

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»**

**Навчально-науковий механіко-машинобудівний інститут
Кафедра динаміки і міцності машин та опору матеріалів**

До захисту допущено:
Завідувач кафедри
_____ Сергій ПИСКУНОВ
(підпис)

«___» _____ 2022 р.

**Дипломна робота
на здобуття ступеня бакалавра
за освітньо-професійною програмою «Динаміка і міцність машин»
спеціальності 131 «Прикладна механіка»
на тему: «Модернізація редуктора установки СНТ-6У для дослідження
трубчастих зразків при навантаженні осьовою силою і крутним моментом»**

Виконав: студент IV курсу групи МП-81 Никифоров Артем Олександрович

(підпис)

Керівник: к.т.н., доц. Онищенко Євген Євгенович

(підпис)

Консультант з деталей машин: к.т.н., доц. Лавренко Ярослав Іванович

(підпис)

Консультант з теорії мех. і машин: к.т.н., доц. Заховайко Олександр Панасович

(підпис)

Консультант з будівельної механіки: д.т.н., проф. Пискунов Сергій Олегович

(підпис)

Консультант з теорії пружності: д.т.н., проф. Бабенко Андрій Єлісейович

(підпис)

Консультант з чисельних методів: д.т.н., проф. Рудаков Костянтин Миколайович

(підпис)

Консультант з теорії коливань: д.т.н., проф. Боронко Олег Олександрович

(підпис)

Рецензент: д.т.н., проф. Данильченко Юрій Михайлович

(підпис)

Засвідчую, що у цій дипломній роботі немає
запозичень з праць інших авторів без відповідних
посилань.

Студент

(підпис)

Київ – 2022 рік

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
Навчально-науковий механіко-машинобудівний інститут
Кафедра динаміки і міцності машин та опору матеріалів

Рівень вищої освіти – перший (бакалаврський)

Спеціальність – 131 «Прикладна механіка»

Освітньо-професійна програма «Динаміка і міцність машин»

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

_____ Сергій ПИСКУНОВ
(підпис)

«__» _____ 2022 р.

ЗАВДАННЯ

на дипломну роботу студенту

Никифорову Артему Олександровичу

1. Тема роботи «Модернізація редуктора установки СНТ-6У для дослідження трубчастих зразків при навантаженні осьовою силою і крутним моментом», керівник роботи Онищенко Євген Євгенович, к.т.н., доц., затверджені наказом по університету від 07.06.2022 р. № 923-с.
2. Термін подання студентом роботи 10.06.2022 р.
3. Вихідні дані до роботи Установка СНТ-6У для механічних випробувань матеріалів осьовою силою та крутним моментом, максимальна осьова сила на захваті – 140 кН, швидкість робочого ходу активного захвата – 78 мм/хв.
4. Зміст роботи Вибір двигуна, розрахунок і проектування передач та валів редуктора, проектування корегованого евольвентного зачеплення, розрахунок круглої ступінчатої пластини, розв'язання осесиметричної задачі методами теорії пружності, розрахунок деформованого стану випробувального зразка, визначення власних частот та відповідних власних форм коливань валу.
5. Перелік ілюстративного матеріалу (із зазначенням презентацій тощо) 10 слайдів у презентації, записка містить 72 сторінок, 34 ілюстрації, 3 таблиці, додаток та 18 джерел використаної літератури.

6. Консультанти розділів роботи

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв
Деталі машин	Лавренко Я.І., доц.		
Теорія механізмів і машин	Заховайко О.П., доц.		
Будівельна механіка	Пискунов С.О., проф.		
Теорія пружності	Бабенко. А.Є., проф.		
Чисельні методи	Рудаков К.М., проф.		
Теорія коливань	Боронко О.О., проф.		

7. Дата видачі завдання 01.10.2021 р.

Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання дипломної роботи	Термін виконання етапів роботи	Примітка
1	Огляд літератури	01.12.2021 р.	
2	Виконання 1-2 розділів	01.02.2022 р.	
3	Виконання 3-4 розділів	01.04.2022 р.	
4	Виконання 5-7 розділів	01.06.2022 р.	
5	Передзахист	08.06.2022 р.	
6	Захист дипломної роботи	20.06.2022 р.	

Студент _____

Артем НИКИФОРОВ

Керівник

Євген ОНИЩЕНКО

Анотація

Дана бакалаврська робота присвячена модифікації привода випробувальної установки СНТ-6У для механічних випробувань матеріалів в умовах складного напруженого стану.

В даній роботі проведено модифікацію приводу і редуктора установки шляхом вибору оптимальних вузлів та умов роботи. Спроектовані усі елементи приводу, за показниками якості зачеплення з використанням програмного забезпечення було оптимізовано зубчасту передачу для підвищення її ефективності. Пливу, на якій фіксується дана установка було розраховано на міцність і жорсткість. Методами теорії пружності проведено розрахунки напружено-деформованого стану нескінченної пластини з овальним отвором. За допомогою методу скінченних елементів та програмного комплексу Ansys Mechanical досліджено напружено-деформований стан тонкостінного зразка для випробувань на розтяг. Методами теорії коливань визначено власні частоти та форми коливань проміжного валу редуктора. Сформульовані загальні висновки по роботі.

Записка містить 72 сторінок, 34 рисунки, 7 таблиць, додаток.

Ключові слова: *випробувальна установка, редуктора, кінематична схема, циліндрична передача, черв'ячна передача, розрахунок валів, підшипники, зразок, напружено-деформований стан, опорна плита, коливання, власні частоти, власні форми.*

Робота складається з текстової та графічної частини, містить додаток зі специфікаціями до креслень.

Annotation

This bachelor work is devoted to the modification of the drive of the testing machine SNT-6U for the mechanical testing of materials under complex stress-strain state.

In this work, the drive and gearbox were modified by selection of the most optimal details and their working conditions. All of the reduction gear units were designed and the gear train was improved software. Machine base plate strength and rigidity was calculated. Stress-strain state of a hollow infinite cylinder under surface axisymmetric load was calculated by the elasticity theory methods. With the help of finite element method and Ansys Mechanical software the stress-strain state of a thin-walled specimen for tensile tests was calculated. Intermediate shaft oscillation normal modes were determined with the help of oscillation theory methods.. General conclusions were formulated.

The note contains 72 pages, 34 figures, 7 tables, an application.

Keywords: *test setup, reducer, kinematic scheme, cylindrical transmission, worm gear, calculation of shafts, substrates, sample, stress-strain state, base plate, oscillations, normal modes.*

The work consists of a text and graphic part, contains an application with drawings` specifications.

ЗМІСТ

1. Розрахунок основних параметрів випробувальної установки.....	7
1.1 Опис прототипу.....	7
1.3. Вибір електродвигуна.....	8
1.5 Розрахунок параметрів клинопасової передачі.....	11
2. Розрахунок і конструювання редуктора.	14
2.1. Розрахунок швидкохідної передачі.	14
2.1.1 Параметри навантаження зубчастої передачі.....	14
2.1.2 Матеріали зубчастих коліс.....	15
2.1.3 Допустимі напруження.....	15
2.1.4 Проектний розрахунок передачі.....	17
2.1.5 Попередні значення деяких параметрів передачі.....	17
2.1.6 Розрахунок активних поверхонь зубців на контактну витривалість	18
2.1.7 Розрахунок допустимих поверхонь зубців на контактну міцність.....	19
2.1.8 Розрахунок зубців на міцність при згині максимальним навантаженням	20
2.1.10. Розрахунок сил у зачепленні передачі	21
3.2 РОЗРАХУНОК ПРОМІЖНОГО ВАЛУ.....	28
3.2.1 Проектний розрахунок і конструювання валу	28
3.2.2. Перевірка статичної міцності вала	29
3.2.3 Розрахунок вала на витривалість.....	32
3.2.4. Розрахунок вала на жорсткість	33
3.2.5 Визначення розрахункового еквівалентного навантаження на підшипник.....	34
4. ПРОЕКТУВАННЯ КОРЕГОВАНОГО ЕВОЛЬВЕНТНОГО ЗАЧЕПЛЕННЯ ЗУБЧАСТИХ КОЛІС .39	39
2.1 Мета проведення корегування	39
2.2 Параметри якості зачеплення	39
2.5 Висновки.....	47
5. ПРОЕКТУВАННЯ ВИПРОБУВАЛЬНОГО ЗРАЗКА ТА ПРОВЕДЕННЯ ЧИСЕЛЬНОГО РОЗРАХУНКУ ЙОГО НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ.....	53
5.1 ВИБІР ТИПУ ЗРАЗКА ТА ЙОГО КОНСТРУЮВАННЯ	53
5.2 ПОСТАНОВКА КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ ПРУЖНОСТІ	54
5.3 МЕТОД РОЗВ'ЯЗУВАННЯ КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ ЛІНІЙНОЇ ПРУЖНОСТІ	56
5.4 РОЗРАХУНКОВА СХЕМА	58
5.5 РЕЗУЛЬТАТИ РОЗРАХУНКІВ	59
6. РОЗРАХУНКИ ВЛАСНИХ ЧАСТОТ ТА ВІДПОВІДНИХ ВЛАСНИХ ФОРМ КРУТИЛЬНИХ КОЛИВАНЬ СИСТЕМИ З ДВОМА СТУПЕНЯМИ ВІЛЬНОСТІ.....	61
7. Розрахунок прототипу конструктивного елемента методами теорії пружності	71
Література:	74

1. Розрахунок основних параметрів випробовувальної установки.

1.1 Опис прототипу

Установка УСНС-3 для механічних випробувань тонкостінних трубчастих зразків за складного напруженого стану.

1.2.Опис схемы проектового приво́ду

Привод випробувальної установки містить електродвигун (Д) і три механічні передачі обертального руху: пасову передачу (1), черв'ячну передачу (2) циліндричну зубчасту передачу (3) та передачу гвинт-гайка (4).

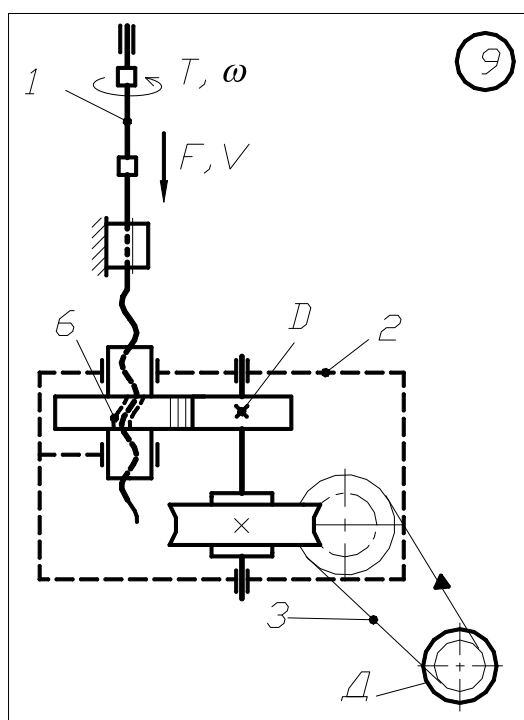


Рис.2.1. Кінематична схема приводу

CHT-6Y

1.3. Вибір електродвигуна

Електродвигун для привода вибирають за потрібною потужністю на вихідному валу привода. Для вибору потужності привідного електродвигуна визначаємо загальний ККД ($\eta_{\text{заг}}$).

Загальний ККД приводу транспортера визначаємо за формулою (1.3.1):

$$\eta_{\text{заг}} = \eta_{\text{п.п.}} \times \eta_{\text{ч.п.}} \times \eta_{\text{з.п.}} \times \eta_{\text{г.г.}} \times \eta_0^n \quad (1.3.1)$$

де $\eta_{\text{п.п.}}$ – ККД пасової передачі;
 $\eta_{\text{ч.п.}}$ – ККД черв'ячної передачі;
 $\eta_{\text{з.п.}}$ – ККД зубчатої передачі;
 $\eta_{\text{г.г.}}$ – ККД передачі «гвинт-гайка»;
 η_0 – ККД підшипників;
 n – кількість пар підшипників.

ККД пасової передачі 0,95; ККД черв'ячної передачі 0,75; ККД зубчатої передачі становить 0,97; ККД передачі гвинт-гайка 0,6; ККД підшипників 0,99; кількість пар підшипників рівна 3.

$$\eta_{\text{заг}} = 0,95 \times 0,75 \times 0,97 \times 0,6 \times 0,99^3 = 0,40236$$

Визначаємо орієнтовне передатне відношення:

$$i' = i'_1 i'_2 i'_3,$$

де i'_1 — передатне відношення пасової передачі;
 i'_2 — передатне відношення циліндричної передачі;
 i'_3 — передатне відношення зубчатої передачі;

$$i' = 5 \cdot 35 \cdot 4 = 700; \quad (1.3.2)$$

Орієнтовна частота обертання валу

$$n'_{\text{дв}} = n i'; \quad (1.3.3)$$

$$n = V/pz = 3,33; \quad (1.3.4)$$

$$n'_{\text{дв}} = 3,33 \cdot 700 = 2333 \text{ хв}^{-1}; \quad (1.3.5)$$

$$P_1 = 37 \text{ Вт}; \quad (1.3.6)$$

Обираємо електродвигун, що відповідає вимогам зі списку табл [1].
Обрано двигун 4А50А2У3 з параметрами:

$$P = 90 \text{ Вт}; n = 2740 \text{ хв}^{-1}; \quad (1.3.7)$$

1.4. Кінематичний та силовий розрахунок привода.

Уточнюємо загальне передатне відношення після вибору двигуна:

$$i = \frac{n_{\text{дв}}}{\eta} = \frac{2740}{0,4} = 1644; \quad (1.4.1)$$

а також розбиваємо його між окремими передачами:

$$i_1 i_2 i_3 = i; \quad (1.4.2)$$

$i_1 = 5$ — передатне відношення пасової передачі;

$i_2 = 35$ — передатне відношення черв'ячної передачі;

$i_3 = 4$ — передатне відношення зубчатої передачі;

Визначаємо кутові швидкості усіх валів:

$$\omega_1 = \omega_{\text{дв}} = \frac{\pi \cdot n}{30} = 286,78 \text{ с}^{-1}; \quad (1.4.3)$$

$$\omega_2 = \frac{\omega_1}{i_1} = 71,7 \text{ с}^{-1}; \quad (1.4.4)$$

$$\omega_3 = \frac{\omega_2}{i_2} = 2,04 \text{ с}^{-1}; \quad (1.4.5)$$

$$\omega_4 = \frac{\omega_3}{i_3} = 0,4 \text{ с}^{-1}; \quad (1.4.6)$$

Потужності:

$$P_k = P_{k-1} \cdot \eta_{k-1}; \quad (1.4.7)$$

$$P_1 = 37,2 \text{ Вт}; \quad (1.4.8)$$

$$P_2 = P_1 \cdot \eta_1 = 35,4 \text{ Вт}; \quad (1.4.9)$$

$$P_3 = P_2 \cdot \eta_2 = 15,56 \text{ Вт}; \quad (1.4.10)$$

$$P_4 = P_3 \cdot \eta_3 = 25,76 \text{ Вт}; \quad (1.4.11)$$

Крутні моменти:

$$T_1 = \frac{P_1}{\omega_1} = 0,12 \text{ Н} \cdot \text{м}; \quad (1.4.12)$$

Параметр	Вали
----------	------

$$T_2 = \frac{P_2}{\omega_2} = 0,49 \text{ Н} \cdot \text{м}; \quad (1.4.13)$$

$$T_3 = \frac{P_3}{\omega_3} = 12,96 \text{ Н} \cdot \text{м}; \quad (1.4.14)$$

$$T_4 = \frac{P_4}{\omega_4} = 62,88 \text{ Н} \cdot \text{м}; \quad (1.4.15)$$

Кінематичні та силові характеристики привода наведені в таблиці 1.1.

1
5
Розрахунок
унок
парам

	I	II	III	IV	Додаткова передача
P	0,04	0,04	0,03	0,03	
T	0,13	0,49	12,97	62,89	
η	0,95	0,75	0,97	0,60	
i	4,00	35,00	5,00		
ω	286,79	71,70	2,05	0,41	
N	2740	685,0	19,57	3,91	

етрів клинопасової передачі

Дані для розрахунку: $P_1 = P_{дв} = 0,09$ кВт – потужність, що передається ведучим шківом; $\omega_1 = 286,8 \text{ хв}^{-1}$ – частота обертання ведучого шківа;

Характер навантаження:

- ударне навантаження;
- робота в три зміни;

Пасова передача зображена на рис.5.1.

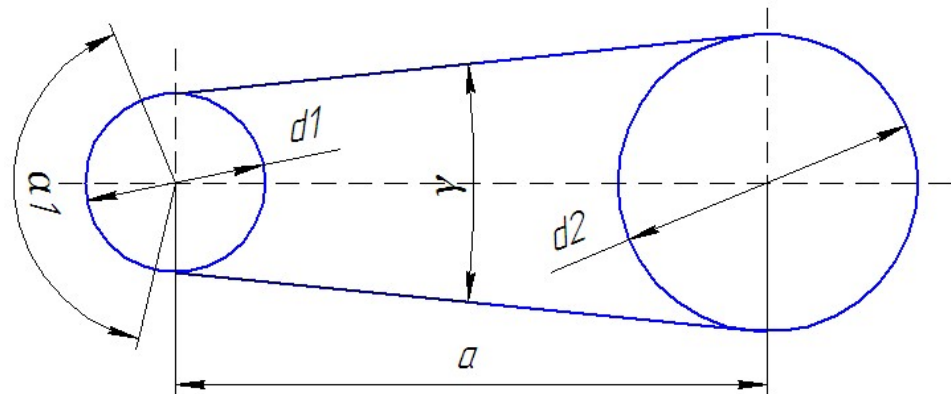


Рис 5.1 Схема клинопасової передачі

При проектуванні пасових передач треба розраховувати такі параметри, що впливають на роботоздатність передач: діаметри шківів, міжосьову відстань, кут обхату шківа, довжину пасу.

Орієнтовано при проектному розрахунку плоскопасової передачі діаметр d_1 , меншого ведучого шківа можна визначити за емпіричною залежністю (1.5.1).

$$d = (520 \dots 610) \sqrt[3]{\frac{P}{\omega}} \quad (1.5.1)$$

де P – потужність на ведучому шківі, кВт;

ω – кутова швидкість, $\frac{\text{рад}}{\text{с}}$.

Розрахункове значення діаметра шківа:

$$d_1 = (520 \dots 610) \sqrt[3]{\frac{0,03}{92,63 \times 0,1047197551197}} = (55 \dots 85) \text{ мм}$$

Діаметр d_1 меншого шківа клинопасових передач беремо за ГОСТ 20889-88 залежно від типу перерізу паса.

Згідні зі стандартом беремо $d_1 = 60 \text{ мм}$, що відповідає перерізу ремня типу В. Визначаємо діаметр веденого шківів по формулі (1.5.2)

$$d_2 = i_{\text{к.п.}} \times d_1 = 4 \times 60 = 240 \text{ мм} \quad (1.5.2)$$

Узгодимо діаметр вказання d_2 зі стандартом (ГОСТ 20889-88).

Приймаємо $d_1 = 60 \text{ мм}$, $d_2 = 240 \text{ мм}$.

Визначаємо фактичне передатне відношення за формулою (1.5.3)

$$i_{\text{к.п.}} = \frac{d_2}{d_1} = 0,025 \quad (1.5.3)$$

Визначаємо швидкість паса

$$V = \frac{\omega_1 \times d_1}{2} = 0,15 \frac{\text{м}}{\text{с}} \quad (1.5.4)$$

Визначаємо орієнтовну міжосьову відстань

$$a' = 1,5 \times (d_1 + d_2) = 1,5 \times (60 + 240) = 450 \text{ мм} \quad (1.5.5)$$

Розраховуємо необхідну довжину паса

$$l' = 2 \times a' + \frac{\pi \times (d_1 + d_2)}{2} + \frac{(d_2 - d_1)^2}{4 \times a'} \quad (1.5.6)$$

$$l' = 2 \times 450 + \frac{3,14 \times (60 + 240)}{2} + \frac{(60 - 240)^2}{4 \times 450} = 1389 \text{ мм}$$

Отримане значення узгодимо зі стандартним рядом довжин клинових ремнів. За ГОСТ 1284-68 найближча розрахункова довжина для ремня типу профіля В,

$l = 1400 \text{ мм}$.

