

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

В. А. Баженов, О. М. Паненко, О. М. Янковська

МОДЕЛІ ОПТИМАЛЬНОГО РОЗВИТКУ ЕНЕРГОСИСТЕМ

НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК

*Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
як навчальний посібник для студентів, які навчаються за спеціальністю
141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка»
освітньо-професійною та освітньо-науковою програмами магістерської
підготовки (спеціалізацією) «Електричні системи та мережі»*

Київ
КПІ ім. Ігоря Сікорського
2019

Рецензенти: *Тугай Юрій Іванович, докт. техн. наук*
Денисюк П. Л., канд. техн. наук, доц.

Відповідальний
редактор *Кацадзе Т. Л., канд. техн. наук, доц.*

Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського (протокол № 8 від 25.04.2019р.)

Електронне мережне навчальне видання

Баженов Володимир Андрійович, канд. техн. наук, доц.
Паненко Олена Миколаївна
Янковська Олена Максимівна

МОДЕЛІ ОПТИМАЛЬНОГО РОЗВИТКУ ЕНЕРГОСИСТЕМ

НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК

Моделі оптимального розвитку енергосистем: Навчальний посібник.

[Електронний ресурс] : навч. посіб. для студ. спеціальності 141

«Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка», освітньо-професійної та освітньо-наукової програм магістерської підготовки (спеціалізації) «Електричні системи та мережі» / В. А. Баженов, О. М. Паненко, О. М. Янковська; КПІ ім. Ігоря Сікорського.– Електронні текстові дані (1 файл: 4,32 Мбайт).– Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. – 78 с.

Навчальний посібник. Практикум з дисципліни «Моделі оптимального розвитку енергосистем» складається з чотирьох розділів. Розглянуто моделі і методи оптимізації структури генерувальних потужностей енергосистем, оптимізація розвитку електричних систем за допомогою градієнтних методів. Даний електронний ресурс призначений для студентів спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка»

© В. А. Баженов, О. М. Паненко, О. М. Янковська, 2019

© КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019

ЗМІСТ

Вступ.....	4
1. ПОБУДОВА ЛІНІЙНОЇ МОДЕЛІ ОПТИМІЗАЦІЇ СТРУКТУРИ ГЕНЕРУВАЛЬНИХ ПОТУЖНОСТЕЙ ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИЧНОЇ СИСТЕМИ.....	5
1.1. Загальні положення.....	5
1.2. Лінійна модель оптимізації структури генеруючих потужностей.....	6
1.3. Приклади побудови лінійної моделі оптимізації структури генеруючих потужностей.....	11
2. ОПТИМІЗАЦІЯ СТРУКТУРИ ГЕНЕРУВАЛЬНИХ ПОТУЖНОСТЕЙ ЕНЕРГОСИСТЕМ ЗА ДОПОМОГОЮ СІМПЛЕКС-МЕТОДУ.....	24
2.1. Загальні положення.....	24
2.2. Приклади оптимізації структури генерувальних потужностей.....	28
2.2.1. Розв'язання задачі лінійного програмування із застосуванням симплекс-методу.....	28
2.2.2. Приклади оптимізації структури генерувальних потужностей.....	35
3. ОПТИМІЗАЦІЯ РОЗВИТКУ ГЕНЕРУВАЛЬНИХ ПОТУЖНОСТЕЙ ЕЛЕКТРИЧНИХ СИСТЕМ.....	53
3.1. Рішення задачі оптимізації розвитку електростанцій енергосистеми за допомогою методу динамічного програмування.....	53
3.2. Приклади розв'язку задач оптимізації розвитку електростанцій енергосистеми.....	57
4. ОПТИМІЗАЦІЯ РОЗВИТКУ ЕЛЕКТРИЧНИХ СИСТЕМ ЗА ДОПОМОГОЮ ГРАДІЄНТНИХ МЕТОДІВ.....	64
4.1. Градієнтні методи.....	64
4.2. Приклад оптимізації режиму енергосистем.....	67
Список рекомендованої літератури.....	77

Вступ

Метою проведення практичних занять є закріплення студентами основ теоретичного матеріалу, викладеного в дисципліні "Моделі оптимального розвитку енергосистем".

На практичних заняттях розв'язуються задачі визначення оптимальної структури генерувальних потужностей за видами енергоресурсів і типами електростанцій, оптимізації розвитку електростанцій в енергосистемах. При вирішенні першої задачі знаходяться найбільш вигідні пропорції розвитку груп електростанцій різноманітного типу, що відрізняються видом використовуваного енергоресурсу, різницею у засобах виробництва електроенергії і типом основного устаткування. У рамках другої задачі розглядаються рішення з вибору місць розміщення і потужності конкретних електростанцій.

Вихідною інформацією для розв'язання задач оптимізації розвитку генерувальних потужностей енергосистем є техніко-економічні характеристики можливих типів нових електростанцій і ліній електропередачі, якісні та кількісні характеристики можливих до використання енергоресурсів, потреба узагальнених енерговузлів енергосистеми в потужності й енергії, район спорудження, обсяг капіталовкладень та ін. На практичних заняттях розглядаються теми: розробка лінійної моделі оптимізації структури потужностей енергосистеми, що генеруються, рішення задачі оптимізації структури за допомогою симплекс-методу, побудова спрощеної моделі оптимізації розвитку групи електростанцій одного з узагальнених енерговузлів і вирішення задачі оптимізації розвитку електростанцій методом динамічного програмування.

I. ПОБУДОВА ЛІНІЙНОЇ МОДЕЛІ ОПТИМІЗАЦІЇ СТРУКТУРИ ГЕНЕРУВАЛЬНИХ ПОТУЖНОСТЕЙ ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИЧНОЇ СИСТЕМИ

1.1. Загальні положення

При оптимізації розвитку електроенергетичних систем розв'язуються задачі оптимізації структури генерувальних потужностей за видами енергоресурсів і типами електростанцій, оптимізації розвитку електростанцій в енергосистемах.

При оптимізації структури генерувальних потужностей енергосистем визначаються найбільш вигідні пропорції розвитку груп електростанцій різноманітного типу, що відрізняються видом енергоресурсів, які використовуються, різницею у способах виробництва електроенергії і типом основного устаткування. При вирішенні задачі, як правило, виділяються такі типи електростанцій: конденсаційні паротурбінні електростанції (КЕС), атомні електростанції (АЕС), гідравлічні електростанції (ГЕС), теплоелектроцентралі (ТЕЦ), гідроакумуючі (ГАЕС) і газотурбінні електростанції (ГТС).

Задача оптимізації структури генерувальних потужностей вирішується для енергосистеми України на перспективу 15-20 років. Отримані рішення уточнюються при розробці схем розвитку енергосистем на перспективу 10-15 років.

Вихідною інформацією для вирішення задач оптимізації розвитку генерувальних потужностей енергосистем є дані про економічні і технічні характеристики можливих типів нових електростанцій, існуюча схема енергосистеми, інформація про характеристики нових ліній електропередачі, якісні і кількісні характеристики придатних для використання енергоресурсів, дані про динаміку зростання навантаження окремих енерговузлів та ін. Найбільші труднощі при оптимізації викликає велика кількість змінних, на зміну яких накладені численні лінійні і нелінійні обмеження, необхідність урахування динаміки розвитку системи, багатокритеріальність задачі.

Велика кількість змінних, необхідність урахування динаміки розвитку системи, великої кількості режимних і ресурсних обмежень: баланс потужності та енергії в енерговузлах і в цілому в енергосистемі, пропускна здатність існуючих і нових ліній електропередачі, можливість використання різноманітних енергоресурсів, можливість будівництва призводять до істотних ускладнень при розробці ефективних методів і алгоритмів оптимізації і до неможливості вирішення задачі в повному обсязі навіть на найсучасніших ПЕОМ [9]. Тому загальну задачу оптимізації розвитку генерувальних потужностей енергосистем спрощують і приводять до задачі лінійного програмування [1,4]:

визначити мінімум функції

$$\Phi = \sum_{j=1}^J q_j x_j, \quad (1.1)$$

при наявності обмежень у вигляді рівностей і нерівностей

$$\sum_{j=1}^J a_{ij} x_j \geq b_i, \quad i=1,2,\dots,I, \quad (1.2)$$

де

$$x_j \geq 0, \quad j=1,2,\dots,J \quad (1.3)$$

У виразах (1.1)–(1.3) x_j - змінні, що оптимізуються; a_{ij} - коефіцієнти для змінних, які використовуються для запису основних обмежень задачі; q_j - коефіцієнти функціоналу, які, як правило, відповідають питомим приведеним динамічним витратам на одиницю зміни j -ї змінної.

Для вирішення задачі (1.1)–(1.3) використовується симплекс-метод, застосування якого розглянуте в розділі 2.1.

Після завершення процесу оптимізації необхідно визначити оптимальні потужності груп електростанцій першого і другого енерговузлів, річні витрати різноманітних видів палива в енергосистемі, необхідний обсяг капіталовкладень на впровадження нових генерувальних потужностей і зведені витрати на спорудження та експлуатацію електростанцій і ліній електропередачі. Крім того, повинні бути побудовані графіки зміни потужностей груп електростанцій енерговузлів, пропускної спроможності нових ліній електропередачі і зведених витрат у процесі оптимізаційного розрахунку. Результати оптимізації повинні бути нанесені на розрахункову схему енергосистеми.

1.2. Лінійна модель оптимізації структури генерувальних потужностей

При обґрунтуванні рішень щодо оптимізації структури генерувальних потужностей України та країн СНД на 12-15-річну перспективу широко використовуються лінійні математичні моделі [7,9]. При їхньому застосуванні задача оптимізації структури генерувальних потужностей спрощується і зводиться до задачі лінійного програмування (1.1)–(1.3). Характерною рисою лінійної моделі є лінійна залежність між цільовою функцією і змінними, зміна яких, у свою чергу, описується лінійною системою рівнянь зв'язку й обмежень.

Розглянемо основні принципи побудови лінійної моделі оптимізації структури генерувальних потужностей енергосистеми при статичній постановці задачі.

Енергосистема розглядається у вигляді узагальнених вузлів навантаження $j=1,2,\dots,J$.

Для кожного з вузлів задаються навантаження P_j , необхідні резерви потужності $P_j^{рез}$ і потреба в електроенергії E_i , типи електростанцій, заплановані до спорудження

$$r = 1, 2, \dots, R$$

і можливі види палива, яке використовується

$$i = 1, 2, \dots, I.$$

Зображення узагальнених вузлів навантаження, можливих електричних і паливних зв'язків у лінійній моделі енергосистеми показані на рис. 1.1. Суцільною лінією показані електричні зв'язки, а пунктиром - паливні.

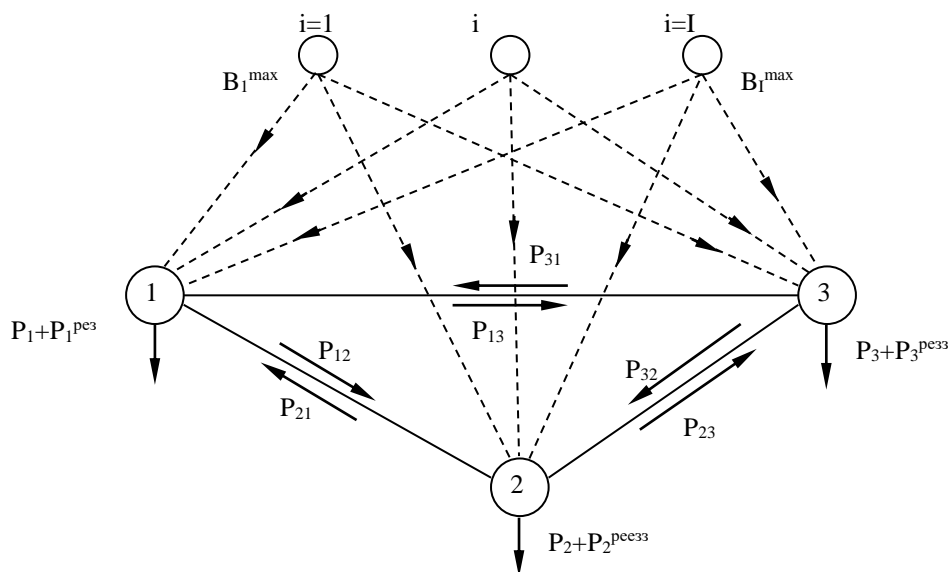


Рисунок 1.1 – Електричні і паливні зв'язки узагальнених вузлів навантаження в лінійній моделі енергосистеми

Методи лінійного програмування потребують змінних, які не набувають від'ємних значень. Тому перетоки потужності й енергії по міжсистемних зв'язках рекомендується представляти у вигляді суми двох протилежних потоків P_{12} і P_{21} , E_{12} і E_{21} .

Для кожного місця спорудження електростанцій необхідно знати максимально можливі встановлену потужність P_{rij}^{\max} і відпуск енергії E_{rij}^{\max} , розмір питомої витрати палива b_{rij} і число годин використання встановленої потужності T_{rij} , а також гранично припустимі рівні споживання B_i^{\max} кожного виду палива.

При вирішенні задачі оптимізації структури генерувальних потужностей змінними, які оптимізуються, є потужності і відпуск енергії електростанціями вузлів навантаження, потоки потужності та енергії по міжсистемних зв'язках.

Цільовою функцією при оптимізації є зведені витрати на спорудження й експлуатацію електростанцій і ліній енергосистеми [7;9]

$$\Phi = \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I \sum_{r=1}^R Z_{rij} P_{rij} + \sum_{je} Z_{je} P_{je}^{нов}, \quad (1.4)$$

де Z_{rij} - питомі зведені витрати для електростанції типу r , що працює на паливі та розташованій у вузлі j ; P_{rij} - потужності електростанцій; Z_{je} - питомі зведені витрати в лінії електропередачі; $P_{je}^{нов}$ - пропускна здатність нових ліній.

Питомі зведені витрати для електростанцій, що споруджуються, визначаються за виразом:

$$Z_{rij} = \frac{\varphi_{rij}^{pez} E_n K_{rij} + I_{rij}^{nocm} + \varphi_{rij}^e I_{rij}^m}{P_{rij}}, \quad (1.5)$$

де K_{rij} - капіталовкладення в електростанцію, що споруджується; P_{rij} - проектна потужність електростанції; I_{rij}^{nocm} , I_{rij}^T - постійна і паливна складова щорічних витрат; φ_{rij}^{nocm} , φ_{rij}^e - коефіцієнти, що враховують потребу електростанцій даного типу в резерві і витратах на власні потреби.

Капіталовкладення K_{rij} записуються у вигляді

$$K_{rij} = K_{rij}^{num} \cdot P_{rij}, \quad (1.6)$$

де $K_{rij}^{y\delta}$ - питомі капіталовкладення в спорудження електростанції, яка розглядається. З урахуванням (1.6), щорічні витрати дорівнюють:

$$I_{rij} = I_{rij}^{пост} + \varphi_{rij}^e I_{rij}^T = \varphi_{rij}^{pez} K_{rij}^{y\delta} P_{rij} P_{rij}^{nocm} + \varphi_{rij}^e Z_{ij}^m b_{rij} T_{rij}, \quad (1.7)$$

де P_{rij}^{nocm} - питомий показник постійних витрат; Z_{ij}^T - кінцеві витрати на паливо i -го виду в j -му вузлі. Після підстановки (1.6) і (1.7) у (1.5) остаточно отримуємо:

$$Z_{rij} = \varphi_{rij}^{pez} K_{rij}^{num} (E_n + P_{rij}^{nocm}) + \varphi_{rij}^e Z_{ij}^m b_{rij} T_{rij} \quad (1.8)$$

Для існуючих електростанцій Z_{rij} приймаються рівними паливній складовій.

Значення величин K_{rij}^{num} , P_{rij}^{nocm} , b_{rij} , T_{rij} , φ_{rij}^{nocm} , φ_{rij}^e , Z_{ij}^T визначаються з табл. 1.1, 1.4 і 1.5.

Питомі зведені витрати для ліній електропередачі розраховуються за допомогою виразу:

$$Z_{ie} = K_{ie}^{num} (E_n + p_a), \quad (1.9)$$

де K_{ie}^{num} - питомі капіталовкладення на 1 кВт пропускної здатності лінії; p_a - сумарні відрахування на амортизацію, ремонт і обслуговування. Для існуючої лінії електропередачі K_{ie}^{num} приймаються рівними нулю.

Значення величин K_{ie}^{num} і p_a наведені в табл. 1.2.

Задача вирішується з урахуванням таких обмежень [7,9]:

1. Умови балансу потужності у вузлах мережі:

$$\sum_{i \in j} \sum_{r \in j} P_{rij} + \sum_e P_{ej} (1 + \alpha_{ej}^{\pi}) - \sum_e P_{ej} = P_j + P_j^{pez}, \quad (1.10)$$

де \sum_e означає, що підсумовування здійснюється за вузлами, які безпосередньо пов'язані із вузлом j ; α_{ej}^{π} - коефіцієнт урахування втрат потужності в лінії при передачі з вузла e у вузол j ($\alpha_{ej}^{\pi} = 0,05$).

2. Умови балансу енергії у вузлах:

$$\sum_{i \in j} \sum_{r \in j} P_{rij} T_{rij} + \sum_e E_{ej} (1 + \alpha_{ej}^{\epsilon}) - \sum_e E_{ej} = E_j, \quad (1.11)$$

де α_{ej}^{ϵ} - коефіцієнт урахування втрат енергії в лінії при передачі з вузла e у вузол j ($\alpha_{ej}^{\epsilon} = -0,05$).

3. Максимально допустимі значення потужності та відпуск енергії електростанцій:

$$P_{rij} \leq P_{rij}^{\max} \quad (1.12)$$

$$P_{rij} T_{rij} \leq E_{rij}^{\max} \quad (1.13)$$

4. Наявність паливно-енергетичних ресурсів

$$\sum_{j=1}^J \sum_{r=1}^R P_{rij} T_{rij} b_{rij} \leq B_i^{\max} \quad (1.14)$$

5. Пропускна здатність існуючих і нових ліній електропередачі

$$P_{ej} + P_{je} - P_{ej}^{нов} \leq P_{ej}^{сущ} \quad (1.15)$$

$$E_{ej} + E_{je} - P_{ej}^{нов} T_{ej} \leq P_{ej}^{існ} T_{ej}, \quad (1.16)$$

де $P_{ej}^{існ}$ - пропускна здатність існуючих ліній електропередачі, що з'єднують вузли e і j ; T_{ej} - річна кількість годин використання пропускної здатності.

6. Обсяг капіталовкладень, виділених на впровадження генерувальних потужностей в енергосистемі

$$\sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I \sum_{r=1}^R K_{rij}^{y\delta} P_{rij} \leq K^{\max}, \quad (1.17)$$

де K^{\max} - граничний обсяг капіталовкладень.

При розв'язанні задачі необхідно оптимізувати відпуск енергії однієї з електростанцій, тобто визначити для цієї станції найбільш вигідну кількість годин використання встановленої потужності T_{rij} . Але при цьому порушується лінійність цільової функції й обмежень, які передбачають річний відпуск енергії $P_{rij}T_{rij}$. Цього можна уникнути за рахунок збільшення розмірності задачі [2,7].

Нехай число годин T_{rij} змінюється в межах

$$T_{rij}^{\min} \leq T_{rij} \leq T_{rij}^{\max}.$$

Встановлену потужність електростанції представляємо у вигляді суми двох складових – базисної P'_{rij} і пікової P''_{rij} :

$$P_{rij} = P'_{rij} + P''_{rij} \quad (1.18)$$

Будемо вважати, що потужність P'_{rij} має кількість годин використання T_{rij}^{\max} , а P''_{rij} – кількість годин використання T_{rij}^{\min} . При цьому річний відпуск енергії електростанції записується у виді

$$P_{rij}T_{rij} = P'_{rij}T_{rij}^{\max} + P''_{rij}T_{rij}^{\min} \quad (1.19)$$

Нелінійність, яка виникає при оптимізації значення T_{rij} усувається в результаті підстановки (1.17) і (1.18) у цільову функцію (1.4) і обмеження (1.10)–(1.16). Викладене ілюструє рис.1.2. Площа заштрихованих фігур відповідає відпуску енергії електростанцією.

Для урахування динаміки розвитку генерувальних потужностей, увесь розрахунковий період розбивається на етапи $h=1,2,\dots,H$. Причому $T = \sum_{h=1}^H t_h$, де t_h – тривалість h -го етапу розвитку системи. Для кожного етапу задаються всі необхідні економічні і технічні характеристики: навантаження вузлів P_{jh} , необхідні резерви потужності P_{jh}^{pez} , потреби в енергії E_{jh} , гранично припустимі рівні споживання палива B_{jh}^{pez} та ін.. Далі складаються статичні підмоделі розвитку системи, кожна з яких описують виразами виду (1.4)–(1.16). При цьому має забезпечуватись узгодження рішень, прийнятих на сусідніх етапах, тобто для кожного об'єкта сума вихідної потужності і приросту потужності на етапі повинна дорівнювати вихідній потужності цього етапу. Питомі зведені витрати об'єктів розраховуються відповідно до динамічного критерію оптимальності. Задача оптимізації вирішується сумісно для всіх підмоделей. Рішення може бути знайдене або при однократній оптимізації всієї сукупності статичних підмоделей, або при послідовному розгляді підмоделей кожного етапу з наступним узгодженням отриманих розв'язків.

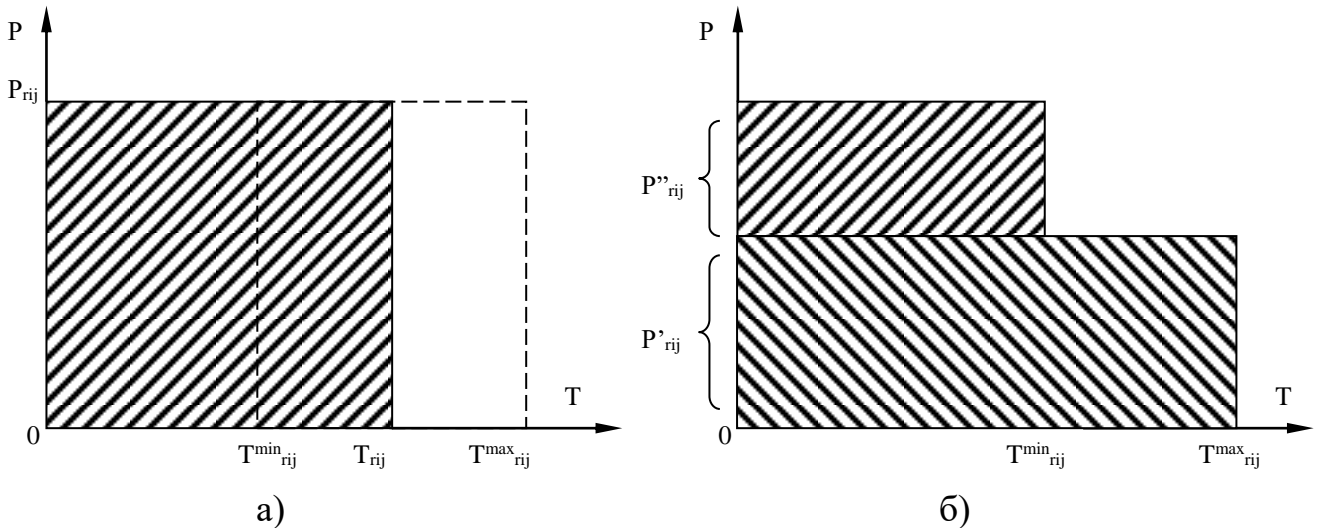


Рисунок 1.2 - Оптимізація річного відпуску електроенергії електростанції в лінійній моделі: а - річний відпуск енергії електростанції; б - річний відпуск енергії електростанції при розбивці її потужності на складові.

1.3. Приклади побудови лінійної моделі оптимізації структури генерувальних потужностей

В цьому розділі розгляда

ються приклади розв'язку задач оптимізації структури генерувальних потужностей. Лінійна модель оптимізації структури генерувальних потужностей для енергосистеми, яка представлена у вигляді узагальнених вузлів навантаження.

ЗАДАЧА 1.1. Записати цільову функцію і обмеження лінійної моделі оптимізації структури генерувальних потужностей найпростішої енергосистеми. Енергосистема задається у вигляді узагальнених вузлів навантаження $j=1,2$.

Вихідна інформація для синтезу лінійної моделі включає дані про економічні і технічні характеристики можливих типів нових електростанцій, існуючу схему енергосистеми, інформацію про характеристики нових ліній електропередачі, якісні і кількісні характеристики енергоресурсів, потреби енерговузлів у потужності та енергії.

У даному випадку цільова функція – це зведені витрати на спорудження та експлуатацію електростанцій і ліній електропередачі:

$$\Phi = \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^2 z_{ij} P_{ij} + z_{1-2} P_{1-2}^{\text{НОВ}} \quad (1.20)$$

де Z_{ij} - питомі зведені витрати для електростанції, що працює на i -му паливі і знаходиться у j -му вузлі; P_{ij} - потужності електростанцій; Z_{1-2} - питомі зведені витрати в лінії електропередачі; $P_{1-2}^{нов}$ - пропускна здатність заново споруджених ліній електропередачі, що з'єднують вузли 1 і 2.

