

Бублик Г.Ф., Мелашенко О.Н., Цисарж В.В. Синтез робастной цифровой системы стабилизации микроспутника Рассмотрен вопрос синтеза цифровой системы стабилизации космического аппарата в орбитальной системе координат с учетом взаимозависимости его продольного и бокового движений. Синтез осуществлен из условия минимизации структурированного сингулярного значения системы. Показано, что применение билинейного преобразования специального вида позволяет получить высокое качество переходных процессов в системе.	Bublik G.F., Melaschenko O.M., Tsysarzh V.V. Synthesis robust of digital system of stabilization of the microsatellite The question of synthesis of digital system of stabilization of a space vehicle in orbital system of coordinates is considered in view of interdependence of his longitudinal and lateral movements. Synthesis is carried out from a condition of minimization structured singular values of system. It is shown, that application of bilinear transformation of a special kind allows to receive high quality of transients in system.
---	--

Надійшла до редакції
17 квітня 2003 року

УДК 621.375

ОПТИМІЗАЦІЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ СКЛАДЕНОГО РЕЗОНАТОРА ХВИЛЬОВОГО ТВЕРДОТІЛЬНОГО ГІРОСКОПА

Бакалор Т.О., Національний Технічний Університет України
“Київський політехнічний інститут”, м. Київ, Україна

В роботі проведено дослідження для визначення геометричних параметрів складеного резонатору хвильового твердотілого гіроскопа, з метою його максимального віброзахисту. Виходячи з вимог відсутності взаємовпливу власних частот коливань нижчих форм півсферичної оболонки та кріпильного стрижня отримано залежності для визначення конструктивних параметрів резонатора.

Вступ

Широке використання малогабаритних, високоточних та дешевих хвильових інерціальних давачів в системах орієнтації та навігації рухомих об'єктів обумовлено їх високими експлуатаційними характеристиками, надійністю, можливістю використання автоматизованого виробництва порівняно з класичними гіроскопами. Тому зараз багато уваги приділяється покращенню та підвищенню технологічності конструкції чутливого елемента, створенню віброзахисених конструкцій хвильового твердотілого гіроскопа (ХТГ), які працюють в умовах підвищеної вібрації та ударних навантажень.

В роботах [1-3] показано, що при наявності повздовжньої вібрації основи стояча хвиля “прив’язується” до орієнтації другої гармоніки дефекту розподілення маси. Тобто вплив повздовжньої вібрації еквівалентний дії деякого позиційного збудження вздовж осі дефекту по другій гармоніці.

Наявність поперечної вібрації “прив’язує” стоячу хвилю до першої та третьої гармонік дефекту мас. Це призведе до того, що ХТГ не зможе працювати

у інтегруючому режимі, як давач кута обертання основи.

Перераховані ефекти прив'язування стоячої хвилі можуть у ще більшому ступені проявлятися при співпаданні власних частот ніжки та резонатора тому, що саме через ніжку вібрація передається до резонатора, необмежено підвищуючи амплітуду коливань системи.

Наявність маятникової вібрації основи [4] взагалі може призвести до виходу з ладу приладу при співпаданні частот маятникових коливань ніжки з частотами власних коливань півсфери.

Це питання частково вирішується у роботі [5], де були знайдені умови відсутності взаємовпливу складових частин резонатору одна на одну, але використовувались лише частоти першої форми коливань кріпильного стержня, які враховують тільки вплив інерції обертання півсферичної оболонки, та другої робочої моди коливань півсферичної оболонки.

Постановка завдання

Проектування резонатора ХТГ вимагає визначення умов відсутності взаємовпливу складових частин резонатору одна на одну, для створення віброзахисної конструкції резонатору. Для цього необхідно вибором конструктивних параметрів ніжки та резонатора досягти рознесення власних частот маятникових коливань ніжки разом з півсферою та робочої форми коливання резонатора. При визначенні частот коливань кріпильного стрижня необхідно врахувати всі фактори, які впливають на динаміку його руху, а також необхідно врахувати декілька нижчих форм коливань стрижня, які можуть виникнути при дії на стрижень вібрації з боку основи. При визначенні умов взаємовпливу необхідно використовувати другу і третю робочу форму коливань півсферичної оболонки.

1. Знаходження власних частот коливань резонатора

1.1 Розрахунок частот коливань кріпильного стрижня

При знаходженні власних частот будемо розглядати кріпильну ніжку, як динамічну систему консольно закріпленого стрижня

Повне диференціальне рівняння поперечних коливань з урахуванням впливу інерції обертання та зсуву має вигляд [6]:

$$a^2 \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - r^2 \left(1 + \frac{E}{k'G} \right) \frac{\partial^4 y}{\partial x^2 \partial t^2} + r^2 \frac{\gamma}{g k'G} \frac{\partial^4 y}{\partial t^4} = 0. \quad (1)$$

де EI – згинна жорсткість, γ – питома вага матеріалу стрижня, а A – площа поперечного перерізу стрижня, $a^2 = \frac{EJg}{A\gamma}$, $r^2 = \frac{I}{A}$, k' – числовий коефіцієнт, який залежить від форми поперечного перерізу, G – модуль зсуву.