Визначаємо дійсну міжосьову відстань

$$a = \frac{2 \times l - \pi \times (d_2 + d_1) + \sqrt{[2 \times l - \pi \times (d_2 + d_1)]^2 - 8 \times (d_2 - d_1)^2}}{8} = 455,6 \text{ мм} \quad (1.5.7)$$

Визначаємо число пробігів паса за формулою (1.5.8):

$$U = \frac{V}{l} \leq [U] = 0,1 \text{ с}^{-1} < 12 \quad (1.5.8)$$

Кут обхвату меншого шківів:

$$\alpha_1 = 180^\circ - 57^\circ \frac{d_2 - d_1}{a} = 137^\circ \quad (1.5.9)$$

Максимально допустима потужність, що передається одним пасом, визначається за формулою (1.5.10)

$$[P] = P_0 \times C_\alpha \times C_l \times C_p \times C_z \quad (1.5.10)$$

де P_0 – допустима потужність для одного клинового паса, $P_0 = 0,49 \text{ кВт}$ за ГОСТ 1284.3-80;

C_α – коефіцієнт, що враховує кут обхвату меншого шківів

$$C_\alpha = 1 - 0,003 \times (180^\circ - \alpha_1) = 1 - 0,003 \times (180^\circ - 137^\circ) = 0,87 \quad (1.5.11)$$

C_l – коефіцієнт фактичної довжини паса

$$C_l = \sqrt[6]{\frac{l}{l_0}} = 1,009 \quad (1.5.12)$$

де $l_0 = 1320 \text{ мм}$ – базова довжина для перерізу типу О за ГОСТ 1284-68

C_p – коефіцієнт, що враховує режим роботи передачі. В нашому випадку навантаження спокійне, робота в три зміни, тому C_p визначаємо за формулою (1.5.13)

$$C_p = C_{p3} = 0,72 \times C_{p1} \quad (1.5.13)$$

Приймаємо $C_{p1} = 1$, тоді $C_p = 0,72$.

C_z – коефіцієнт кількості пасів.

$C_z = 0,95$, якщо приймати що кількість пасів $z = 2 \dots 3$.

Розраховуємо максимально допустиму потужність за формулою (1.5.10)

$$[P] = 0,49 \times 0,86 \times 1,112 \times 0,72 \times 0,95 = 0,295 \text{ кВт}$$

Визначаємо число пасів по формулі (1.5.14)

$$Z = \frac{P_1}{[P]} = 0,0824 \quad (1.5.14)$$

Приймаємо $Z = 2$, адже це мінімальна кількість пасів.

Силовий розрахунок клинопасової передачі полягає у визначенні сил поперечного натягу пасів та навантаження на вал.

Знаходимо силу початкового натягу одного паса за формулою (1.5.15)

$$F_0 = \frac{0,85 \times P_1 \times C_l}{v \times C_p \times C_\alpha} = 355,27 \text{ Н} \quad (1.5.15)$$

Навантаження, що діють на вал визначаємо за формулою (1.5.16)

$$R = 2F_0 \times \sin \frac{\alpha}{2} = 2 \times 355,27 \times 0,921 = 662,9 \text{ Н} \quad (1.5.16)$$

2. Розрахунок і конструювання редуктора.

2.1. Розрахунок швидкохідної передачі.

Схематичне зображення передачі наведено на Рис. 2.1

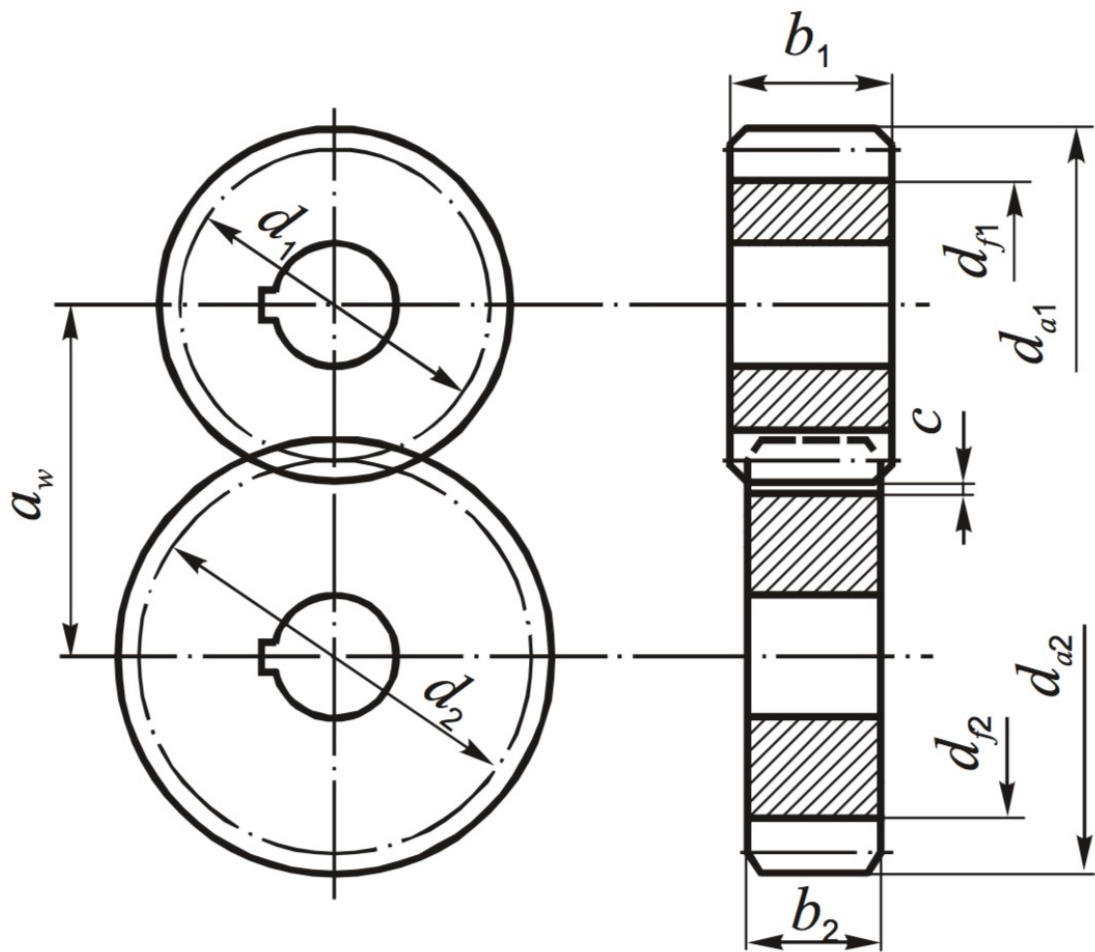


Рис. 2.1 Схема прямозубої циліндричної зубчастої передачі

2.1.1 Параметри навантаження зубчастої передачі

Знайдемо максимальний обертовий момент при короткочасному перевантаженні до 200% :

$$T_{2max} = 2 \cdot T_2 = 25,93 \text{ Н} \cdot \text{м}; \quad (2.1.1.1)$$

Число циклів навантаження зубців шестірні та колеса за строк служби передачі:

$$N_{\Sigma 1} = \frac{1800 \cdot \omega_3 \cdot h}{\pi} = 6807692,3 \text{ циклів}; \quad (2.1.1.2)$$

$$N_{\Sigma 2} = \frac{N_{\Sigma 1}}{i} = 1361538,5 \text{ циклів}; \quad (2.1.1.3)$$

Вирахуємо еквівалентні числа циклів навантаження для розрахунків на контактну втому N_{HE} і втому при згині N_{FE} з врахуванням коефіцієнтів інтенсивності $K_{HE} = 0,18$; $K_{FE} = 0,07$ для режиму навантаження:

$$N_{HE1} = K_{HE} \cdot N_{\Sigma 1} = 1225384 \text{ циклів}; \quad (2.1.1.4)$$

$$N_{HE2} = K_{HE} \cdot N_{\Sigma 2} = 245076 \text{ циклів}; \quad (2.1.1.5)$$

$$N_{FE1} = K_{FE} \cdot N_{\Sigma 1} = 476538 \text{ циклів}; \quad (2.1.1.6)$$

$$N_{FE2} = K_{FE} \cdot N_{\Sigma 2} = 95307 \text{ циклів}; \quad (2.1.1.7)$$

2.1.2 Матеріали зубчастих коліс

Для виготовлення шестерні та зубчатого колеса вибираємо сталь 40X із термообробкою – поліпшення. Для шестерні твердість поверхні зубців $H_1 = 280HB$, $\sigma_{b1} = 900 \text{ МПа}$, $\sigma_{T1} = 750 \text{ МПа}$; для колеса $H_2 = 245HB$, $\sigma_{b2} = 790 \text{ МПа}$, $\sigma_{T2} = 640 \text{ МПа}$.

2.1.3 Допустимі напруження

Допустимі напруження на контактну витривалість. Границя контактної витривалості зубців шестерні і колеса:

$$\sigma_{Hlimb1} = 2 \cdot H_1 + 70 = 2 \cdot 280 + 70 = 630 \text{ МПа}; \quad (2.1.3.1)$$

$$\sigma_{Hlimb2} = 2 \cdot H_2 + 70 = 2 \cdot 245 + 70 = 560 \text{ МПа}; \quad (2.1.3.2)$$

Базу випробувань для матеріалів шестерні та колеса:

$$N_{H01} = 30 \cdot H_1^{2,4} = 30 \cdot 280^{2,4} = 2,24 \cdot 10^7 \text{ циклів}; \quad (2.1.3.3)$$

$$N_{H02} = 30 \cdot H_2^{2,4} = 30 \cdot 245^{2,4} = 1,62 \cdot 10^7 \text{ циклів}; \quad (2.1.3.4)$$

Оскільки $N_{H01} < N_{HE1}$, $N_{H02} \leq N_{HE2}$ то коефіцієнт довговічності для зубців шестерні та колеса $K_{HL} = 1$.

Приймаючи шорсткість поверхонь зубців $R_a = 1,25 \dots 0,63$. Тоді $Z_R = 1$.

Коефіцієнт запасу $S_H = 1,1$.

Допустимі контактні напруження:

$$[\sigma]_{H1} = \frac{\sigma_{Hlimb1} \cdot Z_R \cdot K_{HL}}{S_H} = 1489 \text{ МПа}; \quad (2.1.3.5)$$

$$[\sigma]_{H2} = \frac{\sigma_{Hlimb1} \cdot Z_R \cdot K_{HL}}{S_H} = 1323 \text{ МПа}; \quad (2.1.3.6)$$

Розрахункове допустиме контактне напруження:

$$[\sigma]_H = 0,45([\sigma]_{H1} + [\sigma]_{H2}) = 1265,7 \text{ МПа}; \quad (2.1.3.7)$$

Перевіряємо умову:

$$[\sigma]_H \leq 1,23[\sigma]_{H2} = 1265,7 \leq 1628 \text{ МПа}; \quad (2.1.3.8)$$

Допустимі навантаження на витривалість при згині:

Границі витривалості зубців при згині для бази випробувань $N_{FO} = 4 \cdot 10^6$

[2].

$$\sigma_{Flimb1} = 1,8 \cdot H_1 = 504 \text{ МПа}; \quad (2.1.3.9)$$

$$\sigma_{Flimb2} = 1,8 \cdot H_2 = 1,8 \cdot 245 = 441 \text{ МПа}; \quad (2.1.3.10)$$

Оскільки $N_{FE1} < N_{FO}$, $N_{FE2} < N_{FO}$, то коефіцієнт довговічності для зубців шестерні та колеса $K_{FC} = 1$. Коефіцієнт запасу $S_F = 2,2$.

Допустиме напруження на втому на згині:

$$[\sigma]_{F1} = \frac{\sigma_{Flimb1} \cdot K_{FC} \cdot K_{FE}}{S_F} = 476,51 \text{ МПа}; \quad (2.1.3.11)$$

$$(2.1.3.12)$$

$$[\sigma]_{F2} = \frac{\sigma_{Flimb1} \cdot K_{FC} \cdot K_{FE}}{S_F} = 416,95 \text{ МПа};$$

Допустиме граничне контактне навантаження:

$$[\sigma]_{Hmax} \leq 2,8 \cdot \sigma_{T2} = 2,8 \cdot 640 = 1792 \text{ МПа}; \quad (2.1.3.13)$$

Граничні допустимі напруження на згин для зубців шестірни та колеса

$$[\sigma]_{F1max} = 4,8 \frac{H_1}{S_F} = 4,8 \frac{280}{2,2} = 610,9 \text{ МПа}; \quad (2.1.3.14)$$

$$[\sigma]_{F2max} = 4,8 \frac{H_2}{S_F} = 4,8 \frac{245}{2,2} = 534,54 \text{ МПа}; \quad (2.1.3.15)$$

2.1.4 Проектний розрахунок передачі

Обираємо коефіцієнт ширини вінця $\psi_{ba} = 0,40$

$$\psi_{bd} = 0,5 \cdot \psi_{ba} (U + 1) = 1,2; \quad (2.1.4.1)$$

В залежності від ψ_{bd} і $H < 350 \Rightarrow K_{H\beta} = 1,18$; $K_{\alpha} = 430 \text{ МПа}^{1/3}$ – для косозубого зачеплення.

Мінімальна міжосьова відстань передачі:

$$a_{\omega min} = K_{\alpha} (U + 1) \sqrt[3]{\frac{T_{1H} \cdot K_{H\beta}}{U \cdot \psi_{ba} \cdot [\sigma]_H^2}} = 39,4 \text{ мм} \quad (2.1.4.2)$$

Фактична $a_{\omega} = 40 \text{ мм}$;

Число зубців: $z_1 = 25$; $z_2 = 125$;

Модуль зубців:

$$m'_n = \frac{2 \cdot a_{\omega} \cdot \cos \beta}{z_1 + z_2} = 0,5 \text{ мм}; \quad (2.1.4.3)$$

Згідно з ГОСТ приймаємо $m_n = 2 \text{ мм}$.

2.1.5 Попередні значення деяких параметрів передачі

1) Ділильні діаметри шестерні та колеса:

$$d_1 = \frac{m_n \cdot z_1}{\cos \beta} = 64,7 \text{ мм}; \quad (2.1.5.1)$$

$$d_2 = \frac{m_n \cdot z_2}{\cos \beta} = 323,5 \text{ мм}; \quad (2.1.5.2)$$

2) Ширина зубчатих вінців:

$$b_2 = \psi_{ba} \cdot a_\omega = 20 \text{ мм}; \quad (2.1.5.3)$$

$$b_1 = b_2 + 2 \text{ мм} = 22 \text{ мм}; \quad (2.1.5.4)$$

3) Колова швидкість зубчатих коліс:

$$V = 0,5 \cdot \omega_3 \cdot d_1 = 0,067 \frac{\text{м}}{\text{с}}; \quad (2.1.5.5)$$

Обираємо ступінь точності $n_{\text{СТ}} = 9$ для всіх показників точності зубчастих коліс і передачі [2]

4) Еквівалентна кількість числа зубців шестерні та колеса:

$$z_{V1} = z_1 = 25; \quad z_{V2} = z_2 = 125; \quad (2.1.5.6)$$

5) Коефіцієнт торцевого перекриття:

$$\varepsilon_\alpha = \left[1,88 - 3,2 \left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right) \right] \cos \beta = 1,73; \quad (2.1.5.7)$$

6) Колова сила у зачепленні коліс:

$$F_t = \frac{2 \cdot T_2}{d_1} = 400,83 \text{ Н}; \quad (2.1.5.8)$$

2.1.6 Розрахунок активних поверхонь зубців на контактну витривалість

Для розрахунку попередньо визначимо такі коефіцієнти:

- Коефіцієнт, що враховує механічні властивості матеріалів зубчастих коліс $Z_M = 275 \text{ МПа}^{1/2}$.

- Коефіцієнт форми спряжених поверхонь зубців $Z_H = 1,77 \cdot \cos \beta = 1,77 \cdot 0,965 = 1,708$;

- Коефіцієнт сумарної довжини контактних ліній при $\varepsilon_\beta > 0,9$,

$$Z_{\varepsilon} = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_{\alpha}}} = \sqrt{\frac{1}{1,617}} = 0,76;$$

- Коефіцієнт, що враховує розподіл навантаження між зубцями в залежності від колової швидкості та ступеня точності $K_{H\alpha} = 1,13$. [2, табл. 23.3]
- Коефіцієнт, що враховує розподілення навантаження по ширині вінця $K_{H\beta} = 1,1$.
- Коефіцієнт, що враховує динамічне навантаження зубців в залежності від колової швидкості, твердості зубців колеса та ступеня точності $K_{HV} = 1,03$. [2]

Питома розрахункова колова сила:

$$\omega_{Ht} = \frac{F_t}{b_z} \cdot K_{H\alpha} \cdot K_{H\beta} \cdot K_{HV} = 25,7 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}; \quad (2.1.6.1)$$

Розрахункове контактне напруження:

$$\sigma_H = Z_M \cdot Z_H \cdot Z_{\varepsilon} \sqrt{\frac{\omega_{Ht}}{d_1} \cdot \frac{U+1}{U}} = 246,87 \text{ МПа}; \quad (2.1.6.2)$$

Стійкість зубців проти втомного викришування їхніх поверхонь забезпечується, оскільки $\sigma_H = 246,87 \text{ МПа}$, $[\sigma]_H = 1265,7273 \Rightarrow \sigma_H < [\sigma]_H$.

2.1.7 Розрахунок допустимих поверхонь зубців на контактну міцність

Під час дії перевантаження максимальне контактне напруження:

$$\sigma_{Hmax} = \sigma_H \sqrt{\frac{T_{1max}}{T_1}} = 349 \text{ МПа}; \quad (2.1.7.1)$$

Контактна міцність зубців забезпечується, оскільки:

$$\sigma_{Hmax} = 349 \text{ МПа} \leq [\sigma]_{Hmax} = 1792 \text{ МПа}; \quad (2.1.7.2)$$

Розрахунок зубців на витривалість при згині:

- Коефіцієнти форми зубців за таблицями $Y_{F1} = 3,8$; $Y_{F2} = 3,6$; [2, табл. 23.5]
- Коефіцієнт перекриття зубців $Y_{\varepsilon} = 1$.
- Коефіцієнт нахилу зубців $Y_{\beta} = 0.89$.
- Коефіцієнт, що враховує розподілення навантаження між зубцями

$$K_{F\alpha} = \frac{[4 + (\varepsilon_{\alpha} - 1)(n_{CT} - 5)]}{4 * \varepsilon_{\alpha}} = \frac{[4 + (1,602 - 1)(9 - 5)]}{4 * 1,602} = 1;$$

- Коефіцієнт нерівномірності розподілення навантаження по ширині зубчастих вінців $K_{F\beta} = 1,13$. [2]

- Коефіцієнт динамічного навантаження зубців в залежності від колової швидкості, твердості зубців колеса та ступеня точності $K_{FV} = 1,13$. [2]

Питома розрахункова колова сила:

$$\omega_{Ft} = \frac{F_t}{b_2} \cdot K_{F\alpha} \cdot K_{F\beta} \cdot K_{FV} = \frac{400}{20} \cdot 1 \cdot 1,13 \cdot 1,1325,59 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}; \quad (2.1.7.3)$$

Розрахункове напруження згину у зубцях шестерні та колеса:

$$\sigma_{F1} = Y_{F1} \cdot Y_{\varepsilon} \cdot Y_{\beta} \cdot \frac{\omega_{Ft}}{m_n} = 3,8 \cdot 1 \cdot 0,89 \cdot \frac{25,6}{3} = 34 \text{ МПа}; \quad (2.1.7.4)$$

$$\sigma_{F2} = Y_{F2} \cdot Y_{\varepsilon} \cdot Y_{\beta} \cdot \frac{\omega_{Ft}}{m_n} = 3,6 \cdot 1 \cdot 0,89 \cdot \frac{25,6}{3} = 32 \text{ МПа}; \quad (2.1.7.5)$$

Стійкість зубців проти втомного руйнування при згині забезпечується:

$$[\sigma]_{F1} = 229 \text{ МПа}; \quad [\sigma]_{F2} = 200 \text{ МПа};$$

2.1.8 Розрахунок зубців на міцність при згині максимальним навантаженням

Максимальні напруження згину можна при перевантаженні:

$$\sigma_{F1max} = \sigma_{F1} \frac{T_{1max}}{T_1} = 69 \text{ МПа}; \quad (2.1.8.1)$$

$$\sigma_{F2max} = \sigma_{F2} \frac{T_{1max}}{T_1} = 65,8 \text{ МПа}; \quad (2.1.8.2)$$

Міцність зубців на згин при дії максимального навантаження також забезпечується, бо максимальні розрахункові напруження менші від граничних напружень:

$$[\sigma]_{F1max} = 610 \text{ МПа}; \quad [\sigma]_{F2max} = 534 \text{ МПа};$$

2.1.9 Розрахунок параметрів зубчатої передачі

1) Розміри елементів зубців:

а) Висота головки зубця

$$h_a = m_n = 2,5 \text{ мм}; \quad (2.1.9.1)$$

) Висота ніжки зубця

$$h_f = 1,25 \cdot m_n = 1,25 \cdot 2,5 = 3.125 \text{ мм}; \quad (2.1.9.2)$$

в) Кут профілю зубців

$$\alpha_n = 20^\circ; \quad (2.1.9.3)$$

2) Розміри вінців зубчатих коліс:

а) Ділильні діаметри:

$$d_1 = 64,69 \text{ мм}; \quad (2.1.9.4)$$

$$d_2 = 323,49 \text{ мм}; \quad (2.1.9.5)$$

б) Діаметри вершин зубців:

$$d_{a1} = d_1 + 2 \cdot m_n = 64,69 + 2 \cdot 2,5 = 69,69 \text{ мм}; \quad (2.1.9.6)$$

$$d_{a2} = d_2 + 2 \cdot m_n = 323,49 + 2 \cdot 2,5 = 328,49 \text{ мм}; \quad (2.1.9.7)$$

в) Діаметри впадин:

$$d_{f1} = d_1 - 2,5 \cdot m_n = 64,69 - 2,5 \cdot 2,5 = 58,5 \text{ мм}; \quad (2.1.9.8)$$

$$d_{f2} = d_2 - 2,5 \cdot m_n = 323,49 - 2,5 \cdot 2,5 = 317,25 \text{ мм}; \quad (2.1.9.9)$$

г) Міжосьова відстань передачі:

$$a_\omega = \frac{m_n(z_1 + z_2)}{2} = \frac{4(25 + 125)}{2} = 194,1 \text{ мм}; \quad (2.1.9.10)$$

2.1.10. Розрахунок сил у зачепленні передачі

Колова сила:

$$F_t = 400 \text{ Н}; \quad (2.1.10.1)$$

Радіальна сила:

$$F_r = \frac{F_t \cdot \operatorname{tg} \alpha_n}{\cos \beta} = 151,04 \text{ Н}; \quad (2.1.10.2)$$

Осьова сила:

$$F_a = 107,4 \text{ Н}. \quad (2.1.10.3)$$

2.3. РОЗРАХУНОК ПЕРЕДАЧІ ГВИНТ-ГАЙКА (ПІДБІР РІЗЬБИ)

Розрахунок передачі гвинт-гайка

З умови стійкості різьби проти спрацювання середній діаметр різьби гвинта

$$d_2 \geq \sqrt{\frac{F}{\pi \psi_h \psi_h [p]}} = \sqrt{\frac{90 \cdot 10^3}{3.14 \cdot 1,6 \cdot 0,5 \cdot 13}} = 52,5 \text{ мм}$$

За ГОСТ 24737-81 підбираємо трапецийдальну різьбу з найближчими параметрами – Трап 40×7.