Питомі зведені витрати на спорудження та експлуатацію електростанцій можна визначити за наступною формулою:

$$Z_{ij} = \varphi_{rij}^{pez} \cdot K_{ij}^{num} (E_H + p_{ij}^{nocm}) + \varphi_{ij}^e \cdot Z_{ij}^n \cdot b_{ij} \cdot T_{ij} \cdot \quad (1.21)$$

Техніко-економічні характеристики електростанцій першого енерговузла, що працюють на першому виді палива:

$$K_{11}^{num} = 124 \text{ у.о./МВт}; \quad P_{11}^{nocm} = 0,11 \text{ в.о.}; \quad b_{11} = 318 \text{ г/кВт} \cdot \text{год};$$

$$T_{11} = 4200 \text{ год}; \quad \varphi_{11}^{pez} = 1,07 \text{ в.о.}; \quad \varphi_{11}^e = 1,06 \text{ в.о.}$$

Кінцеві витрати на паливо (мазут) для заданого району спорудження електростанцій (Центр) складають: $Z_{11}^n = 49 \text{ у.о./т.}$

Після підстановки у формулу (1.21) числових значень, отримуємо:

$$Z_{11} = 1,07 \cdot 124 \cdot (0,12 + 0,11) + 1,06 \cdot 49 \cdot 318 \cdot 4200 \cdot 10^{-6} = 99,9 \text{ у.о./МВт}$$

Таблиця 1.1 – Кінцеві витрати на паливо

Регіон	Витрати, у.о. /т.		
	Природний газ	Мазут	Кам'яне вугілля
Північно-Західний	42	49	36
Центр	41	49	35
Середня Волга	38	48	31
Урал	35	48	27
Південь	43	50	33
Північний Кавказ	42	49	33
Закавказзя	43	49	36
Північний Казахстан	33	48	17
Сибір	25	47	16
Середня Азія	29	49	21
Далекий Схід	30	51	20

Таблиця 1.2 – Вихідні дані для рішення задачі оптимізації структури генерувальних потужностей

Перша цифра номера варіанта	$P_1 + P_1^{рез}$, млн. кВт	$P_2 + P_2^{рез}$, млн. кВт	E_1 , млрд. кВт· годин у рік	E_2 , млрд. кВт· годин у рік	B_1 , тис. тон	B_2 , тис. тон	Номер обмежень, які повинні враховуватися								
							1.10	1.11	1.12	1.13	1.14	1.15	1.16	1.17	
0	1.8	3.0	9.0	14.2	3000	-	+	-	+	-	+	+	-	+	
1	2.2	2.6	10.2	14.8	-	3500	-	+	+	-	+	-	+	+	
2	2.6	2.2	14.8	10.1	3200	-	+	-	+	-	+	+	-	+	
3	3.0	1.8	14.2	9.5	-	3000	-	+	+	-	+	-	+	+	
4	2.6	1.8	15.2	9.6	2900	-	+	-	+	-	+	+	-	+	
5	2.2	2.6	11.2	12.6	-	3100	-	+	+	-	+	-	+	+	
6	1.8	2.8	9.6	15.0	3300	-	+	-	+	-	+	+	-	+	
7	2.2	2.4	12.0	14.6	-	3600	-	+	+	-	+	-	+	+	
8	2.6	2.4	13.0	12.0	3800	-	+	-	+	-	+	+	-	+	
9	3.0	2.2	14.6	12.0	-	4000	-	+	+	-	+	-	+	+	

Таблиця 1.3 – Техніко- економічні показники електричних зв'язків між енерговузлами

Друга цифра номера варіанта	Напруга лінії, кВ	$K_{1-2}^{пит}$, т.грн/МВт	P_a , в.о..	P_{1-2}^{ich} , МВт	T_{1-2} , год.
0	220	22.6	0.054	100	7800
1	330	17.8	0.028	-	7500
2	220	22	0.028	100	7400
3	330	16.5	0.028	-	8000
4	220	21.7	0.028	-	7800
5	330	21.6	0.028	-	7200
6	220	20.5	0.028	100	7700
7	330	19	0.028	-	8000
8	220	21.8	0.054	-	7600
	330	18.7	0.028	100	7700

Таблиця 1.4 – Вихідні дані для вибору потужності груп електростанцій першого енерговузла

Третя цифра номера варіанта	Тип електростанції															
	1								2							
	Вид палива	K_{11}^{num} , т.грн/МВт	$P_{11}^{пост}$, в.о.	B_{11} , т/КВт·год	T_{11} , год.	$\varphi_{11}^{рез}$, в.о.	φ_{11}^e , в.о.	P_{11}^{max} , млн.кВт	Вид палива	K_{21}^{num} , т.грн/МВт	$P_{21}^{пост}$, в.о.	B_{21} , т/КВт·год	T_{21} , год.	$\varphi_{21}^{рез}$, в.о.	φ_{21}^e , в.о.	P_{21}^{max} , млн.кВт
0	Газ	121	0.12	315	5600	1.06	1.06	1.6	вугілля	130	0.10	325	6000	1.05	1.08	-
1	Мазут	122	0.12	316	5400	1.05	1.08	-	вугілля	132	0.10	335	4000	1.06	1.06	1.8
2	Газ	123	0.11	317	5200	1.07	1.08	1.8	вугілля	134	0.12	334	4200	1.07	1.07	-
3	Мазут	124	0.11	318	4200	1.07	1.06	0.6	вугілля	136	0.11	333	4800	1.07	1.06	0.6
4	Газ	125	0.10	319	4400	1.06	1.08	1.6	вугілля	138	0.11	332	5000	1.06	1.08	-
5	Мазут	126	0.10	320	4800	1.05	1.06	-	вугілля	140	0.10	331	5200	1.05	1.08	2.2
6	Газ	127	0.12	315	5000	1.05	1.07	2.0	вугілля	142	0.10	330	5400	1.06	1.06	-
7	Мазут	128	0.12	316	5200	1.06	1.08	-	вугілля	144	0.10	329	5600	1.08	1.08	1.6
8	Газ	129	0.11	317	5800	1.07	1.06	1.8	вугілля	146	0.12	326	5800	1.07	1.07	-
9	Мазут	130	0.11	318	6000	1.07	1.06	-	вугілля	148	0.12	325	6000	1.08	1.08	1.4

Таблиця 1.5 – Вихідні дані для вибору потужності груп електростанцій другого енерговузла

Третя цифра номера варіанта	Тип електростанції															
	1								2							
	Вид палива	K_{12}^{nut} , т.грн/МВт	$P_{12}^{пост}$, в.о.	B_{12} , т/КВт·год	T_{12} , год.	$\varphi_{12}^{рез}$, в.о.	$\varphi_{12}^э$, в.о.	P_{12}^{max} , млн.кВт	Вид палива	K_{22}^{nut} , т.грн/МВт	$P_{22}^{пост}$, в.о.	B_{22} , т/КВт·год	T_{22} , год.	$\varphi_{22}^{рез}$, в.о.	$\varphi_{22}^э$, в.о.	P_{22}^{max} , млн.кВт
0	Газ	115	0.11	335	4000-4800	1.05	1.08	1.0	Вугілля	125	0.12	343	4800	1.07	1.06	-
1	Мазут	116	0.10	333	4000-5200	1.07	1.06	-	Вугілля	126	0.11	341	4600	1.05	1.08	1.5
2	Газ	117	0.12	331	4000-4400	1.06	1.07	1.2	Вугілля	127	0.10	391	5200	1.06	1.07	-
3	Мазут	118	0.12	329	4200-4800	1.05	1.07	-	Вугілля	128	0.10	339	4600	1.06	1.06	1.8
4	Газ	119	0.11	328	4000-4600	1.06	1.06	0.8	Вугілля	129	0.11	337	4800	1.05	1.06	-
5	Мазут	120	0.10	325	4000-5000	1.07	1.08	-	Вугілля	130	0.12	335	5200	1.07	1.08	-
6	Газ	119	0.11	327	4000-5200	1.05	1.06	1.4	Вугілля	129	0.11	345	4500	1.07	1.08	-
7	Мазут	118	0.12	328	4000-5400	1.07	1.07	1.6	Вугілля	128	0.12	343	4400	1.06	1.07	-
8	Газ	117	0.10	333	4000-5600	1.06	1.06	-	Вугілля	127	0.10	341	5200	1.05	1.07	2.2
9	Мазут	116	0.12	335	4000-6000	1.05	1.08	1.8	Вугілля	126	0.10	339	5400	1.07	1.06	-

В такий самий спосіб знайдемо техніко-економічні показники електростанції першого енерговузла, що працює на другому виді палива.

Техніко-економічні характеристики електростанцій першого енерговузла, що працюють на другому виді палива:

$$K_{21}^{num} = 136 \text{ у.о./МВт}; \quad P_{21}^{ном} = 0,12 \text{ в.о.}; \quad b_{21} = 339 \text{ г/кВт} \cdot \text{год};$$

$$T_{21} = 4800 \text{ год}; \quad \varphi_{21}^{pez} = 1,07 \text{ в.о.}; \quad \varphi_{21}^e = 1,06 \text{ в.о.}$$

Кінцеві витрати на паливо для заданого району спорудження електростанцій:

$$Z_{11}'' = 35 \text{ у.о./т.}$$

Після підстановки числових значень у формулу (1.21) отримуємо:

$$Z_{12} = 1,07 \cdot 136 \cdot (0,12 + 0,12) + 1,06 \cdot 35 \cdot 339 \cdot 4800 \cdot 10^{-6} = 95,2 \text{ у.о./МВт}.$$

Техніко-економічні показники електростанцій другого енерговузла, що працюють на першому виді палива (мазут):

$$K_{12}^{шт} = 120 \text{ у.о./МВт}; \quad P_{12}^{пост} = 0,1 \text{ в.о.}; \quad b_{12} = 325 \text{ г/кВт} \cdot \text{год};$$

$$T_{12}^{\min} = 4000 \text{ год}; \quad T_{12}^{\max} = 5000 \text{ год}; \quad \varphi_{12}^{pez} = 1,07 \text{ в.о.}; \quad \varphi_{12}^e = 1,08 \text{ в.о.}$$

Кінцеві витрати на паливо $Z_{12}'' = 49 \text{ у.о./т.}$

Для електростанцій даного типу кількість годин використання встановленої потужності змінюється в межах:

$$4000 \leq T_{12} \leq 5000,$$

тому встановлену потужність подаємо як суму двох складових:

$$P_{12} = P_{12}' + P_{12}''$$

Будемо вважати, що потужність P_{12}' має кількість годин використання 5000, а P_{12}'' – 4000. Річний відпуск електроенергії станції записуємо у вигляді:

$$P_{12} T_{12} = 5000 P_{12}' + 4000 P_{12}''.$$

Питомі зведені витрати для електростанцій енерговузла, що працюють з максимальною кількістю годин використання встановленої потужності, дорівнюють:

$$Z_{12}' = 1,07 \cdot 120(0,12 + 0,10) + 1,08 \cdot 49 \cdot 325 \cdot 5000 \cdot 10^{-6} = 114,2 \text{ у.о./МВт},$$

а для електростанцій, що працюють із мінімальною кількістю годин використання встановленої потужності:

$$Z_{12}'' = 1.07 \cdot 120(0.12 + 0.10) + 1.08 \cdot 49 \cdot 325 \cdot 4000 \cdot 10^{-6} = 97.0 \text{ у.о./МВт} .$$

Знаходимо питомі зведені витрати для електростанцій другого енерговузла, що працює на другому виді палива:

$$K_{22}^{num} = 130 \text{ у.о./МВт}; \quad P_{22}^{ном} = 0,12 \text{ в.о.}; \quad b_{22} = 335 \text{ г/кВт} \cdot \text{год};$$

$$T_{22} = 5200 \text{ год}; \quad \varphi_{22}^{рес} = 1,07 \text{ в.о.}; \quad \varphi_{22}^e = 1,08 \text{ в.о.}; \quad Z_{22}'' = 35 \text{ у.о./т}.$$

Після підстановки числових значень у формулу (1.21), отримуємо:

$$Z_{22} = 1.07 \cdot 130(0.12 + 0.12) + 1.08 \cdot 35 \cdot 335 \cdot 5200 \cdot 10^{-6} = 99.2 \text{ у.о./МВт} .$$

Питомі зведені витрати для заново споруджених ліній електропередач розраховуємо за виразом:

$$Z_{1-2} = (E_H + p_a) K_{1-2}^{num} . \quad (1.22)$$

За умови задачі:

$$p_a = 0,028 \text{ в.о.}; \quad K_{1-2}^{num} = 21,7 \text{ у.о./МВт},$$

тоді:

$$Z_{1-2} = (0,12 + 0,028)21,7 = 3,21 \text{ у.о./МВт} .$$

Таким чином цільова функція набуває вигляду:

$$\Phi = 99.9P_{11} + 94.2P_{21} + 114.2P_{12}' + 97.0P_{12}'' + 99.2P_{22} + 3.21P_{1-2}^{нов} .$$

Задачу оптимізації розв'язуємо з урахуванням таких обмежень.

1. Умови балансу потужності у вузлах мережі:

$$P_{11} + P_{21} + P_{2-1}0.95 - P_{1-2} = 2.4 \cdot 10^3$$

$$P_{12}' + P_{12}'' + P_{22} + P_{1-2}0.95 - P_{2-1} = 2.2 \cdot 10^3$$

2. Максимально припустимі значення потужності електростанцій:

$$P_{11} \leq 0.6 \cdot 10^3, \quad P_{21} \leq 0.6 \cdot 10^3$$

3. Наявність паливно-енергетичних ресурсів:

$$P_{11} \cdot b_{11} \cdot T_{11} + P_{12}' \cdot b_{12} \cdot T_{12}^{\max} + P_{12}'' \cdot b_{12} \cdot T_{12}^{\min} \leq B_1^{\max}$$

Після підстановки числових значень дане обмеження набуває вигляду:

$$1.3P_{11} + 1.6P_{12}' + 1.3P_{12}'' \leq 3200$$

4. Пропускна здатність існуючих і заново споруджених ЛЕП:

$$P_{1-2} + P_{2-1} - P_{1-2}^{нов} \leq 0.$$

5. Обсяг капіталовкладень, виділених на впровадження нових генерувальних потужностей в енергосистемі

$$\sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^2 K_{ij}^{num} \cdot P_{ij} \leq K^{max}$$

Після підстановки значень $K_{ij}^{пит}$ і K^{max} дане обмеження приймає вигляд

$$124P_{11} + 136P_{21} + 120(P'_{12} + P''_{12}) + 130P_{22} \leq 800 \cdot 10^3.$$

Таким чином, задачу оптимізації структури генерувальних потужностей аналізованої енергосистеми можна подати як задачу визначення мінімуму функції:

$$\Phi = 99.9P_{11} + 94.2P_{21} + 114.2P'_{12} + 97.0P''_{12} + 99.2P_{22} + 3.21P_{1-2}^{HOB}$$

за наявності обмежень у вигляді рівностей і нерівностей:

$$P_{11} + P_{21} + P_{2-1} \cdot 0.95 - P_{1-2} = 2.4 \cdot 10^3;$$

$$P'_{12} + P''_{12} + P_{22} + P_{1-2} \cdot 0.95 - P_{2-1} = 2.2 \cdot 10^3;$$

$$P_{11} \leq 0.6 \cdot 10^3;$$

$$P_{21} \leq 0.6 \cdot 10^3;$$

$$1.3P_{11} + 1.6P'_{12} + 1.3P''_{12} \leq 3200;$$

$$P_{1-2} + P_{2-1} - P_{1-2}^{нов} \leq 0;$$

$$1.24P_{11} + 1.36P_{21} + 1.20(P'_{12} + P''_{12}) + 1.30P_{22} \leq 8000.$$

ЗАДАЧА 1.2. Записати цільову функцію і обмеження лінійної моделі оптимізації структури генерувальних потужностей для енергосистеми, яка представлена у вигляді узагальнених вузлів навантаження $j=1,2$.

Вихідна інформація для синтезу лінійної моделі включає наступні дані.

Техніко-економічні характеристики електростанцій першого енерговузла, які працюють на першому виді палива:

$$K_{11}^{num} = 126 \text{ у.о./МВт}; \quad P_{11}^{ном} = 0,1 \text{ в.о.}; \quad b_{11} = 320 \text{ г/кВт} \cdot \text{год};$$

$$T_{11} = 4800 \text{ год}; \quad \varphi_{11}^{pez} = 1,05 \text{ в.о.}; \quad \varphi_{11}^e = 1,06 \text{ в.о.}$$

Кінцеві витрати на паливо (мазут) для заданого району спорудження електростанцій (Південь): $Z_{11}^n = 50$ у.о./т.

Після підстановки числових значень у (1.21), отримуємо:

$$Z_{11} = 1,05 \cdot 126 \cdot (0,12 + 0,1) + 1,06 \cdot 50 \cdot 320 \cdot 4800 \cdot 10^{-6} = 110.514 \text{ у.о./МВт.}$$

Техніко-економічні показники електростанції першого енерговузла, що працює на другому виді палива:

$$K_{21}^{num} = 140 \text{ у.о./МВт}; \quad P_{21}^{ном} = 0,10 \text{ в.о.}; \quad b_{21} = 331 \text{ г/кВт} \cdot \text{год};$$

$$T_{21} = 5200 \text{ год}; \quad \varphi_{21}^{pez} = 1,05 \text{ в.о.}; \quad \varphi_{21}^e = 1,08 \text{ в.о.}; \quad Z_{21}^n = 33 \text{ у.о./т.}$$

Таким чином:

$$Z_{21} = 1,05 \cdot 140 \cdot (0,12 + 0,1) + 1,08 \cdot 33 \cdot 331 \cdot 5200 \cdot 10^{-6} = 93.684 \text{ у.о./МВт.}$$

Техніко-економічні характеристики електростанцій другого енерговузла, які працюють на першому виді палива:

$$K_{12}^{num} = 116 \text{ у.о./МВт}; \quad P_{12}^{ном} = 0,10 \text{ в.о.}; \quad b_{12} = 333 \text{ г/кВт} \cdot \text{год};$$

$$T_{12}^{\min} = 4000 \text{ год}; \quad T_{12}^{\max} = 5200 \text{ год}; \quad \varphi_{12}^{pez} = 1,07 \text{ в.о.}; \quad \varphi_{12}^e = 1,06 \text{ в.о.}; \quad Z_{12}^n = 50 \text{ у.о./т.}$$

Оскільки для електростанцій цього типу кількість годин використання встановленої потужності змінюється в межах:

$$4000 \leq T_{12} \leq 5200,$$

встановлену потужність подаємо як суму двох складових

$$P_{12} = P_{12}' + P_{12}''.$$

Будемо вважати, що P_{12}' має кількість годин використання 5200, а $P_{12}'' = 4000$. Таким чином, річний відпуск електроенергії станції записуємо у вигляді:

$$P_{12} T_{12} = 5200 P_{12}' + 4000 P_{12}''.$$

Питомі зведені витрати для електростанцій енерговузла, що працюють з максимальною кількістю годин використання встановленої потужності, дорівнюють:

$$Z_{12}' = 1,07 \cdot 116 \cdot (0,12 + 0,1) + 1,06 \cdot 50 \cdot 333 \cdot 5200 \cdot 10^{-6} = 119.081 \text{ у.о./МВт},$$

а для електростанцій, що працюють з мінімальною кількістю годин використання:

$$Z_{12}'' = 1,07 \cdot 116 \cdot (0,12 + 0,11) + 1,06 \cdot 50 \cdot 333 \cdot 4000 \cdot 10^{-6} = 97.902 \text{ у.о./МВт.}$$

Знайдемо питомі зведені витрати для електростанцій другого енерговузла, що працюють на другому виді палива:

$$K_{22}^{num} = 126 \text{ у.о./МВт}; \quad P_{22}^{ном} = 0,11 \text{ в.о.}; \quad b_{22} = 341 \text{ г/кВт} \cdot \text{год};$$

$$T_{22} = 4600 \text{ год}; \quad \varphi_{22}^{pez} = 1,05 \text{ в.о.}; \quad \varphi_{22}^e = 1,08 \text{ в.о.}; \quad Z_{22}^n = 33 \text{ у.о./т.}$$

Підставивши числові значення у формулу (1.21), отримуємо:

$$Z_{22} = 1,05 \cdot 126 \cdot (0,12 + 0,11) + 1,08 \cdot 33 \cdot 341 \cdot 4600 \cdot 10^{-6} = 86.334 \text{ у.о./МВт}.$$

Питомі зведені витрати для заново споруджених ліній електропередач розраховуємо за виразом (1.22).

Для заданої енергосистеми:

$$p_a = 0,028 \text{ в.о.}; \quad K_{1-2}^{num} = 19 \text{ т} \cdot \text{у.о./МВт}.$$

Тоді:

$$Z_{1-2} = (0,12 + 0,028) \cdot 19 = 2.812 \text{ у.о./МВт}.$$

Таким чином, цільова функція набуває вигляду:

$$\Phi = 110.514P_{11} + 93.684P_{21} + 119.081P_{12}' + 97.902P_{12}'' + 86.334P_{22} + 2.812P_{1-2}^{HOB}.$$

Задачу оптимізації розв'язуємо з урахуванням таких обмежень.

1. Умови балансу потужності у вузлах мережі:

$$P_{11} + P_{21} + P_{2-1} \cdot 0,95 - P_{1-2} = 2600;$$

$$P_{12}' + P_{12}'' + P_{22} + P_{1-2} \cdot 0,95 - P_{2-1} = 2200.$$

2. Максимально допустимі значення потужності електростанцій:

$$P_{21}^{\max} \leq 2,2 \cdot 10^3; \quad P_{22}^{\max} \leq 1,5 \cdot 10^3.$$

3. Наявність паливно-енергетичних ресурсів:

$$P_{11}b_{11}T_{11} + P_{12}'b_{12}T_{12}^{\max} + P_{12}''b_{12}T_{12}^{\min} \leq B_1^{\max}.$$

Після підстановки числових значень:

$$1,536P_{11} + 1,732P_{12}' + 1,332P_{12}'' \leq 3200.$$

4. Пропускна здатність існуючих і заново споруджених ЛЕП:

$$P_{1-2} + P_{1-2} - P_{1-2}^{HOB} \leq 0.$$

5. Обсяг капіталовкладень, виділених на впровадження нових генерувальних потужностей в енергосистемі:

$$\sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^2 K_{ij}^{num} P_{ij} \leq K^{\max}$$

Після підставлення значень K_{ij}^{num} та K^{\max} дане обмеження набуває вигляду:

$$126P_{11} + 140P_{21} + 116(P_{12}' + P_{12}'') + 126P_{22} \leq 8900 \cdot 10^2.$$

Отже, задачу оптимізації структури генерувальних потужностей аналізованої енергосистеми можна подати як задачу визначення мінімуму функції:

$$\Phi = 110.514P_{11} + 93.684P_{21} + 119.081P_{12}' + 97.902P_{12}'' + 86.334P_{22} + 2.812P_{1-2}^{HOB}$$

за наявності обмежень у вигляді рівностей і нерівностей:

$$P_{11} + P_{21} + P_{2-1} \cdot 0,95 - P_{1-2} = 2600;$$

$$P_{12}' + P_{12}'' + P_{22} + P_{1-2} \cdot 0,95 - P_{2-1} = 2200;$$

$$P_{21}^{\max} \leq 2,2 \cdot 10^3;$$

$$P_{22}^{\max} \leq 1,5 \cdot 10^3;$$

$$1,536P_{11} + 1,732P_{12}' + 1,332P_{12}'' \leq 3200;$$

$$P_{1-2} + P_{2-1} - P_{1-2}^{HOB} \leq 0;$$

$$1,26P_{11} + 1,4P_{21} + 1,16(P_{12}' + P_{12}'') + 1,26P_{22} \leq 8900.$$

ЗАДАЧА 1.3. Записати цільову функцію і обмеження лінійної моделі оптимізації структури генерувальних потужностей для енергосистеми, що представлена у вигляді узагальнених вузлів навантаження $j=1,2$.

