

МОДЕЛЮВАННЯ СПОСТЕРЕЖЕНЬ В ПОДІЯХ ГРАВІТАЦІЙНОГО МІКРОЛІНЗУВАННЯ

І. О. Німий^{1, а}, В. І. Жданов^{1,2}

¹ Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»,
Фізико-технічний інститут

² Київський національний університет імені Тараса Шевченка,
Астрономічна обсерваторія

Анотація

В процесах гравітаційного мікролінзування спостерігають підсилення яскравості віддаленого астрономічного джерела випромінювання завдяки добре відомому ефекту гравітаційної рефракції. У даній роботі проведено моделювання спостережень кривих блиску в подіях мікролінзування на зорях Галактики. Оцінено обмеження на параметр, що характеризує гіпотетичні відхилення від стандартної моделі, в залежності від похибок фотометричних спостережень в таких подіях.

Ключові слова: загальна теорія відносності, гравітаційне мікролінзування, гравітаційна рефракція

Вступ

В астрономічних спостереженнях яскравість далекого джерела може суттєво збільшуватися, коли поблизу променя зору проходить компактний об'єкт (зоря) нашої Галактики. Теорія ефекту базується на добре відомій формулі Ейнштейна для гравітаційної рефракції (див. напр. [1]). Характерний час такого явища, яке має назву гравітаційного мікролінзування, для галактичних об'єктів складає від тижнів до місяців. Події галактичного мікролінзування спостерігають з кінця минулого століття [2]; сучасна техніка дозволяє реєструвати більше тисячі таких подій на рік [3]. У коло можливих застосувань ефекту входять, зокрема, пошуки темної матерії [4], а також перевірки формули Ейнштейна для гравітаційного відхилення світла за кривими блиску мікролінзованих джерел [5], [6]. Відзначимо, що перевірки цієї формули, як і взагалі перевірки загальної теорії відносності (ЗТВ), відіграють важливу роль в гравітаційній фізиці і проводяться регулярно з появою нових спостережних можливостей [7]. У даній роботі проаналізовано можливості подібної перевірки в рамках конкретної феноменологічної моделі лінзового відображення, запропонованої в [5]. Актуальність питання у першу чергу пов'язана з перспективами підвищення точності та накопиченням спостережного матеріалу, зокрема, групою OGLE [2], [3].

1. Базові співвідношення і постановка задачі

Ми використовуємо модель лінзового відображення, запропоновану у [5], яка призначена для перевірки ейнштейнівської формули гравітаційної рефра-

кції. Вона спирається на степеневу залежність для кута гравітаційного відхилення променя світла пропорційно $a^{-(1+\varepsilon)}$, де a – відстань від променя до маси, що його відхиляє. Гіпотетичне порушення ЗТВ описується параметром ε , який бажано обмежувати якомога сильніше. У ЗТВ $\varepsilon = 0$. Основна задача, що розглядається у даній роботі, полягає в тому, щоб оцінити похибку визначення ε у залежності від точності фотометричних даних при спостереженні кривих блиску в подіях галактичного мікролінзування.

З формули для кута гравітаційного відхилення світла випливає формула лінзового відображення [5]:

$$\mathbf{y} = \mathbf{r} \left\{ 1 - \left(\frac{R_0}{r} \right)^a \right\} \quad (1)$$

Дана формула пов'язує кутове положення джерела випромінювання $\mathbf{y}$ (площина джерела) із кутовим положенням його зображення $\mathbf{r}$, яке і спостерігається; $r = |\mathbf{r}|$, R_0 – характерний параметр, що має бути близьким до кутового радіуса кільця Ейнштейна у стандартній теорії [8]. Проте, за допомогою перемасштабування кутових одиниць, можна покласти $R_0 = 1$.

Для будь-якого $y = |\mathbf{y}| > 0$ маємо два розв'язки рівняння (1), які відповідають двом зображенням: $\mathbf{r}_{1,2} = (\mathbf{y}/y)\mathbf{r}_{1,2}$, де $r_1(y)$ та $r_2(y)$ – корені рівняння $y - r|1 - (R_0/r)^a| = 0$ на $(0, R_0)$ та (R_0, ∞) відповідно. Розв'язки цього рівняння у нашій роботі знаходяться чисельно, методом дихотомії.

