

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ  
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

**О.В. Тимохін, А.О. Тимохіна**

**ЦИФРОВА ЕЛЕКТРОНІКА В  
ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИЦІ.  
ЧАСТИНА 1:  
ЗБІРНИК ЗАДАЧ І ВПРАВ ДО ВИКОНАННЯ  
МОДУЛЬНОГО КОНТРОЛЮ (ДЛЯ СТУДЕНТІВ  
ДЕННОЇ ФОРМИ НАВЧАННЯ),  
ДОМАШНЬОЇ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ  
(ДЛЯ СТУДЕНТІВ ЗАОЧНОЇ ФОРМИ НАВЧАННЯ)**

*Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського  
як навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра,  
які навчаються за спеціальністю 141 «Електроенергетика, електротехніка та  
електромеханіка», освітньо-професійної програми «Управління, захист та  
автоматизація енергосистем»*

Київ  
КПІ ім. Ігоря Сікорського  
2022

Цифрова електроніка в електроенергетиці. Частина 1: збірник задач і вправ до виконання модульного контролю (для студентів денної форми навчання), домашньої контрольної роботи (для студентів заочної форми навчання) [Електронний ресурс] : навч. посіб. для студ. спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка», освітньо-професійної програми «Управління, захист та автоматизація енергосистем» / О. В. Тимохін, А.О. Тимохіна; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл: 1,72 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. – 42с.

*Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського (протокол № 6 від 24.06.2022 р.) за поданням Вченої ради Факультету електроенерготехніки та автоматики (протокол № 8 від 27.04.2022 р.)*

Електронне мережне навчальне видання

*ТИМОХІН Олександр Вікторович, ст. викл., канд. техн. наук*

*ТИМОХІНА Анастасія Олександрівна, ас.*

# **ЦИФРОВА ЕЛЕКТРОНІКА В ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИЦІ. ЧАСТИНА 1**

**ЗБІРНИК ЗАДАЧ І ВПРАВ ДО ВИКОНАННЯ МОДУЛЬНОГО  
КОНТРОЛЮ (ДЛЯ СТУДЕНТІВ ДЕННОЇ ФОРМИ НАВЧАННЯ),  
ДОМАШНЬОЇ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ (ДЛЯ СТУДЕНТІВ  
ЗАОЧНОЇ ФОРМИ НАВЧАННЯ)**

Укладачі: *Тимохін Олександр Вікторович, канд. техн. наук., ст. викл.*

*Тимохіна Анастасія Олександрівна, ас.*

Відповідальний  
редактор

*Яндульський О.С., д.т.н., проф.*

Рецензент:

*Пушкар М.В., к.т.н., доц.*

Для студентів денної форми навчання учбовим планом передбачено виконання 2-х 6-го семестру. Для студентів заочної форми навчання лабораторні роботи розбито на 5 та 6 семестри по 3 та 4 лабораторні роботи відповідно. Метою проведення лабораторних робіт студентами є закріплення знань лекційного матеріалу та набуття навичок роботи із реальними системами на базі мікроконтролерів.

© О.В. Тимохін, А.О. Тимохіна, 2022

© КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022

## ЗМІСТ

|                                                                            |    |
|----------------------------------------------------------------------------|----|
| Вступ .....                                                                | 6  |
| Теоретичні відомості.....                                                  | 7  |
| Основи синтезу автоматних пристроїв .....                                  | 7  |
| Словесний опис .....                                                       | 7  |
| Автоматні таблиці .....                                                    | 8  |
| Приклад складання автоматної таблиці без пам'яті .....                     | 8  |
| Автомат з пам'яттю.....                                                    | 10 |
| Алгебра висловлювань і формалізація словесних описів .....                 | 13 |
| Основні теореми алгебри Буля .....                                         | 14 |
| Способи подання булевих функцій .....                                      | 16 |
| Мінімізація булевих функцій за допомогою алгебраїчних перетворень .....    | 18 |
| Мінімізація булевих функцій за допомогою карт Карно .....                  | 20 |
| Перехід від структурної формули до логічної схеми й зворотний перехід..... | 25 |
| Функціонально повні системи логічних елементів .....                       | 26 |
| Практичні завдання до модульних контрольних робіт .....                    | 30 |
| Завдання до 1 модульної контрольної роботи .....                           | 30 |
| Завдання до 2 модульної контрольної роботи .....                           | 31 |
| Рекомендована література .....                                             | 44 |

## **Вступ**

Навчальною програмою до курсу «Цифрова електроніка в електроенергетиці. Частина 1» Для студентів денної форми навчання передбачено виконання 2 модульних контрольних робіт впродовж навчального семестру. Для студентів денної форми навчання учбовим планом передбачено виконання двох модульних контрольних робіт, для студентів заочної форми навчання однієї модульної контрольної роботи

Метою проведення контрольної роботи студентами є:

- закріплення лекційного матеріалу;
- перевірка уміння практично вирішувати задачі мінімізації функцій цифрових автоматів різними способами.

Модульні контрольні роботи містять практичні задачі, що потребують вирішення поставленим у завданні методом. Практичні завдання для модульних контрольних робіт представлені у відповідному розділі даних навчального посібника.

Кожне питання оцінюються окремо у відповідності до РСО. Перелік питань, що знаходяться в білетах наведено нижче.

Підготовка до кожної модульної контрольної здійснюється на основі матеріалів лекцій, даного навчального посібника та на основі виконання самостійної роботи згідно навчальної програми із використанням рекомендованої літератури, що надається викладачем.

Результати виконання кожного завдання треба докладно викласти у звіті. Звіти повинні бути виконані акуратно та виконані відповідно до вимог ЄСКД.

# Теоретичні відомості

## Основи синтезу автоматних пристроїв

Представимо майбутній автоматичний пристрій у вигляді **чорного ящика**, у якого є **входи**, **виходи** й щось усередині (див. рис. 1.1). Внутрішній вміст цього ящика нам невідомо, але його функціонування ми можемо описувати за допомогою **внутрішніх станів** майбутнього пристрою.

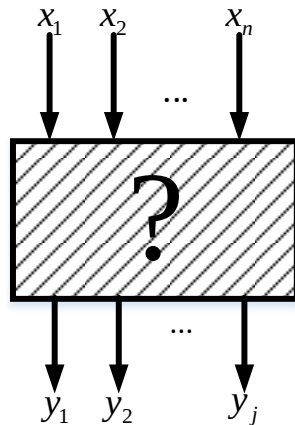


Рис. 1.1. Подання майбутнього пристрою автоматики у вигляді чорного ящика із входами  $x_k$  і виходами  $y_i$ .

Функціонування майбутнього АП може описуватися за допомогою словесного опису, автоматних таблиць та у вигляді математичних функцій [1].

### ***Словесний опис***

Одним з представлень майбутнього АП є представлення у вигляді словесного опису, який являє собою викладення алгоритму функціонування АП з ретельним підбором слів та фраз, що не допускають повторення, зайвих слів та подвійного змісту, з вказуванням вхідних та вихідних сигналів АП. Текст може доповнюватися математичними позначеннями і деякими спеціальними домовленостями.

Словесний опис подається у вигляді можливих вхідних сигналів та реакції на них АП, що проектується. Набір значень вхідних сигналів і набір значень вихідних сигналів будемо позначати відповідно  $x_i$  та  $y_i$ .

Переваги: не потребує спеціальної підготовки.

Недоліки: може містити неточності та протиріччя, а також не піддається алгоритмічній обробці.

### ***Автоматні таблиці***

Автоматною таблицею називається таблиця, у якій у лівій частині перераховані всі вхідні набори станів АП, а в правій – відповідні їм вихідні набори стану АП. Якщо АП має  $n$  входів і  $j$  виходів, то таблиця буде містити  $2^n$  рядків. Заповнити таблицю можна лише в тому випадку, коли вхідним наборам  $x_n$  однозначно відповідає конкретний вихідний набір  $y_j$ .

Якщо при заповненні таблиці можна однозначно заповнити всі  $2^n$  рядків, то це означає, що АП являє собою комбінаційну схему (автомат без пам'яті). Сама таблиці при цьому називається автоматною таблицею для автомата без пам'яті і вона дає автоматний опис для такого АП [4].

### ***Приклад складання автоматної таблиці без пам'яті***

#### ***Приклад словесного опису***

Технічне завдання (ТЗ):

Необхідно спроектувати АП для струмового захисту силового трансформатора 10кВ, структурна схема якого зображена на рис. 1.2. АП повинен видати сигнал на відключення вимикача при струмі короткого замикання  $I_{кз} > 1 \text{ кА}$  з витримкою часу 1,5с. При струмі короткого замикання  $0,5 \text{ кА} < I_{кз} < 1 \text{ кА}$  через 1,5с необхідно видати команду на звуковий сигнал, а якщо при цьому температура охолоджуючого масла в трансформаторі більше  $80 \text{ }^\circ\text{C}$ , то видати сигнал на відключення вимикача.

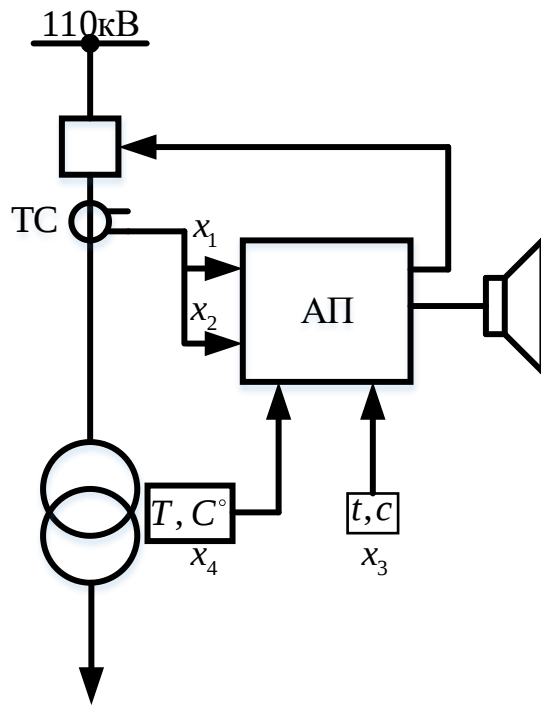


Рис.1.2. Структурна схема струмового захисту силового трансформатора

Виходячи з умов технічного завдання АП (табл. 1.1) має 4 входи і 2 виходи:

$$x_1 - I_{K3} > 1 \text{ кА}$$

$y_1$  – відключити вимикач

$$x_2 - 0,5 \text{ кА} < I_{K3} < 1 \text{ кА}$$

$y_2$  – видати звуковий сигнал

$$x_3 - t, c = 1,5 \text{ с}$$

$$x_4 - T, C^\circ > 80 \text{ C}^\circ$$

Таблица 1.1. Автоматная таблица для автомата без пам'яті

| № п/п | $x_4$ | $x_3$ | $x_2$ | $x_1$ | $y_1$ | $y_2$ |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0     | 0     | 0     | 0     | 0     | 0     | 0     |
| 1     | 0     | 0     | 0     | 1     | 0     | 0     |
| 2     | 0     | 0     | 1     | 0     | 0     | 0     |
| 3     | 0     | 0     | 1     | 1     | 0     | 0     |
| 4     | 0     | 1     | 0     | 0     | 0     | 0     |
| 5     | 0     | 1     | 0     | 1     | 1     | 0     |
| 6     | 0     | 1     | 1     | 0     | 0     | 1     |
| 7     | 0     | 1     | 1     | 1     | 1     | 0     |
| 8     | 1     | 0     | 0     | 0     | 0     | 0     |

|    |   |   |   |   |   |   |
|----|---|---|---|---|---|---|
| 9  | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 10 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 11 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 12 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 13 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 14 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 15 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

При заповненні автоматної таблиці може виникнути ситуація, коли не всі її рядки можна заповнити однозначно. В такому випадку необхідно додатково уточнити ТЗ у замовника. В нашому випадку це може бути комбінація №14, коли  $\epsilon 0,5 \text{ кА} < I_{\text{кз}} < 1 \text{ кА}$ ,  $t, c = 1,5 \text{ с}$  і  $T, C^\circ > 80 \text{ C}^\circ$ .