Техніко-економічні характеристики електростанцій першого енерговузла, що працюють на першому виді палива:

$$K_{11}^{num} = 125 \text{ у.о./МВт}; \quad P_{11}^{ном} = 0,1 \text{ в.о.}; \quad b_{11} = 319 \text{ г/кВт} \cdot \text{год};$$

$$T_{11} = 4400 \text{ год}; \quad \varphi_{11}^{pez} = 1,06 \text{ в.о.}; \quad \varphi_{11}^e = 1,08 \text{ в.о.}$$

Кінцеві витрати на паливо (газ) для заданого району спорудження електростанцій (Південь):

$$Z_{11}^n = 43 \text{ у.о./т}$$

Підставляємо числові значення у формулу для розрахунку питомих зведених витрат (1.21), отримуємо:

$$Z_{11} = 1,06 \cdot 125 \cdot (0,12 + 0,1) + 1,08 \cdot 43 \cdot 319 \cdot 4400 \cdot 10^{-6} = 94,333 \text{ у.о./МВт}$$

Техніко-економічні показники електростанції першого енерговузла, що працює на другому виді палива:

$$K_{21}^{num} = 138 \text{ у.о./МВт}; \quad P_{21}^{ном} = 0,11 \text{ в.о.}; \quad b_{21} = 332 \text{ г/кВт} \cdot \text{год};$$

$$T_{21} = 5000 \text{ год}; \quad \varphi_{21}^{pez} = 1,06 \text{ в.о.}; \quad \varphi_{21}^e = 1,08 \text{ в.о.}$$

Кінцеві витрати на паливо (вугілля) для заданого району спорудження електростанцій (Південь):

$$Z_{21}^n = 33 \text{ у.о./т}$$

Таким чином:

$$Z_{21} = 1,06 \cdot 138 \cdot (0,12 + 0,11) + 1,08 \cdot 33 \cdot 332 \cdot 5000 \cdot 10^{-6} = 92,807 \text{ у.о./МВт}.$$

Техніко-економічні характеристики електростанцій другого енерговузла, що працюють на першому виді палива:

$$K_{12}^{num} = 119 \text{ у.о./МВт}; P_{12}^{ном} = 0,11 \text{ в.о.}; b_{12} = 327 \text{ г/кВт} \cdot \text{год};$$

$$T_{12}^{\min} = 4000 \text{ год}; T_{12}^{\max} = 5200 \text{ год}; \varphi_{12}^{pez} = 1,05 \text{ в.о.}; \varphi_{12}^e = 1,06 \text{ в.о.}$$

$$Z_{12}^n = 43 \text{ у.о./т}$$

Оскільки для електростанцій цього типу кількість годин використання встановленої потужності змінюється в межах:

$$4000 \leq T_{12} \leq 5200,$$

то встановлену потужність представляємо як суму двох складових

$$P_{12} = P_{12}' + P_{12}''$$

Будемо вважати, що P_{12}' має кількість годин використання 5200, а $P_{12}'' = 4000$. Таким чином, річний відпуск електроенергії станції записуємо у вигляді:

$$P_{12} T_{12} = 5200 P_{12}' + 4000 P_{12}''.$$

Питомі зведені витрати для електростанцій енерговузла, що працюють з максимальною кількістю годин використання встановленої потужності, дорівнюють:

$$Z_{12}' = 1,05 \cdot 119 \cdot (0,12 + 0,11) + 1,06 \cdot 43 \cdot 327 \cdot 5200 \cdot 10^{-6} = 106,243 \text{ у.о./МВт},$$

а для електростанцій, що працюють з мінімальною кількістю годин використання:

$$Z_{12}'' = 1,05 \cdot 119 \cdot (0,12 + 0,11) + 1,06 \cdot 43 \cdot 327 \cdot 4000 \cdot 10^{-6} = 88,357 \text{ у.о./МВт},$$

Знайдемо питомі зведені витрати для електростанцій другого енерговузла, що працюють на другому виді палива:

$$K_{22}^{num} = 129 \text{ у.о./МВт}; P_{22}^{ном} = 0,11 \text{ в.о.}; b_{22} = 345 \text{ г/кВт} \cdot \text{год};$$

$$T_{22} = 4500 \text{ год}; \varphi_{22}^{pez} = 1,07 \text{ в.о.}; \varphi_{22}^e = 1,08 \text{ в.о.}; Z_{22}^n = 33 \text{ у.о./т}$$

Після підстановки числових значень у формулу, отримуємо:

$$Z_{22} = 1,07 \cdot 129 \cdot (0,12 + 0,11) + 1,08 \cdot 33 \cdot 345 \cdot 4500 \cdot 10^{-6} = 87,078 \text{ у.о./МВт}$$

Питомі зведені витрати для заново споруджених ліній електропередач розраховуємо за виразом (1.22), де коефіцієнти $K_{1-2}^{ПІТ}$, P_a для заданої енергосистеми складають:

$$P_a = 0,028 \text{ в.о.}; K_{1-2}^{ПІТ} = 16,5 \text{ у.о./МВт}.$$

Тоді:

$$Z_{1-2} = (0,12 + 0,028) \cdot 16,5 = 2,442 \text{ у.о./МВт}.$$

Таким чином цільова функція набуває вигляду:

$$\Phi = 94,333 P_{11} + 92,807 P_{21} + 106,243 P_{12}' + 88,357 P_{12}'' + 87,078 P_{22} + 2,442 P_{1-2}^{\text{НОВ}}.$$

Задачу оптимізації розв'язуємо з урахуванням таких обмежень:

1. Умови балансу потужності у вузлах мережі:

$$P_{11} + P_{21} + P_{2-1} \cdot 0,95 - P_{1-2} = 2600;$$

$$P_{12}' + P_{12}'' + P_{22} + P_{1-2} \cdot 0,95 - P_{2-1} = 2400.$$

2. Максимально припустимі значення потужності електростанцій:

$$P_{11}^{\max} \leq 1,6 \cdot 10^3; \quad P_{12}^{\max} \leq 1,4 \cdot 10^3.$$

3. Наявність паливно-енергетичних ресурсів:

$$P_{11} b_{11} T_{11} + P_{12}' b_{12} T_{12}^{\max} + P_{12}'' b_{12} T_{12}^{\min} \leq B_2^{\max}.$$

Підставляємо числові значення:

$$1,404 P_{11} + 1,7 P_{12}' + 1,308 P_{12}'' \leq 3800.$$

4. Пропускна здатність існуючих і заново споруджених ЛЕП:

$$P_{1-2} + P_{2-1} - P_{1-2}^{HOB} \leq 0.$$

5. Обсяг капіталовкладень, виділених на впровадження нових генерувальних потужностей в енергосистемі:

$$\sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^2 K_{ij}^{num} \cdot P_{ij} \leq K^{\max}$$

Після підстановки значень K_{ij}^{num} та K^{\max} дане обмеження набуває

вигляду:

$$125 P_{11} + 138 P_{21} + 119 (P_{12}' + P_{12}'') + 129 P_{22} = 985 \cdot 10^3.$$

Отже, задачу оптимізації структури генерувальних потужностей аналізованої енергосистеми можна подати як задачу визначення мінімуму функції:

$$\Phi = 94,333 P_{11} + 92,807 P_{21} + 106,243 P_{12}' + 88,357 P_{12}'' + 87,078 P_{22} + 2,442 P_{1-2}^{HOB}$$

за наявності обмежень у вигляді рівностей і нерівностей:

$$P_{11} + P_{21} + P_{2-1} \cdot 0,95 - P_{1-2} = 2600;$$

$$P_{12}' + P_{12}'' + P_{22} + P_{1-2} \cdot 0,95 - P_{2-1} = 2400;$$

$$P_{11}^{\max} \leq 1,6 \cdot 10^3;$$

$$P_{12}^{\max} \leq 1,4 \cdot 10^3;$$

$$1,404 P_{11} + 1,7 P_{12}' + 1,308 P_{12}'' \leq 3800;$$

$$P_{1-2} + P_{2-1} - P_{1-2}^{HOB} \leq 0;$$

$$1,25 P_{11} + 1,38 P_{21} + 1,19 (P_{12}' + P_{12}'') + 1,29 P_{22} = 9850.$$

2. ОПТИМІЗАЦІЯ СТРУКТУРИ ГЕНЕРУВАЛЬНИХ ПОТУЖНОСТЕЙ ЕНЕРГОСИСТЕМ ЗА ДОПОМОГОЮ СІМПЛЕКС-МЕТОДУ

2.1. Загальні положення

Для розв'язання задач оптимізації розвитку генерувальних потужностей енергосистем, лінійна модель яких містить, як правило, невелику кількість обмежень рівностей, а більшу частину складають обмеження нерівності, доцільно застосовувати модифікацію симплекс-методу, запропоновану в [2]. Використання даної модифікації для вирішення задачі розміщення і вибору потужності електростанцій розглянуте в [3]. При застосуванні модифікованого симплекс-методу задачу лінійного програмування (1.1)–(1.3) зручно записати у вигляді таблиці, показаної на рис.2.1. При цьому обмеження типу рівностей записуються таким чином, щоб вільні члени рівностей були додатні.

	$-x_1$	$-x_2$...	$-x_j$...	$-x_n$	1
y_{01}	$-a_{11}$	$-a_{12}$...	$-a_{1j}$...	$-a_{1n}$	b_1
y_{02}	$-a_{21}$	$-a_{22}$...	$-a_{2j}$...	$-a_{2n}$	b_2
.....
y_i	$-a_{i1}$	$-a_{i2}$...	$-a_{ij}$...	$-a_{in}$	b_i
.....
y_m	$-a_{m1}$	$-a_{m2}$...	$-a_{mj}$...	$-a_{mn}$	b_m
F	$-q_1$	$-q_2$...	$-q_j$...	$-q_n$	C

Рисунок 2.1 – Симплекс-таблиця

Алгоритм симплекса-методу розбивається на два етапи:

1. Знаходження опорного плану, тобто плану, що належить однієї з вершин багатогранника обмежень.
2. Знаходження оптимального плану.

Для пошуку як опорного, так і оптимального плану організується багатокроковий обчислювальний процес, на кожному кроці якого здійснюється заміна однієї з змінних базису вигляду x_j позабазисною змінною виглядом y_i . Опорний і оптимальний плани належать вершинам багатогранника обмежень, у кожній із яких перетворюються в нуль $n - r$ змінних. Якщо ці змінні розглядати як базис перетвореного простору, то це значить, що і в опорному, і в оптимальному планах усі змінні базису дорівнюють нулю. Тому процес пошуку починається з точки початку координат, у якій всі змінні базису дорівнюють нулю. Введення змінної в базис означає, що на наступному кроці їй буде присвоєне нульове значення. При цьому змінна, яка вилучається з базису, набуває, як правило, ненульового значення.

Введення в базис однієї змінної і виведення іншої потребує перерахунку коефіцієнтів системи обмежень і лінійної форми. Такий перерахунок називається кроком жорданового виключення.

Введемо такі визначення. Стовпець, що містить змінну виду x_j , яка виводиться з базису, називається розв'язувальним стовпцем. Розв'язувальним рядком називається рядок, що відповідає змінній вигляду y_i , яка вводиться у базис. Елемент, який знаходиться на перетині розв'язувальних рядка і стовпця називається розв'язувальним елементом.

Сформулюємо правила виконання кроку жорданового виключення [2,5].

1. Коефіцієнти системи обмежень і лінійної форми, що не належать розв'язувальним рядку і стовпцю, розраховуються по виразом:

$$a'_{rs} = a_{rs} - \frac{a_{rj}a_{is}}{a_{ij}}, \quad (2.1)$$

де a_{rs} - старе значення коефіцієнта; a_{ij} - розв'язувальний елемент.

2. Розв'язувальний елемент замінюють одиницею.
3. Елементи розв'язувального рядка залишаються без зміни.
4. Елементи розв'язувального стовпця, крім самого розв'язувального елемента, змінюють знаки.
5. Елементи розв'язувального рядка і стовпця діляться на старе значення розв'язувального елемента - a_{ij} .

Розглянемо етап знаходження опорного плану, що, як було зазначено, відповідає одній з вершин багатогранника обмежень. Початковим планом, тобто точкою початку пошуку, будемо вважати початок координат:

$$x_1 = x_2 = \dots x_j = \dots = x_n = 0$$

На кожному кроку процесу пошуку будемо вводити в базис змінну y_i і виводити з базису змінну x_j . Це значить, що змінній y_i на наступному кроці присвоюється нульове значення. При цьому x_j , як правило, зростає. Обмеження типу рівностей повинні обов'язково виконуватися як в опорному, так і в оптимальному планах. Тому в першу чергу в базис доцільно ввести змінні, що відповідають даному виду обмежень. З цією метою розв'язувальним вибирається стовпець j , що містить додатній коефіцієнт в обмеженні рівності. Розв'язувальний рядок визначається з умови

$$\frac{b_i}{-a_{ij}} = \min \left\{ \frac{b_s}{-a_{sj}} \mid b_s \geq 0, -a_{sj} > 0, s = 1, 2, \dots, m \right\}, \quad (2.2)$$

де вираз у правій частині потребує визначення мінімуму за умов $b_s \geq 0, -a_{sj} > 0, s = 1, 2, \dots, m$. Вибір обмежень з позитивними вільними членами обумовлений бажанням, у першу чергу, вивести зі складу позабазисних змінних змінні, що відповідають обмеженням типу рівностей, тому, що в цьому випадку y_{0i} фіксується на нульовому значенні та у базис не включається. При цьому розмірність області розв'язання зменшується на одиницю.

Однакові знаки вільних членів b_s і коефіцієнтів $-a_{ij}$ і мінімальність

відношення $\frac{b_s}{-a_{sj}}$ забезпечують рух в допустимій області. Дійсно, із виразу

$$x_1 = x_2 = \dots x_j = \dots = x_n = 0$$

випливає, що

$$y_i = (-a_{ij})(-x_j) + b_i.$$

Оскільки на наступному кроці y_i дорівнюється нулю, то з останнього виразу випливає, що виконання умови $x_j \geq 0$ забезпечується однаковими знаками b_i і $-a_{ij}$. Якби розв'язувальним був обраний не рядок i , а будь-який інший рядок ξ , для якого b_ξ і $a_{\xi j}$ також більше нуля, то це призвело б до

порушення умови $y_i \geq 0$. Дійсно, x_j на такому кроці дорівнювало б $\frac{b_\xi}{-a_{\xi j}}$, а

$$y_i = (-a_{ij})\frac{b_\xi}{-a_{\xi j}} + b_i. \text{ Оскільки } \frac{b_i}{-a_{ij}} \leq \frac{b_\xi}{-a_{\xi j}}, \text{ то } y_i \leq 0.$$

Приймаємо розв'язувальними j -й стовпець та i -й рядок і виконуємо крок жорданового виключення. Далі необхідно знову вибрати розв'язувальні стовпчик і рядок, виконати крок жорданового виключення і т.д. Дані операції виконуються доти, поки в базис не будуть введені всі змінні вигляду $y_i \geq 0$.

Якщо зі складу позабазисних змінних виключені змінні, що відповідають обмеженням типу рівностей, але в r -му обмеженні є від'ємний вільний член, то це означає, що в отриманому плані порушене r -е обмеження-нерівність. У цьому випадку розв'язувальним стовпцем вибирається стовпець j , що включає від'ємний коефіцієнт r -го рядка. При цьому розв'язувальний рядок, вибирається з умови

$$\frac{b_i}{-a_{ij}} = \max \left\{ \frac{b_s}{-a_{sj}} \mid b_s < 0, -a_{sj} < 0, s = 1, 2, \dots, m \right\} \quad (2.3)$$

Якщо $b_s \leq 0$, то рух у бік допустимої області забезпечується вибором максимуму відношення $\frac{b_s}{-a_{sj}}$.

Послідовна заміна змінних базису продовжується доти, поки не буде знайдений опорний план. У опорному плані зі складу позабазисних змінних мають бути виключені всі змінні вигляду $y_i \geq 0$, а вільні члени всіх нерівностей повинні бути додатні.

На другому етапі симплекс-методу організується пошук оптимального плану. Якщо всі коефіцієнти останнього рядка симплекс-таблиці (див. рис.2. 1) додатні, то оптимальний план знайдений. Дійсно, якщо всі коефіцієнти $-q_j > 0$, то це значить, що при збільшенні будь-якої змінної x_j , цільова функція буде зменшуватися. Якщо є хоча б один від'ємний коефіцієнт, то пошук оптимального рішення здійснюється в результаті послідовного виконання кроків жорданового виключення. При цьому розв'язувальним стовпцем вибирається стовпець j , який включає від'ємний коефіцієнт r -го рядка.

Розв'язувальний рядок вибирається з умови (2.2).

Запишемо алгоритм вирішення задачі лінійного програмування (1.1)–(1.3) за допомогою сімплекс-методу [2;5].

1. Записуємо задачу лінійного програмування у вигляді таблиці. Початок координат приймається за початковий план.

2. Переглядаємо рядок таблиці, що відповідає будь-якому обмеженню-рівності (нуль-рядок) і вибираємо довільний додатній коефіцієнт. Якщо в нуль-рядках такий коефіцієнт не знаходиться, то вибираємо його в будь-якому іншому рядку. Стовець j назвемо розв'язувальним. З умови:

$$\frac{b_i}{-a_{ij}} = \min \left\{ \frac{b_s}{-a_{sj}} \mid b_s \geq 0, -a_{sj} > 0, s = 1, 2, \dots, m \right\}$$

визначаємо розв'язувальний рядок.

3. Вважаючи розв'язувальним елементом коефіцієнт $-a_{sj}$, виконуємо крок жорданового виключення. Сімплекс-таблиця після перетворення показана на рис.2.2. У правому верхньому куті таблиці показаний номер кроку оптимізації, змінні базису

$$x_1, x_2, \dots, y_i, \dots, x_n$$

дорівнюють нулю, позабазисні змінні

$$y_1, y_2, \dots, y_i, \dots, y_m$$

дорівнюють вільним членам, а елемент у правому нижньому куті показує значення лінійної форми.

4. Якщо виключені усі змінні вигляду y_{i0} , то переходимо до п.5 алгоритму. Якщо ні, то переходимо до п.2.

5. Якщо усі вільні члени додатні, то опорний план знайдений і переходимо до п. 9 алгоритму. Якщо є хоча б один від'ємний вільний член, то переходимо до п. 6.

6. Переглядаємо рядок r , що відповідає від'ємному вільному члену b_r . Якщо в r -му рядку є хоча б один від'ємний коефіцієнт вигляду $-a_{rj}$, то переходимо до п. 7 алгоритму. Якщо немає, то це значить, що система обмежень є несумісною, тобто немає жодного опорного плану.

7. Вибираємо розв'язувальним стовпець j від'ємного коефіцієнта. Розв'язувальний рядок визначаємо з умови

$$\frac{b_i}{-a_{ij}} = \max \left\{ \frac{b_s}{-a_{sj}} \mid b_s < 0, -a_{sj} < 0, s = 1, 2, \dots, m \right\}.$$

8. Приймаючи розв'язувальним елементом коефіцієнт $-a_{rj}$, виконуємо крок жорданового виключення. Переходимо до п. 5 алгоритму.

9. Переглядаємо рядок цільової функції. Якщо всі коефіцієнти рядка $-q_j$ додатні, то оптимальний план знайдений і переходимо до п. 12 алгоритму. Якщо є від'ємний коефіцієнт, то переходимо до п. 10.

10. Приймаємо за розв'язувальний стовпець j від'ємного коефіцієнта $-q_j$. Розв'язувальний рядок вибираємо з умови

$$\frac{b_i}{-a_{ij}} = \min \left\{ \frac{b_s}{-a_{sj}} \mid b_s \geq 0, -a_{sj} > 0, s = 1, 2, \dots, m \right\}.$$

11. Приймаємо за розв'язувальний елемент коефіцієнт $-a_{ij}$ виконуємо крок жорданового виключення. Переходимо до п.9 алгоритму.

12. Кінець.

	$-x_1$	$-x_2$	\dots	$-y_i$	\dots	$-x_n$	1
$-y_{10}$	$-a_{11}$	$-a_{12}$	\dots	$-a_{1j}$	\dots	$-a_{1n}$	b_1
$-y_{20}$	$-a_{21}$	$-a_{22}$	\dots	$-a_{2j}$	\dots	$-a_{2n}$	b_2
\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots
$-x_j$	$-a_{i1}$	$-a_{i2}$	\dots	$-a_{ij}$	\dots	$-a_{in}$	b_i
\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots
$-y_m$	$-a_{m1}$	$-a_{m2}$	\dots	$-a_{mj}$	\dots	$-a_{mn}$	b_m
F	$-q_1$	$-q_2$	\dots	$-q_j$	\dots	$-q_n$	C^I

Рисунок 2.2 – Сімплекс-таблиця після перетворення

2.2 Приклади оптимізації структури генерувальних потужностей

В цьому розділі розглядаються приклади розв'язання задачі лінійного програмування із застосуванням симплекс-методу та приклади оптимізації структури генерувальних потужностей.

2.2.1. Розв'язання задачі лінійного програмування із застосуванням симплекс-методу

ЗАДАЧА 2.1. Знайти максимум функції $F = x_1 + 0,5x_2$ за наявності обмежень:

$$\begin{cases} y_1 = -x_1 - 2x_2 + 6 = 0 \\ y_2 = x_1 + x_2 - 2 \geq 0 \\ y_3 = -x_1 - x_2 + 4 \geq 0 \end{cases}.$$

Запишемо задачу лінійного програмування в сімплекс-таблицю 2.1:

Таблиця 2.1 – Перший крок.

	$-x_1$	$-x_2$	1
y_1	1	2	6
y_2	-1	-1	-2
y_3	1	1	4
F	-1	-0,5	0

Вибираємо розв’язувальним стовпцем стовпець 2, що містить додатній коефіцієнт $-a_{12}$ з першого нуль-рядка. Розв’язувальний рядок вибираємо з умови:

$$\frac{b_i}{-a_{ij}} = \min \left\{ \frac{b_1}{-a_{12}}, \frac{b_3}{-a_{32}} \right\} = \min \left\{ \frac{6}{2}, \frac{4}{1} \right\} = 3 = \frac{b_1}{-a_{12}}.$$

Таким чином розв’язувальний рядок – рядок 1. Це означає, що в базис вводимо елемент y_1 , а виводимо елемент x_2 . Виконуємо крок жорданового виключення. Елементи, що не належать розв’язувальному рядку та стовпцю, розраховуємо за формулою (2.1):

$$\begin{aligned} a'_{21} &= a_{21} - \frac{a_{11} \cdot a_{22}}{a_{12}} = 1 - \frac{1 \cdot (-1)}{(-2)} = 0,5; & b'_2 &= b_2 - \frac{b_1 \cdot a_{22}}{a_{12}} = -2 - \frac{6 \cdot 1}{(-2)} = 1; \\ a'_{31} &= a_{31} - \frac{a_{31} \cdot a_{32}}{a_{12}} = -1 - \frac{1 \cdot 1}{(-2)} = -0,5; & C' &= C - \frac{b_1 \cdot q_2}{a_{12}} = 0 - \frac{6 \cdot 0,5}{(-2)} = 1,5. \\ q'_1 &= q_1 - \frac{a_{11} \cdot q_2}{a_{12}} = 1 - \frac{0,5 \cdot (-1)}{(-2)} = 0,75; \end{aligned}$$

Змінна y_1 , що відповідає обмеженню рівності, після введення в базис, завжди дорівнює нулю; її значення фіксується, а подальше виведення змінної з базису не має сенсу. Тому елементи стовпця 2, що включає цю змінну після виконання кроку жорданового виключення, не розраховуємо. Елементи рядка 1 знаки не міняють, і діляться на значення розв’язувального елементу $-a_{12}$.

Результати виконання кроку жорданового виключення записуємо в табл.2.2.

Таблиця 2.2 – Другий крок.

	$-x_1$	$-y_1$	2
x_2	0,5	–	3
y_2	-0,5	–	1
y_3	0,5	–	1
F	-0,75	–	0,5

Як бачимо з табл.2.2 , опорний план знайдено тому, що вилучена змінна, яка відповідає обмеженню рівності та всі елементи b_i в симплекс-таблиці додатні і тому переходимо до пошуку оптимального плану.

Оптимальний план не знайдено тому, що в рядку коефіцієнтів функції F є від'ємний коефіцієнт $-q_1$.

Стовпець 1 від'ємного коефіцієнту $-q_1 = -0,75$ приймаємо за розв'язувальний.

Розв'язувальний рядок вибираємо з умови:

$$\frac{b_i}{-a_{ij}} = \min \left\{ \frac{b_1}{-a_{11}}, \frac{b_3}{-a_{31}} \right\} = \min \left\{ \frac{3}{0,5}, \frac{1}{0,5} \right\} = 2 = \frac{b_3}{-a_{31}}.$$

Таким чином розв'язувальний рядок – рядок 3. Це означає, що в базис вводимо елемент y_3 , а виводимо елемент x_1 . Виконуємо крок жорданового виключення. Елементи, що не належать розв'язувальному рядку та стовпцю, розраховуємо за формулою:

$$b'_1 = b_1 - \frac{b_3 \cdot a_{11}}{a_{31}} = 3 - \frac{(-0,5) \cdot 1}{(-0,5)} = 2; \quad C' = C - \frac{b_3 \cdot q_1}{a_{31}} = 1,5 - \frac{0,75 \cdot 1}{(-0,5)} = 3;$$

$$b'_2 = b_2 - \frac{b_3 \cdot a_{21}}{a_{31}} = 1 - \frac{0,5 \cdot 1}{(-0,5)} = 2;$$

Розв'язувальний елемент замінюємо одиницею, елементи рядка 3 залишаємо без зміни, а елементи стовпця 1 змінюють свої знаки, і всі елементи ділимо на значення розв'язувального елемента $-a_{12} = 0,5$.

Результати запишемо в табл.2.3.

Таблиця 2.3 – Третій крок.

	$-y_3$	$-y_1$	3
x_2	-1	-	2
y_2	1	-	2
x_1	2	-	2
F	1,5	-	3

Результати розрахунку свідчать про те, що оптимальний план знайдено. Всі елементи $-q_j$ додатні. В оптимальному плані: $x_1 = 2$; $x_2 = 2$; $y_2 = 2$; $y_1 = y_3 = 0$. Максимум функції $F = 3$.

