

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

О.П.Кузь, О. В. Дрозденко, О.В. Долянівська

ФІЗИКА

ВИБРАНІ РОЗДІЛИ ОПТИКИ

Курс лекцій

Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
як навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра
за освітніми програмами «Біотехнології» та «Хімічні технології та інженерія»
спеціальностей G21 Біотехнології та біоінженерія
G1 Хімічні технології та інженерія

Електронне мережне навчальне видання.

2-ге видання, перероблене і доповнене

Київ
КПІ ім. Ігоря Сікорського
2026

УДК 535 (075.8)

Автори: Кузь Олександр Павлович,
Дрозденко Олександра Володимирівна,
Долянівська Ольга Валеріївна

Рецензенти: *Воронов С.О.*, проф., д. техн. наук, професор кафедри прикладної фізики КПІ ім.
Ігоря Сікорського
Микитенко В.І., д. техн. наук, професор кафедри комп'ютерно-інтегрованих оптичних
та навігаційних систем КПІ ім. Ігоря Сікорського

Відповідальний
редактор Котовський В.Й., доктор техн. наук, професор

*Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
(протокол № 7 від 08.05.2026 р.)
за поданням Вченої ради Фізико-математичного факультету
(протокол № 3 від 08.04.2026р.)*

Кузь О.П

Фізика. Вибрані розділи оптики.[Електронний ресурс]:курс лекцій: навч. посіб. для здобувачів ступеня бакалавра за освіт. програмами «Біотехнології» та «Хімічні технології та інженерія» спеціальностей G21 Біотехнології та біоінженерія та G1 Хімічні технології та інженерія/
О.П.Кузь, О. В. Дрозденко, О.В. Долянівська ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – 2-ге вид., переробл. та доповн. – Електрон. текст. дані (1 файл). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2026. – 108 с.

В навчальному посібнику викладено вибрані розділи оптики. А саме хвильова та квантова оптика. В посібнику приділено увагу основним законам, запропоновано питання для самостійної роботи Навчальний посібник призначений для здобувачів ступеня бакалавр за спеціальностями: Галузеве машинобудування, Біотехнології та біоінженерія, Хімічні технології та інженерія. Також буде корисним для інших спеціальностей що вивчають фізику.

УДК 535 (075.8)

Реєстр. № 25/26-385. Обсяг 5 авт. арк.

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
проспект Перемоги, 37, м. Київ, 03056

<https://kpi.ua>

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців, виготовлювачів
і розповсюджувачів видавничої продукції ДК № 5354 від 25.05.2017 р.

© О. П. Кузь, О. В. Дрозденко, О. В. Долянівська 2026
© КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2026

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА.....	6
РОЗДІЛ 1. ХВИЛЬОВА ОПТИКА.....	7
ЛЕКЦІЯ 1. СВІТЛОВА ХВИЛЯ.....	7
Хвильове рівняння електромагнітної хвилі	7
Світлова хвиля. Хвильова оптика.....	10
Фотометричні поняття й одиниці	11
Закони лінійної оптики. Геометрична оптика	14
Контрольні питання.....	17
Література:	17
ЛЕКЦІЯ 2 ІНТЕРФЕРЕНЦІЯ СВІТЛА	17
Інтерференція світлових хвиль і умови її спостереження	17
Оптична різниця ходу. Умови інтерференційних максимумів і мінімумів	20
Способи спостереження інтерференції світла	23
Інтерференція світла в тонких плівках	25
Кільця Ньютона	27
Практичне використання інтерференції. Інтерферометри.....	28
Інтерферометр Майкельсона	29
Аберація світла	30
Додаток. Нерелятивістський ефект Доплера	31
Контрольні питання.....	33
Література:	34
ЛЕКЦІЯ 3 ДИФРАКЦІЯ СВІТЛА	34
Явище дифракції.....	34
Принцип Гюйгенса-Френеля. Зони Френеля	35
Дифракція Френеля від круглого отвору і круглого диску	39
Дифракція від круглого диску.....	41

Дифракція на двох щілинах.....	46
Дифракційні ґратки	46
Дифракція рентгенівських променів.....	49
Голографія.....	51
Контрольні питання.....	52
Література:	53
ЛЕКЦІЯ 4 ПОЛЯРИЗАЦІЯ СВІТЛА.....	53
Природне і поляризоване світло	53
Поляризація при відбиванні та заломленні світла на межі двох діелектриків	56
Поляризація при подвійному променезаломленні	58
Поляризаційні пристрої	60
Кристалічна пластинка між двома поляризаторами	63
Штучне подвійне променезаломлення	64
Обертання площини поляризації	65
Контрольні питання.....	67
Література:	68
ЛЕКЦІЯ 5 ВЗАЄМОДІЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ХВИЛЬ З РЕЧОВИНОЮ	68
Нормальна і аномальна дисперсія. Груповою швидкість.....	68
Електронна теорія дисперсії світла	71
Поглинання світла	74
Розсіювання світла	76
Ефект Вавілова-Черенкова	78
Контрольні питання.....	80
Література:	80
РОЗДІЛ 2. КВАНТОВА ОПТИКА.....	80
ЛЕКЦІЯ 6 ТЕПЛОВЕ ВИПРОМІНЮВАННЯ.....	80
Визначення поглинальної здатності тіла $\alpha_{\omega T}$	83
Закон Кірхгофа	83
Закон Стефана-Больцмана.....	85

Закон зміщення Віна	86
Поняття рівноважного випромінювання	86
Формула Релея-Джинса	88
Формула Планка	90
Контрольні питання.....	93
Література.....	93
 ЛЕКЦІЯ 7 ФОТОНИ	 94
Гальмівне рентгенівське випромінювання.....	94
Тиск світла	101
Ефект Комптона.....	103
Межі застосування класичної теорії.....	106
Контрольні питання.....	107
Література:	107

Передмова

Сучасний світ неможливо пояснити без розуміння процесів що дають можливість бачити все, що навкруги. Один із розділів фізики, а саме «Оптика» дає нам можливість вивчити закони поширення світлових хвиль. В даному посібнику розглянуті два розділи оптики. А саме: Хвильова оптика та Квантова оптика. Один розділ розглядає світло як хвилю, інший як потік частинок квантів світла. У посібнику зібрано теоретичний та практичний матеріал, що дає змогу, не використовуючи підручники, отримати повну картину та знання основних законів з розділу фізики «Оптика».

Тематика наведеного в навчальному посібнику матеріалу направлена на отримання та закріплення теоретичних знань студентів. В результаті вивчення даних матеріалів студенти мають знати визначення основних понять хвильової та квантової оптики. Таких як світло, світловий потік, когерентність тощо. Розуміти основні закономірності явищ інтерференції, дифракції, дисперсії. Студенти повинні вміти використовувати методи експериментальних та теоретичних досліджень оптичних явищ, а також використовувати знання для розв'язку практичних задач.

Для самоконтролю в посібнику наведено контрольні запитання та література для широкого вивчення того чи іншого явища.

Розділ 1. ХВИЛЬОВА ОПТИКА

Лекція 1. Світлова хвиля

Хвильове рівняння електромагнітної хвилі

Основний наслідок рівнянь Максвелла є існування електро-магнітних хвиль. Із рівнянь Максвелла витікає, що для однорідного ізоотропного середовища на великій відстані від зарядів і струмів, які створюють електромагнітне поле вектори напруженості електричного $\vec{E}$ і змінного $\vec{H}$ електромагнітного поля задовольняють хвильовому рівнянню

$$\begin{aligned}\nabla^2 \vec{E} &= \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}, \\ \nabla^2 \vec{H} &= -\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2},\end{aligned}\quad (1.1.1)$$

де v фазова швидкість, $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ - оператор Лапласа.

Будь яка хвиля, що задовольняють ці рівняння, описує деяку хвилю.
Фазова швидкість електромагнітної хвилі

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}}, \quad c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}. \quad (1.1.2)$$

У вакуумі, де $\epsilon = 1, \mu = 1$, швидкість електромагнітної хвилі співпадає зі швидкістю світла.

Наслідком теорії Максвелла є поперечність електромагнітних хвиль, тобто вектори $\vec{E}$ і $\vec{H}$ завжди взаємно перпендикулярні, і перпендикулярні вектору фазової швидкості.

Вектори $\vec{H}$, $\vec{E}$ і $\vec{v}$ утворюють правоґвинтову систему (рис. 1.1.1.).

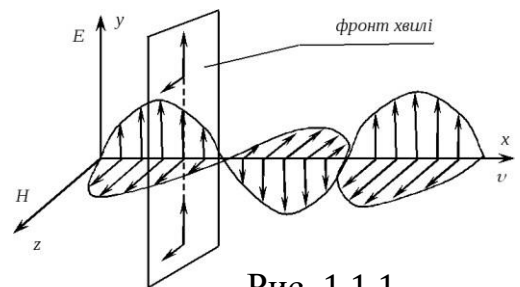


Рис. 1.1.1

В електромагнітній хвилі вектори $\vec{E}$ і $\vec{H}$ завжди коливаються в однаковій фазі, тобто одночасно досягають мінімумів і максимумів.

Хвильові рівняння можна переписати в такому вигляді

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} &= \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}, \\ \frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} &= \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2}.\end{aligned}\tag{1.1.3}$$

Індекси y і z при E і H вказують на те, що вектори $\vec{E}$ і $\vec{H}$ направлені вздовж взаємно перпендикулярних осей.

Таким рівнянням задовольняють плоскі монохроматичні електромагнітні хвилі, тобто хвилі однієї строго визначеної частоти. Рівняння цих хвиль можна записати

$$\begin{aligned}E_y &= E_0 \cos(\omega t - kx + \varphi), \\ H_z &= H_0 \cos(\omega t - kx + \varphi),\end{aligned}\tag{1.1.4}$$

де k – хвильове число, $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v}$;

ω – кругова частота;

v – фазова швидкість;

φ – початкова фаза хвилі;

E_0 – амплітудне значення напруженості електричного поля;

H_0 – амплітудне значення напруженості магнітного поля.

Енергія електромагнітного поля

З електромагнітною хвилею зв'язаний перенос енергії. Об'ємна густина енергії ω електромагнітної хвилі буде складатись з об'ємної густини електричного і магнітного поля.

$$\omega = \omega_E + \omega_H = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu \mu_0 H^2}{2}.\tag{1.1.5}$$

В ізотропному середовищі між $\vec{E}$ і $\vec{H}$ існує зв'язок

$$\sqrt{\varepsilon \varepsilon_0} E = \sqrt{\mu \mu_0} H.\tag{1.1.6}$$

Це означає, що густина електричної енергії дорівнює густині магнітної в кожній точці і в кожний момент

$$\omega_E = \omega_H.$$

Тому загальна об'ємна густина енергії дорівнює

$$\omega = \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \sqrt{\varepsilon \mu} \cdot E \cdot H.$$

Домноживши цей вираз на швидкість розповсюдження хвилі v в середовищі, отримаємо модуль густини потоку енергії

$$S = \omega \cdot v = E \cdot H. \quad (1.1.7)$$

Так як $\vec{E} \perp \vec{H}$, і утворюють правоґвинтову систему, то напрям $\vec{S}$ співпадає з напрямком переносу енергії. Тоді можна записати

$$\vec{S} = [\vec{E} \cdot \vec{H}]. \quad (1.1.8)$$

Тобто вектор густини потоку енергії електро-магнітної хвилі називають вектором Пойнтінга або Умова-Пойнтінга.

$$[S] = \left[\frac{\text{Дж}}{\text{м}^2 \text{с}} \right].$$

Густина потоку енергії – величина чисельно рівна потоку енергії через одиничну площадку, поміщену в даній точці перпендикулярно напрямку, у якому переноситься енергія.

У випадку гармонічної електромагнітної хвилі, яка рухається, густина енергії дорівнює

$$\omega = \varepsilon \varepsilon_0 \mu_0 E_m^2 \cos^2(\omega t - kx).$$

Інтенсивність електромагнітної хвилі дорівнює середньому значенню густини потоку енергії

$$I = \langle S \rangle.$$

Інтенсивність електромагнітної хвилі пропорційна квадрату амплітуди E_m^2 . E_m – амплітуда електро-магнітної хвилі.

Якщо електро-магнітні хвилі поглинаються (або відбиваються) тілами, то із теорії Максвелла випливає що електро-магнітні хвилі повинні здійснювати на тіло тиск. Існування тиску електро-магнітної хвилі приводить до висновку про те, що полю електро-магнітної хвилі притаманний деякий імпульс. Імпульс який рухається зі швидкістю світла дорівнює

$$P = \frac{W}{c},$$

де W – енергія електромагнітного поля,

c – швидкість світла.

$$P = m \cdot c = \frac{W}{c}, \quad W = m \cdot c^2 \text{ - енергія електро-магнітної хвилі.}$$

Світлова хвиля. Хвильова оптика

Світлова хвиля в більшості своїх проявів поводить себе як електромагнітна хвиля, а іноді світло виявляє себе як потік окремих частинок.

Хвильова оптика – це та частина оптики, у якій світло розглядається, як електромагнітна хвиля.

Квантова оптика - оптика, у якій світло розглядається, як потік окремих частинок.

Запишемо рівняння світлової хвилі, що має вигляд:

$$E = A \cos(\omega t - kr + \alpha), \quad (1.1.9)$$

$$A = E_m, \quad k = \frac{2\pi}{\lambda},$$

де A – амплітуда хвилі, r – радіус-вектор, $k \parallel r$ співнапрямлені.

Відношення швидкості світлової хвилі у вакуумі c до фазової швидкості v в деякій середовищі називається абсолютним *показником заломлення цього середовища* – n .

$$n = \frac{c}{v}. \quad (1.1.10)$$

Врахуємо швидкість світла. Запишемо формулу у вигляді:

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}. \quad (1.1.11)$$

У більшості прозорих середовищ магнітна проникність μ близька до одиниці, тому формулу (1.1.11) представимо у вигляді:

$$n = \sqrt{\epsilon}. \quad (1.1.12)$$

Чим більше показник заломлення n у середовищі, тим воно вважається оптично більш щільним.

Видиме світло у вакуумі має довжину хвилі $\lambda = 0,4 \div 0,76 \text{ мкм}$.

У будь-якій середовищі довжина хвилі дорівнює: $\lambda = \frac{v}{\nu}$, де ν – частота випромінювання. Використаємо формулу (1.1.10) і знайдемо: $\nu = \frac{c}{n}$, з урахуванням якої отримаємо $\lambda = \frac{c}{n\nu} = \frac{\lambda_0}{n}$.

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n}. \quad (1.1.13)$$

Довжина хвилі буде тим менше, чим більше абсолютний показник заломлення. Частоти будуть порядку $\nu \sim 10^{15} \text{ Гц}$. Модуль середнього за часом значення густини потоку енергії, що переноситься світловою хвилею, має назву *інтенсивність світла* в даній точці простору – I .

$$I = \frac{n}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} A^2, \quad (1.1.14)$$

тобто інтенсивність пропорційна квадрату амплітуди світлової хвилі:

$$I \sim nA^2.$$

Фотометричні поняття й одиниці

а) Світловий потік

Потік енергії світлових хвиль $d\Phi_E$ з довжинами від λ до $\lambda + d\lambda$ можна знайти за допомогою $\varphi(\lambda)$:

$$\varphi(\lambda) = \frac{d\Phi_E}{d\lambda}, \quad (1.1.15)$$

формула розподілу енергії світлової хвилі.

Потік енергії хвилі в діапазоні довжини хвиль від λ_1 до λ_2 можна визначити

$$\Phi_E = \int_{\lambda_2}^{\lambda_1} \varphi(\lambda) d\lambda, \quad (1.1.16)$$

Людське око по різному розрізняє світлові хвилі. Відносна спектральна чутливість людського ока $V(\lambda)$ наведена на Рис. 1.1.2. Ця крива має максимум при $\lambda_m = 555 \text{ нм}$.

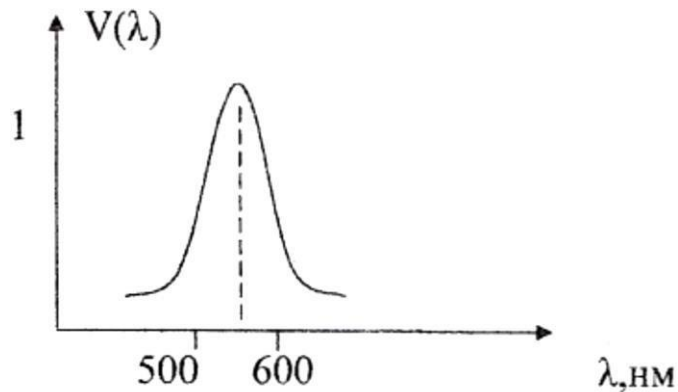


Рис. 1.1.2

Якщо будемо розглядати різні по кольору світлові хвилі, то однакові потоки енергії світлових хвиль різного кольору будуть сприйматися оком неоднаково, що відповідає залежності $V(\lambda)$.

$$\frac{d\Phi_E(\lambda_1)}{d\Phi_E(\lambda_2)} = \frac{V(\lambda_2)}{V(\lambda_1)}. \quad (1.1.17)$$

Світлові потоки енергій, обернено пропорційні відносній спектральній чутливості ока.

Для характеристики інтенсивності світла, з урахуванням здатності викликати зорові відчуття вводиться величина Φ – *світловий потік*.

$$d\Phi = V(\lambda)d\Phi_E(\lambda), \quad (1.1.18)$$

$d\Phi$ – світловий потік в інтервалі довжин хвиль $\lambda \div \lambda + d\lambda$.

Проінтегруємо рівняння (1.1.18) для всієї хвилі:

$$\Phi = \int_{\lambda_2}^{\lambda_1} V(\lambda)\phi(\lambda) d\lambda. \quad (1.1.19)$$

б) Сила світла

Джерело світла, розмірами якого можна знехтувати в порівнянні з відстанню від місця спостереження до джерела називається *точковим джерелом*. В однорідному ізотропному середовищі точкове джерело випромінює сферичну хвилю. Для його характеристики застосовується величина сили світла, що

визначається як потік випромінювання джерела, що припадає на одиницю тілесного кута:

$$I = \frac{d\Phi}{d\Omega}. \quad (1.1.20)$$

У загальному випадку сила світла залежить від полярного кута θ і азимутального φ : $I(\theta, \varphi)$.

Для ізотропного джерела залежність буде: $I = \frac{\Phi}{4\pi}$.

$$[I] = [\text{кандела}] = [1 \text{ кд}], [\Phi] = [\text{люмен}] = [1 \text{ лм}].$$

$$\Phi_E = \frac{A\Phi}{V(\lambda)},$$

A – величина, яка дорівнює $1,46 \cdot 10^{-3} \text{ Вт/лм}$ – механічний чи енергетичний еквівалент.

Одному люмену відповідає енергія $1,46 \cdot 10^{-3} \text{ Вт}$.

в) *Світність*

Під світністю M розуміють світловий потік, що випромінюється одиницею поверхні джерела світла назовні у всіх напрямках.

$$M = \frac{d\Phi_{\text{Джс}}}{dS}, \quad (1.1.21)$$

$$[M] = [1 \text{ лм/м}^2].$$

г) *Освітленість*

Освітленість деякої площини створюється падаючим на неї світлом (Рис.1.1.3). Її характеризують величиною:

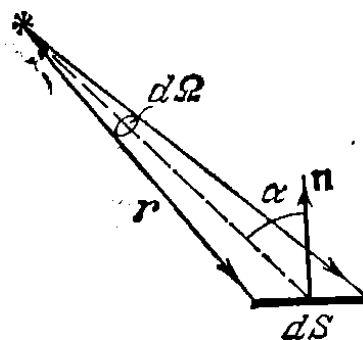


Рис. 1.1.3

$$E = \frac{d\Phi_{\text{пад}}}{dS}, \quad (1.1.22)$$

$$E = \frac{I \cos \alpha}{r^2}, \quad (1.1.23)$$

– освітленість будь-якого точкового джерела.

$$[E] = [1\text{лм}/\text{м}^2] = [1\text{лк}], \text{ лк - люкс.}$$

Закони лінійної оптики. Геометрична оптика

Розділ оптики, де світлова хвиля замінюється променями, називається геометричною чи променевою оптикою.

Основні закони лінійної оптики:

- *Закон прямолінійного поширення світла* – в однорідному прозорому середовищі світло поширюється прямолінійно.
- *Закон незалежності поширення світлових променів* – промені, які поширюються в просторі, під час перетину не впливають один на одного.

Промені 1 і 2 не збурюють один одного, тобто, якщо прийняти один із променів, то малюнок на екрані не буде залежати від цього. Це дійсно у випадку, якщо інтенсивність світла не дуже висока (рис. 1.1.4а).

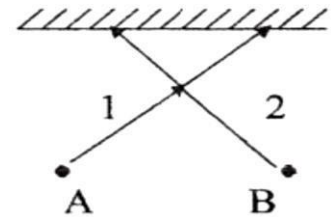


Рис. 1.1.4а

- *Закон відбиття світла* – відбитий промінь лежить в одній площині з падаючим променем і нормаллю, встановленою в точці падіння. Кут відбивання дорівнює куту падіння (рис. 1.1.4б).

A – падаючий промінь,

D – відбитий промінь,

α – кут падіння,

γ – кут відбивання.

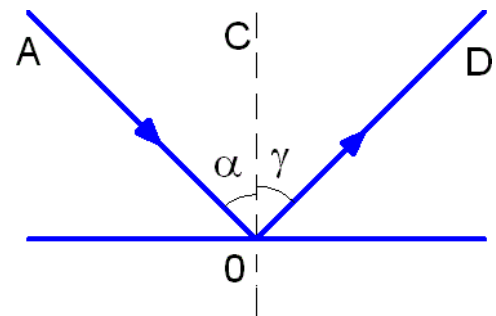


Рис. 1.1.4б

- *Закон заломлення світла* – заломлений промінь лежить в одній площині з падаючим променем і нормаллю, встановленою в точці падіння (рис. 1.1.4в).

Відношення $\sin$ кута падіння до $\sin$ кута заломлення є величина стала, для даних речовин, – кут заломлення, α – кут падіння.

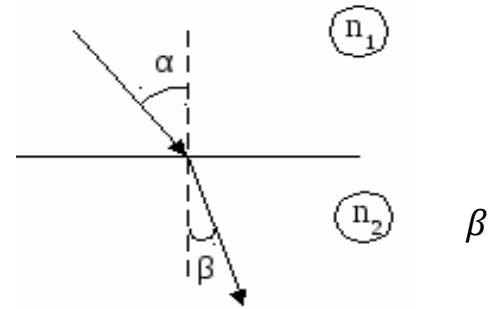


Рис. 1.1.4в

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \text{const}, \quad (1.1.24)$$

n_{12} – відносний показник заломлення другого середовища по відношенню до першого.

$n_{12} = \frac{v_1}{v_2}$ – відношення фазової швидкості в першому середовищі до фазової швидкості в другому середовищі.

Цю формулу можна одержати з принципу Гюйгенса.

Принцип Гюйгенса: кожна точка, до якої доходить світлове збудження, є джерелом вторинних хвиль. Поверхня, що огинає в деякий момент часу ці вторинні хвилі, вказує положення хвильового фронту хвилі, що поширюється.

Оскільки $v = \frac{c}{n}$, то для n_{12} отримаємо:

$$n_{12} = \frac{n_1}{n_2} \quad (1.1.25)$$

n_{12} – відносний показник заломлення двох середовищ дорівнює відношенню їхніх абсолютних показників заломлення.

Принцип Ферма: світло поширюється по такому шляху, на проходження якого йому потрібно мінімальний час.

Уявімо, що середовище неоднорідне. Тоді час dt дорівнює

$$dt = \frac{dS}{v};$$

v – швидкість світла, S – геометрична довжина шляху.

$n = \frac{c}{v}$, тоді $dt = \frac{ndS}{c}$, n – показник заломлення світла.

Оптична довжина світла L

$$L = \int_1^2 ndS. \quad (1.1.26)$$

Для однорідного середовища зв'язок між оптичною довжиною шляху L і геометричною довжиною S :

$$L = nS, \quad (1.1.27)$$

$$\tau = \frac{L}{c}, \quad (1.1.28)$$

де τ – час, за який світло переміститься від 1 до 2.

З урахуванням формули (1.1.28) *принцип Ферма* можна перефразувати: світло поширюється по такому шляху оптична довжина якого мінімальна.

Сучасне формулювання принципу Ферма: в оптично неоднорідному середовищі світло поширюється по такому шляху оптична довжина якого екстремальна (або мінімум, або максимум, або довжина однакова для всіх можливих оптичних шляхів).

$$d\left(\int_1^2 ndS\right) = 0 \quad (1.1.29)$$

математичний запис принципу Ферма.

Доведемо закон відбивання світла (рис. 1.1.5 а, б) за принципом Ферма.

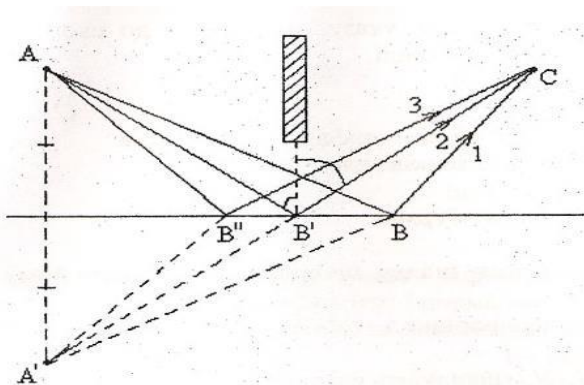


Рис. 1.1.5 а

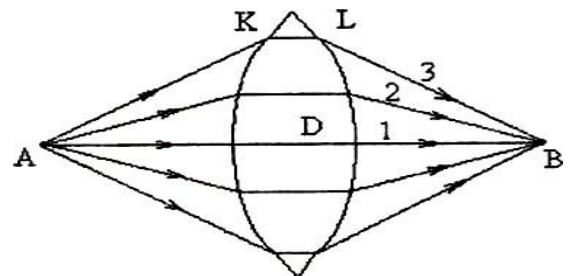


Рис. 1.1.5 б

$$AB'' = BA'$$

$$AB = BA'$$

$$AB'=B'A'$$

$$A'BC=AB+BC$$

$$A'B''C=AB''C$$

$$AB'C=A'B'C$$

ABC – найкоротший шлях.

Усі ці промені будуть мати однакову оптичну довжину шляху і будуть називатись таутохроними променями. Це екстремальний випадок, коли довжини шляхів однакові.

Контрольні питання

1. Електромагнітна природа світла.
2. Розділи оптики.
3. Хвильове рівняння. Плоска електромагнітна хвиля.
4. Фотометрія. Фотоелектричні поняття й одиниці: світловий потік, сила світла, світність, освітленість.
5. Сформулювати закони лінійної оптики.
6. Принцип Гюйгенса.
7. Принцип Ферма. Навести аналітичний вираз.

Література:

1. Навчальний посібник для студентів вищих технічних і педагогічних закладів освіти / Кучерук І. М., Горбачук І. Т.; за ред. Кучерука І. М. - К.: Техніка, 1999. Том 3: Оптика. Квантова фізика. - 520 с
2. Бригінець В.П., Подласов С.О. Загальна фізика. Інтернет-ресурс за адресою <http://physics.zfftt.kpi.ua>
3. Оптика : навчальний посібник / А. В. Попов, Р. В. Вовк, В. І. Білецький. – 2-ге вид. – Х. : ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2018. – 100 с.

Лекція2 Інтерференція світла

Інтерференція світлових хвиль і умови її спостереження

Розглянемо дві світлові хвилі з однаковою частотою ω , у яких коливання векторів E і H проходять в одному напрямку.

$$E_1 = A_1 \cos(\omega t + \alpha_1), \quad (1.2.1)$$

$$E_2 = A_2 \cos(\omega t + \alpha_2). \quad (1.2.2)$$

Розглянемо точку, у якій ці хвилі складаються.