### ***Автомат з пам'яттю***

Якщо не вдається скласти таблицю так, щоб кожному вхідному набору в ній відповідав єдиний вихідний набір, то даний АП має пам'ять.

#### Приклад

Повернемося до табл. 1.1.

Якщо замовник дасть подвійну відповідь на пункти 11, 13, то потрібно вводити елемент пам'яті.

П.11 – якщо раніше був звуковий сигнал, то його залишити, якщо не було, то й не потрібно включати.

П.13 – якщо раніше був звуковий сигнал, то його залишити, якщо не було, то включити.

Формально пам'ять в АП може бути введена за рахунок розглядання множини внутрішніх станів у яких може перебувати АП. Цю множину позначимо як  $Z = z_0, z_1, \dots, z_n$ , серед цих станів виділимо початкове –  $z_0$ .

Для АП, що проектується, визначимо два стани:

$z_0$  – коли звуковий сигнал не включений;

$z_1$  – коли звуковий сигнал включений.

Позначимо ці стани кружечком (див. рис. 1.3), а дугами позначимо можливі переходи з одного стану в інше. Таке представлення станів АП та переходів між ними називається графом переходів.

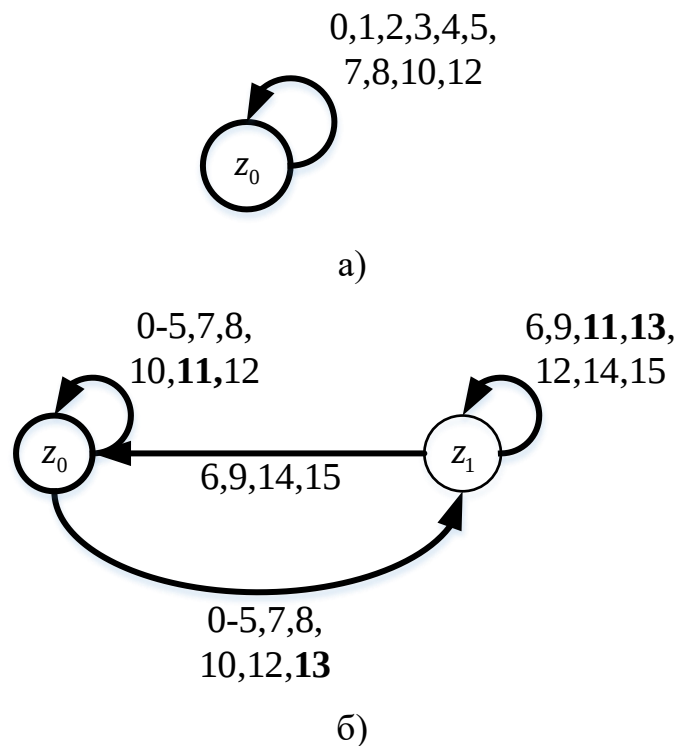


Рис. 1.3 – Граф переходів АП з пам'яттю

Замість побудови графа переходів необхідну інформацію про зміни стану АП можна представити у вигляді в спеціальній таблиці, що називається таблицею переходів або таблицею змін станів. Для АП, що проектується таблиця переходів представлена у табл. 1.2.

Таблиця 1.2. Таблиця переходів для автомату з пам'яттю

| стани | Входи (номер комбінації входів) |       |       |              |
|-------|---------------------------------|-------|-------|--------------|
|       | 0-5, 7, 8, 10,<br>12            | 11    | 13    | 6, 9, 14, 15 |
| $z_0$ | $z_0$                           | $z_0$ | $z_1$ | $z_1$        |
| $z_1$ | $z_0$                           | $z_1$ | $z_1$ | $z_1$        |

Таблиця переходів ще не містить повної інформації про роботу системи керування і потребує додаткової інформації про те, як формуються вихідні

набори, що видаються АП на об'єкт. Для цього складається інша таблиця, що називається **таблицею виходів**. На відміну від таблиці переходів, де на перетині рядків і стовпців стоять вказівники на внутрішні стани, у які переходить АП при даній комбінації внутрішнього стану і вхідного набору, у таблиці виходів для цієї комбінації вказується формований АП вихідний набір. Для АП, що проектується, таблиця виходів представлена у табл. 1.3.

Таблиця 1.3. Таблиця виходів для автомату з пам'яттю

| стан  | Виходи (номер комбінації виходів) |       |       |       |       |       |       |       |            |       |
|-------|-----------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------------|-------|
|       | 0-4, 8, 10,<br>12                 |       | 5, 7  |       | 6, 9  |       | 11    |       | 13, 14, 15 |       |
| $z_0$ | 0                                 | 0     | 1     | 0     | 0     | 1     | 0     | 0     | 1          | 1     |
| $z_1$ | 0                                 | 0     | 1     | 0     | 0     | 1     | 0     | 1     | 1          | 1     |
| $y$   | $y_1$                             | $y_2$ | $y_1$ | $y_2$ | $y_1$ | $y_2$ | $y_1$ | $y_2$ | $y_1$      | $y_2$ |

Сукупність таблиці переходів і таблиці виходів визначає функціонування автомата з пам'яттю. Обсяг пам'яті АП визначається числом внутрішніх станів, що використовується у цих таблицях. Таблиці переходів і виходів називають **автоматними таблицями для автоматів з пам'яттю**.

Від автоматних таблиць завжди однозначно можна перейти до відповідного їм автоматного графу, і навпаки, кожний автоматний граф, однозначно визначається парою автоматних таблиць.

Автоматичні пристрої в яких вихідний набір однозначно визначається тим внутрішнім станом, у якому вони перебувають після закінчення переходу називаються **автоматами Мура**..

АП в яких вихідний набір визначається не тільки станом, у якому автомат перебував у момент подачі вхідного сигналу, але й вхідним набором, поданим на автомат, називаються **автоматами Мілі**.

Будь-який автоматний опис еквівалентно перетвориться або в автомат Мура, або в автомат Мілі [1, 4, 5].

## Алгебра висловлювань і формалізація словесних описів

Будемо називати висловленням деяке припущення, про яке в конкретний момент можна стверджувати, що воно є істинним або помилковим.

Позначимо висловлювання  $x=1$  якщо воно істинне,  $x=0$  якщо воно помилкове.

Позначимо висловлення протилежне до  $x$ , як  $\bar{x}$  і назвемо його запереченням (або елементом **НІ**). Графічне подання елемента **НІ** представлено на рис. 1.4.

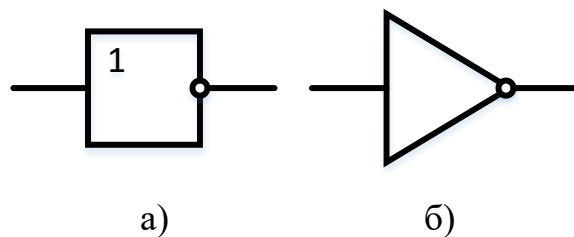


Рис. 1.4. Графічне позначення елемента **НІ**: а- згідно [6]; б- згідно [3].

Розглянемо висловлення, істинність яких визначається табл. 1.4:

Таблиця 1.4. Таблиця істинності для елементів АБО та І

|       |       | $x_1 + x_2$    | $x_1 \cdot x_2$ |
|-------|-------|----------------|-----------------|
| $x_1$ | $x_2$ | $x_1 \cup x_2$ | $x_1 \cap x_2$  |
| 0     | 0     | 0              | 0               |
| 0     | 1     | 1              | 0               |
| 1     | 0     | 1              | 0               |
| 1     | 1     | 1              | 1               |

Висловлення  $x_1 \cup x_2$  ( $x_1 + x_2$ ) називається диз'юнкцією висловлень  $x_1$  та  $x_2$ , або їх логічною сумою (АБО). Графічне подання елемента **АБО** представлено на рис. 1.5.

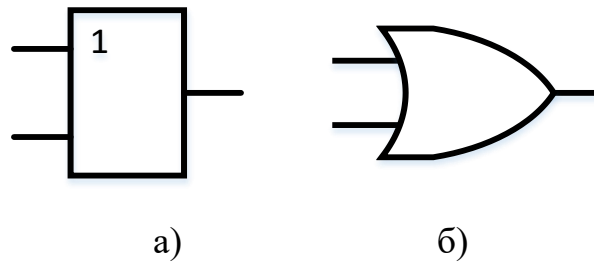


Рис.1.5. Графічне позначення елемента АБО: а - згідно [6]; б - згідно [3].

Висловлення  $x_1 \cap x_2$  ( $x_1 \cdot x_2$ ) називається кон'юнкцією висловлень  $x_1$  та  $x_2$ , або їх логічним добутком (І). Графічне подання елемента І представлено на рис. 1.6.

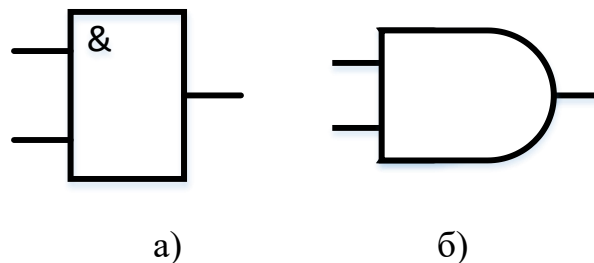


Рис. 1.6. Графічне позначення елемента І: а – згідно [6]; б – згідно [3].

## Основні теореми алгебри Буля

Проектування економних логічних схем здійснюється за допомогою спеціального математичного апарата, що значно полегшує рішення цього завдання. Цей апарат запропонований у середині 19-го століття англійський математик Дж. Буль для використання його у формальній логіці й називається алгеброю Буля.

Теореми для однієї змінної

$$x + 0 = x \quad (1.1)$$

$$x + 1 = 1 \quad (1.2)$$

$$x + x = x \quad (1.3)$$

$$x + \bar{x} = 1 \quad (1.4)$$

$$x \cdot 0 = 0 \quad (1.5)$$

$$x \cdot 1 = x \quad (1.6)$$

$$x \cdot x = x \quad (1.7)$$

$$x \cdot \bar{x} = 0 \quad (1.8)$$

$$\bar{\bar{x}} = x \quad (1.9)$$

Теореми для двох і більше змінних.

Переміщувальний закон:

$$x + y = y + x; \quad (1.10.a)$$

$$xy = yx \quad (1.10.б)$$

Сполучувальний закон.

$$x + y + z = (x + y) + z = (x + z) + y = x + (y + z) \quad (1.11.a)$$

$$xyz = x(yz) = (xy)z = (xz)y \quad (1.11.б)$$

Теореми (1.10 - 1.11) справедливі для будь-якої кількості змінних. У застосуванні до логічних схем це означає, що вихідний сигнал елементів АБО й І не залежить від того, які вхідні сигнали до яких входів елемента підводяться.

Розподільний закон:

$$x(y + z) = xy + xz \quad (1.12.a)$$

$$x + yz = (x + y)(x + z) \quad (1.12.б)$$

Закон поглинання:

$$x + xy = x \quad (1.13.a)$$

$$x(x + y) = x \quad (1.13.б)$$

$$(x + \bar{y})y = xy \quad (1.13.в)$$

$$\bar{x}\bar{y} + y = x + y \quad (1.13.г)$$

Закон склеювання:

$$xy + \bar{x}y = y \quad (1.14.a)$$

$$(x + y)(\bar{x} + y) = y \quad (1.14.б)$$

Теорема де Моргана:

$$\overline{x + y + z + \dots} = \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} \cdot \dots \quad (1.15.a)$$

$$\overline{x \cdot y \cdot z \cdot \dots} = \bar{x} + \bar{y} + \bar{z} + \dots \quad (1.15.б)$$

Рівності (1.12.б -1.15.б) не має аналогів в звичайній алгебрі. Рівності (1.15.а) і (1.15.б) означають, що заперечення будь-якого виразу алгебри Буля можна одержати заміною всіх змінних цього виразу їхніми запереченнями, а всіх символів логічного множення символами логічного додавання й навпаки [2].