Для гвинта: середній діаметр - $d_2 = 51 \text{ мм}$; зовнішній діаметр $d = 55 \text{ мм}$; внутрішній діаметр - $d_1 = 46 \text{ мм}$; крок $P = 8 \text{ мм}$; висота робочого профілю $h = 4 \text{ мм}$.
Для гайки: зовнішній діаметр $d' = 55,5 \text{ мм}$; внутрішній діаметр $d_1' = 46,5 \text{ мм}$.
Висота гайки

$$H = \psi_h d_2 = 1,6 \cdot 51 = 81,6 \text{ мм}$$

Число витків у гайці

$$z_B = H / P = \frac{81,6}{8} = 10,2$$

$$z_B \leq z_{\max} = 12$$

Кут підйому витків різьби

$$\tan \psi = \frac{P}{\pi d_2} = 0,05; \quad \psi = 2,8^\circ$$

Зведений кут тертя у різьбі при коефіцієнті тертя $f = 0,1$ та куті нахилу робочої сторони профілю різьби $\delta = 15^\circ$

$$\tan \varphi' = f / \cos \delta = 0,1035; \quad \varphi' = 5,91^\circ$$

Оскільки $\varphi' > \psi$, умова гальмування різьбової пари виконується

Перевірний розрахунок передачі на стійкість проти спрацювання витків

Розрахунковий тиск у контакті витків передачі з вибраними розмірами

$$p = \frac{F}{\pi d_2 h z_B} = \frac{90 \cdot 10^3}{3.14 \cdot 51 \cdot 4 \cdot 10,2} = 13,775 \text{ МПа} < 14 \text{ МПа}$$

Перевірка гвинта на міцність

$$T_p = \frac{1}{2} F d_2 \tan(\psi + \varphi') = 367200$$

$$\sigma = \frac{4F}{\pi d_1^2} = 54 \text{ МПа}$$

$$\tau = \frac{16T_p}{\pi d_1^3} = 19,2 \text{ МПа}$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} = 63,6 \text{ МПа} < [\sigma] = 400 \text{ МПа}$$

Статична міцність гвинта забезпечується. **Перевірка гвинта на стійкість**

$$s_{\text{ст}} = \frac{F_{\text{кр}}}{F} \geq [s_{\text{ст}}]$$

$$\lambda = \frac{vl}{i_{\min}}$$

Де $v = 0,7$, при переміщенні гвинта $0,5\text{м}$, прийmemo з конструктивних міркувань $l = 0,8\text{м}$.

$$I_{\text{зв}} = \frac{3,14 * 46^4}{64} \left(0,4 + 0,6 \frac{55}{46} \right) = 245463 \text{ мм}^4$$

$$i_{\min} = \frac{12,16 \text{ мм}}{0,7 * 0,8}$$

$$\lambda = \frac{0,7 * 0,8}{28,33 * 10^{-3}} = 19,76 < \lambda_{\text{гр}} = 59$$

$$F_{\text{кр}} = \frac{3,14^2 * 2,1 * 10^5 * 245463}{(0,7 * 800)^2} = 1620 \text{ кН}$$

$$s_{\text{ст}} = \frac{1620}{90} = 18,007 [n_{\text{ст}}] = 4$$

Перевірка витків гайки на зріз

$$\tau_{\text{зр}} = \frac{90000}{3,14 * 46,5 * 0,65 * 81,6} = 11,62 \text{ МПа} < [\tau_{\text{зр}}]$$

Визначення розмірів гайки

Зовнішній діаметр гайки

$$D \geq \sqrt{\frac{4 * 1,3 * 90000}{3,14 * 93,3}} + 55,5^2 = 68 \text{ мм}$$

Приймаємо $D = 70 \text{ мм}$

$$D_{\text{ф}} = 75 \text{ мм}$$

Висота фланця гайки $\delta = 0,25 * H = 0,25 * 81,6 = 20,4 \text{ мм}$

$$\tau_{\text{зр}} = \frac{90000}{3,14 * 70 * 20} = 20,07 \text{ МПа} < [\tau_{\text{зр}}] = 25 \text{ МПа}$$

Визначення ККД передачі

$$\eta = 0,95 \frac{0,0579}{0,16} = 0,296$$

3. Розрахунок валів та їх опор

3.1. Розрахунок швидкохідного вала

3.1.1. Проектний розрахунок і конструювання вала

Для виготовлення вала берем Сталь 40Х, для якої $\sigma_B = 800$ МПа;

$$\sigma_T = 1000 \text{ МПа } [\tau] = 25 \text{ МПа}$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot T}{\pi \cdot [\tau]}} = 4,6 \text{ мм};$$

З конструктивних міркувань оберемо $d = 22$ мм.

3.1.2. Перевірка статичної міцності вала

Сили в зачепленні (Рис. 3.1.):

Сили у зачепленні червячної передачі		
$F_{t2} = F_{a1}$	$F_{r2} = F_{r1}$	$F_{a2} = F_{t1}$
185,23	67,42	30,87

Згинальний момент від сили F_{a1} :

$$M_{a1} = F_{a1} \frac{d_1}{2} = 7422 \text{ Н} \cdot \text{мм};$$

У YX площині:

$$\sum M_{Ai} = -F_{r1}a + R_B(a + b) + F_{r2}l - M_{a1} = 0;$$

$$R_B = \frac{F_{r1}a - F_{r2}l + M_{a1}}{a + b} = -867 \text{ Н}$$

$$R_A = F_{r1} - R_B - F_{r2} = 272 \text{ Н}$$

У ZX площині:

$$\sum M_{Ai} = R_B(a + b) + F_{t1}a - F_{t2}l = 0;$$

$$R_B = \frac{-F_{t1}a + F_{t2}l}{a + b} = -15,4 \text{ Н};$$

$$\sum Y_i = R_A + F_{t1} + R_B - F_{t2} = 0$$

$$R_A = -F_{t1} + R_B + F_{t2} = -15,4 \text{ Н};$$

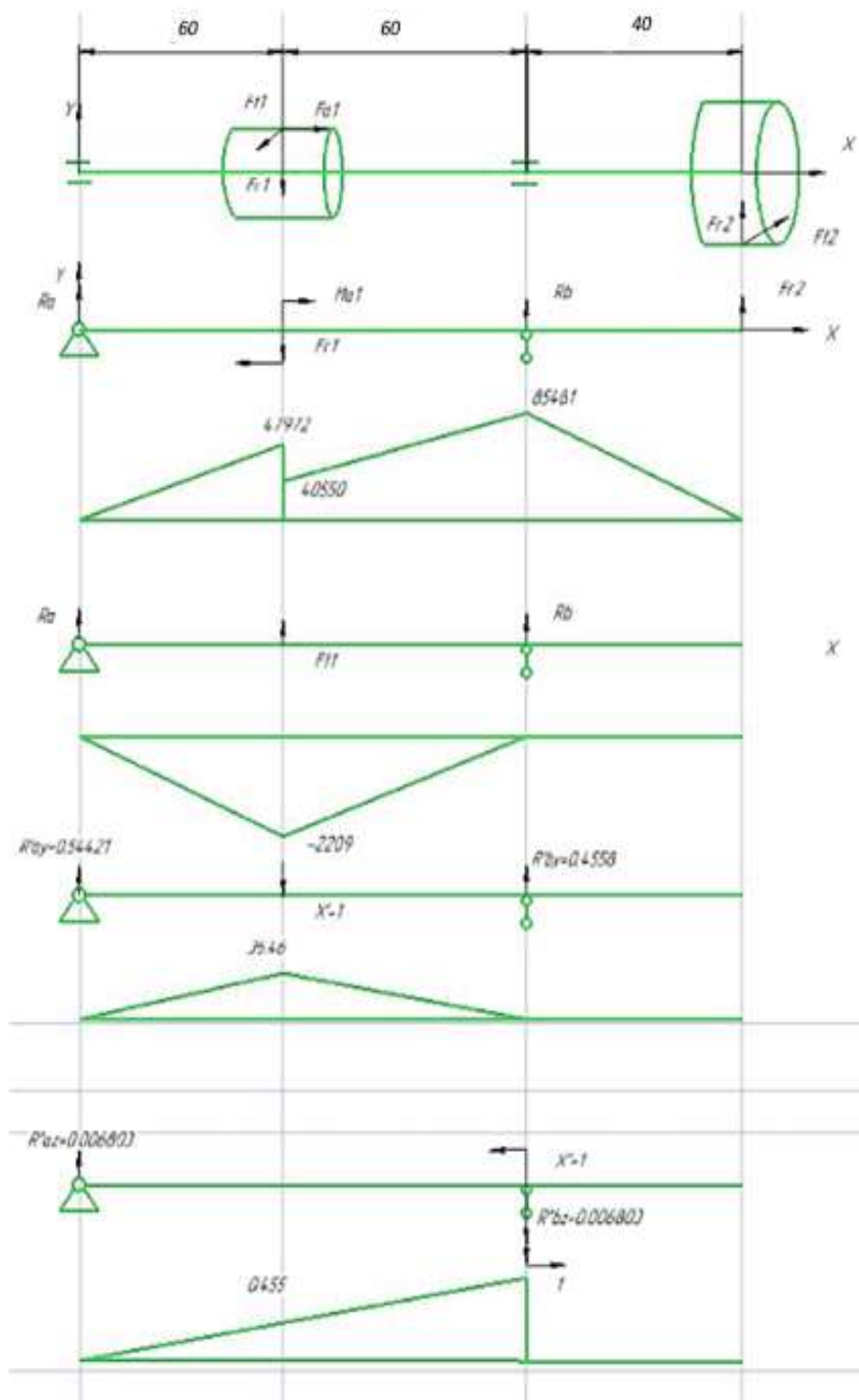


Рис. 3.1. Розрахункові схеми швидкохідного вала редуктора
Сумарні згинальні моменти в перерізах I-I і II-II

$$M_I = \sqrt{(M_y^I)^2 + (M_z^I)^2} = 14185 \text{ Нмм}$$

$$M_{II} = \sqrt{(M_y^{II})^2 + (M_z^{II})^2} = 26487 \text{ Нмм}$$

Оскільки діаметри вала у перерізах I-I і II-II однакові, крутні моменти також однакові, а згинальний момент у перерізі II-II більший, ніж у перерізі I-I, то перевірку міцності слід виконувати для перерізу II-II.

Номінальні напруження в перерізі:

$$\sigma_{зг} = \frac{32M}{\pi d^3} = 33,74 \text{ МПа}$$

$$\sigma_c = \frac{4F_{a1}}{\pi d^2} = 0,59 \text{ МПа}$$

$$\tau = \frac{16 \cdot T}{\pi \cdot d^3} = 0,08 \text{ МПа}$$

За III-м критерієм міцності визначаємо еквівалентні напруження:

$$\sigma_{екв} = \sqrt{(\sigma_{зг} + \sigma_c)^2 + 4\tau^2} = 34,3 \text{ МПа}$$

Допустиме еквівалентне напруження:

$$[\sigma]_{екв} = 0,8\sigma_T = 800 \text{ МПа}$$

Максимальне еквівалентне напруження при короткому перевантаженні:

$$\sigma_{екв}^{max} = \sigma_{екв} K_{\Pi} = 75,5 \text{ МПа}$$

Умова статичної міцності виконується, оскільки

$$\sigma_{екв}^{max} = 75,5 \text{ МПа} \leq [\sigma]_{екв} = 800 \text{ МПа}$$

3.1.3. Розрахунок вала на витривалість

Границя втоми матеріалу вала для симетричного циклу:

$$\sigma_{-1} = 0,45\sigma_B = 0,45 \cdot 800 = 360 \text{ МПа}$$

$$\tau_{-1} = 0,25\sigma_B = 0,25 \cdot 800 = 200 \text{ МПа}$$

Амплітуди нормальних і дотичних напружень

$$\sigma_a = \frac{M_{max}}{W_{OH}} = \frac{26487}{785} = 33,74 \text{ МПа}$$

$$\tau_a = \frac{T}{W_{PH}} = \frac{490}{1570} = 0,3 \text{ МПа}$$

Відповідно моменти опору в небезпечному перерізі вала:

$$W_{OH} = \frac{\pi d^3}{32} = \frac{3,14 \cdot 20^3}{32} = 785 \text{ мм}^3$$

$$W_{PH} = \frac{\pi d^3}{16} = \frac{3,14 \cdot 20^3}{16} = 1570 \text{ мм}^3$$

Середнє значення нормальних та дотичних напружень:

$$\sigma_m = \frac{4F_{a1}}{\pi d^2} = 0,59 \text{ МПа}$$

$\tau_m = \tau_a = 0,6 \text{ МПа}$ – для випадку передавання навантажень;

Ефективні коефіцієнти концентрації напружень від швидкохідного паза:

$$K_\sigma = 1,64 \quad K_\tau = 1,4$$

Коефіцієнти чутливості матеріалу вала до симетрії циклу напружень:

$$\psi_\sigma = 0,02 + 2 \cdot 10^{-4} \sigma_B = 0,02 + 2 \cdot 10^{-4} \cdot 800 = 0,18$$

$$\psi_\tau = 0,5 \psi_\sigma = 0,5 \cdot 0,18 = 0,09$$

Коефіцієнт, що враховує вплив абсолютних розмірів перерізу вала
 $K_d = 0,85$;

Коефіцієнти запасу міцності за нормальними і дотичними напруженнями:

$$S_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{K_\sigma \sigma_a}{K_d} + \psi_\sigma \sigma_m} = \frac{360}{\frac{1,64 \cdot 7,82}{0,85} + 0,18 \cdot 1,109} = 23,54$$

$$S_\tau = \frac{\tau_{-1}}{\frac{K_\tau \tau_a}{K_d} + \psi_\tau \tau_m} = \frac{200}{\frac{1,4 \cdot 0,6}{0,85} + 0,09 \cdot 0,6} = 191,895$$

Сумарний коефіцієнт запасу:

$$S = \frac{S_\sigma S_\tau}{\sqrt{S_\sigma^2 + S_\tau^2}} = 5,5$$

Загальний розрахунковий коефіцієнт запасу міцності

$S = 5,5 > [S]_{min} = 1,5$, отже міцність вала у перерізі забезпечується.

3.1.4. Розрахунок вала на жорсткість

Для розрахунку прогину скористаємося методом Верещагіна.

Основний момент інерції перерізу вала:

$$I = \frac{\pi d^4}{64} = 7850 \text{ мм}^4 \quad E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа};$$

Прогин вала під черв'яком

методом Верещагіна					
y	1 ділянка	2	3	y вертикальне	
	7380000	10450000	0	0,01135669	
from program				y горизонтальне	
z	-3401000	-2958000	0	-0,00405032	
y	1 ділянка	2	3	Кут нахилу	
	915000	4226000	0	0,00327452	
from program					
z	-42130	-71190	0	-7,2178E-05	

Допустимий прогин вала $[y] = 0,005m = 0.0125 \text{ мм}$;

$$y = \sqrt{y_B^2 + y_F^2} = 0,012$$

$$y = 0,012 \text{ мм} \leq [y] = 0,0125 \text{ мм};$$

Умова жорсткості виконується.

Знайдемо кут нахилу в опорі В

$$\theta = \sqrt{\theta_B^2 + \theta_F^2} = 0,0032753 < [\theta] = 0.01$$

Умова жорсткості виконується.

3.2 РОЗРАХУНОК ПРОМІЖНОГО ВАЛУ

(Червячна-циліндрична)

3.2.1 Проектний розрахунок і конструювання валу

Для виготовлення проміжного вала обираємо Сталь 45, яка володіє такими механічними характеристиками: $\sigma_B = 610 \text{ МПа}$; $\sigma_T = 363 \text{ МПа}$.

З умови міцності на кручення вираховуємо діаметр вала (приймаємо $[\tau] = 25 \text{ МПа}$):

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot T}{\pi \cdot [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 12,97}{\pi \cdot 25}} = 13,8 \text{ мм}; \quad (3.2.1.1)$$

Обираємо $d = 30 \text{ мм}$.

$d_{\text{ш}} = 20 \text{ мм}$ – діаметр під підшипники.

3.2.2. Перевірка статичної міцності вала

Сили у зачепленні червячної передачі		
F_{t1}	F_{r1}	F_{a1}
30,87	67,42	185,24
Сили у зачепленні зубчас. передачі		
F_{t2}	F_{r2}	F_{a2}
400,8	151,0	107,4

Згинальний момент від сили F_{a1} :

(3.2.1.2)

$M_{a1} \text{ Нмм}$	$M_{a2} \text{ Нмм}$
12966,795	3475,101

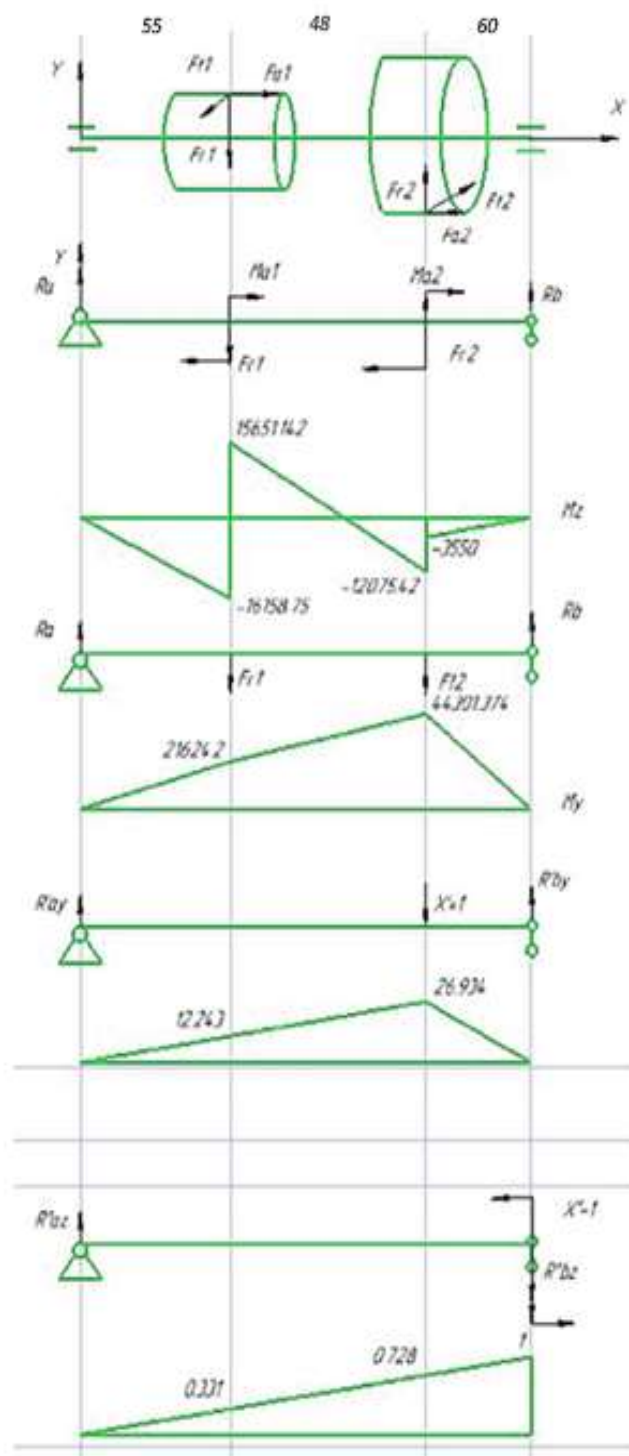
Розрахункова схема вала зображена на Рис.3.1, де вказані напрямки сил, що діють на вал.