Коефіцієнт підсилення для окремого зображення з положенням $\mathbf{r}$: $K(r, \varepsilon) = |D(r)|^{-1}$, де $D(r)$ – де-

^аigornimiyi@gmail.com

термінант матриці $\partial \mathbf{y} / \partial \mathbf{r}$ [8]. Для відображення (1) можна отримати вираз [4], [5]:

$$D(r) = \left[1 - \left(\frac{R_0}{r} \right)^a \right] \left[1 + (a-1) \left(\frac{R_0}{r} \right)^a \right] \quad (2)$$

Сумарний коефіцієнт для двох зображень ($y \neq 0, a = 2 + \varepsilon$):

$$K_{tot}(y, \varepsilon) = K(r_1(y), \varepsilon) + K(r_2(y), \varepsilon) \quad (3)$$

Для астрономічних об'єктів з достатньою точністю можна прийняти, що відносний рух є лінійним, звідки:

$$y(t) = \sqrt{p^2 + V^2(t-T)^2}, \quad (4)$$

p – прицільна відстань (за кутом) у системі, де V – швидкість, T – момент максимального зближення джерела та мікролінзи у проекції на небесну (одичинну) сферу. Це дає таку залежність зоряної величини від часу:

$$m(t, \varepsilon, p, V, T, C) = -2.5 \log \{K_{tot}(y, \varepsilon)\} + C, \quad (5)$$

де C – константа, пов'язана із яскравістю джерела за відсутності лінзування, вона визначається разом із іншими параметрами під час фітування кривої блиску.

2. Генерація ансамблю кривих блиску

Для оцінки точності визначення ε треба мати на увазі наступне. У типових подіях сильного галактичного мікролінзування, які в перспективі слід відбирати для тестування, прицільний параметр p має бути порядку R_0 . Кількість точок на кривій блиску визначається часом типової події порядку декількох місяців. Ми задаємо вихідну точність фотометричних спостережень із дисперсією σ , маючи на увазі, що спостереження проводяться раз на добу. Реально число добових спостережень може бути більше, тоді це можна врахувати при визначенні ефективного значення σ .

Задача полягає в тому, щоб з'ясувати, на якому рівні достовірності експеримент може підтвердити значення $\varepsilon = 0$, тобто, з якою точністю буде визначено ε за наявності похибки спостережень.

Для генерації даних було обрано початкові параметри, близькі до реальної події мікролінзування OGLE-2018-BLG-0009: $p_0 = 0.454$; $V_0 = 0.044$; $T_0 = 749$; $C_0 = 0, \varepsilon = 0$. Розглядаємо ідеальну криву блиску

$$M(t) = m(t, 0, p_0, V_0, T_0, 0), \quad (6)$$

до якої додаємо випадкову похибку у точках t_i із дисперсією $\sigma = 0.01$ (рівноточні вимірювання). Точки t_i були розподілені приблизно еквідистантно, але з невеликою дисперсією: 300 точок від 0 до 1000. В околі мінімуму $T_0 = 749$ період сильного мікролінзування включає приблизно 130 точок. Зашумлена крива блиску має вигляд: $m_i = M(t_i) + g_i$, де g_i