### ***Способи подання булевих функцій***

Існує 3 способи подання булевих функцій:

**1 спосіб:** Словесний опис подання булевих функцій. Являє собою довільне викладення принципів роботи АП, що проектується у вигляді тексту, що дозволяє побудувати уявлення про функціональні зв'язки між входами та виходами АП, що проектується. Є найменш точним способом подання булевих функцій. Приклад словесного опису розглядався в «Словесний опис» стр. 7.

**2 спосіб:** Табличний спосіб подання булевих функцій. Являє собою подання булевих функцій у вигляді автоматних таблиць і містить повну інформацію про принципи роботи АП, що проектується, а відповідно і про функціональні зв'язки між входами та виходами АП, що проектується. Приклад подання АП, що проектується у вигляді автоматних таблиць розглянуто в «Автоматні таблиці» стр.8.

**3 спосіб:** Алгебраїчний спосіб подання булевих функцій. Являє собою спосіб подання булевих функцій у вигляді алгебраїчних функцій, що записані із використанням основних законів булевої алгебри. Є найбільш універсальним способом подання булевих функцій, придатним як для побудови схемних рішень, так і для реалізацій булевих функцій програмним шляхом.

Існує 2 основні форми подання булевих функцій в алгебраїчному вигляді:

**Перша форма** називається **диз'юнктивною нормальною формою** (ДНФ), і являє собою суму елементарних логічних добутків, у кожне з яких аргумент або його заперечення входить не більше одного разу.

Приклад:  $F_{(A,B,C)} = \overline{A}\overline{B} + BC + \overline{A}BC$

Якщо кожний доданок містить всі змінні або їхні заперечення, маємо першу стандартну форму або досконалу диз'юнктивну нормальну форму.

Приклад:  $F_{(A,B,C)} = \overline{A}\overline{B}C + \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\overline{C}$

Друга форма або кон'юнктивна нормальна форма (КНФ) являє собою логічний добуток елементарних логічних сум, у кожне з яких аргумент або його заперечення входить не більше одного разу.

Приклад:  $F_{(A,B,C)} = (\overline{B} + C) \cdot (\overline{A} + \overline{B}) \cdot (\overline{A} + C)$

Якщо кожна сума містить всі змінні або їхні заперечення, маємо другу стандартну форму або досконалу кон'юнктивну нормальну форму.

Приклад:  $F_{(A,B,C)} = (A + \overline{B} + C) \cdot (\overline{A} + \overline{B} + C) \cdot (\overline{A} + B + C)$

Від автоматної таблиці завжди можна перейти до першої або другої стандартних форм.

**Перехід від автоматної таблиці до першої стандартної форми здійснюється в такий спосіб:** для кожного вхідного набору, на якому функція дорівнює одиниці, записується елементарний добуток всіх змінних, причому, якщо змінна у вхідному наборі дорівнює нулю, то вона записується із заперечення. Отримані елементарні добутки поєднуються логічною операцією додавання. Іноді цю процедуру називають складанням структурної формули по одиницях.

**Перехід від автоматної таблиці до другої стандартної форми здійснюється в такий спосіб:** для кожного вхідного набору, на якому функція дорівнює нулю, скласти елементарну суму всіх вхідних змінних, причому, якщо змінна у вхідному наборі дорівнює одиниці, то вона записується із запереченням. Отримані елементарні суми поєднуються операцією логічного множення. Іноді таку процедуру називають складанням структурної формули по нулях [2].

Приклад запису булевої функції в першій та другій стандартних формах.

Нехай задано булеву функцію в табличній формі, що представлена в табл. 1.5.

Таблиця 1.5. Автоматна таблиця для прикладу складання структурної формули

| № п/п | A | B | C | F |
|-------|---|---|---|---|
| 0     | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1     | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 2     | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 3     | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 4     | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 5     | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 6     | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 7     | 1 | 1 | 1 | 1 |

У відповідності до правила запису структурної формули по одиницях отримаємо функцію у вигляді (1.16). Формула (1.16) показує, що функція  $F_{A,B,C} = 0$ , якщо всі доданки дорівнюють 0.

$$F_{A,B,C} = \overline{A}BC + A\overline{B}C + AB\overline{C} + ABC \quad (1.16)$$

У відповідності до правила запису структурної формули по нулях отримаємо функцію у вигляді (1.17). Формула (1.17) показує, що функція  $F_{A,B,C} = 0$ , якщо будь-який множник у правій частині дорівнює 0.

$$F_{A,B,C} = (A + B + C)(A + B + \overline{C})(A + \overline{B} + C)(\overline{A} + B + C) \quad (1.17)$$

### ***Мінімізація булевих функцій за допомогою алгебраїчних перетворень***

Основне завдання мінімізації полягає в одержанні мінімальної форми булевої функції, тобто такої форми, якій відповідає логічна схема з мінімальною кількістю елементів.

Для мінімізації застосовують теореми булевої алгебри і властивості, що випливають із них. Найбільш ефективними є закон склеювання (1.14) і закон поглинання (1.13):

Крім того, застосовується теорема де Моргана - винесення загальних членів за дужки на підставі розподільного закону (1.12)

а) перетворення шляхом склеювання:

$$\overline{AB\overline{C}} + \overline{ABC} = \overline{AB}(\overline{C} + C) = \overline{AB}$$

б) Відповідно до теореми (1.3): сума будь-якого числа, однакових доданків, дорівнює цьому доданку, тобто значення функції не зміниться від додавання довільного числа, що вже утримуються в ньому. Ця властивість використається для створення максимального числа - пара для склеювання.

### Приклад 1

$$\begin{aligned} \overline{x_1 x_2} + x_1 \overline{x_2} + x_1 x_2 + x_2 x_3 &= \\ &= \overline{x_1 x_2} + x_1 \overline{x_2} + x_1 \overline{x_2} + x_1 x_2 + x_2 x_3 = & \text{(за теоремою (1.3))} \\ &= \overline{x_2}(\overline{x_1} + x_1) + x_1(\overline{x_2} + x_2) + x_2 x_3 = & \text{(за теоремою (1.12.a))} \\ &= \overline{x_2} \cdot 1 + x_1 \cdot 1 + x_2 x_3 = & \text{(за теоремою (1.4))} \\ &= \overline{x_2} + x_1 + x_2 x_3 = & \text{(за теоремою (1.6))} \\ &= x_1 + \overline{x_2} + x_2 x_3 & \text{(за теоремою (1.10.a))} \end{aligned}$$

### Приклад 2

$$\begin{aligned} \overline{x_1 x_2 x_3 x_4 x_5} + x_1 + x_3 x_4 x_5 &= \\ &= (\overline{x_1} + \overline{x_2} + \overline{x_3} + \overline{x_4} + \overline{x_5}) + x_1 + x_3 x_4 x_5 = & \text{(за теоремою (1.15.a))} \\ &= (\overline{x_1} + x_1) + (\overline{x_2} + \overline{x_3} + \overline{x_4} + \overline{x_5} + x_3 x_4 x_5) = & \text{(за теоремою (1.11.a))} \\ &= 1 + (\overline{x_2} + \overline{x_3} + \overline{x_4} + \overline{x_5} + x_3 x_4 x_5) = & \text{(за теоремою (1.4))} \\ &= 1 & \text{(за теоремою (1.2))} \end{aligned}$$

### Приклад 3

$$\begin{aligned} F_{A,B,C} &= \overline{ABC} + A\overline{BC} + AB\overline{C} + ABC = \\ &= \overline{ABC} + A\overline{BC} + AB\overline{C} + ABC + ABC + ABC = & \text{(за теоремою (1.3))} \\ &= BC(\overline{A} + A) + AC(\overline{B} + B) + AB(\overline{C} + C) = & \text{(за теоремою (1.12.a))} \\ &= BC \cdot 1 + AC \cdot 1 + AB \cdot 1 = & \text{(за теоремою (1.4))} \\ &= BC + AC + AB & \text{(за теоремою (1.6))} \end{aligned}$$

## Мінімізація булевих функцій за допомогою карт Карно

Від автоматної таблиці можна перейти до алгебраїчної форми запису булевих функцій у вигляді структурної формули. Для мінімізації алгебраїчної форми запису булевих функцій у вигляді структурної формули можна використовувати різні підходи, одним із яких є підхід із використанням карти Карно.

Карти Карно – це графічне подання таблиць істинності (рис. 1.7. та рис. 1.8). За допомогою карт Карно значно спрощується процес мінімізації булевих функцій для трьох і більше змінних. Карта Карно має вигляд прямокутника, що розбитий на квадрати. Число квадратів дорівнює загальному числу наборів для вказаної функції  $n$  змінних, тобто воно дорівнює  $2^n$ . Кожний квадрат відповідає певному набору. При цьому вони розташовуються так, щоб сусідні складові (тобто, ті що відрізняються однією змінною) відповідали сусіднім квадратам на карті. Функцію в першій стандартній формі наносять на карту, відзначаючи, наприклад, знаком «1» квадрати, що відповідають тим наборам, на яких функція дорівнює одиниці. Інші квадрати відзначаються знаком «0» [2].

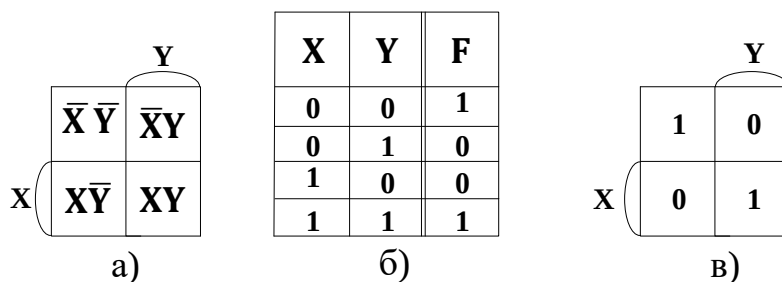


Рис. 1.7. Карта Карно: а - для двох змінних, б - таблиця істинності; в - відповідна карта Карно наведеній таблиці істинності

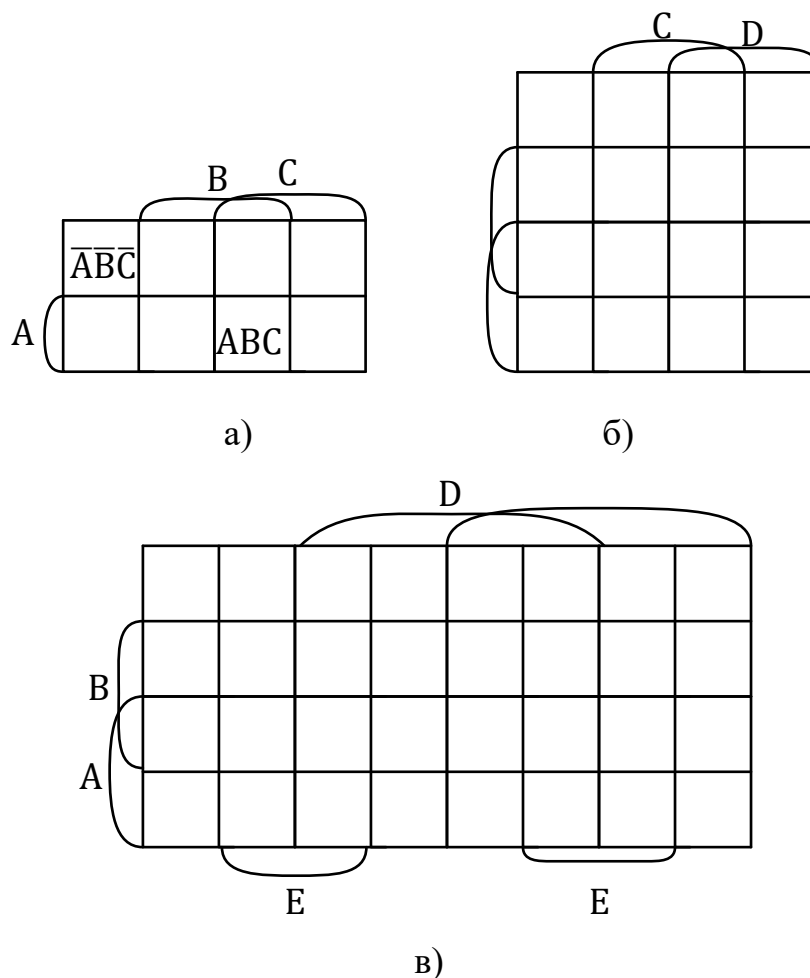


Рис. 1.8. Карти Карно: а - для трьох; б – чотирьох; в - п'яти змінних

### ***Порядок роботи з картою Карно при мінімізації функції в першій формі***

1. З таблиці станів переносяться на карту у вигляді «0» і «1» значення функції  $F$  у ті комірки карти, що відповідають набору вхідних змінних.