:У площині XOY

(3.2.1.3

$$\Sigma M_{Ai} = -M_{a1} - F_{r1}a + F_{r2}(a + b) + R_B(a + b + c) = 0; \quad)$$

Рис. 3.1 Розрахункові схеми проміжного вала редуктора



$$R_B = 28,35 \text{ H}; \quad (3.2.1.4)$$

$$\sum Y_i = R_A - F_{r1} + F_{r2} + R_B = 0; \quad (3.2.1.5)$$

$$R_A = F_{r1} - R_B - F_{r2} = -111 \text{ H}; \quad (3.2.1.6)$$

У площині XOZ:

$$\sum M_{Ai} = F_{t1}a - R_B(ab + c) + F_{t2}(a + b) = 0; \quad (3.2.1.7)$$

$$R_B = \frac{F_{t1}a + F_{t2}(a + b)}{a + b + c} = 265,3 \text{ H}; \quad (3.2.1.8)$$

$$\sum Y_i = R_A - F_{t1} + R_B - F_{t2} = 0; \quad (3.2.1.9)$$

$$R_A = F_{t1} - R_B + F_{t2} = 166,37; \quad (3.2.1.10)$$

Сумарні згинальні моменти в перерізах I-I і II-II

$$M_I = \sqrt{(M_y^I)^2 + (M_z^I)^2} = 11029,8 \text{ Н} \cdot \text{м}; \quad (3.2.1.11)$$

$$M_{II} = \sqrt{(M_y^{II})^2 + (M_z^{II})^2} = 15757,8 \text{ Н} \cdot \text{м}; \quad (3.2.1.12)$$

Оскільки діаметри вала у перерізах I-I і II-II однакові, а згинальний момент у перерізі II-II більший, ніж у перерізі I-I, то перевірку міцності слід виконувати для перерізу II-II

Номінальні напруження в перерізі:

$$\sigma_{зг} = \frac{32 \cdot M}{\pi \cdot d^3} = 20,07 \text{ МПа}; \quad (3.2.1.13)$$

$$\sigma_c = \frac{4 \cdot F_a}{\pi \cdot d^2} = 0,34 \text{ МПа}; \quad (3.2.1.14)$$

$$\tau = \frac{16 \cdot T}{\pi \cdot d^3} = 8,3 \text{ МПа}; \quad (3.2.1.15)$$

За III-м критерієм міцності визначаємо еквівалентні напруження:

$$\sigma_{\text{екв}} = \sqrt{(\sigma_{\text{зг}} + \sigma_c)^2 + 4 \cdot \tau^2} = 26,3 \text{ МПа}; \quad (3.2.1.16)$$

Допустиме еквівалентне напруження:

$$[\sigma]_{\text{екв}} = 0,8 \cdot \sigma_T = 0,8 \cdot 363 = 290,4 \text{ МПа}; \quad (3.2.1.17)$$

Максимальне еквівалентне напруження при короткому перевантаженні:

$$\sigma_{\text{екв}}^{\text{max}} = \sigma_{\text{екв}} \cdot R_{\Pi} = 57,77 \text{ МПа}; \quad (3.2.1.18)$$

Умова статичної міцності виконується, оскільки:

$$\sigma_{\text{екв}}^{\text{max}} = 57,77 \text{ МПа} \leq [\sigma]_{\text{екв}} = 290,4 \text{ МПа}; \quad (3.2.1.19)$$

3.2.3 Розрахунок вала на витривалість

Границя втоми матеріалу вала для симетричного циклу:

$$\sigma_{-1} = 0,45 \cdot \sigma_H = 0,45 \cdot 610 = 274,5 \text{ МПа}; \quad (3.2.3.1)$$

$$\tau_{-1} = 0,25 \cdot \sigma_H = 0,25 \cdot 610 = 152,5 \text{ МПа}; \quad (3.2.3.2)$$

Амплітуди нормальних і дотичних напружень:

$$\sigma_a = \frac{M}{W_{OH}} = 20,07 \text{ МПа}; \quad (3.2.3.3)$$

$$\tau_a = \frac{T}{W_{PH}} = 8,26 \text{ МПа}; \quad (3.2.3.4)$$

Моменти опору перерізу вала.

$$W_{OH} = 785 \text{ мм}^3; \quad (3.2.3.5)$$

$$W_{PH} = 1570 \text{ мм}^3; \quad (3.2.3.6)$$

Середнє значення нормальних та дотичних напружень:

$$\sigma_m = 0,34 \text{ МПа}; \quad (3.2.3.7)$$

$$\tau_m = \tau_a = 1,751 \text{ МПа} - \text{для випадку передавання навантажень};$$

Ефективні коефіцієнти концентрації напружень від швидкохідного паза:

$$K_{\sigma} = 1,764; K_{\tau} = 1,24;$$

Коефіцієнти чутливості матеріалу вала до симетрії циклу напружень:

$$\psi_{\sigma} = 0,02 + 2 \cdot 10^{-4} \sigma_B = 0,02 + 2 \cdot 10^{-4} \cdot 610 = 0,142; \quad (3.2.3.8)$$

$$\psi_{\tau} = 0,5\psi_{\sigma} = 0,5 \cdot 0,142 = 0,071; \quad (3.2.3.9)$$

Коефіцієнт, що враховує вплив абсолютних розмірів перерізу вала
 $K_{\alpha} = 0,81;$

Коефіцієнти запасу міцності за нормальними і дотичними напруженнями:

$$S_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{K_{\sigma} \cdot \sigma_a}{K_{\alpha}} + \psi_{\sigma} \cdot \sigma_m} = 6,74; \quad (3.2.3.10)$$

$$S_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{\frac{K_{\tau} \cdot \tau_a}{K_{\alpha}} + \psi_{\tau} \cdot \tau_m} = 10,5; \quad (3.2.3.11)$$

Сумарний коефіцієнт запасу:

$$S = \frac{S_{\sigma} \cdot S_{\tau}}{\sqrt{S_{\sigma}^2 + S_{\tau}^2}} = 5,67; \quad (3.2.3.12)$$

Загальний розрахунковий коефіцієнт запасу міцності:

$$S = 5,67 > [S]_{min} = 1,5, \text{ отже міцність вала у перерізі забезпечується.}$$

3.2.4. Розрахунок вала на жорсткість

Скористаємось методом Мора для розрахунку прогину.

Основний момент інерції перерізу вала:

$$I = \frac{\pi \cdot d^4}{64} = 7850 \text{ мм}^4; E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}; \quad (3.2.4.1)$$

Прогин вала під шестернею

У площині Х0У:

методом Верещагіна				
y	1 ділянка	2	3	y вертикальне
	-2967000	58170	-1179000	-0,002603713
				y горизонтальне
z	3971000	3637000	14720000	0,014221656
y	1 ділянка	2	3	кут нахилу
	-80230	1587	-53770	-8,43395E-05
z	107400	983000	671000	0,001121911

Допустимий прогин вала $[y] = 0,005 \cdot m = 0,02$ мм;

$$y = \sqrt{y_B^2 + y_T^2} = 0,0144 \text{ мм}; \quad (3.2.4.6)$$

$$y = 0,0144 \text{ мм} \leq [y] = 0,02 \text{ мм};$$

Повний кут нахилу:

$$\theta = \sqrt{\theta_B^2 + \theta_T^2} = 0,0011251 \text{ рад.}; \quad (3.2.4.7)$$

Тоді умова жорсткості виконується:

$$\theta = 0,0011251 \text{ рад.} \leq [\theta] = 0,001 \text{ рад.}; \quad (3.2.4.8)$$

3.2.5 Визначення розрахункового еквівалентного навантаження на підшипник

Для типового режиму навантаження (СН) коефіцієнт інтенсивності: $K_e = 0,57$.

Згідно з умови роботи підшипника, беремо: $V = 1$ – обертання внутрішнього кільця підшипника, $K_\sigma = 1,5$ – коефіцієнт безпеки при короткочасних перевантаженнях до 150%, $K_T = 1$ – температурний коефіцієнт до 50°C; параметр осьового навантаження $e=0.36$.

Для визначення осьового навантаження R_{aB} на підшипник опори В попередньо обчислимо осьові складові сили у підшипниках опор А і В при навантаженні їх радіальними R_A і R_B :

$$F_{sA} = 0,83eR_A = 0,83 \cdot 0,36 \cdot 143,46 = 42,86 \text{ Н}$$

$$F_{sB} = 0,83eR_B = 0,83 \cdot 0,36 \cdot 916,25 = 117,56 \text{ Н}$$

3.3. Розрахунок тихохідного вала

3.3.1. Проектний розрахунок і конструювання вала

Для виготовлення вала берем Сталь 45, для якої $\sigma_B = 600 \text{ МПа}$;

$\sigma_T = 355 \text{ МПа}$; $[\tau] = 25 \text{ МПа}$.

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot T}{\pi \cdot [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 154,28}{\pi \cdot 25}} = 23,403 \text{ мм};$$

З конструктивних міркувань оберемо $d = 30 \text{ мм}$.

$d_{\text{п}} = 20 \text{ мм}$ - діаметр під підшипники.

3.3.2. Перевірка статичної міцності вала

Сили в зачепленні

$F_{t2} = 89.925 \text{ Н}$ -колова сила;

$F_{r2} = 33.91 \text{ Н}$ -радіальна сила;

$F_{a2} = 24.43 \text{ Н}$ – осьова сила.

У YX площині:

$$\sum M_{Ai} = F_{r2}a + R_B(a + b) = 0;$$

$$R_B = \frac{-F_{r2}a}{a + b} = \frac{-33.91 \cdot 149}{149 + 126} = -18.37 \text{ Н}$$

$$\sum Y_i = R_A + F_{r2} + R_B = 0$$

$$R_A = -F_{r2} - R_B = -33.91 + 18.37 = -15.54 \text{ Н}$$

У ZX площині:

$$\sum M_{Ai} = F_{t2}a + R_B(a + b) = 0;$$

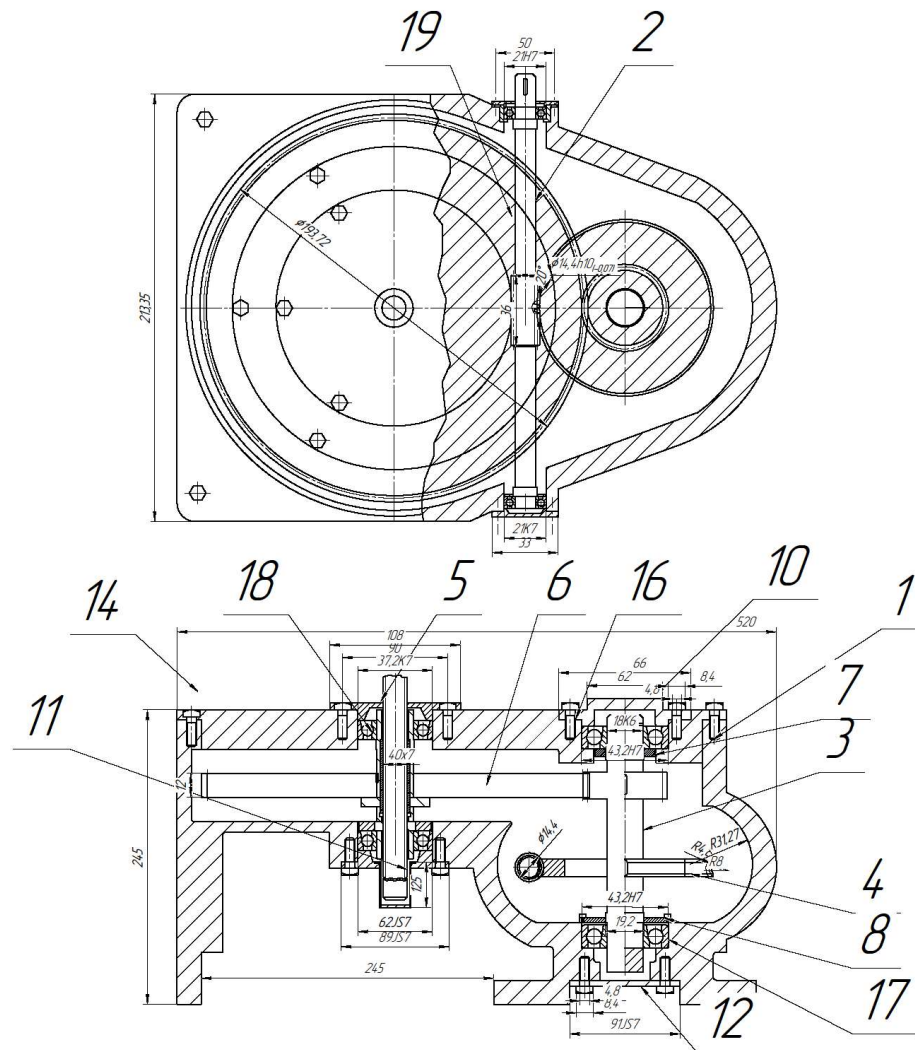
$$R_B = -\frac{F_{t2}a}{a + b} = -\frac{89.935 \cdot 149}{149 + 126} = -48.728 \text{ Н};$$

$$\sum Y_i = R_A + F_{t2} + R_B = 0$$

$$R_A = -F_{t2} - R_B = -89.925 + 48.728 = -41.197 \text{ Н};$$

Сумарні згинальні моменти в перерізах I-I і II-II

$$M_I = \sqrt{(M_y^I)^2 + (M_z^I)^2} = \sqrt{2316^2 + 6139^2} = 6562 \text{ Нмм}$$



Технічні вимоги:

1. Редуктор обкатати без навантаження протягом години чу валу $P=24$ Вт
2. Вали зібраного редуктора повинні провертатися рукою ідкохідного вала без заїдань $n=685$ об/хв
3. Складання та консервацію редуктора проводити зшення $i=700$ відповідно до заводських технічних вимог ь мастила ІРП-75 2 л

Технічні характеристики редуктора:

МП-81СНТ-46.00.10.00.СК
Лист 1 з 1
Всього 1 лист
Дата: 10.08.2010
Відомості про виконавця: Іванов І.І.
Відомості про замовника: Підприємство "А" (ТОВ "А")
Відомості про користувача: Підприємство "А" (ТОВ "А")

МП-81СНТ-46.00.10.00.СК				Лист 1 з 1		Всього 1 лист	
Збірне креслення				Лист 1 з 1		Всього 1 лист	
Користувач				Відомості про користувача		Відомості про замовника	
Відомості про користувача				Відомості про замовника		Відомості про виконавця	

4. ПРОЕКТУВАННЯ КОРЕГОВАНОГО ЕВОЛЬВЕНТНОГО ЗАЧЕПЛЕННЯ ЗУБАЧИСТИХ КОЛІС

2.1 Мета проведення корегування

Редуктор установки СНТ-6У має у своєму складі циліндричну зубасту передачу. В першому розділі з врахуванням навантажень та режиму роботи було розраховано проектні параметри для передачі. Було обрано застосовувати матеріал Сталь 40Х та термообробку поліпшення. В даному розділі буде проведено перевірку показників евольвентного зачеплення та їх корегування за необхідності.

2.2 Параметри якості зачеплення

ε_α – коефіцієнт торцевого перекриття. Він показує неперервність зачеплення. Визначається за формулою:

$$\varepsilon_\alpha = \frac{g_\alpha}{p_b}, \text{ де } p_b \text{ – крок основного кола, } g_\alpha \text{ – довжина лінії зачеплення.}$$

Допустимий коефіцієнт торцевого перекриття залежить від ступеня точності передачі. Враховуючи що в нашому випадку 9-й ступінь точності, тому за таблицею з довіднику маємо $\varepsilon_\alpha = 1,1$

λ – коефіцієнт питомого ковзання. Характеризує ступінь ковзання зубців під час зчеплення. Для кращого зачеплення та зменшення зносу цей коефіцієнт для колеса та шестерні повинен відрізнятись як найменше. Знаходиться за формулами:

$$\lambda_1 = \frac{V_{\text{косз}}}{V_{K1}^2}, \quad \lambda_2 = \frac{V_{\text{косз}}}{V_{K2}^2},$$

θ – коефіцієнт питомого тиску. Характеризує вплив кривизни профілів зубців на контактні напруження. Заходиться за формулою: $\theta = \frac{m}{\rho_{\Sigma}}$

S_α – коефіцієнт загострення зубця. Для даного матеріалу та типу термообробки його значення буде $S_\alpha \geq 0,25 \dots 0,3$

Далі буду визначати різні параметри для знаходження оптимального коефіцієнта зміщення. Через неправильне визначення цього параметру можливе підрізання або загострення зубців, що неприпустиме для нормальної роботи передачі.

2.3 Розрахунок параметрів некорегованої передачі

Ввівши вхідні дані:

Кількість зубів шестерні: $z_1 = 25$

Число зубів колеса: $z_2 = 125$

Модуль зачеплення: $m = 2$

Кут нахилу лінії зуба (град): $\beta_0 = 0$

Міжосьова відстань $a_w = 150$ мм.

Задаємо діапазон зміни x_1 в межах від 0 до 0.

Результати записано в Табл. 2.1.

Табл. 2.1. Показники якості не корегованого зачеплення

1	x	2	x	1	S	2	S	ε	1	λ	2	λ	θ
	0		0		0		0	1		2		0	0

		,72	,814	,743	,204	,15	,281
x1	x						
min	2min						
0,471	6,353						

Було отримано значення коефіцієнту товщини зубця $S_a = 0,72$ для шестерні та $S_a = 0,814$ для колеса. Отже обраний матеріал задовольняє умову не загострення зубців $S_a \geq 0,25 \dots 0,3$.

Коефіцієнт перекриття нульового зміщення $\varepsilon_\alpha = 1,743 > [\varepsilon_\alpha] = 1,1$.

Коефіцієнти ковзання зубчастої передачі за даними розрахунками :

$\lambda_1 = 2,204$, $\lambda_2 = 0,15$ – це означає, що спрацювання колеса та шестерні відбуватиметься нерівномірно.

Розрахуємо інші параметри передачі приймаючи коефіцієнт зміщення шестерні $x_1 = 0$.

Вибраний коефіцієнт зміщення шестерні $x_1=0.000$

Вибраний коефіцієнт зміщення колеса $x_2=0.000$

Параметри з'єднання:

- Міжосьова відстань: $a_w = 150$
- Кут зачеплення (град): $\alpha_{tw} = 20$
- Висота зубця: $h_i = 4.5$
- Коефіцієнт торцевого перекриття: $e_a = 1.743$
- Коефіцієнт тиску в полюсі: $\theta = 0.281$

Параметри шестерні:

- Радіус ділительного кола: $r = 25$
- Радіус початковій окружності: $r_w = 25$
- Радіус кола вершин: $r_a = 27$
- Радіус кола западин: $r_f = 22.5$
- Радіус основного кола: $r_b = 23.492$
- Коефіцієнт товщини по окружності вершин: $s_k = 0.72$
- Коефіцієнт питомого ковзання: $\lambda = 2.204$

Параметри колеса:

- Радіус ділительного кола: $r = 125$
- Радіус початковій окружності: $r_w = 125$
- Радіус кола вершин: $r_a = 127$
- Радіус кола западин: $r_f = 122.5$

- Радіус основного кола: $r_b = 117.462$
- Коефіцієнт товщини по окружності вершин: $s_k = 0.814$
- Коефіцієнт питомого ковзання: $\lambda = 0.15$

Обчислюємо за допомогою програми координати двадцяти точок профілю зубців шестерні та колеса і записуємо відповідно у Табл. 2.2. і Табл. 2.3.

Табл. 2.2. Координати точок профілю зубця шестерні

№	Т-д	x	y
№	Т-д	x	y
1	Прхд	2,705	22,337
2	Прхд	2,266	22,519
3	Прхд	2,026	22,793
4	Прхд	1,908	23,056
5	Прхд	1,849	23,312
6	Прхд	1,825	23,577
7	Евлв	1,819	23,676
8	Евлв	1,808	23,799
9	Евлв	1,791	23,947
0	1	1,765	24,117
	Евлв		
1	1	1,729	24,311
	Евлв		
2	1	1,682	24,527
	Евлв		
3	1	1,622	24,766
	Евлв		
4	1	1,547	25,026
	Евлв		
5	1	1,457	25,306
	Евлв		
6	1	1,349	25,607
	Евлв		
7	1	1,223	25,926
	Евлв		
8	1	1,077	26,264
	Евлв		
9	1	0,91	26,619
	Евлв		
0	2	0,72	26,99
	Евлв		

Табл. 2.3. Координати точок профілю зубця колеса

№	Т-д	x	y
---	-----	---	---

1	Прхд	2	2,95	122,464
2	Прхд	1	2,57	122,574
3	Прхд	3	2,36	122,751
4	Прхд	4	2,26	122,895
5	Прхд	2	2,21	123,008
6	Прхд		2,18	123,103
7	Евлв	6	2,10	123,351
8	Евлв	9	2,02	123,603
9	Евлв	8	1,94	123,86
10	Евлв	4	1,86	124,122
11	Евлв	6	1,77	124,389
12	Евлв	5	1,68	124,661
13	Евлв	9	1,58	124,937
14	Евлв	1	1,49	125,217
15	Евлв	8	1,38	125,503
16	Евлв	1	1,28	125,793
17	Евлв		1,17	126,087
18	Евлв	6	1,05	126,386
19	Евлв	7	0,93	126,69
20	Евлв	4	0,81	126,997

2.4 Розрахунок параметрів корегованої передачі

Для корегування даної передачі задам межі зміни коефіцієнта зміщення шестерні від 0 до 1. Отримані дані запишу в Табл. 2.4.

