

УДК 681.784

ОПТИМІЗАЦІЙНИЙ МЕТОД ВИМІРЮВАННЯ КООРДИНАТ СВІТЛОВОЇ ПЛЯМИ НА СІТКІВЦІ ОКА

Чиж І. Г., Сокурєнко В. М., Афончина Н. Б., Національний технічний університет України
“Київський політехнічний інститут”, м. Київ, Україна

Обґрунтовані вимоги до точності визначення координат світлової плями на сітківці. Виявлено, що за умов безпечного опромінювання сітківки відомі методи та алгоритми не задовольняють цим вимогам. Показані переваги запропонованого оптимізаційного алгоритму визначення координат світлової плями.

Вступ

Розвиток сучасних лазерних технологій корекції вад зору людини стимулював створення нових приладів – офтальмологічних aberометрів, призначених для вимірювання хвильових аберацій оптичної системи ока.

Відома низка методів aberометрії ока, з яких найбільш перспективним вважається рейтресінг. Він базується на вимірюваннях координат світлової плями на сітківці при скануванні ока тонким світловим пучком [1, 2].

Не вирішеною до цього часу проблемою є зменшення похибок вимірювання хвильових аберацій ока, що стосується не лише методу рейтресінгу, але й усіх інших методів офтальмологічної aberометрії. У рефракційному еквіваленті похибки ще значно перевищують 0,1 діоптрію, що не відповідає сучасним вимогам медичної практики.

Найбільш впливовим чинником, що погіршує точність вимірювань хвильових аберацій, є похибки визначення координат світлової плями на сітківці. Аналіз систематичних та випадкових похибок вимірювання координат світлових плям відомими на цей час методами показав їх часткову або повну непридатність до застосування в офтальмологічній aberометрії. Тому головною задачею цієї праці було створення нового, більш точного і адаптованого до умов роботи з оком методу визначення координат світлової плями на сітківці з метою підвищення точності офтальмологічної aberометрії, насамперед рейтресінгової.

Аналіз вимог до точності визначення координат світлової плями на сітківці та можливостей їх технічної реалізації

Світловий промінь, що надходить в аметропічне око з аметропією A [дптр] паралельно його візуальній осі на відстані від осі h [мм], має на сітківці ока поперечну аберацию Δ [мм], яка визначається за формулою:

$$\Delta = 7,48 \cdot 10^{-3} f'_{\text{ока}} h A,$$

де $f'_{\text{ока}}$ [мм] – задня фокусна відстань еметропічного ока.

З приведеної формули випливає, що за “стандартною” фокусною відстанню $f'_{\text{ока}} = 22,89$ мм, похибка визначення аметропії величиною $\delta A = \pm 0,1$ дптр виникає тоді, коли поперечна аберация Δ вимірюється з похибкою $\delta \Delta = \pm (1,7$

...5,14) мкм у променів з $h = 1...3$ мм відповідно. Систематична складова величини $\delta\Delta$ залежить від співвідношення періоду структури багатоелементного фотоелектричного приймача (лінійки) та розміру сформованого на ньому зображення світлової плями сітківці. Якщо це співвідношення відоме, то незалежно від значень поперечного збільшення зображення, систематичну похибку можна аналізувати, застосовуючи $\delta\Delta/2r$ або $\delta\Delta/l$, де $2r$ – діаметр світлової плями на сітківці, l – період лінійки.

Мінімальний діаметр світлової плями на сітківці залежить від кутової розбіжності променів лазерного пучка та дифракції Фраунгофера на апертурній діафрагмі оптичної системи каналу сканування ока. Якщо дію першого фактору можна зменшити відомими оптичними засобами, то дифракційне розсіяння світла є неминучим, а мінімальний розмір світлової плями на сітківці

$$2r = 2,44 \left| f_{\text{ока}} \right| \frac{\lambda}{D},$$

де $f_{\text{ока}}$ – передня фокусна відстань ока, λ – довжина хвилі лазерного випромінювання, D – діаметр субапертури у площині зіниці ока каналу сканування.

