з урахуванням похибок

А1.1. Основні методи розрахунку похибок при непрямим вимірах

1.1. Обробка даних непрямим вимірів за допомогою вибіркового методу

Як приклад, розглянемо експеримент з визначення прискорення вільного падіння g за спільними вимірами періоду коливань математичного маятника $T = 2\pi\sqrt{l/g}$ та його довжини l . Результати розрахунків наведені в табл. А1.1 (При розрахунках використано табл. А1.3).

Таблиця А1.1 – Дані вимірювань і похибок(побудована на основі [10])

$l_i, \text{ м}$	1.415	1.563	1.670	1.791	1.910	$\theta_{l,i}^{\max} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ м}$
$T_i, \text{ с}$	9.859	9.696	9.909	9.846	9.739	$\theta_{T,i}^{\max} = 10^{-4} \text{ с}$
g_i	9.859	9.696	9.909	9.846	9.739	$\bar{g} = 9.8088$
$\Delta g_i = g_i - \bar{g}$	0.049	0.114	0.099	0.036	0.070	$\sum \Delta g_i = 0$
$(\Delta g_i)^2$	$2.39 \cdot 10^{-3}$	$13.00 \cdot 10^{-3}$	$9.82 \cdot 10^{-3}$	$1.31 \cdot 10^{-3}$	$4.95 \cdot 10^{-2}$	$\sum (\Delta g_i)^2 = 0.003141$
θ_{g_i}	$11.0 \cdot 10^{-3}$	$9.32 \cdot 10^{-3}$	$8.26 \cdot 10^{-3}$	$7.25 \cdot 10^{-3}$	$6.43 \cdot 10^{-3}$	$\theta_g = \sigma_{syst} = 0.0085$

Для визначення приладової похибки застосуємо метод логарифмування функції.

$$\ln g(l, T) = \ln(4\pi^2) + \ln l - 2\ln T, \quad b_l = \frac{d \ln g}{dl} = \frac{1}{l}, \quad b_T = \frac{d \ln g}{dT} = -\frac{2}{T},$$

$$\theta_{g_i} = \sigma_{g_i \text{ syst}} = \left(\left| \frac{\theta_l}{l_i} \right| + \left| \frac{2\theta_T}{T_i} \right| \right), \quad S_{\bar{g}} = \sqrt{\frac{\sum_i (\Delta g_i)^2}{N(N-1)}} = 0.03963,$$

$$\Delta g = \sigma_{st} = t_{P,N} S_{\bar{g}} = 0.11016, \quad \Delta g_{\beta} = \beta_{P,N} R_f = 0.109, \quad \Delta g \approx \Delta g_{\beta},$$

$$\Delta \bar{g} = \sigma_{повна} = \Delta g + \theta_g = 0.119,$$

$$g = 9.81 \pm 0.12 \text{ м/с}^2, \quad P = 95\%, \quad N = 5.$$

1.2. Обробка даних непрямим вимірів за допомогою методу переносу

Як приклад, розглянемо експеримент з визначення прискорення вільного падіння g за 5 вимірами періоду коливань математичного маятника $T = 2\pi\sqrt{l/g}$ та його довжини l . Подаючи прискорення g через період і довжину, отримаємо: $g = 4\pi^2 l / T^2$. Результати розрахунків наведені в табл. А1.2(При розрахунках використано табл. А1.3).

$$\bar{g} = g(\bar{l}, \bar{T}) = 4\pi^2 l / T^2 = 9.82388.$$

Щоб визначити похибку скористаємося методом повного диференціалу:

$$a_l = \frac{dg}{dl} = \frac{4\pi^2}{T^2}, \quad a_T = \frac{dg}{dT} = -2 \frac{4\pi^2 \bar{l}}{T^3},$$

$$\begin{aligned} \Delta g = \sigma_{повна} &= \sqrt{(a_l \Delta \bar{l})^2 + (a_T \Delta \bar{T})^2} = \sqrt{\left(\frac{4\pi^2}{T^2} \Delta \bar{l} \right)^2 + \left(\frac{8\pi^2 \bar{l}}{T^3} \Delta \bar{T} \right)^2} = \\ &= \frac{4\pi^2 \bar{l}}{T^2} \sqrt{\left(\frac{\Delta \bar{l}}{\bar{l}} \right)^2 + \left(\frac{2\Delta \bar{T}}{\bar{T}} \right)^2} = 0.2136. \end{aligned}$$