2. Виконують групове об'єднання розташованих поряд «1» по всіх можливих варіантах об'єднання в прямокутні об'єднання, при цьому карту Карно потрібно розглядати у вигляді кулі. Поєднувати можна разом тільки 2, 4, 8, 16 ...  $2^n$  «1». По 3, 5, 6, 7 і т.д. поєднувати не можна. При цьому потрібно прагнути в одному об'єднанні охопити якомога більшу кількість «1». Об'єднання здійснюється, поки є хоча б одна «1», що не входить в жодне з об'єднань. Для цього деякі «1» можуть міститися в декількох об'єднаннях при об'єднанні (див. рис. 1.9).

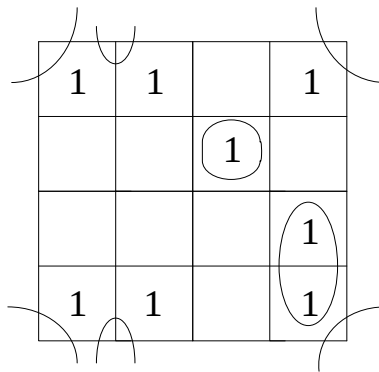


Рис. 1.9. Приклад об'єднання одиниць на карті Карно

3. За отриманими групами здійснюється *алгебраїчний запис* результуючої булевої функції  $F$  у вигляді структурної формули згідно наступного правила: для кожного *об'єднання* вибирають ті змінні на координатних осях карти Карно, чиї значення не змінюються в межах об'єднання. Ці змінні й будуть входити у відповідний *алгебраїчний добуток* члена результуючої Булевої функції  $F$ , що відповідає даному об'єднанню. Якщо змінна в межах об'єднання дорівнює «0», то вона записується у добуток із запереченням, якщо «1» – без заперечення. Після чого добутки додаються.

***Порядок роботи з картою Карно при мінімізації функції в другій формі***

Іноді сам процес переходу й мінімізації з першої стандартної форми в другу може привести до більш спрощених виразів.

Для мінімізації за другою стандартною формою п. 1 і 2, порядки мінімізації, аналогічні п. 1 і 2 для першої стандартної форми, з тією лише різницею, що об'єднання виконується по «0».

3. За отриманими групами здійснюється *алгебраїчний запис* результуючої булевої функції  $F$  у вигляді структурної формули згідно наступного правила: для кожного *об'єднання* вибирають ті змінні на координатних осях карти Карно, чиї значення не змінюються в межах об'єднання. Ці змінні й будуть входити у відповідну *алгебраїчну суму* члена результуючої Булевої функції  $F$ , що відповідає даному об'єднанню. Якщо змінна в межах об'єднання дорівнює «1», то вона записується у суму із запереченням, якщо «0» – без заперечення. Після чого добутки множаться (див. рис. 1.10) [2].

Приклад:

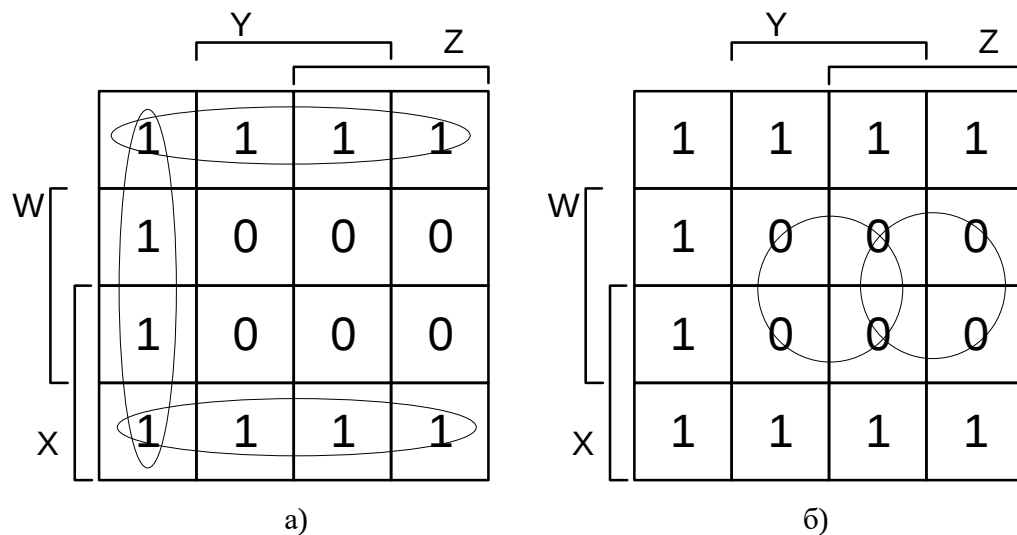


Рис. 1.10. Приклад об'єднання: а - по одиницям; б - по нулям на карті Карно

$$F = (\bar{Y} + \bar{W})(\bar{Z} + \bar{W}) \quad (4 \text{ інвертори (елементи «НІ»), 2 елементи «АБО», 1 елемент «І»})$$

Якщо представити  $F$  за першою формою, то:

$$F = \bar{Y}\bar{Z} + X\bar{W} + \bar{X}\bar{W} \quad (4 \text{ інвертори (елементи «НІ»), 3 елементи «І», 1 елемент «АБО»})$$

### ***Використання факультативних умов при мінімізації***

Якщо для деяких вхідних наборів булевої функції невизначено результуюче значення функції, а це можливо при наявності вхідних наборів, що не повинні надходити до АП при його нормальній роботі. То можна довільно «довизначити» функцію, встановивши її значення для цих вхідних наборів в «0» або «1» на власний розсуд. На карті Карно комірки, що визначають такі вхідні набори позначають символом відмінним від «0» та «1», та вони можуть брати участь в об'єднаннях як «0» так і «1» з метою збільшення розміру об'єднання та зменшення їх кількості. Приклад мінімізації Булевої функції із та без застосування факультативних умов представлено на рис. 1.11

Приклад:

A 4x4 Karnaugh map for a 4-variable function with variables W, X, Y, and Z. The map contains 1s in the first two columns and Xs in the last two columns. Red and green groupings are shown.

|       |   | Y |   | Z |   |
|-------|---|---|---|---|---|
| W \ X | 1 | 1 | 1 | X | 1 |
|       | 0 | 0 | 0 | X | 0 |
|       | 0 | 0 | 0 | X | X |
|       | 1 | 1 | 1 | X | X |

Рис. 1.11. Приклад використання факультативних умов на карті Карно

$F = \bar{Z}\bar{W} + \bar{W}\bar{X}\bar{Y}$  – без врахування факультативних умов за умови, що *всі*  $X = 0$  (об'єднання позначені червоним кольором);

$F = \bar{W}$  – з урахуванням факультативних умов (об'єднання позначене зеленим кольором).

*Особливості мінімізації булевих функцій автоматичних пристроїв з декількома виходами*

При проектуванні багатовихідного АП кожна з  $n$  функцій повинна бути мінімізована окремо (рис. 1.12). З отриманих виразів потрібно відібрати загальні члени або групи членів так, щоб з відповідних їм вузлів пристрою здійснити розгалуження сигналу на декілька напрямків.

Приклад:

Figure 1 shows two 4x4 matrices,  $F_1$  and  $F_2$ , illustrating the decomposition of a 4x4 matrix into two 4x4 matrices. Matrix  $F_1$  has a horizontal band of ones in the top row and a vertical band of ones in the second column. Matrix  $F_2$  has a horizontal band of ones in the top row and a vertical band of ones in the second column. The matrices are labeled with dimensions  $B$  and  $A$  for the top row, and  $D$  and  $C$  for the second column.

Рис. 1.12. Приклади оптимального групування.

Після мінімізації двовихідного АП отримуємо вирази для вихідних функцій:

$$F_1 = \bar{C}\bar{D} + \bar{A}B\bar{C} + ABC,$$

$$F_2 = \bar{A}\bar{B} + \bar{A}\bar{C} + ABC,$$

де третій доданок  $ABC$  є загальним і при апаратній реалізації АП може бути загальним для  $F_1$  і  $F_2$ .

Для збільшення загального числа груп доцільно іноді застосовувати в картах Карно не оптимальне групування. Так на рис. 1.13.б позначено неоптимальне групування. Тоді  $F_2 = \bar{A}\bar{B} + \bar{A}\bar{C} + ABC$ , що еквівалентно зменшенню апаратної реалізації  $F_2$  вже на два члени.

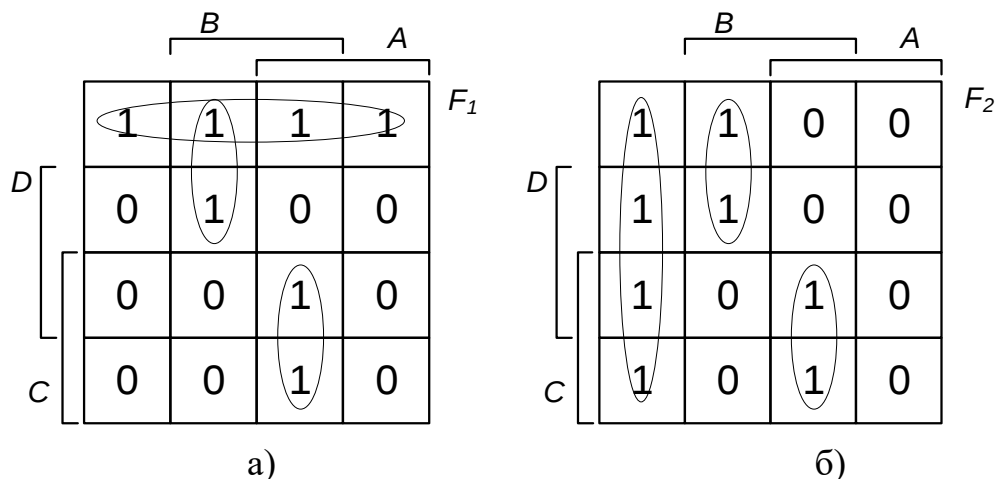


Рис. 1.13. Приклад неоптимального групування для збільшення кількості однакових об'єднань в картах Карно

### ***Перехід від структурної формули до логічної схеми й зворотний перехід***

На підставі отриманої структурної формули можна побудувати комбінаційну схему, що складається з елементів **АБО**, **І**, **НІ**, що буде мати задані логічні властивості. Інакше кажучи, вона буде реалізовувати задану булеву функцію.

Логічні елементи, призначені для виконання зазначених у формулі операцій, розташовуються на схемі, починаючи від входів, у такому ж порядку, у якому виконуються логічні операції у функції (рис. 1.14).