У стандартного ока $|f_{\text{ока}}| = 17,12$ мм, тоді при $\lambda = 0,65$ мкм та $D = 0,5$ мм $2r \cong 0,054$ мм, а величина співвідношення $\delta\Delta/2r$, при вищенаведених значеннях h , становить $1/11...1/32$. Знайдений у такий спосіб діапазон значень $\delta\Delta/2r$ дозволяє обґрунтувати вимоги до допустимих похибок фотоелектричного вимірювача координат світлової плями на сітківці.

Проблематичність забезпечення потрібної точності визначення координат світлової плями на сітківці зумовлена специфічними особливостями фотоелектричних вимірювань на живому оці, а саме: малим світловим потоком, який дозволяється направляти в око (1,24 мВт); малим коефіцієнтом відбиття сітківки (менше 1%); рухливістю ока, яка вимушує вимірювання аберацій ока виконувати за час не більше 0,1 секунди. Якщо вимірювання аберацій здійснюється у 100 точках (субапертурах) зіниці, то для вимірювань у кожній з них можна витрачати часу не більше 1 мс, на протязі якого потрібно накопичити фотоелектричні заряди, якщо фотоприймач (ФП) є приладом з зарядовим зв'язком (ПЗЗ), зробити декілька повторних вимірів фотоелектричних сигналів з кожного фоточутливого елементу фотоприймача та перетворити їх у цифрову форму для збереження у пам'яті комп'ютера.

Можливість технічної реалізації визначення координати світлової плями з сумарною похибкою (систематичною і випадковою) не більше $1/32$ розміру цієї плями виявлялася аналізом вже існуючих алгоритмів, розроблених в інших галузях техніки для вимірювачів з багатоелементними фотоприймачами [3]. До розгляду бралися алгоритми, які визначають положення світлової плями на сітківці по крапці максимальної освітленості (аналогічно живому оку). Це алгоритми з інтерполяцією сигналів від фоточутливих елементів поліномами Лагранжа різних степеневих порядків та поліномами на базі трансцендентних функцій. Проведений аналіз дозволив встановити таке:

- 1) для зменшення систематичної похибки до припустимих величин потрібно збільшувати кількість фоточутливих елементів під світловою плямою, при цьому найменші систематичні похибки серед всіх розглянутих методів забезпечують методи інтерполяції відеосигналів поліномами Лагранжа нульового степеневих порядку (метод визначення центру “світлової ваги”);
- 2) викладене в п. 1 є в протиріччі з намаганням зменшити випадкові помилки збільшенням співвідношення сигнал/шум (С/Ш), що потребує концентрації світла плями на меншій кількості елементів фотоприймача, краще за все лише на одному;
- 3) жоден з методів не забезпечує потрібної точності визначення координат плями в умовах приведених вище енергетичних та часових обмежень, тому актуальною є розробка більш точного методу, який би мав у собі переваги існуючих.

Розробка оптимізаційного методу визначення координат плями

Попередній аналіз довів, що апроксимація просторового розподілу електричних сигналів по елементах фотоприймача методами інтерполяції все ж не забезпечує потрібну точність визначення координат плями. Причина – порівняно велика випадкова складова в цих сигналах. Дійсно, при безпечному опромінюванні сітківки лазером з $\lambda=0,65$ мкм та перетворенні кремнієвими фотоприймачами відбитого від сітківки світла в електричні сигнали, маємо реальну величину $C/Ш = 10...50$.

Наприкінці ми дійшли висновку, що за таких умов пошук функції апроксимації розподілу електричних сигналів є більш обґрунтованим, якщо він здійснюється методом регресії, а параметри апроксимаційної функції вишукуються методами оптимізації при використанні цільової функції як суми квадратів відхилень реальних величин сигналів від розрахункових, знайдених за допомогою апріорного розподілу випромінювання у світловій плямі на сітківці.