A – амплітуда результуючого коливання, а α_1 і α_2 – початкові фази коливань, що складаються (Рис. 1.2.1). Визначимо її, використовуючи теорему косинусів

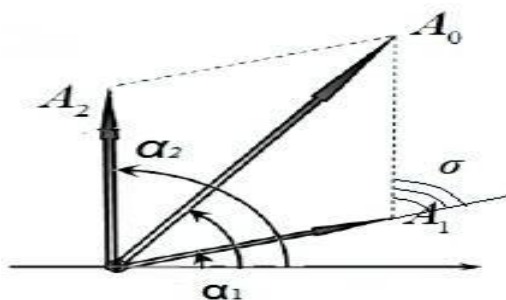


Рис. 1.2.1

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \sigma, \quad (1.2.3)$$

де σ – різниця початкових фаз коливань.

Введемо поняття когерентності: якщо різниця фаз σ коливань, що збуджуються хвилями, залишається постійною в часі, то хвилі будуть називатися когерентними. Джерела цих хвиль також називаються когерентними.

Когерентність – це погоджене протікання декількох коливальних і хвильових процесів.

Припустимо, що хвилі не когерентні. Тоді середнє значення різниці початкових фаз $\langle \cos \sigma \rangle = 0$. У формулі (1.2.3) матимемо:

$$\langle A^2 \rangle = \langle A_1^2 \rangle + \langle A_2^2 \rangle.$$

Оскільки інтенсивність світла пропорційна квадрату амплітуди $I \sim A^2$, то будемо мати:

$$I = I_1 + I_2 \quad (1.2.4)$$

Інтенсивність світла при накладанні не когерентних хвиль дорівнює сумі інтенсивностей, що створюються кожною з хвиль окремо.

Для когерентних хвиль інтенсивність світлової хвилі дорівнює

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \sigma \quad (1.2.5)$$

У випадку когерентних хвиль $\cos \sigma = \langle \cos \sigma \rangle$ – постійна: $\cos \sigma \neq f(t)$.

У тих точках простору, для яких $\cos \sigma > 0$, I буде більша за $I_1 + I_2$; в тих точках, для яких $\cos \sigma < 0$, I буде менша за $I_1 + I_2$.

При накладанні когерентних світлових хвиль відбувається перерозподіл світлового потоку в просторі. У результаті цього в одних місцях виникають максимуми, а в інших – мінімуми інтенсивності. Це явище називається інтерференцією хвиль.

Якщо $I_1 = I_2$, тоді згідно з (1.2.5), результуюча інтенсивність у точках, для яких різниця фаз дорівнює σ , визначається формулою (1.2.6):

$$I = 2I_0 (1 + \cos \sigma) = 4I_0 \cos^2 \left(\frac{\sigma}{2} \right). \quad (1.2.6)$$

У місцях мінімумів інтенсивності результуюча інтенсивність дорівнює нулю, у місцях максимумів $I_{\max} = 4I_0$.

Особливо чітко інтерференція проявляється в тому випадку, якщо інтенсивність обох хвиль однакова ($I_1 = I_2$) тоді в мінімумах $I = 0$, а в максимумах $4I_1$. У випадку некогерентних хвиль за умови $I_1 = I_2$ виходить, що освітленість всюди $I = 2I_1$.

Звичайні джерела світла не є когерентними, тому що кожен атом речовини, що випромінює світло, випускає світло у вигляді цугу – світлового імпульсу (рис. 1.2.2).

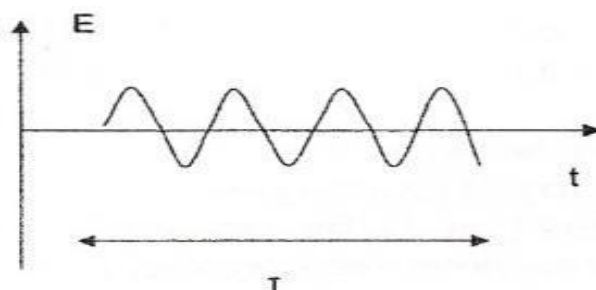


Рис. 1.2.2

Довжина цугу в просторі $l = c\tau$, де $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$, а $\tau \sim 10^{-8} \text{ с}$ – час когерентності.

Звичайно $l \sim (1 \div 10) \text{ м}$.

Оптична різниця ходу. Умови інтерференційних максимумів і мінімумів

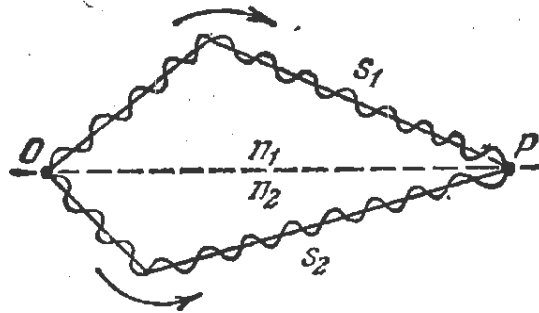


Рис. 1.2.3

Нехай розділення на дві когерентні хвилі відбувається у точці O . У точці P відбувається накладання променів.

Геометрична довжина шляху світла S_1 і S_2 . Фаза коливань світлової хвилі в точці O дорівнює ωt . Запишемо рівняння для світлових коливань для точки P :

$$\begin{aligned} E_1 &= A_1 \cos \omega \left(t - \frac{S_1}{v_1} \right), \\ E_2 &= A_2 \cos \omega \left(t - \frac{S_2}{v_2} \right), \end{aligned} \quad (1.2.7)$$

де $\frac{S_1}{v_1}$ – час, за який промінь пройде від точки O до точки P . Світлові коливання відбуваються в тому самому напрямку: E_1 і E_2 – однаково напрямлені.

Різниця фаз двох когерентних хвиль в точці P :

$$\sigma = \omega \left(\frac{S_2}{v_2} - \frac{S_1}{v_1} \right).$$

Врахуємо формулу $n = \frac{c}{v}$. Тоді:

$$\sigma = \frac{\omega}{c \cdot (n_2 S_2 - n_1 S_1)}.$$

Замінімо ω/c через $2\pi\nu/c = 2\pi/\lambda_0$, де λ_0 – довжина світлової хвилі у вакуумі.

Для двох хвиль вона однакова. Тоді отримаємо:

$$\sigma = \frac{2\pi}{\lambda_0} (n_2 S_2 - n_1 S_1).$$

Δ – величина, яка чисельно дорівнює різниці оптичних довжин шляху, що проходять хвилі, називається оптичною різницею ходу двох світлових хвиль:

$$\Delta = (n_2 S_2 - n_1 S_1) = L_2 - L_1. \quad (1.2.8)$$

Тоді попередні рівняння перепишемо у вигляді:

$$\sigma = \frac{2\pi}{\lambda_0 \Delta}. \quad (1.2.9)$$

Якщо оптична різниця ходу дорівнює цілому числу хвиль в вакуумі

$$\Delta = \pm m \lambda_0, \quad (m=0;1;2...), \quad (1.2.10)$$

то $\sigma = \pm 2\pi m$, і коливання які збуджуються в т. Р обома хвилями знаходяться в однаковій фазі. Формула (1.2.10) визначає різницю ходу променів, за якої ми спостерігатимемо максимум інтерференції – умова максимуму інтерференції.

Якщо оптична різниця ходу Δ дорівнює

$$\Delta = \pm \left(m + \frac{1}{2} \right) \lambda_0, \quad (1.2.11)$$

то

$$\sigma = \pm (2m+1)\pi, \quad (det = 0,1,2,...).$$

У цьому випадку хвилі будуть знаходитися у протифазі. Формула (1.2.11) – умова мінімуму інтерференції.

Розглянемо два джерела когерентних хвиль.

Це дві нитки, що світяться, перпендикулярні до площини малюнка, чи щілини, через які проходить світло (рис. 1.2.4).

Джерела A_1 і A_2 – когерентні. Виходячи з малюнка, спробуємо знайти довжину променів за теоремою Піфагора: з $\Delta A_1 B C : S_1^2 = l^2 + \left(x - \frac{d}{2} \right)^2$.

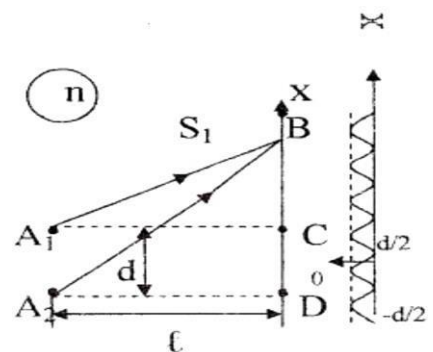


Рис. 1.2.4

$$3 \Delta A_2 BD : S_2^2 = l^2 + \left(x + \frac{d}{2} \right)^2.$$

$$S_2^2 - S_1^2 = l^2 + x^2 + xd + \frac{d^2}{4} - l^2 - x^2 + xd - \frac{d^2}{4} = 2xd.$$

Перепишемо ліву частину, враховуючи формулу для різниці квадратів:
 $(S_1 + S_2)(S_2 - S_1) = 2xd.$

Врахуємо що:

$$xd \ll l \quad (1.2.12)$$

– це умова для спостереження інтерференції.

Тоді $S_1 + S_2 \approx 2l$. З урахуванням цього одержуємо:

$$S_2 - S_1 = \frac{xd}{l}$$

– геометрична різниця ходу променів.

Знайдемо оптичну різницю ходу. Усе це знаходиться в однорідному середовищі з показником заломлення n . Тоді, якщо це було б повітря, то відношення $\frac{xd}{l}$ було би не тільки геометричною різницею ходу, але й оптичною.

$$\Delta = n(S_2 - S_1) = n \frac{xd}{l}.$$

Врахуємо формулу (1.2.10) для максимумів і одержимо:

$$\Delta = \pm m \lambda_0 = \frac{x_{\max} d}{l}.$$

З цього рівняння знайдемо координати максимумів:

$$x_{\max} = \pm \frac{ml\lambda}{d}, \quad (1.2.13)$$

де $\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$, λ_0 – довжина хвилі у вакуумі.

Використовуючи рівняння (1.2.11) одержимо координати мінімумів:

$$x_{\min} = \pm \left(m + \frac{1}{2} \right) \frac{l\lambda}{d} \quad (m = 0; 1; 2 \dots). \quad (1.2.14)$$

Відстань між двома сусідніми мінімумами називають шириною інтерференційної смуги.

З формул (1.2.13) і (1.2.14) випливає, що відстані між сусідніми інтерференційними смугами і ширина інтерференційної смуги будуть рівні одна одній і будуть визначатися наступною формулою:

$$\Delta x = \frac{l\lambda}{d}. \quad (1.2.15)$$

Способи спостереження інтерференції світла

1) Дослід Юнга

У 1807 році Юнг провів дослід, схема якого показана на рис 1.2.5. A_1 і A_2 – точки фронту. А в області AB відбувається накладання двох хвиль, при цьому на екрані буде спостерігатися інтерференція світла.

В даному випадку джерелом світла служить яскраво освітлена щілина від якої світлова хвиля падає на дві рівновіддалені щілини, що освітлюються, таким чином, різними ділянками однієї і тієї ж хвилі. Інтерференційна картина спостерігається на екрані E , розташованому на деякій відстані паралельно щілинам. Посилення і ослаблення світла в довільній точці залежить від різниці ходу променів.

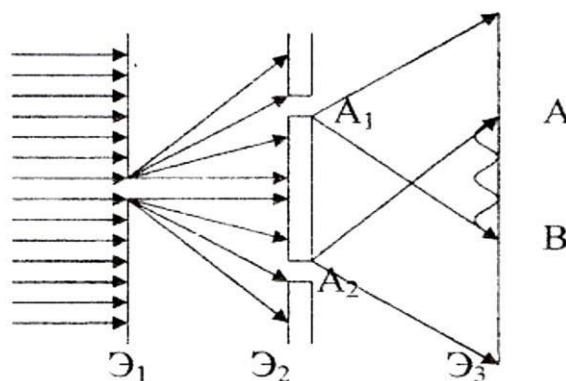


Рис. 1.2.5

2) Дзеркала Френеля

Два плоских дотичних дзеркала (рис. 1.2.6) розташовуються так, що їхні поверхні, що відбивають, утворять кут, близький до 180° . Кут α дуже малий. Дзеркала відображають на екран дві циліндричні когерентні хвилі, що поширюються так, ніби вони виходили з уявних джерел S_1 і S_2 . Екран E_1 перепиняє світлу шлях від джерела S до екрана E . Промінь OQ являє собою відбивання проміння SO від дзеркала OM , промінь OP – відбивання променя OS від дзеркала ON .

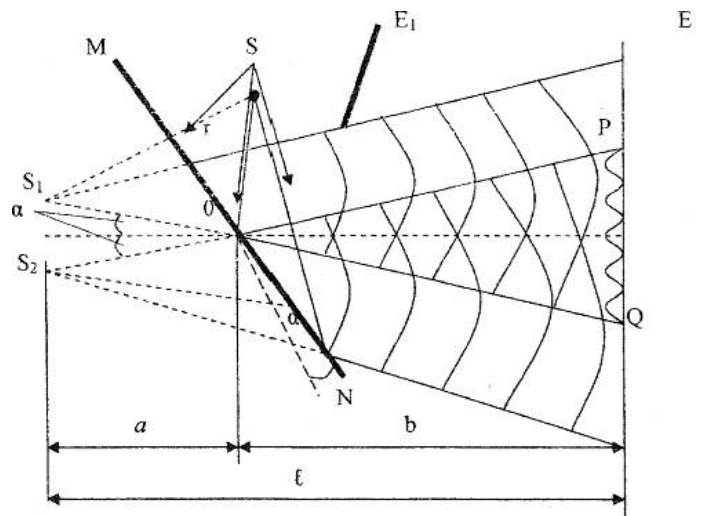


Рис. 1.2.6

3) Біпризма Френеля

Виготовлені з одного скла дві призми з малим заломлюючим кутом θ (рис. 1.2.7) мають спільну основу. Паралельно цій основі на відстані a від неї розташовується прямолінійне джерело світла S . Кут падіння променів на біпризму малий. Усі промені відхиляються біпризмою на однаковий кут:

$$\varphi = (n-1)\theta.$$

У результаті утворюються дві когерентні циліндричні хвилі, що виходять із уявних джерел S_1 і S_2 , що лежать в одній площині з S . Відстань між джерелами дорівнює:

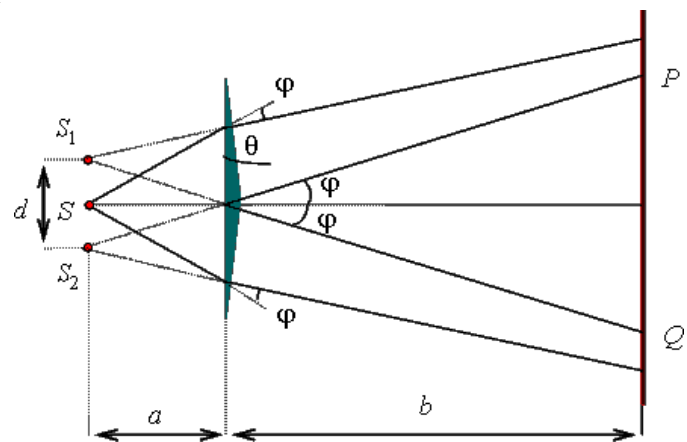


Рис. 1.2.7

$$d = 2a \sin \alpha \approx 2a\alpha = 2a(n-1)\theta.$$

Відстань від джерел до E :

$$l = a + b.$$

Ширину інтерференційної смуги знаходимо за формулою (1.2.15):

$$\Delta x = \frac{\lambda(a+b)}{2a(n-1)\theta}.$$

Область перекривання PQ:

$$2btg\varphi \approx 2b\varphi = 2b(n-1)\theta.$$

Максимальне число видимих смуг:

$$N = \frac{4ab(n-1)^2\theta^2}{\lambda(a+b)}.$$

Інтерференція світла в тонких плівках

а) плоско-паралельна пластина

На цю пластину падає плоска світлова хвиля під кутом α . У точці A – заломлення, а в точці C – відбивання. Ми зможемо спостерігати інтерференцію на цих двох променях.

На лінії AD промені 1 і 2 мають однакову фазу.

$$S_1 = AB + BC; S_2 = DC.$$

Оптична різниця ходу променів 1 і 2 Δc в точці C дорівнює

$$\Delta c = n_2 S_2 - n_1 S_1. \quad (1.2.16)$$

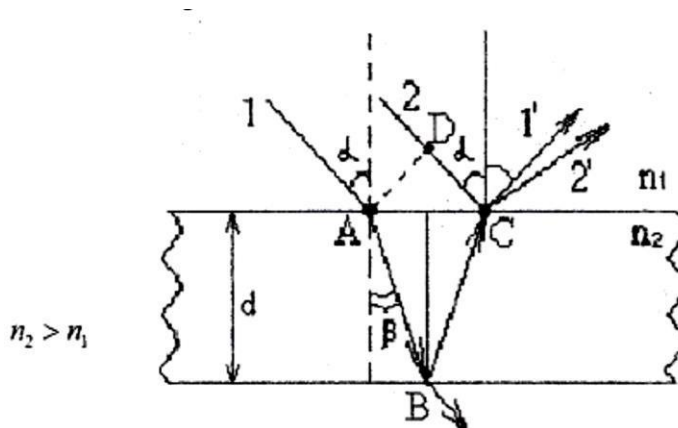


Рис.1.2.8

З (1.2.16) можна отримати:

$$\Delta c = 2d \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha}. \quad (1.2.17)$$

Зважаючи на те, що пластина має більшу оптичну густину в порівнянні з навколишнім середовищем, при відбиванні світлового променя між падаючими і відбитим променями, виникає різниця δ фаз рівна π :

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0 \Delta_{\text{дод}}} = \pi,$$

$$\Delta_{\text{дод}} = \frac{\pi}{2\pi/\lambda_0} = \frac{\lambda_0}{2},$$

$$\Delta = \Delta_c - \Delta_{\text{дод}} = 2d \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha} - \frac{\lambda_0}{2}. \quad (1.2.18)$$

Рівняння (1.2.18) – оптична різниця ходу між променями 1 і 2 на нашому малюнку.

$$\Delta_{\text{max}} = \pm m \lambda_0.$$

Врахуємо (1. 2.18) у цій формулі, тоді:

$$2d \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha} = \pm (2m - 1) \frac{\lambda_0}{2} \quad (1. 2.19)$$

– умова інтерференційних максимумів для плоско-паралельної пластини.

$$\Delta_{\text{min}} = \pm \frac{(m - 1) \lambda_0}{2},$$

$$2d \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha} = \pm m \lambda_0 \quad (1.2.20)$$

– умова інтерференційних мінімумів, $m = 0, 1, 2, 3 \dots$

При виконанні умови (1.2.19) пластинка рівномірно пофарбована. При виконанні умови (1.2.20) пластинка темна.

б) пластинка змінної товщини

На відрітку AB (рис. 1.2.9) товщина пластинки змінюється. Візьмемо значення

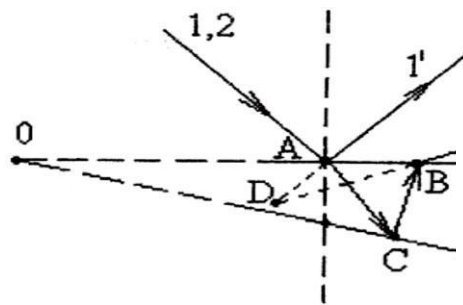


Рис. 1.2.9

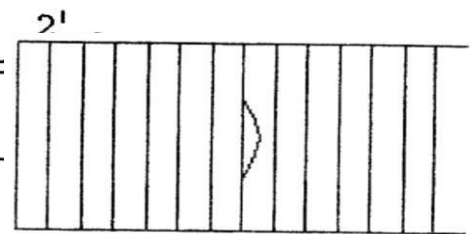


Рис. 1.2.10

товщини $\langle d \rangle$. У цьому випадку на відрітку AB буде спостерігатися максимум інтерференції, при визначеному куті падіння. У цьому випадку інтерференційна картинка буде мати вигляд такий, як на (рис. 1.2.10).

Інтерференційні максимуми будуть відповідати смугам рівної товщини. У місцях нерівностей будуть викривлення. Смути рівної товщини локалізовані поблизу поверхні пластини.

Кільця Ньютона

Прикладом смуг рівної товщини є кільця Ньютона. Вони спостерігаються при відображенні світла від з'єднаних одна з одною плоскопаралельної пластинки і плоскоопуклої лінзи з великим радіусом кривизни (рис. 1.2.11).

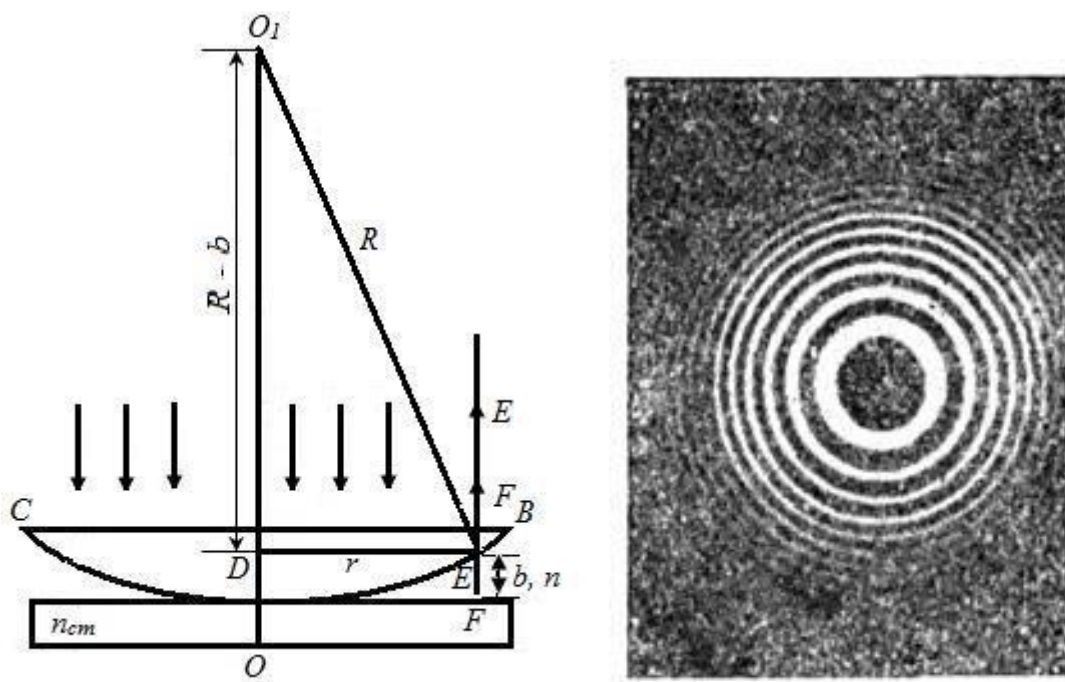


Рис. 1.2.11

Паралельний пучок світла падає нормально на плоску поверхню CB лінзи і частково відбивається від верхньої і нижньої поверхонь повітряного зазору між лінзою і пластинкою. При накладанні відображених хвиль виникають інтерференційні кільця рівної товщини.

Знайдемо радіуси кілець Ньютона, які утворюються при падінні світла по нормалі до пластинки. В цьому випадку $\sin \alpha_1 = 0$, а оптична різниця ходу рівна подвоєній товщині проміжку (див. (1.2.17), у проміжку $n=1$) З рис. 1.2.11. видно, що:

$$R^2 = (R - b)^2 + r^2 = R^2 - 2Rb + r^2,$$

де R – радіус кривизни лінзи, r – радіус кола, всім точкам якого відповідає однаковий проміжок b ; b дуже малий, тому цією величиною ми нехтуємо.

Отримуємо, що $b = r^2 / 2R$. Врахуємо зміну фази, яка виникає при відбиванні від пластинки на π , тому:

$$\Delta = 2b + \frac{\lambda_0}{2} = \frac{r^2}{R} + \frac{\lambda_0}{2}.$$

Якщо

$$\Delta = k\lambda_0 = 2k \frac{\lambda_0}{2},$$

то виникають максимуми.

Якщо

$$\Delta = (k + \frac{1}{2})\lambda_0 = \frac{(2k+1)\lambda_0}{2}$$

– мінімуми інтенсивності. Радіуси темних кілець знаходимо з умови мінімумів:

$$\frac{r^2}{R} + \frac{\lambda_0}{2} = (2k+1) \frac{\lambda_0}{2},$$

звідки радіус k -го темного кільця:

$$r_k = \sqrt{k\lambda_0 R},$$

радіуси світлих кілець знайдемо з умови максимумів:

$$\frac{r^2}{R} + \frac{\lambda_0}{2} = \frac{2k\lambda_0}{2},$$

звідки радіус k -го світлого кільця:

$$r_k = \sqrt{(k - \frac{1}{2})\lambda_0 R}.$$

Практичне використання інтерференції. Інтерферометри

Явище інтерференції знаходить найрізноманітніші застосування. Розглядаючи інтерференційні явища, ми бачили, що вони обумовлені хвильовою природою світла, а їх кількісні закономірності залежать від довжини хвилі. Тому перша група застосувань інтерференційних явищ зводиться до доведення хвильової природи світла, а також до вимірювання довжин хвиль (інтерференційна спектроскопія).

Друга група застосувань інтерференційних явищ відноситься до поліпшення якості оптичних інструментів - створення так званої просвітленої оптики.

Пройдення світла через кожну заломлюючу поверхню лінзи супроводжується відображенням приблизно 4% падаючого світла. В сучасних оптичних приладах для усунення різних дефектів (сферична і хроматична аберації, тощо) об'єктиви робляться складеними з великої кількості окремих лінз (іноді більше десяти). Тому має місце велика втрата світлового потоку. Крім того, відображення від поверхонь лінз призводять до виникнення відблисків, що часто (наприклад, у військовій техніці) демаскує положення спостережуваного приладу. Для усунення зазначених недоліків на вільні поверхні лінз наносяться тонкі плівки з показником заломлення, відмінним від показника заломлення лінзи. Товщину плівки треба підібрати так, щоб хвилі, відбиті від обох її поверхонь, гасили одна одну. Для взаємного гасіння оптичних променів їх оптична різниця ходу $2dn$ повинна бути рівною половині довжини хвилі $\lambda_0/2$, тобто товщина плівки $d = \lambda_0 / 4n = \lambda_0 / 4$, де $\lambda = \lambda_0 / n$ – довжина хвилі світла в речовині плівки.

Розрахунок показує, що найбільш гарний результат досягається, якщо:

$$n = \sqrt{nl},$$

де nl – показник заломлення лінзи.

Домогтися одночасного гасіння для всіх довжин хвиль неможливо, тому це зазвичай робиться для найбільш сприйнятливої людським оком довжини хвилі $\lambda_0 \cong 555 \text{ нм}$; тому об'єктиви з просвітленою оптикою здаються блакитними.

Третя група застосувань інтерференційних явищ пов'язана з точними вимірювальними приладами, які називаються інтерферометрами, працюючими для прецизійних вимірювань, головним чином, лінійних розмірів.

Інтерферометр Майкельсона

Першим інтерферометром був інтерферометр Майкельсона, принцип конструкції якого до цих пір застосовується в різних технічних інтерферометрах (рис. 1.2.12).

Точка L – джерело світла. У точці A відбувається розгалуження променів. S_1^* – лінійне зображення дзеркала S_1 , у дзеркальній поверхні призми P_1 . Цей інтерферометр використовують для виміру показника заломлення n , тобто це інтерференційний рефрактометр (прилад для виміру показників заломлення).

