

Применение метода стандартных полиномов при синтезе систем подчиненного регулирования

Предложена методика синтеза систем подчиненного регулирования методом стандартных полиномов, разрешающая компромисс между требованиями, предъявляемыми к динамике системы при работе ее в линейном режиме и в режиме ограничения регулируемой координаты внутреннего контура. Рассмотрен пример использования полинома Грехема-Летропа при оптимизации однократно интегрирующей системы регулирования скорости.

В настоящее время прослеживается тенденция сближения методов синтеза систем подчиненного регулирования (СПР) и систем модального управления (СМУ).

В [1] рассмотрен принцип конструирования характеристического полинома (ХП) в СПР при оптимизации их методом двойных пропорций

$$G_n(p) = 2^{n-1} T_\mu p (2^{n-2} T_\mu p (\dots (2^1 T_\mu p (2^0 T_\mu p + 1) + 1) \dots) + 1) + 1 \quad (1)$$

и выполнено нормирование этих полиномов по среднегеометрическому корню (СГК)

$$G_n(p_\omega) = p_\omega^n + 2^{(n-1)/2} p_\omega^{n-1} + 2^{n-2} p_\omega^{n-2} + \dots + p_\omega^{n-1} + 2^{n-2} p_\omega^2 + 2^{(n-1)/2} p_\omega + 1, \quad (2)$$

что привело к возможности использовать их в качестве стандартных форм при синтезе СМУ.

В формулах (1) и (2) обозначены:

T_μ – малая некомпенсируемая постоянная времени привода;

$p_\omega = p / \Omega_0$ – относительный оператор Лапласа;

$\Omega_0 = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n p_i}$ – СГК, или характеристическая частота полинома.

Характерным для этой настройки является то, что отношение постоянных времени интегрирования двух любых смежных разомкнутых контуров системы подчиненного регулирования равно 2:

$$\delta_i = \frac{T_i}{T_{i-1}} = 2, \quad i = 1, 2, \dots, n-1, \quad T_0 = T_\mu. \quad (3)$$

Если допустить вариацию отношений δ_i , то ХП (1) примет вид:

$$G_n(p) = \delta_{n-1} T_\mu p (\delta_{n-2} T_\mu p (\dots (\delta_1 T_\mu p (\delta_0 T_\mu p + 1) + 1) \dots) + 1) + 1 = \\ = a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_2 p^2 + a_1 p + 1, \quad (4)$$

где

$$\left\{ \begin{aligned} a_n &= \delta_0^n \delta_1^{n-1} \dots \delta_{n-3}^3 \delta_{n-2}^2 \delta_{n-1} T_\mu^n, \\ a_{n-1} &= \delta_0^{n-1} \delta_1^{n-1} \dots \delta_{n-3}^3 \delta_{n-2}^2 \delta_{n-1} T_\mu^{n-1}, \\ &\dots \\ a_2 &= \delta_0^2 \delta_1^2 \dots \delta_{n-2}^2 \delta_{n-1} T_\mu^2, \\ a_1 &= \delta_0 \delta_1 \dots \delta_{n-3} \delta_{n-2} \delta_{n-1} T_\mu. \end{aligned} \right. \quad (5)$$

Нормируя полином (4) по его СГК

$$\Omega_0 = \frac{1}{\sqrt[n]{a_n}} = \frac{1}{\sqrt[n]{\delta_1^{n-1} \dots \delta_{n-2}^2 \delta_{n-1} \delta_0 T_\mu}} = \frac{1}{\sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n-1} \delta_i^{n-i} \delta_0 T_\mu}}, \quad (6)$$

получаем:

$$G_n(p_\omega) = p_\omega^n + \gamma_{n-1} p_\omega^{n-1} + \dots + \gamma_1 p_\omega + 1, \quad (7)$$

где

$$\gamma_i = a_i \Omega_0^i. \quad (8)$$

Из анализа коэффициентов (5) и выражения (8) вытекает эмпирическая формула [2]:

$$\delta_i = \frac{T_i}{T_{i-1}} = \frac{a_{n-i}^2}{a_{n-i-1} a_{n-i+1}} = \frac{\gamma_{n-i}^2}{\gamma_{n-i-1} \gamma_{n-i+1}}, \quad (9)$$

$$i = 1, 2, \dots, n-1,$$

$$\delta_0 = 1,$$

где i – порядковый номер контура (счет начинается изнутри).

С ее помощью метод стандартных полиномиальных уравнений, используемый обычно при синтезе СМУ, можно распространить и на СПР.

На важную роль коэффициентов δ_i при синтезе систем автоматического управления обращено внимание еще в работе [3], где они названы характеристическими соотношениями.