Так при гаусоподібному розподілі інтенсивності випромінювання у лазерному пучку та круглій або еліптичній формі абераційної плями (внаслідок наявності аметропії чи астигматизму у ока відповідно) опромінення у світловій плямі на сітківці визначається функцією:

$$E(x', y') = E_0 \exp \left\{ - \left[\left(\frac{x'}{a_x} \right)^2 + \left(\frac{y'}{a_y} \right)^2 \right] \right\}, \quad (1)$$

де x', y' – декартові координати, пов'язані з осями еліпса співвідношеннями

$$x' = (x - x_0) \cos \varphi + (y - y_0) \sin \varphi, \quad y' = -(x - x_0) \sin \varphi + (y - y_0) \cos \varphi,$$

x_0, y_0 – координати максимуму приведеної функції, φ – кут повороту осей Ox' та Oy' відносно координат Ox, Oy , пов'язаних з фотоприймачем або сітківкою; E_0 – максимальне значення опромінення в перерізі лазерного пучка або у площині світловій плямі на сітківці, a_x, a_y – константи, що характеризують розміри світлової плями на рівні $1/e$.

Величини a_x , a_y , x_0 , y_0 і ϕ є параметрами оптимізації.

За складові цільової функції приймалися

$$f_j = U_{aj} - U_{oj}, \quad j = 1 \dots N,$$

де U_{aj} – розраховане відповідно (1) значення електричного сигналу з j -го елемента ФП, U_{oj} – виміряне значення електричного сигналу з j -го елемента, N – кількість елементів ФП.

Задача оптимізації полягала в мінімізації оціночної функції ξ :

$$\xi = |\mathbf{F}|^2 = \mathbf{F}^T \mathbf{F},$$

де $\mathbf{F}$, $\mathbf{F}^T$ – матриця, та транспонована матриця, складена із елементів f_j .

У зв'язку з тим, що співвідношення між кількістю функцій оптимізації та кількістю параметрів оптимізації може бути довільним для оптимізації було застосовано універсальний демпфований метод найменших квадратів (ДМНК).

З метою порівняльного аналізу було проведено чисельний експеримент, в якому в рівних умовах досліджувалися похибки оптимізаційного методу та методу визначення координат плями за положенням його світлового “центру ваги”. Експеримент проводився за наступних умов: фотоприймачем є лінійка, що має 32 елементи з розташуванням осі OX уздовж лінійки, а осі OY – посередині між 16 і 17 елементами перпендикулярно до осі OX ; розмір елемента лінійки уздовж осі OY в 100 разів перевищував довжину l елемента уздовж осі OX ; крок переміщення світлової плями – $0,2l$; $2r/l = k = 0,5; 1,0; 1,2; 1,4; 1,6; 1,8; 2,0$; де $2r$ – діаметр плями по рівню e^{-2} ; сигнал/шум = 10, 20, 50, 100, 200; шумовий сигнал синтезувався комп'ютером та визначався по СКВ випадкової амплітуди шумового сигналу з нормальним розподілом ймовірності; СКВ похибки визначення координати світлової плями знаходилися по 100 “вимірюваннях” координати в одному положенні світлової плями.

Проведений за цих умов чисельний експеримент показав, що похибка визначення координат плями уздовж осі OX має складові – систематичну методичну та випадкову, яка головним чином залежить від шумової складової електричного сигналу.

Систематичну методичну похибку пов'язано зі співвідношенням k , а також має складову, залежну від величини шуму, яка зростає при переміщенні плями від центру до краю лінійки (рис. 1 при $k=1$, $c/\text{ш} = 200$, $l = 500$ мкм).

Складові систематичної похибки, що залежить від k , істотно менша у оптимізаційного, рис. 2а (при величині $k \approx 1,5$ – майже в 50 разів, рис. 2б).

Складові систематичної похибки, яка залежить від співвідношення сигнал/шум, в методі “центру ваги” має практично лінійне зростання, рис. 1. У оптимізаційного метода ця складові виникає лише при наближенні світлової плями до краю лінійки, рис. 1, причому тим ближче до нього, чим більшим є співвідношення сигнал/шум.