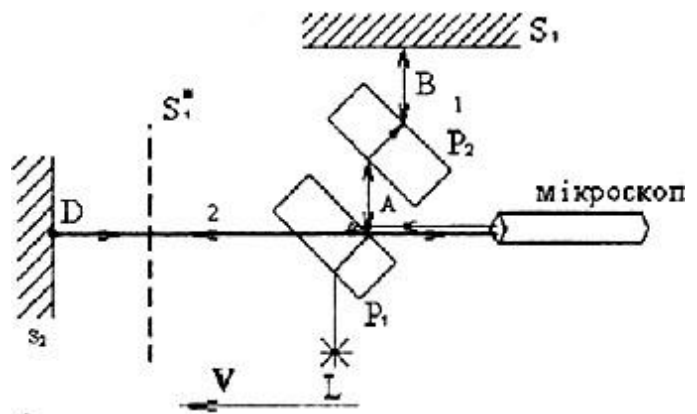


Рис. 1.2.12

Світло розглядалось, як механічні хвилі в середовищі, що називали ефіром. Вчені вважали, що є світовий ефір. Однак успіхи Фарадея, Максвелла довели, що світло – це не пружна хвиля, а електромагнітна. Тому стали вважати, що ефір – не пружне середовище, а електромагнітне.

Ефір міг мати наступні можливості:

- 1) Захоплюватися тілом, що рухається, і рухатися разом з ним.
- 2) Ефір нерухомий, а тіла рухаються усередині нерухомого ефіру.

Аберация світла

На рис. 1.2.13 пояснюється миттєва аберация світла на прикладі проходження світла через телескоп, τ – час, за який світло пройде шлях, що дорівнює довжині телескопа.

$$\operatorname{tg} \rho = \frac{v\tau}{c\tau} = \frac{v}{c},$$

де v – швидкість руху точки поверхні Землі, на якій знаходиться телескоп, c – швидкість світла.

Вимірюючи $\operatorname{tg} \rho$ вчені визначили швидкість світла.

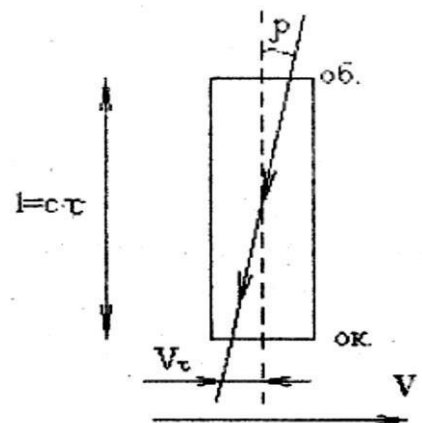


Рис. 1.2.13

Аберация можлива, коли ефір нерухомий (це доводить дослід аберации світла) тобто, світовий ефір, якщо він є, буде нерухомий.

Досліди проведені в 1881 році Майкельсоном і уточнені в 1887 році ним разом з Морлі.

Суть дослідів:

Припустимо, що плече AS_1 інтерферометра (рис. 1.2.12) збігається з напрямком руху Землі щодо ефіру. Тоді час необхідний променю 2, щоб пройти шлях до дзеркала S_1 і назад буде відмінним від часу, необхідного для проходження шляху AS_1A променем 1. У результаті навіть при рівності довжин обох плечей, промені 1 та 2 придбають деяку різницю ходу. Якщо повернути прилад на 90° плечі поміняються місцями і різниця ходу змінить знак. Це повинно привести до зсуву інтерференційної картинки, величину якої, як показали зроблені Майкельсоном розрахунки, цілком можна було б виявити.

Однак ніякого зсуву інтерференційної картинки не було виявлено. Це довело, що Земля не рухається щодо нерухомого ефіру. Знайти ефірний вітер не вдалося.

Досліди з аберацією і Майкельсона привели Ейнштейна до висновку, що:

- ✓ ефіру світового немає;
- ✓ швидкість світла в будь-яких інерціальних системах однакова, незалежно від того, чи рухається, чи перебуває у спокої джерело світла.

Додаток. Нерелятивістський ефект Доплера

До нерелятивістських відносять процеси, пов'язані зі швидкостями, набагато меншими від швидкості поширення світла у вакуумі, наприклад, поширення пружної хвилі, у тому числі звукової.

Нехай у пружному середовищі на деякій відстані від джерела хвиль розташовано їх приймач. Якщо джерело і приймач нерухомі відносно середовища, в якому поширюється хвиля, то частота коливань ν , що сприймаються приймачем, буде дорівнювати частоті ν_0 коливань джерела.

Розглянемо випадки руху джерела та приймача уздовж з'єднуючої їх прямої зі швидкостями $v_{дж}$ і $v_{пр}$ відносно середовища, прийнявши швидкість поширення хвилі в середовищі як v . При нерухомих джерелі та приймачі хвиля за одну секунду пройде шлях кількісно рівний швидкості v , і на довжині цієї ділянки вкладеться народжених джерелом за одну секунду ν_0 «гребенів» та «впадин» хвилі. Якщо джерело коливань наближається до нерухомого приймача (наприклад, рухається вправо частинка пружного середовища, котра першою почала коливатися (рис. 1.2.14 а) зі швидкістю $v_{дж}$, то в момент, коли джерело

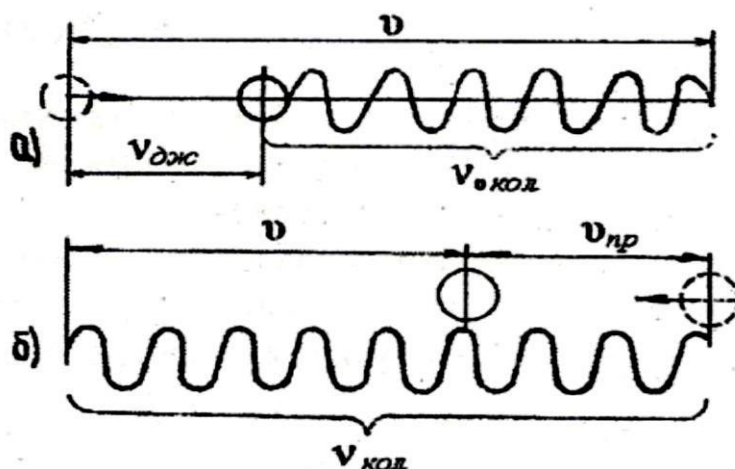


Рис. 1.2.14 (масштаби для а і б – різні)

буде закінчувати ν_0 коливання, «гребінь», народжений першим коливанням, буде перебувати від джерела на відстані, рівній $v - v_{дж}$. Отже, ν_0 повних коливань вкладається на довжині, рівній $v - v_{дж}$. Приймач буде сприймати хвилю довжиною:

$$\lambda = \frac{v - v_{дж}}{\nu_0}. \quad (1.2.21)$$

Якщо приймач рухається назустріч джерелу, то за одну секунду він прийме число ν коливань, які вкладуться на довжині, рівній $v + v_{пр}$ (рис. 1.2.14 б):

$$\nu = \frac{v + v_{пр}}{\lambda_0}. \quad (1.2.22)$$

На підставі формул (1.2.21) та (1.2.22) знаходимо:

$$\nu = \frac{\nu_0(\nu + \nu_{np})}{\nu - \nu_{дж}}. \quad (1.2.23)$$

Шляхом аналогічних міркувань можна показати, розходження джерела та приймача хвиль уздовж прямої:

$$\nu = \frac{\nu_0(\nu - \nu_{np})}{\nu + \nu_{дж}}. \quad (1.2.24)$$

При довільних напрямках руху приймача, джерела та хвилі в формулах (1.2.23) та (1.2.24) швидкості варто замінити їх проєкціями на пряму, що з'єднує приймач та джерело.

Отже, якщо джерело і приймач пружних хвиль рухаються одне відносно одного, то частота ν , яка реєструється приймачем, відрізняється від дійсної частоти ν_0 коливань, генерованих джерелом. Це явище дослідив австрійський вчений Х. Доплер, у зв'язку з чим воно було названо ефектом Доплера.

Ефект Доплера має широке застосування. За зміщенням спектру випромінювання об'єктів космосу можна судити про те, рухаються ці об'єкти до нас, чи від нас. З дослідження випромінювання об'єктів галактик вчені намагаються з'ясувати – збігаються галактики, колапсуючи, чи розбігаються, розріджуючи космічний простір.

Контрольні питання

1. Явище інтерференції світлових хвиль.
2. Когерентні та некогерентні хвилі.
3. Оптична різниця ходу світлових хвиль.
4. Навести умови мінімумів та максимумів інтерференції.
5. Умова спостереження інтерференції.
6. Способи дослідження інтерференції світла : Дослід Юнга, Дзеркала Френеля, Біпризма Френеля.
7. Інтерференція світла при відбиванні від тонких пластинок: плоско паралельна пластинка, пластинка зміненої товщини.
8. Охарактеризувати кільця Ньютона.
9. Інтерферометр Майкельсона

10. Аберация світла.

11. Ефект Доплера.

Література:

1. Навчальний посібник для студентів вищих технічних і педагогічних закладів освіти / Кучерук І. М., Горбачук І. Т.; за ред. Кучерука І. М. - К.: Техніка, 1999. Том 3: Оптика. Квантова фізика. - 520 с
2. Бригінець В.П., Подласов С.О. Загальна фізика. Інтернет-ресурс за адресою <http://physics.zfftt.kpi.ua>
3. Оптика : навчальний посібник / А. В. Попов, Р. В. Вовк, В. І. Білецький. – 2-ге вид. – Х. : ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2018. – 100 с.

Лекція 3 Дифракція світла

Явище дифракції

Дифракція – сукупність явищ, що спостерігаються при поширенні світла в середовищі з різкими неоднорідностями і зв'язаних з відхиленням від законів геометричної оптики. Геометрична оптика є актуальною за умови при $\lambda \rightarrow 0$. Отже, відхилення від законів геометричної оптики, при інших рівних умовах, виявляються тим менше, чим менше довжина хвилі λ .

Види дифракції:

- дифракція Фраунгофера,
- дифракція Френеля.

Якщо джерело світла S і точка спостереження дифракції P розташовані від перешкоди настільки далеко, що промені, які падають на перешкоду і промені, що йдуть у точку P , утворюють практично паралельні пучки, тоді говорять про дифракцію в паралельних пучках – дифракцію Фраунгофера. У протилежному випадку говорять про дифракцію Френеля.

Принцип Гюйгенса-Френеля. Зони Френеля

Явище дифракції характерне для хвильових процесів. Тому, якщо світло є хвильовим процесом, то для нього має спостерігатися явище дифракції. Світлова хвиля, що падає на межу якогось непрозорого тіла, повинна огинати його, тобто заходити в "межу тіні". З досвіду відомо, що предмети, освітлені світлом, що йде від точкового джерела, дають різку тінь і, отже, промені не відхиляються від їх прямолінійного розповсюдження. З іншого боку, згідно з принципом Гюйгенса, кожна точку фронту хвилі можна розглядати як джерело вторинних хвиль, що поширюються вперед в усіх напрямках, в тому числі і в область геометричної тіні перешкоди, тобто хвилі повинні перешкоди огинати. В такому випадку виникає питання: як взагалі може виникнути різка тінь, якщо світло має хвильову природу? Первісна хвильова теорія світла, запропонована Гюйгенсом (1690 р.), відповіді на це питання дати не могла.

Велику роль в утвердженні хвильової теорії світла, а також в її подальшому розвитку, що дозволила, зокрема, пояснити дифракцію світла, зіграв Френель (початок XIX століття). Йому вдалося усунути одну з основних проблем хвильової теорії світла – показати, як узгоджується хвильова природа з прямолінійним поширенням світла, що спостерігалось на досвіді.

При розгляді дифракції світла Френель виходив з принципу Гюйгенса і законів інтерференції. В такому об'єднаному вигляді ці фундаментальні положення хвильової оптики отримали назву принципу Гюйгенса-Френеля.

По-перше, слідуючи Гюйгенсу, Френель вважав, що кожна точку фронту хвилі можна розглядати як самостійне джерело коливань, доповнивши при цьому наступне: хвильове збурення в будь-якій точці простору можна розглядати як результат інтерференції вторинних хвиль від уявних джерел, на які розбивається хвильовий фронт.

По-друге, Френель вперше висловив припущення, що вторинні джерела, еквівалентні одному і тому ж джерелу, когерентні між собою і тому можуть інтерферувати в будь-якій точці простору.

По-третє, Френель припускав, що для хвильової поверхні потужності вторинного випромінювання рівних за площею ділянок однакові.

Принцип Гюйгенса може пояснити наявність дифракції. Але він не дає можливість визначити амплітуду вторинних хвиль у визначеній точці. Френель доповнив принцип Гюйгенса.

Принцип Гюйгенса-Френеля

Усі точки хвильового фронту (рис. 1.3.1), є джерелом вторинних хвиль, являють собою джерела, когерентні між собою, а вторинні хвилі, що випромінюються ними, інтерферують.



Рис. 1.3.1

Нас цікавить амплітуда в точці P (рис. 1.3.2) у будь-який момент часу. Виділимо елемент поверхні площею dS , проведемо нормаль та радіус-вектор до точки P , отримаємо кут φ між цими векторами. Знайдемо амплітуду, що створена елементом поверхні площею dS , a_0 – амплітуда світлової хвилі в точці, де знаходиться елемент dS .

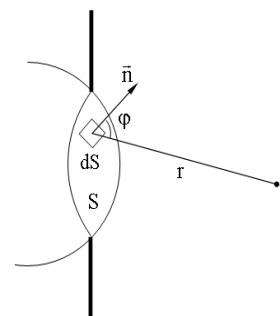


Рис. 1.3.2

Амплітуда сферичних хвиль зменшується з відстанню:

$$dE = K(\varphi) \left(\frac{\alpha_0 dS}{r} \right) \cos(\omega t - rk + \alpha_0). \quad (1.3.1)$$

Будемо вважати, що в точці A фаза хвилі $\omega t + \alpha_0$; rk – відставання по фазі: $k = 2\pi/\lambda$. Коефіцієнт $K(\varphi)$ буде набувати максимального значення, якщо $\varphi = 0$. Зі зростанням кута φ , функція $K(\varphi)$ буде зменшуватись, $K(\varphi) = 0$ за умови $\varphi = \pi/2$, тобто: $K(\pi/2) = 0$. Знайдемо амплітуду в точці P усього хвильового фронту.

Додамо амплітуди хвиль:

$$E = \int_S dE = \int_S K(\varphi) \frac{\alpha_0}{r} \cos(\omega t - rk + \alpha_0) dS, \quad (1.3.2)$$

де E – амплітуда світлової хвилі в точці P , створена усім світловим фронтом.

Рівняння (1.3.2) – аналітичний вираз принципу Гюйгенса-Френеля. Використовуючи принцип Гюйгенса-Френеля, знайдемо амплітуду світлової хвилі в т. P (рис. 1.3.3). Нехай у т. S знаходиться точкове джерело світла.

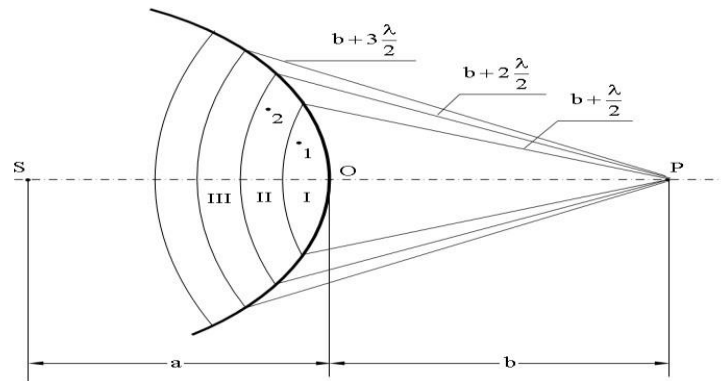


Рис.1.3.3

Середовище однорідне та ізотропне, тобто має однакові властивості у всіх напрямках. У такому випадку хвиля, що випромінюється з джерела у точці S , буде сферичною. Розіб'ємо сферичну хвильову поверхню на кільцеві зони, які носять назву зон Френеля. Відстань від краю зони до точки P відрізняються на $\lambda/2$:

$$b_m = b + m\left(\frac{\lambda}{2}\right).$$

Площа m -ої зони Френеля:

$$\Delta S_m = S_m - S_{m-1}. \quad (1.3.3)$$

Розглянемо два прямокутних трикутники: $\triangle SCD$ і $\triangle DCP$ (Рис. 1.3.4).

$DC = r_m$ – радіус m -го сегмента з $\triangle SCD$:

$$r_m^2 = a^2 - \left(a - h_m\right)^2,$$

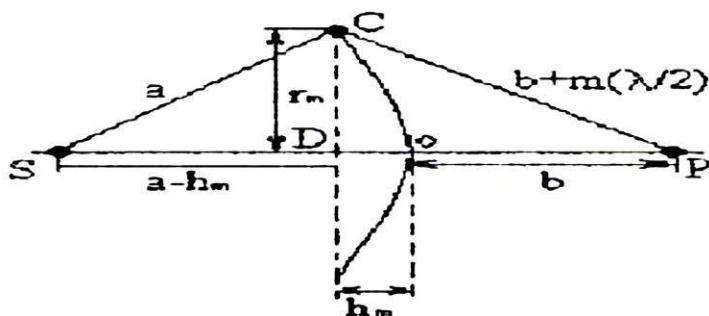


Рис. 1.3.4

$$r_m^2 = \left(b + m \frac{\lambda}{2} \right)^2 - (b + h_m)^2. \quad (1.3.4)$$

Прирівняємо і розкриємо квадрати:

$$\begin{aligned} r_m^2 &= a^2 - a^2 + 2ah_m - h_m^2 = b^2 + 2bm \left(\frac{\lambda}{2} \right) + \left(m^2 \frac{\lambda^2}{4} \right) - b^2 - 2bh_m - h_m^2, \\ 2ah_m + 2bh_m &= bm\lambda + \left(m^2 \frac{\lambda^2}{4} \right), \\ h_m &= \frac{bm\lambda + \left(m^2 \frac{\lambda^2}{4} \right)}{2(a+b)}. \end{aligned} \quad (1.3.5)$$

$b\lambda \gg m\lambda^2$ якщо m – невелика, тоді отримаємо:

$$h_m \approx \frac{bm\lambda}{2(a+b)}. \quad (1.3.5a)$$

Площа сегмента: $S=2\pi Rh$ Тоді площа m -го сегмента S_m буде:

$$S_m = \frac{2\pi ab\lambda m}{2(a+b)} = \frac{\pi ab\lambda m}{(a+b)}.$$

Площа m -ої зони Френеля з урахуванням рівняння (1.3.3):

$$\Delta S_m = \frac{2\pi ab\lambda}{2(a+b)}. \quad (1.3.6)$$

З формули (1.3.6) випливає, що для не занадто великих номерів m зон Френеля площа зони не залежить від номера m .

$$r_m^2 = 2ah_m - h_m^2 \approx 2ah_m, \quad (a \gg h_m).$$

Використавши (1.3.5a), дістанемо:

$$r_m = \sqrt{\frac{ab\lambda}{(a+b)}} m \quad (1.3.7)$$

– радіус m -ої зони Френеля.

Обчислимо радіус першої зони Френеля: для випадку $a=b=l_m$, $m=1$, $\lambda=0,5\text{мкм}$, $r_1=0,5\text{мм}$. Слід врахувати, що від кожної зони Френеля йдуть хвилі, і вони знаходяться у протифазі. Кут φ (рис. 1.3.3) з ростом m збільшується.

Амплітуди світла, яке йде від зон Френеля до точки P – $A_1, A_2, A_3, \dots, A_m$ монотонно зменшуються за рахунок $K(\varphi)$, що теж зменшується, радіус r збільшується, хоча S – однакова. Тоді:

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + \dots + \left(\frac{A_{m-1}}{2} - A_m + \frac{A_{m+1}}{2} \right).$$

Дифракція Френеля від круглого отвору і круглого диску

Дифракція від круглого отвору

Поставимо на шляху сферичної світлової хвилі непрозорий екран з отвором радіусом r_0 . Закріпимо екран так, щоб перпендикуляр з джерела світла S , потрапив у центр отвору (рис. 1.3.5) та в точку P .

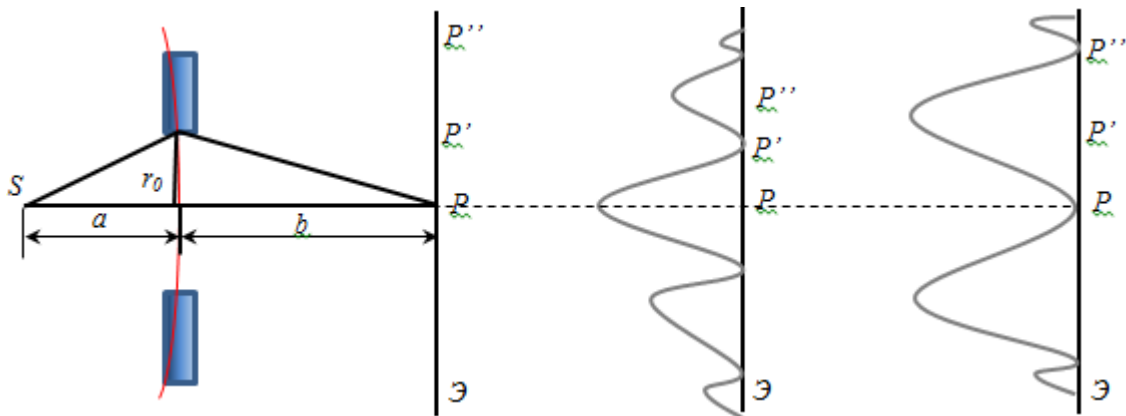


Рис. 1.3.5

$$r_0 = \sqrt{\frac{ab}{a+b}} m \lambda, \quad (1.3.8)$$

якщо m – ціле число, то отвір залишить відкритим рівно m перших зон Френеля, побудованих для точки P .

Число відкритих зон встановлює рівняння:

$$m = \frac{r_0}{\lambda} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right).$$

Тоді амплітуда буде дорівнювати

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots + A_m \frac{A}{2}.$$

Перед A_m ставимо знак плюс якщо m не парне, а мінус - якщо m парне.

$$A = \frac{A_1}{2} + \frac{A_m}{2} \text{ (парне),}$$

$$A = \frac{A_1}{2} + \frac{A_{m-1}}{2} - A_m \text{ (не парне).}$$

Амплітуди від 2-х сусідніх зон майже однакові. Тому $\frac{A_{m-1}}{2} - A_m$ замінюємо на $-\frac{A_m}{2}$. В результаті отримуємо:

$$A = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_m}{2}. \quad (1.3.9)$$

Для малих m A_m мало відрізняється від A_1 . Тому при непарних m амплітуда в точці P майже дорівнює A_1 , а при парних $= 0$.

Перешкода з отвором, що відкриває непарне число зон, приводить до збільшення амплітуди майже в 2 рази, а інтенсивність - в 4 рази.



Рис. 1.3.6

Як результат того, що отвір знаходиться симетрично до прямої PS , освітленість в різних точках екрану буде залежати від відстані r до т. P . В цій точці, інтенсивність досягає максимуму або мінімуму і це залежить від того, яким (парним/непарним) буде число відкритих зон Френеля.

Нехай для т. P відкрито три зони Френеля (рис. 1.3.6 а). Якщо зміститися на екрані із т. P в т. P' , то третя зона частково затіняється краями отвору, при цьому частково з'являється четверта зона (рис. 1.3.6 б), в т. P' буде зменшення амплітуди. Якщо зміститися в т. P'' , то затіняються частково друга і третя зони, але з'являється не тільки четверта, а ще й п'ята зона (рис. 1.3.6 в). В т. P'' будемо спостерігати збільшення амплітуди. Таким чином, дифракційна картина від круглого отвору має вигляд світлих і темних кілець. Причому у центрі буде світла пляма (максимум), якщо в отворі непарне число зон, або темна пляма (мінімум), якщо в отворі парне число зон Френеля. Якщо екран переміщати паралельно вздовж лінії SP , то картини (рис. 1.3.7) будуть чергуватись. Якщо m непарне, то на екрані буде світла пляма, якщо m парне – темна пляма. Якщо $m \rightarrow \infty$, то дифракційна картина буде спостерігатися на границі геометричної тіні.

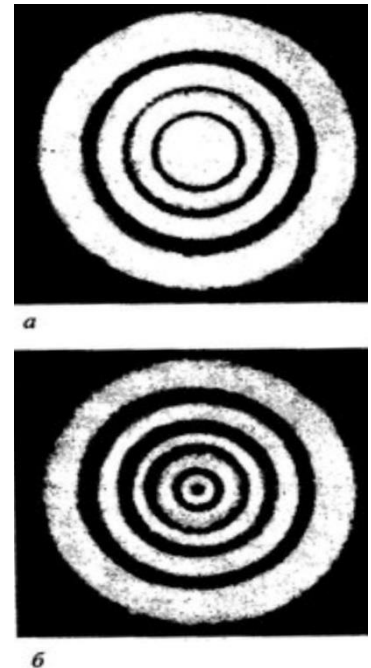


Рис. 1.3.7

Дифракція від круглого диску

Розмістимо між точковим джерелом світла S і точкою спостереження P непрозорий круглий диск (рис. 1.3.8).

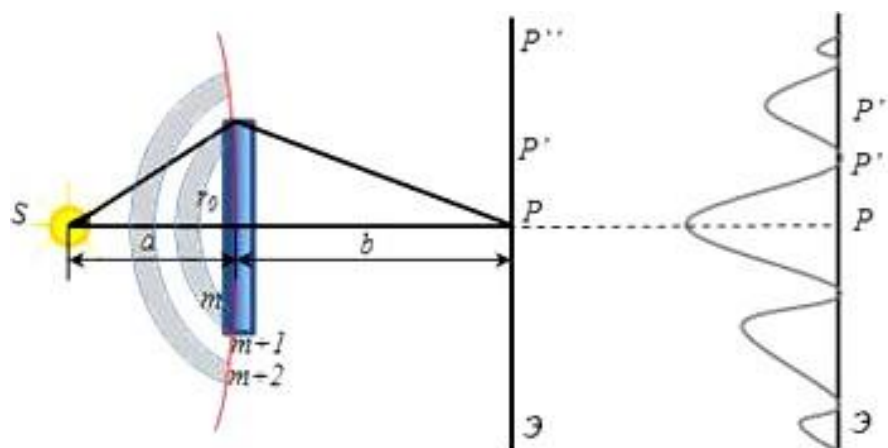


Рис. 1.3.8

Нехай диск закриває m перших зон Френеля. Тоді амплітуда результуючого коливання в т. P

$$A = A_{m+1} - A_{m+2} + A_{m+3} - \dots = \frac{A_{m+1}}{2} + \left[\frac{A_{m+1} - A_{m+2}}{2} + \frac{A_{m+3}}{2} \right] + \left[\frac{A_{m+3} - A_{m+4}}{2} + \frac{A_{m+5}}{2} \right] + \dots, \quad (1.3.10)$$

згідно $A = \frac{A_{m+1}}{2}$, тобто в т. P спостерігається інтерференційний максимум (світла

пляма). Якщо зміститися по екрану в т. P' , то затіняється частина $(m+1)$ -ї зони, але відкривається частина $(m+2)$ -ї зони. Отже, в т. P' буде мінімум (темне кільце).

При зсуві в т. P'' перекривається частина $(m+2)$ -ї зони та одночасно відкривається частина $(m+3)$ -ї зони, і в т. P'' буде максимум. Таким чином, дифракційна картина на круглому диску має вигляд чергування світлих і темних кілець. У центрі картини завжди знаходиться світла пляма (рис. 1.3.9).

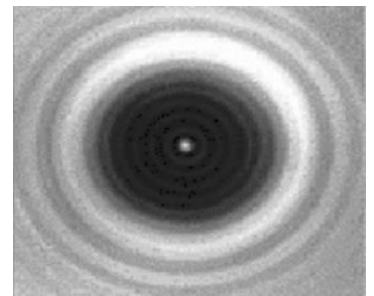


Рис. 1.3.9

Якщо $m < 1$, то диск не дає геометричної тіні – освітленість екрану однакова. Якщо $m \rightarrow \infty$, то дифракційна картина спостерігається на границі геометричної тіні, а в т. P практично темна пляма, оскільки $A_m < A_1$. Переміщення екрану вздовж лінії SP не змінює картину на екрані.

Дифракція Фраунгофера від щілини

Будемо вважати, що φ – кут дифракції. Перпендикулярно екрану падає світлова хвиля (рис. 1.3.10). Екран розташовується у фокальній площині лінзи.