ЗАДАЧА 2.2. Знайти максимум функції $F = 6x_1 + 3x_2$ за наявності обмежень:

$$\begin{cases} y_1 = -3x_1 - 2x_2 + 8 = 0 \\ y_2 = -4x_1 - x_2 + 10 \geq 0 \\ y_3 = -x_1 - 3x_2 + 7 \geq 0 \end{cases}$$

Запишемо задачу лінійного програмування в сімплекс-таблицю 2.4:

Таблиця 2.4 – Перший крок

	$-x_1$	$-x_2$	1
y_1	3	2	8
y_2	4	1	10
y_3	1	3	7
F	-6	-3	0

Вибираємо розв'язувальним стовпцем стовпець 1, що містить додатній коефіцієнт $-a_{11}$ з першого нуль-рядка. Розв'язувальний рядок вибираємо з умови:

$$\frac{b_i}{-a_{ij}} = \min \left\{ \frac{b_1}{-a_{11}}, \frac{b_2}{-a_{21}}, \frac{b_3}{-a_{31}} \right\} = \min \left\{ \frac{8}{3}, \frac{10}{4}, \frac{7}{1} \right\} = 2 = \frac{b_2}{-a_{21}}$$

Таким чином розв'язувальний рядок – рядок 2. Це означає, що в базис вводимо елемент y_2 , а виводимо елемент x_1 . Виконуємо крок жорданового виключення. Елементи, що не належать розв'язувальному рядку та стовпцю, розраховуємо за формулою:

$$a'_{rs} = a_{rs} - \frac{a_{rj} \cdot a_{is}}{a_{ij}}$$

$$a'_{12} = a_{12} - \frac{a_{11} \cdot a_{22}}{a_{21}} = -2 - \frac{-3 \cdot (-1)}{(-4)} = -1,25; \quad b'_1 = b_1 - \frac{b_2 \cdot a_{11}}{a_{21}} = 8 - \frac{10 \cdot (-3)}{(-4)} = 0,5;$$

$$a'_{32} = a_{32} - \frac{a_{31} \cdot a_{22}}{a_{21}} = -3 - \frac{(-1) \cdot (-1)}{(-4)} = -2,75; \quad b'_3 = b_3 - \frac{a_{31} \cdot b_2}{a_{21}} = 7 - \frac{10 \cdot (-1)}{(-4)} = 4,5;$$

$$q'_2 = q_2 - \frac{a_{22} \cdot q_1}{a_{21}} = 3 - \frac{(-1) \cdot 6}{(-4)} = 1,5; \quad C' = C - \frac{b_2 \cdot q_1}{a_{21}} = 0 - \frac{10 \cdot 6}{(-4)} = 15.$$

Розв'язувальний елемент замінюємо одиницею, елементи стовпця 1 змінюють свої знаки, елементи розв'язувального рядка знаки не змінюють і всі

елементи розв'язувального рядка та розв'язувального стовпця ділимо на значення розв'язувального елемента $-a_{12} = 0,5$.

Результати виконання кроку жорданового виключення записуємо в табл.2.5.

Таблиця 2.5 – Другий крок

	$-y_2$	$-x_2$	2
y_1	-0,75	1,25	0,5
x_1	0,25	0,25	2,5
y_3	-0,25	-2,75	4,5
F	1,5	-1,5	15

Вибираємо розв'язувальним стовпцем стовпець 2, що містить додатній коефіцієнт $-a_{12}$ з першого нуль-рядка. Розв'язувальний рядок вибираємо з умови:

$$\frac{b_i}{-a_{ij}} = \min \left\{ \frac{b_1}{-a_{11}}, \frac{b_2}{-a_{21}} \right\} = \min \left\{ \frac{0,5}{1,25}, \frac{2,5}{0,25} \right\} = 1 = \frac{b_1}{-a_{11}}.$$

Таким чином розв'язувальний рядок – рядок 1. Це означає, що в базис вводимо елемент y_1 , а виводимо елемент x_2 . Виконуємо крок жорданового виключення. Елементи, що не належать розв'язувальному рядку та стовпцю, розраховуємо за формулою (2.1):

$$a'_{21} = a_{21} - \frac{a_{11} \cdot a_{22}}{a_{12}} = -0,25 - \frac{0,75 \cdot (-0,25)}{(-1,25)} = -0,4; \quad b'_2 = b_2 - \frac{b_1 \cdot a_{22}}{a_{12}} = 2,5 - \frac{0,5 \cdot (-0,25)}{(-1,25)} = 2,4;$$

$$a'_{31} = a_{31} - \frac{a_{11} \cdot a_{32}}{a_{12}} = 0,25 - \frac{0,75 \cdot 2,75}{(-1,25)} = 1,4; \quad b'_3 = b_3 - \frac{b_1 \cdot a_{32}}{a_{12}} = 4,5 - \frac{0,5 \cdot 2,75}{(-1,25)} = 3,4;$$

$$q'_1 = q_1 - \frac{a_{11} \cdot q_2}{a_{12}} = -1,5 - \frac{0,75 \cdot 1,5}{(-1,25)} = -0,6; \quad C' = C - \frac{b_1 \cdot q_2}{a_{12}} = 15 - \frac{0,5 \cdot 1,5}{(-1,25)} = 15,6.$$

Результати виконання кроку жорданового виключення записуємо в табл.2.6.

Таблиця 2.6 – Третій крок.

	$-y_2$	$-y_1$	3
x_2	-0,6	–	0,4
y_2	0,4	–	2,4
x_1	-1,9	–	5,6
F	0,6	–	15,6

Як бачимо з табл.2.6, опорний план знайдено, тому що вилучена змінна, яка відповідає обмеженню-рівнянню і всі елементи b_i в симплекс-таблиці додатні.

Оптимальний план теж знайдено, тому що в рядку коефіцієнтів функції F всі елементи $-q_j$ додатні.

В оптимальному плані: $x_1 = 5,6$; $x_2 = 0,4$; $y_3 = 5,6$; $y_1 = y_2 = 0$.
Максимум функції $F = 15,6$.

ЗАДАЧА 2.3. Знайти максимум функції $F = x_1 + 5x_2$ за наявності обмежень:

$$\begin{cases} y_1 = -2x_1 - x_2 + 10 = 0 \\ y_2 = x_1 - 4x_2 + 8 \geq 0 \\ y_3 = 3x_1 + x_2 - 4 \geq 0 \end{cases}$$

Запишемо задачу лінійного програмування в сімплекс-таблицю 2.7:

Таблиця 2.7 – Перший крок

	$-x_1$	$-x_2$	1
y_1	2	1	10
y_2	-1	4	8
y_3	-3	-1	-4
F	-1	-5	0

Вибираємо розв'язувальним стовпцем стовпець 1, що містить додатній коефіцієнт $-a_{11}$ з першого нуль-рядка. Розв'язувальний рядок вибираємо з умови:

$$\frac{b_i}{-a_{ij}} = \min \left\{ \frac{b_1}{-a_{12}} \right\} = \min \left\{ \frac{10}{2} \right\} = 5 = \frac{b_1}{-a_{11}}.$$

Таким чином, розв'язувальний рядок – рядок 1. Це означає, що в базис вводимо елемент y_1 , а виводимо елемент x_1 . Виконуємо крок жорданового виключення. Елементи, які не належать розв'язувальному рядку та стовпцю, розраховуємо за формулою (2.1):

$$\begin{aligned} a'_{22} &= a_{22} - \frac{a_{12} \cdot a_{21}}{a_{11}} = -4 - \frac{(-1) \cdot 1}{(-2)} = -4,5; & b'_2 &= b_2 - \frac{b_1 \cdot a_{21}}{a_{11}} = 8 - \frac{10 \cdot 1}{(-2)} = 13; \\ a'_{32} &= a_{32} - \frac{a_{12} \cdot a_{31}}{a_{11}} = 1 - \frac{(-1) \cdot 3}{(-2)} = -0,5; & b'_3 &= b_3 - \frac{b_1 \cdot a_{31}}{a_{11}} = -4 - \frac{10 \cdot 3}{(-2)} = 11; \\ q'_2 &= q_2 - \frac{a_{12} \cdot q_1}{a_{11}} = 5 - \frac{(-1) \cdot 1}{(-2)} = -4,5; & C' &= C - \frac{b_1 \cdot q_1}{a_{11}} = 0 - \frac{10 \cdot 1}{(-2)} = 5. \end{aligned}$$

Змінна y_1 , що відповідає обмеженню-рівності, після введення в базис, завжди дорівнює нулю; її значення фіксується, а подальше виведення змінної з базису не має сенсу. Тому елементи стовпця 1, що включає цю змінну після виконання кроку жорданова виключення, не розраховуємо. Елементи рядка 1 знаки не змінюють, а значення елементів ділимо на значення розв'язувального елементу $-a_{11}$.

Результати виконання кроку жорданова виключення записуємо до табл.2.8.

Таблиця 2.8 – Другий крок

.	$-y_1$	$-x_2$	2
x_1	–	0,5	5
y_2	–	4,5	13
y_3	–	0,5	11
F	–	–4,5	5

Як бачимо з табл.8, опорний план знайдено, тому, що вилучена змінна, яка відповідає обмеженню-рівнянню і всі елементи b_i в симплекс-таблиці додатні, і тому переходимо до пошуку оптимального плану.

Оптимальний план не знайдено, тому, що в рядку коефіцієнтів функції F є від'ємний коефіцієнт $-q_2$.

Стовпець 2 від'ємного коефіцієнту $-q_2 = -4,5$ приймаємо за розв'язувальний.

Розв'язувальний рядок вибираємо з умови:

$$\frac{b_i}{-a_{ij}} = \min \left\{ \frac{b_1}{-a_{12}}, \frac{b_2}{-a_{22}}, \frac{b_3}{-a_{32}} \right\} = \min \left\{ \frac{5}{0,5}, \frac{13}{4,5}, \frac{11}{0,5} \right\} = \frac{b_2}{-a_{22}}.$$

Таким чином розв'язувальний рядок – рядок 2. Це означає, що в базис вводимо елемент y_2 , а виводимо елемент x_2 . Виконуємо крок жорданового виключення. Елементи, які не належать розв'язувальному рядку та стовпцю, розраховуємо за формулою (2.1):

$$b'_1 = b_1 - \frac{b_2 \cdot a_{12}}{a_{22}} = 5 - \frac{13 \cdot (-0,5)}{(-4,5)} = 3,56; \quad C' = C - \frac{b_3 \cdot q_2}{a_{22}} = 5 - \frac{13 \cdot 4,5}{(-4,5)} = 18;$$

$$b'_3 = b_3 - \frac{b_2 \cdot a_{32}}{a_{22}} = 11 - \frac{13 \cdot (-0,5)}{(-4,5)} = 9,56.$$

Розв'язувальний елемент замінюємо одиницею, елементи рядка 2 залишаємо без зміни, а елементи стовпця 1 змінюють свої знаки, і всі елементи ділимо на значення розв'язувального елементу $-a_{22} = 4,5$.

Результати запишемо в табл.2.9.

Таблиця 2.9 – Третій крок

	$-y_1$	$-y_2$	3
x_1	–	– 0,11	3,56
x_2	–	0,22	2,89
y_3	–	– 0,11	9,56
F	–	1	18

Результати розрахунку свідчать про те, що оптимальний план знайдено. Всі елементи $-q_j$ додатні. В оптимальному плані: $x_1 = 3,56$; $x_2 = 2,89$; $y_3 = 9,56$; $y_1 = y_2 = 0$. Максимум функції $F = 18$.

2.2. 2 . Приклади оптимізації структури генерувальних потужностей

ЗАДАЧА 2.4. В прикладі, що був розглянутий у розд. 1.3, задача оптимізації структури генерувальних потужностей двовузлової системи представлена як задача визначення мінімуму функції

$$\Phi = 99.9P_{11} + 94.2P_{21} + 114.2P'_{12} + 97.0P''_{12} + 99.2P_{22} + 3.21P_{1-2}^{нов}$$

при наявності обмежень у формі рівностей

$$\begin{aligned} -P_{11} - P_{21} - 0.95 \cdot P_{2-1} + P_{1-2} + 2400 &= 0 \\ -P'_{12} - P''_{12} - P_{22} - 0.95 \cdot P_{1-2} + P_{2-1} + 2200 &= 0 \end{aligned}$$

і нерівностей

$$\begin{aligned} -P_{11} + 600 &\geq 0, \\ -P_{21} + 600 &\geq 0 \\ -1.3P_{11} - 1.6P'_{12} - 1.3P''_{12} + 3200 &\geq 0 \\ -P_{1-2} - P_{2-1} + P_{1-2}^{нов} &\geq 0 \\ -1.24P_{11} - 1.36P_{21} - 1.2(P'_{12} + P''_{12}) - 1.3P_{22} + 8000 &\geq 0. \end{aligned}$$

Введемо позначення: $x_1 = P_{11}$, $x_2 = P_{21}$, $x_3 = P'_{12}$, $x_4 = P''_{12}$, $x_5 = P_{22}$, $x_6 = P_{12}^{нов}$, $x_7 = P_{1-2}$, $x_8 = P_{2-1}$.

У лінійному програмуванні задача максимізації може бути зведена до задачі мінімізації (і навпаки), якщо одночасно зі зміною «знака оптимізації» змінити знаки перед коефіцієнтами цільової функції. Мінімізація Φ еквівалентна максимізації функції $F' = -\Phi$.

Таким чином, задачу оптимізації структури генерувальних потужностей

аналізованої системи з урахуванням прийнятих позначень, можна записати як задачу визначення максимуму функції

$$F = -99.9 \cdot X_1 - 94.2 \cdot X_2 - 114.2 \cdot X_3 - 97.0 \cdot X_4 - 99.2 \cdot X_5 - 3.2 \cdot X_6$$

за наявності обмежень у вигляді рівностей і нерівностей:

$$y_1 = -X_1 - X_2 - 0.95 \cdot X_8 + X_7 + 2400 = 0$$

$$y_2 = -X_3 - X_4 - X_5 - 0.95 \cdot X_7 + X_8 + 2200 = 0$$

$$y_3 = -X_1 + 600 \geq 0,$$

$$y_4 = -X_2 + 600 \geq 0$$

$$y_5 = -1.3 \cdot X_1 - 1.6 \cdot X_3 - 1.3 \cdot X_3 + 3200 \geq 0$$

$$y_6 = -X_6 - P_7 + P_8 \geq 0$$

$$y_7 = -1.24 \cdot X_1 - 1.36 \cdot X_2 - 1.2 \cdot X_3 - 1.2 \cdot X_4 - 1.3 \cdot X_5 + 8000 \geq 0$$

Отриману задачу лінійного програмування запишемо в табл. 2.10.

Таблиця 2.10 – Перший крок

	$-x_1$	$-x_2$	$-x_3$	$-x_4$	$-x_5$	$-x_6$	$-x_7$	$-x_8$	1
y_1	1	1	0	0	0	0	-1	0.95	2400
y_2	0	0	1	1	1	0	0.95	-1	2200
y_3	1	0	0	0	0	0	0	0	600
y_4	0	1	0	0	0	0	0	0	600
y_5	1.3	0	1.6	1.3	1	0	0	0	3200
y_6	0	0	0	0	0	-1	1	1	0
y_7	1.24	1.36	1.2	1.2	1.3	0	0	0	8000
F	99.9	94.2	114.2	97	99.2	3.2	0	0	0

Вибираємо розв'язувальним стовпцем стовпець 1, що містить додатній коефіцієнт $-a_{11}$ із першого нуль-рядка. Розв'язувальний рядок вибираємо з умови:

$$\frac{b_i}{-a_{ij}} = \min \left\{ \frac{b_1}{-a_{11}}, \frac{b_3}{-a_{31}}, \frac{b_5}{-a_{51}}, \frac{b_7}{-a_{71}} \right\} = \min \left\{ 2400, 600, \frac{3200}{1.3}, \frac{8000}{1.24} \right\} = 600 = \frac{b_3}{-a_{31}}$$

Таким чином, розв'язувальним є рядок 3. Тому в базис вводимо елемент y_3 , а виводимо x_1 . Виконуємо крок жорданового виключення. Розв'язувальний елемент замінюємо одиницею, елементи рядка 3 залишаються без зміни, а елементи стовпця 1 змінюють свої знаки $-a_{11} = 1$; $-a_{21} = -a_{41} = -a_{61} = 0$; $-a_{31} = -1$; $-a_{51} = -1,3$; $-a_{71} = -1,24$. Коефіцієнти, які не належать розв'язувальним стовпцю та рядку, розраховуються за формулою (2.1):

$$b'_1 = b_1 - \frac{b_3 \cdot a_{11}}{a_{13}} = 2400 - \frac{(-1) \cdot 600}{(-1)} = 1800;$$

$$b'_5 = 3200 - \frac{(-1.3) \cdot 600}{(-1)} = 2420; \quad b'_1 = 8000 - \frac{(-1.24) \cdot 600}{(-1)} = 7256;$$

$$c' = 0 - \frac{(-99.9) \cdot 600}{(-1)} = -59940.$$

Інші коефіцієнти залишаються без зміни.

Результати виконання кроку жорданового виключення запишемо в табл.2.11.

Таблиця 2.11 – Другий крок

	-y ₃	-x ₂	-x ₃	-x ₄	-x ₅	-x ₆	-x ₇	-x ₈	2
y ₁	-1	1	0	0	0	0	-1	0.95	1800
y ₂	0	0	1	1	1	0	0.95	-1	2200
x ₁	1	0	0	0	0	0	0	0	600
y ₄	0	1	0	0	0	0	0	0	600
y ₅	-1.3	0	1.6	1.3	1	0	0	0	244200
y ₆	0	0	0	0	0	-1	1	1	0
y ₇	-1.24	1.36	1.2	1.2	1.3	0	0	0	7256
F	-99.9	94.2	114.2	97	99.2	3.2	0	0	-59940

Вибираємо розв'язувальним стовпець 2, що містить додатній коефіцієнт $-a_{12} = 1$ першого нуль-рядка. Розв'язувальний рядок вибираємо з умови:

$$\frac{b_i}{-a_{i2}} = \min\left\{\frac{1800}{1}, \frac{600}{1}, \frac{7256}{1.36}\right\} = \frac{600}{1} = \frac{b_4}{-a_{42}}.$$

Розв'язувальним виберемо рядок 4 і виконаємо крок жорданового виключення. Результати зводимо в табл. 2.12.

Таблиця 2.12 – Третій крок

	-y ₃	-y ₄	-x ₃	-x ₄	-x ₅	-x ₆	-x ₇	-x ₈	3
y ₁	-1	-1	0	0	0	0	-1	0.95	1200
y ₂	0	0	1	1	1	0	0.95	-1	2200
x ₁	1	0	0	0	0	0	0	0	600
x ₂	0	1	0	0	0	0	0	0	600
y ₅	-1.3	0	1.6	1.3	1	0	0	0	2420
y ₆	0	0	0	0	0	-1	1	1	0
y ₇	-1.24	-1.36	1.2	1.2	1.3	0	0	0	6440
F	-99.9	-94.2	114.2	97	99.2	3.2	0	0	-116460

Розв'язувальним стовпцем вибираємо стовпець 8, що містить $-a_{18}=0.95$.
Розв'язувальний рядок вибираємо з умови:

$$\frac{b_i}{-a_{i8}} = \min\left\{\frac{1200}{0.95}, \frac{0}{1}\right\} = \frac{0}{1} = \frac{b_6}{-a_{68}}$$

Розв'язувальним виберемо рядок 6 і виконаємо крок жорданового виключення. Результати зводимо в табл. 2.13.

Таблиця 2.13 – Четвертий крок

	$-y_3$	$-y_4$	$-x_3$	$-x_4$	$-x_5$	$-x_6$	$-x_7$	$-y_6$	4
y_1	-1	-1	0	0	0	-1	-1.95	-0.95	1200
y_2	0	0	1	1	1	-1	1.95	1	2200
x_1	1	0	0	0	0	0	0	0	600
x_2	0	1	0	0	0	0	0	0	600
y_5	-1.3	0	1.6	1.3	0	0	0	0	2420
x_8	0	0	0	0	0	-1	1	1	0
y_7	-1.24	-1.36	1.2	1.2	1.3	0	0	0	6440
F	-99.9	-94.2	114.2	97	99.2	3.2	0	0	- 116460

Стовпець 6, що містить $-a_{16}=0,95$, вибираємо розв'язувальним.
Розв'язувальний рядок вибираємо з умови:

$$\frac{b_i}{-a_{i6}} = \min\left\{\frac{1200}{0,95}\right\} = \frac{1200}{0,95} = \frac{b_1}{-a_{16}}$$

Таким чином, в якості розв'язувального приймаємо рядок 1 і виконуємо крок жорданового виключення. Результати зводимо в табл. 2.14.

Таблиця 2.14 – П'ятий крок

	$-y_3$	$-y_4$	$-x_3$	$-x_4$	$-x_5$	$-y_1$	$-x_7$	$-y_6$	5
x_6	-1.05	-1.05	0	0	0	-	-2.05	-1	1263.16
y_2	-1.05	-1.05	1	1	1	-	-0.1	0	3463.16
x_1	1	0	0	0	0	-	0	0	600
x_2	0	1	0	0	0	-	0	0	600
y_5	-1.3	0	1.6	1.3	0	-	0	0	2420
x_8	-1.05	-1.05	0	0	0	-	-1.05	0	1263.16
y_7	-1.24	-1.36	1.2	1.2	1.3	-	0	0	6440
F	-96.53	-90.83	114.2	97	99.2	-	6.57	3.2	-120502

Змінна y_1 , що відповідає обмеженню-рівності, завжди дорівнює нулю; її значення фіксується, а подальше виведення змінної з базису не має сенсу. Тому коефіцієнти стовпця 6, що включає цю змінну, не розраховуються.

Стовпець 5, що містить позитивний коефіцієнт $-a_{25}=1$ другого нуль-рядка, приймаємо за розв'язувальний. Розв'язувальний рядок вибираємо з умови^

$$\frac{b_i}{-a_{i5}} = \min\left\{\frac{3463}{1}, \frac{6440}{1.3}\right\} = \frac{3463}{1} = \frac{b_2}{-a_{25}}$$

Розв'язувальним виберемо рядок 2 і виконаємо крок жорданового виключення. Результати зводимо в табл. 2.15.

Таблиця 2.15 – Шостий крок

	$-y_3$	$-y_4$	$-x_3$	$-x_4$	$-y_2$	$-y_1$	$-x_7$	$-y_6$	6
x_6	-1.05	-1.05	0	0	-	-	-2.05	-1	1263.16
x_5	-1.05	-1.05	1	1	-	-	-0.1	0	3463.16
x_1	1	0	0	0	-	-	0	0	600
x_2	0	1	0	0	-	-	0	0	600
y_5	-1.3	0	1.6	1.3	-	-	0	0	2420
x_8	-1.05	-1.05	0	0	-	-	-1.05	0	1263.16
y_7	0.12	0	-2.5	-0.1	-	-	0.13	0	1937.89
F	7.63	13.33	15.0	-2.2	-	-	16.49	3.2	- 464047.4

У отриманому плані вилучені всі змінні, що відповідають обмеженням-рівностям, усі вільні члени додатні. Це означає, що опорний план знайдений і можна переходити до знаходження оптимального плану.

Рядок лінійної форми містить від'ємний коефіцієнт $-q_4 = -2,2$. Розв'язувальним стовпцем приймаємо стовпець 4. Розв'язувальний рядок вибираємо з умови:

$$\frac{b_i}{-a_{i4}} = \min\left\{\frac{3463.16}{1}, \frac{2600}{1.3}\right\} = \frac{2600}{1.3} = \frac{b_5}{-a_{54}}$$

Таким чином, розв'язувальним елементом є елемент $-a_{54}$. Виконуємо крок жорданового виключення. Результати обчислень зводимо в табл. 2.16 .

Таблиця 2.16 – Сьомий крок

	$-y_3$	$-y_4$	$-x_3$	$-y_5$	$-y_2$	$-y_1$	$-x_7$	$-y_6$	7
x_6	-1,05	-1,05	0	0	-	-	-2,05	-1	1263,16
x_5	-1,05	-1,05	-0,23	-0,77	-	-	-0,1	0	1601,62
x_1	1	0	0	0	-	-	0	0	600
x_2	0	1	0	0	-	-	0	0	600
x_4	-1	0	1,23	0,77	-	-	0	0	1861,54
x_8	-1,05	-1,05	0	0	-	-	-1,05	0	1263,16
y_7	0,02	0	-2,38	0,08	-	-	0,13	0	2124,04
F	5,85	13,33	16,69	1,69	-	-	16,49	3,2	-459952,09

Потужність груп електростанцій другого енерговузла становить:

$$P_{12} = P_{12}' + P_{12}'' = 1862,54 \text{ МВт}; P_{22} = 1601,61 \text{ МВт}.$$

Пропускна здатність нових ліній електропередачі, що з'єднують вузли 1 і 2, дорівнює $P_{12}^{нов} = 1263.16$ МВт, а потужність ліній між енерговузлами складає -1263.16 МВт.