Таблиця А1.2 (побудована на основі [12])

$l_i, \text{ м}$	0.782	0.810	0.795	0.801	0.787	$\theta_l = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$
$T_i, \text{ с}$	1.776	1.798	1.789	1.794	1.780	$\theta_T = 10^{-3} \text{ с}$
$\bar{l} = 0.795$						
$\Delta l_i = l_i - \bar{l}$	-0.013	0.015	0	0.006	-0.008	$\sum \Delta l_i = 0$
$(\Delta l_i)^2$	$169 \cdot 10^{-6}$	$225 \cdot 10^{-6}$	0	$36 \cdot 10^{-6}$	$64 \cdot 10^{-6}$	$\sum (\Delta l_i)^2 = 494 \cdot 10^{-6}$
$S_l = \sum \frac{(\Delta l_i)^2}{N(N-1)} = 0.00497$	$\Delta l = t_{P,N} \sqrt{S_l} = 0.013915$					
$\Delta \bar{l} = \sqrt{\Delta l^2 + \theta_l^2} = 0.013925, \quad l = \bar{l} \pm \Delta \bar{l} = 0.795 \pm 0.014 \text{ м}, \quad P = 95\%, \quad N = 5$						
$T_i, \text{ с}$	1.776	1.780	1.789	1.794	1.798	
$T = 1.7874$	$R_T = T_N - T_1 = 0.022$					
$T_i - T$	-0.0114	-0.0074	0.0016	0.0066	0.0106	
$(\Delta T_i)^2$	$1.30 \cdot 10^{-4}$	$5.47 \cdot 10^{-5}$	$2.56 \cdot 10^{-6}$	$4.356 \cdot 10^{-5}$	$1.12 \cdot 10^{-4}$	$\sum (\Delta T_i)^2 = 3.432 \cdot 10^{-4}$
$S_T = \sum \frac{(\Delta T_i)^2}{N(N-1)} = 0.004142$	$\Delta T = t_{P,N} \sqrt{S_T} = 0.011516$					
$\Delta \bar{T} = \sqrt{\Delta T^2 + \theta_T^2} = 0.011517, \quad T = \bar{T} \pm \Delta \bar{T} = 1.787 \pm 0.012 \text{ с}, \quad P = 95\%, \quad N = 5$						

1.3. Висновки

1. Для непрямих вимірів енергії використовуйте *метод переносу похибок*.
2. При наявності серії N вимірів слід застосовувати *статистичну обробку вибіркового методом*.

А1.2. Обробка даних для розрахунку енергії з урахуванням похибок (Приклад)

Розглянемо на практиці, як можна застосувати ці методи у нашому випадку при розрахунках похибок до енергій.

2.1. Для розрахунку енергії E_i скористаємося співвідношенням:

$$E_i = \frac{E_s v_s}{v_i}, \quad (\text{A1.1})$$

де E_s - еталонна енергія, v_i та v_s - виміряна та еталонна частота, відповідно.

Похибка вимірювань енергії σ_{E_i} у *методом переносу похибок* визначається через похибки виміряної та еталонної частот ($\sigma_{v_i}, \sigma_{v_s}$):

$$\sigma_{E_i} = \sqrt{\left(\frac{E_s v_s}{v_i^2} \sigma_{v_i} \right)^2 + \left(\frac{E_s}{v_i} \sigma_{v_s} \right)^2}. \quad (\text{A1.2})$$

Наприклад, якщо маємо наступні дані:

- $E_s = 1.0 \text{ Дж}, v_s = 100 \text{ Гц}, \sigma_{v_s} = 0.5 \text{ Гц};$
- $v_i = 95 \text{ Гц}, \sigma_{v_i} = 1.0 \text{ Гц}$

Нехай відомо, що систематична похибка $\gg$ статистичної похибки з довірчою ймовірністю $P = 95\%$, при $N = 5$ вимірах. Тобто, домінуючим внеском у загальну похибку є внесок від систематичної похибки σ_{v_i} .

З (A1.1) та (A1.2) маємо:

$$E_i = \frac{1.0 \times 100}{95} \approx 1.0526 \text{ Дж}, \quad \sigma_{E_i} = \sqrt{\left(\frac{1.0 \cdot 100}{95} 1.0 \right)^2 + \left(\frac{1.0}{95} 0.5 \right)^2} \approx 0.012 \text{ Дж}.$$

Результат: $E_i = 1.053 \pm 0.012 \text{ Дж}$. з довірчою ймовірністю $P = 95\%$, при $N = 5$ вимірах.