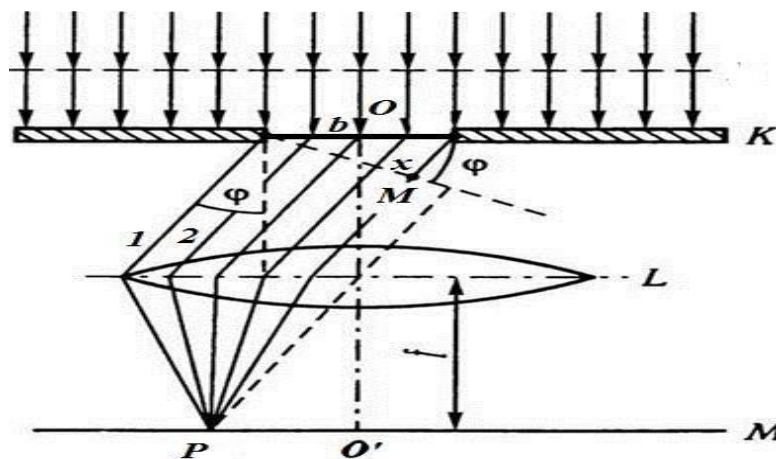


Рис. 1.3.10

$$dE = K(\varphi) \left(\frac{\alpha_0 dS}{r} \right) \cos(\omega t - rk + \alpha_0) \quad (1.3.11)$$

– амплітуда вторинної хвилі.

Всю щілину розіб'ємо на нескінченно велике число зон (вузьких смужечок) шириною dx і будемо розглядати світло, що йде від даних зон у т. P . Без урахування фазових співвідношень знайдемо амплітуду в одній із зон:

$$dA = c dx \quad (1.3.12)$$

– амплітуда вторинної хвилі в т. P . Кут φ для різних зон буде однаковим. Будемо вважати його $const$. Якщо хвиля не буде відхилена на кут φ , $\varphi=0$, тоді вона буде збігатися в т. O' (рис. 1.3.10). A_0 – результуюча амплітуда світлової хвилі в т. O' :

$$A_0 = \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} c dx = cb, \quad c = \frac{A_0}{b}.$$

Тоді

$$dA = \frac{A_0 dx}{b}. \quad (1.3.13)$$

Хвилі, що відхилені на кут φ , будуть мати різницю фаз. Оптична довжина променів OP і MP буде однаковою. Це таутохронні промені, тобто промені, для яких оптична довжина шляху однакова. CM – дає різницю ходу. Нехай $OC=x$ – це вузька зона навколо т. C з $\triangle OCM$:

$$\Delta = MC = x \sin \varphi$$

– геометрична різниця ходу між променями 1 і 2. Геометрична й оптична різниці ходу будуть рівні у вакуумі ($n=1$). Δ – оптична різниця ходу, якщо показник заломлення $n=1$.

Різниця фаз:

$$\delta = -\frac{2\pi\Delta}{\lambda} = -\frac{2\pi x \sin \varphi}{\lambda}. \quad (1.3.14)$$

Будемо вважати що початкова фаза 1-го променя дорівнює нулю, запишемо dE_φ аналогічно (1.3.11) у такому ж вигляді:

$$dE_\varphi = \left(\frac{A_0 dx}{b} \right) \cos \left(\omega t - \frac{2\pi x \sin \varphi}{\lambda} \right). \quad (1.3.15)$$

Це амплітуда світлової хвилі у т. P екрана. Ця хвиля створена зоною щілини шириною dx і координатою x , і відхилена на кут дифракції φ .

Рівняння (1.3.15) проінтегруємо по всій ширині щілини, з урахуванням

$$e^{ia} = \cos a + i \sin a,$$

звідси

$$dE_{\varphi} = \left(A_0 \frac{dx}{b} \right) e^{i(\omega t - 2\pi x \sin \varphi / \lambda)}. \quad (1.3.16)$$

У рівнянні (1.3.16) ми врахуємо тільки дійсну частину від цього виразу:

$$\frac{d(\operatorname{Re} z(t))}{dt} = \frac{d(\operatorname{Re} z)}{dt} \left(A_0 \frac{dx}{b} \right),$$

$$\operatorname{Re} \int z(t) dt = \int \operatorname{Re} z(t) dt.$$

Знайдемо результуючу амплітуду хвиль, що відхиляються на кут дифракції φ :

$$E_{\varphi} = \int_{-b/2}^{b/2} dE_{\varphi} = \int_{-b/2}^{b/2} \frac{A_0}{b} \exp \left[\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x \sin \varphi \right] dx = A_0 \frac{\sin(\pi b \sin \varphi) / \lambda}{(\pi b \sin \varphi) / \lambda}. \quad (1.3.17)$$

Амплітуда коливань у т. P :

$$A_{\varphi} = \frac{A_0 \left(\sin \frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda} \right)}{\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}}. \quad (1.3.18)$$

Рівняння (1.3.18) виражає амплітуду результуючих коливань у т. P , де збираються всі промені, що дифрагують на φ .

Умову мінімуму можна знайти, вважаючи:

$$\pi b \sin \frac{\varphi}{\lambda} = \pm n\pi, \quad n \neq 0, n = 1, 2, 3, \dots \quad (1.3.19)$$

Умова мінімуму дифракції $A_{\varphi}=0$:

$$b \sin \varphi = \pm n\lambda. \quad (1.3.20)$$

Умова максимуму:

$$b \sin \varphi = \pm \left(n + \frac{1}{2} \right) \lambda, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (1.3.21)$$

Знайдемо інтенсивність світла як функцію кута (інтенсивність пропорційній квадрату амплітуди). Піднесемо праву і ліву сторону (1.3.18) у квадрат, з врахуванням $I=A^2$:

$$I_{\varphi} = I_0 \frac{\sin^2 \left(\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda} \right)}{\left(\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda} \right)^2}. \quad (1.3.22)$$

$I_{\varphi} = I(\varphi)$ – функція симетрична.

На екрані чергуються темні і світлі смуги. У т. O' буде найяскравіша світла смуга. На рис.1.3.11 наводиться графік I_{φ} , в залежності від $\sin \varphi$.

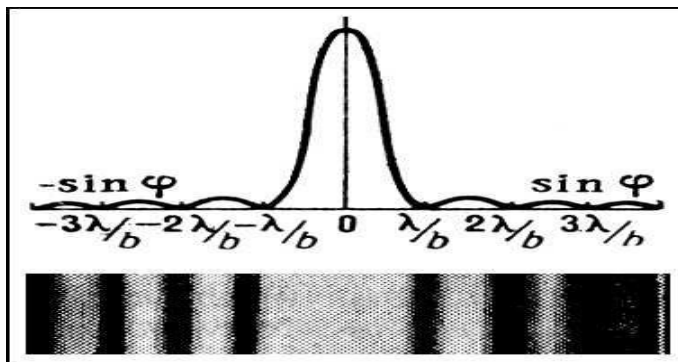


Рис. 1.3.11

Якщо підставити умову (1.3.21) у рівняння (1.3.22), то можна одержати наступне:

$I_0:I_1:I_2=1:0,045:0,016$ – інтенсивність у I_{max} .

Знайдемо кутову ширину центрального максимуму:

$$b \sin \varphi = \pm \lambda \rightarrow \sin \varphi = \pm \frac{\lambda}{b} \rightarrow \varphi = \arcsin \frac{\lambda}{b},$$

$$\delta \varphi = 2\varphi = 2 \arcsin \frac{\lambda}{b} \approx \frac{2\lambda}{b}, \quad (1.3.23)$$

$$\lambda \ll b,$$

$$\delta \varphi = \frac{2\lambda}{b}$$

– кутова ширина центрального максимуму.

Дифракція на двох щілинах

При наявності однієї щілини дифракційна картина, на екрані буде зміщуватись ліворуч чи праворуч тільки при переміщенні праворуч чи ліворуч лінзи. Уявимо, що на екрані дві паралельні щілини однакової ширини b , відстань між якими a . Освітимо цей екран світлом, що падає перпендикулярно до екрана (рис. 1.3.12). 1 і 2 – когерентні промені. Тоді повинна спостерігатися інтерференція. CD – різниця ходу.

$$\Delta = CD = AD \sin \varphi = d \sin \varphi, \quad (1.3.24)$$

$$d \sin \varphi = \pm m \lambda$$

– умова головних максимумів, $m=0,1,2,3,\dots$

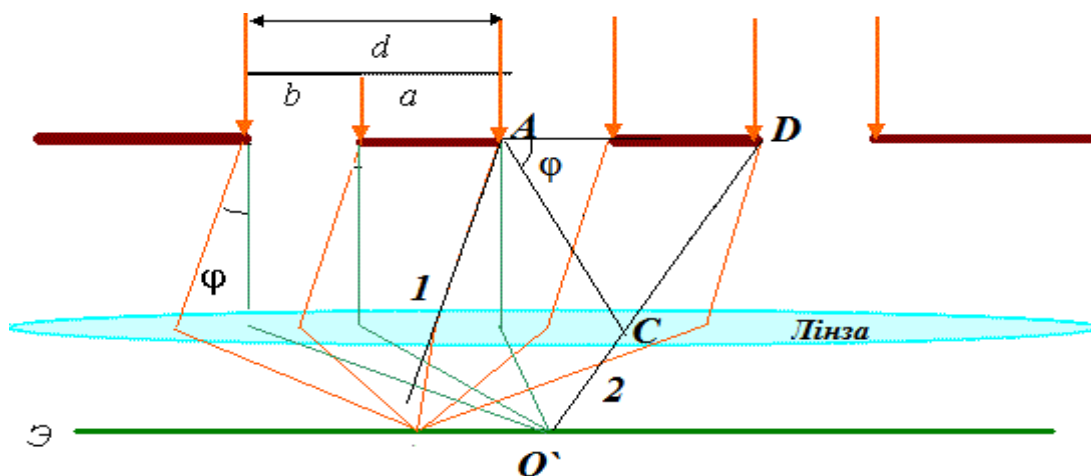


Рис. 1.3.12

Умова мінімумів – промені приходять у протифазі. Умова додаткових мінімумів:

$$d \sin \varphi = \pm \left(m + \frac{1}{2} \right) \lambda = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2}. \quad (1.3.25)$$

У цьому випадку, за рахунок інтерференції світла, широкі максимуми розіб'ються на вузькі максимуми та мінімуми, що чергуються (рис.1.3.10).

Дифракційні ґратки

ґратка – це пластина, що містить N паралельних щілин (штрихів) однакової ширини b і відстанню між щілинами a ; d – період ґратки буде дорівнювати $d = a + b$. З рис. 1.3.10 випливає, що:

$$\Delta = CD = d \sin \varphi$$

– це різниця фаз Δ для променів 1 і 2, тобто, для довільних сусідніх променів. Будемо пам'ятати, що між променями щілини можлива інтерференція. Умова (1.3.24) може бути застосована і до дифракційних ґраток.

$$\delta = \frac{2\pi\Delta}{\lambda} = \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right) d \sin\varphi \quad (1.3.26)$$

– різниця фаз між відповідними променями двох сусідніх щілин.

На рис. 1.3.11, E_i коливання, що йде від i -ї щілини, E – результуюче коливання. $E=0$, відповідає $\min$. Це буде у випадку коли амплітуди світлових



Рис. 1.3.13

коливань, що додаються, утворюють правильний N -кутник (рис. 1.3.13). δ_0 – зовнішній кут правильного N -кутника:

$$\delta_0 = \frac{2\pi}{N}, \quad (1.3.27)$$

$$\delta = \delta_0 k = \frac{2\pi k}{N}, \quad (1.3.28)$$

де k ціле число не кратне N .

Прирівнюємо (1.3.26) і (1.3.28)

$$\left(\frac{2\pi}{\lambda} \right) d \sin\varphi = \frac{2\pi k}{N},$$

$$d \sin\varphi = \pm \frac{2\lambda}{N} \quad (1.3.29)$$

– умова додаткових мінімумів, $k=1,2,\dots, N-1, N+1, \dots, 2N-1, 2N+1,\dots$

Якщо $k=N$, або кратне N , то відразу одержимо умову (1.3.24), чого не повинно бути, якщо розглядаються ґратки.

$$d \sin\varphi = \pm m\lambda \quad (1.3.30)$$

– умова головних максимумів, $m=0, 1, 2,\dots$

$$b \sin \varphi = \pm m \lambda \quad (1.3.31)$$

– умова колишніх мінімумів, $m=1, 2, 3, \dots$

З (1.3.30) і (1.3.31) випливає, що між двома головними максимумами розташовується $(N-1)$ додатковий мінімум:

$$d \sin \varphi = m \lambda + \frac{P \lambda}{N}, P = 1, 2, \dots, N-1.$$

Врахуємо, що кутова відстань між головним максимумом і додатковим мінімумом буде: $\delta(d \sin \varphi) = \frac{\lambda}{N}$, $d \cos(\varphi) \delta \varphi = \frac{\lambda}{N}$ δ – диференціал кута.

Звідки маємо:

$$\delta \varphi = \frac{\lambda}{Nd \cos \varphi}$$

– відстань між максимумом і додатковим мінімумом.

Різкість головного максимуму, вона ж є кутовою шириною головного максимуму при $\cos \varphi \approx 1$, буде дорівнювати:

$$\delta \varphi = \frac{\lambda}{Nd}. \quad (1.3.32)$$

При заданому періоді d ґратки різкість головного максимуму зростає, а кутова ширина зменшується зі зростанням числа щілин (штрихів) дифракційної ґратки.

Запишемо амплітуду світлової хвилі, що дифрагує під кутом φ у дифракційній ґратці (A – задається на екрані):

$$A = A_0 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right) \left(\frac{\sin N \beta}{\beta} \right), \alpha = \frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}, \beta = \frac{\pi d \sin \varphi}{\lambda}, \quad (1.3.33)$$

де d – період ґратки.

Вираз $\frac{\sin N \beta}{\beta}$ дорівнює N , якщо для φ взяти умови головних максимумів

$$(1.3.25): d \sin \varphi = \pm m \lambda.$$

Підносимо праву і ліву частину (1.3.33) у квадрат і врахуємо, що $A^2 = I$ – інтенсивність, а $A_0^2 N^2 = I_0$ – інтенсивність світлової хвилі, яка не відхиляється від початкового напрямку і йде уздовж головної оптичної осі лінзи:

$$I = I_0 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 \left(\frac{\sin N\beta}{\beta} \right)^2. \quad (1.3.34)$$

Отже, для напрямків, які визначаються умовою (1.3.30), коливання від окремих щілин взаємно підсилюють одне одного, внаслідок чого амплітуда результуючого коливання у відповідній точці екрану збільшується в N разів, а інтенсивність в N^2 : $I_{\max} = N^2 I_{\phi}$. При великій кількості щілин світло, що пройде крізь ґратку, збирається в окремих різко виділених ділянках екрану (рис. 1.3.14). Положення максимумів на цих ділянках визначається умовою (1.3.30).

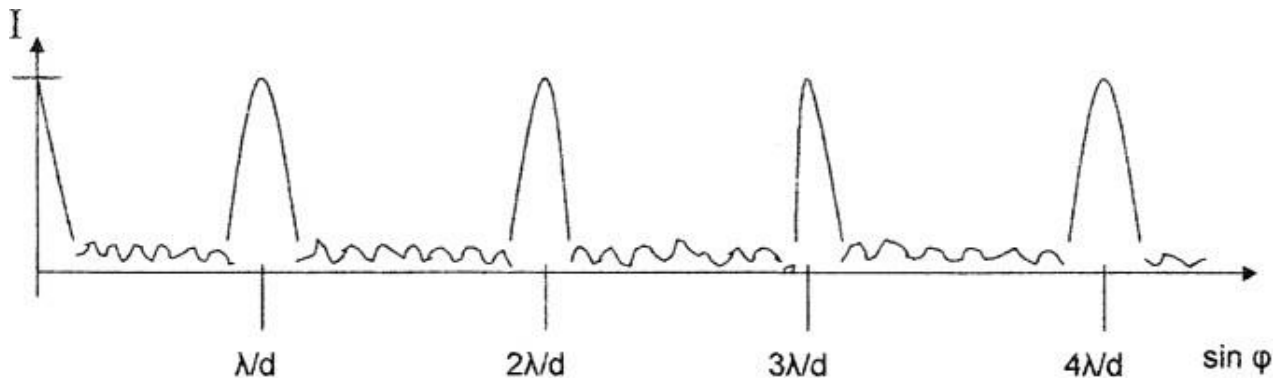


Рис. 1.3.14

Дифракція рентгенівських променів

Розрахунок дифракції рентгенівських променів від кристалографічної ґратки були запропоновані незалежно один від одного фізиком Вульфом і англійськими фізиками батьком і сином Брегами (Брегов).

Вони припустили, що дифракція рентгенівських променів являється результатом їх відбивання від системи паралельних кристалографічних площин (площин в яких лежать вузли (атоми) кристалічної ґратки).

Візьмемо кристал у вигляді сукупності паралельних кристалографічних площин, які знаходяться на відстані d одна від одної.

Пучок паралельних монохроматичних рентгенівських променів 1 і 2 падають під кутом ковзання ϑ (кут між напрямом падаючого променя та кристалографічної площини) і збуджує атоми кристалічної ґратки, які стають джерелом когерентних вторинних хвиль 1' і 2', інтерферуючи між собою подібно до вторинних хвиль від щілин дифракційної ґратки (рис. 1.3.15).

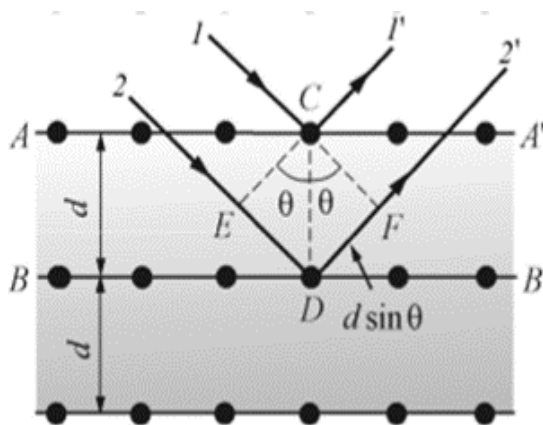


Рис. 1.3.15

Абсолютний показник заломлення всіх речовин для рентгенівських променів дорівнює 1. Тому оптична різниця ходу променів 1' і 2'

$$\Delta = ED + DF = 2d \sin \theta. \quad (1.3.35)$$

Дифракційні максимуми спостерігаються в тих напрямках, в яких всі відбиті атомними площинами хвилі будуть знаходитись в однаковій фазі.

Ці напрямки будуть задовільняти формулу Вульфа-Брегов.

$$2d \sin \theta = \pm m\lambda, \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (1.3.36)$$

Тобто, при різниці ходу між двома променями, які відбиті від сусідніх кристалографічних площин і кратні цілому числу довжин хвиль λ , спостерігається дифракційний максимум.

При довільному напрямку падіння монохроматичного рентгенівського випромінювання, дифракція не спостерігається. Для того, щоб її спостерігати, необхідно, повертаючи кристал, знайти кут ковзання.

Дифракційна картина може бути отримана і при довільному положенні кристала, але для цього необхідно користуватись неперервним рентгенівським спектром, що випромінюється рентгенівською трубкою.

Формулу Вульфа-Брегов використовують для вирішення двох задач.

- 1) Спостерігаючи дифракцію рентгенівських променів відомої довжини хвилі на кристалографічній структурі невідомої будови і вимірюючи кут θ і значення числа m , можна визначити міжплощинну відстань d , тобто визначити структуру речовини. Цей метод лежить в основі рентгено-структурного аналізу.

2) Спостерігаючи дифракцію рентгенівських променів невідомої довжини хвилі на кристалографічній структурі, при відомому значенні d і вимірюючи ϑ і m , можна визначити довжину хвилі падаючого рентгенівського випромінювання. Цей метод лежить в основі рентгенівської спектроскопії.

На рис 1.3.16 наведено фотографію дифракційної картини рентгенівських променів (лауеграмму берилла (мінерал із групи силікатів)).

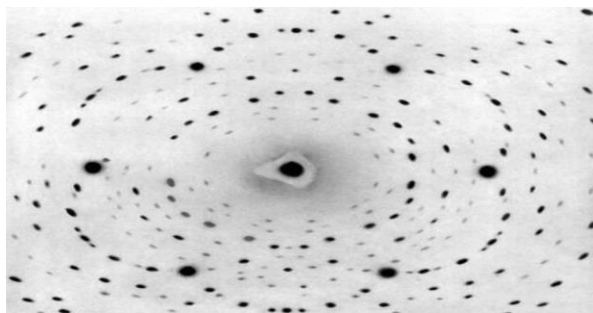


Рис. 1.3.16

Голографія

Голографія - це спосіб фіксування на фотопластинці структури світлової хвилі. При освітленні цієї пластинки (голограми) пучком світла зафіксована на ній хвиля відновлюється в майже початковому вигляді. На рис 1.3.17(а) дана схема для отримання голограми, а на рис 1.3.17(б) - схема отримання зображення.

Світловий пучок, який випускає лазер (1), розширений за допомогою системи лінз (2), ділиться на дві частини. Одна частина відбивається

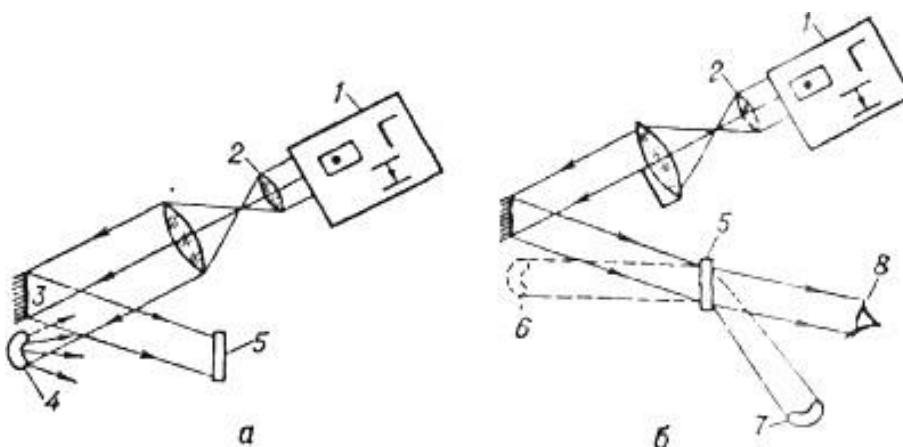


Рис. 1.3.17

дзеркалом(3) до фотопластинки (5), утворюючи так званий опорний пучок. Друга

частина падає на пластинку, після того як відіб'ється від фотографуючого предмета (4), вона утворює предметний пучок (7). Ці два пучки повинні бути когерентними, оскільки лазерне випромінювання володіє високим ступенем просторової когерентності. Опорний та предметний пучки, накладаються один на одного, утворюють інтерференційну картину, яка фіксується фотопластинкою. Експонована таким чином та проявлена фотопластинка являє собою голограму (рис. 1.3.18).



Рис. 1.3.18

Для відновлення зображення проявлену фотопластинку розміщують відносно джерела так, як воно знаходиться при фотографуванні, та освічують опорним пучком світла, який дифрагує на голограмі. В результаті чого утворюється хвиля, яка має точно таку структуру, як хвиля, відбита предметом. Ця хвиля дає уявне зображення предмета, яке сприймає око (8).

В цей момент виникає ще одна хвиля, яка дає дійсне зображення предмета. Воно псевдоскопічне, бо воно має рельєф, який є зворотній рельєфу предмета.

Контрольні питання

1. Явище дифракції. Відмінність дифракції від інтерференції.
2. Види дифракції.
3. Принцип Гюйгенса-Френеля. Навести аналітичний вираз.
4. Що таке зони Френеля? Охарактеризувати.
5. Дифракція Френеля від колового отвору. Навести схему. Дифракційна картина.
6. Дифракція Френеля від колового диску. Навести схему. Дифракційна картина.
7. Дифракція Фраунгофера від щілини. Навести схему.
8. Вивести залежність інтенсивності дифрагованого світла на щілині від кута дифракції. Навести графічно цю залежність.
9. Дифракція світла на двох щілинах. Навести схему.

10. Охарактеризувати дифракційні ґратки. Умови мінімумів та максимумів.
У скільки разів інтенсивність головного максимуму ґратки більша ніж інтенсивність головного максимуму однієї її щілини?
11. Дифракція рентгенівського випромінювання?
12. Голографія. Навести відповідні схеми.

Література:

1. Навчальний посібник для студентів вищих технічних і педагогічних закладів освіти / Кучерук І. М., Горбачук І. Т.; за ред. Кучерука І. М. - К.: Техніка, 1999. Том 3: Оптика. Квантова фізика. - 520 с
2. Бригінець В.П., Подласов С.О. Загальна фізика. Інтернет-ресурс за адресою <http://physics.zfftt.kpi.ua>
3. Оптика : навчальний посібник / А. В. Попов, Р. В. Вовк, В. І. Білецький. – 2-ге вид. – Х. : ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2018. – 100 с.

Лекція 4 Поляризація світла

Природне і поляризоване світло

Світло в якому напрям коливань світлового вектора $\vec{E}$ впорядкований деяким чином називають поляризованим. Світло являє собою сумарне електромагнітне випромінювання від великої кількості атомів. Якщо з великої кількості елементарних електромагнітних хвиль виділити одну, то її можна представити у вигляді коливань двох взаємно перпендикулярних векторів напруженостей електричного і магнітного полів. Відомо, що електромагнітні хвилі є поперечними, тому обидва вектори $\vec{E}$ і $\vec{H}$ коливаються в площинах, перпендикулярних до вектора швидкості — напрямку поширення променя. Електромагнітна

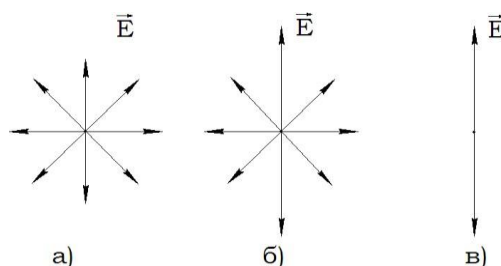


Рис. 1.4.1

хвиля, в якій коливається лише один з векторів, неможлива.

Уявимо, що світло поширюється від джерела в напрямку до глядача. Тоді миттєву картину розташування векторів $\vec{E}$ можна представити (рис. 1.4.1 а). Рівномірний розподіл векторів $\vec{E}$ пояснюється великим числом атомарних випромінювачів. В таких світлових хвилях, що надходять від різноманітних елементарних мікро- випромінювачів, вектори $\vec{E}$ мають різні орієнтації коливань, які рівно можливі. Світло з усіма можливими орієнтаціями векторів $\vec{E}$ (відповідно і $\vec{H}$) називається *природним*.

Якщо в результаті зовнішніх впливів з'являється переважний напрям коливань (рис 1.4.1 б), то таке світло називається частково поляризованим. Світло, в якому вектор $\vec{E}$ (а отже і $\vec{H}$) коливаються в одній визначеній площині (рис.1.4.1 в), називається *плоскополяризованим (лінійно поляризованим)*. Площина, в якій відбувається коливання вектора напруженості $\vec{E}$ електричного поля називається *площиною коливань*; площина, в якій коливається вектор напруженості $\vec{H}$ магнітного поля, - *площиною поляризації*. Поляризація світла характеризується ступенем поляризації:

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}},$$

де $I_{\max}, I_{\min}$ – максимальна і мінімальна інтенсивність світла, що відповідає двом взаємно перпендикулярним компонентам вектору $\vec{E}$.

Для природного світла

$$I_{\max} = I_{\min}, \quad P = 0.$$

Для плоскополяризованого

$$I_{\min} = 0, \quad P = 1.$$

Для еліптично поляризованого світла поняття ступень поляризації не застосовується, тому що у такого світла коливання повністю упорядковані і ступень поляризації завжди дорівнює одиниці.