Річна витрата мазуту за умови оптимальних потужностей груп електростанцій енерговузлів дорівнює:

$$B_1 = P_{11} \cdot b_{11} \cdot T_{11} + P_{12}' \cdot b_{12} \cdot T_{12}^{max} + P_{12}'' \cdot b_{12} \cdot T_{12}^{min} = 600 \cdot 318 \cdot 4200 \cdot 10^{-6} + 1861.54 \cdot 325 \cdot 4000 \cdot 10^{-6} = 3200 \text{ тис.т},$$

а річна витрата кам'яного вугілля

$$B_2 = P_{21} \cdot b_{21} \cdot T_{21} + P_{22} \cdot b_{22} \cdot T_{22} = 600 \cdot 339 \cdot 4800 \cdot 10^{-6} + 1601.62 \cdot 325 \cdot 5200 \cdot 10^{-6} = 3766 \text{ тис.т}.$$

Потужність споживання в першому енерговузлі складає

$$P_1 + P_1^{pez} = P_{11} + P_{21} + 0.95 \cdot P_{2-1} - P_{1-2} = 600 + 600 + 0.95 \cdot 1263.16 = 2400 \text{ МВт},$$

а потужність другого вузла дорівнює

$$P_2 + P_2^{pez} = P_{12} + P_{22} + 0.95 \cdot P_{1-2} - P_{2-1} = 1861.54 + 1601.62 - 1263.16 = 2200 \text{ МВт}.$$

Обсяг капіталовкладень, необхідних для введення нових потужностей, становить:

$$K = K_{11}^{y\delta} \cdot P_{11} + K_{21}^{y\delta} \cdot P_{21} + K_{12}^{y\delta} \cdot P_{12} + K_{22}^{y\delta} \cdot P_{22} = 124 \cdot 600 + 136 \cdot 600 + 120 \cdot 1861.54 + 130 \cdot 1601.62 = 587595.4 \text{ тис.грн}.$$

Зведені витрати на спорудження й експлуатацію електростанцій і ліній електропередачі складають:

$$\begin{aligned} \Phi = -F &= 3_{11} P_{11} + 3_{21} P_{21} + 3'_{12} P_{12}' + 3''_{12} P_{12}'' + 3_{22} P_{22} + 3_{1-2} P_{1-2}^{нов} = \\ &= 99,9 \cdot 600 + 94,2 \cdot 600 + 97,0 \cdot 1861,54 + 99,2 \cdot 1601,62 + 3,21 \cdot 1263,16 = \\ &= 459952,09 \text{ тис.грн}. \end{aligned}$$

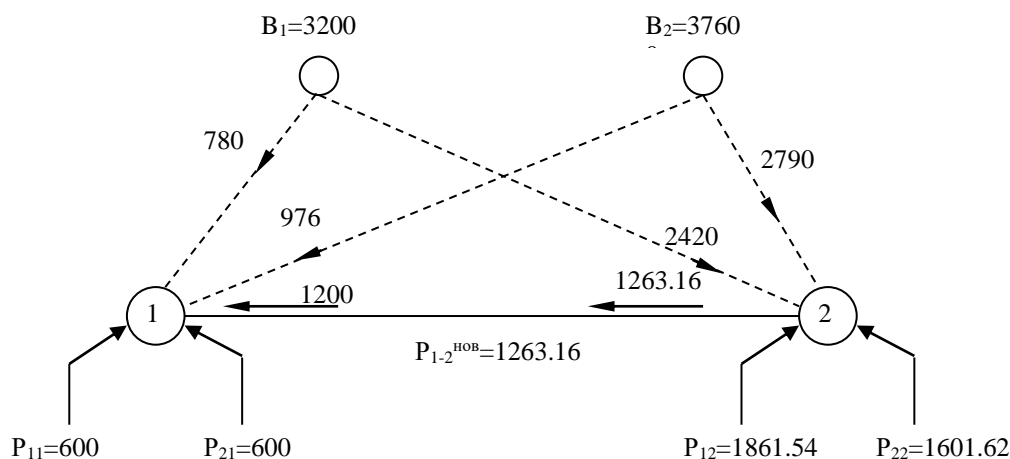


Рисунок 2.6 – Результати оптимізації структури потужностей енергосистеми.

На рис. 2.6. показано перетікання потужності та палива по електричних і паливних зв'язках розглянутої енергосистеми в оптимальному режимі.

ЗАДАЧА 2.5. Мінімізувати цільову функцію Φ симплекс-методом.

$$\Phi = 110,514P_{11} + 93,684P_{21} + 119,081P_{12}' + 97,902P_{12}'' + 86,334P_{22} + 2,812P_{1-2}^{HOB}$$

за наявності обмежень у вигляді рівностей і нерівностей:

$$P_{11} + P_{21} + P_{2-1} \cdot 0,95 - P_{1-2} = 2600;$$

$$P_{12}' + P_{12}'' + P_{22} + P_{1-2} \cdot 0,95 - P_{2-1} = 2200;$$

$$P_{21}^{\max} \leq 2,2 \cdot 10^3;$$

$$P_{22}^{\max} \leq 1,5 \cdot 10^3;$$

$$1,536P_{11} + 1,732P_{12}' + 1,332P_{12}'' \leq 3200$$

$$P_{1-2} + P_{2-1} - P_{1-2}^{HOB} \leq 0;$$

$$1,26P_{11} + 1,4P_{21} + 1,16(P_{12}' + P_{12}'') + 1,26P_{22} \leq 8900.$$

Позначемо:

$$X_1 = P_{11}, X_2 = P_{21}, X_3 = P_{12}', X_4 = P_{12}'', X_5 = P_{22}, X_6 = P_{1-2}^{HOB}, X_7 = P_{1-2}, X_8 = P_{2-1}.$$

У лінійному програмуванні задачу максимізації можна зводити до задачі мінімізації (і навпаки), якщо одночасно зі зміною "знака оптимізації" змінити знаки перед коефіцієнтами цільової функції. Таким чином, мінімізація Φ еквівалентна максимізації $F = -\Phi$.

Запишемо задачу оптимізації структури генерувальних потужностей з урахуванням введених позначень, як задачу визначення максимуму функції:

$$F = -110,514X_1 - 93,684X_2 - 119,081X_3 - 97,902X_4 - 86,334X_5 - 2,812X_6,$$

за наявності обмежень у вигляді рівностей і нерівностей:

$$y_{10} = -X_1 - X_2 - 0,95X_8 + X_7 + 2600 = 0;$$

$$y_{20} = -X_3 - X_4 - X_5 - 0,95X_7 + X_8 + 2200 = 0;$$

$$y_3 = -X_2 + 2200 \geq 0;$$

$$y_4 = -X_5 + 1500 \geq 0;$$

$$y_5 = -1,536X_1 - 1,732X_3 - 1,332X_4 + 3200 \geq 0;$$

$$y_6 = X_6 - X_7 - X_8 \geq 0;$$

$$y_7 = -1,26X_1 - 1,4X_2 - 1,16X_3 - 1,16X_4 - 1,26X_5 + 8900 \geq 0.$$

Отриману задачу лінійного програмування запишемо в табл. 2.17.

Таблиця 2.17 – Симплекс-таблиця на першому кроці

	$-x_1$	$-x_2$	$-x_3$	$-x_4$	$-x_5$	$-x_6$	$-x_7$	$-x_8$	1
y_{10}	1	1	0	0	0	0	-1	0,95	2600
y_{20}	0	0	1	1	1	0	0,95	-1	2200
y_3	0	1	0	0	0	0	0	0	2200
y_4	0	0	0	0	1	0	0	0	1500
y_5	1,536	0	1,732	1,332	0	0	0	0	3200
y_6	0	0	0	0	0	-1	1	1	0
y_7	1,26	1,4	1,16	1,16	1,26	0	0	0	8900
F	110,514	93,684	119,081	97,902	86,334	2,812	0	0	0

В першому нуль-рядку вибираємо додатній коефіцієнт $-a_{12} = 1$, внаслідок цього розв'язувальним стовпцем буде стовпець 2. Розв'язувальний рядок вибираємо з умови:

$$\frac{b_i}{-a_{ij}} = \min\left\{\frac{b_1}{-a_{12}}, \frac{b_3}{-a_{32}}, \frac{b_7}{-a_{72}}\right\} = \min\left\{\frac{2600}{1}, \frac{2200}{1}, \frac{8900}{1,4}\right\} = 2200 = \frac{b_3}{-a_{32}}$$

Коефіцієнт $-a_{32}$ вибираємо в якості розв'язувального елемента. Виконуємо крок жорданового виключення. В базис вводимо елемент y_3 , а виводимо x_2 . Розрахуємо коефіцієнти, що не належать розв'язувальним рядку і стовпцю за формулою (2.1).

Отже:

$$b'_1 = b_1 - \frac{b_3 \cdot a_{12}}{a_{32}} = 2600 - \frac{2200 \cdot (1)}{(1)} = 400;$$

$$b'_7 = b_7 - \frac{b_3 \cdot a_{72}}{a_{32}} = 8900 - \frac{2200 \cdot (1,4)}{(1)} = 5820;$$

$$C' = C - \frac{b_3 \cdot q_2}{a_{32}} = 0 - \frac{2200 \cdot (93,684)}{(1)} = -206104,8.$$

Інші коефіцієнти перераховувати не потрібно, оскільки $\frac{a_{rj} \cdot a_{is}}{a_{ij}}$ завжди

матиме значення 0, отже коефіцієнти залишаються без змін. Розв'язувальний елемент заміняємо одиницею, елементи розв'язувального рядка, залишаємо без зміни, а елементи стовпця 2 змінюють свої знаки. Елементи розв'язувальних рядка і стовпця також діляться на старе значення розв'язувального елемента $-a_{32} = 1$.

Результати виконання кроку жорданового виключення записуємо в табл.2.18.

Таблиця 2.18 – Симплекс-таблиця на другому кроці

	$-X_1$	$-X_3$	$-X_3$	$-X_4$	$-X_5$	$-X_6$	$-X_7$	$-X_8$	2
y_{10}	1	-1	0	0	0	0	-1	0,95	400
y_{20}	0	0	1	1	1	0	0,95	-1	2200
X_2	0	1	0	0	0	0	0	0	2200
y_4	0	0	0	0	1	0	0	0	1500
y_5	1,536	0	1,732	1,332	0	0	0	0	3200
y_6	0	0	0	0	0	-1	1	1	0
y_7	1,26	-1,4	1,16	1,16	1,26	0	0	0	5820
F	110,514	-93684	119,081	97,902	86,334	2,812	0	0	-206104,8

В нуль-рядку вибираємо позитивний коефіцієнт $-a_{11} = 1$.

Розв'язувальний рядок вибираємо з умови:

$$\frac{b_i}{-a_{ij}} = \min\left\{\frac{b_1}{-a_{11}}, \frac{b_5}{-a_{51}}, \frac{b_7}{-a_{71}}\right\} = \min\left\{\frac{400}{1}, \frac{3200}{1,536}, \frac{5820}{1,26}\right\} = 400 = \frac{b_1}{-a_{11}}.$$

Коефіцієнт $-a_{11}$ вибираємо в якості розв'язувального елемента. Виконуємо крок жорданового виключення, в базис вводимо елемент y_{10} , а виводимо x_1 .

$$a'_{52} = a_{52} - \frac{a_{12} \cdot a_{51}}{a_{11}} = 0 - \frac{(-1) \cdot (1,536)}{(1)} = 1,536;$$

$$a'_{57} = a_{57} - \frac{a_{17} \cdot a_{51}}{a_{11}} = 0 - \frac{(-1) \cdot (1,536)}{(1)} = 1,536;$$

$$a'_{58} = a_{58} - \frac{a_{18} \cdot a_{51}}{a_{11}} = 0 - \frac{(0,95) \cdot (1,536)}{(1)} = -1,459;$$

$$b'_5 = b_5 - \frac{b_1 \cdot a_{51}}{a_{11}} = 0 - \frac{(400) \cdot (1,536)}{1} = 2585,6;$$

$$a'_{72} = a_{72} - \frac{a_{12} \cdot a_{71}}{a_{11}} = -1,4 - \frac{(-1) \cdot (1,26)}{(1)} = 0,14;$$

$$a'_{77} = a_{77} - \frac{a_{17} \cdot a_{71}}{a_{11}} = 0 - \frac{(-1) \cdot (1.26)}{(1)} = 1,26;$$

$$a'_{78} = a_{78} - \frac{a_{18} \cdot a_{71}}{a_{11}} = 0 - \frac{(0.95) \cdot (1.26)}{(1)} = -1,197;$$

$$b'_7 = b_7 - \frac{b_1 \cdot a_{71}}{a_{11}} = 5820 - \frac{(400) \cdot (1.26)}{1} = 5316;$$

$$q'_2 = q_2 - \frac{a_{12} \cdot q_1}{a_{11}} = -93.684 - \frac{(-1) \cdot (110.514)}{(1)} = 16,83;$$

$$q'_7 = q_7 - \frac{a_{17} \cdot q_1}{a_{11}} = 0 - \frac{(-1) \cdot (110.514)}{(1)} = 110,514;$$

$$q'_8 = q_8 - \frac{a_{18} \cdot q_1}{a_{11}} = 0 - \frac{(0.95) \cdot (110.514)}{(1)} = -104,988;$$

$$C' = C - \frac{b_1 \cdot q_1}{a_{11}} = -206104.8 - \frac{400 \cdot (110.514)}{(1)} = -250310,4.$$

Інші коефіцієнти перераховувати не потрібно, оскільки $\frac{a_{rj} \cdot a_{is}}{a_{ij}}$ завжди матиме значення 0, отже коефіцієнти залишаються без змін.

Результати виконання кроку жорданового виключення записуємо в табл.2.19.

Таблиця 2.19 – Симплекс-таблиця на третьому кроці

	$-y_{10}$	$-y_3$	$-X_3$	$-X_4$	$-X_5$	$-X_6$	$-X_7$	$-X_8$	3
X_1	-	-1	0	0	0	0	-1	0,95	400
y_{20}	-	0	1	1	1	0	0,95	-1	2200
X_2	-	1	0	0	0	0	0	0	2200
y_4	-	0	0	0	1	0	0	0	1500
y_5	-	1.536	1,732	1,332	0	0	1.536	-1.459	2586
y_6	-	0	0	0	0	-1	1	1	0
y_7	-	-1,4	1,16	1,16	1,26	0	1.26	-1.197	5316
F	-	16.83	119,081	97,902	86,334	2,812	110.514	-104.988	-250310

В нуль-рядку вибираємо позитивний коефіцієнт $-a_{25} = 1$. Розв'язувальний рядок вибираємо з умови:

$$\frac{b_i}{-a_{ij}} = \min\left\{\frac{b_2}{-a_{25}}, \frac{b_5}{-a_{45}}, \frac{b_7}{-a_{75}}\right\} = \min\left\{\frac{2200}{1}, \frac{1500}{1}, \frac{5316}{1.26}\right\} = 1500 = \frac{b_5}{-a_{45}}.$$

Коефіцієнт $-a_{45}$ вибираємо в якості розв'язувального елемента. Виконуємо крок жорданового виключення.

Результати виконання кроку жорданового виключення записуємо в табл.2.20.

Таблиця 2.20 – Симплекс-таблиця на четвертому кроці

	$-y_{10}$	$-y_3$	$-X_3$	$-X_4$	$-y_4$	$-X_6$	$-X_7$	$-X_8$	4
X_1	-	-1	0	0	0	0	-1	0,95	400
y_{20}	-	0	1	1	-1	0	0,95	-1	700
X_2	-	1	0	0	0	0	0	0	2200
X_5	-	0	0	0	1	0	0	0	1500
y_5	-	1,536	1,732	1,332	0	0	1,536	-1,459	2586
y_6	-	0	0	0	0	-1	1	1	0
y_7	-	-1,4	1,16	1,16	-1,26	0	1,26	-1,197	3426
F	-	16,83	119,081	97,902	-86,334	2,812	110,514	-104,988	-379811

В нуль-рядку вибираємо додатній коефіцієнт $-a_{24} = 1$. Розв'язувальний рядок вибираємо з умови:

$$\frac{b_i}{-a_{ij}} = \min\left\{\frac{b_2}{-a_{24}}, \frac{b_5}{-a_{54}}, \frac{b_7}{-a_{74}}\right\} = \min\left\{\frac{700}{1}, \frac{1500}{1,332}, \frac{3426}{1,16}\right\} = 700 = \frac{b_2}{-a_{24}}$$

Коефіцієнт $-a_{24}$ вибираємо в якості розв'язувального елемента. Виконуємо крок жорданового виключення. В базис вводимо елемент y_{20} , а виводимо x_4 . Результати виконання кроку жорданового виключення записуємо в табл.2.21.

Таблиця 2.21 – Симплекс-таблиця на п'ятому кроці

	$-y_{10}$	$-y_3$	$-X_3$	$-y_{20}$	$-y_4$	$-X_6$	$-X_7$	$-X_8$	5
X_1	-	-1	0	-	0	0	-1	0,95	400
X_4	-	0	1	-	-1	0	0,95	-1	700
X_2	-	1	0	-	0	0	0	0	2200
X_5	-	0	0	-	1	0	0	0	1500
y_5	-	1,536	0,4	-	1,332	0	0,271	-0,127	1653
y_6	-	0	0	-	0	-1	1	1	0
y_7	-	-1,4	0	-	-0,1	0	0,158	-0,037	2614
F	-	16,83	21,179	-	11,568	2,812	17,507	-7,086	-448343

Оскільки всі вільні члени додатні або дорівнюють нулю і в одержаному плані вилучені всі змінні, що відповідають обмеженням рівності, то опорний план знайдений. Переходимо до знаходження оптимального плану.

В якості розв'язувального стовпця обираємо стовпець 8, бо він містить від'ємний елемент $-q_8$. Розв'язувальний рядок вибираємо з умови:

$$\frac{b_i}{-a_{ij}} = \min\left\{\frac{b_1}{-a_{18}}, \frac{b_6}{-a_{68}}\right\} = \min\left\{\frac{400}{1}, \frac{0}{1}\right\} = 0 = \frac{b_6}{-a_{68}}$$

Таким чином, розв'язувальним елементом є елемент $-a_{68}$. Виконуємо крок жорданового виключення, вводимо y_6 в базис і виводимо з базису X_8 .

Результати виконання кроку жорданового виключення записуємо в табл.2.22.

Таблиця 2.22 – Симплекс-таблиця на шостому кроці

	$-y_{10}$	$-y_3$	$-X_3$	$-y_{20}$	$-y_4$	$-X_6$	$-X_7$	$-y_6$	б
X_1	-	-1	0	-	0	0,95	-1,95	-0,95	400
X_4	-	0	1	-	-1	-1	1,95	1	700
X_2	-	1	0	-	0	0	0	0	2200
X_5	-	0	0	-	1	0	0	0	1500
y_5	-	1,536	0,4	-	1,332	-0,127	0,398	0,127	1653
X_8	-	0	0	-	0	-1	1	1	0
y_7	-	-1,4	0	-	-0,1	-0,037	0,195	0,037	2614
F	-	16,83	21,179	-	11,568	-4,274	24,593	7,086	-448343

В якості розв'язувального стовпця обираємо стовпець б, оскільки він містить відємний елемент $-q_6$. Перший рядок вибираємо в якості розв'язувального рядка, тому що тільки в ньому присутній додатній елемент в б-му рядку.

Таким чином, розв'язувальним елементом є елемент $-a_{16}$. Виконуємо крок жорданового виключення, вводимо X_1 в базис і виводимо з базису X_6 .

Результати виконання кроку жорданового виключення записуємо в табл.2.23.

Таблиця 2.23 – Симплекс-таблиця на сьомому кроці

	$-y_{10}$	$-y_3$	$-X_3$	$-y_{20}$	$-y_4$	$-X_1$	$-X_7$	$-y_6$	7
X_6	-	-1,053	0	-	0	1,053	-2,053	-1	421,053
X_4	-	-1,053	1	-	-1	1,053	-0,103	0	1121
X_2	-	1	0	-	0	0	0	0	2200
X_5	-	0	0	-	1	0	0	0	1500
y_5	-	1,402	0,4	-	1,332	0,134	0,137	0	1707
X_8	-	1,053	0	-	0	1,053	1,053	0	421,053
y_7	-	-0,179	0	-	-0,1	0,039	0,119	0	2630
F	-	12,331	21,179	-	11,568	4,499	15,82	2,812	-446543,1

Отриманий розв'язок є оптимальним планом, тому, що всі коефіцієнти лінійної форми додатні. Отже мінімум функції знайдено.

$$X_1 = X_3 = X_7 = 0;$$

$$X_2 = 2200; X_3 = 1121,053; X_5 = 1500; X_6 = 421,053; X_8 = 421,053.$$

Оптимальні потужності груп електростанцій першого енерговузла становлять:

$$P_{11} = 0 \text{ МВт}; P_{21} = 2200 \text{ МВт.}$$

Потужності груп електростанцій другого енерговузла становлять:

$$P_{12} = P_{12}' + P_{12}'' = 0 + 1121,053 = 1121,053 \text{ МВт}; P_{22} = 1500 \text{ МВт.}$$

Пропускна здатність нових ЛЕП, що з'єднують перший і другий енерговузли дорівнює:

$$P_{1-2}^{нов} = 421,053 \text{ МВт,}$$

а потужність ліній між енерговузлами – 421,053 МВт.

Річна витрата мазуту за оптимальних потужностей груп електростанцій енерговузлів:

$$V_1 = P_{11}b_{11}T_{11} + P_{12}'b_{12}T_{12}^{max} + P_{12}''b_{12}T_{12}^{min} = 0 \cdot 320 \cdot 4800 \cdot 10^{-6} + 0 \cdot 333 \cdot 5200 \cdot 10^{-6} + 1121,053 \cdot 333 \cdot 4000 \cdot 10^{-6} = 1493,242 \text{ м}^3.$$

Річна витрата кам'яного вугілля:

$$V_2 = P_{21}b_{21}T_{21} + P_{22}b_{22}T_{22} = 1500 \cdot 341 \cdot 4600 \cdot 10^{-6} + 2200 \cdot 331 \cdot 5200 \cdot 10^{-6} = 6139,54 \text{ тис.т.}$$

Потужність, що споживається в першому енерговузлі:

$$P_1 + P_1^{рез} = P_{11} + P_{21} + 0,95 \cdot P_{2-1} - P_{1-2} = 0 + 2200 + 0,95 \cdot 421,053 - 0 = 2600 \text{ МВт.}$$

Потужність, що споживається в другому енерговузлі:

$$P_2 + P_2^{рез} = P_{12} + P_{22} + 0,95 \cdot P_{1-2} - P_{2-1} = 0 + 1121,053 + 1500 + 0,95 \cdot 0 - 421,053 = 2200 \text{ МВт.}$$

Обсяг капіталовкладень для введення нових генерувальних потужностей:

$$K = K_{11}^{ПИТ} \cdot P_{11} + K_{21}^{ПИТ} \cdot P_{21} + K_{12}^{ПИТ} \cdot P_{12} + K_{22}^{ПИТ} \cdot P_{22} = 126 \cdot 0 + 14 \cdot 2200 + 116 \cdot 1121,053 + 126 \cdot 1500 = 627042,105 \text{ у.о..}$$

Зведені витрати на спорудження й експлуатацію електростанцій:

$$\Phi = -F = Z_{11}P_{11} + Z_{21}P_{21} + Z_{12}'P_{12}' + Z_{12}''P_{12}'' + Z_{22}P_{22} + Z_{1-2}P_{1-2}^{нов} = 110,514 \cdot 0 + 93,684 \cdot 2200 + 119,081 \cdot 0 + 97,902 \cdot 1121,053 + 86,334 \cdot 1500 + 2,812 \cdot 421,053 = 446542,449 \text{ у.о..}$$

Перетікання потужностей та палива по електричних і паливних зв'язках розглянутої енергосистеми в оптимальному режимі показані на рис.2.7.

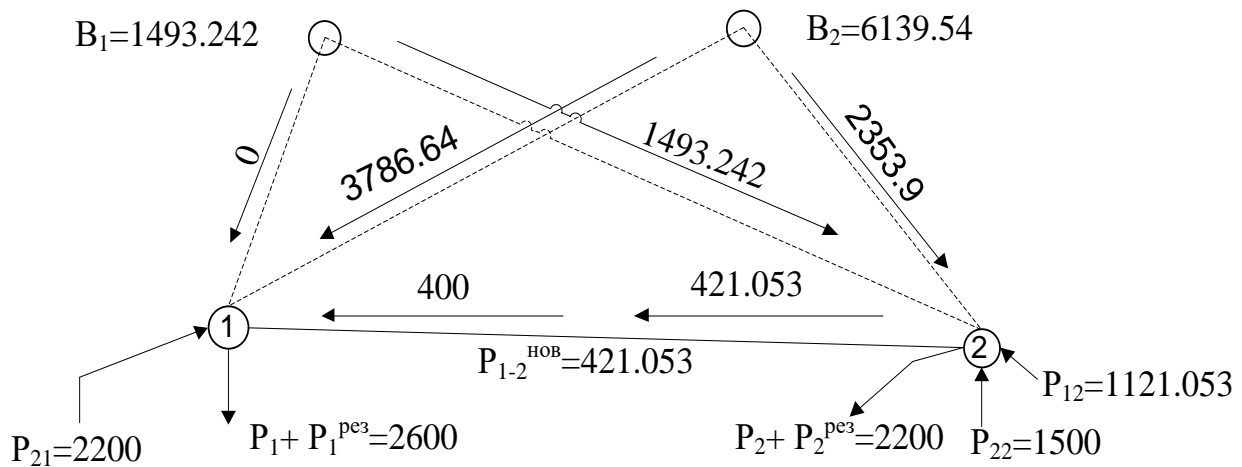


Рисунок 2.7 – Результати оптимізації структури потужностей генеруючої енергосистеми

ЗАДАЧА 2.6. Визначити мінімум функції

$$\Phi = 109,316P_{11} + 99,528P_{21} + 96,184P'_{12} + 87,422P''_{12} + 87,737P_{22}$$

за наявності обмежень у вигляді рівностей і нерівностей:

$$P_{11} + P_{21} + P_{2-1} \cdot 0,95 - P_{1-2} = 2600;$$

$$P'_{12} + P''_{12} + P_{22} + P_{1-2} \cdot 0,95 - P_{2-1} = 1800;$$

$$-P_{11} \geq 1600;$$

$$-P_{12} \geq 800$$

$$-1,764P_{11} - 1,509P'_{12} - 1,312P''_{12} \geq 2900$$

симплекс методом.

Нехай $X_1 = P_{11}$, $X_2 = P_{21}$, $X_3 = P'_{12}$, $X_4 = P''_{12}$, $X_5 = P_{22}$, $X_6 = P_{1-2}$, $X_7 = P_{2-1}$.

У лінійному програмуванні задачу максимізації можна зводити до задачі мінімізації (і навпаки), якщо одночасно зі зміною "знака оптимізації" змінити знаки перед коефіцієнтами цільової функції. Таким чином, мінімізація Φ еквівалентна максимізації $F = -\Phi$.