Для переходу від логічної схеми до структурної формули зручно для вхідних сигналів елементів, якщо вони підводяться із виходів інших елементів, уводити проміжні позначення.

$$F_{A,B,C} = \alpha + \beta + \gamma + \omega \quad (1.18)$$

$$\left. \begin{array}{l} \alpha = \bar{A}BC \\ \beta = A\bar{B}C \\ \gamma = AB\bar{C} \\ \omega = ABC \end{array} \right\} \text{де} \quad \left. \begin{array}{l} \alpha = \bar{A}BC \\ \beta = A\bar{B}C \\ \gamma = AB\bar{C} \\ \omega = ABC \end{array} \right\} \text{підставимо в (1.18), отримаємо вираз (1.16).}$$

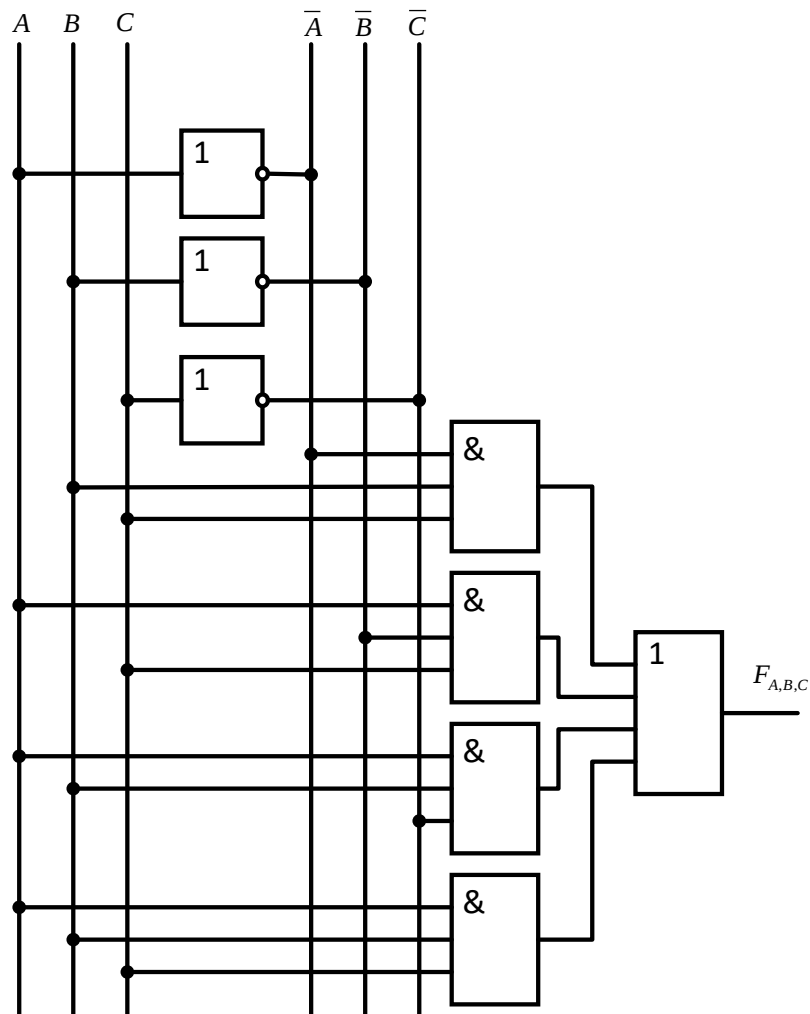


Рис.1.14. Приклад логічної схеми для виразу (1.16)

### ***Функціонально повні системи логічних елементів***

Система елементів, що дозволяє будувати на їхній базі логічну схему будь-якої складності, називається **функціонально повною системою елементів**.

Будь-яка комбінаційна схема може бути побудована із застосуванням лише трьох видів логічних елементів: **І**, **НІ** та **АБО**. Тому, якщо за допомогою системи елементів можна реалізувати елементи **І**, **НІ** та **АБО**, то така система є функціонально повною системою елементів.

Розглянемо деякі функціонально повні системи елементів. В кінці доведення того, що система елементів є функціонально повною, отримаємо елементи **І**, **НІ** та **АБО** на основі елементів, що розглядається як функціонально повна система елементів.

Розглянемо системи елементів, що складаються із 2-х елементів.

1. Система, що складається з елементів **АБО** та **НІ**. Тобто в системі не вистачає елемента **І**. Для реалізації функції **І** застосуємо теореми алгебри Буля:

$$y = x_1 \cdot x_2 = \overline{\overline{x_1 \cdot x_2}} = \overline{\overline{x_1} + \overline{x_2}} \quad (1.19)$$

Результат реалізації елемента **І** у відповідності до (1.19) представлено на рис. 1.15.

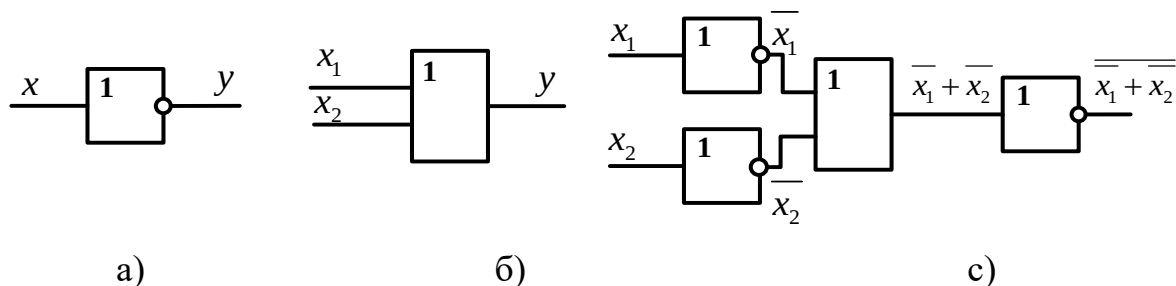


Рис. 1.15. Реалізація функціонально повної системи елементів на елементах **НІ** та **АБО**: а- елемент **НІ**; б- елемент **АБО**; в- елемент **І**.

2. Система, що складається з елементів **І** та **НІ**. Тобто в системі не вистачає елемента **АБО**. Для реалізації функції **І** застосуємо теореми алгебри Буля:

$$y = x_1 + x_2 = \overline{\overline{x_1 + x_2}} = \overline{\overline{x_1} \cdot \overline{x_2}} \quad (1.20)$$

Результат реалізації елемента **І** у відповідності до (1.20) представлено на рис. 1.16.

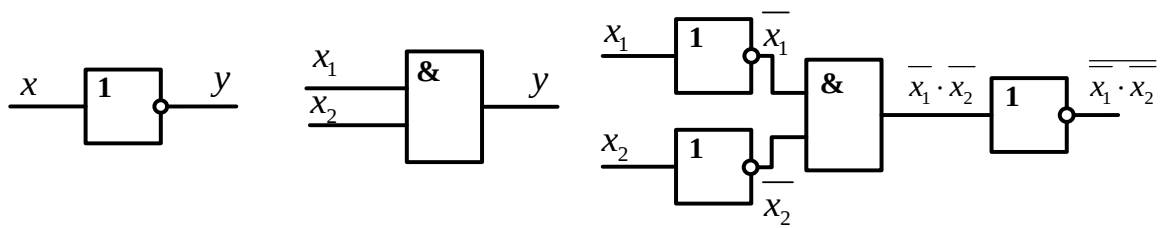


Рис. 1.16. Реалізація функціонально повної системи елементів на елементах **НІ** та **І**:

а - елемент **НІ**; б - елемент **І**; в - елемент **АБО**.

Розглянемо системи елементів, що складаються з 1-го елемента.

### 3. Система, що складається з одного елемента **АБО-НІ**

Введемо функцію  $F = \overline{x + y}$  – ця функція називається «стрілкою Пірса», позначається як « $\downarrow$ », тобто  $x \downarrow y = \overline{x + y}$ .

Логічний елемент **АБО-НІ**, що реалізує функцію  $\overline{x + y}$  представлено на рис. 1.17.

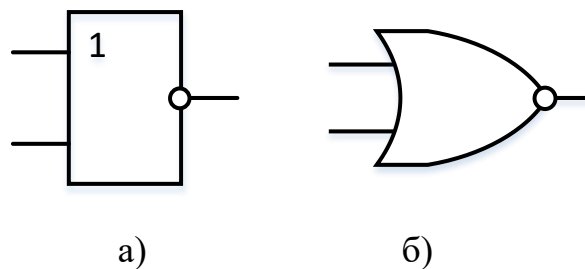


Рис. 1.17. Графічне позначення елемента **АБО-НІ**: а- згідно [6]; б - згідно [3].

Система елементів не має жодного з класичних логічних функцій. Функціональна повнота цієї системи доводиться шляхом отримання всіх трьох базових логічних функцій через функцію «стрілка Пірса». Математичні перетворення для отримання трьох базових логічних функцій має вигляд (1.21).

$$\left\{ \begin{array}{ll} \mathbf{НІ} & \bar{x} = \overline{x + x} = x \downarrow x \\ \mathbf{АБО} & x + y = \overline{\overline{x + y}} = \overline{x \downarrow y} = (x \downarrow y) \downarrow (x \downarrow y) \\ \mathbf{І} & x \cdot y = \overline{\overline{x \cdot y}} = \overline{\overline{x} + \overline{y}} = \overline{\bar{x} \downarrow \bar{y}} = (x \downarrow x) \downarrow (y \downarrow y) \end{array} \right. \quad (1.21)$$

Результат реалізації базових логічних на основі елемента **АБО-НІ** представлено на рис. 1.18.

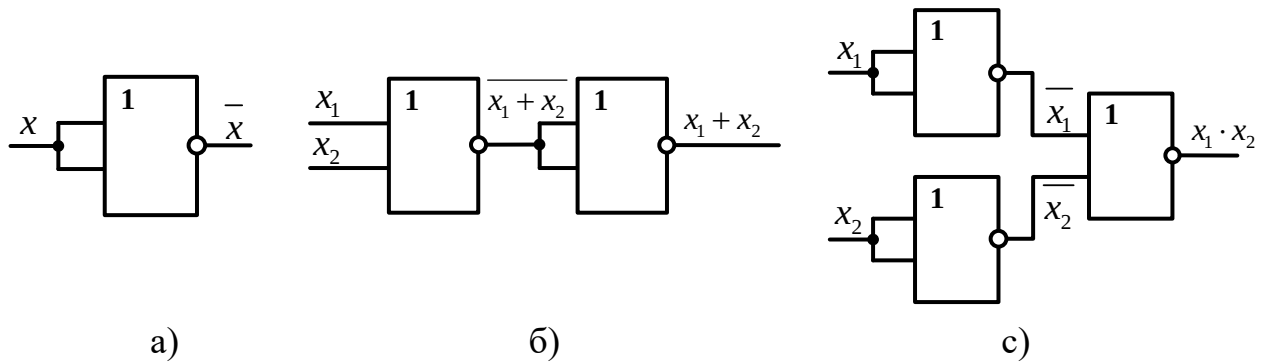


Рис. 1.18. Реалізація функціонально повної системи елементів на елементі **АБО-НІ**:

а - елемент **НІ**; б - елемент **АБО**; в - елемент **І**.

#### 4. Система, що складається з одного елемента **І-НІ**

Введемо функцію  $F = \overline{x \cdot y}$  – ця функція називається «штрих Шефера», позначається як «|», тобто  $x | y = \overline{x \cdot y}$ .

Логічний елемент **І-НІ**, що реалізує функцію  $\overline{x \cdot y}$  представлено на рис. 1.19.