Недостатком применения полиномиального метода синтеза для систем подчиненного регулирования является то, что при обеспечении желаемых динамических свойств системы при работе ее в линейном режиме, может нарушиться динамика какого-либо из внутренних контуров при работе его в режиме ограничения регулируемой им координаты. Чаще всего таким контуром является контур тока.

Для примера рассмотрим возможность использования в однократно интегрирующей системе подчиненного регулирования скорости в качестве характеристического полинома (ХП) полинома Грехема-Летропа [4], обеспечивающего минимизацию функционала

$$I_2 = \int_0^t t |\varepsilon(t)| dt, \quad (10)$$

где $\varepsilon(t)$ – ошибка регулирования.

Для этого полинома отсутствуют аналитические методы определения коэффициентов и корней. Его коэффициенты найдены эмпирически при использовании метода математического моделирования.

Полином Грехема-Летропа 3-го порядка имеет вид:

$$G_{GL3}(p_\omega) = p_\omega^3 + 1.75 p_\omega^2 + 2.15 p_\omega + 1. \quad (11)$$

Характеристические соотношения полинома (9) имеют следующие значения:

$$\delta_{1GL3} = 1.75^2 / 2.15 = 1.4244,$$

$$\delta_{2GL3} = 2.15^2 / 1.75 = 2.6414.$$

Полином Баттерворта того же порядка, который является характеристическим полиномом рассматриваемой СПР при оптимизации ее методом двойных пропорций ($\delta_{1But} = \delta_{2But} = 2$), выглядит следующим образом:

$$G_{But3}(p_\omega) = p_\omega^3 + 2p_\omega^2 + 2p_\omega + 1. \quad (12)$$

Используя для преобразования полиномов (11) и (12) к ненормированному виду формулы (6) и (8), получаем:

$$G_{GL3}(p) = 5.36p^3 + 5.36p^2 + 3.76p + 1, \quad (13)$$

$$\Omega_{0GL3} = 0.57 / T_\mu;$$

$$G_{But3}(p) = 8p^3 + 8p^2 + 4p + 1, \quad (14)$$

$$\Omega_{0But3} = 0.5 / T_\mu.$$

Применительно к рассматриваемой СПР

$$\delta_1 = a_T = \frac{T_T}{T_\mu}, \quad \delta_2 = a_c = \frac{T_c}{T_T},$$

где T_T , T_c – постоянные времени интегрирования разомкнутых контуров регулирования тока (КРТ) и скорости (КРС) соответственно.

Переходные функции этих замкнутых контуров при сравниваемых настройках приведены на рис. 1. Анализ рисунков показывает, что при использовании характеристического полинома Грехема-Летропа переходная функция КРС, определяющая качество переходных процессов в системе электропривода при работе всех ее элементов в линейном режиме, имеет меньшее перерегулирование ($\sigma = 2\%$) и более высокое быстродействие (время достижения максимума $t_m = 8T_\mu$), чем при использовании полинома Баттерворта ($\sigma = 8\%$, $t_m = 9.8T_\mu$). Можно показать, что и статическое падение скорости в первом случае будет меньше, чем во втором:

$$\frac{\Delta\omega_{cBut3}}{\Delta\omega_{cGL3}} = \frac{\delta_{1But3}\delta_{2But3}}{\delta_{1GL3}\delta_{2GL3}} = \frac{a_{1But3}}{a_{1GL3}} = \frac{4}{3.76} \approx 1.06.$$

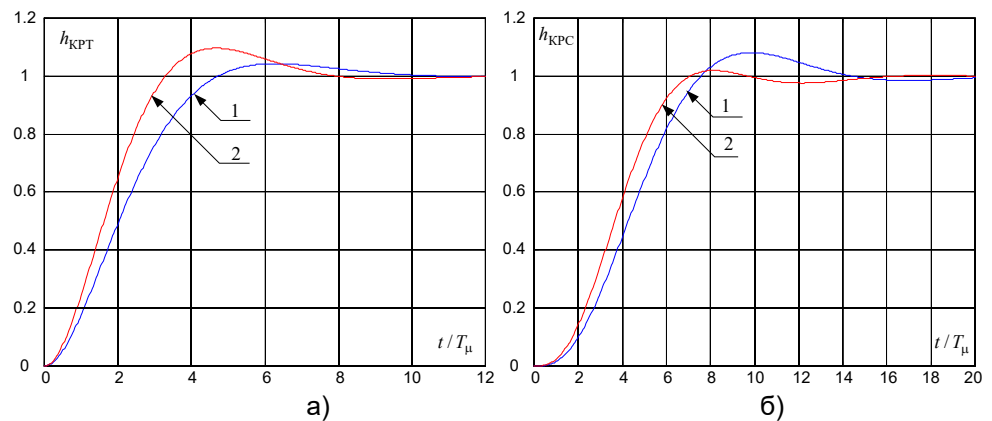


Рисунок 1 – Переходные функции КРТ (а) и КРС (б) при использовании в КРС характеристического полинома Баттерворта (1) и Грехема-Летропа (2)

Однако положительный эффект при использовании полинома Грехема-Летропа достигается за счет более жесткой настройки контура тока, что приводит к увеличению перерегулирования его переходной функции, которая определяет качество переходных процессов при работе привода в режиме токоограничения.