Запишемо задачу оптимізації структури генерувальних потужностей аналізованої системи з урахуванням уведених позначень як задачу визначення максимуму функції

$$F = -109,316X_1 - 99,528X_2 - 96,184X_3 - 87,422X_4 - 87,737X_5$$

за наявності обмежень у вигляді рівностей і нерівностей:

$$y_{10} = -X_1 - X_2 - 0,95X_7 + X_6 + 2600 = 0;$$

$$y_{20} = -X_3 - X_4 - X_5 - 0,95X_6 + X_7 + 1800 = 0;$$

$$y_3 = -X_1 + 1600 \geq 0;$$

$$y_4 = -X_2 + 800 \geq 0;$$

$$y_5 = -1,764X_1 - 1,509X_3 - 1,312X_4 + 2900 \geq 0.$$

Отриману задачу лінійного програмування запишемо в табл.2.24.

Таблиця 2.24 – Симплекс-таблиця на першому кроці

	$-X_1$	$-X_2$	$-X_3$	$-X_4$	$-X_5$	$-X_6$	$-X_7$	1
y_{10}	1	1	0	0	0	-1	0,95	2600
y_{20}	0	0	1	1	1	0,95	-1	1800
y_3	1	0	0	0	0	0	0	1600
y_4	0	1	0	0	0	0	0	800
y_5	1,764	0	1,509	1,312	0	0	0	2900
F	109,316	99,528	96,184	87,422	87,737	0	0	0

У першому нуль-рядку вибираємо додатній коефіцієнт $-a_{17} = 0,95$, внаслідок цього розв'язувальним стовпцем буде стовпець 7. Оскільки додатній коефіцієнт міститься тільки в 1 рядку, то обираємо цей рядок в якості розв'язувального.

Виконуємо крок жорданового виключення, вводимо y_1 в базис і виводимо з базису X_7 . Розрахуємо коефіцієнти, що не належать розв'язувальним рядку і стовпцю за формулою (2.1):

$$a'_{21} = a_{21} - \frac{a_{11} \cdot a_{27}}{a_{17}} = 0 - \frac{(-1) \cdot 1}{-0,95} = -1,053$$

$$a'_{22} = a_{22} - \frac{a_{12} \cdot a_{27}}{a_{17}} = 0 - \frac{(-1) \cdot 1}{-0,95} = -1,053$$

$$a'_{26} = a_{26} - \frac{a_{16} \cdot a_{27}}{a_{17}} = -0,95 - \frac{1 \cdot 1}{-0,95} = 0,103$$

$$b'_2 = b_2 - \frac{b_1 \cdot a_{27}}{a_{17}} = 1800 - \frac{2600 \cdot 1}{-0,95} = 4536,842.$$

Інші коефіцієнти перераховувати не потрібно, оскільки $\frac{a_{ij} \cdot a_{is}}{a_{ij}}$ завжди

матиме значення 0, отже коефіцієнти залишаються без змін. Розв'язувальний елемент заміняємо одиницею, елементи розв'язувального рядка, залишаємо без зміни, а елементи стовпця 7 змінюють свої знаки. Елементи розв'язувальних рядка і стовпця також діляться на значення розв'язувального елемента $-a_{17} = 0,95$ з симплекс-таблиці першого кроку.

Результати виконання кроку жорданового виключення записуємо в табл.2.25.

Таблиця 2.25 – Симплекс-таблиця на другому кроці

	$-X_1$	$-X_2$	$-X_3$	$-X_4$	$-X_5$	$-X_6$	$-y_{10}$	2
X_7	1,053	1,053	0	0	0	-1,053	-	2736,842
y_{20}	1,053	1,053	1	1	1	-0,103	-	4536,842
y_3	1	0	0	0	0	0	-	1600
y_4	0	1	0	0	0	0	-	800
y_5	1.764	0	1.509	1.312	0	0	-	2900
F	109.316	99.528	96.184	87.422	87.737	0	-	0

В нуль-рядку вибираємо додатний коефіцієнт $-a_{25}=1$. Оскільки всі елементи обраного стовпця, крім останнього дорівнюють 0, то в якості розв'язувального рядка обираємо рядок 2.

Виконуємо крок жорданового виключення, вводимо y_2 в базис і виводимо з базису X_5 . Розрахуємо коефіцієнти, що не належать розв'язувальним рядку і стовпцю за формулою (2.1):

$$q_1' = q_1 - \frac{a_{21} \cdot q_5}{a_{25}} = -109,316 - \frac{(-1,053) \cdot (-87,737)}{-1} = -16,929,$$

$$q_2' = q_2 - \frac{a_{22} \cdot q_5}{a_{25}} = -99,528 - \frac{(-1,053) \cdot (-87,737)}{-1} = -7,141,$$

$$q_3' = q_3 - \frac{a_{23} \cdot q_5}{a_{25}} = -96,184 - \frac{(-1) \cdot (-87,737)}{-1} = -8,447.$$

$$q_4' = q_4 - \frac{a_{24} \cdot q_5}{a_{25}} = -87,422 - \frac{(-1) \cdot (-87,737)}{-1} = 0,315,$$

$$q_6' = q_6 - \frac{a_{26} \cdot q_5}{a_{25}} = 0 - \frac{0,103 \cdot (-87,737)}{-1} = -9,037,$$

$$C' = C - \frac{b_2 \cdot q_5}{a_{25}} = 0 - \frac{4536,842 \cdot (-87,737)}{-1} = -398048,907.$$

Інші коефіцієнти перераховувати не потрібно, оскільки $\frac{a_{rj} \cdot a_{is}}{a_{ij}}$ завжди матиме значення 0, отже коефіцієнти залишаються без змін.

Результати виконання кроку жорданового виключення записуємо в табл.2.26.

Таблиця 2.26 – Симплекс-таблиця на третьому кроці

	$-X_1$	$-X_2$	$-X_3$	$-X_4$	$-y_{20}$	$-X_6$	$-y_{10}$	3
X_7	1,053	1,053	0	0	-	-1,053	-	2736,842
X_5	1,053	1,053	1	1	-	-0,103	-	4536,842
y_3	1	0	0	0	-	0	-	1600
y_4	0	1	0	0	-	0	-	800
y_5	1,764	0	1,509	1,312	-	0	-	2900
F	16,929	7,141	8,447	-0,315	-	9,037	-	-398048,907

Оскільки всі вільні члени додатні і в одержаному плані вилучені всі змінні, що відповідають обмеженням рівності, то опорний план знайдений. Переходимо до знаходження оптимального плану.

Очевидно, що в якості розв'язувального стовпця обираємо стовпець 4, оскільки тільки в ньому міститься елемент $-q_4$, що має від'ємне значення в рядку цільової функції. Розв'язувальний рядок обираємо з умови:

$$\frac{b_i}{-a_{i4}} = \min \left\{ \frac{4536,842}{1}, \frac{2900}{1,312} \right\} = \frac{2900}{1,312} = \frac{b_5}{-a_{54}}.$$

Таким чином розв'язувальним елементом є елемент $-a_{54}$. Виконуємо крок жорданового виключення.

Коефіцієнти, що не належать розв'язувальним рядку і стовпцю розраховуємо за формулою (2.1):

$$a'_{21} = a_{21} - \frac{a_{51} \cdot a_{24}}{a_{54}} = (-1,053) - \frac{(-1,764) \cdot (-1)}{(-1,312)} = 0,292,$$

$$a'_{23} = a_{23} - \frac{a_{53} \cdot a_{24}}{a_{54}} = (-1) - \frac{(-1,509) \cdot (-1)}{(-1,312)} = 0,15,$$

$$b'_2 = b_2 - \frac{b_5 \cdot a_{24}}{a_{54}} = 4536,842 - \frac{2900 \cdot (-1)}{(-1,312)} = 2326,476,$$

$$q'_1 = q_1 - \frac{a_{51} \cdot q_4}{a_{54}} = (-16,929) - \frac{(-1,764) \cdot 0,315}{(-1,312)} = -17,353,$$

$$q'_3 = q_3 - \frac{a_{53} \cdot q_4}{a_{54}} = (-8,447) - \frac{(-1,509) \cdot 0,315}{(-1,312)} = -8,809,$$

$$C' = C - \frac{b_5 \cdot q_4}{a_{54}} = -398048,907 - \frac{2900 \cdot 0,315}{(-1,312)} = -397352,642.$$

Розв'язувальний елемент заміняємо одиницею, елементи розв'язувального рядка, залишаємо без зміни, а елементи стовпця 5 змінюють свої знаки. Елементи розв'язувальних рядка і стовпця також діляться на значення розв'язувального елемента $-a_{54} = 1,312$.

Результати виконання кроку жорданового виключення записуємо в табл.2.27.

Таблиця 2.27 – Симплекс-таблиця на четвертому кроці

	$-X_1$	$-X_2$	$-X_3$	$-y_5$	$-y_{20}$	$-X_6$	$-y_{10}$	4
X_7	1,05	1,05	0	0	-	-1,05	-	2736,842
X_5	-0,292	1,053	-0,15	-0,762	-	-0,103	-	2326,476
y_3	1	0	0	0	-	0	-	1600
y_4	0	1	0	0	-	0	-	800
\tilde{O}_4	1,345	0	1,15	0,762	-	0	-	2210,366
F	17,353	7,141	8,809	0,24	-	9,037	-	-397352,642

Отриманий розв'язок є оптимальним планом, тому, що всі коефіцієнти лінійної форми додатні. Отже мінімум функції знайдено.

$$X_1 = X_2 = X_3 = X_6 = 0; \quad y_1 = y_2 = y_5 = 0;$$

$$X_4 = 2210,366; \quad X_5 = 2326,476; \quad X_7 = 2736,842;$$

$$y_3 = 1600; \quad y_4 = 800.$$

Оптимальні потужності груп електростанцій першого енерговузла становлять:

$$P_{11} = 0 \text{ МВт}; \quad P_{21} = 0 \text{ МВт}.$$

Потужності груп електростанцій другого енерговузла складають:

$$P_{12} = P_{12}' + P_{12}'' = 0 + 2210,366 = 2210,366 \text{ МВт}; \quad P_{22} = 2326,476 \text{ МВт}.$$

Перетікання потужностей між енерговузлами:

$$P_{2-1} = 2736,842 \text{ МВт}.$$

Річні витрати газу за оптимальних потужностей груп електростанцій енерговузлів:

$$V_1 = P_{12}' b_{12} T_{12}^{\max} + P_{12}'' b_{12} T_{12}^{\min} = 0 \cdot 328 \cdot 4600 \cdot 10^{-6} + 2210,366 \cdot 328 \cdot 4000 \cdot 10^{-6} = 2900 \text{ тис.м}^3$$

Річні витрати кам'яного вугілля:

$$V_2 = P_{22} b_{22} T_{22} = 2326,476 \cdot 337 \cdot 4800 \cdot 10^{-6} = 3763,308 \text{ тис.т.}$$

Потужність, що споживається в першому енерговузлі:

$$P_1 + P_1^{pez} = P_{11} + P_{21} + 0,95 \cdot P_{2-1} - P_{1-2} = 0 + 0 + 0,95 \cdot 2736,842 - 0 = 2600 \text{ МВт}.$$

Потужність, що споживається в другому енерговузлі:

$$P_2 + P_2^{pez} = P_{12} + P_{22} + 0,95 \cdot P_{1-2} - P_{2-1} = 2210,366 + 2326,476 + 0,95 \cdot 0 - 2736,842 = 1800 \text{ МВт}.$$

Обсяг капіталовкладень для введення нових генерувальних потужностей:

$$K = K_{11}^{\text{ПИТ}} \cdot P_{11} + K_{21}^{\text{ПИТ}} \cdot P_{21} + K_{12}^{\text{ПИТ}} \cdot P_{12} + K_{22}^{\text{ПИТ}} \cdot P_{22} = 119 \cdot 2210,366 + 129 \cdot 2326,476 = 563148,958 \text{ у.о.}$$

Зведені витрати на спорудження й експлуатацію електростанцій:

$$\Phi = 3_{11}P_{11} + 3_{21}99,528P_{21} + 3_{12}'P_{12}' + 3_{12}''P_{12}'' + 3_{22}P_{22} = 109,316 \cdot 0 + 99,528 \cdot 0 + 96,184 \cdot 0 + 87,422 \cdot 2210,366 + 87,737 \cdot 2326,476 = 397352,642 \text{ у.о.}$$

Перетікання потужностей та палива по електричних і паливних зв'язках розглянутої енергосистеми в оптимальному режимі показані на рис.2.8.

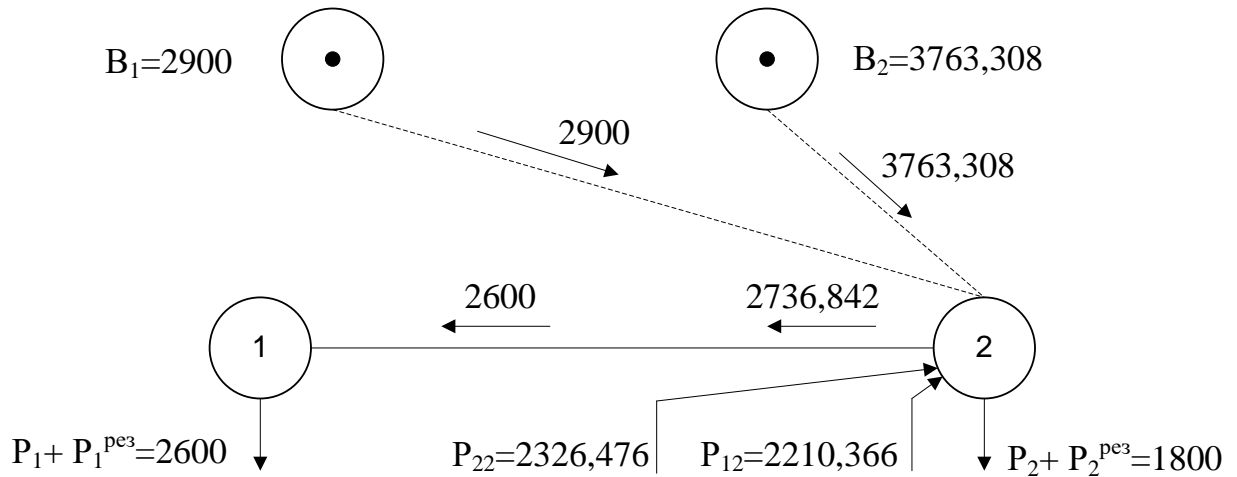


Рисунок 2.8 – Результати оптимізації структури потужностей генеруючої енергосистеми

3. ОПТИМІЗАЦІЯ РОЗВИТКУ ГЕНЕРУВАЛЬНИХ ПОТУЖНОСТЕЙ ЕЛЕКТРИЧНИХ СИСТЕМ

3.1. Рішення задачі оптимізації розвитку електростанцій енергосистеми за допомогою методу динамічного програмування

Результати, отримані при оптимізації структури генерувальних потужностей є основою для рішення наступної задачі оптимізації розвитку електричних систем – оптимізації розвитку електростанцій. У рамках даної задачі обґрунтовуються рішення вибору виду енергоресурсів, місць спорудження, потужності, параметрів і термінів спорудження конкретних електростанцій.

У загальному випадку задача оптимізації розвитку електростанцій формулюється як задача нелінійного програмування, для вирішення якої застосовується метод динамічного програмування.

Динамічне програмування є спеціальним обчислювальним методом рішення задач нелінійного програмування, які дозволяють представити процес у вигляді послідовності окремих етапів. При використанні методу цільова функція повинна являти собою суму функцій окремих змінних.

Застосування динамічного програмування дозволяє замість однократної оптимізації функції багатьох змінних виконувати багатократну оптимізацію функцій однієї змінної. При його використанні організовується багатокроковий процес оптимізації, на кожному кроці якого оптимізується функція однієї змінної. Результати оптимізації, отримані на кроці процесу, запам'ятовуються і використовуються на наступних кроках.

В основі методу лежить принцип оптимальності Беллмана, який може бути сформульований наступним чином. Яким би не був спосіб досягнення деякого стану системи, наступні рішення повинні належати оптимальній програмі для частини шляху, що залишилася, починаючи з цього стану [4;5].

Як і методи лінійного програмування, метод динамічного програмування достатньо просто реалізується на комп'ютерах.

Метод динамічного програмування успішно застосовується для вирішення задач оптимізації розвитку генерувальних потужностей енергосистем [1,4]. При його використанні може бути отримана модель, позбавлена недоліків лінійної моделі, найбільш істотними з яких є неможливість урахування нелінійності економічних характеристик і дискретності зміни потужностей електростанцій.

Вирішується спрощена задача визначення місць розміщення й оптимальних потужностей електростанцій. Роз'яснимо питання застосування методу динамічного програмування для вирішення цієї задачі [3,5]. Нехай необхідно визначити найбільш вигідну потужність $J(1,2,\dots,j,\dots,J)$ електростанцій однієї з груп узагальненого енерговузла та встановити сумарну потужність

$$P_n = \sum_{j=1}^J P_j$$

Потужність кожної електростанції обмежена зверху:

$$P_j \leq P_j^{\max}, j = 1, 2, \dots, J$$

Критерієм оптимальності обираємо приведені витрати на спорудження й експлуатацію електростанцій

$$Z = \sum_{j=1}^J q_j(P_j), \quad (3.1)$$

де $q_j(P_j)$ – відомі функції витрат для кожної електростанції. При цьому на вигляд функції не накладаються ніякі обмеження.

Функції витрат, а також граничні потужності кожної електростанції визначаються за допомогою табл. 3.1.

Потужності електростанцій змінюються дискретно з кроком 1 в.о.

При вирішенні будемо послідовно розглядати кожний пункт спорудження електростанцій.

Нехай система складається тільки з однієї електростанції $j = 1$.

Підрахуємо сумарні приведені витрати на спорудження електростанції змінюючи P_1 в можливому діапазоні. Відповідні витрати позначимо

$$f_1(P_\Sigma) = q_1(P_1), \quad (3.2)$$

де P_Σ - сумарна потужність електростанцій системи. На першому кроці $P_\Sigma = P_1$, а потужність першої станції змінюється в граничних межах $0 \leq P_1 \leq P_1^{\max}$.

Отримані результати зведемо в табл. 3.1.

Таблиця 3.1 – Перший крок динамічного програмування

P_Σ	0	1	P_1^{\max}
$f_1(P_\Sigma)$	0	$g_1(1)$	$g_1(P_1^{\max})$
P_1^{yo}	0	1	P_1^{\max}

Власне оптимізації на першому кроку ще немає. Функцію $f_1(P_\Sigma)$ назвемо умовно-оптимальними витратами на спорудження й експлуатацію першої станції, а P_1^{num} – умовно-оптимальною потужністю першої станції.

На другому кроці будемо розглядати систему, що складається вже з двох електростанцій $j = 1, 2$. При цьому будемо мінімізувати функцію витрат на спорудження й експлуатацію перших двох електростанцій, змінюючи P_Σ в усім припустимому діапазоні.

$$0 \leq P_\Sigma = P_1 + P_2 \leq P_\Sigma^{\max}.$$

На цьому кроку оптимізується функція вже двох змінних

$$f_2(P_\Sigma) = \min_{P_1, P_2} [q_1(P_1) + q_2(P_2)].$$

Використовуючи результати оптимізації першого кроку, дану функцію можна звести до функції однієї перемінної

$$f_2(P_\Sigma) = \min_{P_2} [q_2(P_2) + f_1(P_\Sigma - P_2)], \quad (3.3)$$

де P_2 змінюється в діапазоні $0 \leq P_2 \leq P_2^{\max}$. Функція $f_2(P_\Sigma)$ називається умовно-оптимальними приведеними витратами для перших двох електростанцій. При оптимізації для кожного значення P_Σ розраховується умовно-оптимальне значення потужності P_2^{num} . Отримані результати запишемо в табл. 3.2.

Таблиця 3.2 – Другий крок динамічного програмування

P_{Σ}	0	1	P_{Σ}^{\max}
$f_2(P_{\Sigma})$	0	$f_2(1)$	$f_2(P_{\Sigma}^{\max})$
P_2^{yo}	0	$P_2^{yo}(1)$	$P_2^{yo}(P_{\Sigma}^{\max})$

Аналогічно отримується співвідношення оптимізації для довільної кількості електростанцій. Нехай потрібно визначити умовно-оптимальні витрати на спорудження й експлуатацію електростанцій, що споруджуються в пунктах $1, 2, \dots, j-1, j$, і умовно-оптимальні потужності j -ї електростанції при зміні P_{Σ} в усьому допустимому діапазоні. Результати оптимізації для попередніх $j-1$ кроків відомі.

У цьому випадку, замість того, щоб оптимізувати на кроці функцію j змінних

$$f_j(P_{\Sigma}) = \min_{P_1, P_2, \dots, P_j} [q_1(P_1) + q_2(P_2) + \dots + q_j(P_j)],$$

можна скористатися результатами попереднього кроку і мінімізувати функцію вже однієї змінної

$$f_j(P_{\Sigma}) = \min_{P_j} [q_j(P_j) + f_{j-1}(P_{\Sigma} - P_j)], \quad 0 \leq P_j \leq P_j^{\max}. \quad (3.4)$$

При цьому сумарна встановлена потужність

$$P_{\Sigma} = P_1 + P_2 + \dots + P_j,$$

змінюється в діапазоні

$$0 \leq P_{\Sigma} \leq P_{\Sigma}^{\max},$$

де P_{Σ}^{\max} - визначається з умови

$$P_{\Sigma}^{\max} = \min[P_1^{\max} + P_2^{\max} + \dots + P_j^{\max}, P_H]$$

Вираз вигляду (3.4) називається рекуррентним співвідношенням. Результати оптимізації заносяться в таблицю 3.3.

Таблиця 3.3 – Крок j -й оптимізації методом динамічного програмування

P_{Σ}	0	1	P_{Σ}^{\max}
$f_j(P_{\Sigma})$	0	$f_j(1)$	$f_j(P_{\Sigma}^{\max})$
P_j^{num}	0	$P_j^{num}(1)$	$P_j^{yo}(P_{\Sigma}^{\max})$

На останньому J -му кроці, цільова функція записується у вигляді

$$f_J(P_H) = \min_{P_J} [q_J(P_J) + f_{J-1}(P_H - P_J)], \quad 0 \leq P_J \leq P_J^{\max}. \quad (3.5)$$

У результаті оптимізації знаходимо оптимальне значення потужності j -ї електростанції P_j^o . Оптимальні потужності інших електростанцій можна

отримати в результаті «зворотньої ходу». Сумарна оптимальна потужність станцій $1, 2, \dots, J-1$ дорівнює

$$P_{1,2,\dots,J-1}^O = P_n - P_J^O.$$

Знаючи встановлену потужність в цих пунктах, за отриманими раніше для кожного з можливих значень P_Σ величинами P_{J-1}^{yo} (табл. 3.4) знаходимо P_{J-1}^O . Визначаємо

$$P_{1,2,\dots,J-2}^O = P_{1,2,\dots,J-1}^O - P_{J-1}^O.$$

Далі знаходимо P_{J-2}^O і т.д.

Таким чином, використовуючи результати оптимізації попередніх кроків, одержуємо послідовність оптимальних потужностей всіх електростанцій

$$P_J^O, P_{J-1}^O, \dots, P_j^O, \dots, P_2^O, P_1^O.$$

Після завершення розрахунку визначаються натуральні потужності електростанцій.

3.2. Приклади розв'язку задачі оптимізації розвитку електростанцій енергосистеми

В даному розділі розглянуто приклади розв'язання задач оптимізації розвитку електростанцій енергосистеми за допомогою методу динамічного програмування.

ЗАДАЧА 3.1. Нехай для першого вузла енергосистеми, що розглядалася в попередніх прикладах, необхідно визначити місця розташування та оптимальні потужності електростанцій першої групи. При цьому задано ймовірні місця розміщення електростанцій – пункти 1, 2, 3 і 4. Сумарна потужність електростанцій цієї групи була визначена при оптимізації структури генерувальних потужностей і дорівнює

$$P_{11} = P_n = \sum_{j=1}^4 P_j = 600 \text{ МВт.}$$

Будемо вважати, що у відносних одиницях сумарна потужність дорівнює 5 в.о. Потужності електростанцій змінюються дискретно з кроком 1 в.о.

Критерієм оптимальності вибираємо зведені витрати на спорудження і експлуатацію електростанцій вигляду (3.1). Функції витрат $g_j(P_j)$, а також граничні значення потужностей кожної електростанції наведені в табл.3.4.

Таблиця 3.4. Зведені витрати на спорудження та експлуатацію електростанцій,

Номер пункту спорудження електростанції	P_j , в.о.						P_j^{\max}
	0	1	2	3	4	5	
1	0	9	22	27	-	-	3
2	0	10	21	29	35	42	5
3	0	7	17	22	-	-	3
4	0	8	15	23	31	-	4

Організуємо багатокроковий процес пошуку оптимальних потужностей електростанцій.

Перший крок

Нехай система складається тільки з однієї електростанції $j = 1$. Змінюючи потужність станції в усьому допустимому діапазоні $0 \leq P_1 \leq P_1^{\max}$, визначимо зведені витрати на її спорудження і експлуатацію. Як вже було викладено вище, власне оптимізації на першому кроку ще немає. Проте, із метою упорядкування результатів, запишемо отримані характеристики в табл. 3.5.

Таблиця 3.5. Результати першого кроку оптимізації

P_Σ	0	1	2	3
$f_1(P_\Sigma)$	0	9	22	27
$P_1^{y.o.}$	0	1	2	3

Другий крок

Розглядаємо систему, що складається з двох електростанцій. Змінюючи P_Σ в усьому допустимому діапазоні

$$0 \leq P_\Sigma = P_1 + P_2 \leq 5,$$

мінімізуємо функцію вигляду (3.3). При цьому для кожного значення P_Σ знаходимо умовно-оптимальне значення потужності другої станції $P_2^{y.o.}$. Отримані результати записуємо в табл. 3.6.