Рівняння (1) та кінцеві умови задовольняються при:

$$y = (ch k_i x - \cos k_i x - \alpha_i (sh k_i x - \sin k_i x)) \cos p_i t, \quad (2)$$

де $i=1,3,5,\dots$ $\alpha_1=0,734$ та $\alpha_3=1,018$ для першої та третьої форм коливань відповідно.

Тоді вирази для частот першої та третьої форм коливань дорівнюють:

$$p_1 = \frac{a(1,875)^2}{l^2} \left(1 + 2,742 \frac{r^2}{l^2} \left(1 + \frac{E}{k'G} \right) \right), \quad (3)$$

$$p_3 = \frac{a(4,694)^2}{l^2} \left(1 + 11,017 \frac{r^2}{l^2} \left(1 + \frac{E}{k'G} \right) \right), \quad (4)$$

де l – довжина кріпильного стрижня.

1.2 Розрахунок частоти коливань резонатора з урахуванням зконцентрованої маси

Для знаходження власних частот коливань стрижня з масою на кінці будемо використовувати наближені методи обчислення, які застосовуються при аналізі коливань стрижня зі змінними по довжині жорсткістю та масою. Найбільш точним і зручним з усіх наближених методів обчислення є метод Релея [7], за яким квадрат власної частоти дорівнює:

$$p^2 = \frac{\int_0^l EI (X'')^2 dx}{\int_0^l m X^2 dx + \sum m_i X_i^2}, \quad (5)$$

де m_i – маса оболонки $m_{об}$, m – маса стрижня $m_{см}$, X – функція, яка задовольняє геометричним граничним умовам, тобто описує переміщення стрижня при коливаннях, X_i – величина функції X , яку вона приймає в точці кріплення зконцентрованої маси m_i .

Вираз (5) буде давати точніший результат в залежності від точності задання функції X .

Для опису третьої та більш високих форм коливань консольно закріпленого стрижня доцільно використовувати синусоїдальну функцію вигляду:

$$X = \sin \frac{k\pi}{2l} \left(x + \frac{l}{k} \right); \quad k=1, 3, 5, \dots$$

Відповідно отримаємо частоту третьої форми коливань стрижня з оболонкою центр мас якої не співпадає з кінцем стрижня:

$$p_3 = \frac{9\pi^2}{4} \sqrt{\frac{EI}{2l^3 \left(\frac{m_{см}l}{2} + m_{об} \sin^2 \frac{3\pi}{2l} \left(b + \frac{l}{3} \right) \right)}}, \quad (6)$$

де $b = R - z_c$, R – зовнішній радіус та z_c – координата центру мас півсферичної оболонки відповідно.

Для знаходження частоти першої форми скористаємося ще одним різновидом формули Релея:

$$p^2 = \frac{\int_0^l q(x) X dx}{\int_0^l m X^2 dx + \sum m_i X_i^2}, \quad (7)$$

де X – функція прогину для відповідної форми коливань стрижня; X_i – значення прогину у точці знаходження маси на стрижні (оболонки), $q(x)$ – погонне навантаження; m – маса стрижня; m_i – маса оболонки.

У даному випадку функція прогинів X буде мати наступний вигляд:

$$X(x) = \frac{mgl^4}{8EI} \left(1 - \frac{4x}{3l} + \frac{x^4}{l^4} \right). \quad (8)$$

Відповідно частота першої форми коливань стержня з оболонкою центр мас якої не співпадає з кінцем стержня:

$$p_1 = \sqrt{\frac{EI}{\frac{13m_{cm}l^4}{162} + \frac{5m_{об}l^3}{16} \left(1 - \frac{4b}{3l} + \frac{b^4}{l^4} \right)^2}}; \quad (9)$$

1.3 Вплив інерції обертання півсферичної оболонки на власні частоти стрижня

Розглянемо вплив інерції обертання півсферичної оболонки на власну частоту стрижня. Будемо використовувати рівняння, в яких зроблене припущення, що інерція обертання півсферичної оболонки значно переважає інерцію обертання стрижня, тому останньою можна зневажати. Обернена форма рівнянь Лагранжа має вигляд [7]:

$$\begin{cases} y_1 + m \ddot{y}_1 \delta_{11} + m \rho^2 \ddot{y}_2 \delta_{12} = 0; \\ y_2 + m \ddot{y}_1 \delta_{21} + m \rho^2 \ddot{y}_2 \delta_{22} = 0; \end{cases} \quad (10)$$