Табл. 2.4. Показники якості корегованого зачеплення при $0 \leq x_i \leq 1$

N	x	x	x	x	e	λ	λ	θ
---	---	---	---	---	---	-----------	-----------	----------

	1	2	k1	k2	a	1	2	
1	0	0	,72	,814	,743	,204	,15	,281
2	,1	0,1	,689	,821	,722	,696	,165	,281
3	,2	0,2	,655	,826	,698	,317	,179	,281
4	,3	0,3	,618	,831	,672	,023	,193	,281
5	,4	0,4	,578	,835	,644	,789	,208	,281
6	,5	0,5	,535	,839	,613	,597	,222	,281
7	,6	0,6	,489	,841	,581	,438	,237	,281
8	,7	0,7	,441	,843	,547	,303	,252	,281
9	,8	0,8	,389	,844	,51	,188	,266	,281
0	,9	0,9	,335	,844	,472	,088	,281	,281
1	1	1	,278	,843	,432		,296	,281

$x1_{min}=-0,471$ $x2_{min}= -6,353$

Вирівнювання коефіцієнтів ковзання відбувається в діапазоні $0,7 \leq \lambda \leq 0,8$.
Отримані дані представлено в Табл. 2.5.

Табл. 2.5..

	x	x	x	x	e	λ	λ	
N	1	2	k1	k2	a	1	2	θ
1	,7	0,7	,441	,843	,547	,303	,252	,281
2	,71	0,71	,436	,843	,543	,291	,253	,281
3	,72	0,72	,431	,843	,54	,279	,254	,281
4	,73	0,73	,425	,843	,536	,267	,256	,281
5	,74	0,74	,42	,843	,532	,255	,257	,281
6	,75	0,75	,415	,844	,529	,243	,259	,281
7	,76	0,76	,41	,844	,525	,232	,26	,281
8	,77	0,77	,405	,844	,521	,22	,262	,281

	0	-	0	0	1	0	0	0
9	,78	0,78	,4	,844	,518	,209	,263	,281
1	0	-	0	0	1	0	0	0
0	,79	0,79	,394	,844	,514	,198	,265	,281
1	0	-	0	0	1	0	0	0
1	,8	0,8	,389	,844	,51	,188	,266	,281

$$x1_{\min}=-0,471$$

$$x2_{\min}=-6,353$$

Вирівнювання коефіцієнтів ковзання λ_1 і λ_2 в межах коефіцієнту зміщення x_1 від 0,72 до 0,74. Отримані дані представлено в Табл.2.6.

Табл. 2.6.

	x	x	x	x	e	λ	λ	
N	1	2	k1	k2	a	1	2	θ
1	,72	0,72	,431	,843	,54	,279	,254	,281
2	,722	0,722	,43	,843	,539	,276	,255	,281
3	,724	0,724	,429	,843	,538	,274	,255	,281
4	,726	0,726	,428	,843	,537	,271	,255	,281
5	,728	0,728	,427	,843	,537	,269	,256	,281
6	,73	0,73	,425	,843	,536	,267	,256	,281
7	,732	0,732	,424	,843	,535	,264	,256	,281
8	,734	0,734	,423	,843	,534	,262	,256	,281
9	,736	0,736	,422	,843	,534	,259	,257	,281
10	,738	0,738	,421	,843	,533	,257	,257	,281
1	,74	0,74	,42	,843	,532	,255	,257	,281

$$x1_{\min}=-0,471$$

$$x2_{\min}=-6,353$$

Вирівнювання коефіцієнтів ковзання λ_1 і λ_2 відбувається при $x_1 = 0,738$.

Далі розраховуємо інші параметри, прийнявши коефіцієнт загострення зубця $S_\alpha = 0,421$, а коефіцієнт загострення колеса $S_\alpha = 0,843$, отже матеріал задовольняє умову не загострення зубців.

Коефіцієнт перекриття $\varepsilon_\alpha = 1,533 > [\varepsilon_\alpha] = 1,1$, отже неперервність зачеплення забезпечено. Коефіцієнти ковзання $\lambda_1 = \lambda_2 = 0,738$ рівні одне одному, отже спрацювання зубців передачі буде відбуватись рівномірно, що означає більший запас ресурсу передачі.

Далі розраховуємо інші параметри передачі, прийнявши коефіцієнти зміщення шестерні $x_1 = 0,738$ і колеса $x_2 = -0,738$.

Вхідні параметри

Кількість зубів шестерні: $z_1 = 25$

Число зубів колеса: $z_2 = 125$

Модуль зачеплення: $m = 2$ мм

Кут нахилу лінії зуба (град): $\beta_0 = 0^\circ$

Коефіцієнт зміщення шестерні: $x_1 = 0.738$

Коефіцієнт зміщення колеса: $x_2 = -0.738$

Параметри з'єднання

- Міжосьова відстань: $a_w = 150$
- Кут зачеплення (град): $\alpha_{tw} = 20$
- Висота зубця: $h_i = 4.5$
- Коефіцієнт торцевого перекриття: $e_\alpha = 1.533$
- Коефіцієнт тиску в полюсі: $\theta = 0.281$

Параметри шестерні

- Радіус ділительного кола: $r = 25$
- Радіус початковій окружності: $r_w = 25$
- Радіус кола вершин: $r_a = 28.476$
- Радіус кола западин: $r_f = 23.976$
- Радіус основного кола: $r_b = 23.492$
- Коефіцієнт товщини по окружності вершин: $s_k = 0.421$
- Коефіцієнт питомого ковзання: $\lambda = 0.257$

Параметри колеса

- Радіус ділительного кола: $r = 125$
- Радіус початковій окружності: $r_w = 125$
- Радіус кола вершин: $r_a = 125.524$
- Радіус кола западин: $r_f = 121.024$
- Радіус основного кола: $r_b = 117.462$
- Коефіцієнт товщини по окружності вершин: $s_k = 0.843$
- Коефіцієнт питомого ковзання: $\lambda = 0.257$

Обчислимо через програму координати точок профілю зубців шестерні та колеса і запишемо їх відповідно у Табл. 2.7. і Табл. 2.8.

Табл. 2.7. Координати точок профілю зубця шестерні

№	Т-д	х	у
1	Прхд	2,882	23,802
2	Прхд	2,525	23,942
3	Прхд	2,346	24,126
4	Прхд	2,272	24,26
5	Прхд	2,239	24,352
6	Прхд	2,223	24,417
7	Евлв	2,18	24,615
8	Евлв	2,127	24,829
9	Евлв	2,064	25,059
10	Евлв	1,989	25,304
11	Евлв	1,902	25,564
12	Евлв	1,801	25,838
13	Евлв	1,687	26,126
14	Евлв	1,557	26,427
15	Евлв	1,412	26,741
16	Евлв	1,25	27,066
17	Евлв	1,07	27,403
18	Евлв	0,873	27,75
19	Евлв	0,657	28,107
20	Евлв	0,421	28,473

Табл. 2.8. Координати точок профілю зубця шестерні

№	Т-д	х	у
1	Прхд	2,917	120,989
2	Прхд	2,499	121,111
3	Прхд	2,258	121,321
4	Прхд	2,13	121,517
5	Прхд	2,051	121,7
6	Прхд	1,995	121,882
7	Евлв	1,935	122,109
8	Евлв	1,872	122,341
9	Евлв	1,806	122,578
10	Евлв	1,737	122,82
11	Евлв	1,664	123,067
12	Евлв	1,588	123,32
13	Евлв	1,508	123,578
14	Евлв	1,424	123,84
15	Евлв	1,337	124,108
16	Евлв	1,246	124,381
17	Евлв	1,151	124,659
18	Евлв	1,053	124,941
19	Евлв	0,95	125,229

20	Евлв	0,843	125,521
----	------	-------	---------

За розрахованими координатами зображую скореговані та нескореговані профілі зубців шестерня та колеса відповідно (рис. 2.1)

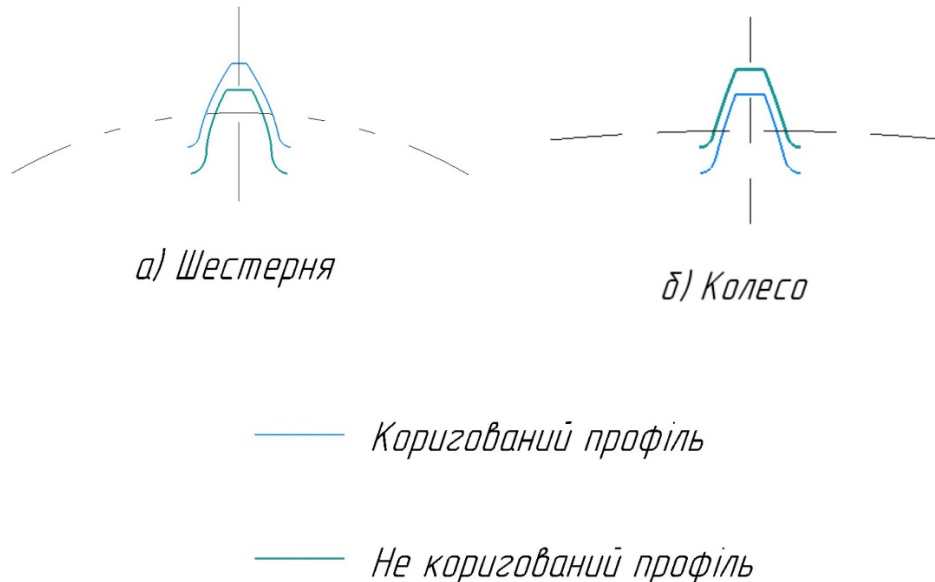


Рис. 2.1. Кореговані та не кореговані профілі зубців: а) шестерні; б) колеса.

2.5 Висновки

В результаті проведеного корегування були визначені коефіцієнти зміщення ($x_1 = 0,738$, $x_2 = -0,738$), при яких основні геометричні показники якості зачеплення зубчастої передачі отримали оптимальні значення.

1) умова рівномірного спрацювання шестерні і колеса виконується через те, що коефіцієнти ковзання однакові $\lambda_1 = \lambda_2 = 0,257$.

2) умова неперервності зачеплення виконується, оскільки $\epsilon_\alpha = 1,533 > [\epsilon_\alpha] = 1,1$.

3) загострення зубців відбувається в заданих межах для призначеного способу термообробки, а саме поліпшення, оскільки $S_{k1} = 0.421 > 0.25$; $S_{k2} = 0.843 > 0.25$

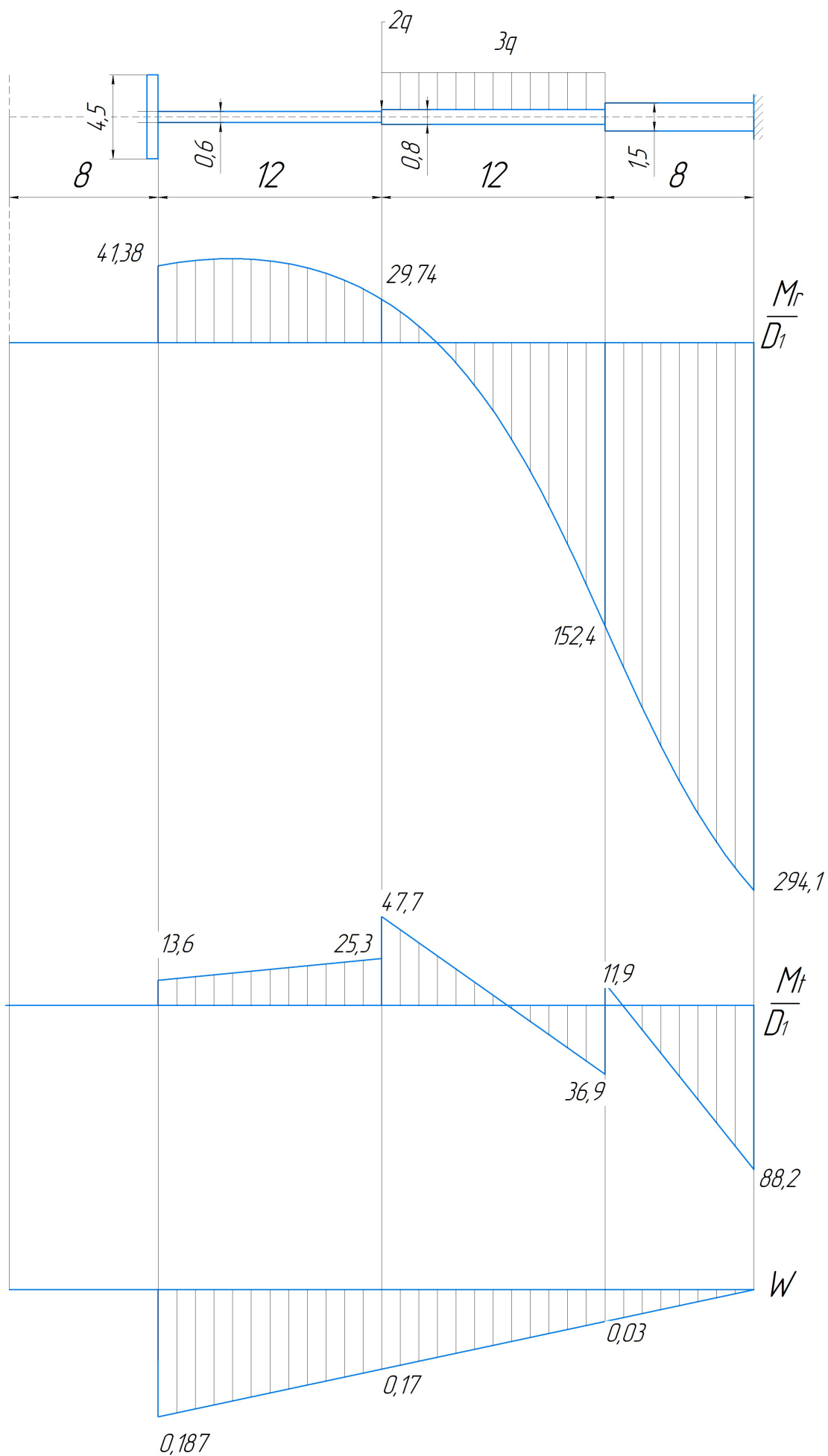
4) підрізання зубців не відбувається $x_1 = 0,738 > x_{1min} = -0,473$, $x_2 = -0,738 > x_{2min} = -6,353$

Після корегування передачі знос елементів передачі буде більш рівномірним. Отже строк служби буде більшим.

Таблиця 2.9 Порівняння параметрів до і після корегування передачі.

Параметр	Некорегована	Скорегована
x_1	0	0.738
x_2	0	-0.738
ε_α	1.743	1.533
λ_1	2.204	0.257
λ_2	0.15	0.257
θ	0.281	0.281
S_{a1}	0.72	0.421
S_{a2}	0.814	0.843

3.Проектування опорної плити



Характеристики ділянок:

$$D_1 = \frac{ER^3}{12(1-m^2)} = \frac{2 \cdot 10^4 \cdot 0,6^3}{12 \cdot 0,91} = 395,6 \text{ кН} \cdot \text{см}$$

$$\lambda_1 = 0,4 \quad \lambda_2 = 0,625 \quad \lambda_3 = 0,8$$

$$\frac{D_1}{D_2} = 0,421 \quad \frac{D_1}{D_3} = 0,064$$

$$\frac{D_2}{D_1} = 2,37 \quad \frac{D_3}{D_1} = 15,6$$

$$\rho_x = \frac{4,5^3}{12} = 4,55 \text{ см}^4$$

$$L_1 = \begin{pmatrix} \varphi_{uu}(0,4) & \varphi_{om}(0,4) \\ \varphi_{ru}(0,4) & \varphi_{rm}(0,4) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,4540 & 0,4200 \\ 0,3822 & 0,7060 \end{pmatrix}$$

$$L_2 = \begin{pmatrix} \varphi_{uu}(0,625) & \varphi_{om}(0,625) \cdot 0,421 \\ \varphi_{2u}(0,625) \cdot 2,37 & \varphi_{2m}(0,623) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,6043 & 0,1281 \\ 0,6564 & 0,8740 \end{pmatrix}$$

$$P_{11} = 0$$

$$P_{21} = -2q \cdot 2\pi \cdot 20 = -2514$$

$$P_{31} = -2q \cdot 2\pi \cdot 20 - 34\pi(32^2 - 20^2) = -6132,49$$

$$R_1 = \begin{pmatrix} 0 & + & 0 \\ 0 & + & 0 \end{pmatrix} = 0$$

$$R_2 = \begin{pmatrix} \frac{-2519}{D_1} \cdot 0,421 \cdot 0,01325 + \frac{-39 \cdot 32^2}{D_1} \cdot 0,421 \cdot 7,13 \cdot 10^{-4} \\ \frac{-2519}{D_1} \cdot 0,0657 + \frac{-3q \cdot 32^2}{D_1} \cdot 0,0557 \end{pmatrix} = \frac{q}{D_1} \begin{pmatrix} -10,62 \\ -187,6 \end{pmatrix}$$

$$R_3 = \begin{pmatrix} \frac{-6132q}{D_1} \cdot 0,064 \cdot 0,00343 + 0 \\ \frac{-61329}{D_1} \cdot 0,027 \cdot 94 + 0 \end{pmatrix} = \frac{q}{D_1} \begin{pmatrix} -1,34 \\ -171,3 \end{pmatrix}$$

Перший розрахунок:

$$\overline{X_{11}} = \begin{pmatrix} U \\ 1 \end{pmatrix}; U = \frac{8 \cdot 393,6}{2 \cdot 10^4 \cdot 4,55} = 0,034$$

$$\overline{X_{21}} = \overline{X_{12}} = L_1 \cdot \overline{X_{11}} = \begin{pmatrix} 0,4540 & 0,4200 \\ 0,3822 & 0,7060 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,034 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,4354 \\ 0,7189 \end{pmatrix}$$

$$\overline{X_{31}} = \overline{X_{22}} = L_2 \cdot \overline{X_{21}} = \begin{pmatrix} 0,6043 & 0,1281 \\ 0,6564 & 0,7869 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,4354 \\ 0,7189 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,355 \\ 0,851 \end{pmatrix}$$

$$\overline{X_{32}} = L_3 \cdot \overline{X_{31}} = \begin{pmatrix} 0,7660 & 0,0115 \\ 2,555 & 0,8740 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,355 \\ 0,851 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,281 \\ 1,65 \end{pmatrix}$$

Другий розрахунок:

$$\overline{\overline{X_{11}}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\overline{\overline{X_{21}}} = \overline{\overline{X_{12}}} = L_1 \cdot \overline{\overline{X_4}} + R_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\overline{\overline{X_{31}}} = \overline{\overline{X_{22}}} = L_2 \cdot \overline{\overline{X_{21}}} + R_2 = \frac{q}{D_1} \begin{pmatrix} -10,62 \\ -187,6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}\overline{X}_{32} &= L_3 \cdot \overline{X}_{31} + R_3 = \begin{pmatrix} 0,7660 & 0,0113 \\ 2,555 & 0,874 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1} \begin{pmatrix} -10,62 \\ -18,76 \end{pmatrix} + \frac{q}{D_1} \begin{pmatrix} -1,34 \\ -171,3 \end{pmatrix} \\ &= \frac{q}{D_1} \begin{pmatrix} -11,63 \\ -362,4 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