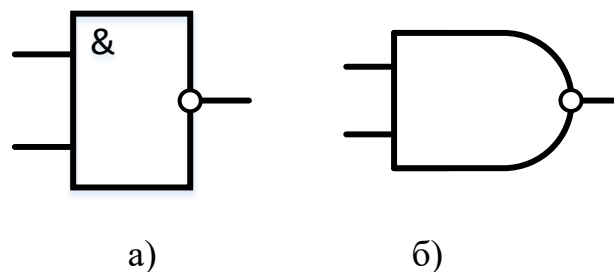


Рис. 1.19. Графічне позначення елемента **АБО-НІ**: а - згідно [6]; б - згідно [3].

Система елементів також не має жодного з класичних логічних функцій. Функціональна повнота цієї системи доводиться шляхом отримання всіх трьох базових логічних функцій через функцію «штрих Шефера». Математичні перетворення для отримання трьох базових логічних функцій має вигляд (1.22).

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{НІ} & \bar{x} = \overline{x \cdot x} = x \mid x \\ \text{І} & x \cdot y = \overline{\overline{x \cdot y}} = \overline{x \mid y} = (x \mid y) \mid (x \mid y) \\ \text{АБО} & x + y = \overline{\overline{x + y}} = \overline{\overline{x} \cdot \overline{y}} = \overline{\overline{x} \mid \overline{y}} = (x \mid x) \mid (y \mid y) \end{array} \right. \quad (1.22)$$

Результат реалізації базових логічних елементів на основі елемента І-НІ представлено на рис. 1.20 [2].

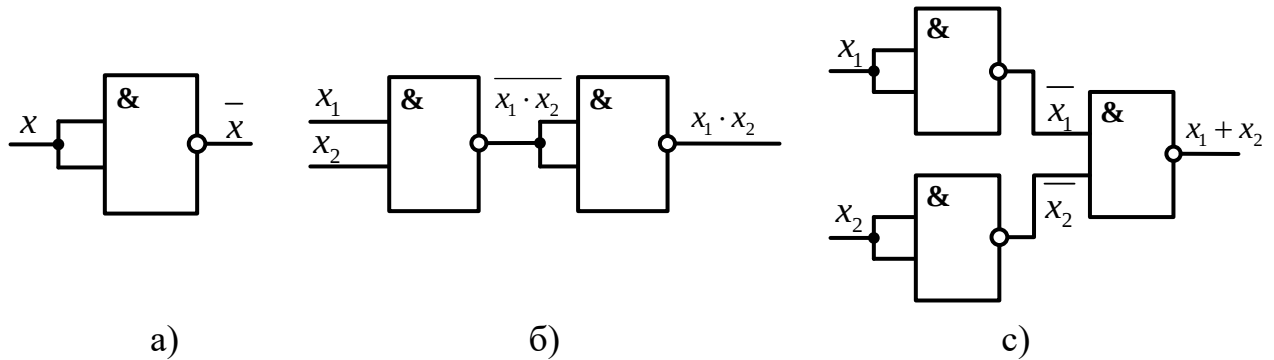


Рис. 1.20. Реалізація функціонально повної системи елементів на елементі І-НІ: а- елемент НІ; б - елемент І; в - елемент АБО.

## Практичні завдання до модульних контрольних робіт

### Завдання до 1 модульної контрольної роботи

Спростити вираз:

1.1.  $(x_1 + \bar{x}_2 + x_3)(x_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3)(\bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_3) + (x_1 + x_2 + x_3)(\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3)(\bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_3)$

1.2.  $(x_1 + \bar{x}_2 + x_3)(x_1 + x_2 + \bar{x}_3)(\bar{x}_1 + x_2 + x_3) + (x_1 + x_2 + x_3)(\bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_3)(\bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_3)$

1.3.  $(x_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3)(x_1 + x_2 + \bar{x}_3)(\bar{x}_1 + x_2 + x_3) + (x_1 + x_2 + x_3)(\bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_3)(\bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_3)$

1.4.  $(x_1 + \bar{x}_2 + x_3)(x_1 + x_2 + \bar{x}_3) + (\bar{x}_1 + x_2 + x_3)(x_1 + x_2 + x_3) + (\bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_3)(\bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_3)$

1.5.  $(x_1 + \bar{x}_2 + x_3)(x_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3) + (\bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_3)(x_1 + x_2 + x_3) + (\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3)(\bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_3)$

1.6.  $(x_1 + \bar{x}_2 + x_3)(x_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3)\bar{x}_1x_2\bar{x}_3 + (\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3)(\bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_3)x_1x_2x_3$

1.7.  $(x_1 + \bar{x}_2 + x_3)(x_1 + x_2 + \bar{x}_3)\bar{x}_1x_2x_3 + (\bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_3)(\bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_3)x_1x_2x_3$

1.8.  $(x_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3)(x_1 + x_2 + \bar{x}_3)\bar{x}_1x_2x_3 + (\bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_3)(\bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_3)x_1x_2x_3$

1.9.  $\overline{(x_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3)}\overline{(x_1 + x_2 + \bar{x}_3)} + \overline{(\bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_3)}\overline{(\bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_3)}$

1.10.  $\overline{(x_1 + x_2 + \bar{x}_3)}\overline{(x_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3)} + \overline{(\bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_3)}\overline{(\bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_3)}$

$$1.11. \overline{(x_1 + x_2 + \overline{x_3})} \overline{(x_1 + \overline{x_2} + \overline{x_3})} + \overline{(x_1 + x_2 + \overline{x_3})} \overline{(x_1 + x_2 + x_3)}$$

$$1.12. \overline{(x_1 + x_2 + \overline{x_3})} \overline{(x_1 + \overline{x_2} + \overline{x_3})} + \overline{(x_1 + \overline{x_2} + \overline{x_3})} \overline{(x_1 + x_2 + x_3)}$$

$$1.13. \overline{(x_1 + x_2 + \overline{x_3})} + \overline{(x_1 + \overline{x_2} + \overline{x_3})} + \overline{(x_1 + \overline{x_2} + \overline{x_3})} + \overline{(x_1 + x_2 + x_3)}$$

$$1.14. \overline{(x_1 + x_2 + \overline{x_3})} + \overline{(x_1 + \overline{x_2} + \overline{x_3})} + \overline{(x_1 + x_2 + \overline{x_3})} + \overline{(x_1 + x_2 + x_3)}$$

$$1.15. \overline{(x_1 + x_2 + \overline{x_3})} + \overline{(x_1 + \overline{x_2} + \overline{x_3})} + \overline{(x_1 + x_2 + \overline{x_3})} + \overline{(x_1 + x_2 + x_3)}$$

$$1.16. \overline{(x_1 + \overline{x_3})} + \overline{(x_1 + \overline{x_2})} \overline{(x_1 + \overline{x_2} + \overline{x_3})} + \overline{(x_1 + x_2 + \overline{x_3})} + \overline{(x_1 + x_2)} \overline{(x_1 + x_2 + \overline{x_3})}$$

$$1.17. \overline{(x_1 + \overline{x_3})} + \overline{(x_1 + \overline{x_2})} \overline{(x_1 + \overline{x_2} + \overline{x_3})} + \overline{(x_1 + \overline{x_2} + \overline{x_3})} + \overline{(x_1 + x_2)} \overline{(x_1 + x_2 + \overline{x_3})}$$

$$1.18. \overline{(x_1 + \overline{x_3})} + \overline{(x_1 + \overline{x_2})} \overline{(x_1 + \overline{x_2} + \overline{x_3})} + \overline{(x_1 + \overline{x_2} + \overline{x_3})} + \overline{(x_1 + x_2)} \overline{(x_1 + x_2 + \overline{x_3})}$$

$$1.19. \overline{(x_1 + \overline{x_3})} + \overline{(x_1 + \overline{x_2})} \overline{(x_1 + \overline{x_2} + \overline{x_3})} \cdot \overline{(x_1 + \overline{x_2} + \overline{x_3})} + \overline{(x_1 + x_2)} \overline{(x_1 + x_2 + \overline{x_3})}$$

$$1.20. \overline{(x_1 + \overline{x_3})} + \overline{(x_1 + \overline{x_2})} \overline{(x_1 + \overline{x_2} + \overline{x_3})} \cdot \overline{(x_1 + \overline{x_2} + \overline{x_3})} + \overline{(x_1 + x_2)} \overline{(x_1 + x_2 + \overline{x_3})}$$

$$1.21. \overline{(x_1 + \overline{x_3})} + \overline{(x_1 + \overline{x_2})} \overline{(x_1 + \overline{x_2} + \overline{x_3})} \cdot \overline{(x_1 + \overline{x_2} + \overline{x_3})} + \overline{(x_1 + x_2)} \overline{(x_1 + x_2 + \overline{x_3})}$$

$$1.22. \overline{(x_1 + \overline{x_3})} + \overline{(x_1 + \overline{x_2})} + \overline{(x_1 + \overline{x_2} + \overline{x_3})} \cdot \overline{(x_1 + \overline{x_2} + \overline{x_3})} + \overline{(x_1 + x_2)} + \overline{(x_1 + x_2 + \overline{x_3})}$$

$$1.23. \overline{(x_1 + \overline{x_3})} + \overline{(x_1 + \overline{x_2})} + \overline{(x_1 + \overline{x_2} + \overline{x_3})} \cdot \overline{(x_1 + \overline{x_2} + \overline{x_3})} + \overline{(x_1 + x_2)} + \overline{(x_1 + x_2 + \overline{x_3})}$$

$$1.24. \overline{(x_1 + \overline{x_3})} + \overline{(x_1 + \overline{x_2})} + \overline{(x_1 + \overline{x_2} + \overline{x_3})} \cdot \overline{(x_1 + \overline{x_2} + \overline{x_3})} + \overline{(x_1 + x_2)} + \overline{(x_1 + x_2 + \overline{x_3})}$$

$$1.25. \overline{(x_1 + \overline{x_3})} + \overline{(x_1 + \overline{x_2})} + \overline{(x_1 + \overline{x_2} + \overline{x_3})} \cdot \overline{(x_1 + \overline{x_2} + \overline{x_3})} + \overline{(x_1 + x_2)} + \overline{(x_1 + x_2 + \overline{x_3})}$$

## Завдання до 2 модульної контрольної роботи

Мінімізувати функцію, що задана автоматною таблицею, за допомогою карт Карно та побудувати функціональну схему.