Виходячи з уявлення про поляризацію світла, розглянемо класичний дослід з турмаліном, а саме, через вирізану пластинку кристалічного турмаліну A , площина якої паралельна одному з визначених напрямків кристалічної решітки

(який

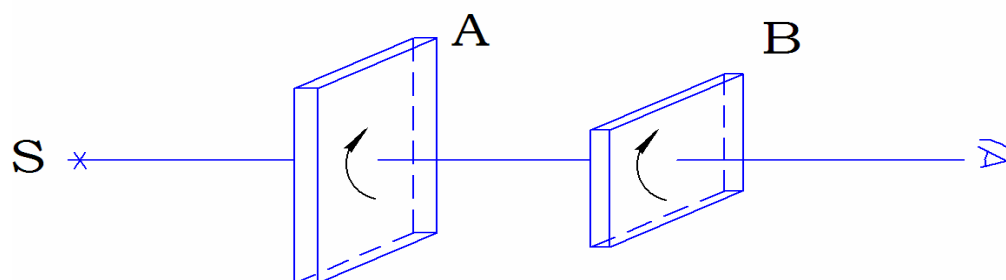


Рис. 1.4.2

називають віссю) будемо пропускати світло перпендикулярне до її поверхні (рис. 1.4.2).

Якщо обертати кристал навколо напрямку променю, то ніяких змін в інтенсивності світла не спостерігається. Якщо поставити на шляху променю другу аналогічну пластинку турмаліну B , розташовану паралельно першій, то картина ускладнюється. В залежності від того, як орієнтовані одна відносно іншої обидві пластинки, змінюється інтенсивність, світла, яке пройшло крізь них світла. Інтенсивність виявляється найбільшою, якщо осі обох пластинок паралельні, а якщо осі пластинок перпендикулярні, то дорівнює нулю. З дослідів випливає, що інтенсивність світла пропорційна $\cos^2 \alpha$, якщо α – кут між осями обох пластинок. Ці явища можна пояснити, застосовуючи розглянуті вище поняття. Перший дослід (одна пластинка турмаліну) пояснюється тим, що світло, що виходить з джерела, не має переважного напрямку коливань, і тому при повороті турмаліну навколо напрямку променя ніякої зміни інтенсивності світла не спостерігається.

Якщо припустити, що турмалін пропускає лише хвилі, один з поперечних векторів яких, наприклад, електричний, має складову, паралельну осі кристалу, то через нього буде пропущена тільки та частина світлової енергії, яка відповідає цій складовій. Кристал, таким способом, виділяє із світла з усіма можливими орієнтаціями векторами $\vec{E}$ ту його частину, що відповідає одному певному

напрямку E . Отже, турмалін перетворює природне світло в плоскополяризоване,

затримуючи ту його частину, яка відповідає складовій електричного вектора, перпендикулярній до осі кристала. Із сказаного зрозумілий другий дослід (2 пластинки турмаліну) і роль другої пластинки, а саме, до неї доходить світло уже поляризоване. В залежності від орієнтації пластинки B , з цього поляризованого світла пропускається більша чи менша частина, яка відповідає компоненті $\vec{E}$, паралельній осі другого турмаліну.

Існують і більш складні види упорядкованих коливань, яким відповідають інші типи поляризації, при яких світловий вектор (вектор $\vec{E}$) змінюється з часом так, що його кінець описує коло або еліпс.

Поляризація при відбиванні та заломленні світла на межі двох діелектриків

Явище поляризації світла, тобто виділення світлових хвиль з визначеною орієнтацією електричного (і магнітного) вектора спостерігається також при відображенні та заломленні світла на межі двох діелектриків. Це явище відкрито Малюсом, який випадково помітив, що при повороті кристала навколо променя, відображеного від скла, інтенсивність світла періодично підсилюється і послаблюється (повного погасання світла не спостерігається), тобто відображення від скла діє на світло подібно до проходження через турмалін. В подальшому дослідним шляхом було показано, що при падінні світла на межу

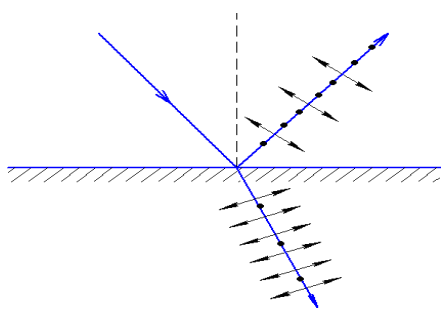


Рис.1.4.3

поділу двох діелектриків при куті падіння не рівному нулю, відображений і заломлений промені виявляються частково поляризованими. У відображеному промені переважають коливання, перпендикулярні до площини падіння (на рис. 1.4.3 ці коливання позначені крапками), в заломленому – коливання, паралельні площині падіння (на малюнку вони позначені стрілками).

Ступінь поляризації залежить від кута падіння променів і коефіцієнту заломлення середовища. Брюстер встановив, що при деякому значенні кута падіння i_0 , що визначається співвідношенням

$$\operatorname{tg}(i_B) = n_{21}, \quad (1.4.1)$$

де n_{21} – це показник заломлення другого середовища відносно першого.

Відбитий промінь повністю поляризований (він містить тільки коливання, перпендикулярні до площини падіння). Ступінь поляризації заломленого променя при куті падіння, рівному i_B (називається кутом Брюстера), досягає максимально можливого значення, але заломлений промінь залишається поляризованим лише частково. Вираз (1.4.1) називається законом Брюстера.

Розглянемо відношення між кутом відбивання і заломлення, за умови, що світло падає на межу поділу під кутом Брюстера i_B . Так як $\operatorname{tg}(i_B) = \frac{\sin i_B}{\cos i_B}$, а за визначенням, $n_{21} = \frac{\sin i_B}{\sin r}$ (r – кут заломлення), то $\cos i_B = \sin r$, а це можливо, коли $i_B + r = 90^\circ$ або, застосовуючи закон відображення $i_B = i'$, отримаємо $i' + r = 90^\circ$, тобто якщо світло падає на діелектрик під кутом Брюстера, то відбитий і заломлений промені взаємно перпендикулярні.

Як вже зазначалось, при падінні світла під кутом Брюстера поляризація заломлених променів максимальна, але не повна (наприклад, для скла вона складає $\sim 15\%$). Якщо заломлені, а отже і частково поляризовані, промені багатократно заломлювати, то ступінь поляризації заломлених променів зростає. Якщо є 8-10 пластинок, то при падінні під кутом Брюстера світло і те, що пройшло, і заломлене практично буде повністю поляризованим. Напрями коливань векторів $\vec{E}$ у відбитому і того, що пройшов, пучках будуть взаємно перпендикулярні. Така група пластинок називається стопою; вона може служити в якості поляризатора або аналізатора як у відбитому, так і в світлі, що проходить через пластинки.

Коливання амплітуди A , яке відбувається в площині, що утворює з площиною поляризатора кут φ , можна розкласти на два коливання з амплітудами $A_{\parallel} = A \cos \varphi$ і $A_{\perp} = A \sin \varphi$. Перше коливання пройде через прилад, друге буде затримано.

Інтенсивність хвилі, що пройшла пропорційна

$$A_{II}^2 = A^2 \cos^2 \varphi,$$

тобто дорівнює $I^2 \cos^2 \varphi$, $I \sim A^2$ відповідно, коливання, паралельні площині поляризатора несуть із собою інтенсивність рівну $\cos^2 \varphi$.

Нехай на поляризатор падає плоскополяризоване світло амплітудою A_0 і інтенсивністю I_0 . Через прилад пройде складова коливань з амплітудою $A^2 = A_0^2 \cos^2 \varphi$. Відповідно інтенсивність світла, що пройшла дорівнює

$$I = I_0 \cos^2 \varphi,$$

де φ – кут між площиною коливань падаючого світла і площиною поляризатора. Це закон Малюса.

Якщо пропускати природне світло крізь два поляризатора, площини котрих утворюють кут α , то із першого вийде плоскополяризоване світло інтенсивністю $I_0 = \frac{1}{2} I_{np}$. Із другого вийде світло $I = I_0 \cos^2 \alpha$, відповідно інтенсивність світла, що пройшло крізь два поляризатора

$$I = \frac{1}{2} I_{np} \cos^2 \alpha.$$

Поляризація при подвійному променезаломленні

Існують кристали, які мають властивість роздвоювати кожен падаючий на них промінь. Це явище (що отримало назву подвійного заломлення променя) було виявлено Бартоліном (1670р.) для ісландського шпату (різновид вуглекислого кальцію CaCO_3).

Кристали ісландського шпату мають форму ромбоедра (рис. 1.4.4), тобто обмежені шістьма ромбами з тупими кутами $\alpha = 101^\circ 52'$. Якщо на такий кристал падає вузький промінь світла, то заломлюючись, він утворює 2 променя різних напрямів. Якщо падаючий пучок світла достатньо вузький, а кристал достатньо товстий,

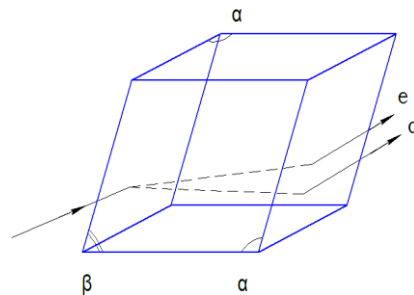


Рис. 1.4.4

то з нього виходять 2 променя світла, паралельні даному променю, і розділені в просторі. Навіть у тому випадку, коли даний промінь перпендикулярний до природної грані кристала (кут падіння дорівнює нулю), заломлений промінь розділяється на два, при чому один з них являє собою продовження даного, а другий відхиляється (рис. 1.4.5) так, що кут заломлення відмінний від нуля. Другий з цих променів отримав назву незвичайного (е), в той час як перший називається звичайним (о).

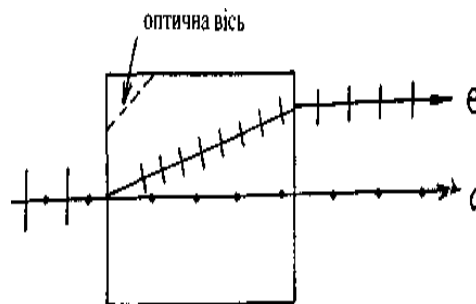


Рис. 1.4.5

Різниця у відхиленні обох променів показує, що вони мають різні показники заломлення. В кристалі ісландського шпату звичайний промінь має для всіх напрямів одне і те ж значення показника заломлення, в той час, як показник заломлення незвичайного променя залежить від напрямку. При зміні кута падіння заломлюються обидва промені, але по-різному. Для звичайного променя буде виконуватись закон синусів, а для незвичного променя цей закон виконуватись не буде. В кристалі ісландського шпату існує лише один напрям, вздовж якого обидва заломлених променя мають однаковий показник заломлення, тобто вздовж якого вони поширюються не роздвоюючись і з однаковою швидкістю. Цей напрям називається оптичною віссю кристала. Потрібно зазначити, що оптична вісь кристала це не пряма лінія, що проходить через яку-небудь точку кристала, а деякий напрямок в кристалі, що цілком зрозуміло, так як окремі ділянки кристала повинні мати ідентичні властивості. Будь-яка пряма, паралельна даному напрямку, є оптичною віссю кристала. Кристали, в яких є лише один напрям поширення світла, при якому не спостерігається подвійного заломлення променів, називаються одновісними. Будь-яка площина, що проходить через оптичну вісь, називається головним перерізом або головною площиною кристала.

Дослідження звичайного і незвичайного променів з допомогою, наприклад, турмаліну, показує, що обидва промені повністю поляризовані,

причому у взаємно перпендикулярних площинах. Електричне коливання звичайного променя відбувається перпендикулярно до головної площини (рис. 1.4.5), а незвичайного – лежить в головній площині. При виході з кристалу обидва промені відрізняються один від одного тільки напрямком поляризації, так що назви "звичайний" і "незвичайний" промінь мають сенс тільки всередині кристалу. При обертанні кристала навколо осі, що збігається зі звичайним променем, останній залишається на місці, а незвичайний промінь обертається навколо нього.

Поляризаційні пристрої

Явище подвійного заломлення променя широко використовується для отримання поляризованого світла. Найбільш часто для цієї мети застосовується поляризаційні призми і поляроїди. Можна говорити про призми подвійного типу. Призми, що дають один промінь, поляризований в якій-небудь площині (поляризаційні призми), і призми, що дають два пучка, поляризовані в двох взаємно перпендикулярних площинах (подвійно заломлюючі призми). Перші збудовані за принципом повного внутрішнього відображення одного з променів (наприклад, звичайного), в той час як інший промінь, з іншим показником проходить через межу. Інші використовують відмінність в показниках заломлення звичайного і незвичайного променів, щоб розвести їх якомога далі один від одного.

Типовим представником поляризаційних призм є призма Ніколя (її часто називають просто ніколем). Вона являє собою подвійну призму із ісландського шпату, склеєну в проміжку канадським бальзамом (прозорим для світла).

На передній грані призми природне світло розділяється на два променя, причому звичайний промінь відхиляється більше, так як

$$n_0 > n_c \left(n_0 = 1,659; n_c = 1,1515 \right) \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Кути зіставлених призм вибираються такими (див. рис. 1.4.6, кут OCA – кут між оптичною віссю кристала і гранню призми), щоб звичайний промінь на

межі склейки призм набував повного внутрішнього відображення, а незвичайний проходив через призми.

Показник заломлення клею $n < n_o$ ($n=1,549$), тому клей для звичайного променя є середовищем оптично менш щільним і цей промінь набуває повного внутрішнього відображення, а

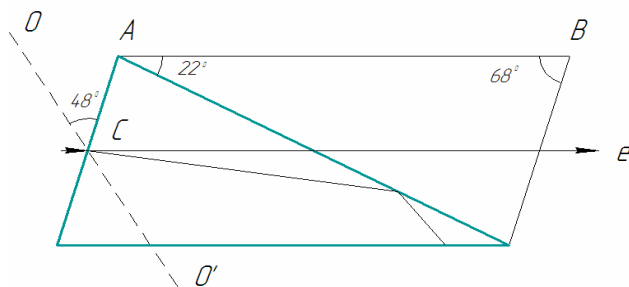


Рис. 1.4.6

потім поглинається зачорненими боковими стінками призми. Незвичайний промінь виходить з кристалу паралельно грані AB . Таким чином, призма Ніколя перетворює природне або частково поляризоване світло в світло лінійно поляризоване, площина коливань якого співпадає з головною площиною призми, що проходить через промінь і оптичну вісь OO' .

Прикладом подвійно заломлюючих призм можуть служити призми з ісландського шпату з різними напрямками оптичних осей. В першому випадку (рис. 1.4.7) звичайний промінь заломлюється в шпаті і склі два рази і, відповідно, сильно відхиляється. Незвичайний промінь виходить майже без відхилення, так як показник

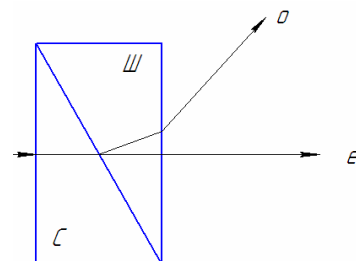


Рис. 1.4.7

заломлення скла вибраний близьким до n_o . В другому випадку різниця в орієнтації оптичних осей впливає на кут розходження між променями. Було виявлено, що всі двояко-заломлюючі кристали в деякій мірі поглинають світло.

Поглинання світла анізотропне: коефіцієнт поглинання неоднаковий для звичайного і незвичайного променів і залежить від напрямку поширення світла в кристалі. Це явище називається дихроїзмом.

В якості прикладу сильно дихроїчного природного кристалу можна навести турмалін, для якого коефіцієнт поглинання для звичайного променя в багато разів більше, ніж для незвичайного. Так пластинка турмаліну товщиною в 1 мм повністю поглинає звичайний промінь, тому світло, що проходить через

турмалін, виявляється лінійно поляризованим. Однак турмалін, як поляризатор, має багато недоліків, наприклад, він поглинає світло.

Зараз виготовляються штучні поляризатори, так звані поляроїди, що представляють собою тонкі плівки з целулоїду, в які вкраплені тонкі голки герпатиту (сірчаноокислого йод-хініну). Герпатит – двояко заломлююча речовина з дуже сильним дихроїзмом в області видимого світла. Пластика герпатиту товщиною уже в $0,1$ мм повністю поглинає всі звичайні промені видимої області спектру, являючись в такому тонкому шарі ідеальним поляризатором. Поляроїди порівняно дешеві, але їх недоліком є менша (порівняно з призмами з ісландського шпату) прозорість і деяка селективність, тобто залежність поглинання від довжини хвилі. Також поляроїди дають лише часткову поляризацію світла. При покращенні якості поляроїдів можливе широке застосування явища поляризації світла. Прикладом такого використання може служити усунення засліплюючої дії фар зустрічного автотранспорту. Уявимо, що фари автомашин і лобове скло водіїв обов'язково покриті поляроїдними плівками з однаковим напрямом пропускання. Нехай напрямок коливань, що пропускаються цими поляризаторами, складає 45° з горизонтальною площиною, а коливання направлені від лівого нижнього кутка до правого верхнього; див. рис. 1.4.7.

Світлові коливання які пропущені фарами, поляризовані. Світло від цих фар, розсіяне оточуючими тілами. Воно має такий же напрямок коливань і тому пройде без ослаблення через лобове скло водія. Зовсім інше положення для

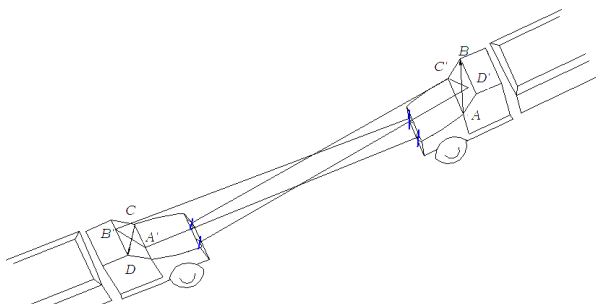


Рис. 1.4.8

світла, що пройшло крізь фари зустрічної машини, а саме: кожен водій бачить світло від власних фар, але не бачить світла зустрічних фар, так як напрям коливань світла зустрічної машини $A'B'$ (рис. 1.4.8) виявляється перпендикулярним до

напрямку пропускання CD даної машини.

Пристрої, що служать для аналізу ступеня поляризації світла, називаються аналізаторами. В якості аналізаторів використовуються ті ж самі пристрої, які служать для отримання лінійно поляризованого світла (призма Ніколя, поляроїди тощо). Різні кристали створюють різне за величиною і напрямком подвійне заломлення світла, тому, пропускаючи через них поляризоване світло і вимірюючи його зміну після проходження кристалу, можна визначити оптичні характеристики кристалів і провести мінералогічний аналіз (для цього ланцюга застосовуються поляризаційні мікроскопи).

Кристалічна пластинка між двома поляризаторами

Помістимо між двома поляризаторами P та P' пластину з одновісного кристалу (рис. 1.4.9). З поляризатора P вийде плоскополяризоване світло інтенсивністю I . Пройшовши крізь пластину (в загальному випадку) отримаємо еліптично-поляризоване світло. Його інтенсивність I' залежить від взаємного положення площин поляризаторів P і P' оптичної вісі пластини OO' , також від різниці фаз δ , яку набуває звичайний та незвичайний промені при проходженні через пластину.

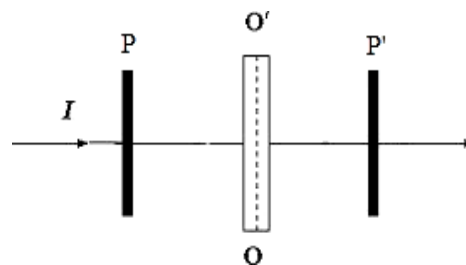


Рис. 1.4.9

Припустимо, що кут між площиною поляризатора P та оптичною віссю OO' дорівнює $\pi/4$. Розглянемо два випадки (рис. 1.4.10): поляризатори *паралельні* та *схрещені*.

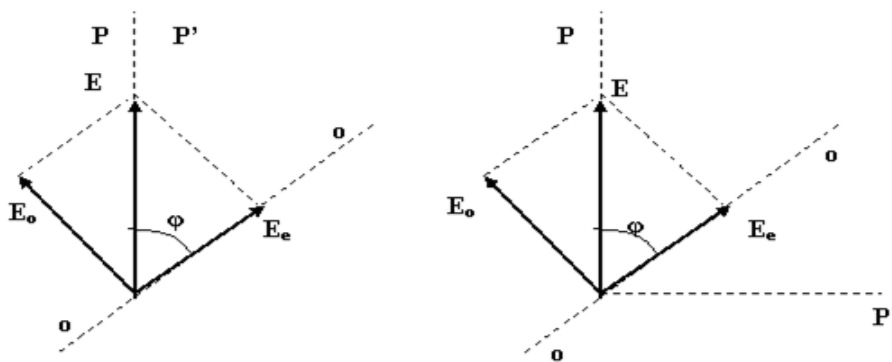


Рис. 1.4.10

Світлові коливання вийшли з поляризатора P (E , який лежить в площині P). При падінні на пластину, коливання вектора E збуджують два коливання – перпендикулярне до оптичної осі коливань E_o (звичайний промінь) та паралельні E_e (незвичайний). Данні коливання будуть когерентні.

Проходячи крізь пластину, коливання набувають різницю фаз δ , котра визначається товщиною пластини і різницею показників заломленні звичайного та незвичайного променів. Амплітуди цих коливань однакові і дорівнюють:

$$E_o = E_e = E \cos \frac{\pi}{4} = \frac{E}{\sqrt{2}},$$

де E – амплітуда хвиль, яка пройшла через перший поляризатор. Через другий поляризатор пройшли E_o і E_e згідно з напрямком площини P' . Їх амплітуди у будь-якому з випадків рівні амплітудам звичайного та незвичайного променів:

$$E'_o = \frac{E}{2}.$$

У випадку паралельних поляризаторів різниця фаз хвиль, які вийшли з поляризатора дорівнює δ (цю різницю фаз вони набули при проходженні крізь пластину). У випадку схрещених поляризаторів проекції вектора E_o і E_e мають різні напрямки на напрямок P' . Це означає, що виникає не тільки різниця фаз δ , а ще й додаткова різниця фаз, яка дорівнює π .

Хвилі, що вийдуть з другого поляризатора, будуть інтерферувати. Амплітуда $E_{\parallel}$ результуючої світлової хвилі у випадку паралельних поляризаторів визначається:

$$E_{\parallel}^2 = E_o'^2 + E_e'^2 + 2E_o'E_e'\cos\delta,$$

а у випадку коли поляризатори схрещені:

$$E_{\perp}^2 = E_o'^2 + E_e'^2 + 2E_o'E_e'\cos(\delta + \pi).$$

Штучне подвійне променезаломлення

В прозорих аморфних тілах, а також в кристалах кубічної системи може виникати подвійне променезаломлення під впливом зовнішнього середовища. Наприклад таке явище відбувається при деформації тіл. Мірою утвореної

оптичної анізотропії слугує різниця показників заломлення звичайного та незвичайного променів. Експериментальним шляхом визначено, що ця різниця пропорційна напруженню σ в даній точці (силі, що проходить через одиницю площі).

$$n_0 - n_e = k\sigma,$$

де k – коефіцієнт пропорційності, який залежить від властивостей речовини.

Помістимо скляну пластину Q між схрещеними поляризаторами P і P' (рис. 1.4.11).

Доки скло не деформовано, така система світло не пропускає. Якщо ж пластину деформувати, світло через систему починає проходити. По розташуванню кольорових ліній можна судити про розподіл напруги всередині пластини (рис. 1.4.12).

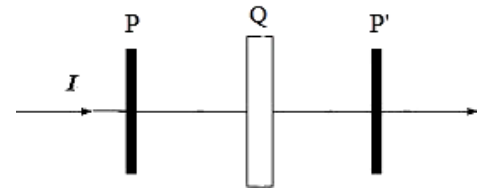


Рис. 1.4.11

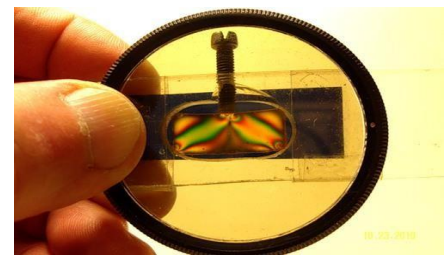


Рис. 1.4.12

На цьому заснований оптичний метод вивчення залишкових напруг, наприклад у деталях. Важливі деталі наприклад, кріплення від яких залежить життя людини, виготовляють з прозорого матеріалу і розташовують між двома поляризаторами. Потім деформують деталь так, як вона деформується саме в деталі і спостерігають розподіл та величину напруг. Також ефект подвійного променезаломлення спостерігається в рідинах і в аморфних твердих тілах під дією електричного поля. Цей ефект відкрив в 1857р. вчений Керр і це явище отримало назву ефект Керра.

Обертання площини поляризації

Деякі тіла мають властивість обертати площину поляризації. Вперше це явище було виявлено Д. Араго, 1811р. Якщо через кристал кварцу вздовж оптичної осі пропускати лінійно поляризоване світло, то площина поляризації обертається навколо напрямку променя. Речовини, що можуть обертати площину поляризації називаються оптично-активними.

Якщо між схрещеним поляризатором і аналізатором, що дають темне поле зору, помістити оптично активну речовину, то поле зору аналізатора стане світлішим, при повороті аналізатора на деякий кут φ . Так як поворотом аналізатора можна погасити світло, це означає, що світло, яке пройшло через оптично активну речовину, є *плоскополяризованим*.

Оптично активними можуть бути чисті рідини (скипидар, нікотин) і розчини (водні розчини цукру, глюкози), а також речовини в кристалічному стані. Всі речовини, оптично активні в рідкому стані, мають таку ж властивість і в кристалічному стані. Однак, якщо речовини оптично активні в кристалічному стані, то вони не є активними в рідкому стані (наприклад, розплавлений кварц). Звідси випливає, що оптична активність може визначатися як будовою молекул речовини, так і положенням частинок в кристалічній решітці. Одні речовини обертають площину поляризації за годинниковою стрілкою (право обертаюча модифікація), інші – проти годинникової стрілки (ліво обертаюча модифікація).

В оптично активних кристалах і чистих рідинах кут повороту φ площини поляризації світла дорівнює:

$$\varphi = \alpha l,$$

де α – коефіцієнт, що дорівнює куту повороту площини поляризації світла шаром оптично активної речовини одиничної товщини, і називається питомим обертанням, а l – товщина шару речовини.

Для розчинів

$$\varphi = \alpha C l,$$

де C – об'ємно-вагова концентрація оптично активної речовини в розчині ($\text{кг}/\text{м}^3$), α в даному випадку називається питомим обертанням розчину.

Вираз $\varphi = \alpha C l$, лежить в основі методу визначення концентрації C оптично активної речовини (наприклад, цукру в водному розчині). Прилади, що для цього використовуються, називаються поляриметрами або сахариметрами.

Принципова схема найпростішого сахариметра наведена на рис. 1.4.9. Дві

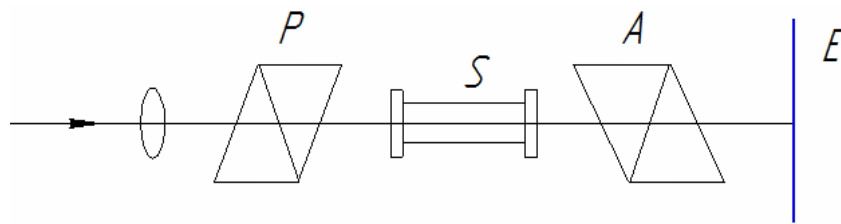


Рис. 1.4.9

поляризуючі призми (P , A) ставлять в схрещене положення так, що світло через них не проходить і поле зору на екрані E темне. Потім між призмами поміщують посудину S з досліджуваним розчином (посудина обмежена двома плоско паралельними пластинками, тому шлях світла в розчині строго фіксований), при цьому поле зору світлішає. Другу з призм (аналізатор A) треба повернути на кут φ (він відраховується за лімбом), щоб поле зору знову затемнити. За знайденим кутом повороту площини поляризації φ і відомому значенню α можна знайти концентрацію розчиненої речовини.