Випадкові похибки визначення координат плями за обома методами істотно

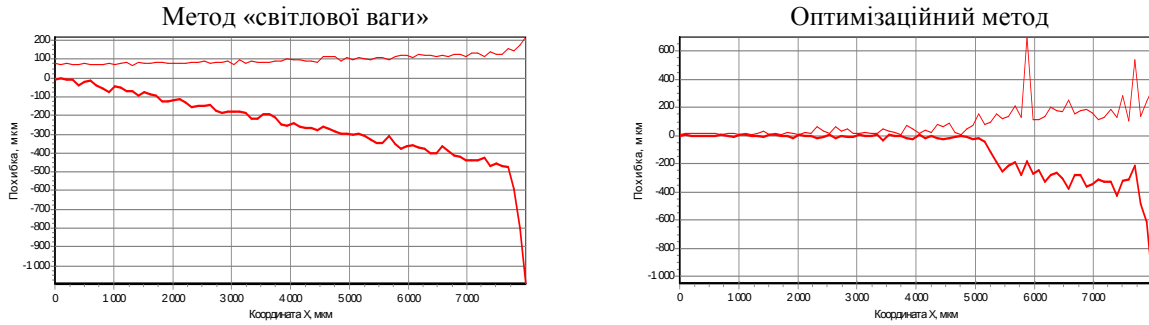
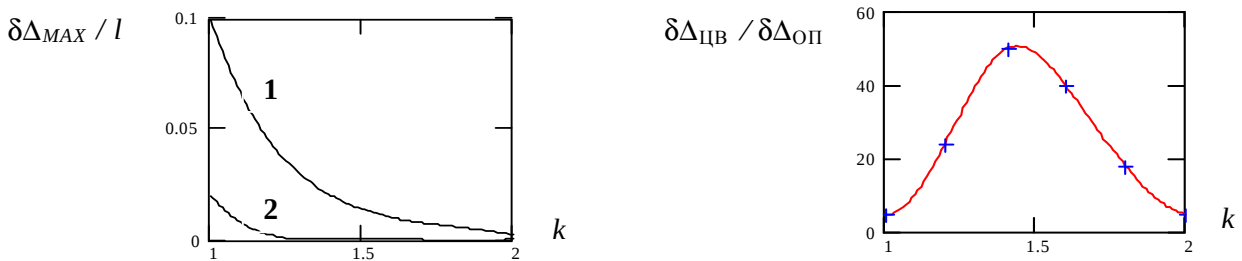


Рисунок 1 - Графіки похибок визначення координат світлової плями: верхня крива – СКВ випадкової складової, нижня – систематична складова



$\delta\Delta_{MAX}$ – максимальне значення складової; 1 – метод центру ваги, 2 – оптимізаційний метод; $\delta\Delta_{ЦВ} / \delta\Delta_{ОП}$ – співвідношення похибок за методом центра ваги та оптимізаційного методу

Рисунок 2 - Систематична складова похибки

залежать від величини співвідношення С/Ш, рис. 3. В діапазоні С/Ш = 20...200 випадкова похибка оптимізаційного методу у порівнянні з похибкою метода “центра ваги” є меншою в 1,5...15 разів відповідно. Залежність випадкової похибки від числа k практично відсутня в методі “центру ваги”, а в оптимізаційному методі вона зменшується при збільшенні числа k .