### 2.1. Автоматна таблица

| X4 | X3 | X2 | X1 | F |
|----|----|----|----|---|
| 0  | 0  | 0  | 0  | 1 |
| 0  | 0  | 0  | 1  | 1 |
| 0  | 0  | 1  | 0  | 0 |
| 0  | 0  | 1  | 1  | 0 |
| 0  | 1  | 0  | 0  | 1 |
| 0  | 1  | 0  | 1  | 0 |
| 0  | 1  | 1  | 0  | 1 |
| 0  | 1  | 1  | 1  | 0 |
| 1  | 0  | 0  | 0  | 1 |
| 1  | 0  | 0  | 1  | 1 |
| 1  | 0  | 1  | 0  | 1 |
| 1  | 0  | 1  | 1  | 1 |
| 1  | 1  | 0  | 0  | 0 |
| 1  | 1  | 0  | 1  | 0 |
| 1  | 1  | 1  | 0  | 0 |
| 1  | 1  | 1  | 1  | 1 |

### 2.2. Автоматна таблица

| X4 | X3 | X2 | X1 | F |
|----|----|----|----|---|
| 0  | 0  | 0  | 0  | 1 |
| 0  | 0  | 0  | 1  | 0 |
| 0  | 0  | 1  | 0  | 1 |
| 0  | 0  | 1  | 1  | 0 |
| 0  | 1  | 0  | 0  | 1 |
| 0  | 1  | 0  | 1  | 1 |
| 0  | 1  | 1  | 0  | 1 |
| 0  | 1  | 1  | 1  | 1 |
| 1  | 0  | 0  | 0  | 0 |
| 1  | 0  | 0  | 1  | 0 |
| 1  | 0  | 1  | 0  | 0 |
| 1  | 0  | 1  | 1  | 0 |
| 1  | 1  | 0  | 0  | 1 |
| 1  | 1  | 0  | 1  | 0 |
| 1  | 1  | 1  | 0  | 1 |
| 1  | 1  | 1  | 1  | 0 |

### 2.3. Автоматна таблица

| X4 | X3 | X2 | X1 | F |
|----|----|----|----|---|
| 0  | 0  | 0  | 0  | 0 |
| 0  | 0  | 0  | 1  | 0 |
| 0  | 0  | 1  | 0  | 0 |
| 0  | 0  | 1  | 1  | 1 |
| 0  | 1  | 0  | 0  | 1 |
| 0  | 1  | 0  | 1  | 1 |
| 0  | 1  | 1  | 0  | 0 |
| 0  | 1  | 1  | 1  | 0 |
| 1  | 0  | 0  | 0  | 0 |
| 1  | 0  | 0  | 1  | 1 |
| 1  | 0  | 1  | 0  | 1 |
| 1  | 0  | 1  | 1  | 1 |
| 1  | 1  | 0  | 0  | 0 |
| 1  | 1  | 0  | 1  | 0 |
| 1  | 1  | 1  | 0  | 0 |
| 1  | 1  | 1  | 1  | 0 |

### 2.4. Автоматна таблица

| X4 | X3 | X2 | X1 | F |
|----|----|----|----|---|
| 0  | 0  | 0  | 0  | 1 |
| 0  | 0  | 0  | 1  | 1 |
| 0  | 0  | 1  | 0  | 0 |
| 0  | 0  | 1  | 1  | 0 |
| 0  | 1  | 0  | 0  | 1 |
| 0  | 1  | 0  | 1  | 1 |
| 0  | 1  | 1  | 0  | 1 |
| 0  | 1  | 1  | 1  | 1 |
| 1  | 0  | 0  | 0  | 0 |
| 1  | 0  | 0  | 1  | 0 |
| 1  | 0  | 1  | 0  | 0 |
| 1  | 0  | 1  | 1  | 0 |
| 1  | 1  | 0  | 0  | 0 |
| 1  | 1  | 0  | 1  | 0 |
| 1  | 1  | 1  | 0  | 0 |
| 1  | 1  | 1  | 1  | 0 |

## 2.5. Автоматна таблица

| X4 | X3 | X2 | X1 | F |
|----|----|----|----|---|
| 0  | 0  | 0  | 0  | 0 |
| 0  | 0  | 0  | 1  | 1 |
| 0  | 0  | 1  | 0  | 0 |
| 0  | 0  | 1  | 1  | 0 |
| 0  | 1  | 0  | 0  | 0 |
| 0  | 1  | 0  | 1  | 0 |
| 0  | 1  | 1  | 0  | 0 |
| 0  | 1  | 1  | 1  | 1 |
| 1  | 0  | 0  | 0  | 1 |
| 1  | 0  | 0  | 1  | 1 |
| 1  | 0  | 1  | 0  | 0 |
| 1  | 0  | 1  | 1  | 0 |
| 1  | 1  | 0  | 0  | 0 |
| 1  | 1  | 0  | 1  | 0 |
| 1  | 1  | 1  | 0  | 0 |
| 1  | 1  | 1  | 1  | 1 |

## 2.6. Автоматна таблица

| X4 | X3 | X2 | X1 | F |
|----|----|----|----|---|
| 0  | 0  | 0  | 0  | 1 |
| 0  | 0  | 0  | 1  | 1 |
| 0  | 0  | 1  | 0  | 0 |
| 0  | 0  | 1  | 1  | 0 |
| 0  | 1  | 0  | 0  | 0 |
| 0  | 1  | 0  | 1  | 0 |
| 0  | 1  | 1  | 0  | 1 |
| 0  | 1  | 1  | 1  | 1 |
| 1  | 0  | 0  | 0  | 1 |
| 1  | 0  | 0  | 1  | 1 |
| 1  | 0  | 1  | 0  | 1 |
| 1  | 0  | 1  | 1  | 1 |
| 1  | 1  | 0  | 0  | 1 |
| 1  | 1  | 0  | 1  | 0 |
| 1  | 1  | 1  | 0  | 0 |
| 1  | 1  | 1  | 1  | 0 |

## 2.7. Автоматна таблица

| X4 | X3 | X2 | X1 | F |
|----|----|----|----|---|
| 0  | 0  | 0  | 0  | 0 |
| 0  | 0  | 0  | 1  | 0 |
| 0  | 0  | 1  | 0  | 0 |
| 0  | 0  | 1  | 1  | 0 |
| 0  | 1  | 0  | 0  | 0 |
| 0  | 1  | 0  | 1  | 0 |
| 0  | 1  | 1  | 0  | 1 |
| 0  | 1  | 1  | 1  | 1 |
| 1  | 0  | 0  | 0  | 1 |
| 1  | 0  | 0  | 1  | 1 |
| 1  | 0  | 1  | 0  | 1 |
| 1  | 0  | 1  | 1  | 1 |
| 1  | 1  | 0  | 0  | 0 |
| 1  | 1  | 0  | 1  | 1 |
| 1  | 1  | 1  | 0  | 0 |
| 1  | 1  | 1  | 1  | 1 |

## 2.8. Автоматна таблица

| X4 | X3 | X2 | X1 | F |
|----|----|----|----|---|
| 0  | 0  | 0  | 0  | 0 |
| 0  | 0  | 0  | 1  | 0 |
| 0  | 0  | 1  | 0  | 0 |
| 0  | 0  | 1  | 1  | 0 |
| 0  | 1  | 0  | 0  | 0 |
| 0  | 1  | 0  | 1  | 0 |
| 0  | 1  | 1  | 0  | 1 |
| 0  | 1  | 1  | 1  | 1 |
| 1  | 0  | 0  | 0  | 1 |
| 1  | 0  | 0  | 1  | 1 |
| 1  | 0  | 1  | 0  | 1 |
| 1  | 0  | 1  | 1  | 1 |
| 1  | 1  | 0  | 0  | 0 |
| 1  | 1  | 0  | 1  | 1 |
| 1  | 1  | 1  | 0  | 0 |
| 1  | 1  | 1  | 1  | 1 |

## 2.9. Автоматна таблица

| X4 | X3 | X2 | X1 | F |
|----|----|----|----|---|
| 0  | 0  | 0  | 0  | 0 |
| 0  | 0  | 0  | 1  | 0 |
| 0  | 0  | 1  | 0  | 1 |
| 0  | 0  | 1  | 1  | 0 |
| 0  | 1  | 0  | 0  | 0 |
| 0  | 1  | 0  | 1  | 1 |
| 0  | 1  | 1  | 0  | 0 |
| 0  | 1  | 1  | 1  | 0 |
| 1  | 0  | 0  | 0  | 1 |
| 1  | 0  | 0  | 1  | 1 |
| 1  | 0  | 1  | 0  | 1 |
| 1  | 0  | 1  | 1  | 0 |
| 1  | 1  | 0  | 0  | 1 |
| 1  | 1  | 0  | 1  | 1 |
| 1  | 1  | 1  | 0  | 0 |
| 1  | 1  | 1  | 1  | 1 |

## 2.10. Автоматна таблица

| X4 | X3 | X2 | X1 | F |
|----|----|----|----|---|
| 0  | 0  | 0  | 0  | 1 |
| 0  | 0  | 0  | 1  | 1 |
| 0  | 0  | 1  | 0  | 0 |
| 0  | 0  | 1  | 1  | 0 |
| 0  | 1  | 0  | 0  | 1 |
| 0  | 1  | 0  | 1  | 0 |
| 0  | 1  | 1  | 0  | 1 |
| 0  | 1  | 1  | 1  | 0 |
| 1  | 0  | 0  | 0  | 1 |
| 1  | 0  | 0  | 1  | 1 |
| 1  | 0  | 1  | 0  | 1 |
| 1  | 0  | 1  | 1  | 1 |
| 1  | 1  | 0  | 0  | 0 |
| 1  | 1  | 0  | 1  | 0 |
| 1  | 1  | 1  | 0  | 0 |
| 1  | 1  | 1  | 1  | 1 |

### 2.11. Автоматна таблица

| X4 | X3 | X2 | X1 | F |
|----|----|----|----|---|
| 0  | 0  | 0  | 0  | 1 |
| 0  | 0  | 0  | 1  | 0 |
| 0  | 0  | 1  | 0  | 1 |
| 0  | 0  | 1  | 1  | 0 |
| 0  | 1  | 0  | 0  | 1 |
| 0  | 1  | 0  | 1  | 1 |
| 0  | 1  | 1  | 0  | 1 |
| 0  | 1  | 1  | 1  | 1 |
| 1  | 0  | 0  | 0  | 0 |
| 1  | 0  | 0  | 1  | 0 |
| 1  | 0  | 1  | 0  | 0 |
| 1  | 0  | 1  | 1  | 0 |
| 1  | 1  | 0  | 0  | 1 |
| 1  | 1  | 0  | 1  | 0 |
| 1  | 1  | 1  | 0  | 1 |
| 1  | 1  | 1  | 1  | 0 |

### 2.12. Автоматна таблица

| X4 | X3 | X2 | X1 | F |
|----|----|----|----|---|
| 0  | 0  | 0  | 0  | 0 |
| 0  | 0  | 0  | 1  | 0 |
| 0  | 0  | 1  | 0  | 0 |
| 0  | 0  | 1  | 1  | 1 |
| 0  | 1  | 0  | 0  | 1 |
| 0  | 1  | 0  | 1  | 1 |
| 0  | 1  | 1  | 0  | 0 |
| 0  | 1  | 1  | 1  | 0 |
| 1  | 0  | 0  | 0  | 0 |
| 1  | 0  | 0  | 1  | 1 |
| 1  | 0  | 1  | 0  | 1 |
| 1  | 0  | 1  | 1  | 1 |
| 1  | 1  | 0  | 0  | 0 |
| 1  | 1  | 0  | 1  | 0 |
| 1  | 1  | 1  | 0  | 0 |
| 1  | 1  | 1  | 1  | 0 |

### 2.13. Автоматна таблица

| X4 | X3 | X2 | X1 | F |
|----|----|----|----|---|
| 0  | 0  | 0  | 0  | 1 |
| 0  | 0  | 0  | 1  | 1 |
| 0  | 0  | 1  | 0  | 0 |
| 0  | 0  | 1  | 1  | 0 |
| 0  | 1  | 0  | 0  | 1 |
| 0  | 1  | 0  | 1  | 1 |
| 0  | 1  | 1  | 0  | 1 |
| 0  | 1  | 1  | 1  | 1 |
| 1  | 0  | 0  | 0  | 0 |
| 1  | 0  | 0  | 1  | 0 |
| 1  | 0  | 1  | 0  | 0 |
| 1  | 0  | 1  | 1  | 0 |
| 1  | 1  | 0  | 0  | 0 |
| 1  | 1  | 0  | 1  | 0 |
| 1  | 1  | 1  | 0  | 0 |
| 1  | 1  | 1  | 1  | 0 |
| 1  | 1  | 1  | 1  | 0 |

### 2.14. Автоматна таблица

| X4 | X3 | X2 | X1 | F |
|----|----|----|----|---|
| 0  | 0  | 0  | 0  | 0 |
| 0  | 0  | 0  | 1  | 1 |
| 0  | 0  | 1  | 0  | 0 |
| 0  | 0  | 1  | 1  | 0 |
| 0  | 1  | 0  | 0  | 0 |
| 0  | 1  | 0  | 1  | 0 |
| 0  | 1  | 1  | 0  | 0 |
| 0  | 1  | 1  | 1  | 1 |
| 1  | 0  | 0  | 0  | 1 |
| 1  | 0  | 0  | 1  | 1 |
| 1  | 0  | 1  | 0  | 0 |
| 1  | 0  | 1  | 1  | 0 |
| 1  | 1  | 0  | 0  | 0 |
| 1  | 1  | 0  | 1  | 0 |
| 1  | 1  | 1  | 0  | 0 |
| 1  | 1  | 1  | 1  | 1 |