Для того чтобы не изменять работу системы в режиме токоограничения, следует в регуляторе тока оставить общепринятую настройку

$$T_{\tau}' = 2T_{\mu},$$

а требуемое значение первого характеристического соотношения выбранного стандартного полинома $a_{\tau} = \delta_1$ обеспечить за счет дополнительной отрицательной обратной связи по току, введенной на вход регулятора скорости с коэффициентом

$$k_{\tau 1} = \frac{k_{\tau}}{k_{\text{РС}}} \cdot \left(\frac{2}{\delta_1} - 1 \right), \quad (15)$$

где

k_{τ} – коэффициент передачи основной обратной связи по току;

$k_{\text{РС}}$ – коэффициент усиления регулятора скорости.

При этом коэффициент усиления регулятора скорости, синтезированного по общепринятой методике, необходимо умножить на отношение

$$k_{\text{РСд}} = \frac{2}{\delta_1}. \quad (16)$$

Полученная таким образом СПР с дополнительной обратной связью по току, введенной на вход регулятора скорости, имеет переходную функцию контура тока, соответствующую оптимизации его методом двойных пропорций, и переходную функцию контура скорости, соответствующую характеристическому полиному Грехема-Летропа (кривая 2 на рис. 2). Следует отметить, что при $\delta_1 > 2$ дополнительная обратная связь по току становится положительной. Такое соотношение характерно, в частности, для полинома Бесселя и полинома с биномиальными коэффициентами.

Для того чтобы иметь возможность при синтезе СПР выбирать произвольным образом не только расположение нормированных полюсов, но и среднегеометрический корень, в [5] предложен метод обобщенного полинома, применение которого часто приводит к синтезу нереализуемых регуляторов, у которых порядок числителя передаточной функции оказывается больше порядка знаменателя.

Избежать этого недостатка можно изменением постоянной времени тиристорного преобразователя (ТП) путем охвата его обратной связью по ЭДС, что, собственно говоря, делают и в системах модального управления. Величина измененной постоянной времени T_{μ}' ТП зависит от желаемого СГК $\Omega_{0ж}$ и характеристических соотношений желаемого ХП:

$$T_{\mu}' = \frac{\Omega_{0ж}}{\sqrt[n-1]{\prod_{i=1}^n \delta_i^{n-i}}} = \delta_0 T_{\mu}, \quad (17)$$

$$\delta_0 = \frac{T_{\mu}'}{T_{\mu}} \neq 1.$$

Коэффициент обратной связи по ЭДС преобразователя следует вычислять по формуле:

$$k_3 = \frac{1}{k_{\pi}} \left(\frac{1}{\delta_0} - 1 \right), \quad (18)$$

где k_{π} – коэффициент усиления ТП.

При замыкании преобразователя обратной связью изменяется не только его постоянная времени, но и коэффициент усиления:

$$k_{\pi}' = \frac{k_{\pi}}{k_{\pi}k_3 + 1} = \delta_0 k_{\pi}, \quad (19)$$

что необходимо учесть при синтезе регулятора тока.

Структурная схема системы подчиненного регулирования скорости, с особенностями, позволяющими выполнить ее синтез методом стандартных полиномов, представлена на рис. 2.

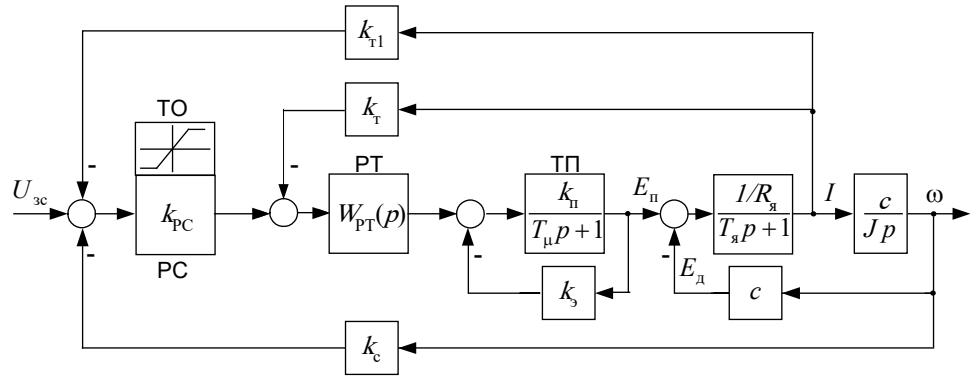


Рисунок 2 – Структурная схема СПР с дополнительными обратными связями по току и ЭДС преобразователя