Контрольні питання

1. Яке світло називається природнім, поляризованим?
2. Які існують види поляризації? Площина поляризації.
3. Ступінь поляризації.
4. Поляризація світла при відбитті та заломленні.
5. Що називають кутом Брюстера?
6. Явище при подвійному променезаломленні. Кристали: оптична вісь кристала, головна площина кристала.
7. Який промінь називають звичайним, а який незвичайним?
8. Поляризаційні пристрої. Призма Нікола.
9. Що таке явище дихроїзму? Та як це явище використовують у поляроїдах?
10. Кристалічна пластинка між двома поляризаторами.
11. Штучне подвійне променезаломлення.
12. Які речовини називають оптично-активними? Явище обертання площини поляризатора.

Література:

1. Навчальний посібник для студентів вищих технічних і педагогічних закладів освіти / Кучерук І. М., Горбачук І. Т.; за ред. Кучерука І. М. - К.: Техніка, 1999. Том 3: Оптика. Квантова фізика. - 520 с
2. Бригінець В.П., Подласов С.О. Загальна фізика. Інтернет-ресурс за адресою <http://physics.zfftt.kpi.ua>
3. Оптика : навчальний посібник / А. В. Попов, Р. В. Вовк, В. І. Білецький. – 2-ге вид. – Х.: ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2018. – 100 с.

Лекція 5 Взаємодія електромагнітних хвиль з речовиною

Нормальна і аномальна дисперсія. Групова швидкість

Під дисперсією світла розуміємо явища, обумовлені залежністю коефіцієнта заломлення речовини від довжини світлової хвилі. Ця залежність характеризується функцією

$$n = f(\lambda_0), \quad (1.5.1)$$

де λ_0 – довжина світлової хвилі у вакуумі.

Розглянемо частковий випадок дисперсії світла – проходження світла крізь призму. Якщо крізь призму пропустити монохроматичний пучок світла (рис. 1.5.1), то, проходячи крізь грані призми, промені світла заломлюються, і промінь при виході з призми буде відхиленим на деякий кут φ .

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = \alpha_1 - \beta_1 + \beta_2 - \alpha_2 = \alpha_1 + \beta_2 - A. \quad (1.5.2)$$

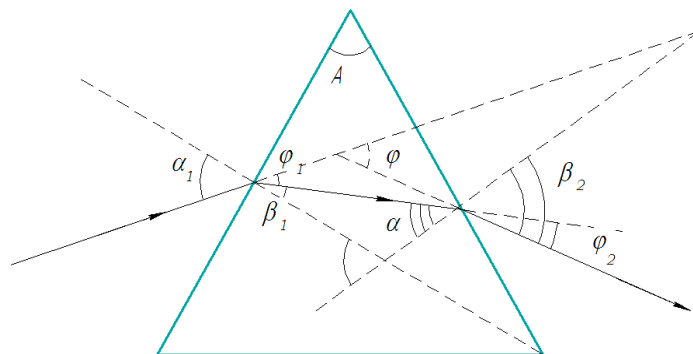


Рис. 1.5.1

Якщо розглядати малий заломлюючий кут призми і малий кут падіння променя, тоді всі кути – $\alpha_1, \beta_1, \beta_2$ будуть також малими і замість синусів цих кутів можна використовувати значення самих кутів. В даному випадку:

$$\frac{\alpha_1}{\beta_1} = n, \quad \frac{\alpha_2}{\beta_2} = \frac{1}{n}, \quad \alpha_1 + \beta_2 = A,$$

тому

$$\beta_2 = \alpha_1 n = n(A - \beta_1) = n \left(A + \frac{\alpha_1}{\pi} \right) = nA - \alpha_1,$$

або

$$\alpha_1 + \beta_2 = nA. \quad (1.5.3)$$

Із (1.5.2) та (1.5.3) випливає, що:

$$\varphi = A(n - 1). \quad (1.5.4)$$

Кут відхилення променя призмою дорівнює добутку заломлюючого кута на різницю між коефіцієнтом заломлення і одиницею.

Із співвідношення (1.5.4) витікає, що кут відхилення тим більший, чим більший заломлюючий кут призми; отже, для отримання більших відхилень променів потрібно користуватись призмами з більшими заломлюючими кутами. Оскільки n є функцією довжини хвилі, то промені з різною довжиною хвилі опиняться після проходження призми відхиленими на різні кути, тобто промені білого світла за призмою розкладаються на складові кольори (вперше це явище було виявлено Ньютоном). Таким чином, за допомогою призми, так само, як і за допомогою дифракційної решітки, світло можна розкласти в спектр, визначаючи, відповідно, його спектральний склад.

Однак між спектром, що дає дифракційна решітка, і спектром, що дає призма, є значні відмінності.

Дифракційна решітка розкладає падаюче світло безпосередньо за довжинами хвиль падаючого світла. В даному випадку за вимірними кутами, утвореним напрямками відповідних максимумів, можна вирахувати довжину хвилі. Призма розкладає падаючий пучок світла за величинами коефіцієнта

заломлення. Тому в даному випадку для визначення довжини хвилі світла, для речовини, з якої зроблена призма потрібно знати залежність $n = f(\lambda)$.

Складові кольори в спектрах дифракційної решітки і призми розміщуються по-різному. В дифракційній решітці синус кута відхилення пропорційний довжині хвилі. Отже, кут відхилення росте з довжиною хвилі, а тому червоні промені (вони мають більшу довжину хвилі) відхиляються дифракційною решіткою сильніше, ніж фіолетові. Призма ж розкладає промені в спектр за величиною коефіцієнта заломлення. Коефіцієнт заломлення для всіх прозорих речовин монотонно падає зі збільшенням довжини хвилі (рис. 1.5.2). Коефіцієнт заломлення червоних променів менший, ніж фіолетових, тому червоні промені призма відхиляє слабше, ніж фіолетові.

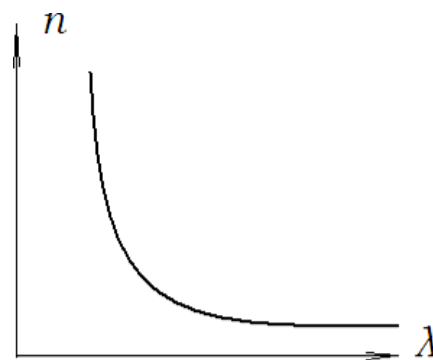


Рис. 1.5.2

Розглянемо ще одну величину – дисперсію речовини, що визначає як швидко змінюється коефіцієнт заломлення зі зміною довжини хвилі:

$$\eta = \frac{dn}{d\lambda}. \quad (1.5.5)$$

З рис. 1.5.2 випливає, що показник заломлення для прозорих речовин зі зменшенням довжини хвилі монотонно збільшується, отже, і величина $\frac{dn}{d\lambda}$ також зі зменшенням λ по модулю збільшується. Таку дисперсію називають нормальною. З цієї точки зору, як буде показано далі, хід кривої $n = f(\lambda)$, поблизу ліній і смуг поглинання не є нормальним (n зменшується при зменшенні довжини хвилі) і тому отримав назву аномальної дисперсії.

На явищі нормальної дисперсії обґрунтована дія призмових спектрографів. При визначенні спектрального складу світла за допомогою цих приладів існують деякі недоліки (необхідність градуювання, різна дисперсія в різних ділянках спектру), але вони знаходять широке застосування для цілей спектрального аналізу. Причина полягає в тому, що виготовлення хороших призм значно

простіше, ніж виготовлення хороших дифракційних решіток. В призмових спектрографах також легше виходить більша світлосила.

Електронна теорія дисперсії світла

Дисперсію світла можна розглядати як результат взаємодії електромагнітних хвиль з зарядженими частинками, що входять в склад речовини. Класична теорія дисперсії світла була розроблена після створення Лоренцом електронної теорії будови речовини.

З електромагнітної теорії світла випливає, що абсолютний показник заломлення середовища задається виразом:

$$n = \sqrt{\epsilon \mu}, \quad (1.5.6)$$

де ϵ – діелектрична проникність, а μ – магнітна проникність середовища. Для всіх прозорих діелектриків $\mu \cong 1$, тому:

$$n = \sqrt{\epsilon}. \quad (1.5.7)$$

Ця формула виконується тільки для розріджених газів. Для твердих тіл і рідин вона здебільшого не виконується. Так для води $\epsilon = 81$, а $n = 1,3$

Труднощі пояснення дисперсії світла з точки зору електромагнітної теорії повністю усуваються електронною теорією, яка дає молекулярне тлумачення формальному параметру ϵ і пояснює одночасно вплив частоти електромагнітного поля на ϵ , отже, на n .

Розглянемо електронну теорію дисперсії світла в однорідному діелектрику, формально роздивляючись дисперсію світла як наслідок залежності величини ϵ від частоти ω світлових хвиль. З електростатики відомо, що:

$$\epsilon = 1 + \chi = 1 + \frac{P_c}{\epsilon_0 E}, \quad (1.5.8)$$

де χ – діелектрична сприйнятливість середовища, ϵ_0 – електрична стала, P_c –
проекція вектора поляризації на напрям вектора напруженості $\vec{E}$ електричного поля.

Отже,

$$n^2 = 1 + \frac{P_c}{\varepsilon_0 E}. \quad (1.5.9)$$

У змінних полях великої частоти орієнтацій поляризація діелектрика з полярними молекулами практично відсутня, тобто для видимого світла ($\nu \sim 10^{15} \text{ Гц}$) величина ε обумовлюється лише електронною поляризацією цього середовища, тобто вимушеними коливаннями електронів в атомах середовища під дією електромагнітного поля світлової хвилі. Цим пояснюється, що $n = \sqrt{\varepsilon(\nu)} < 9$. Отже, для однорідного середовища:

$$P_c = n_0 p_c, \quad (1.5.10)$$

де n_0 – число атомів в одиниці об'єму, p_c – наведений дипольний момент атому.

При наближеному розрахунку приймаємо, що p_c визначається зміщенням лише оптичних електронів (зовнішні електрони атома найбільш слабо зв'язані з ядром).

Якщо атом має тільки один оптичний електрон, то:

$$p_c = -eX, \quad P_c = -n_0 eX, \quad (1.5.11)$$

де e – заряд електрона, X – зміщення електрона під дією електричного поля світлової хвилі. Знак мінус вказує на те, що вектори $\vec{p}_c$ і $\vec{P}_c$ протилежні по напрямку вектору X зміщення від'ємно зарядженого електрона. Із (1.5.9) і (1.5.11) випливає, що:

$$n^2 = 1 - \frac{n_0 eX}{\varepsilon_0 E}. \quad (1.5.12)$$

На оптичний електрон, що коливається, діють дві сили:

змушуюча сила

$$F = -eE = -eE_0 \cos \omega t, \quad (1.5.13)$$

де E_0 – амплітуда напруженості E , а $\omega = 2\pi\nu$ – циклічна частота світлової хвилі;

повертаюча сила взаємодії оптичного електрона з іншою частиною атома

$$F_b = -kx,$$

де k – коефіцієнт квазіпружної сили,

$$k = m\omega_0^2,$$

де m – маса електрона, ω_0 – циклічна частота вільних незатухаючих коливань в атомі. Таким чином

$$F_b = -m\omega_0^2 x. \quad (1.5.14)$$

Отримаємо, що диференціальне рівняння вимушених коливань електрона має вигляд:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -m\omega_0^2 x - eE_o \cos \omega t. \quad (1.5.15)$$

Вирішуючи це рівняння, отримаємо

$$x = \frac{-eE_o \cos \omega t}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} = \frac{eE}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}. \quad (1.5.16)$$

Таким чином, з (1.5.7) і (1.5.11) визначаємо

$$n = \sqrt{1 + \frac{n_o e^2}{m\epsilon_o(\omega_0^2 - \omega^2)}}, \quad (1.5.17)$$

Звідки випливає, що зі збільшенням ω від 0 до ω_0 n монотонно зростає

від $n(0) = \sqrt{1 + \frac{n_o e^2}{m\epsilon_o \omega_0^2}}$ до $+\infty$. Якщо $\omega = \omega_0$ значення, n^2 стрибкоподібно

змінюється від $+\infty$ до $-\infty$, а при збільшенні ω від ω_0 до ∞ , n^2 знову монотонно зростає від $-\infty$ до 1. Графік залежності n від ω представлений на рис. 1.5.3.

Перетворення показника n в ∞ не має фізичного змісту і було виявлено в результаті спрощеного припущення про відсутність затухання (електрон, приведений в коливання, поступово віддає свою енергію, його амплітуда коливань зменшується – рух затухаючий).

Якщо враховувати і ці обставини, то графік функції n від ω поблизу $\omega = \omega_0$ задається пунктирною областю АВ. З рис. 1.5.3 видно, що $n=1$ при $\omega = \omega_0$. Область АВ – область аномальної дисперсії, n зменшується при збільшенні частоти ω . Інші ділянки залежності n від ω описують нормальну дисперсію (зі зростанням ω (зі зменшенням λ) зростає і n).

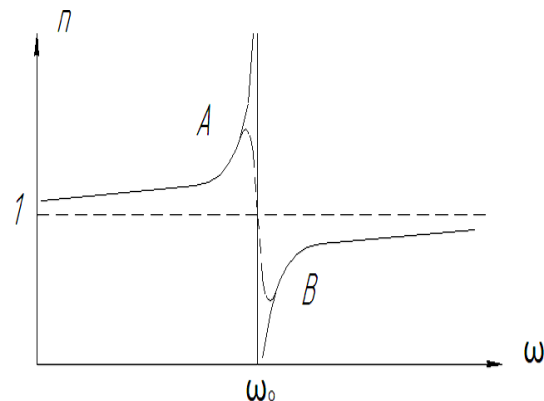


Рис. 1.5.3

Цей вивід залежності n від ω носить наближений характер. Більш точна теорія враховує, що кожна речовина характеризується набором різних циклічних частот ω_{0k} (а не однієї ω_0 , як враховували ми). Ця теорія враховує також дію внутрішнього електричного поля, що створюється оточуючими молекулами речовини тощо.

Рожественському належить класична робота по вивченню аномальної дисперсії в парах натрію. Він розробив інтерференційний метод для дуже точного вимірювання показника заломлення парів і експериментально показав, що формула (1.5.12) правильно характеризує залежність n від ω , а також ввів у неї поправку, що враховує квантові властивості світла і атомів.

Поглинання світла

Дослід показує, що при проходженні світла крізь шар речовини його інтенсивність зменшується. Це явище називається поглинанням світла в речовині (абсорбція світла). Зменшення інтенсивності є наслідком перетворення енергії електромагнітного поля хвилі в інші її види (наприклад, в енергію теплового руху атомів, тобто у внутрішню енергію речовини).

Вперше поглинання світла було вивчено П'єром Бугером (1720 р.), який показав, що ступінь ослаблення інтенсивності світла залежить від товщини шару речовини – x , і встановив емпіричну формулу, що зв'язує інтенсивність світла I з x (закон Бугера):

$$I = I_0 e^{-\mu x}, \quad (1.5.18)$$

де I_0 – інтенсивність падаючого світла, а μ – коефіцієнт поглинання, що залежить від довжини хвилі світла, хімічної природи і стану речовини. Згідно до закону Бугера інтенсивність світла зменшується в поглинаючій речовині експоненціально. При $x = 1/\mu$ інтенсивність буде в e раз менша, ніж I . Отже, коефіцієнт поглинання чисельно дорівнює одиниці, поділений на товщину шару речовини, при проходженні якого інтенсивність світла зменшується в e разів.

Коефіцієнт поглинання залежить від довжини хвилі світла λ (або частоти ω) і для різних речовин різних. Наприклад, одноатомні гази і пари металів характеризуються різкими «лініями» поглинання, ширина яких вимірюється часто в сотих долях ангстрема (так званий лінійчатий спектр поглинання; рис. 1.5.4).

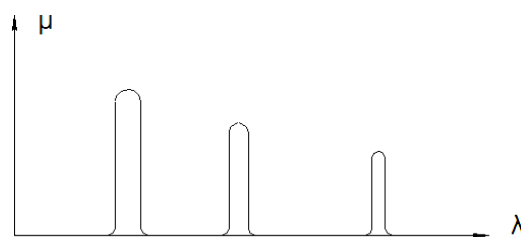


Рис. 1.5.4

Ці максимуми відповідають резонансним частотам коливань електронів в атомах.

Спектр поглинання багатоатомних газів являє собою ряд більш чи менш складних ліній поглинання. В діелектриках в зв'язку з відсутністю вільних електронів поглинання світла тісно пов'язано з явищем резонансу при вимушених коливаннях електронів в атомах і атомів у молекулах діелектрика. Поглинання велике лише в областях частот, близьких до частот власних коливань електронів в атомах і атомів в молекулах. Рідкі і тверді діелектрики мають, таким чином, складні спектри поглинання, що складаються з порівняно широких смуг поглинання, в межах яких коефіцієнт поглинання μ змінюється повільно. За межами цих ліній $\mu = 0$, тобто в даних областях діелектрики прозорі.

Метали практично непрозорі для світла (μ для них складає величину порядку десятків тисяч одиниць на сантиметр; для скла $\mu \approx 10^{-2} \text{ см}^{-1}$). Це зумовлено тим, що в металах є вільні електрони, які під дією електричного поля

світлової хвилі набувають руху – в металі виникають швидкозмінні струми, що супроводжуються виділенням джоулевої теплоти. У результаті енергія світлової хвилі швидко зменшується, перетворюючись у внутрішню енергію металу. Чим більша провідність, тим сильніше в ньому поглинання світла.

Яким чином зв'язані між собою коефіцієнти поглинання і заломлення? На рис. 1.5.5 представлена типова залежність коефіцієнту поглинання від довжини хвилі, а також залежність коефіцієнту

заломлення n в області лінії поглинання. З рисунку 1.5.5 випливає, що всередині лінії поглинання n зменшується зі зменшенням довжини хвилі, тобто дає аномальний хід. Однак поглинання речовини повинно бути досить значним, щоб вплинути на хід

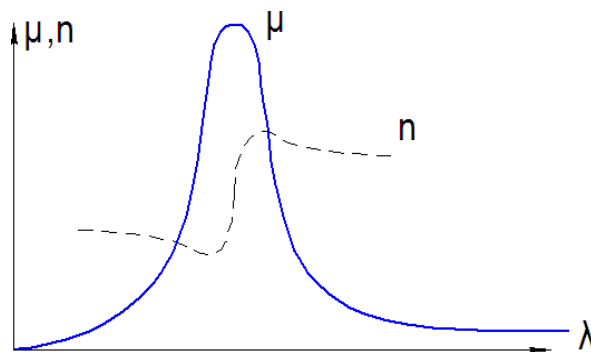


Рис. 1.5.5

коефіцієнту заломлення. Колір в світлі що проходить, спостерігається у розчинах барвників і мінералів і пояснюється вибірконим поглинанням.

Це явище використовується для виготовлення світлофільтрів. Якщо ми маємо не самосвітне тіло, то його колір залежить не тільки від оптичних властивостей поверхні (наприклад, кольору нанесеної на неї фарби), але і від спектрального складу падаючого світла. Наприклад, тіло, покрите червоною фарбою, буде здаватись чорним при освітленні його зеленим кольором, так як воно поглинає ці промені.

Явище поглинання широко використовується в абсорбційному спектральному аналізі суміші газів, заснованому на вимірюваннях спектрів частот і інтенсивністю ліній (смуг) поглинання. Структура спектрів поглинання визначається складом і будовою молекул, тому вивчення спектрів поглинання є одним з основних методів експериментального дослідження будови молекул.

Розсіювання світла

Якщо розглядати процес розсіювання світла з класичної точки зору, то світло, що проходить крізь речовину, викликає коливання електронів в атомах

речовини. В свою чергу електрони стають джерелом вторинних хвиль, які розповсюджуються навкруги. Здається, що це явище у будь-якому випадку повинно призвести до розсіювання світла. Однак вторинні хвилі є когерентними, тому необхідно врахувати їх інтерференцію.

При врахуванні даної інтерференції, у випадку однорідного середовища вторинні хвилі повністю гасять одна одну у всіх напрямках, крім напрямку розповсюдження первинної хвилі. Тому перерозподіл світла по напрямку розсіювання світла не відбувається.

Вторинні хвилі не поглинають одна одну в бічних напрямках тільки при розповсюдженні в неоднорідному середовищі. Світлові хвилі, дифрагують на неоднорідностях середовища і створюють дифракційну картину, яка характеризується достатньо рівномірним розподілом інтенсивності у всіх напрямках. Так дифракцію на мілких неоднорідностях середовища, називають розсіюванням світла.

Середовища, у яких оптична неоднорідність явно виражена називають мутними середовищами (дим, тумани, суспензії, емульсії (молоко), тверді тіла такі як перламутр). Світло, яке розсіюється на частинках, розміри яких значно менші ніж довжина хвилі світла, виявляється частково поляризованим. Це пояснюється тим, що коливання електронів, які обумовлені променем світла, що розсіюється, відбуваються в площині, перпендикулярній до променя світла. Коливання вектора E у вторинній хвилі відбуваються в площині, що проходить крізь напрям коливань зарядів. Тому світло, що розсіюється в напрямку, який перпендикулярний пуску світла, буде повністю поляризованим. В напрямку, в якому утворюється кут між променем і розсіюваним світлом, розсіюване світло частково поляризоване.

В результаті розсіювання світла в бічних напрямках інтенсивність в напрямку розповсюдження зменшується швидше, ніж у випадку тільки поглинання. Тому для мутних середовищ, використовується не тільки коефіцієнт поглинання χ , а також додатковий коефіцієнт χ' , який обумовлюється розсіюванням:

$$I = I_0 e^{-(x+x')l},$$

де x' – коефіцієнт екстинкції (const).

Якщо розміри неоднорідностей малі порівняно з довжиною хвилі (не більше $\sim 0,1\lambda$), інтенсивність розсіювання світла (I) виявляється пропорційною частоті в четвертій степені або обернено пропорційна четвертій степені довжині хвилі:

$$I \sim \omega^4 \sim \frac{1}{\lambda^4}.$$

Ця залежність називається – *закон Релея*.

Її легко зрозуміти, якщо врахувати, що потужність випромінювань заряду, що коливається пропорційна четвертій степені частоти і обернено пропорційна четвертій степені довжини хвилі.

Якщо розміри неоднорідностей та довжина хвилі близькі за значенням, то електрони в різних місцях неоднорідності коливаються з зсувом по фазі. Це значно ускладнює і приводить до інших закономірностей – інтенсивність розсіяного світла стає пропорційна квадрату частоти (обернено пропорційна квадрату довжини хвилі.) Проводячи прості досліди було виявлено, що в бічних напрямках більше короткохвильового світла, так як воно розсіюється краще (має блакитний відтінок), а в напрямку первинної хвилі спостерігається довгохвильовий діапазон хвиль.

Молекулярним розсіюванням світла називають розсіювання світла яке обумовлено флуктуаціями. Причина виникнення флуктуацій невпорядкований рух молекул. Ці явища підтверджуються тим, що небо має блакитний відтінок, а коли Сонце заходить, то промені розсіяного світла проходять середовище більшої товщини, тому воно насичене довгохвильовим світлом і має червоно-помаранчевий колір.

Ефект Вавілова-Черенкова

В 1934 р. П.О. Черенков, який працював під керівництвом С.І. Вавілова, відкрив ефект, який полягає у випромінюванні світла рідиною, на яку діють γ -

промені радію. Вавілов висловив думку, що джерелом випромінювання слугують швидкі електрони, які виникають під дією γ -променя.

Згідно електромагнітної теорії заряд, який рухається рівномірно, не випромінює електромагнітних хвиль. Однак, Тамм і Франк довели, що це справджується лише в тому випадку, якщо швидкість v зарядженої частинки не перевищує фазову швидкість c/n електромагнітних хвиль в тому середовищі в якому рухається частинка. При умові, що $v > c/n$, навіть, якщо вона рухається рівномірно, частинка випромінює електромагнітні хвилі. В дійсності, частинка втрачає енергію на випромінювання, в наслідок чого рухається з від'ємним прискоренням. Але це прискорення не є причиною, а є наслідком випромінювання. Якщо б втрата енергії за рахунок випромінювання відновлювалась якимось чином, то частинка, яка рухається рівномірно зі швидкістю $v > c/n$, все одно б була джерелом випромінювання.

Ефект Вавілова-Черенкова спостерігався для електронів, протонів і мезонів при русі їх в рідких і твердих середовищах.

В таких випромінюваннях більше хвиль з короткою довжиною хвилі, тому спостерігається блакитний відтінок.

Найбільша особливість цих випромінювання виявляється в тому, що воно проходить не у всіх напрямках, а лише в напрямках твірних конуса, вісь якого співпадає з напрямком швидкості частинки (рис. 1.5.6). Кут ϑ між напрямком розповсюдження випромінювань та вектором швидкості частинки визначається співвідношенням:

$$\cos \vartheta = \frac{c/n}{v} = \frac{c}{nv}.$$

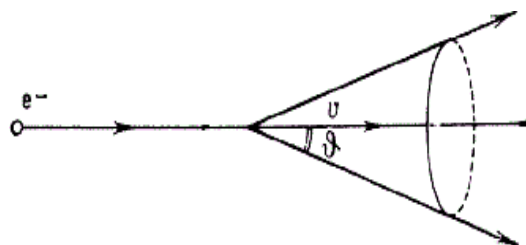


Рис. 1.5.6

Класичним прикладом ефекту Вавілова-Черенкова є блакитне світіння води в атомних реакторах (рис. 1.5.7).

Контрольні питання

1. Явище дисперсії світла. Нормальна та аномальна дисперсія.
2. Дисперсія світла у речовині.
3. Електрона теорія дисперсії світла.
4. Навести та охарактеризувати диференційне рівняння вимушених коливань електрона.
5. Поглинання світла. Закон Бугера.
6. Лінійчатий спектр поглинання.
7. Зв'язок між коефіцієнтом поглинання та заломлення.
8. Розсіювання світла.
9. Закон Релея.
10. Ефект Вавілова-Черенкова.

Література:

1. Навчальний посібник для студентів вищих технічних і педагогічних закладів освіти / Кучерук І. М., Горбачук І. Т.; за ред. Кучерука І. М. - К.: Техніка, 1999. Том 3: Оптика. Квантова фізика. - 520 с
2. Бригінець В.П., Подласов С.О. Загальна фізика. Інтернет-ресурс за адресою <http://physics.zffft.kpi.ua>
3. Оптика : навчальний посібник / А. В. Попов, Р. В. Вовк, В. І. Білецький. – 2-ге вид. – Х.: ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2018. – 100 с.

Розділ 2. Квантова оптика

Лекція 6 Теплове випромінювання

Тепловим випромінюванням називають випромінювання електромагнітних хвиль за рахунок внутрішньої енергії тіл. Приклади випромінювачів: сонце, електро- і теплонагрівачі тощо.

Будь-яке випромінювання світла (електромагнітних хвиль видимого діапазону) або електромагнітних хвиль невидимого діапазону відбувається

внаслідок переходу атомів, молекул, інших атомних та ядерних систем зі стану з більшою енергією у стан з меншою енергією. Теплове випромінювання відрізняється від інших видів тільки способом переведення системи, що випромінює, у збуджений стан. Так, у явищах теплового випромінювання перехід системи у збуджений стан відбувається за рахунок теплового руху атомів і молекул. Усі інші види випромінювання крім теплового випромінювання називається люмінесценція (з латини *luminis* - світло, -ESCENT- суфікс, що означає слабку дію).

Люмінесценцію класифікують за типом збудження:

- фотолюмінесценція – збудження світлом;
- радіолюмінесценція – збудження катодними променями (потік електронів) і рентгенівськими променями (жорстке електромагнітне випромінювання), приклад: випромінювання екрану телевізора;
- електролюмінесценція – збудження струмом (газовий розряд);
- триболюмінесценція – збудження механічним способом, наприклад - тертя;
- хемілюмінесценція – реакції окислення надають енергію для збудження (випромінювання фосфору, тощо). Приклади з природних явищ: північне і південне сяйво, випромінювання гнилого дерева, мінералів, комах тощо.

