де $b = \frac{2k_2}{k_3}$, $\overline{C} = \frac{2k_1}{k_3} \cdot \varepsilon_{акт}$.

Це рівняння типу $\frac{dx}{dt} = ax^2 + bx + c$, можна розв'язати методом розділення змінних. Якщо $\Delta = (4ac - b^2) \prec 0$, то розв'язок може бути записаний таким чином

$$\frac{1}{\sqrt{-\Delta}} \ln \left| \frac{2ax + b - \sqrt{-\Delta}}{2ax + b + \sqrt{-\Delta}} \right| = \tau , \qquad (7)$$

де $\Delta = 4\overline{C} - b^2$.

Запишемо отримане диференціальне рівняння у вигляді

$$\int_0^{C^\bullet} \frac{dC^\bullet}{C^{\bullet 2} + bC^\bullet - \overline{C}} = -\frac{k_3}{2} \int_0^{\tau} d\tau . \qquad (8)$$

Його загальний розв'язок можна представити рівнянням

$$\frac{k_3 C^\bullet + k_2 + \sqrt{M}}{k_3 C^\bullet + k_2 - \sqrt{M}} = \frac{k_2 + \sqrt{M}}{k_2 - \sqrt{M}} e^{\sqrt{M \cdot \tau}} , \qquad (9)$$

де $M = 2 \cdot k_1 \cdot k_3 \cdot \varepsilon + k_2^2$.

Розрахунок констант k_1, k_2, k_3, виконували відносно $C^\bullet$ за допомогою пакета прикладних програм Mathcad. Результати розрахунку за рівнянням 9 засвідчили, що максимальні відхилення отриманих значень стаціонарних концентрацій від розрахованих за кінетичною моделлю [2] становить 20%. Таким чином, розглянута аналітична модель хімічних процесів, зокрема, утворення і рекомбінації гідроксильних радикалів, що відбуваються у воді під впливом гідродинамічної кавітації, достатньо точно описує їх кількісну зміну з часом.

1. Вітенько Т.М. Розподіл енергії при активації води в умовах кавітаційного перемішування / Т.М. Вітенько // Вісник Тернопільського державного технічного університету. – 2006. – т. 11. – № 4. – С. 214–219.
2. Вітенько Т.М. Гідродинамічна кавітація у масообмінних, хімічних і біологічних процесах: монографія / Т.М. Вітенько. – Тернопіль, в-во ТДТУ ім. І. Пулюя, 2009. – 224с.

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ТЕПЛООБМІНУ ПІД ЧАС ФІЛЬТРАЦІЙНОГО СУШІННЯ ДИСПЕРСНИХ КАПІЛЯРНО-ПОРИСТИХ МАТЕРІАЛІВ

Атаманюк В.М., Мальований М.С., Люта О.В.
Національний університет "Львівська політехніка"

Постановка проблеми. Фільтраційне сушіння відноситься до високоінтенсивних методів, суть якого полягає в профільтровування теплового агенту крізь пористу структуру стаціонарного шару в напрямку "шар дисперсного матеріалу – перфорована перегородка" за рахунок перепаду тисків. Кожна частинка шару при цьому омивається тепловим агентом, який фільтруючись крізь стаціонарний шар, віддає своє тепло і насичується вологою. Такий метод сушіння в стаціонарному шарі дає змогу забезпечити економічно доцільні швидкості фільтрування теплового агенту крізь вологий шар і відповідно коефіцієнти тепло- і масовіддачі. Відомо, що фільтраційне сушіння носить зональний характер. Тобто, під час фільтраційного сушіння фронт тепло- і масообміну в стаціонарному шарі вологого матеріалу переміщається в напрямку до перфорованої перегородки. Коли в шарі дисперсного матеріалу вологовміст твердих частинок досягне критичного значення, то наступає другий період сушіння. Температура цих частинок в процесі сушіння починає зростати і наближатися до температури теплового агенту. Під час фільтраційного сушіння теплота від теплового агенту до поверхні частинки передається конвективно, а від поверхні частинки до її внутрішніх шарів за рахунок теплопровідності. Необхідно відзначити складну будову вологих капілярно-пористих частинок щодо значень коефіцієнту теплопровідності. Частинка складається із твердого скелету, рідкої фази, якою є вода що заповнює пори та газової фази, що складається із повітря та водяної пари. В процесі висушування лише тверда фаза зберігає свій склад, кількість рідкої фази зменшується, а газоподібної зростає.

Математична модель. З метою спрощення математичної моделі приймається, що коефіцієнт теплопровідності має постійне усереднене значення, а всі частинки полідисперсного шару мають кулясту форму діаметром d. Все тепло, яке підводиться до шару йде на нагрівання частинок і випаровування внутрішньої вологи.