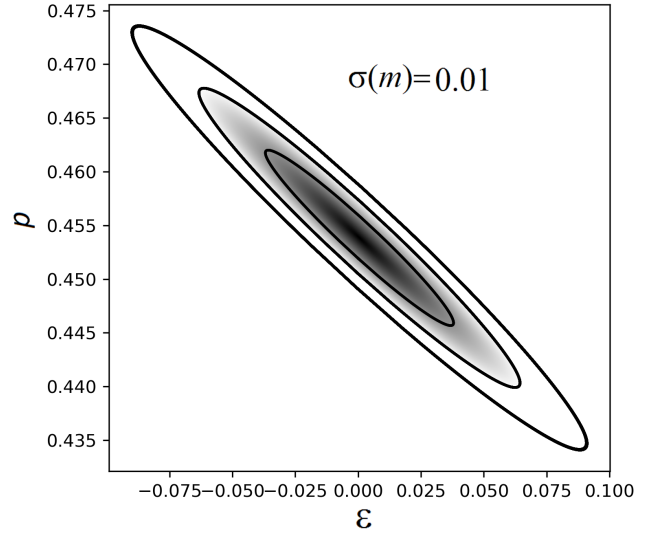


Рис. 1. Лінії рівня для $\sigma(m) = 0.01$

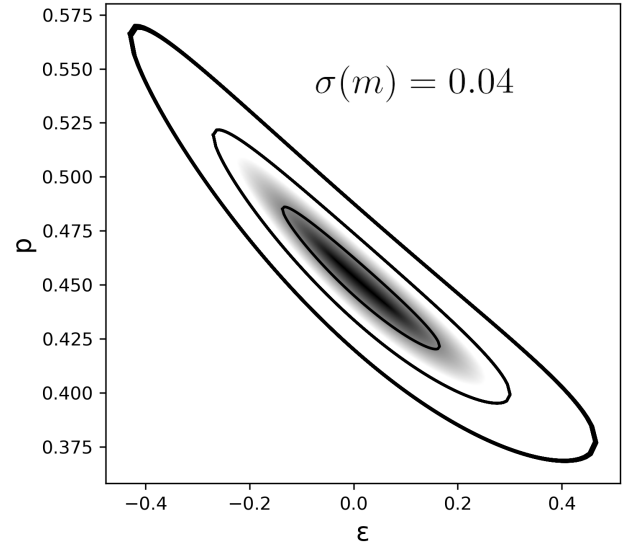


Рис. 2. Лінії рівня для $\sigma(m) = 0.04$

– гаусівська випадкова величина із дисперсією σ (у кожній точці кривої g_i – незалежні). В чисельних експериментах кількість реалізацій випадкової кривої блиску, які розглядалися як «експериментальні дані», $N = 30000$. Набір підгоночних параметрів (ε, p, V, T, C) визначається із допомогою вбудованої функції curvefit (бібліотека scipy.optimize, мова програмування Python). В результаті було отримано N точок у просторі параметрів. Найбільш цікавими є проекції розподілу параметрів на площину (ε, p) та (ε, V) . Для кожної проекції побудовано функції розподілу густини точок, які мають досить складну будову. Ця процедура була проведена для двох рівнів точності вхідних даних $\sigma(m) = 0.01, 0.04$. Відповідно, на Рис. 1, 2 показано згладжені лінії рівня для густини точок у площині (ε, p) , які відповідають імовірностям 0.997, 0.954, 0.683 потрапляння точки всередину контуру. Природно, що центр цих еліпсів лежить поруч із $\varepsilon = 0$. Залежності маргінальної дисперсії $\sigma(\varepsilon)$ від $\sigma(m)$ показані на Рис. 3.

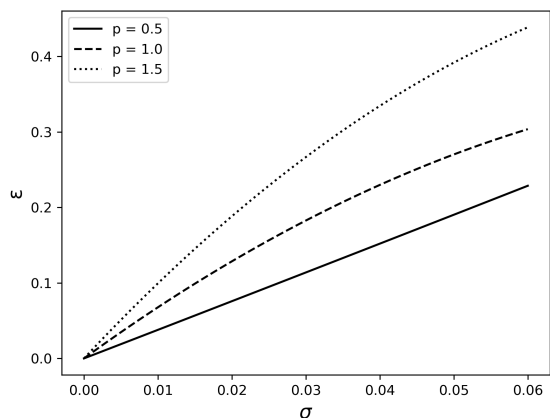


Рис. 3. Похибки визначення параметра ϵ в залежності від точності вхідних даних.

Висновки

Результати моделювання щодо точності визначення параметра виглядають досить обнадійливо з огляду на сучасну точність фотометричних спостережень, навіть якщо порівнювати отриманий результат з досить високою сучасною точністю тестування ефектів ЗТВ, зокрема, в Сонячній системі [7]. Зрозуміло, що слід мати на увазі, що реальні спостереження можуть не проводитися регулярно, зокрема, у зв'язку з погодними умовами, а точність цих спостережень може залежати від низки факторів, які важко врахувати. З іншого боку, наявність великої кількості спостережень подій мікролінзування, яка

щороку збільшується, дозволить на порядок підвищити точність шляхом статистичного усереднення. Окрім цього, слід відзначити, що цінність метода гравітаційного лінзування в плані перевірок формули Ейнштейна полягає в тому, що цей метод використовує новий експериментальний матеріал, який є цілком незалежним від інших тестів ЗТВ.

Перелік використаних джерел

1. Ландау Л.Д., Лифшиц М.Е. Теория поля. — М.: Наука. — 1988.
2. Udalski A.A., Szymanski M.K., Kaluzny J. Acta Astron., V. 43. — 1993. — P. 289-294.
3. Udalski A.A., Szymanski M.K., Szymanski G. Acta Astron., V. 65. — 2015. — P. 1-38.
4. Fedorova E., Sliusar V.M., Zhdanov V.I. MNRAS, V. 457. — 2016. — P. 4147-4159.
5. Александров О.М., Жданов В.И., Слюсар В.М. Вісник Київ. нац. ун-ту. Астрономія. №59, вип.1. — 2019. — С. 18-22.
6. Alexandrov A.N., Sliusar V.M., Zhdanov V.I. Verification of Einstein's formula for gravitational deflection of light using observations of Galactic microlensing. arXiv:2004.07522 [gr-qc] — 2020.
7. Will C.M. The Confrontation between General Relativity and Experiment. Living Reviews in Relativity, V. 17, id. 4. — 2014.
8. Schneider P., Ehlers J., Falco E.E. Gravitational Lenses. — Berlin: Springer — 1992.