Узгодження:

$$X = \bar{X} \cdot C + \bar{X}$$

На зовнішньому контурі:

$$\left(\frac{U}{V} \right)_{32} = \left(\frac{U}{V} \right)_{32} \cdot C + \left(\frac{\bar{U}}{\bar{V}} \right)_{32} = 0$$

$$0,281 \cdot C - \frac{q}{D_1} \cdot 11,63 = 0$$

$$C = 41,38 \frac{q}{D_1}$$

Повні вектори стану:

$$X_{11} = \begin{pmatrix} 0,034 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot 41,38 \frac{q}{D_1} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,4 \\ 41,38 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1}$$

$$X_{21} = X_{12} = \begin{pmatrix} 0,4354 \\ 0,7189 \end{pmatrix} \cdot 41,38 \frac{q}{D_1} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18,01 \\ 29,74 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1}$$

$$X_{31} = X_{22} = \begin{pmatrix} 0,355 \\ 0,851 \end{pmatrix} \cdot 41,38 \frac{q}{D_1} + \frac{q}{D_1} \begin{pmatrix} -10,62 \\ -187,7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4,06 \\ -152,4 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1}$$

$$X_{32} = \begin{pmatrix} 0,281 \\ 1,65 \end{pmatrix} \cdot 41,38 \frac{q}{D_1} + \frac{q}{D_1} \begin{pmatrix} -11,63 \\ -362,4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -294,1 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1}$$

$$\frac{M_t}{D_1} : \frac{M_t}{D_1} - \mu \frac{M_v}{D_1} + \frac{D_i}{D_t} (1 - \mu) \frac{4}{v}$$

$$\left(\frac{M_t}{D_1} \right)_{11} = 0,3 * 41,38 \frac{q}{D_1} + 0,98 * 1,4 \frac{q}{D_1} = 13,685 \frac{q}{D_1}$$

$$\left(\frac{M_t}{D_1} \right)_{12} = 0,3 * 29,74 \frac{q}{D_1} + 0,91 * 18,01 \frac{q}{D_1} = 25,311 \frac{q}{D_1}$$

$$\left(\frac{M_t}{D_1} \right)_{21} = 0,3 * 29,74 \frac{q}{D_1} + 2,37 * 0,91 * 18,01 \frac{q}{D_1} = 47,76 \frac{q}{D_1}$$

$$\left(\frac{M_t}{D_1} \right)_{22} = 0,3 * (-152,4) \frac{q}{D_1} + 2,37 * 0,91 * 4,06 \frac{q}{D_1} = 36,96 \frac{q}{D_1}$$

$$\left(\frac{M_t}{D_1} \right)_{31} = 0,3 * (-152,4) \frac{q}{D_1} + 15,6 * 0,91 * 4,06 \frac{q}{D_1} = 11,91 \frac{q}{D_1}$$

$$\left(\frac{M_t}{D_1} \right)_{32} = 0,3 * (-294,1) \frac{q}{D_1} + 0 = -88,23 \frac{q}{D_1}$$

$$\sigma_{N \text{ екв}} = \frac{6}{R^2} \sqrt{M_t^2 + M_r^2 - M_t M_r} \leq [\sigma] = 16 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}$$

$$\sigma_{\text{екв}11} = \frac{6q}{0,6^2} \sqrt{41,38^2 + 13,6^2 - 41,38 * 13,6} = 608,8q$$

$$\sigma_{\text{екв}12} = \frac{6q}{0,6^2} \sqrt{29,74^2 + 25,3^2 - 29,74 * 25,3} = 463q$$

$$\sigma_{\text{екв}21} = \frac{6q}{0,8^2} \sqrt{29,74^2 + 47,7^2 - 29,74 * 47,7} = 391,2q$$

$$\sigma_{\text{екв}22} = \frac{6q}{0,8^2} \sqrt{152,4^2 + 36,9^2 - 152,4 * 36,9} = 1291q$$

$$\sigma_{\text{екв}31} = \frac{6q}{1,9^2} \sqrt{152,4^2 + 11,9^2 + 152,4 * 11,9} = 423,1q$$

$$\sigma_{\text{екв}32} = \frac{6q}{1,5^2} \sqrt{294,1^2 + 88,2^2 + 29,41 * 88,2} = 697q$$

$$q \leq \frac{16}{1291} = 0,0123 \frac{kH}{\text{см}^2}$$

$$\frac{q}{D_1} = \frac{0,0123}{395,6} = 0,00003$$

$$W_{32} = 0$$

$$\begin{aligned} W_{31} &= W_{33} + V_{32}^2 \Psi_{wv}(\lambda_3) \left(\frac{U}{V} \right)_{31} + r_{32}^2 \Psi_{wm}(\lambda_3) * \left(\frac{M_r}{D_i} \right)_{21} * \frac{D_1}{D_3} + \frac{P_{31}}{D_1} \\ &\quad * \frac{D_1}{D_3} r_{32}^2 \Psi_{wp}(\lambda_3) - \frac{q_3 * r_{32}^2}{D_1} * \frac{D_1}{D_3} \Psi_{vq}(\lambda_3) \\ &= 0 + 40^2 * 0,1559 * 4,06 + 40^2 * 0,0185 * 41,38 * 0,084 + \frac{-6132q}{D_1} \\ &\quad * 0,064 * 40^2 * 237 * 10^{-6} + 0 = 698,9 \frac{q}{D_1} = 0,03 \text{ см} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_{21} &= 968,9 \frac{q}{D_1} + 32^2 * 0,2256 * 18,01 + 32^2 * 0,421 * 0,0592 * 41,38 + \frac{-251q}{D_1} \\ &\quad * 0,421 * 32^2 * 0,00180 + \frac{-3q * 32^2}{D_1} * 0,421 * 7,1 * 10^{-4} = 5989,9 \frac{q}{D_1} \\ &= 0,17 \text{ (см)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_{11} &= 5989,94 + 20^2 * 0,2316 * 1,4 + 20^2 * 0,0681 * 41,38 + 0 = 6253,669 \\ &= 0,187 \text{ (см)} \end{aligned}$$

5. ПРОЕКТУВАННЯ ВИПРОБУВАЛЬНОГО ЗРАЗКА ТА ПРОВЕДЕННЯ ЧИСЕЛЬНОГО РОЗРАХУНКУ ЙОГО НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ

5.1 ВИБІР ТИПУ ЗРАЗКА ТА ЙОГО КОНСТРУЮВАННЯ

Першим кроком є вибір типу зразка згідно з типом установки. Оскільки ми розглядаємо установку СНТ-6У, яка призначена для випробувань матеріалів при навантаженні осьовою силою та крутним моментом, то обираємо трубчастий зразок для навантаження крученням. Для визначення геометричних характеристик скористаємось формулами опору матеріалів.

Маємо такі вхідні дані:

- Модуль Юнга матеріалу $E = 1.3 \cdot 10^5$ МПа.
- Коефіцієнт Пуассона матеріалу $\mu = 0.24$.
- Границя міцності матеріалу $\sigma_b = 260/1140$ МПа.
- Максимально допустимий коефіцієнт концентрації напружень у перехідній зоні зразка $\alpha = 1.05$.
- Максимальна осьова сила устаткування $N_{\max} = 60$ КН.
- Максимальний крутний момент на зразку $N_{\max} = 0,3$ КНм.
- Гарантований запас потужності устаткування $k = 5.0$.

Оскільки матеріал має границі на розтяг та стиск, то застосуємо теорію міцності, яка це враховує. Візьмемо класичну теорію міцності Мора:

$$\sigma_{ekv} = \sigma_1 - \frac{\sigma_+}{\sigma_-} \sigma_3 \leq \sigma_+,$$

де при крученні маємо головні напруження $\sigma_1 = \tau_{\max} \cdot \alpha$ та $\sigma_3 = -\tau_{\max} \cdot \alpha$, тому

$$\sigma_{ekv} = \tau_{\max} \left(1 + \frac{\sigma_+}{\sigma_-} \right) \cdot \alpha = \tau_{\max} \left(1 + \frac{260}{1140} \right) \cdot \alpha = 1,23 \tau_{\max} \cdot \alpha \leq \sigma_+ = 260 \text{ МПа}$$

Опираючись на умову міцності, обираємо необхідну площу поперечного перерізу трубчастого зразка.

Для кручення:

$$A \leq \frac{N}{\sigma_{max}} = \frac{\frac{M_{кр}}{K}}{\frac{\sigma_+}{\alpha}} = \frac{0,3 \cdot \frac{10^6}{5}}{\frac{260}{1,05}} = 2,42 \cdot 10^2 \text{ мм}^3$$

Оскільки зразок має трубчастий переріз, необхідно визначити два незалежних розміри: внутрішній d_B та наріжний d_H діаметри (або середній діаметр D та товщина стінки трубки δ).

Для трубчатого зразка при його крученні рекомендують прийняти співвідношення $D/\delta = 14$ тобто, прийmemo $D/\delta = 14$ й отримаємо, що при крученні $\delta = \sqrt[3]{A/79,67\pi}$, оскільки $A = \frac{14^2 \pi \delta^3}{2 \cdot 1,23}$, то $\delta = \sqrt[3]{A/79,67\pi}$.

$$\text{Отже: } \delta = \sqrt[3]{A/79,67\pi} = \sqrt[3]{2,42 \cdot 10^2 / (79,67 \cdot 3,14)} = 0,98 \text{ мм}.$$

Приймаємо значення $\delta = 1$ мм, тоді $D = 14\delta = 14$ мм; $d_B = D - \delta = 13$ мм. Отже, отримали $d_H = d_B + 2\delta = 15$ мм. Призначимо інші розміри робочої частини зразка

- Діаметр голівки: $D_{гол} = 30$ мм.
- Довжина голівки: $L_{гол} = 20$ мм.
- Робоча довжина зразка (циліндра): $L_{цил} = 5 d_H = 75$ мм.
- Загальна довжина зразка: $L = 140$ мм.
- Кут нахилу перехідної частини зразка: $\theta = 10^\circ$.
- Радіуси заокруглень перехідної частини зразка: $r_1 = 25$ мм, $r_2 = 1$ мм.

Пояснення: для отримання задовільного значення коефіцієнта концентрації напружень $\alpha \leq 1.05$ рекомендують призначати $r_1 > d_H$.

5.2 ПОСТАНОВКА КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ ПРУЖНОСТІ

В даній роботі потрібно отримати значення коефіцієнта концентрації напружень α , що буде реалізовуватися в зразку, щоб порівняти його з допустимим. Тому потрібно розв'язати крайову задачу лінійної пружності, тобто розрахувати напружено-деформований стан зразка. Результати – це поля переміщень, деформацій, напружень.

Сформулюємо постановку задачі та метод її розв'язування.

Прийmemo, що розглядається тіло об'ємом Ω , обмежене поверхнею S ; фізичні величини: напруження, деформації, зусилля, переміщення; застосовуються Лагранжеві координати; матеріал вважається ізотропним, а деформації – малими.

Припустимо, що в початковий момент t_0 в актуальному тілі переміщення $U_i(\vec{x}, t_0)$, деформації $\varepsilon_{ij}(\vec{x}, t_0)$, напруження $\sigma_{mn}(\vec{x}, t_0)$ мають нульові значення. Нехай після цього в об'ємі тіла Ω , а також на частині його поверхні $S_G = S_U \cup S_P$ за деякий проміжок часу відбудеться зміна навантажень, тобто на час t прикладемо: $\bar{P}_m(\vec{x}, t)$ – поверхневі сили на S_P ; відбулися переміщення $\bar{U}_i(\vec{x}, t)$ на S_U . Тоді для визначення в кожній точці тіла величин: $U_i(\vec{x}, t)$ – переміщень, $\varepsilon_{ij}(\vec{x}, t)$ – деформацій, $\sigma_{mn}(\vec{x}, t)$ – напружень маємо наступну крайову задачу:

- рівняння рівноваги як окремий випадок рівняння руху:

$$\nabla_n \sigma_{mn} = 0; \quad (5.2.1)$$

- геометричні (для малих деформацій):

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(\nabla_i U_j + \nabla_j U_i), \quad (5.2.2)$$

а також присутні тільки пружні деформації:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e; \quad (5.2.3)$$

- фізичні рівняння:

$$\varepsilon_{ij}^e = C_{ijmn} \sigma_{mn}; \quad (5.2.4)$$

де C_{ijmn} – тензор модулів піддатливості.

Додатково залучаються ГУ на S_U та S_P :

$$U_i|_{S_U} = \bar{U}_i; \quad (5.2.5)$$

$$\sigma_{mn} \nu_n|_{S_P} = \bar{P}_m. \quad (5.2.6)$$

Щоб отримати розв'язок крайової задачі зазвичай застосовують принцип можливих переміщень.

Для отримання рівняння принципу можливих переміщень використовують співвідношення (5.2.1), (5.2.2), (5.2.6), властивості симетрії тензора напружень $\sigma_{mn} = \sigma_{nm}$ і теорема Гауса-Остроградського. В підсумку отримують наступний функціонал відносно варіацій переміщень і зв'язаних із ними деформацій

$$F = \int_{\Omega} \sigma_{mn} \delta \varepsilon_{mn} d\Omega - \int_{S_p} \bar{P}_m \delta U_m dS = 0, \quad (5.2.7)$$

що в поєднанні з кінематичними ГУ (5.2.5) на поверхні S_U визначає незліченну множину можливих (віртуальних) напружено-деформованих станів. Дійсний НДС є одним з віртуальних, але він додатково задовольняє фізичним рівнянням зв'язків $\sigma_{mn} \propto \varepsilon_{mn}$, тобто (5.2.4).

5.3 МЕТОД РОЗВ'ЯЗУВАННЯ КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ ЛІНІЙНОЇ ПРУЖНОСТІ

Застосуємо метод скінченних елементів. Спочатку перейдемо до матричних позначень.

Закон Гука (5.2.4) запишемо у вигляді

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon^e\}, \quad (5.3.1)$$

де $[D]$ – матриця модулів пружності.

У випадку пружної ізотропії матеріалу матриця

$$[D] = 2G \cdot \begin{pmatrix} a & b & b & 0 & 0 & 0 \\ b & a & b & 0 & 0 & 0 \\ b & b & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c \end{pmatrix} \quad (5.3.2)$$

де $2G = E/(1+\mu)$; $a = (1-\mu)/(1-2\mu)$; $b = \mu/(1-2\mu)$; $c = 0,5$; E – модуль Юнга; μ – коефіцієнт Пуассона.

Всі деформації – пружні:

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon^e\}. \quad (5.3.3)$$

Враховуючи (5.3.3), запишемо вираз (5.3.1) у вигляді:

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\}. \quad (5.3.4)$$

Геометричні рівняння (5.2.2) отримують вигляд:

$$\{\varepsilon\} = [B]\{q\}_e, \quad (5.3.5)$$

де $\{q\}_e = \{(q^1, q^2, q^3)_I, \dots, (q^1, q^2, q^3)_M\}^T = \{q_1, q_2, \dots, q_{3M}\}^T$ – вектор переміщень в вузлах СЕ; $[B]$ – матриця диференціювання за глобальними координатами, пов'язана лише з типом СЕ і системою глобальних координат.

Функціонал (5.2.7) з урахуванням можливості суперпозиції робіт по СЕ, зумовленої тим, що СЕ взаємодіють один з одним у вузлах і не перетинаються, записується так:

$$F = \sum_e \int_{\Omega^e} \{\delta q\}_e^T [B]^T [D] [B] \{q\}_e d\Omega - \sum_e \int_{S_p^e} \{\delta q\}_e^T [\phi]^T \{p\} dS = 0 \quad (5.3.6)$$

де позначено вектори навантажень $\{p\} = \{\bar{p}_1, \bar{p}_2, \bar{p}_3\}^T$; S_p^e – сторона СЕ, що виходить на S_p тіла; знак $\sum_e$ означає додавання по всіх СЕ, що містять актуальний ступінь свободи вузла.

Оскільки в підінтегральних виразах є вектори $\{\delta q\}_e^T$ і $\{q\}_e$, що не залежать від параметрів інтегрування, їх можна винести за межі інтегралів. З (5.3.6), згрупувавши інтеграли, отримаємо:

$$F = \sum_e \{\delta q\}_e^T \int_{\Omega^e} [B]^T [D] [B] d\Omega \cdot \{q\}_e + \sum_e \{\delta q\}_e^T \int_{S_p^e} [\phi]^T \{p\} dS = 0 \quad (5.3.7)$$

Позначимо:

$$[K]_e = \int_{\Omega^e} [B]^T [D] [B] d\Omega, \quad (5.3.8)$$

$$\{P\}_e = \int_{S_p^e} [\phi]^T \{p\} dS. \quad (5.3.9)$$

Тоді

$$F = \sum_e \{\delta q\}_e^T ([K]_e \{q\}_e - \{P\}_e) = 0 \quad (5.3.10)$$

Оскільки варіації переміщень – довільні, то отримали СЛАР вигляду

$$[K]\{q\} = \{P\} \quad (5.3.11)$$

відносно глобального вектора приростів дійсних переміщень $\{q\}_e$ у вузлах СЕ сітки. В (5.3.10) позначено додавання за ступенями свободи вузлів: $[K] = \sum_e [K]_e$; $\{P\} = \sum_e \{P\}_e$. Вектор $\{P\}$ зумовлюється зовнішніми силовими навантаженнями. У СЛАР ще необхідно врахувати кінематичні ГУ (5.2.5).

5.4 РОЗРАХУНКОВА СХЕМА

Проведемо розрахунки: на скручування зразка. Використовуючи симетрію зразка, будемо розглядати тільки половину довжини зразка. Силу, яка розтягує зразок, задаємо у вигляді розподіленого навантаження, що діє на поверхню голівки. Характер закріплення приймаємо такий, щоб були відсутні поворот та переміщення перпендикулярно до площини розсічення, в циліндричній системі координат.

При скручуванні граничне значення крутного моменту:

$$T_B = (\pi D^2 \delta / 2) \cdot \tau_B / \alpha = (3.14 \cdot 14^2 \cdot 1 / 2) \cdot 260 / (1.23 \cdot 1.05) \approx 123900 \text{ Нм.}$$

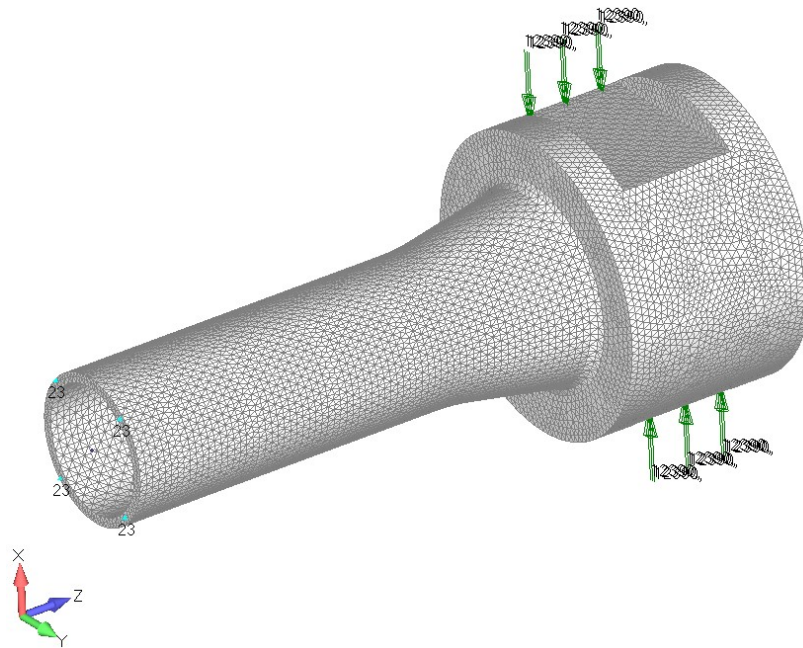


Рис. 5.1. Розрахункова схема зразка при крученні

Оскільки плече для прикладення пари сил, що створюють крутний момент, дорівнює приблизно 17 мм, то кожна така сила

$$N = T_B / h = 123900 / 17 \approx 7290 \text{ Н.}$$

Скінченно-елементна сітка зроблена в автоматичному режимі на основі геометрії за таку умову, щоб по товщині трубки зразка було не менше двох скінченних елементів

5.5 РЕЗУЛЬТАТИ РОЗРАХУНКІВ

За допомогою програмного забезпечення FEMAP отримали напружено-деформований стан зразка в пружній області.