А1.3. Статистична обробка результатів вимірювань для енергії

Якщо зроблено серію N вимірювань енергії E_i , основні статистичні показники *вибірковим методом* обчислюються так:

середнє значення:

$$\bar{E} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N E_i ;$$

випадкова похибка:

$$\Delta E_{\text{вин}} = t_{P,N} \sqrt{\frac{\sum_i (E_i - \bar{E})^2}{N(N-1)}} ,$$

де $t_{P,N}$ - коефіцієнт Стюдента (табл. А1.3); наприклад, для довірчої імовірності $P_D = 0,95$ та числа вимірів $N = 5$ коефіцієнт Стюдента буде: $t_{P,N} = 2,776$;

приладова похибка:

$$\Delta E_{\text{syst}} = \frac{\theta_E}{\sqrt{3}} \text{ (якщо точність приладу } \theta_E \text{ відома);}$$

повна похибка:

$$\Delta E_{\text{повна}} = \sqrt{(\Delta E_{\text{вин}})^2 + (\Delta E_{\text{syst}})^2} .$$

Таблиця А1.3 – Таблиця значень критерію Стюдента $t_{P,N}$

$\begin{smallmatrix} P_D \\ N \end{smallmatrix}$	0,80	0,90	0,95	0,99	0,995	0,999
2	3,080	6,31	12,71	63,70	127,30	637,20
3	1,886	2,92	4,30	9,92	14,10	31,60
4	1,638	2,35	3,188	5,84	7,50	12,94
5	1,533	2,13	2,776	4,60	5,89	8,61
6	1,476	2,02	2,57	4,03	4,77	6,86
7	1,440	1,89	2,45	3,50	4,03	5,96
8	1,415	1,86	2,37	3,36	3,69	5,41
9	1,397	1,83	2,31	3,25	3,58	5,04
10	1,383	1,81	2,26	3,17	3,50	4,78
12	1,356	1,78	2,18	3,06	3,37	4,32
14	1,350	1,77	2,15	3,01	3,33	4,07
16	1,341	1,75	2,12	2,92	3,27	3,92
18	1,333	1,734	2,10	2,88	3,22	3,81
20	1,328	1,725	2,09	2,85	3,20	3,75
30	1,316	1,70	2,04	2,75	3,03	3,65
40	1,303	1,684	2,02	2,70	2,99	3,58
50	1,299	1,676	2,01	2,68	2,98	3,54
60	1,296	1,671	2,00	2,66	2,96	3,50
∞	1,282	1,64	1,96	2,58	2,81	3,29

Приклад розрахунку:

- $E_i = \{1.05, 1.06, 1.03, 1.04, 1.05\}$ Дж, $\theta_E = 0.01$ Дж, $N = 5$.

Послідовно обчислюємо:

$$\bar{E} = \frac{1.05 + 1.06 + 1.03 + 1.04 + 1.05}{5} = 1.046 \text{ Дж}, \quad \bar{E} = 1.046 \text{ Дж},$$

$$\Delta E_{\text{вин}} = 2,776 \cdot \sqrt{\frac{(1.05 - 1.046)^2 + (1.06 - 1.046)^2 + (1.03 - 1.046)^2 + (1.04 - 1.046)^2 + (1.05 - 1.046)^2}{5 \cdot 4}}$$

$$\Delta E_{\text{вин}} \approx 0.008 \text{ Дж},$$

$$\Delta E_{\text{syst}} = \frac{0.010}{\sqrt{3}} \approx 0.006 \text{ Дж},$$

$$\Delta E_{\text{повна}} = \sqrt{(0.008)^2 + (0.006)^2} \approx 0.010 \text{ Дж}.$$

Результат:

$E = 1.046 \pm 0.010$ Дж, з довірчою ймовірністю $P = 95\%$, при $N = 5$ вимірах.

Додаток А2. Оформлення титульного аркушу

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»
ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ**



Лабораторна робота № _____

Назва роботи

Роботу виконали:

студенти групи _____

ППП

Роботу перевірів:

ППП викладача

(підпис)

Рік виконання роботи