Таблиця 3.6. Результати другого кроку оптимізації

P_Σ	0	1	2	3	4	5
$f_2(P_\Sigma)$	0	9	19	27	35	47
$P_2^{y.o.}$	0	0	1	0	4	5

Третій крок

Розглядаємо систему, що складається з трьох електростанцій. Змінюючи P_Σ усьому допустимому діапазоні

$$0 \leq P_\Sigma = P_1 + P_2 + P_3 \leq 5,$$

мінімізуємо функцію

$$f_3(P_\Sigma) = \min_{P_3} [q_3(P_3) + f_2(P_\Sigma - P_3)].$$

При цьому використовуємо результати, отримані на другому кроці (див. таб. 3.7). Так само як і раніше, для кожного P_Σ визначаємо $P_2^{y.o.}$. Результати оптимізації зведемо в табл. 3.7.

Таблиця 3.7. Результати третього кроку оптимізації

P_{Σ}	0	1	2	3	4	5
$f_3(P_{\Sigma})$	0	9	19	27	35	47
$P_3^{y.o.}$	0	0	1	0	4	5

Четвертий крок

Розглядаємо систему, що складається з чотирьох електростанцій $j = 1, 2, 3, 4$. Використовуючи результати третього кроку, мінімізуємо функцію

$$f_4(P_{\Sigma}) = \min_{P_4} [q_4(P_4) + f_3(P_{\Sigma} - P_4)], \quad 0 \leq P_4 \leq 4.$$

Одержуємо $P_4(5) = 35$, $P_4^o = 1$.

Виконуємо «зворотний хід». Оптимальна потужність перших трьох електростанцій дорівнює

$$P_{1,2,3}^o = 5 - 1 = 4.$$

Тоді, використовуючи дані табл. 3.8, одержуємо $P_3^o = 3$. Сумарна потужність перших двох електростанцій

$$P_{1,2}^o = 4 - 3 = 1.$$

Використовуючи $P_{1,2}^o = 1$, із табл. 3.7 знаходимо $P_2^o = 0$. Звідси $P_1^o = 1$.

У такий спосіб оптимальна потужність першої електростанції дорівнює:

$$P_1^o = 1 \text{ в.о.} = 600/5 = 120 \text{ МВт};$$

третьої електростанції :

$$P_3^o = 3 \text{ в.о.} = 3 \cdot 600/5 = 360 \text{ МВт};$$

і четвертої електростанції:

$$P_4^o = 1 \text{ в.о.} = 600/5 = 120 \text{ МВт};$$

В другому пункті спорудження електростанції є нераціональним.

ЗАДАЧА 3.2. Визначити для першого вузла енергосистеми місця розташування і оптимальні потужності електростанцій другої групи. При цьому задано ймовірні місця розміщення електростанцій – пункти 1, 2, 3 і 4. Сумарну потужність електростанцій цієї групи було визначено під час оптимізації структури генерувальних потужностей:

$$P_{21} = P_H = \sum_{j=1}^4 P_j = 2200 \text{ МВт.}$$

Вважатимемо, що сумарна потужність дорівнює 5 в. о. Потужності електростанцій змінюються дискретно з кроком 1 в. о.

Критерієм оптимальності вибираємо зведені витрати на спорудження і експлуатацію електростанцій вигляду (3.1).

Функції витрат, а також граничні значення потужностей кожної електростанції наведено в табл. 3.8.

Таблиця 3.8. Зведені витрати на спорудження й експлуатацію електростанцій, в.о.

Номер пункту спорудження електростанції	P_j						P_j^{\max}
	0	1	2	3	4	5	
1	0	9	22	27	-	-	3
2	0	8	16	23	30	-	4
3	0	8	15	23	31	-	4
4	0	7	15	20	31	42	5

Організуємо багатокроковий процес пошуку оптимальних потужностей електростанцій.

Перший крок.

Нехай система складається тільки з однієї електростанції $j=1$. Змінюючи потужність станції в діапазоні $0 \leq P_1 \leq P_1^{\max}$, визначимо зведені витрати на її спорудження й експлуатацію. Як уже відомо, власне оптимізації на першому кроці ще немає. Проте, з метою упорядкування результатів, записуємо отримані характеристики в табл. 3.9.

Таблиця 3.9. Результати першого кроку оптимізації

P_{Σ}	0	1	2	3
$f_1(P_{\Sigma})$	0	9	22	27
$P_1^{y.o.}$	0	1	2	3

Другий крок.

Розглядаємо систему, що складається з двох електростанцій. Змінюючи P_{Σ} в усьому допустимому діапазоні:

$$0 \leq P_{\Sigma} = P_1 + P_2 \leq 5,$$

мінімізуємо функцію $f_2(P_{\Sigma}) = \min[g_2(P_2) + f_1(P_{\Sigma} - P_2)]$. При цьому для кожного значення P_{Σ} знаходимо умовно-оптимальне значення потужності другої електростанції $P_2^{y.o.}$.

Отримані результати записуємо в табл. 3.10.

Таблиця 3.10. Результати другого кроку оптимізації

P_{Σ}	0	1	2	3	4	5
$f_2(P_{\Sigma})$	0	8 ↓	16	23	30	39
$P_3^{y.o.}$	0	1	2	3	4	4

Третій крок.

Розглядаємо систему, що складається з трьох електростанцій. Змінюючи P_{Σ} в усьому допустимому діапазоні:

$$0 \leq P_{\Sigma} = P_1 + P_2 + P_3 \leq 5,$$

мінімізуємо функцію

$$f_3(P_{\Sigma}) = \min[g_3(P_3) + f_2(P_{\Sigma} - P_3)].$$

При цьому використовуємо результати, одержані на другому кроці. Так само, як і раніше, для кожного P_{Σ} визначаємо $P_3^{y.o.}$.

Одержані результати записуємо в табл. 3.11.

Таблиця 3.11. Результати третього кроку оптимізації

P_{Σ}	0	1	2	3	4	5
$f_3(P_{\Sigma})$	0	8	15	23	30	38
$P_3^{y.o.}$	0	1	2	2	0	2

Четвертий крок.

Розглядаємо систему, що складається з чотирьох електростанцій. Змінюючи P_{Σ} в усьому допустимому діапазоні:

$$0 \leq P_{\Sigma} = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 \leq 5,$$

мінімізуємо функцію $f_4(5_{\Sigma}) = \min[g_4(P_4) + f_3(5 - P_4)]$. При цьому використовуємо результати, одержані на третьому кроці.

Одержуємо $P_4(5) = 3$ в.о., $P_4^0 = 3$ в.о.

Виконуємо "зворотній хід". Оптимальна потужність перших трьох електростанцій:

$$P_{1,2,3}^0 = 5 - 3 = 2 \text{ в.о.}$$

За даними табл. 3.2.4., одержуємо $P_3^0 = 2$ в.о.

Сумарна потужність перших двох електростанцій $P_{1,2}^0 = 2 - 2 = 0$ в.о.

У такий спосіб оптимальна потужність третьої електростанції дорівнює:

$$P_3^0 = 2 \text{ в.о.} = 2 \cdot 2200 \div 5 = 880 \text{ МВт};$$

четвертої електростанції:

$$P_4^0 = 3 \text{ в.о.} = 3 \cdot 2200 \div 5 = 1320 \text{ МВт.}$$

У першому та другому пунктах спорудження електростанцій є нераціональним.

ЗАДАЧА 3.3. Нехай для першого вузла енергосистеми необхідно визначити місця розташування і оптимальні потужності електростанцій другої групи. При цьому задано ймовірні місця розміщення електростанцій - пункти 1, 2, 3 і 4. Сумарну потужність електростанцій цієї групи було визначено під час оптимізації структури генерувальних потужностей:

$$P_{21} = P_H = \sum_{j=1}^4 P_j = 1400 \text{ МВт.}$$

Вважатимемо, що сумарна потужність дорівнює 5 в. о. Потужності електростанцій змінюються дискретно з кроком 1 в. о.

Критерієм оптимальності вибираємо зведені витрати на спорудження і експлуатацію електростанцій вигляду (3.1).

Функції зведених витрат, а також граничні значення потужностей кожної електростанції потрібно наведено в табл. 3.12.

Таблиця 3.12. Зведені витрати на спорудження й експлуатацію електростанцій, в.о.

Номер пункту спорудження електростанції	P_j						P_j^{\max}
	0	1	2	3	4	5	
1	0	9	24	26	30	43	6
2	0	7	17	22	-	-	3
3	0	10	21	29	35	42	5
4	0	11	23	28	26	41	6

Організовуємо багатокроковий процес пошуку оптимальних потужностей електростанцій.

Перший крок.

Нехай система складається тільки з однієї електростанції $j=1$. Змінюючи потужність станції в усьому допустимому діапазоні $0 \leq P_1 \leq P_1^{\max}$, визначимо зведені витрати на її спорудження й експлуатацію. Як відомо, власне оптимізації на першому кроці ще немає. Проте, з метою упорядкування результатів, запишемо отримані характеристики в табл. 3.13.

Таблиця 3.13. Результати першого кроку оптимізації

P_{Σ}	0	1	2	3	4	5
$f_1(P_{\Sigma})$	0	9	24	26	30	43
$P_1^{y.o.}$	0	1	2	3	4	5

Другий крок.

Розглядаємо систему, що складається з двох електростанцій. Змінюючи P_{Σ} в усьому допустимому діапазоні:

$$0 \leq P_{\Sigma} = P_1 + P_2 \leq 5,$$

мінімізуємо функцію $f_2(P_{\Sigma}) = \min[g_2(P_2) + f_1(P_{\Sigma} - P_2)]$. При цьому для кожного значення P_{Σ} знаходимо умовно-оптимальне значення потужності другої електростанції $P_2^{o.o.}$.

Отримані результати записуємо в табл. 3.14.

Таблиця 3.14. Результати другого кроку оптимізації

P_{Σ}	0	1 ↓	2	3	4	5
$f_2(P_{\Sigma})$	0	7 ↓	16	22	30	37
$P_2^{y.o.}$	0	1	1	3	0	1

Третій крок.

Розглядаємо систему, що складається з трьох електростанцій. Змінюючи P_{Σ} в усьому допустимому діапазоні:

$$0 \leq P_{\Sigma} = P_1 + P_2 + P_3 \leq 5,$$

мінімізуємо функцію $f_3(P_{\Sigma}) = \min[g_3(P_3) + f_2(P_{\Sigma} - P_3)]$. При цьому використовуємо результати, одержані на другому кроці. Так само, як і раніше, для кожного P_{Σ} визначаємо $P_3^{6.o.}$.

Отримані результати записуємо в табл. 3.15.

Таблиця 3.15. Результати третього кроку оптимізації

P_{Σ}	0	1 ↓	2	3	4	5
$f_3(P_{\Sigma})$	0	7 ↓	16	22	30	37
$P_3^{y.o.}$	0	0	0	0	0	0

Четвертий крок.

Розглядаємо систему, що складається з чотирьох електростанцій. Змінюючи P_{Σ} в усьому допустимому діапазоні:

$$0 \leq P_{\Sigma} = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 \leq 5,$$

мінімізуємо функцію $f_4(5_{\Sigma}) = \min[g_4(P_4) + f_3(5 - P_4)]$. При цьому використовуємо результати, отримані на третьому кроці.

Одержуємо $P_4(5) = 33$ в.о., $P_4^{00} = 4$ в.о.

Виконуємо "зворотній хід". Оптимальна потужність перших трьох електростанцій:

$$P_{1,2,3}^0 = 5 - 4 = 1 \text{ в.о.}$$

Тоді, за даними табл. 3.2.4., одержуємо $P_3^0 = 0$ в.о. Сумарна потужність перших двох електростанцій $P_{1,2}^0 = 1 - 0 = 1$ в.о.

За результатами другого кроку оптимізації (табл. 3.14) знаходимо $P_2^0 = 1$ в.о. Звідси $P_1^0 = 0$ в.о.

У такий спосіб оптимальна потужність:
другої електростанції:

$$P_2^0 = 1 \text{ в.о.} = 1400 \div 5 = 280 \text{ МВт};$$

четвертої електростанції:

$$P_4^0 = 4 \text{ в.о.} = 4 \cdot 1400 \div 5 = 1120 \text{ МВт}.$$

У першому та третьому пунктах спорудження електростанцій є нерациональним.

4. ОПТИМІЗАЦІЯ РОЗВИТКУ ЕЛЕКТРИЧНИХ СИСТЕМ ЗА ДОПОМОГОЮ ГРАДІЄНТНИХ МЕТОДІВ

4.1. Градієнтні методи

Для спрощення подальших міркувань тимчасово допустимо, що задача оптимізації встановлених режимів електричних систем, яка розглядається, має лише обмеження у вигляді рівностей (1.2). За цих умов загальна задача нелінійного програмування зводиться до мінімізації $f(X)$

$$X \in E^n \quad (4.1)$$

при наявності обмежень у вигляді рівностей

$$h_s(X) = W_s(X) - W_s, \quad s=1,2,\dots,S. \quad (4.2)$$

Обмеження (4.2) будемо враховувати при розрахунку встановленого режиму на кожному кроці оптимізації для фіксованих значень вектору незалежних змінних оптимізації X^k .

Якщо функція $f(X)$ неперервна та диференційована, то напрямком її максимального збільшення при русі з точки багатомірного простору $X^{(k)}$ співпадає з напрямком вектора градієнта $\nabla f(X^{(k)})$, який визначається як вектор-стовпець часткових похідних функції $f(X)$ за параметрам X , який варіюється.

Вектор градієнта в точці $X^{(k)}$ має вигляд

$$\nabla f(X)^{(k)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f(X^{(k)})}{\partial X_1} \\ \frac{\partial f(X^{(k)})}{\partial X_2} \\ \dots \\ \frac{\partial f(X^{(k)})}{\partial X_I} \end{bmatrix}$$

Для мінімізації цільової функції необхідно здійснювати рух в напрямку, протилежному напрямку градієнта, тобто у напрямку антиградієнта. На рис. 4.1 показані градієнт та напрямок швидшого спуску в різних точках простору.

Перехід із точки простору $X^{(k)}$ в точку $X^{(k+1)}$ в алгоритмі швидшого спуску описується співвідношенням

$$X^{(k+1)} = X^{(k)} - \lambda^{(k)} \nabla f(X)^{(k)}, \quad (4.3)$$

де $\lambda^{(k)}$ – коефіцієнт довжини k -го кроку процесу оптимізації.

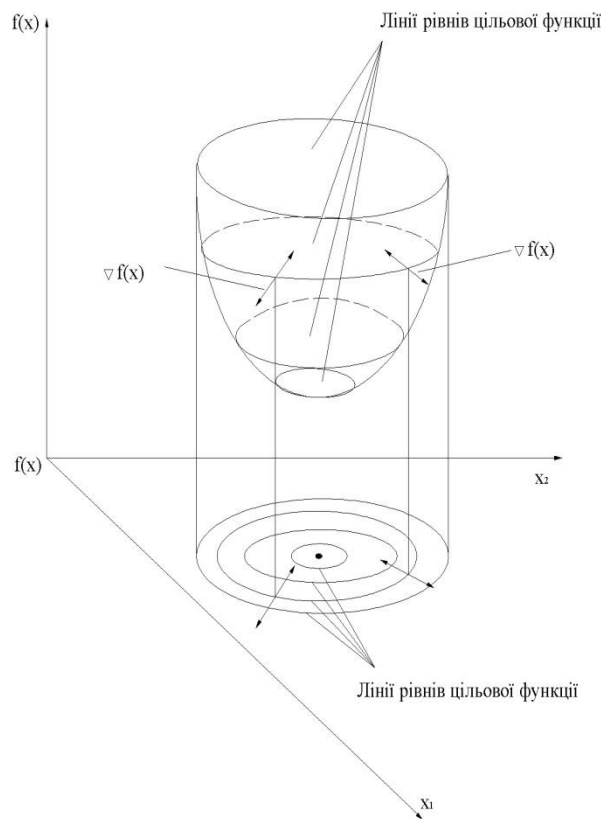


Рис.4.1. XXXXXXXXXXXX

Оскільки мінімум цільової функції $f(X)$ не досягається за один крок спуску, перехід (4.3) повинен повторюватись необхідну кількість разів.

Оптимальний коефіцієнт довжини кроку $\lambda^{(k)}$ може визначатися в кожній із точок траєкторії руху чисельними або аналітичним рішенням управління

$$\frac{\partial f(X^{(k)} - \lambda^{(k)} \nabla f(X)^{(k)})}{\partial \lambda} = 0. \quad (4.4)$$

Для розв'язку (П.8) аналітичним методом розкладемо цільову функцію в ряд Тейлора, обмежившись першими трьома членами розкладу

$$f(X)^{(k+1)} = f(X)^{(k)} - \nabla f^T(X)(X^{(k+1)} - X^{(k)}) + \frac{1}{2}(X^{(k+1)} - X^{(k)})^T H(X)^{(k)}(X^{(k+1)} - X^{(k)}). \quad (4.5)$$

Підставивши (4.3) у (4.5), отримаємо

$$f(X)^{(k+1)} = f(X)^{(k)} - \lambda^{(k)} \nabla f^T(X)^{(k)} \nabla f(X)^{(k)} + \frac{1}{2}(\lambda^{(k)})^2 \nabla f(X)^{(k)T} H(X)^{(k)} \nabla f(X)^{(k)}. \quad (4.6)$$

Якщо продиференціювати (4.6) по $\lambda^{(k)}$, прирівняти похідну до нуля та розв'язати отримане рівняння відносно $\lambda^{(k)}$, виникає відома формула для визначення оптимального коефіцієнту кроку

$$\lambda_{opt}^{(k)} = \frac{\nabla^T f(X^{(k)}) \nabla f(X^{(k)})}{\nabla^T f(X^{(k)}) H(X^{(k)}) \nabla f(X^{(k)})}, \quad (4.7)$$

де $H(X^{(k)})$ – матриця Гессе, яка представляє собою квадратну матрицю других часткових похідних $f(X^{(k)})$ в точці $X^{(k)}$:

$$H(X^{(k)}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f(X^{(k)})}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f(X^{(k)})}{\partial x_1 \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 f(X^{(k)})}{\partial x_1 \partial x_l} \\ \frac{\partial^2 f(X^{(k)})}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f(X^{(k)})}{\partial x_2^2} & \dots & \frac{\partial^2 f(X^{(k)})}{\partial x_2 \partial x_l} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial^2 f(X^{(k)})}{\partial x_l \partial x_1} & \frac{\partial^2 f(X^{(k)})}{\partial x_l \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 f(X^{(k)})}{\partial x_l^2} \end{bmatrix}$$

Проте такий спосіб визначення $\lambda_{opt}^{(k)}$ не отримав достатнього розповсюдження при розв'язку оптимізаційних електроенергетичних задач, оскільки потребує визначення на кожному кроці оптимізації матриці Гессе, що значно збільшує витрати пам'яті ЕОМ та часу розрахунку.

Ширше використовуються чисельні методи розв'язку (4.7) засновані на квадратичній апроксимації цільової функції. В цьому випадку для визначення $\lambda_{opt}^{(k)}$ необхідно виконати із k -ї точки два пробних кроки у напрямку антиградієнта с коефіцієнтами $\lambda_2^{(k)}$ та $\lambda_3^{(k)}$. У початковій k -й точці пошуку, тобто при $\lambda_1^{(k)} = 0$ цільова функція рівна $f(X^{(k)})$, а після виконання пробних кроків – відповідно $f(\lambda_2^{(k)})$ та $f(\lambda_3^{(k)})$. Допустивши, що цільова функція квадратична відносно $\lambda^{(k)}$, знайдемо оптимальний коефіцієнт довжини кроку

$$\lambda_{opt}^{(k)} = \frac{1}{2} \frac{\left[(\lambda_2^{(k)})^2 - (\lambda_3^{(k)})^2 \right] f(X^{(k)}) + (\lambda_3^{(k)})^2 f(\lambda_2^{(k)}) - (\lambda_2^{(k)})^2 f(\lambda_3^{(k)})}{(\lambda_2^{(k)} - \lambda_3^{(k)}) f(X^{(k)}) + (\lambda_3^{(k)}) f(\lambda_2^{(k)}) - \lambda_2^{(k)} f(\lambda_3^{(k)})}.$$

Процедура швидшого спуску закінчується в точці, в якій складові градієнта рівні нулю. Інколи необхідно перевірити, чи є дана точка локальним мінімумом, в протилежному випадку – «сідловою» точкою. З цією метою виконується дослідження матриці Гессе. Якщо вона додатньо визначена, то дана точка є локальним мінімумом, у протилежному випадку – «сідловою» точкою. Для виходу з «сідлової» точки можна використовувати будь-який неградієнтний метод. Наприклад, метод покоординатного пошуку. Далі оптимізація продовжується в такий самий спосіб. Траєкторія оптимізації функції $f(X)$ при використанні методу швидшого спуску показана на рис. 4.1

Використання методу швидшого спуску ускладнене у випадку витягнутого гіперпростору, коли лінії рівнів цільової функції утворюють витягнутий «яр». В цьому випадку напрямок антиградієнта майже ортогональний напрямку досягнення мінімуму $f(X)$ і розв'язок задачі або потребує значних витрат часу розрахунку, або взагалі не може бути отриманий. В цьому випадку процедура швидшого спуску покращується масштабуванням складових градієнта. При цьому перехід від точки $X^{(k)}$ до точки $X^{(k+1)}$ описується виразом:

$$X^{(k+1)} = X^{(k)} - \xi^{(k)} a_{jd} \nabla f(X^{(k)}), \quad (4.8)$$

де $\xi^{(k)}$ – коефіцієнт довжини кроку; a_{jd} – діагональна матриця масштабуючих множників.

Окрім того, для ефективного розв'язку задачі у випадку «ярової» цільової функції можна використовувати методи, які засновані на визначенні других часткових похідних. Наприклад, метод Ньютона. Проте методи цієї групи потребують на кожному кроці розрахунку других часткових похідних та обернення матриці Гессе, розмір якої достатньо великий. Це обумовлює збільшення часу розв'язку задачі оптимізації.

4.2. Приклади оптимізації режиму енергосистем

В даному розділі розглянуто приклади розв'язання експлуатаційної задачі розподілу реактивних потужностей та вибору оптимальних коефіцієнтів трансформації для найпростішої електричної мережі, приклад визначення оптимального усталеного режиму електричної системи.

Задача 4.1. Проілюструємо основні положення розглянутих алгоритмів оптимізації режиму електричної мережі на прикладі розв'язання експлуатаційної задачі розподілу реактивних потужностей та вибору оптимальних коефіцієнтів трансформації для найпростішої електричної мережі. Нехай потрібно знайти оптимальний усталений режим електричної мережі. Реактивна потужність варіюється у пунктах 8 та 12, потужності джерел змінюються в межах $0 \leq Q_8 \leq 100$ МВАр; $0 \leq Q_{12} \leq 100$ МВАр. Крім того, регулюється коефіцієнт трансформації автотрансформатора, включеного на ділянці 3-5. Регулювання здійснюється на виводах обмотки ВН в межах $\pm 9 \times 1,78\%$, номінальні напруги обмоток ВН та СН дорівнюють відповідно $U_{ТВ} = 330$ кВ; $U_{ТС} = 115$ кВ. При оптимізації напруга пункту 5 повинна дорівнювати 115 кВ.

Таблиця 4.1 - Результати розрахунку режиму електричної мережі.

Пункт	\dot{S}_i , МВА	\dot{U}_i , кВ	
		до оптимізації	після оптимізації
0	-	121,0	121,0
2	-	341,0- j 23,4	350,3- j 24,0
3	-	297,6- j 72,7	328,4- j 77,5
5	280- j 26,0	99,0- j 33,7	109,2- j 34,3
8	50- j 24,2	97,1- j 30,0	109,6- j 35,0
9	30- j 14,5	109,3- j 14,3	114,4- j 15,8
12	65- j 31,5	94,46- j 30,3	107,8- j 35,3
13	40- j 19,4	109,4- j 13,9	114,2- j 15,0
ΔP_Σ , МВт		41,19	33,75

Нехай $\varepsilon^{(0)} = 2$, $\varepsilon_{\min} = 1$, $\alpha = 0,5$ та $\alpha' = 0,2$. Крім того будемо рахувати, що точність фіксації напруги пункту 5 дорівнює 0,5 кВ. Початкові наближення реактивної потужності $Q_8^{(0)} = -24,2 + 0 = -24,2$; $Q_{12}^{(0)} = -31,5 + 0 = -31,5$; коефіцієнт трансформації $K_{35}^{(0)} = 2,82$. Тоді початкове значення регулювальної ЕРС

$$e_{35}^{(0)} = K_{35}^{(0)} \cdot 115 - 330 = 2,82 \cdot 115 - 330 = -5,7 \text{ кВ.}$$

Таблиця 4.2 – Результати розрахунку режиму електричної мережі.

Ділянка	\dot{b}_i , мкСм	Z_i , Ом	\dot{S}_i , МВА	
			До оптимізації	Після оптимізації
0-9	570	10,5+20	96,9-15,7	91,4+12,1
0-13	532	7,6+17,7	109,1-28,5	103,1+1,7
2-0	-	1,01+28,0	-299,3+119,3	-303,4+6,0
2-3	694	10,6+65,2	299,3-119,3	303,4-6,0
3-5	-	1,01+28	288,8-128,1	295,3-38,4
9-8	209	20,2+30,6	59,8+4,5	55,4+30,1
8-5	126	7,43+9,37	35,4-0,9	-0,5-6,9
13-12	228	21,6+32,6	62,3-0,5	57,5+26,5
12-5	342	8,1+12,2	9,5+38,9	-13,9-3,4

Потоки потужності задані в пунктах початку ділянок.