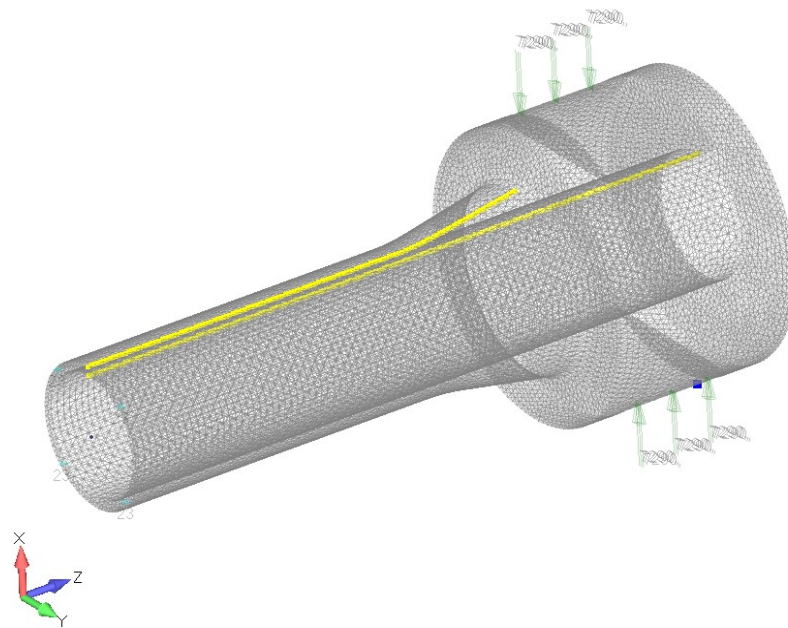


Рис.5.4. Розташування вузлів, для яких побудовані графіки розподілу напружень за Мізесом

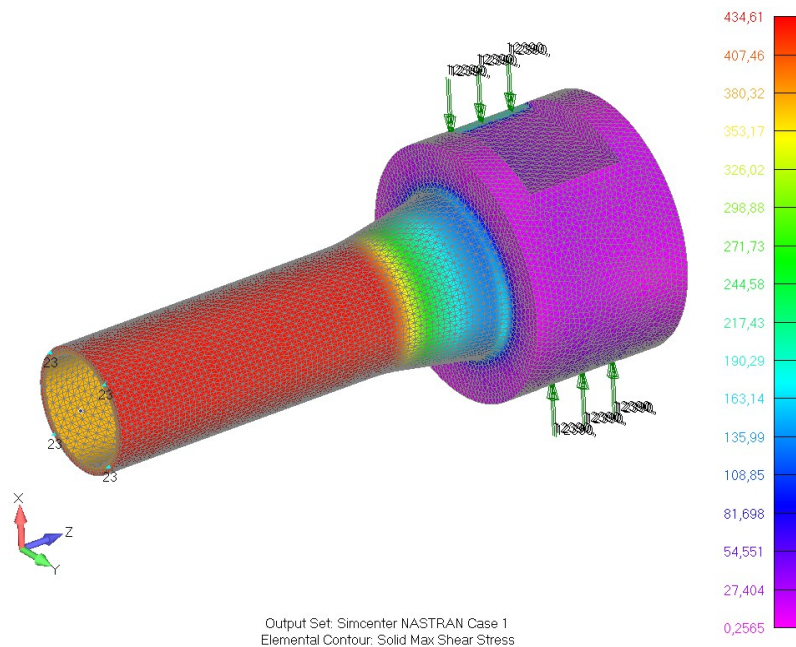


Рис.5.5. Розподіл напружень за Мізесом (МПа) від кручення

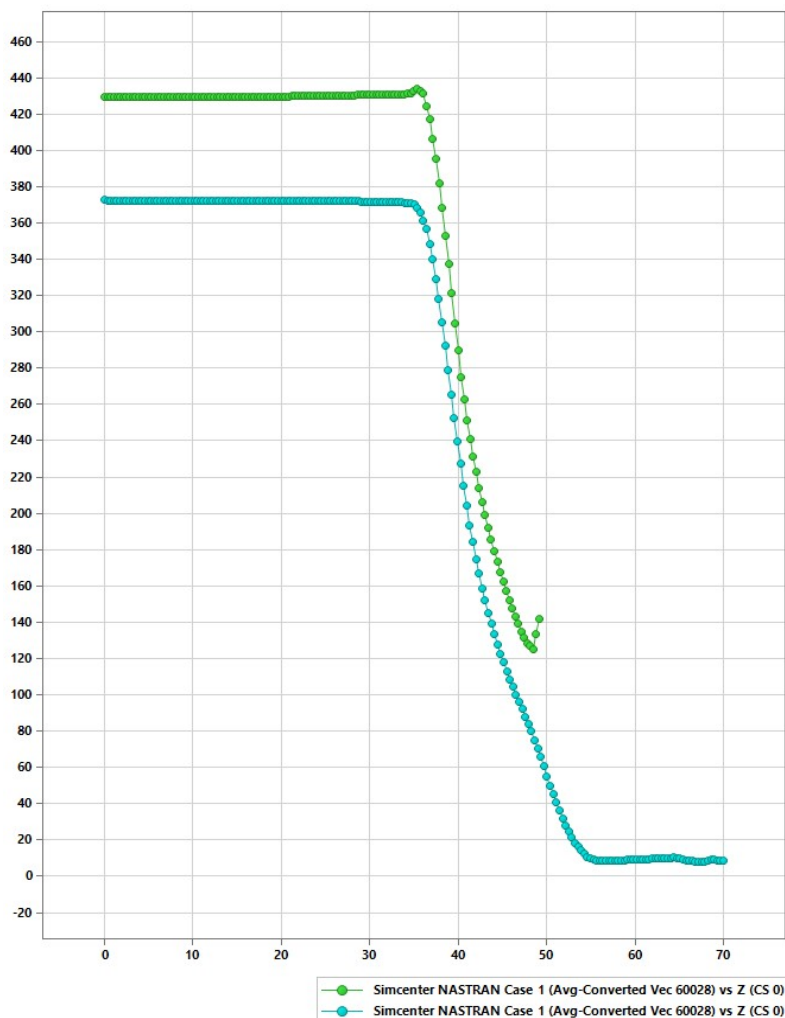


Рис.5.6. Графіки розподілу напружень за Мізесом при крученні, МПа

Отримали, що: при крученні $\alpha = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{nom}} = \frac{435}{430} \approx 1.012 < 1.05$

Тобто великої концентрації напружень немає, зразок спроектовано вірно.

6. РОЗРАХУНКИ ВЛАСНИХ ЧАСТОТ ТА ВІДПОВІДНИХ ВЛАСНИХ ФОРМ КРУТИЛЬНИХ КОЛИВАНЬ СИСТЕМИ З ДВОМА СТУПЕНЯМИ ВІЛЬНОСТІ

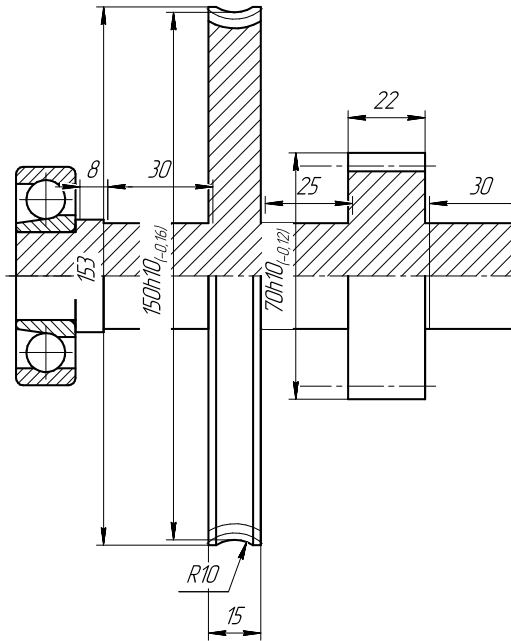


Рис. 6.1.

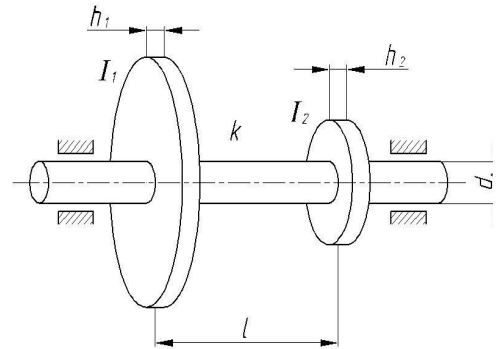


Рис.6.2 Розрахункова схема

φ_1, φ_2 – кути повороту відповідно шестерні та колеса, які являють собою узагальнені координати;

матеріал шестерні – сталь 40Х;

матеріал зубчастого колеса – сталь 40Х;

значення густини матеріалів:

- для сталі $\rho_2 = 7,85 \times 10^3 \frac{H \cdot c^2}{m^4}$,
- діаметр вала $d_B = 20$
- діаметр шестерні $D1=153$
- діаметр черв'ячного колеса $D2=70$
- ширина шестерні $h1=15$
- ширина черв'ячного колеса $h2=22$
- для обох матеріалів $G = 8 \cdot 10^4 МПа$,
- жорсткість стержня визначається по формулі $k = \frac{G \cdot I_p}{l}$,
- де I_p - полярний момент інерції, який знаходиться по формулою:

$$I_p = \frac{\pi \cdot d_B^4}{32} = \frac{\pi \cdot (20 \cdot 10^{-3})^4}{32} = 1,57 \cdot 10^{-8} m^4$$

де d_B - діаметр вала.

$$k = \frac{G \cdot I_p}{l} = \frac{8 \cdot 10^{10} \cdot 1,57 \cdot 10^{-8}}{23,6 \cdot 10^{-3}} = 5,3 \cdot 10^4 H \cdot m;$$

Значення I_1, I_2 – осевих моментів інерції для шестерні та черв'ячного колеса знайдемо за формулою:

$$I_1 = \frac{\pi \rho_1 h_1 D_1^4}{32} = \frac{3,14 \cdot 7,85 \cdot 10^3 \cdot 15,2 \cdot 10^{-3} (153 \cdot 10^{-3})^4}{32} = 6,4 \cdot 10^{-3} \text{ Н} \cdot \text{с}^2 \cdot \text{м};$$

$$I_2 = \frac{\pi \rho_2 h_2 D_2^4}{32} = \frac{3,14 \cdot 7,85 \cdot 10^3 \cdot 22 \cdot 10^{-3} (70 \cdot 10^{-3})^4}{32} = 4,1 \cdot 10^{-4} \text{ Н} \cdot \text{с}^2 \cdot \text{м}.$$

де D_1, D_2 – відповідно значення діаметрів шестерні та колеса,
 h_1, h_2 – відповідно їх ширина.

Запишемо вирази для кінетичної та потенціальної енергії:

$$T = \frac{1}{2} \cdot I_1 \cdot \dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2} \cdot I_2 \cdot \dot{\varphi}_2^2;$$

$$\Pi = \frac{1}{2} k (\varphi_2 - \varphi_1)^2.$$

Підставляючи значення кінетичної і потенціальної енергій до рівняння Лагранжа другого роду $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_j} = 0$ для двох узагальнених координат і відповідно, отримаємо систему рівнянь у вигляді:

$$\begin{cases} I_1 \ddot{\varphi}_1 + k \varphi_1 - k \varphi_2 = 0 \\ I_2 \ddot{\varphi}_2 - k \varphi_1 + k \varphi_2 = 0 \end{cases}$$

Складемо матриці інерції та жорсткості:

$$[a] = \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \quad [c] = \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix}$$

Запишемо рівняння вільних коливань у матричному вигляді:

$$\begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{\varphi}_1 \\ \ddot{\varphi}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Рішення шукаємо у вигляді: $\begin{Bmatrix} \varphi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Phi \end{Bmatrix} \cos(\omega t - \beta)$

$$-\omega^2 \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} k - \omega^2 I_1 & -k \\ -k & k - \omega^2 I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Прирівнявши детермінант до нуля отримаємо:

$$\det \begin{bmatrix} k - \omega^2 I_1 & -k \\ -k & k - \omega^2 I_2 \end{bmatrix} = 0;$$

$$(k - \omega^2 I_1)(k - \omega^2 I_2) - k^2 = 0;$$

$$k^2 - \omega^2 k I_1 - \omega^2 k I_2 + \omega^4 I_1 I_2 - k^2 = 0.$$

Знайдемо корені цього рівняння $\omega^4 I_1 I_2 - \omega^2 k (I_1 + I_2) = 0;$

$$\omega^2 [\omega^2 I_1 I_2 - k(I_1 + I_2)] = 0;$$

$$\omega^2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} \end{bmatrix} \quad \left[\omega_2^2 = \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} = \frac{5,3 \cdot 10^4 \cdot (6,4 \cdot 10^{-3} + 4,1 \cdot 10^{-4})}{6,4 \cdot 10^{-3} \cdot 4,1 \cdot 10^{-4}} = 1,3 \cdot 10^8 \text{ с}^{-2} \right]$$

Підставляючи значення частот матимемо:

- у першому випадку $\omega_1^2 = 0$

$$\begin{bmatrix} k - \omega^2 I_1 & -k \\ -k & k - \omega^2 I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_{11} \\ \Phi_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$k - k\Phi_{12} = 0 \quad \Rightarrow \quad \Phi_{12} = 1$$

$$\begin{Bmatrix} \Phi_{11} \\ \Phi_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

- у другому випадку $\omega_2^2 = \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2}$

$$\begin{bmatrix} k - \left(\frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} \right) I_1 & -k \\ -k & k - \left(\frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} \right) I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_{21} \\ \Phi_{22} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$k - \frac{k(I_1 + I_2)}{I_2} - k\Phi_{22} = 0 \quad \Rightarrow \quad \Phi_{22} = 1 - \frac{I_1 + I_2}{I_2} = 1 - \frac{6.4 + 0.41}{0.41} = -15.6$$

Зобразимо знайдені значення форм коливань в графічному вигляді:

1



1

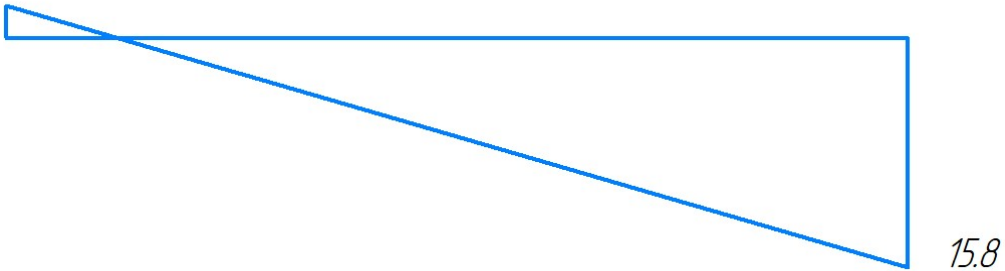


Рис. 6.3 Значення форм коливань

Оскільки однією з властивостей власних форм коливань є їх ортогональність, а саме:

$$\{\Phi\}_i^T [c] \{\Phi\}_s = 0$$

$$\{\Phi\}_i^T [a] \{\Phi\}_s = 0$$

-У першому випадку перевірка:

$$\begin{Bmatrix} 1 & 1 \end{Bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 6.4 & 0 \\ 0 & 0.41 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -15.6 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 & 1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 15.6 \\ -15.6 \end{Bmatrix} = 15.6 - 15.6 = 0;$$

-У другому випадку перевірка:

$$\begin{Bmatrix} 1 & 1 \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 & 1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} k + k \frac{I_1}{I_2} \\ -k - k \frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix}$$

$$= 5.3 \cdot 10^4 \left(1 + \frac{0.41}{6.4} \right) - 5.3 \cdot 10^4 \left(1 + \frac{0.41}{6.4} \right) = 0$$

Використовуючи метод Релея знайдемо значення власних частот використовуючи формулу $\omega_l^2 = \frac{\{\Phi\}_l^T [c] \{\Phi\}_l}{\{\Phi\}_l^T [a] \{\Phi\}_l}$; підставляючи відповідні значення отримаємо:

$$\begin{aligned}\omega_1^2 &= \frac{\begin{Bmatrix} 1 & 1 \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}}{\begin{Bmatrix} 1 & 1 \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}} = \frac{\begin{Bmatrix} 1 & 1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}}{\begin{Bmatrix} 1 & 1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{Bmatrix}} = 0; \\ \omega_2^2 &= \frac{\begin{Bmatrix} 1 & -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix}}{\begin{Bmatrix} 1 & -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix}} = \frac{\begin{Bmatrix} 1 & -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} k + k \frac{I_1}{I_2} \\ k - k \frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix}}{\begin{Bmatrix} 1 & -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} I_1 \\ -I_1 \end{Bmatrix}} \\ &= \frac{k \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right) + \frac{I_1}{I_2} k \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)}{I_1 \cdot \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)} = \\ &= \frac{k \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right) \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)}{I_1 \cdot \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)} = \frac{k \cdot \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)}{I_1} = k \left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2}\right) = \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 \cdot I_2} = \\ &= \frac{5.3 \cdot 10^4 \cdot (4.1 \cdot 10^{-4} + 6.4 \cdot 10^{-3})}{4.1 \cdot 10^{-4} \cdot 6.4 \cdot 10^{-3}} = 1.3 \cdot 10^8 \text{ c}^{-2}\end{aligned}$$

Отже, $\begin{cases} \omega_1 = 0 \\ \omega_2 = \sqrt{1.3 \cdot 10^8} = 11.4 \cdot 10^4 \text{ c}^{-1} \end{cases}$

6.3. Визначення власних частот методом сил

$$m = \rho V$$

$$\begin{aligned}m_b = m_1 &= \frac{\rho_1 \pi D_1^2 h_1}{4} = \frac{3,14 \cdot 7,85 \cdot 10^3 \cdot 15 \cdot 10^{-3} (153 \cdot 10^{-3})^2}{4} = 2.16 \text{ кг} \\ m_b = m_2 &= \frac{\rho_2 \pi D_2^2 h_2}{4} = \frac{3,14 \cdot 7,85 \cdot 10^3 \cdot 22 \cdot 10^{-3} (70 \cdot 10^{-3})^2}{4} = 0.66 \text{ кг}\end{aligned}$$

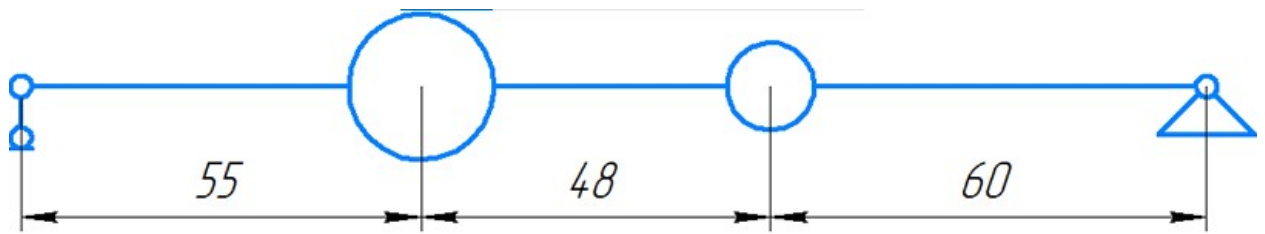


Рис. 6.4 Система з двома ступенями свободи

$$EI = 2.1 \cdot 10^{11} \cdot 7.8 \cdot 10^{-9} = 1638 \text{ Н} \cdot \text{м}^2$$

Момент інерції:

$$I = \frac{\pi \cdot d_B^4}{64} = \frac{\pi \cdot (20 \times 10^{-3})^4}{64} = 7.8 \times 10^{-9} \text{ м}^4$$

Знайдемо переміщення $\delta_{11}, \delta_{12}, \delta_{21}, \delta_{22}$. Побудуємо епюри від дії одиничних сил $\overline{X_1} = 1, \overline{X_2} = 1$ відповідно.