де m – маса півсферичної оболонки; ρ – радіус інерції півсферичної оболонки відносно центру її тяжіння; y_1 – лінійне переміщення центру ваги півсферичної оболонки; y_2 – кут її обертання, одиничні переміщення δ_{ik} в даному випадку будуть дорівнювати:

$$\delta_{11} = \frac{l^3}{3EI}; \delta_{12} = \delta_{21} = \frac{l^2}{2EI}; \delta_{22} = \frac{l}{EI}.$$

Частинний розв'язок системи рівнянь (10) будемо шукати у вигляді:

$$\begin{cases} y_{1k} = a_{1k} \sin(p_k t + \varphi_k); \\ y_{2k} = a_{2k} \sin(p_k t + \varphi_k). \end{cases} \quad (11)$$

Відповідно частоти коливань першої та третьої форм дорівнюють:

$$p_1 = \sqrt{\frac{3EI}{ml^3} \left(1 - \frac{3\rho^2}{l^2} \right)}; \quad (12)$$

$$p_3 = \sqrt{\frac{3EI}{ml^3} \left(3 + \frac{4l^2}{3\rho^2} \right)}. \quad (13)$$

Порівнюючи вирази (12) та (13) з (3) та (4) відповідно, легко бачити, що врахування інерції обертання півсферичної оболонки приводить до зменшення власної частоти першої форми коливань стрижня, а частота третьої форми навпаки збільшується.

2. Складання умов відсутності взаємовпливу власних частот складових частин резонатора

Граничні умови для геометричних параметрів віброзахищеного резонатора:

$$\frac{1}{B} \geq \frac{\omega_{об_0}^{(i)}}{p_k} \text{ та } \frac{\omega_{об_0}^{(i)}}{p_k} \geq B, \quad (14)$$

де $\omega_{об_0}^{(i)}$ – власна частота коливань оболонки, p_k – власна частота коливань стрижня, B – визначається добротністю системи.

Як відомо [2, 8] власні частоти коливань оболонки для другої та третьої форми коливань відповідно становлять :

$$\omega_{об_0}^{(2)} = 6 \sqrt{\frac{EI_k}{5\rho S_k R_{cp}^4}}; \quad (15)$$

$$\omega_{об_0}^{(3)} = 24 \sqrt{\frac{EI_k}{10\rho S_k R_{cp}^4}}; \quad (16)$$

де ρ – щільність матеріалу резонатора; E – модуль пружності першого роду; R_{cp} – радіус середньої нейтральної лінії кільця, R – зовнішній радіус кільця, r – внутрішній радіус кільця, $h = R - r$ – товщина кільця; S_k – площа поперечного перерізу кільця, I_k – момент інерції поперечного перерізу кільця відносно нейтральної осі.

Для подальшого зручності перейдемо до наступного співвідношення величин h та R_{cp} , яке використовується на практиці: $h = n R_{cp}$, $n = 0,03 \div 0,05$, з врахуванням цього вирази (15), (16) мають вигляд відповідно:

$$\omega_{об_0}^{(2)} = \frac{6}{\sqrt{10}} \frac{1}{R_{cp}} \sqrt{\frac{E}{\rho}}; \quad \omega_{об_0}^{(3)} = \frac{12}{\sqrt{5}} \frac{1}{R_{cp}} \sqrt{\frac{E}{\rho}}.$$

Для того, щоб врахувати всі можливі варіанти співпадання частот необхідно в умові (14) врахувати всі комбінації параметрів $i = 2; 3$ та $k = 1; 3$. На основі відомих технологічних міркувань запишемо найбільш жорсткі умови:

$$\frac{1}{B} \geq \frac{64}{\pi^2 3\sqrt{5}} \frac{m R_{cp}}{d^2} \sqrt{m \left(\frac{m d^2}{8} + 2 n R_{cp}^2 \sin^2 \frac{3\pi}{2m R_{cp}} \left(\frac{R_{cp}(5+4n)}{8} + \frac{m R_{cp}}{5} \right) \right)} \geq B;$$

$$\frac{1}{B} \geq \frac{192}{\sqrt{15}} \frac{m R_{cp}^2 \sqrt{mn}}{d^2 \sqrt{\left(2 - \frac{3}{\pi m^2}\right)}} \geq B;$$

де d – діаметр стрижня, величина якого на практиці дорівнює $d = 4 \div 10$ мм та $l = m R_{cp}$, $m = 1 \div 2$.

Таким чином, знайдені співвідношення, для вибору конструктивних параметрів резонатора при його проектуванні.

Висновки

Отримані частоти власних коливань, які враховують: вплив інерції обертання та зсув стрижня, наявність сконцентрованої маси, яка дорівнює масі півсферичної оболонки, вплив інерції обертання півсферичної оболонки.