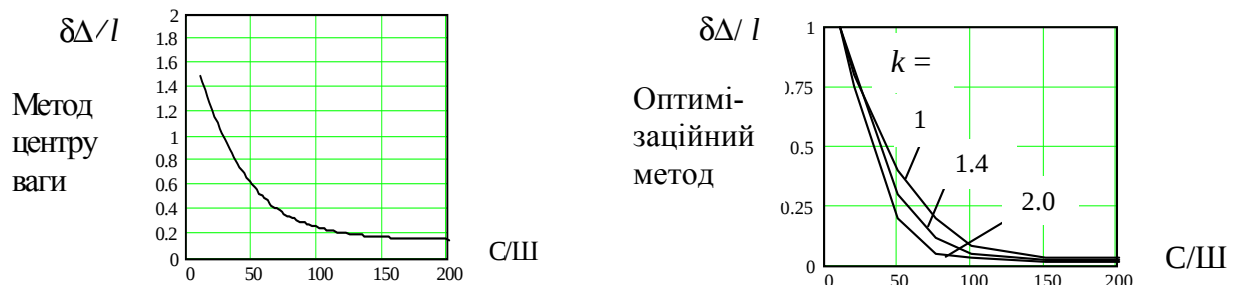


Рисунок 3 - Графіки випадкової складової похибки визначення координат плями

Результати, були перевірені фізичним моделюванням за допомогою створеної експериментальної установки. На базі матричного фотоприймача телевізій-

ної камери був утворений вимірювач координат світлової плями. При цьому з елементів матриці спеціальною комп'ютерною програмою моделювалась лінійка з топографією, що дозволяла забезпечити потрібне значення величини k .

Величина C/I регулювалась зміною світлового потоку у світловій плямі. Розподіл фотоелектричного заряду по матриці ПЗЗ відображався графіками піксельного розподілу зарядів уздовж вибраної осі. Переміщення плями по поверхні ФП здійснювалось спеціальним механізмом з похибкою не більшою за $1/500$ періоду лінійки. Це переміщення потім визначалося методом центру ваги та оптимізаційним методом. Аналіз результатів чисельного та фізичного моделювання дозволив зробити наступні висновки.

Висновки

1. Визначення координат світлової плями оптимізаційним методом за точністю має суттєву перевагу над методом "центру ваги", тому що його випадкова похибка менша за рівних умов в 4...5 разів, систематична (при $k \approx 1,5$) – майже у 50 разів, а величина $\delta\Delta / l = 1/32$ оптимізаційним методом може бути забезпечена при $C/I \geq 100$, тоді як методом центра ваги – при $C/I > 500$.
2. Досягнення величини $C/I = 100$ за умов безпечного опромінення сітківки потребує або охолодження фотоприймача, або попередньої фільтрації електричних шумів аналоговими чи цифровими методами, розробка яких повинна бути наступним кроком досліджень потенційної точності оптимізаційного методу.

Література

1. Чиж И.Г., Сокурено В. М. Методы измерения рефракции глаза с пространственным разрешением по зрачку / Оптический журнал. – 2001. – Т. 68. – № 3. – С. 19 – 25.
2. Молебний В. В., Чиж І. Г, Сокурено В. М. Рейтрсингові методи вимірювання рефракційних похибок вад зору / Вісник національного технічного університету України «КПІ», Приладобудування. – 2002. – №24. – С. 134 – 137.
3. Иванкин И. Р. и др. Интерполяционные алгоритмы определения положения центра изображения объекта с помощью ПЗС / Техника средств связи, сер. Техника телевидения. – 1986. – Вып. 4. – С. 37– 43.

Чиж І. Г., Сокурено В. М., Афончина Н. Б.
Оптимизационный метод измерения координат светового пятна на сетчатке глаза
 Обоснованы требования к точности определения координат светового пятна на сетчатке. Определено, что при условиях безопасного облучения сетчатки известные методы и алгоритмы не удовлетворяют этим требованиям. Показаны преимущества предложенного оптимизационного алгоритма определения координат светового пятна.

Chyzh I. H., Sokurenko V. M., Afonchina N. B.
The optimization method of the light spot coordinates measuring on the eye retina
 The requirements for the measurement accuracy of a light spot coordinates at the retina plane are substantiated. It was found that under conditions of safe radiation exposures the known techniques and algorithms do not satisfy completely the mentioned accuracy. Advantages of the proposed optimization algorithm by the example are illustrated .

*Надійшла до редакції
 14 травня 2003 року*