Будь-яке тіло стає видимим коли воно розсіює падаюче на нього світло, або коли випромінює його. У тих випадках, коли потоки енергії ідуть від тіл внаслідок їх теплового випромінювання, для опису і аналізу останнього можна залучати закони теплового випромінювання.

Визначення енергетичної світності (випромінюваності), позначення – R , одиниця випромінювання – $\frac{Вт}{м^2}$

Випромінюваність (R) – це потік променистої енергії, що випромінюється одиницею поверхні тіла ($1 м^2$) в межах тілесного кута 4π , тобто у всіх напрямках. R – функція температури T : $R=R(T)$; діапазон теплового випромінювання по довжинах хвиль λ або частотах ω – від нуля до нескінченності: $0 < \lambda < \infty$; $0 < \omega < \infty$. Визначення спектральної густини випромінювання (те саме –

випромінювальна здатність), позначення r_{ω} (також $r_{\omega T}$) або r_{λ} (також $r_{\lambda T}$), одиниця вимірювання:

$$[r_{\omega}] = \frac{Bm \cdot c}{m^2}, [r_{\lambda}] = \frac{Bm}{m^3},$$

r_{ω} – це потік променистої енергії з одиниці поверхні тіла, що випромінюється в інтервалі частот ω , $\omega + d\omega$ віднесений до величини інтервалу $d\omega$:

$$r_{\omega} = \frac{dR_{\omega}}{d\omega}, \quad (2.1.1)$$

r_{ω} є функцією частоти ω і температури T .

$$r_{\omega} = r_{\omega}(\omega, T) = r_{\omega T}.$$

Якщо випромінювання характеризувати довжиною хвилі λ , то вводиться випромінювальна здатність r_{λ} :

$$r_{\lambda} = \frac{dR_{\lambda}}{d\lambda}. \quad (2.1.2)$$

Будь-якому спектральному інтервалу ω , $\omega + d\omega$ відповідає інтервал λ , $\lambda + d\lambda$.

Через зв'язок між λ і ω можна встановити зв'язок між $d\lambda$ і $d\omega$.

$$\lambda = \frac{2\pi c}{\omega} \Rightarrow d\lambda = -\frac{2\pi c}{\omega^2} d\omega = -\lambda \frac{d\omega}{\omega} \Rightarrow \frac{d\lambda}{\lambda} = -\frac{d\omega}{\omega} \quad (2.1.3)$$

доля випромінюваності dr_{λ} , що припадає на інтервал λ , $\lambda + d\lambda$ дорівнює частині випромінюваності dR_{ω} відповідного інтервалу ω , $\omega + d\omega$:

$dr_{\lambda} = dR_{\omega}$ або згідно з (2.1.1) і (2.1.2):

$$r_{\lambda} d\lambda = r_{\omega} d\omega \quad (2.1.4)$$

або згідно з (2.1.3):

$$r_{\lambda} \frac{2\pi c}{\omega^2} d\omega = r_{\omega} d\omega \Rightarrow r_{\lambda} = \frac{2\pi c}{\omega^2} r_{\omega} = \frac{\lambda^2}{2\pi c} r_{\omega}. \quad (2.1.5)$$

Енергетична світність R_T є інтегральною випромінювальною здатністю:

$$R_T = \int dr_{\omega T} = \int r_{\omega T} d\omega \quad (2.1.6)$$

або

$$R_T = \int_0^{\infty} dR_{\lambda T} = \int_0^{\infty} r_{\lambda T} d\lambda. \quad (2.1.7)$$

Визначення поглинальної здатності тіла $a_{\omega T}$

Якщо на елементарну площину поверхні деякого тіла падає потік променистої енергії $d\Phi_{\omega} (Bm)$, який обумовлений електромагнітними хвилями, частота яких обмежена інтервалом $d\omega$, і при цьому частина потоку $d\Phi'_{\omega}$ буде поглинута тілом, то поглинальною здатністю тіла $a_{\omega T}$ називають відношення частини потоку $d\Phi'_{\omega}$, що була поглинута тілом, до потоку променистої енергії $d\Phi_{\omega}$, що падає на поверхню тіла:

$$a_{\omega T} = \frac{d\Phi'_{\omega}}{d\Phi_{\omega}},$$

$a_{\omega T}$ – величина безрозмірна; розмірність $d\Phi_{\omega} – Bm$.

За визначенням поглинальна здатність не може бути більшою за одиницю: $a_{\omega T} < 1$. Тіла, які повністю поглинають випромінювання в усьому діапазоні частот називають абсолютно чорними тілами. Реально таких тіл не існує. Для вивчення проблеми випромінювання використовуються моделі, які є близькими до абсолютно чорних тіл.

Отже, якщо $d\Phi'_{\omega} = d\Phi_{\omega}$, то $a_{\omega T} = 1$.

Тіла, для яких поглинальна здатність $a_{\omega T}$ є однаковою у всьому діапазоні частот називають сірими. Для таких тіл $a_{\omega T}$ є функцією лише температури, а для даної температури нагрятості тіла є величиною сталою: $a_{\omega T} = a_T = const < 1$.

Закон Кіргофа

Відношення випромінювальної здатності $r_{\omega T}$ тіла до його поглинальної здатності $a_{\omega T}$ є однаковим для всіх тіл, незалежно від їх природи, і є для всіх тіл

однією і тією ж універсальною функцією частоти (або довжини хвилі) і температури:

$$\frac{r_{\omega T}}{a_{\omega T}} = f(\omega, T), \quad (2.1.8)$$

$f(\omega, T)$ – універсальна функція Кірхгофа.

Дані величини $r_{\omega T}$ і $a_{\omega T}$ можуть значно змінюватись від одного тіла випромінювання до іншого, але їх відношення є однаковим для усіх тіл. Це означає у тому числі і таке, що будь-яке тіло за даної температури випромінює переважно ті ж за кольором, такої ж довжини хвилі, які воно за тієї ж температури найкраще, сильніше за інших поглинає.

Універсальна функція Кірхгофа дорівнює випромінювальній здатності абсолютно чорного тіла.

Дійсно, оскільки для абсолютно чорного тіла $a_{\omega T} = 1$, то згідно з (2.1.8)

$$r_{\omega T} = f(\omega, T). \quad (2.1.9)$$

Для визначення функції виду $f(\omega, T)$ досліджують випромінювання моделі абсолютно чорного тіла, якою слугує порожниста куля з отвором назовні, розміри якого незначні.

Промінь, що потрапляє у кулю через отвір (рис. 2.1.1), внаслідок численних актів відбивання від внутрішньої поверхні кулі буде практично повністю поглинутим. Внутрішню поверхню кулі покривають сажею, поглинальна здатність якої близька до одиниці. Така куля відповідно до закону Кірхгофа має випромінювальну здатність $r_{\omega T}$ близьку до функції Кірхгофа $f(\omega, T)$. Досліджуючи експериментально випромінювання такої кулі для різних температур нагріву T стінок порожнини, встановлюють вид $f(\omega, T)$.

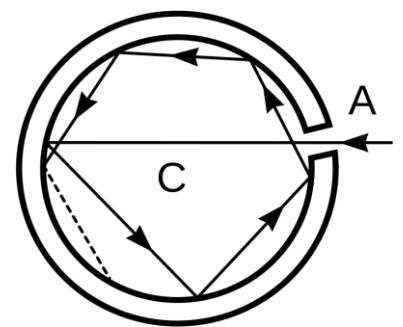


Рис. 2.1.1

Функцію Кірхгофа через параметри λ , T позначають $\phi(\lambda, T)$. Співвідношення між ними встановлюється на підставі (2.1.8), (2.1.9):

$$f(\omega, T) = \frac{2\pi c}{\omega^2} \varphi(\lambda, T) = \frac{\lambda^2}{2\pi c} \varphi(\lambda, T), \quad (2.1.10)$$

$$\varphi(\lambda, T) = \frac{\omega^2}{2\pi c} f\left(\frac{2\pi c}{\lambda}, T\right) = \frac{2\pi c}{\lambda^2} f\left(\frac{2\pi c}{\lambda}, T\right). \quad (2.1.11)$$

Прилади, які експериментально досліджують випромінювання, градуйовані, як правило, у довжинах хвиль λ . На рис.2.1.2 зображено приблизний вид функції $\varphi(\lambda, T)$, отриманий експериментально. Площа, що охоплюється кривою, дає випромінюваність R_T для абсолютно чорного тіла. З кривих видно, що зі зростанням температури T максимум кривої $\varphi(\lambda, T)$ зміщується у бік менших довжин хвиль.

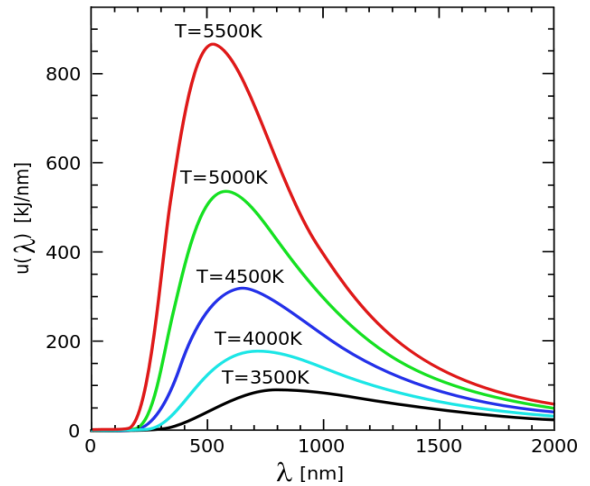


Рис. 2.1.2

Закон Стефана-Больцмана

Аналізуючи експериментальні дані дійшли висновку, що енергетична світність R_T для усіх тіл пропорційна T^4 . Подальші дослідження удосконалили цю залежність.

Больцманом було запропоновано вигляд для енергетичної світності абсолютно чорного тіла. Закон дістав назву закона Стефана-Больцмана:

$$R_T^* = \sigma T^4 \quad (2.1.12)$$

Знак "*" означає, що формула (2.1.12) стосується абсолютно чорних тіл. З функцією Кірхгофа R_T^* пов'язано так:

$$R_T^* = \int_0^\infty f(\omega, T) d\omega = \int_0^\infty \varphi(\lambda, T) d\lambda = \sigma T^4 \quad (2.1.13)$$

Коефіцієнт пропорційності σ дістав назву сталої Стефана-Больцмана:

$$\sigma = 5.7 \cdot 10^{-8} \frac{Вт}{м^2 \cdot K^4}$$

Закон зміщення Віна

Виходячи з електромагнітної теорії випромінювання, Він довів, що функція Кірхгофа $f(\omega, T)$ повинна мати вигляд:

$$f(\omega, T) = \omega^3 F\left(\frac{\omega}{T}\right),$$

тобто $f(\omega, T)$ пропорційна кубу частоти; введемо $F\left(\frac{\omega}{T}\right)$ – деяку функцію

прямої залежності від ω і оберненої від T . Переходячи до $\varphi(\lambda, T) = F\left(\frac{\omega}{T}\right)$ –

виразу за довжинами хвиль, матимемо:

$$\varphi(\lambda, T) = \frac{2\pi c}{\lambda^2} f(\omega, T) = \frac{2\pi c}{\lambda^2} \left(\frac{2\pi c}{\lambda}\right)^3 F\left(\frac{2\pi c}{\lambda T}\right) = \frac{1}{\lambda^5} \psi(\lambda, T) \quad (2.1.14)$$

$\psi(\lambda, T)$ – деяка функція довжини хвилі λ і температури T .

Досліджуючи функцію (2.1.13) на екстремум, Він встановив, що довжина хвилі $\lambda_{\max}$, на яку приходить максимум випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла (або функції Кірхгофа) і температура нагрятості T пов'язані співвідношенням:

$$T\lambda_{\max} = b = \text{const},$$

де b – стала Віна: $b = 2.9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К} = 2.9 \cdot 10^7 \text{ А} \cdot \text{К}$.

Закон Віна: максимум функції $\varphi(\lambda, T)$ – універсальної функції Кірхгофа, при підвищенні температури тіла, яке випромінює, зміщується у бік коротких хвиль, причому так, що виконується співвідношення $T\lambda_{\max} = b$.

Поняття рівноважного випромінювання

Розглянемо порожнину з нерухомими і непрозорими стінками, температура T яких підтримується сталою.

За рахунок теплової енергії, тобто теплового руху, атоми і молекули стінок, поглинаючи енергію, переходять у збуджений стан, при зворотних переходах – випромінюють енергію, яка заповнює цю порожнину. Падаючи на стінки

порожнини, промениста енергія частково поглинається, а частково відбивається. Унаслідок цих процесів у порожнині встановлюється макроскопічно цілком визначений стан випромінювання. Для нього характерне наступне: за кожний проміжок часу кількість променистої енергії (певного кольору, напряму поширення і поляризації), що випромінюється, в середньому рівна кількості променистої енергії, що поглинається. Тобто, виконується принцип детальної рівноваги – рівноваги у деталях.

Принцип детальної рівноваги: усякому мікропроцесу, що проходить у системі, з тією ж імовірністю відповідає процес, що іде у зворотному напрямі.

Завдячуючи таким процесам у порожнині встановлюється хаотичний стан випромінювання, якому відповідає найбільша імовірність.

Таке випромінювання називається рівноважним. Рівноважний стан є найбільш ймовірним станом.

Об'ємною густиною енергії випромінювання $U(\frac{D_{\omega}}{M^3})$ є кількість в одиниці об'єму простору. Її можна розкласти за частотами або довжинами хвиль.

Введемо поняття спектральної густини променистої енергії:

$$U_{\omega} = \frac{dU}{d\omega}, U_{\lambda} = \frac{dU}{d\lambda}.$$

Через коефіцієнти U_{λ} і U_{ω} об'ємна густина енергії V може бути записана так:

$$U = \int_0^{\infty} U_{\omega} d\omega = \int_0^{\infty} U_{\lambda} d\lambda. \quad (2.1.15)$$

Вирази $U_{\omega} d\omega$ і $U_{\lambda} d\lambda$ мають зміст об'ємної густини променистої енергії, яка приходить на інтервал частот ω і $\omega + d\omega$ або довжин хвиль λ , $\lambda + d\lambda$. У разі, коли частоти і довжини хвиль відносяться до одного і того ж спектрального інтервалу, можна записати:

$$U_{\omega} d\omega = U_{\lambda} d\lambda.$$

Теорія використовує параметр U_{ω} , в експерименті фігурує U_{λ} . Вони пов'язані між собою через λ і ω таким чином:

$$U_{\lambda} = \frac{\omega}{\lambda} U_{\omega} ,$$

що можна показати за допомогою співвідношень (2.1.14). Параметри U_{ω} і U_{λ} залежать від λ або ω і від T , а універсальна функція густини енергії – лише від T :

$$U_{\omega} = U_{\omega}(\omega, T) \quad ; \quad U_{\lambda} = U_{\lambda}(\lambda, T) \quad \text{але} \quad U = U(T).$$

Між рівноважною об'ємною густиною енергії U і енергетичною світністю абсолютно чорного тіла R_T^* зв'язок такий:

$$R_T^* = \frac{c}{4} U ,$$

де c – швидкість світла у вакуумі.

Таке ж співвідношення і між інтегралами (див. (2.1.12) і (2.1.13)):

$$\int_0^{\infty} f(\omega, T) d\omega = \int_0^{\infty} U_{\omega} d\omega ,$$

отже, рівняння виконується і для кожної спектральної складової випромінювання:

$$f(\omega, T) = \frac{c}{4} U_{\omega} . \quad (2.1.16)$$

Формула Релея-Джинса

Основна проблема теорії теплового випромінювання – визначення загального виду функції U_{ω} або $f(\omega, T)$. Релей і Джинс (1900, 1905) застосували до теорії "рівноважного випромінювання у порожнині", теорему класичної статистичної механіки про рівномірний розподіл кінетичної енергії за ступенями вільності. Згідно з цією теоремою у стані статистичної рівноваги на кожен ступінь вільності приходить у середньому енергія $E = \frac{1}{2} kT$, а не коливальні ступені $E_k = 2 \frac{1}{2} kT = kT$, де k – стала Больцмана.

Ця теорема зводить задачу визначення U_{ω} до визначення числа ступенів вільності у порожнині, теплове випромінювання якої можна розглядати як стоячі

електромагнітні хвилі. Якщо підрахувати щільність dU_ω хвиль у порожнині та врахувати, що середня енергія кожної хвилі $\langle E_k \rangle = kT$, то можна отримати функцію U_ω .

Підрахунки дають такий вираз для щільності стоячих хвиль:

$$dn_\omega = \frac{\omega^2 d\omega}{\pi^2 c^3},$$

де c – швидкість світла у вакуумі.

Середнє значення густини енергії, що приходить на інтервал частот $d\omega$ вираховується так:

$$\langle E_k \rangle dn_\omega = kT \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3}, \quad (2.1.17)$$

з іншого боку ця ж енергія (об'ємна густина енергії в інтервалі частот $d\omega$) позначається $U_\omega d\omega$.

Співставлення з (2.1.17) дає такий вираз для U_ω :

$$U_\omega = kT \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3}. \quad (2.1.18)$$

Цей вираз має назву *формули Релея-Джинса*. Для низьких частот формула непогано узгоджується з експериментом, але різко розходиться в ультрофіолетовому спектрі (рис. 2.1.3).

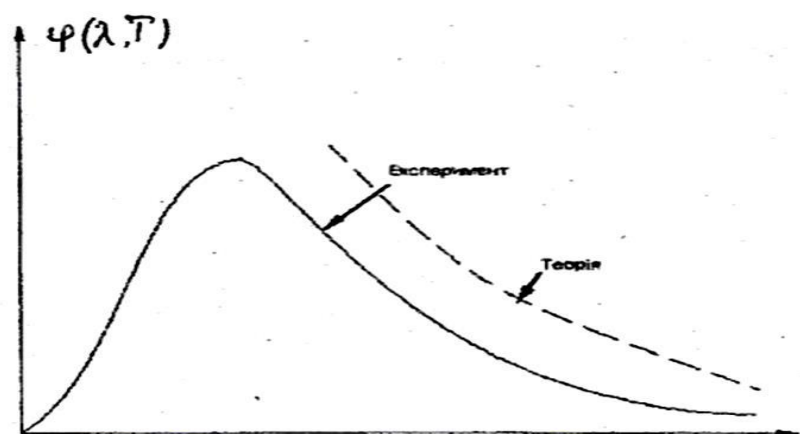


Рис. 2.1.3

Враховуючи (2.1.13) формула Релея-Джинса для $f(\omega, T)$ і $\phi(\lambda, T)$ дає такі вирази:

$$f(\omega, T) = \frac{\omega^2}{4\pi^2 c^2} kT, \quad (2.1.19)$$

$$\varphi(\lambda, T) = \frac{\omega^2}{2\pi c} \frac{\omega^2}{4\pi^2 c^2} kT = \frac{2\pi c}{\lambda^4} kT. \quad (2.1.20)$$

Планк з дещо інших міркувань одночасно з Релеєм і Джинсом отримав такий самий результат.

Цей результат дістав назву «ультрафіолетової катастрофи».

Інтегральна густина енергії згідно з формулою (2.1.17) прямує до нескінченності:

$$U = \frac{kT}{\pi^2 c^3} \int_0^\infty \omega^2 d\omega = \infty.$$

Це треба розуміти так: згідно з теорією класичної статистичної фізики система, яка складається з тіла, що випромінює, і власне самого випромінювання ніколи не дійде рівноваги; уся енергія системи буде зосереджена у випромінюванні, через те, що тіло має кінцеву кількість ступенів вільності, а випромінювання - нескінченну (можливі будь-які частоти випромінювання від 0 до ∞) (див. 2.1.16). Отже, оскільки $dn_\omega \sim \omega^2$, а інтеграл по частотах беремо від 0 до ∞ , то система має необоротно втрачати енергію і охолоджуватись.

Чому ультрафіолетова? Чим більша частота випромінювання, а це саме фіолетовий край, тим більшу енергію має квант такого випромінювання, саме ці кванти найінтенсивніше позбавляють систему тепла.

Формула Планка

Розходження формули Релея-Джинса (2.1.20) з експериментом привело до думки, що у природі теплового випромінювання мають місце якісь закономірності, несумісні з уявленнями класичної фізики і електродинаміки.

14 грудня 1900 року на засіданні Німецького фізичного товариства Планк зробив доповідь, у якій вперше була висловлена ідея квантів. Цей день вважається днем народження квантової фізики.

Гіпотеза Планка: випромінювання і поглинання речовиною світла відбувається не безперервно, а кінцевими порціями – квантами енергії (про

видимий діапазон говорять – кванти світла). Тобто, стоячі хвилі випромінювання порожнини можуть мати не будь-яку енергію, а $E, 2E, 3E, \dots, nE$.

Електромагнітне випромінювання порожнини пропонувалось розглядати як квантоване. Квантом енергії за Планком є величина:

$$E = h\omega,$$

де ω – циклічна частота випромінювання, $\omega = 2\pi\nu$; h – стала Планка,

$$h = 1.054 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} = 0.659 \cdot 10^{-15} \text{ еВ} \cdot \text{с}.$$

У механіці фізична величина, що має розмірність «енергія • час», називається «дія». Тому h ще називають «квант дії».

Якщо випромінювання відбувається порціями (квантами), то енергія випромінювання записується так:

$$E_n = n\hbar\omega, \text{ де } n = 0, 1, 2, \dots$$

Згідно з теорією ймовірності, якщо значення E дискретне, то величина енергії рівноважного стану розподіляється за законом Больцмана. Саме в цьому місці і виявив себе революційний підхід: введено було дискретність (квантованість) випромінювання та застосовано до нього іншу статистику. Тепер середнє значення енергії випромінювання визначалось так:

$$\langle E \rangle = \sum_n P_n E_n, \quad (2.1.21)$$

де P_n – ймовірність стану з енергією E_n .

Різні стани (n) мають різну ймовірність випромінювання P_n :

$$P_n = \frac{N_n}{N} = \frac{e^{-\frac{E_n}{kT}}}{\sum_n e^{-\frac{E_n}{kT}}}, \text{ де } E_n = n\hbar\omega.$$

Підставимо вираз для P_n в (2.1.21):

$$\langle E \rangle = \frac{\sum_n n\hbar\omega e^{-\frac{n\hbar\omega}{kT}}}{\sum_n e^{-\frac{n\hbar\omega}{kT}}}$$

– середнє значення енергії випромінювання на частоті ω .

Після перетворень матимемо:

$$\langle E \rangle = \frac{h\omega}{e^{kT} - 1}. \quad (2.1.22)$$

З (2.1.16) і (2.1.17) $U_\omega d\omega = \langle E \rangle dn_\omega \Rightarrow$ підставимо (2.1.19) $\Rightarrow$

$$U_\omega d\omega = \frac{h\omega}{e^{kT} - 1} \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} d\omega,$$

звідки маємо вирази формул Планка для U_ω , $f(\omega, T)$ та $\varphi(\lambda, T)$:

$$\begin{aligned} U_\omega &= \frac{\omega^3}{\pi^2 c^3} \cdot \frac{1}{e^{kT} - 1}, \\ f(\omega, T) &= \frac{\omega^3}{4\pi^2 c^2} \cdot \frac{1}{e^{kT} - 1}, \\ \varphi(\lambda, T) &= \frac{4\pi^2 \hbar c^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{kT/\lambda} - 1}. \end{aligned} \quad (2.1.23)$$

Енергетична світність R_T запишеться так:

$$R_T^* = \int_0^\infty f(\omega, T) d\omega = \int_0^\infty \frac{\omega^3}{4\pi^2 c^2} \cdot \frac{1}{e^{kT} - 1} d\omega = \frac{\pi^2 k^4}{60 \cdot c^2 \cdot \pi^3} T^4.$$

Звідси σ – стала Стефана-Больцмана, це коефіцієнт при T^4 :

$$\sigma = \frac{\pi^2 k^4}{60 \cdot c^2 \cdot \pi^3} = 5,699 \cdot 10^{-8} \left(\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4} \right),$$

що добре узгоджується з експериментальним значенням. Формула Планка (2.1.20) дає графік, який співпадає з експериментальним видом кривої $\varphi(\lambda, T)$.

Щоб знайти сталу Віна « b » з закону зміщення, треба взяти похідну від $\varphi(\lambda, T)$ (2.1.23) за довжиною хвилі, прирівняти до нуля (дослідження на екстремум) і знайти $\lambda_{\max}$, на яку приходить максимум функції $\varphi(\lambda, T)$.

Розрахунки дають:

$$T\lambda_{\max} = \frac{2\pi \cdot c}{4,965 \cdot k}.$$

Звідки $b = \frac{2 \cdot c}{4,965 \cdot k}$. Підраховане за цією формулою значення b співпадає з експериментальним.

Таким чином робимо висновок, що формула Планка, отримана на підставі нової теорії – теорії квантів, повністю описує криву теплового випромінювання.

Контрольні питання

1. Поняття теплового випромінювання.
2. Люмінесценція, класифікація.
3. Випромінюваність та спектральна густина випромінювання, поглинальна здатність тіла.
4. Закон Кіргофа. Універсальна функція Кіргофа.
5. Абсолютне чорне тіло, сірі тіла.
6. Навести функцію Кіргофа через параметр λ та T .
7. Закон Стефана-Больцмана.
8. Закон зміщення Віна. Стала Віна.
9. Рівноважне випромінювання. Об'ємна густина енергії випромінювання.
10. Формула Релея-Джинса. Аналітичний вираз.
11. "Ультрафіолетова катастрофа".
12. Гіпотеза та формула Планка.

Література:

4. Навчальний посібник для студентів вищих технічних і педагогічних закладів освіти / Кучерук І. М., Горбачук І. Т.; за ред. Кучерука І. М. - К.: Техніка, 1999. Том 3: Оптика. Квантова фізика. - 520 с
5. Бригінець В.П., Подласов С.О. Загальна фізика. Інтернет-ресурс за адресою <http://physics.zfftt.kpi.ua>
6. Оптика: навчальний посібник / А. В. Попов, Р. В. Вовк, В. І. Білецький. – 2-ге вид. – Х. : ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2018. – 100 с.

Лекція 7 Фотони

Гальмівне рентгенівське випромінювання

Квантова природа випромінювання підтверджується існуванням короткохвильової межі спектру гальмівного рентгенівського випромінювання (ГРВ).

Природним джерелом рентгенівських променів є Сонце. Штучно рентгенівські промені отримують в установці, схематично зображеній на рис. 2.2.1. У скляному балоні знаходяться катод K , анод A , фокусуючий циліндр $Ц$.



Рис. 2.2.1

Прискорені різницею потенціалів U електрони, бомбардують антикатод A . Майже уся енергія прискорених електронів, які гальмуються в матеріалі антикатада, переходять у тепло, але 1-3 % енергії випромінюється у вигляді електромагнітних променів, які після 15 років від їх відкриття було названо рентгенівськими.

Винахід Х-променів (1880) належить видатному українському фізику Івану Пулюю (1840-1918). У 1881 р. вченому за праці, присвячені катодним Х-променям, винахід та конструкцію самої трубки – трубки Пулюя (рис. 2.2.2), була вручена срібна медаль на світовій електротехнічній виставці у Парижі. Кілька вакуумних катодних трубок, які вже вироблялись серійно, Пулюй подарував німецькому вченому К.Рентгену (1845-1923). Перші дослідження і публікації Рентгена були лише у 1895- 96 р.