На підставі порівнянь власних частот коливань резонатора та кріпильного стрижня отримані формули для визначення геометричних параметрів віброзахисної системи.

Перспектива подальшого розвитку роботи полягає у математичному моделюванні частот та порівнянні отриманих результатів з розрахунками, які виконуються за аналітичними залежностями отриманими вище, а також врахуванні при розрахунку частот характеру кріплення ніжки та півсфери.

Література

1. Збруцкий А.В., Сарапулов С.А., Локоть Н.М. Волновой твердотельный гироскоп с неидеальным резонатором / Сб. Механика гироскопических систем. – Киев. – 1990. – В. 9 – С. 15–20.
2. Матвеев В.А., Липатников В.И., Алёхин А.В. Проектирование волнового твердотельного гироскопа. – М.: МГТУ, 1998. – 160 с.
3. Павловский А.М., Киселенко С.П. Погрешности твердотельного волнового гироскопа при вибрации основания // Механика гироскопических систем. – 1991. – № 10. – С. 37-42.
4. Сарапулов С.А., Киселенко С.П. Влияние маятниковых колебаний на точность твердотельного волнового гироскопа // Механика гироскопических систем. – 1991. – № 10. – С. 50-53.
5. Петренко С.Ф., Чиковани В.В., Яценко Ю.А. Технологические аспекты создания составных полусферических резонаторов для малогабаритных волновых твердотельных гироскопов // Гироскопия и навигация. – 2000. – № 1 (28). – С. 88–93.
6. Тимошенко С.П., Янг Д.Х., Уивер У. Колебания в инженерном деле. – М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1959. – 439 с.
7. Биргер И.А., Пановко Я.Г. Прочность. Устойчивость. Колебания. Справочник. – М.: Машиностроение, 1968. – Т. 3. – 567 с.
8. Журавлев В.Ф., Климов Д.М. Волновой твердотельный гироскоп. – М.: Наука, 1985. – 126 с.
9. Збруцкий А.В., Сарапулов С.А., Павловский А.М. Влияние геометрической нелинейности на процессию форм колебаний вращающейся консольной полусферической оболочки // Механика гироскопических систем. – 1987. – Вып. 6. – С. 18–23.

Бакалор Т.О. Оптимизация геометрических параметров составного резонатора волнового твердотельного гироскопа В работе проведено исследование для определения геометрических параметров составного резонатора волнового твердотельного гироскопа, с целью его максимальной виброзащиты. Исходя из условий отсутствия взаимовлияния собственных частот колебаний нижних форм полусферической оболочки и крепежного стержня получены зависимости для определения конструктивных параметров резонатора.	Bakalor T.O. Optimization of geometrical parameters of a compound resonator of the wave solid-state gyro In the work the research for definition of geometrical parameters of a compound resonator of the wave solid-state gyro is carried out, with the purpose of its maximum vibroprotection. Outgoing from conditions of absence of an intercoupling of frequencies themselves of oscillations of the lower forms of a hemispherical envelope and fastening rod the relations for definition of design data of a resonator are obtained.
--	--

Надійшла до редакції
3 квітня 2003 року

УДК 62-752.4: 528.521

НАЗЕМНА МАЯТНИКОВА АВТОМАТИЗОВАНА ГІРОСКОПІЧНА НАСАДКА ДО ТЕОДОЛІТУ

Юр'єв Ю.Ю., Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут», м. Київ, Україна

У цій статті пропонується наземна маятникова автоматизована гіроскопічна насадка до теодоліта, що реалізує компенсаційний метод визначення азимута з використанням стійкого і нестійкого положення рівноваги чутливого елемента.

Вступ

У багатьох галузях сучасної техніки: будівельна, гірська, геодезична та ін., часто виникає необхідність точного визначення азимута орієнтирного напрямку. Існуючі системи визначення азимута орієнтирного напрямку (триангуляційна мережа, різноманітні компаси, супутникові системи, тощо) в тій чи іншій мірі мають такі недоліки: дорожнеча, неуніверсальність, недостатня точність, неавтономність, велика тривалість вимірювання, тощо. Більшості цих недоліків позбавлені наземні гіроскопічні прилади орієнтації – гіротеодоліти. Сучасні гіротеодоліти, різноманітні схеми побудови яких представлено в роботах [1-3], забезпечують високу точність вимірювання азимута, порівняно малий час вимірювання й автономність, але мають, у свою чергу, наступні недоліки: можливість застосування для рішення вузького діапазону задач, великі габарити і маса, складність конструкції тощо.

Постановка завдання

Проектування гіротеодоліту в сучасних умовах вимагає врахування багатьох факторів. Сучасний гіротеодоліт, як, насамперед, геодезичний прилад, повинен бути високоточним, універсальним, малогабаритним, мобільним, дешевим приладом. Треба також враховувати той факт, що сучасні геодезичні при-