Тоді задача теплообміну у вигляді диференціального рівняння теплопровідності з граничним умовами:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \cdot \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \right),$$

$$T_{(r,\tau=0)} = T_0 ; \; t_{(z=0,\,\tau)} = t_n ,$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=0} = 0 , \tag{1}$$

$$-\lambda \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_{r=R} = \alpha \cdot \left[t_{\left(\tau',\; z\right)} - T_{(R,\,\tau)} \right],$$

або в безрозмірному вигляді:

$$\frac{\partial T}{\partial Fo} = \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} + \frac{2}{\varphi} \cdot \frac{\partial T}{\partial \varphi},$$

$$T_{(\varphi,\, Fo=0)} = T_0 ; \quad \left(\frac{\partial T}{\partial \varphi} \right)_{\varphi=0} = 0 \quad ,$$

$$t_{(\omega=0,\, Fo)} = t_n , \tag{2}$$

$$-\left(\frac{\partial T}{\partial \varphi} \right)_{\varphi=1} = Bi \cdot \left(t_{(\omega,\; Fo)} - T_{1,\,Fo} \right),$$

$$\frac{\partial t}{\partial \omega} + 3 \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial \varphi} \right)_{\varphi=1} = 0 ,$$

де $\varphi = r/R$ – безрозмірний радіус; r – біжучий радіус; R – радіус частинки, $\omega = a \cdot \xi \cdot (1-\varepsilon) \cdot z / \left(\upsilon_0 \cdot R^2\right)$ – безрозмірна висота шару; $\xi = \rho_s \cdot c_s / (\rho \cdot c)$ – відношення об'ємних теплот дисперсного матеріалу і теплового агенту; z - висота шару, υ_0 – фіктивна швидкість руху теплового агенту; a - коефіцієнт температуропровідності, ε – порізність.

Розв’язок системи (2) здійснювали операційним методом і у зображеннях має вигляд:

$$T_L(\varphi, s) - \frac{T_0}{s} = B \cdot \frac{sh\sqrt{s} \cdot \varphi}{\varphi},$$

$$T_L(1, s) - \frac{T_0}{s} = B \cdot sh\sqrt{s} \cdot \varphi,$$

$$\left[\frac{dT_L(\varphi, s)}{d\varphi}\right]_{\varphi=1} = B \cdot \left(\sqrt{s} \cdot ch\sqrt{s} - sh\sqrt{s}\right), \qquad (3)$$

$$\left(\frac{dT_L}{d\varphi}\right)_{\varphi=1} = Bi \cdot \left[F - T_L(1, s)\right],$$

$$\frac{dF}{d\omega} + 3 \cdot \left(\frac{dT_L}{d\varphi}\right)_{\varphi=1} = 0.$$

де F – зображення температури теплового агента $t(\omega, Fo)$, $\mathrm{B} = -\left(\mathrm{F} - \mathrm{T_0}/\mathrm{s}\right) \Big/ \left(1/\mathrm{Bi} \cdot \sqrt{\mathrm{s}} \cdot \mathrm{ch}\sqrt{\mathrm{s}} - \left(1 + 1/\mathrm{Bi}\right) \cdot \mathrm{sh}\sqrt{\mathrm{s}}\right)$, s – оператор Лапласа.

Остаточний розв’язок системи (3) у зображеннях має вигляд:

$$\frac{F - \frac{T_0}{s}}{\frac{t_n}{s} - \frac{T_0}{s}} = \frac{1}{s} \cdot \exp\left(-\frac{3 \cdot \omega}{\frac{1}{\sqrt{s} \cdot cth\sqrt{s} - 1} - \frac{1}{Bi}}\right). \qquad (4)$$

Висновок. Оригіналу, що відповідав би зображенню (4) немає, тому можливі лише наближені розв’язки. Враховуючи те, що інтенсивність конвективного теплообміну є значно вищою, ніж за рахунок теплопровідності, можна вважати, що $Bi = \infty$, тоді залежність (4) прийме вигляд:

$$\frac{F - \frac{T_0}{s}}{t_n - T_0} = \frac{1}{s} \cdot \exp\left(-3 \cdot \omega \cdot \left(\sqrt{s} \cdot cth\sqrt{s} - 1\right)\right). \qquad (5)$$

Отримані наближені розв’язки для $Fo << 1,\ Fo >> 1,\ \omega << 1,\ \omega >> 1$.

** Автори висловлюють щиру вдячність професору Я.М. Гумницькому за надану допомогу під час розв’язання вищенаведеної задачі.*