Результати розрахунку дооптимізаційного та оптимізаційного режимів наведені в табл.4.1 та табл.4.2. Втрати активної потужності в дооптимізаційному режимі складають 41,19 МВт, а напруга пункту 5 – 104,6 кВ.

Визначаємо складові вектора градієнта в початковій точці пошуку:

$$\frac{\partial \Delta P_{\Sigma}^{(0)}}{\partial Q_{8*}} = \frac{\partial \Delta P_{\Sigma}^{(0)}}{\partial Q_8} = \frac{\partial Q_8}{\partial Q_8} = -0,12789 \cdot 45 = -5,75$$

$$\frac{\partial \Delta P_{\Sigma}^{(0)}}{\partial Q_{12*}} = \frac{\partial \Delta P_{\Sigma}^{(0)}}{\partial Q_{12}} = \frac{\partial Q_{12}}{\partial Q_{12}} = -0,14351 \cdot 45 = -6,46$$

$$\frac{\partial \Delta P_{\Sigma}^{(0)}}{\partial e_{35*}} = \frac{\partial \Delta P_{\Sigma}^{(0)}}{\partial e_{35}} = \frac{\partial e_{35}}{\partial e_{35}} = -0,02519 \cdot 87 = -1,33.$$

Оскільки для пункту 5 $U_5^{\min} = U_5^{\max} = 115$ кВ, значення зовнішньої штрафної функції в початковій точці пошуку $P^{(0)} = \frac{(104,6 - 115)^2}{11,5^2} = 0,82$.

Визначаємо часткові похідні від штрафної функції за незалежними змінними оптимізації:

$$\frac{\partial P^{(0)}}{\partial Q_{8*}} = \frac{2}{11,5^2} \Delta U_5^{(0)} \frac{\partial U_5^{(0)}}{\partial Q_8} \frac{\partial Q_8}{\partial Q_8} = \frac{2}{11,5^2} (-1,16677) 45 = -0,79;$$

$$\frac{\partial P^{(0)}}{\partial Q_{12*}} = \frac{2}{11,5^2} (-1,136601) 45 = -0,77;$$

$$\frac{\partial P^{(0)}}{\partial e_{35*}} = \frac{2}{11,5^2} (+1,95417) 52,87 = -1,56.$$

Знаходимо довжини векторів $\nabla \Phi(Q_j, e_r)$ та $\nabla P'(Q_j, e_r)$

$$\|\nabla \Phi(Q_j, e_r)\| = \sqrt{5,75^2 + 6,46^2 + 1,33^2} = 8,56;$$

$$\|\nabla P'(Q_j, e_r)\| = \sqrt{0,79^2 + 0,77^2 + 1,56^2} = 1,91.$$

Початкове значення коефіцієнта штрафу дорівнює:

$$\varepsilon' = \frac{\|\nabla \Phi(Q_j, e_r)\|}{\|\nabla P'(Q_j, e_r)\|} = \frac{1,91}{8,56} = 0,223.$$

Визначаємо мінімізовану цільову функцію на першій ітерації

$$\bar{\Phi} = \Delta P_{\Sigma} + \frac{1}{\varepsilon} P' = 41,19 + \frac{1}{0,223} \cdot 0,82 = 44,86.$$

Складові вектора градієнта:

$$\frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial Q_{8*}} = -5,75 - \frac{1}{0,223} \cdot 0,79 = -9,29;$$

$$\frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial Q_{12*}} = -6,46 - \frac{1}{0,223} \cdot 0,77 = -9,91;$$

$$\frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial e_{35*}} = -1,33 - \frac{1}{0,223} \cdot 1,56 = +5,67.$$

Визначаємо масштабований множник a на першому циклі оптимізації

$$a = \frac{1}{\sqrt{9,29^2 + 9,91^2 + 5,67^2}} = 0,068.$$

Приймаємо $\xi_n = 1$ та виконуємо перший пробний крок оптимізації

$$Q_8^1 = -24,2 + 1 \cdot 0,068 \cdot 45(+9,29) = 4,23 \text{ МВАр};$$

$$Q_{12}^1 = 31,5 + 1 \cdot 0,068 \cdot 45 \cdot 9,91 = -1,17 \text{ МВАр};$$

$$e_{35}^1 = -5,7 + 1 \cdot 0,068 \cdot 52,87 \cdot 5,67 = -26,08 \text{ кВ}.$$

Коефіцієнт трансформації на ділянці 3-5:

$$k_{35} = \frac{330 - 26,08}{115} = 2,64.$$

Втрати активної потужності в отриманому режимі складають 37,052 МВт, квадрат відхилення модуля напруги пункту 5 – 0,084. Визначимо цільову функцію $\bar{\Phi}$ в точці, що розглядається:

$$\bar{\Phi} = -37,052 + \frac{1}{0,223} \frac{0,084}{11,5^2} = 37,055.$$

Оскільки $\bar{\Phi}_1 < \bar{\Phi}$, наступний пробний крок виконуємо з коефіцієнтом довжини $\xi_2 = 1,5$:

$$Q_8^2 = -24,2 + 1,5 \cdot 0,068 \cdot 45(+9,29) = 18,44 \text{ МВАр};$$

$$Q_{12}^2 = -31,5 + 1,5 \cdot 0,068 \cdot 45 \cdot 9,91 = 14,00 \text{ МВАр};$$

$$e_{35}^2 = -5,7 + 1,5 \cdot 0,068 \cdot 52,87 \cdot 5,67 = -36,27 \text{ кВ}.$$

Коефіцієнт трансформації на ділянці 3-5

$$k_{35} = \frac{330 - 36,27}{115} = 2,55.$$

Після виконання другого пробного кроку $\Delta P_\Sigma = -37,655 \text{ МВт}$; $\Delta U^2 = -29,244 \text{ кВ}^2$. Цільова функція

$$\bar{\Phi}_2 = -37,665 + \frac{1}{0,223} \frac{0,084}{11,5^2} = 38,66.$$

Визначимо оптимальний коефіцієнт довжини кроку:

$$\xi_{opt} = 1/2 \frac{(1-1,5^2) \cdot 4,86 + 1,5^2 \cdot 37,055 - 1 \cdot 38,66}{(1-1,5) \cdot 44,86 + 1,5 \cdot 37,055 - 1 \cdot 38,66} = 1,03.$$

В оптимальному режимі незалежні змінні оптимізації приймають значення:

$$Q_8^{(1)} = -24,2 + 1,03 \cdot 0,068 \cdot 45 \cdot 9,29 = 5,083 \text{ МВАр};$$

$$Q_{12}^{(1)} = -31,5 + 1,03 \cdot 0,068 \cdot 45 \cdot 9,91 = -0,26 \text{ МВАр};$$

$$e_{35}^{(1)} = -5,7 - 1,03 \cdot 0,068 \cdot 52,87 \cdot 5,67 = -26,69 \text{ кВ}.$$

Визначаємо коефіцієнт трансформації на ділянці 3-5:

$$k_{35}^{(1)} = \frac{330 - 26,69}{115} = 2,64.$$

Після виконання оптимального кроку
 $\Delta P_{\Sigma} = -36,978 \text{ МВт}; \Delta U^2 = -0,219 \text{ кВ}^2.$

Цільова функція

$$\bar{\Phi}^{(1)} = -36,978 + \frac{1}{0,223} 0,219 \frac{1}{11,5^2} = 36,979.$$

Знаходимо складові вектора градієнта після виконання першого кроку оптимізації:

$$\frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial Q_{8*}} = -0,03293 \cdot 45 - 0,04743 \frac{2 \cdot 45}{0,223 \cdot 11,5^2} = -1,623;$$

$$\frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial Q_{12*}} = -0,03555 \cdot 45 - 0,04463 \frac{2 \cdot 45}{0,223 \cdot 11,5^2} = -1,736;$$

$$\frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial e_{35*}} = -0,11062 \cdot 52,87 - 0,09912 \frac{2 \cdot 52,8}{0,223 \cdot 11,5^2} = -6,205.$$

Визначаємо новий напрямок пошуку:

$$S^{(1)} = \begin{bmatrix} 1,623 \\ 1,736 \\ 6,205 \end{bmatrix} + \frac{1,623^2 + 1,736^2 + 6,205^2}{9,29^2 + 9,91^2 + 5,67^2} \begin{bmatrix} 9,29 \\ -9,91 \\ -5,67 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3,518 \\ 3,756 \\ 5,045 \end{bmatrix}.$$

Виконуємо перший пробний крок в цьому напрямку:

$$Q_8^1 = 5,083 + 1 \cdot 0,068 \cdot 45 \cdot 3,518 = 15,853 \text{ МВАр};$$

$$Q_{12}^1 = -0,26 + 1 \cdot 0,068 \cdot 45 \cdot 3,756 = 11,17 \text{ МВАр};$$

$$e_{35}^1 = -26,69 + 1 \cdot 0,068 \cdot 52,87 \cdot 5,045 = -8,55 \text{ кВ}.$$

Таблиця 4.3 - Результати оптимізації

Номер циклу оптимізації	Номер кроку оптимізації	ξ	Q_8	Q_{12}	e_{35}	k_{35}	ΔP_Σ
1	0	–	-24,2	-31,5	-5,7	2,82	41,19
	1	1	4,23	-1,17	-26,08	2,64	37,05
		1,5	18,44	14,00	-36,27	2,55	37,66
		1,03	5,08	-0,26	-26,69	2,64	36,98
	2	1	15,85	4,17	-8,55	2,79	34,68
		1,5	21,74	16,88	0,52	2,87	34,08
1,78		24,25	20,085	5,6	2,92	33,76	
2	0	–	24,25	20,085	5,6	2,92	33,76
	1	1	42,74	36,74	-38,25	2,54	38,44
		0,5	33,49	28,41	-16,23	2,73	35,10
		0,187	27,76	23,20	-2,43	2,85	34,05
	2	1	36,40	26,82	2,39	2,89	33,82
		1,5	40,74	28,63	4,80	2,91	33,77
1,79		43,26	29,68	6,20	2,92	33,75	

Визначаємо коефіцієнт трансформації на ділянці 3-5:

$$k_{35}^{(1)} = \frac{330 - 8,55}{115} = 2,79.$$

В отриманій точці цільова функція

$$\bar{\Phi}^{(1)} = -34,680 + \frac{1}{0,223} \frac{0,219}{11,5^2} = 34,70.$$

Оскільки $\bar{\Phi}_1 < \bar{\Phi}^{(1)}$, наступний крок виконуємо з коефіцієнтом довжини кроку $\xi_2 = 1,5$:

$$Q_8^2 = 5,083 + 1,5 \cdot 0,068 \cdot 45 \cdot 3,518 = 21,74 \text{ МВАр};$$

$$Q_{12}^2 = -0,26 + 1,5 \cdot 0,068 \cdot 45 \cdot 3,756 = 16,88 \text{ МВАр};$$

$$e_{35}^2 = -26,69 + 1,5 \cdot 0,068 \cdot 52,87 \cdot 5,045 = 0,52 \text{ кВ};$$

$$k_{35}^2 = \frac{330 + 0,52}{115} = 2,87.$$

Після виконання другого пробного кроку цільова функція

$$\bar{\Phi}_2 = -34,077 + \frac{1}{0,223} 4,622 \frac{1}{11,5^2} = 34,23.$$

Визначаємо оптимальний коефіцієнт довжини кроку:

$$\xi_{opt} = 1/2 \frac{(1-1,5^2) \cdot 36,979 + 1,5^2 \cdot 34,70 - 34,23}{(1-1,5) \cdot 36,979 + 1,5 \cdot 34,70 - 34,23} = 1,78.$$

Таблиця 4.4 – Результати виконання другого кроку циклу оптимізації

ΔU^2	$\frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial Q_{8*}}$	$\frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial Q_{12*}}$	$\frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial e_{35*}}$	δ_8	δ_{12}	δ_{35}	$\bar{\Phi}$
108,16	-9,29	-9,91	5,67	–	–	–	44,86
0,084	–	–	–	9,29	9,91	-5,67	37,05
29,24	–	–	–	–	–	–	38,66
0,219	-1,62	-1,74	-6,2	–	–	–	36,98
0,6	–	–	–	3,518	3,756	6,045	34,7
4,62	–	–	–	–	–	–	34,23
8,23	-1,22	-1,05	-0,23	–	–	–	34,04
8,23	-4,24	-3,82	8,53	4,24	3,82	-8,59	35,15
100,66	–	–	–	–	–	–	55,50
12,96	–	–	–	–	–	–	37,21
0,31	-1,77	-0,64	-1,38	–	–	–	34,10
0,30	–	–	–	1,99	0,83	0,94	33,87
0,295	–	–	–	–	–	–	33,82
0,29	-0,107	-0,134	-0,659	–	–	–	33,76

Виконуємо крок в напрямку пошуку з коефіцієнтом довжини ξ_{opt} :

$$Q_8^{(2)} = 5,083 + 1,78 \cdot 0,068 \cdot 45 \cdot 3,518 = 24,25 \text{ МВАр};$$

$$Q_{12}^{(2)} = -0,26 + 1,78 \cdot 0,068 \cdot 45 \cdot 3,756 = 20,085 \text{ МВАр};$$

$$e_{35}^{(2)} = -26,69 + 1,78 \cdot 0,068 \cdot 52,87 \cdot 5,045 = 5,60 \text{ кВ};$$

$$k_{35}^{(2)} = \frac{330 + 5,60}{115} = 2,92.$$

Складові вектора градієнта в отриманій точці:

$$\frac{\partial \bar{\Phi}^{(2)}}{\partial Q_{8*}} = -0,01046 \cdot 45 - \frac{1}{0,223} \frac{2 \cdot 45}{11,5^2} \cdot 0,24736 = -1,22;$$

$$\frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial Q_{12*}} = -0,00810 \cdot 45 - 0,22560 \frac{2 \cdot 45}{0,223 \cdot 11,5^2} = -1,055;$$

$$\frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial e_{35*}} = -0,04608 \cdot 52,87 - 0,61516 \frac{2 \cdot 52,8}{0,223 \cdot 11,5^2} = -0,492;$$

Оскільки для вектора градієнта виконується нерівність

$$\|\nabla\Phi(X^{(2)})\| = \sqrt{1,22^2 + 1,055^2 + 0,890^2} = 1,63 < \varepsilon^{(0)},$$

то перший цикл оптимізації закінчується.

Знаходимо нові значення точності розрахунку та коефіцієнту штрафної функції: $\varepsilon' = 0,2 \cdot 0,223 = 0,0446$; $\varepsilon = 0,5 \cdot 2 = 1,0$. Визначаємо нові складові вектора градієнта:

$$\frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial Q_{8*}} = -0,01046 \cdot 45 - 2 \cdot 45 \cdot 0,24736 = -4,236;$$

$$\frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial Q_{12*}} = -0,00810 \cdot 45 - \frac{2 \cdot 45 \cdot 0,22560}{0,0446 \cdot 11,5^2} = -3,817;$$

$$\frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial e_{35*}} = -0,04608 \cdot 52,87 - \frac{2 \cdot 52,8 \cdot 0,61516}{0,0445 \cdot 11,5^2} = 8,59.$$

Масштабований множник на новому циклі оптимізації

$$a = \frac{1}{\sqrt{4,236^2 + 3,817^2 + 8,59^2}} = 0,097.$$

Знаходимо нове значення цільової функції

$$\bar{\Phi} = -33,758 + \frac{8,23}{0,0446 \cdot 11,5^2} = 35,155.$$

Результати виконання другого кроку циклу оптимізації зведено в табл. 4.4. Після виконання другого кроку циклу оптимізація закінчується. Для вектора градієнта виконується нерівність

$$\|\nabla\Phi(X^{(2)})\| = \sqrt{0,107^2 + 0,134^2 + 0,659^2} = 0,681 < \varepsilon^{\min}.$$

В оптимальному режимі незалежні змінні оптимізації мають такі значення:

$$Q_8 = 43,26 \text{ МВАр}; \quad Q_{12} = 29,68 \text{ МВАр}; \quad e_{35} = 6,20 \text{ кВ}.$$

Коефіцієнт трансформації дорівнює:

$$k_{35} = \frac{330 + (1 + 0,0178)}{115} = 2,92,$$

що відповідає першому відгалуженню трансформатора.

ЗАДАЧА 4.2. Визначити оптимальний усталений режим електричної мережі рис.4.2. Реактивна потужність регулюється в пунктах 3 та 5.

На схемі мережі (рис.4.2) показані результати розрахунку дооптимізаційного режиму. Втрати активної потужності в даному режимі склали:

$$\Delta P_{\Sigma} = 14,75 \text{ МВт.}$$

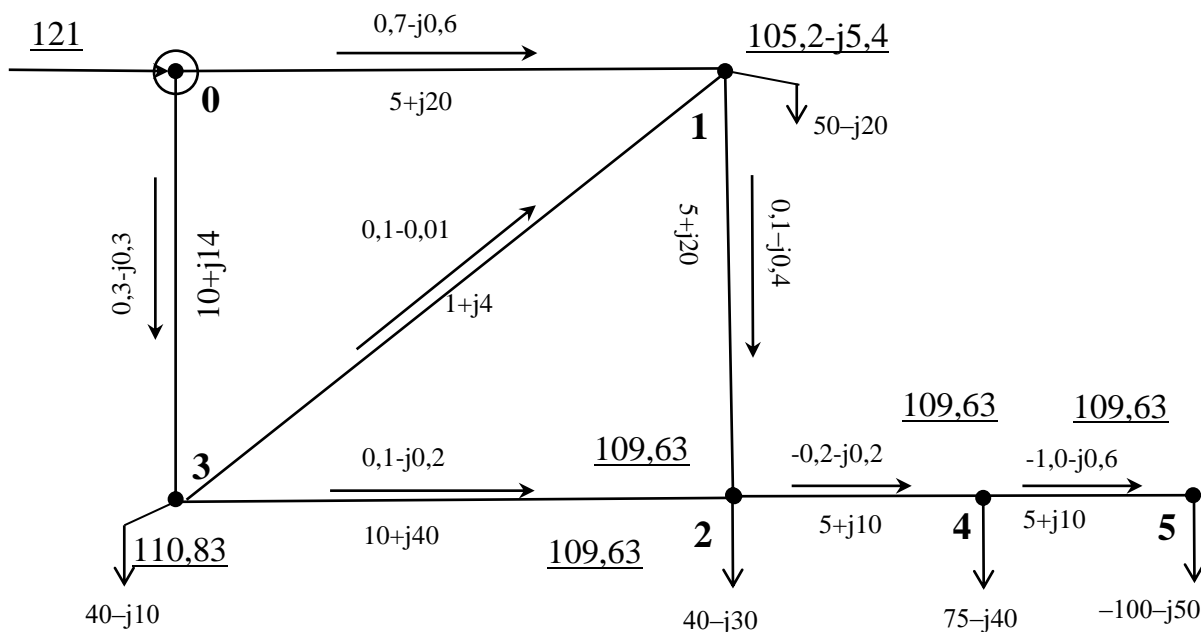


Рисунок 4.2 – Результати розрахунку дооптимізаційного режиму.

Приймаємо початкові наближення величин реактивних потужностей:

$$Q_3^{(0)} = -10 \text{ МВАр;}$$

$$Q_5^{(0)} = -50 \text{ МВАр.}$$

Визначаємо складові вектора-градієнта у початковій точці пошуку:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial Q_3} = \frac{\partial \Delta P_{\Sigma}}{\partial Q_3} = -0,11018;$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial Q_5} = \frac{\partial \Delta P_{\Sigma}}{\partial Q_5} = -0,41002.$$

Величини масштабованих коефіцієнтів наступні:

$$a_3 = \frac{U_3^2}{2 \cdot r_{mp3}} = \frac{105,1^2 + 10,3^2}{2 \cdot (5+1)} = 929,8;$$

$$a_5 = \frac{U_5^2}{2 \cdot r_{mp5}} = \frac{94,8^2 + 5,9^2}{2 \cdot 20} = 225,5.$$

Приймаємо значення коефіцієнта довжини кроку $\xi_n = 0,25$ і виконуємо перший пробний крок спуску по антиградієнту.

$$Q_3^{(1)} = Q_3^{(0)} - \xi_n \cdot a_3 \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial Q_3} = -10 + 0,25 \cdot 929,8 \cdot 0,11018 = 15,8;$$

$$Q_5^{(1)} = Q_5^{(0)} - \xi_n \cdot a_5 \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial Q_5} = -50 + 0,25 \cdot 225,5 \cdot 0,41002 = -26,9.$$

Розраховуємо перший пробний режим і визначаємо втрати активної потужності:

$$\Delta P_{\Sigma 1} = 8,19 \text{ МВт.}$$

Оскільки $\Delta P_{\Sigma 1} \leq \Delta P_{\Sigma 0}$, то другий пробний крок виконуємо з подвійним коефіцієнтом довжини кроку $\xi_2 = 2\xi_n = 0,5$.

$$Q_3^{(2)} = Q_3^{(1)} - (\xi_2 - \xi_n) \cdot a_3 \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial Q_3} = 15,6 + (0,5 - 0,25) \cdot 929,8 \cdot 0,11018 = 41,2;$$

$$Q_5^{(2)} = Q_5^{(1)} - (\xi_2 - \xi_n) \cdot a_5 \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial Q_5} = -26,9 + (0,5 - 0,25) \cdot 225,5 \cdot 0,41002 = -3,8.$$

Після розрахунку другого пробного режиму, втрати потужності складають $\Delta P_{\Sigma 2} = 6,68 \text{ МВт.}$

Визначаємо оптимальний коефіцієнт довжини кроку оптимізаційного процесу:

$$\xi_{opt} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(0,25^2 - 0,5^2) \cdot 14,75 + 0,5^2 \cdot 8,19 - 0,25^2 \cdot 6,68}{(0,25 - 0,5) \cdot 14,75 + 0,5 \cdot 8,19 - 0,25 \cdot 6,68} = 0,449.$$

Виконуємо основний крок алгоритму з оптимальним коефіцієнтом ξ_{opt} :

$$Q_3^{(1)} = 41,2 + (0,449 - 0,5) \cdot 929,8 \cdot 0,11018 = 36,0;$$

$$Q_5^{(1)} = -3,8 + (0,449 - 0,5) \cdot 225,5 \cdot 0,41002 = -8,4.$$

Розраховуємо отриманий режим і визначаємо втрати активної потужності. Після першого основного кроку оптимізації втрати активної потужності складають:

$$\Delta P_{\Sigma}^{(1)} = 6,67 \text{ МВт.}$$

Наступні кроки оптимізації виконують в такий самий спосіб. Результати розрахунків зведені в табл.1.

Таблиця 4.5 – Результати оптимізації

Номер кроку	Складові градієнту		Q_3	Q_5	ΔP_{Σ}
	$\frac{\partial \Phi}{\partial Q_3}$	$\frac{\partial \Phi}{\partial Q_5}$			
1	-0,11018	-0,41002	-10	-50	14,7
2	-0,00389	-0,01329	36,0	-8,4	6,7
3	-0,00321	-0,01130	37,0	-7,2	6,7
4	-0,00237	-0,00868	37,6	-6,6	6,7
5	-0,00174	-0,00670	37,9	-6,2	6,6
	–	–	38,4	-5,6	6,6

Для визначення оптимального режиму з припустимою похибкою $\varepsilon = 0,008$ необхідно було виконати 6 оптимізаційних кроків.

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

Основна література

1. Моделі оптимального розвитку енергосистем. Методичні вказівки до вивчення дисципліни / В.А. Баженов. – К.: НТУУ «КПІ». – 2008. 40 с.
2. Методи оптимізації режимів енергосистем. Методичні вказівки до виконання курсової роботи./ В.А.Баженов. - К: НТУУ «КПІ», 2013, – 28 с.
3. Баженов В.А., Кузнецов В.Г., Тугай Ю.И. Оптимизация режимов электрических сетей. – Киев: Наукова думка, 1992. – 216 с.
4. Модели оптимального развития энергосистем /В.А.Баженов. Учеб. Пособие. – Киев: КПИ, 1984. – 100 с.

Додаткова література

5. Модели оптимизации развития энергосистем: Учебн. для электроэнергет. спец. вузов/ Д.А.Арзамасцев, А.В.Липес, А.Л.Мизин /Под ред. Д. А. Арзамасцева. – М.: Высш. школа, 1987. –272 с.
6. Веников В.А., Идельчик В.И. Электрические станции, сети и системы.
7. Методы оптимизации управления планированием больших систем энергетики (оптимизация развития функционирования). Итоги науки и техники. – М.: ВИНТИ, 1974. – 250 с.
7. Дале В.А., Кришан З.П., Паэгла О.Г. Динамическое программирование в расчетах развития сетей энергосистем. – Рига: Зинатне, 1979. – 260 с.
8. Применение цифровых вычислительных машин в электроэнергетике: Учебн. пособие для вузов / Щербачев О.В., Зейлигер А.Н., Кадомская К.П. и др. – Л.: Энергия, 1980. – 240 с.
9. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование. – М.: Мир, 1975. – 534 с.
10. Холмский В.Г. Расчет и оптимизация режимов электрических сетей /специальные вопросы/. – М.: Высш. школа, 1975. –280 с.