### 2.15. Автоматна таблица

| X4 | X3 | X2 | X1 | F |
|----|----|----|----|---|
| 0  | 0  | 0  | 0  | 1 |
| 0  | 0  | 0  | 1  | 1 |
| 0  | 0  | 1  | 0  | 0 |
| 0  | 0  | 1  | 1  | 0 |
| 0  | 1  | 0  | 0  | 0 |
| 0  | 1  | 0  | 1  | 0 |
| 0  | 1  | 1  | 0  | 1 |
| 0  | 1  | 1  | 1  | 1 |
| 1  | 0  | 0  | 0  | 1 |
| 1  | 0  | 0  | 1  | 1 |
| 1  | 0  | 1  | 0  | 1 |
| 1  | 0  | 1  | 1  | 1 |
| 1  | 1  | 0  | 0  | 1 |
| 1  | 1  | 0  | 1  | 0 |
| 1  | 1  | 1  | 0  | 0 |
| 1  | 1  | 1  | 1  | 0 |

### 2.16. Автоматна таблица

| X4 | X3 | X2 | X1 | F |
|----|----|----|----|---|
| 0  | 0  | 0  | 0  | 0 |
| 0  | 0  | 0  | 1  | 0 |
| 0  | 0  | 1  | 0  | 0 |
| 0  | 0  | 1  | 1  | 0 |
| 0  | 1  | 0  | 0  | 0 |
| 0  | 1  | 0  | 1  | 0 |
| 0  | 1  | 1  | 0  | 1 |
| 0  | 1  | 1  | 1  | 1 |
| 1  | 0  | 0  | 0  | 1 |
| 1  | 0  | 0  | 1  | 1 |
| 1  | 0  | 1  | 0  | 1 |
| 1  | 0  | 1  | 1  | 1 |
| 1  | 1  | 0  | 0  | 0 |
| 1  | 1  | 0  | 1  | 1 |
| 1  | 1  | 1  | 0  | 0 |
| 1  | 1  | 1  | 1  | 1 |

2.17. Автоматна таблица

| X4 | X3 | X2 | X1 | F |
|----|----|----|----|---|
| 0  | 0  | 0  | 0  | 0 |
| 0  | 0  | 0  | 1  | 0 |
| 0  | 0  | 1  | 0  | 0 |
| 0  | 0  | 1  | 1  | 0 |
| 0  | 1  | 0  | 0  | 0 |
| 0  | 1  | 0  | 1  | 0 |
| 0  | 1  | 1  | 0  | 1 |
| 0  | 1  | 1  | 1  | 1 |
| 1  | 0  | 0  | 0  | 1 |
| 1  | 0  | 0  | 1  | 1 |
| 1  | 0  | 1  | 0  | 1 |
| 1  | 0  | 1  | 1  | 1 |
| 1  | 1  | 0  | 0  | 0 |
| 1  | 1  | 0  | 1  | 1 |
| 1  | 1  | 1  | 0  | 0 |
| 1  | 1  | 1  | 1  | 1 |

2.18. Автоматна таблица

| X4 | X3 | X2 | X1 | F |
|----|----|----|----|---|
| 0  | 0  | 0  | 0  | 0 |
| 0  | 0  | 0  | 1  | 0 |
| 0  | 0  | 1  | 0  | 1 |
| 0  | 0  | 1  | 1  | 0 |
| 0  | 1  | 0  | 0  | 0 |
| 0  | 1  | 0  | 1  | 1 |
| 0  | 1  | 1  | 0  | 0 |
| 0  | 1  | 1  | 1  | 0 |
| 1  | 0  | 0  | 0  | 1 |
| 1  | 0  | 0  | 1  | 1 |
| 1  | 0  | 1  | 0  | 1 |
| 1  | 0  | 1  | 1  | 0 |
| 1  | 1  | 0  | 0  | 1 |
| 1  | 1  | 0  | 1  | 1 |
| 1  | 1  | 1  | 0  | 0 |
| 1  | 1  | 1  | 1  | 1 |

2.19. Автоматна таблица

| X4 | X3 | X2 | X1 | F |
|----|----|----|----|---|
| 0  | 0  | 0  | 0  | 1 |
| 0  | 0  | 0  | 1  | 1 |
| 0  | 0  | 1  | 0  | 0 |
| 0  | 0  | 1  | 1  | 0 |
| 0  | 1  | 0  | 0  | 1 |
| 0  | 1  | 0  | 1  | 0 |
| 0  | 1  | 1  | 0  | 1 |
| 0  | 1  | 1  | 1  | 0 |
| 1  | 0  | 0  | 0  | 1 |
| 1  | 0  | 0  | 1  | 1 |
| 1  | 0  | 1  | 0  | 1 |
| 1  | 0  | 1  | 1  | 1 |
| 1  | 1  | 0  | 0  | 0 |
| 1  | 1  | 0  | 1  | 0 |
| 1  | 1  | 1  | 0  | 0 |
| 1  | 1  | 1  | 1  | 1 |

2.20. Автоматна таблица

| X4 | X3 | X2 | X1 | F |
|----|----|----|----|---|
| 0  | 0  | 0  | 0  | 1 |
| 0  | 0  | 0  | 1  | 0 |
| 0  | 0  | 1  | 0  | 1 |
| 0  | 0  | 1  | 1  | 0 |
| 0  | 1  | 0  | 0  | 1 |
| 0  | 1  | 0  | 1  | 1 |
| 0  | 1  | 1  | 0  | 1 |
| 0  | 1  | 1  | 1  | 1 |
| 1  | 0  | 0  | 0  | 0 |
| 1  | 0  | 0  | 1  | 0 |
| 1  | 0  | 1  | 0  | 0 |
| 1  | 0  | 1  | 1  | 0 |
| 1  | 1  | 0  | 0  | 1 |
| 1  | 1  | 0  | 1  | 0 |
| 1  | 1  | 1  | 0  | 1 |
| 1  | 1  | 1  | 1  | 0 |

### 2.21. Автоматна таблица

| X4 | X3 | X2 | X1 | F |
|----|----|----|----|---|
| 0  | 0  | 0  | 0  | 0 |
| 0  | 0  | 0  | 1  | 0 |
| 0  | 0  | 1  | 0  | 0 |
| 0  | 0  | 1  | 1  | 1 |
| 0  | 1  | 0  | 0  | 1 |
| 0  | 1  | 0  | 1  | 1 |
| 0  | 1  | 1  | 0  | 0 |
| 0  | 1  | 1  | 1  | 0 |
| 1  | 0  | 0  | 0  | 0 |
| 1  | 0  | 0  | 1  | 1 |
| 1  | 0  | 1  | 0  | 1 |
| 1  | 0  | 1  | 1  | 1 |
| 1  | 1  | 0  | 0  | 0 |
| 1  | 1  | 0  | 1  | 0 |
| 1  | 1  | 1  | 0  | 0 |
| 1  | 1  | 1  | 1  | 0 |

### 2.22. Автоматна таблица

| X4 | X3 | X2 | X1 | F |
|----|----|----|----|---|
| 0  | 0  | 0  | 0  | 1 |
| 0  | 0  | 0  | 1  | 1 |
| 0  | 0  | 1  | 0  | 0 |
| 0  | 0  | 1  | 1  | 0 |
| 0  | 1  | 0  | 0  | 1 |
| 0  | 1  | 0  | 1  | 1 |
| 0  | 1  | 1  | 0  | 1 |
| 0  | 1  | 1  | 1  | 1 |
| 1  | 0  | 0  | 0  | 0 |
| 1  | 0  | 0  | 1  | 0 |
| 1  | 0  | 1  | 0  | 0 |
| 1  | 0  | 1  | 1  | 0 |
| 1  | 1  | 0  | 0  | 0 |
| 1  | 1  | 0  | 1  | 0 |
| 1  | 1  | 1  | 0  | 0 |
| 1  | 1  | 1  | 1  | 0 |

### 2.23. Автоматна таблица

| X4 | X3 | X2 | X1 | F |
|----|----|----|----|---|
| 0  | 0  | 0  | 0  | 0 |
| 0  | 0  | 0  | 1  | 1 |
| 0  | 0  | 1  | 0  | 0 |
| 0  | 0  | 1  | 1  | 0 |
| 0  | 1  | 0  | 0  | 0 |
| 0  | 1  | 0  | 1  | 0 |
| 0  | 1  | 1  | 0  | 0 |
| 0  | 1  | 1  | 1  | 1 |
| 1  | 0  | 0  | 0  | 1 |
| 1  | 0  | 0  | 1  | 1 |
| 1  | 0  | 1  | 0  | 0 |
| 1  | 0  | 1  | 1  | 0 |
| 1  | 1  | 0  | 0  | 0 |
| 1  | 1  | 0  | 1  | 0 |
| 1  | 1  | 1  | 0  | 0 |
| 1  | 1  | 1  | 1  | 1 |

### 2.24. Автоматна таблица

| X4 | X3 | X2 | X1 | F |
|----|----|----|----|---|
| 0  | 0  | 0  | 0  | 1 |
| 0  | 0  | 0  | 1  | 1 |
| 0  | 0  | 1  | 0  | 0 |
| 0  | 0  | 1  | 1  | 0 |
| 0  | 1  | 0  | 0  | 0 |
| 0  | 1  | 0  | 1  | 0 |
| 0  | 1  | 1  | 0  | 1 |
| 0  | 1  | 1  | 1  | 1 |
| 1  | 0  | 0  | 0  | 1 |
| 1  | 0  | 0  | 1  | 1 |
| 1  | 0  | 1  | 0  | 1 |
| 1  | 0  | 1  | 1  | 1 |
| 1  | 1  | 0  | 0  | 1 |
| 1  | 1  | 0  | 1  | 0 |
| 1  | 1  | 1  | 0  | 0 |
| 1  | 1  | 1  | 1  | 0 |

## 2.25. Автоматна таблиця

| X4 | X3 | X2 | X1 | F |
|----|----|----|----|---|
| 0  | 0  | 0  | 0  | 0 |
| 0  | 0  | 0  | 1  | 0 |
| 0  | 0  | 1  | 0  | 0 |
| 0  | 0  | 1  | 1  | 0 |
| 0  | 1  | 0  | 0  | 0 |
| 0  | 1  | 0  | 1  | 0 |
| 0  | 1  | 1  | 0  | 1 |
| 0  | 1  | 1  | 1  | 1 |
| 1  | 0  | 0  | 0  | 1 |
| 1  | 0  | 0  | 1  | 1 |
| 1  | 0  | 1  | 0  | 1 |
| 1  | 0  | 1  | 1  | 1 |
| 1  | 1  | 0  | 0  | 0 |
| 1  | 1  | 0  | 1  | 1 |
| 1  | 1  | 1  | 0  | 0 |
| 1  | 1  | 1  | 1  | 1 |

### Рекомендована література

1. Holdsworth B., Woods R. C. Digital logic design. – 4th ed. – Oxford: Newnes, 2002.
2. Horowitz P., Hill W. The art of electronics – New York, NY: Cambridge University Press, 2015.
3. IEEE Graphic Symbols for Logic Functions (Includes IEEE Std 91A-1991 Supplement, and IEEE Std 91-1984) – Piscataway, NJ, USA: IEEE.
4. Kularatna N. Digital and analogue instrumentation: Testing and measurement / Nihal Kularatna, IEE electrical measurement series – London: Institution of Electrical Engineers, 2003. – v. 11.
5. Sonali S. DIGITAL LOGIC DESIGN – [Place of publication not identified]: BPB Publications, 2018. – 1 online resource.
6. Spurgeon C. Ethernet: The definitive guide / Charles E. Spurgeon – Beijing, Farnham: O'Reilly, 2000.