Передаточные функции регуляторов тока и скорости на этой структурной схеме, в соответствии с приведенными выше рассуждениями, должны иметь вид:

$$W_{PT}(p) = \frac{(T_y p + 1)R_y}{k_{\pi}' k_T T_T} = \frac{(T_y p + 1)R_y}{k_{\pi}' k_T \cdot 2T_{\mu}'} = \frac{(T_y p + 1)R_y}{2\delta_0^2 k_{\pi} k_T T_{\mu}}, \quad (20)$$

$$k_{PC} = \frac{c k_T}{J k_c T_c} \cdot k_{PCд} = \frac{c k_T}{J k_c \cdot \delta_1 \delta_2 T_{\mu}'} \cdot \frac{2}{\delta_1} = \frac{2 c k_T}{J k_c \delta_0 \delta_1^2 \delta_2 T_{\mu}}. \quad (21)$$

Из (18) следует, что при $\delta_0 > 1$ обратная связь по ЭДС становится положительной, а постоянная времени преобразователя не уменьшается, а увеличивается. В этом случае в контур регулирования ЭДС лучше включить пропорционально-интегральный интегратор с передаточной функцией

$$W_{PЭ}(p) = \frac{T_{\mu} p + 1}{k_{\pi} k_3 T_{\mu}}. \quad (22)$$

При этом изменится и передаточная функция регулятора тока:

$$W_{PT}(p) = \frac{(T_y p + 1)R_y k_3}{k_T T_T} = \frac{(T_y p + 1)R_y k_3}{k_T \cdot 2T_{\mu}'} = \frac{(T_y p + 1)R_y k_3}{2\delta_0 k_T T_{\mu}}. \quad (23)$$

В заключение следует сказать, что непосредственное измерение ЭДС преобразователя проблематично, а замена этого сигнала напряжением услож-

няет структуру объекта регулирования. Эта проблема актуальна не только для СПР, но и для СМУ.

Идея ввода в систему подчиненного регулирования дополнительной обратной связи по току, заведенной на вход регулятора скорости, может быть использована не только при синтезе СПР полиномиальным методом, а во всех случаях, когда желаемая динамика контура скорости обеспечивается при неудовлетворительной динамике контура тока.

Выводы

1. Для синтеза систем подчиненного регулирования методом стандартных коэффициентов постоянные времени интегрирования их разомкнутых контуров необходимо выбирать из условия (9).
2. Для обеспечения желаемого значения СГК характеристического полинома необходимо тиристорный преобразователь охватить обратной связью по ЭДС с коэффициентом передачи (18) или дополнить систему пропорционально-интегральным регулятором ЭДС преобразователя с передаточной функцией (22). Первый вариант предпочтителен для уменьшения постоянной времени преобразователя, а второй – для ее увеличения.
3. Для того чтобы не ухудшить динамические свойства системы при работе ее в режиме токоограничения, необходимо контур тока настраивать по общепринятой методике, а для обеспечения желаемых динамических свойств контура скорости при работе привода в линейном режиме снабдить систему управления дополнительной обратной связью по току (15), заведенной на вход регулятора скорости.
4. Система с дополнительной обратной связью по току, заведенной на вход регулятора скорости может быть использована не только при синтезе СПР полиномиальным методом, а во всех случаях, когда постоянная времени интегрирования контура тока должна быть разной при работе привода в линейном режиме и в режиме токоограничения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Толочко О. И., Коцегуб П. Х., Губарь Ю. В., Федоряк Р. В. Конструирование передаточных функций линейных САУ из условий модульного оптимума. // Збірник наукових праць ДонДТУ. Серія: "Електротехніка і енергетика", вип. 17: Донецьк: ДонДТУ, 2000, с. 24-30.
2. Марущак Я.Ю. Аналіз систем підпорядкованого регулювання, синтезованої з умов стандартного розподілу коренів характеристичного рівняння // Український міжвідомчий наук.-техн. зб. Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні. – Львів: ДУ "Львівська політехніка". – 1999. – №34. – С.19-22.
3. Naslin P. Dynamik linearer und nichtlinearer Systems. Mathematische Methoden zu ihrer Behandlung / Munchen-Wien: R. Oldenburg Verlag, 1968.
4. Марущак Я.Ю. Синтез регуляторів електромеханічних систем методом узагальненого характеристичного полінома // Технічна електродинаміка. – 2000. – №2. – С. 72-77.