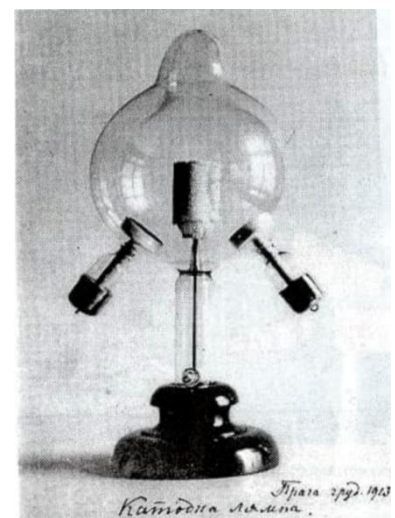


Рис. 2.2.2

Діапазон рентгенівського випромінювання по довжинах хвиль знаходиться

між γ -променями і УФ-променями:

$$10^{-4} \text{ \AA} \leq \lambda_p \leq 10^3 \text{ \AA}.$$

Жорстким вважається рентгенівське випромінювання з $\lambda_p < 2 \text{ \AA}$; м'яким називають випромінювання з $\lambda_p > 2 \text{ \AA}$ (таблиця 1).

Таблиця 1

$10^{-4} \text{ \AA}$	жорсткі промені
$2 \text{ \AA}$	м'які промені
$10^3 \text{ \AA}$	УФ
$\sim 4000 \text{ \AA}$	видиме світло
$\sim 8000 \text{ \AA}$	ІЧ світло

Потужність рентгенівського випромінювання P пропорційна добутку квадрату заряду електрона на квадрат прискорення процесу гальмування:

$$P \sim e^2 a^2.$$

Якщо час гальмування позначити τ , то енергія випромінювання

$$E = P \cdot \tau \sim e^2 a^2 \cdot \tau.$$

За умови, що $a = \text{const}$, $v_0 = a \cdot \tau$, де v_0 – початкова швидкість електронів біля поверхні антикатада. Отже, енергію E можна записати через швидкість прискорених електронів v_0 :

$$E \approx \frac{e^2 v_0^2}{\tau}.$$

Швидкість v_0 визначається з рівняння:

$$\frac{m v_0^2}{2} = eU, \quad (2.2.1)$$

де m – маса електрона, e – заряд, U – прискорююча напруга.

При напрузі $U \sim 50 \text{ кВ}$ швидкість $v_0 = 0,4c$, де c – швидкість світла у вакуумі:

$$v_0 = \sqrt{\frac{2eU}{m}},$$

$$\nu_0 = \frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 5 \cdot 10^4}{9,1 \cdot 10^{-31}} \approx 1,32 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}} \approx 0,4c.$$

У бетатроні, установці, яка прискорює електрони при високих напругах, – U прискорення сягає 50 МВ. При цьому електрони пришвидшуються до $\nu_0 \approx 0,99995c$. Під час бомбардування такими швидкими електронами антикатод випромінює жорстке рентгенівське випромінювання.

На рис. 2.2.2 зображено спектр ГРВ.

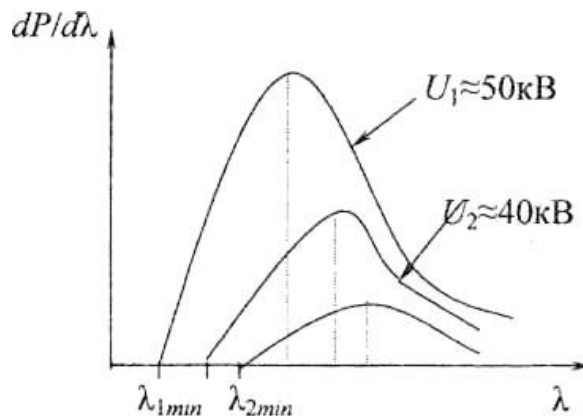


Рис. 2.2.2

По осі y відкладено спектральну густину потужності випромінювання, по осі x – довжину хвилі. Спектр є суцільним. Характерною ознакою цього спектру є наявність короткохвильової межі ГРВ $\lambda_{\min}$. З експерименту відомо, що між $\lambda_{\min}$ і прискорюючою напругою є прямий зв'язок:

$$\lambda_{\min} = \frac{12390}{U} (\text{\AA}). \quad (2.2.2)$$

Наявність короткохвильової межі можна пояснити лише виходячи з квантової природи випромінювання. Якщо останнє виникає за рахунок гальмування електрона, то енергія кванта $\hbar\omega_{\max}$ не може бути більшою за енергію прискореного електрона:

$$\hbar\omega_{\max} \leq eU. \quad (2.2.3)$$

Переходячи у рівнянні (2.2.3) до довжини хвиль, отримаємо співвідношення, яке визначає найменшу можливу довжину хвилі $\lambda_{\min}$ для деякої напруги U :

$$\lambda_{\min} \geq \frac{2\pi c}{\omega_{\max}} = \frac{2\pi c \hbar}{eU},$$

$$\lambda_{\min} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 1,05 \cdot 10^{-34}}{1,6 \cdot 10^{-19} U} = \frac{12390}{U} (\text{\AA}),$$

що співпадає з експериментальним значенням (2.2.2).

Визначення сталої Планка $\hbar$ за значенням $\lambda_{\min}$ зі спектрів ГРВ вважається найбільш точним.

Фотоефект

Уперше явище фотоефекту, тобто ефекту, випромінювання електронів речовиною під дією світла (рис. 2.2.3), було помічено Герцом (1887). Експеримент показав, що УФ-промені стимулюють проскакування іскри між кульками електророзрядника.

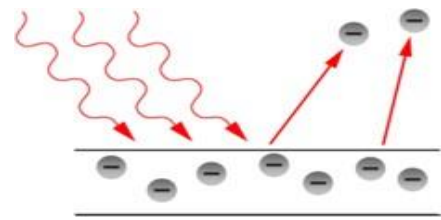


Рис. 2.2.3

У дослідах Столетова (1888-89) використовувалась установка, зображена на рис. 2.2.4. У колі конденсатора К з напівпрозорою пластиною і гальванометра Г, під'єднаного до батареї Б, струм з'являвся у тому випадку, коли одна з пластин конденсатора опромінювалась світлом. Тобто світло «з'єднувало» розірване коло постійного струму.

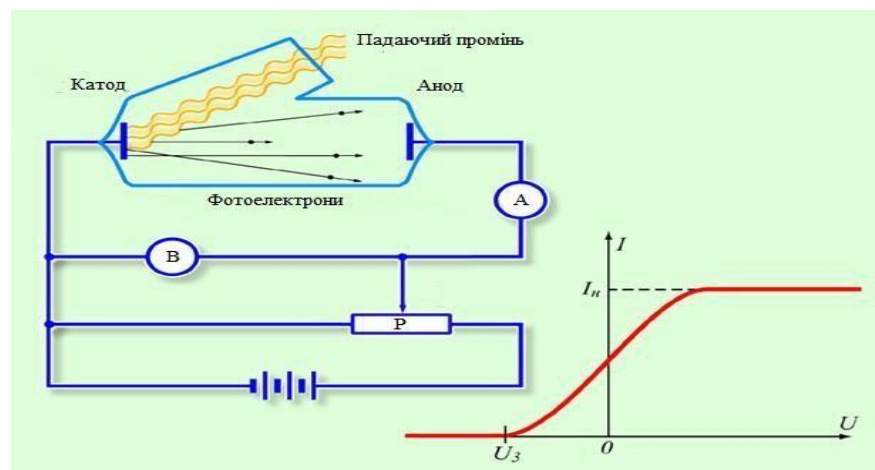


Рис. 2.2.4

З досліду можна було зробити висновки:

а) найактивніше випромінюють УФ-промені;

б) сила струму I через гальванометр Γ зростає зі збільшенням освітленості пластини;

в) знак носіїв струму – від'ємний.

Лише через 10 років було встановлено, що носіями струму у цьому досліді були електрони.

Ленардом і іншими дослідниками експеримент по вивченню закономірностей фотоефекту був удосконалений. Схематично установку зображено на рис. 2.2.5.

Опромінення катоду K проводилось через кварцову пластину, яка пропускає УФ. Батарея B під'єднана таким чином, що створюваний нею потенціал анода A є затримуючим. Потенціометр Π дає

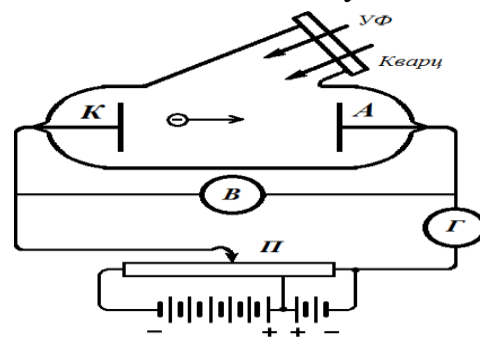


Рис. 2.2.5

можливість регулювати величину затримуючого потенціалу, який вимірюється вольтметром B . Вольт-амперна характеристика струму I , що фіксується гальванометром Γ зображена на рис. 2.2.6, де I_n – струм насичення, U_z – затримуюча напруга.

Подолати затримуючу від'ємну напругу можуть лише ті електрони, для яких справедливе співвідношення: $\frac{1}{2} m v_{\max}^2 = e U_z$,

тобто ті електрони, кінетична енергія яких не менша за роботу сил поля eU_z , що гальмує їх

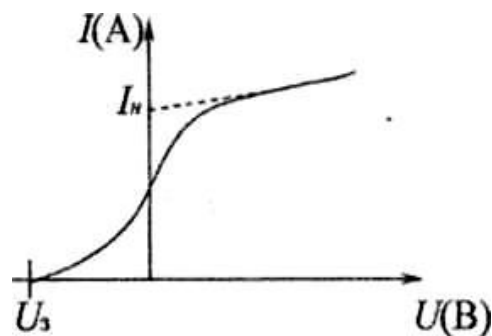


Рис. 2.2.6

рух. Вольт-амперна характеристика фотоефекту дала можливість з'ясувати, що $v_{\max}$ електронів не залежить від інтенсивності світла. У 1905 році Ейнштейн до пояснення фотоефекту залучив квантову теорію:

- 1) природа фотоефекту - квантова;
- 2) енергія пучка променів монохроматичного світла складається з квантів енергії величиною $h\nu$;
- 3) світло поглинається квантами;

4) *електрон, який виривається з поверхні металу, отримує цей квант цілком.*

Рівняння Ейнштейна для фотоефекту:

$$\hbar\omega \equiv \hbar\nu = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 + A, \quad (2.2.4)$$

де A – робота виходу електронів з металу. Якщо електрон виривається з поверхні металу, то робота A буде мінімальною (у таблиці занесене саме таке значення A), у такому разі кінетична енергія вирваного електрона $\frac{1}{2}mv_{\max}^2$ буде максимальною для даного кванта енергією $\hbar\nu$. Рівняння Ейнштейна (2.2.4) фактично є законом збереження енергії у фотоефекті.

Фотоефект не відбувається, якщо енергії кванта $\hbar\nu$ недостатньо для виривання електрона:

$$\hbar\nu < A \text{ (або } \hbar\omega < A).$$

Гранична частота, з якої почнеться фотоефект, визначається рівнянням:

$$(\hbar\nu \equiv) \hbar\omega_0 = A \Rightarrow \omega_0 = \frac{A}{\hbar},$$

де ω_0 – та мінімальна частота, при якій можливий фотоефект. Їй відповідає гранична (найбільша) довжина хвилі опромінюючого світла λ_0 :

$$\lambda_0 = \frac{2\pi c}{\omega_0}. \quad (2.2.5)$$

Для усіх довжин хвиль λ , коротших за λ_0 ($\lambda < \lambda_0$), фотоефект буде можливим. Довжина хвилі, яка визначається за (2.2.5) називається червоною межею фотоефекту ($\lambda_0 \equiv \lambda_{\text{чм}}$).

Висновки з дослідження фотоефекту:

а) струм насичення I_n (рис. 2.2.5) є пропорційним світловому потоку Φ , що викликає фотоефект;

б) максимальна швидкість фотоелектронів $v_{\max}$ пропорцій енергії квантів світла, тобто частоті опромінюючого світла.

З появою лазерів, які характеризуються ущільненими світловими потоками,

з'явилося поняття багатофотонних процесів у фотоефекті. Рівняння Ейнштейна для багатофотонного ефекту має вигляд:

$$N\hbar\omega = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 + A,$$

де N – кількість фотонів, що виривають спільними зусиллями один електрон. У таких процесах червона межа λ_{cm} просувається у бік довших хвиль:

$$\lambda_{cm} = N\lambda_0.$$

Фотони. Дослід Боте

З вивчення явищ теплового випромінювання та наявності короткохвильової межі гальмівного рентгенівського випромінювання зробили висновок – світло випромінюється квантами.

Досліджуючи явище фотоефекту зробили висновок – світло поглинається квантами.

Ейнштейн висловив припущення, що світло і поширюється квантами. Досліди Боте це підтвердили. Установка експерименту (рис. 2.2.6) складається з двох лічильників L світла, двох механічних пристроїв M , які фіксують сигнали з лічильників на рухомій стрічці C .

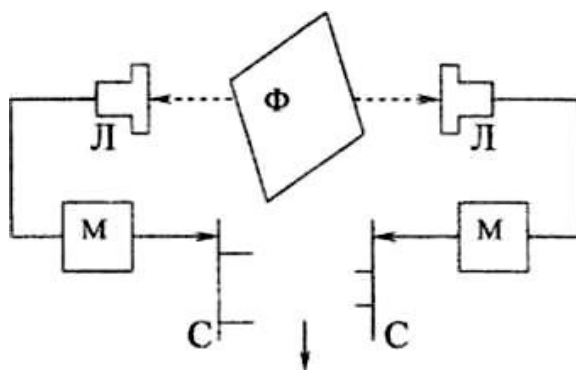


Рис. 2.2.6

Під впливом рентгенівських променів у фользі, що розміщується між двома лічильниками, спостерігається рентгенівська флуоресценція (слабке випромінювання), яка фіксується лічильниками і механічними пристроями M . Зафіксовані лівою і правою стрічкою C сигнали флуоресценції не є симетричними, що говорить про те, що лівий і правий лічильник L фіксують різні фотони і різну їх кількість. З чого і зробили висновок, що потік флуоресценції – не навіпіл поділений хвильовий потік, а потік квантів, рух яких є неузгодженим, випадковим, носить статистичний характер.

Отже, фотонна природа світла сто років тому була вже досить добре

досліджена і про фотони стало відоме наступне:

1) *Фотони – кванти електромагнітного випромінювання; для видимого діапазону – це кванти світла;*

2) *Енергія фотона $\varepsilon = \hbar\omega = \frac{2\pi\hbar c}{\lambda}$; для зеленого світла $\lambda \approx 5400\text{\AA}$, а енергія*

кванта $\varepsilon = 3,7 \cdot 10^{-19}\text{Дж} \approx 2,3\text{ eV}$;

3) *Маса спокою фотона дорівнює нулю: $m_0 = 0$;*

4) *Фотон завжди рухається зі швидкістю c ;*

5) *Імпульс фотона $p = \hbar k$, де k – хвильовий вектор; фотон летить у напрямі поширення світлової хвилі (електромагнітної хвилі); модуль хвильового вектора пов'язаний з довжиною хвилі випромінювання λ :*

$$|k| = \frac{2\pi}{\lambda}.$$

Розподіл фотонів по поверхні, що освітлюється, підпорядковується статистичним закономірностям. За освітленості у 50 люкс (норма для ока) при довжині хвилі зеленого світла $\lambda \approx 5400\text{\AA}$ на 1 см^2 поверхні падає $2 \cdot 10^{13}$ фотонів на секунду. Російський вчений С.І. Вавілов зі співробітниками досліджував флуктуації слабких світлових потоків. Висновки досліджень: якщо світловий потік порядку 200 фотонів на секунду, а саме від таких кількостей око починає реагувати на світло, можна спостерігати флуктуації світлового потоку, які носять статистичний (випадковий) характер.

Тиск світла

Розглянемо потік з N фотонів, які падають по нормалі на деяку поверхню площиною ΔS (рис. 2.2.7). Усі фотони об'єму $\Delta V = \Delta S c \Delta t$ чинитимуть тиск на поверхню ΔS , як мікрочастинки, що несуть імпульс $p = \hbar k$. За II законом Ньютона сила дії на стінку пов'язана зі зміною імпульсу фотонів: $F = \Delta p / \Delta t$. Якщо один фотон діє з силою F то для N фотонів формула тиску буде такою:

$$p = \frac{FN}{\Delta S} = \frac{\Delta p N}{\Delta t \Delta S}. \quad (2.2.6)$$

Формула (2.2.6) записана у проекціях на нормаль до поверхні ΔS . Кількість фотонів N з концентрацією n і об'ємом ΔV пов'язані так:

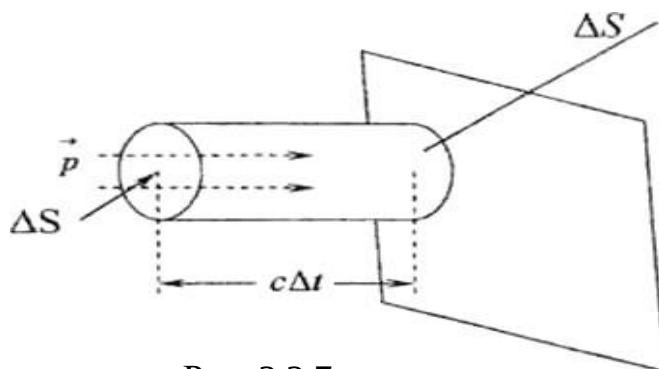


Рис. 2.2.7

$$N = n\Delta S c\Delta t. \quad (2.2.7)$$

Підставимо вираз для N у формулу тиску(2.2.6):

$$p = \frac{\Delta p n \Delta S c \Delta t}{\Delta t \Delta S} = \Delta p n c. \quad (2.2.8)$$

Зміну імпульсу покладемо $\Delta p = \hbar k$, то

$$P = n \hbar k c = \frac{2\pi \hbar c}{\lambda} = \frac{2\pi \hbar \omega n c}{2\pi c} = \hbar \omega n. \quad (2.2.9)$$

Оскільки $\hbar \omega$ – це енергія, то, так як $\varepsilon = \hbar \omega$,

$$P = cn = \frac{\varepsilon N}{V} = \frac{E}{V} = W, \quad (2.2.10)$$

де E – енергія N фотонів (потіку фотонів), а W – об'ємна густина енергії потоку фотонів.

Тиск фотонів відбивається на стінку дорівнює об'ємній густині електромагнітної енергії:

$$P = W \left(\frac{\text{Дж}}{\text{м}^3} = \text{Па} \right).$$

Якщо фотон відбивається від стінки дзеркально, то зміна імпульсу зростає удвічі: $\Delta p = 2\hbar k$, і також удвічі зросте тиск: $P = 2W$.

Ефект Комптона

Комптоном (1923) вивчалось розсіяння рентгенівського випромінювання різними речовинами. Схема його установки показана на рис. 2.2.8.

Діафрагми D_1 та D_2 виділяли вузький пучок монохроматичного рентгенівського випромінювання, який направлявся на розсіюючу речовину О. Спектральний склад розсіяного випромінювання досліджувався за допомогою рентгенівського спектрографа, який складався із кристалу К та іонізаційної камери С.

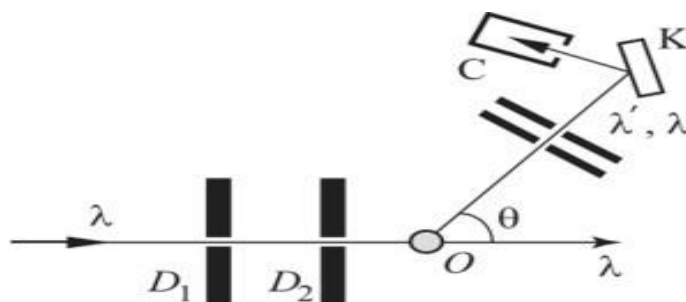


Рис. 2.2.8

З'ясувалося, що в розсіяному випромінюванні спектральних ліній, які відповідають довжині хвилі λ (падаючих рентгенівських променів), присутні лінії, довжина хвилі яких $\lambda' > \lambda$. При цьому виявилось, що зміна довжини хвилі $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ не залежить від λ , падаючої хвилі та роду речовини, що розсіює, а лише від кута θ між напрямом падаючої хвилі і напрямом розсіяння.

Експериментальне значення $\Delta\lambda$:

$$\Delta\lambda = 2\Lambda_0 \sin^2 \frac{\theta}{2}, \quad (2.2.11)$$

де Λ_0 – стала, яка має назву "комptonівська довжина хвилі, $0,0242 \text{ \AA}$:

$$\Lambda_0 = \frac{2\pi \hbar}{mc} = 0,0242 \text{ \AA},$$

де m – маса мікрочастинки, що розсіює рентгенівське випромінювання.

Графік інтенсивності розсіяного випромінювання I від λ для різних кутів розсіяння подано на рис. 2.2.9.

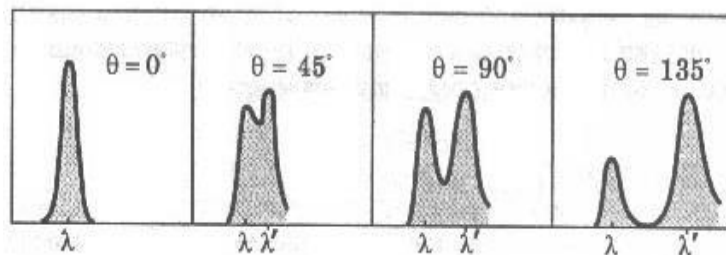


Рис. 2.2.9

Особливості розсіяння можна пояснити, якщо розглядати цей процес як акт пружного зіткнення рентгенівських фотонів з практично вільними електронами речовини. Застосуємо для опису закон збереження енергії та імпульсу для абсолютно пружного удару.

Фотон:

- енергія до взаємодії: $\varepsilon_{\phi} = \hbar\omega = \frac{2\pi c\hbar}{\lambda_n}$;
- імпульс: $\vec{p}_{\phi} = \hbar\vec{k}$;
- енергія після взаємодії (енергія розсіяного фотона): $\varepsilon'_{\phi} = \hbar\omega' = \frac{2\pi c\hbar}{\lambda'}$;
- імпульс розсіяного фотона: $\vec{p} = \hbar\vec{k}'$.

Електрон:

- енергія до взаємодії: $\varepsilon = m_0c^2$;
- імпульс до взаємодії: $p = 0$;
- енергія після взаємодії: $\varepsilon' = mc^2$;
- імпульс: $\vec{p} = m\vec{v}$.

Закони збереження запишемо так:

- енергії:

$$\hbar\omega + m_0c^2 = \hbar\omega' + mc^2;$$

- імпульсу:

$$\hbar\vec{k} = m\vec{v} + \hbar\vec{k}'.$$

(2.2.12)

Розділимо рівняння 2.2.12 на c отримаємо

$$mc = m_0c + \hbar(k - k');$$

Возведемо це рівняння в квадрат

$$m^2c^2 = (m_0c)^2 + (\hbar k)^2 + (\hbar k')^2 - 2(\hbar k)(\hbar k') + 2m_0c\hbar(k - k').$$

Із рисунка 2.2.10

$$(m\upsilon)^2 = (\hbar k)^2 + (\hbar k')^2 - 2(\hbar k)(\hbar k')\cos\theta,$$

де θ – кут між векторами $\vec{k}$ і $\vec{k}'$.

Віднявши з останнього рівняння передостаннє отримаємо:

$$m^2(c^2 - \upsilon^2) = m_0^2c^2 - 2\hbar k k'(1 - \cos\theta) + 2m_0c\hbar(k - k').$$

Враховуючи співвідношення $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \upsilon^2/c^2}}$, видно

$$\text{що } m^2(c^2 - \upsilon^2) = m_0^2c^2.$$

Таким чином

$$m_0c(k - k') = \hbar k k'(1 - \cos\theta).$$

Домножимо цю рівність на 2π та розділимо на $\hbar k k' m_0c$:

$$\frac{2\pi}{k'} - \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi\hbar}{m_0c}(1 - \cos\theta).$$

Враховуючи що $\frac{2\pi}{k} = \lambda$, отримаємо

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{2\pi\hbar}{m_0c}(1 - \cos\theta) = \lambda_0 2\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right),$$

що співпадає з експериментальними даними (2.2.11).

Цим ефект Комптона підтверджує фотонну теорію випромінювання та доводить правомірність застосування законів збереження енергії та імпульсу при взаємодії електрона і фотона як взаємодії корпускул (часточок).

Основний висновок частини 1 “Квантова оптика”: у цьому розділі наведено експериментальні дослідження та теоретичні міркування, що їх

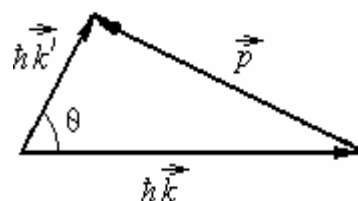


Рис. 2.2.10

пояснюють, які підтверджують корпускулярно-хвильовий дуалізм випромінювання (у тому числі – світла).

Межі застосування класичної теорії

Розмірність сталої Планка, – кванта дії, –

$$[\hbar] - Дж \cdot c = (\kappa\epsilon \cdot m \cdot c) / c^2 = \kappa\epsilon (m/c) m.$$

Таку саму розмірність має фізична величина – момент імпульсу (момент кількості руху):

$$\vec{L} = [\vec{r} \cdot \vec{p}] \Rightarrow [L] = \kappa\epsilon (m/c) m.$$

Критерії правомірності застосування класичної механіки ґрунтується на співставленні цих двох фізичних величин, $\hbar$ і L : якщо у даній фізичній системі чисельне значення деякої природної динамічної змінної з розмірністю кванта дії – сталої Планка, – є порівняння з самою сталою $\hbar$, то поведінка такої системи описується у рамках квантової механіки. Якщо змінні, що мають розмірність кванта дії, є великими у порівнянні з чисельним значенням $\hbar$, то системи з достатньою точністю описується законами класичної механіки.

Приклади.

Для оцінки параметрів розглянемо рух електрона у двох ситуаціях: (а) – в електронно-променевої трубки; (б) – на орбіті атома водню.

Розрахунки.

(а) $L_a = [r \cdot p]$; r трубку візьмемо порядку 10 см ; якщо прискорюється напруга $U = 10^4\text{ В}$, то $p = \sqrt{2meU} = (2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^4)^{0,5} = 5 \cdot 10^{-22} \text{ кг}(m^2/c)$;
 $L_a = 5 \cdot 10^{-22} \cdot 0,1 = 5 \cdot 10^{-23} \text{ кг}(m^2/c)$, де m і e - маса і заряд електрона, p – його імпульс.
 (б) $L_b = [r \cdot p]$; $r = 5 \cdot 10^{-22}$; $V = 5 \cdot 10^6 \text{ (м/с)}$; $L_b = 5 \cdot 10^{-22} \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 10^6 = 4,5 \cdot 10^{-35}$.

Бачимо, що у випадку (а) $\frac{L_a}{\hbar} = 10^{11}$, тобто момент кількості руху

електрона за порядком величини багато більший за сталу Планка, а у випадку

(б) $\frac{L_b}{\hbar} = 0,1 - L$ на порядок менше, отже використання класичної теорії не правомірне.

Контрольні питання

1. Гальмівне рентгенівське випромінювання. Схема установки.
2. Діапазон рентгенівських променів по довжині хвилі.
3. Спектр ГРВ. Квантова природа випромінювання.
4. Фотоефект. Дослід Столетова. Навести схему.
5. Дослід Ленарда. Наведіть схему установки та поясніть.
6. Квантова теорія фотоефекту Ейнштейна. Навести рівняння Ейнштейна для фотоефекту.
7. Дослід Боте. Навести схему та пояснити.
8. Фотонна природа світла.
9. Тиск світла.
10. Ефект Комптона.
11. Особливості розсіювання. Навести відповідні графіки та охарактеризувати їх.

Література:

7. Навчальний посібник для студентів вищих технічних і педагогічних закладів освіти / Кучерук І. М., Горбачук І. Т.; за ред. Кучерука І. М. - К.: Техніка, 1999. Том 3: Оптика. Квантова фізика. - 520 с
8. Бригінець В.П., Подласов С.О. Загальна фізика. Інтернет-ресурс за адресою <http://physics.zfftt.kpi.ua>
9. Оптика: навчальний посібник / А. В. Попов, Р. В. Вовк, В. І. Білецький. – 2-ге вид. – Х. : ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2018. – 100 с.