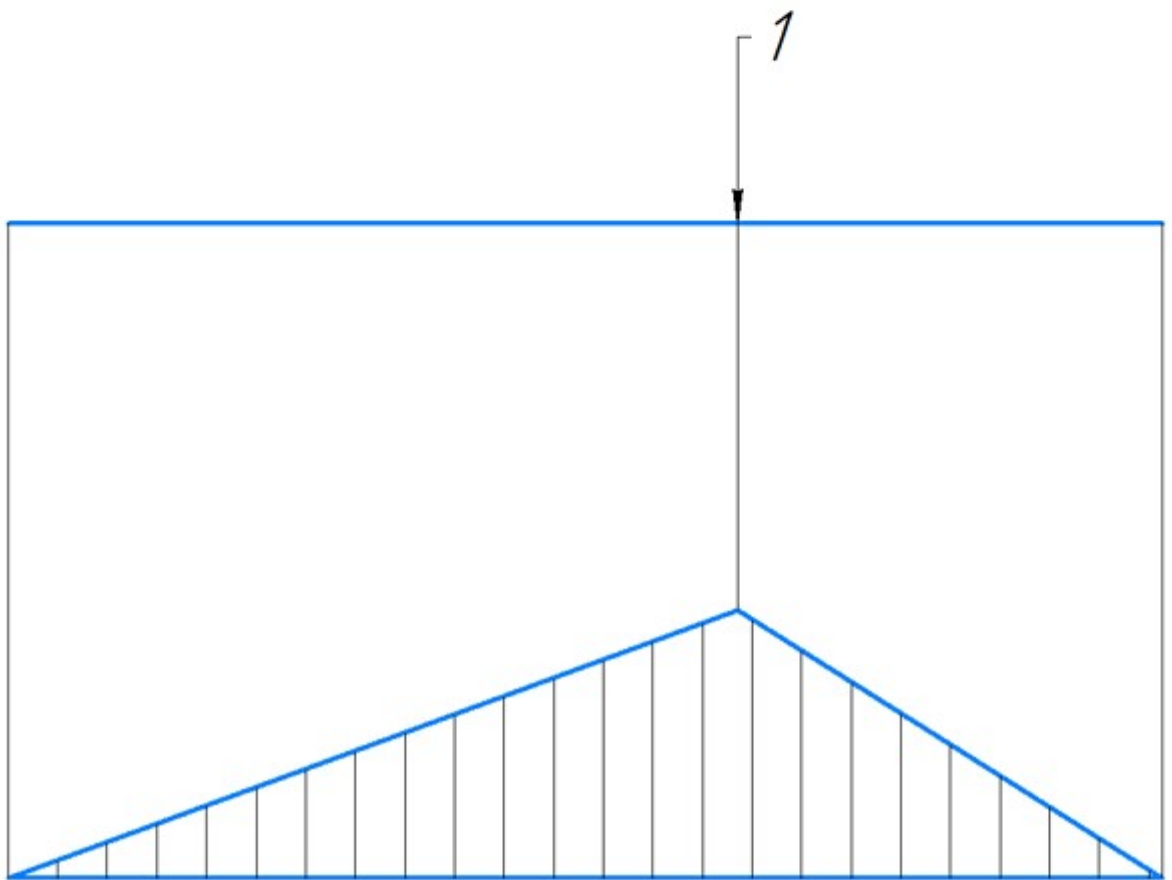
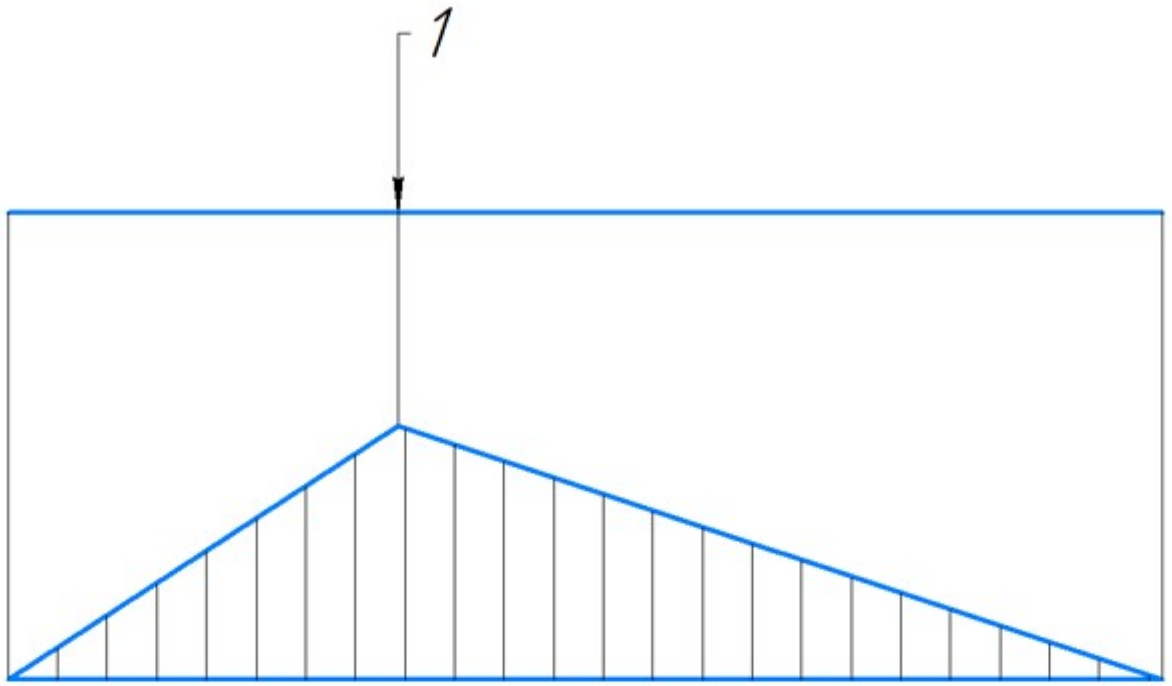


Рис. 6.5 Епюри моментів від одиничних сил

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{2} \cdot 0.0364 \cdot 0.63 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0.0364 + \frac{1}{2} \cdot 0.0364 \cdot 0.337 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0.0364 \right] = 1.75 \cdot 10^{-7}$$

$$\delta_{12} = \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{2} \cdot 0.0364 \cdot 0.337 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0.0020 + \frac{1}{2} \cdot 0.0364 \cdot 0.063 \cdot 0.0 \right] = 3.11 \cdot 10^{-7}$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{2} \cdot 0.0379 \cdot 0.632 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0.0379 + \frac{1}{2} \cdot 0.0379 \cdot 0.368 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0.0379 \right] = 4.7 \cdot 10^{-7}$$

Запишемо диференціальні рівняння в переміщеннях:

$$\begin{cases} w_1 = -\ddot{w}_1 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - \ddot{w}_2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ w_2 = -\ddot{w}_1 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 - \ddot{w}_2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 \end{cases}$$

Шукаємо переміщення у вигляді

$$w_i = W_i \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

Підставимо в попереднє рівняння і отримаємо:

$$\begin{cases} (\omega^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) \cdot W_1 + \omega^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \cdot W_2 = 0 \\ \omega^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 \cdot W_1 + (\omega^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \cdot W_2 = 0 \end{cases}$$

Оскільки маємо отримати не тривіальний розв'язок маємо, що детермінант останньої матриці має бути рівний нулю:

$$\det \begin{bmatrix} (\omega^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} = 0$$

Розкриваючи визначник, отримуємо характеристичне рівняння відносно ω^2 , з якого знаходимо ω_1^2, ω_2^2 :

$$(\omega^2 m_1 \delta_{11} - 1)(\omega^2 m_2 \delta_{22} - 1) - \omega^4 m_1 m_2 \delta_{12} \delta_{21} = 0;$$

$$\omega^4 m_1 m_2 \delta_{11} \delta_{22} - \omega^2 m_1 \delta_{11} - \omega^2 m_2 \delta_{22} + 1 - \omega^4 m_1 m_2 \delta_{12} \delta_{21} = 0;$$

$$\omega^4 (\delta_{11} \delta_{22} - \delta_{12} \delta_{21}) m_1 m_2 - \omega^2 (m_2 \delta_{22} - m_1 \delta_{11}) + 1 = 0$$

Визначили власні частоти: $\omega_1^2 = 77698600 c^{-2}$, $\omega_2^2 = 5419180 c^{-2}$

$$\omega_1 = 8814.68 c^{-1}, \omega_2 = 2327.91 c^{-1}$$

Знаходимо власні форми коливань та перевіряємо умови ортогональності.

Оскільки кожній частоті відповідає своя форма коливань, то розглянемо два можливих випадки, підставляючи до відповідної матриці значення знайдених двох частот та знайдемо W_{1i}, W_{2i} .

$$\begin{bmatrix} (\omega_i^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega_i^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega_i^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega_i^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_1 \\ W_2 \end{Bmatrix} = 0$$

При $\omega_1^2 = 77698600 c^{-2}$ і нормованій $W_{11} = 1$ отримаємо з розв'язку рівняння таку першу власну форму:

$$\begin{bmatrix} (\omega_1^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega_1^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega_1^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega_1^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_{11} \\ W_{21} \end{Bmatrix} = 0$$

$$W_{21} = -0.12$$

Аналогічно при $\omega_2^2 = 5419180c^{-2}$ і нормованій $W_{12} = 1$

$$\begin{bmatrix} (\omega_2^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega_2^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega_2^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega_2^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_{12} \\ W_{22} \end{Bmatrix} = 0$$

$$W_{22} = 1.22$$

Оскільки однією з властивостей власних форм коливань є їх ортогональність, то перевірмо виконання цієї умови:

$$\{W\}_2^T [a] \{W\}_1 = 0;$$

$$\{W\}_1 = \begin{Bmatrix} 1 \\ -0.12 \end{Bmatrix}, \quad \{W\}_2 = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1.22 \end{Bmatrix}$$

$$\cdot \{1 \quad -0.12\} \begin{bmatrix} 0.16 & 0 \\ 0 & 1.1 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ 1.22 \end{Bmatrix} = 0.01 \approx 0$$

Зобразимо отримані власні форми згинальних коливань на рисунку:

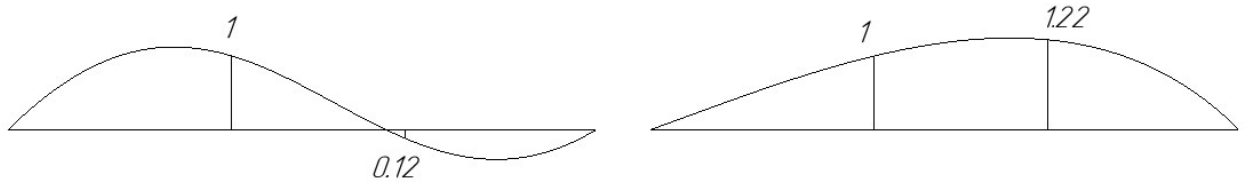


Рис. 6.6 Перша та друга форми коливань

Визначення першої власної частоти методом Релея

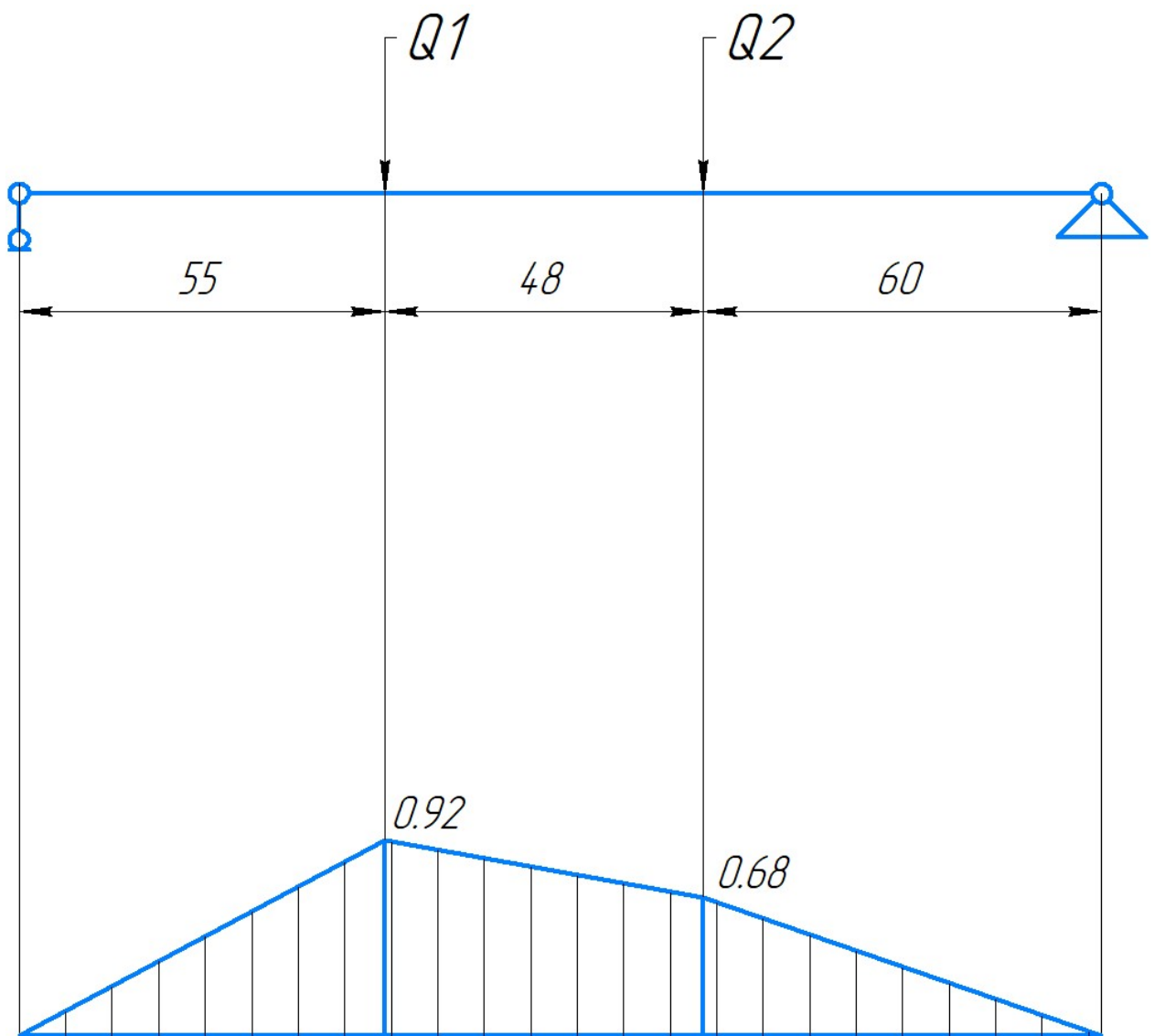


Рис. 6.7 Система з двома ступенями свободи
(маси замінили силами)

$$\omega_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^2 Q_i W_i}{\sum_{i=1}^2 m_i W_i^2}; \quad Q_i = m_i g;$$

$$Q_1 = m_1 g = 2.16 \cdot 10 = 21.6H$$

$$Q_2 = m_2 g = 0.66 \cdot 10 = 6.6H$$

$$\sum M_{iA} = 0;$$

$$\sum M_{iB} = 0;$$

$$R_B = 16.7H$$

$$R_A = 11.5H$$

Значення W_i [м] знаходимо за допомогою методу Верещагіна.

$$W_1 = \frac{1}{EI} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot 0.223 \cdot 0.0304 + \frac{2}{3} \cdot 0.223 + \frac{1}{2} \cdot 0.048 \cdot 0.0236 + 0.173 + 0.137 \cdot 0.0236 + 0.0156 + \frac{1}{2} \cdot 0.137 \cdot 0.026 + 0.0 \right] \\ = 9.89 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$$W_2 = \frac{1}{EI} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot 0.223 \cdot 0.0304 \cdot 0.223 + \frac{1}{2} \cdot 0.048 \cdot 0.0236 \cdot 0.0142 + 0.137 \cdot 0.0236 + \frac{1}{2} \cdot 0.137 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0.0219 \cdot 0.0142 \right]$$

$$= 1.29 \cdot 10^{-6} \text{ м}$$

$$\omega_1^2 = 6337302 \text{ с}^{-2}$$

$$\omega_1 = 2517.4 \text{ с}^{-1}$$

Визначення першої власної частоти методом Донкерлі

$$\frac{1}{\omega_1^2} = \frac{1}{(\omega'_1)^2} + \frac{1}{(\omega'_2)^2};$$

$$\frac{1}{(\omega'_1)^2} = m_1 \delta_{11} = 0.16 \cdot 1.75 \cdot 10^{-7} = 2.8 \cdot 10^{-8}$$

$$\frac{1}{(\omega'_2)^2} = m_2 \delta_{22} = 1.1 \cdot 1.54 \cdot 10^{-7} = 1.694 \cdot 10^{-7}$$

$$\frac{1}{\omega_1^2} = 2.8 \cdot 10^{-8} + 1.694 \cdot 10^{-7} = 1.974 \cdot 10^{-7}$$

$$\omega_1 = 2250.75 \text{ с}^{-1}$$

Для порівняння, значення першої власної частоти згинних коливань:

- методом сил : $\omega_1 = 2327.91 \text{ с}^{-1}$
- методом Релея: $\omega_1 = 2517.4 \text{ с}^{-1}$
- методом Донкерлі: $\omega_1 = 2250.75 \text{ с}^{-1}$

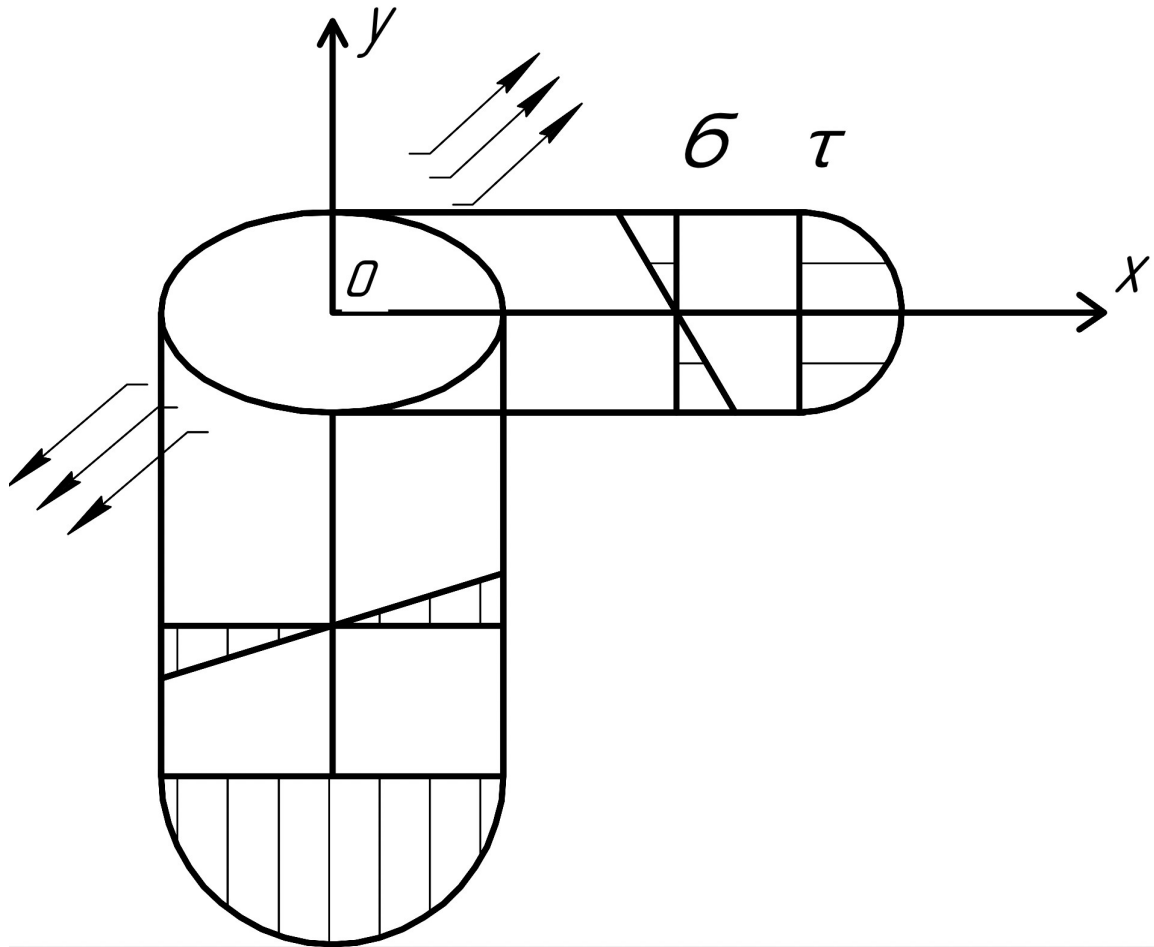
Похибка результатів:

$$\delta_{\text{Релея}} = \left| \frac{2517.4 - 2327.91}{2517.4} \right| \cdot 100\% = 7.53\%$$

$$\delta_{\text{Донкерлі}} = \left| \frac{2250.75 - 2327.91}{2250.75} \right| \cdot 100\% = 3.43\%$$

7. Розрахунок прототипу конструктивного елемента методами теорії пружності

Визначити напружено-деформований стан і концентрацію напружень нескінченної пластини з еліптичним отвором



Разом із площиною $\overline{z} = x + iy$, розглядатимемо площини $\overline{z}_1$ та $\overline{z}_2$, що отримуються перетворенням:

$$\overline{z}_1 = x + \rho_1 y = x_1 + iy_1$$

$$\overline{z}_2 = x + \rho_2 y = x_2 + iy_2$$

де $\overline{S}_1 = a_1 + i\beta_1, \overline{S}_2 = a_2 + i\beta_2$ – корені рівняння

$$\overline{x}_1 = x + a_1 y; y_1 = \beta_1 y; x_2 = x + a_2 y; y_2 = \beta_2 y$$

Функції, конформно відображаючі $\overline{S}, \overline{S}^{(1)}, \overline{S}^{(2)}$ на одиничний круг $\overline{U}$:

$$\overline{z} = \omega(\xi) = \frac{a-b}{2} \xi + \frac{a+b}{2} * \frac{1}{\xi}$$

Точка контуру еліпса:

$$\begin{aligned} x &= a \cos v; y = -b \sin v = z_1 = x + s_1 y = a \cos v - s_1 b \sin v \\ &= \frac{1}{2} \left[a \left(\sigma + \frac{1}{\sigma} \right) + is_1 b \left(\sigma - \frac{1}{\sigma} \right) \right] = \frac{a + is_1 b}{2} * \sigma + \frac{a - is_1 b}{2} * \frac{1}{\sigma} \end{aligned}$$

Таким чином, функція відображається як область $\overline{S}^{(1)}$ на вищий круг $\overline{U}$

$$\overline{z}_1 = \omega_1 \left(\frac{\rho}{e} \right) = \frac{a + is_1 b}{2} * \varepsilon + \frac{a - is_1 b}{2} * \frac{1}{\varepsilon}$$

Для $\overline{S}^{(2)}$

$$z_2 = \omega_2(\varepsilon) = \frac{a + is_2b}{2} * \varepsilon + \frac{a - is_2b}{2} * \frac{1}{\varepsilon}$$

До контуру $\overline{L}$ області $\overline{S}$ прикладені зусилля $\overline{X_n, Y_n}$, головний вектор яких нульовий. А також напруження на нескінченості $= 0$. Тоді $\overline{S^{(1)}}$ та $\overline{S^{(2)}}$ відповідають умовам:

$$2\operatorname{Re}[\phi(z_1) + \psi(z_2)] = - \int_{oS}^S Y_n dS + C_1 = f_1$$

$$2\operatorname{Re}[s_1\phi(z_1) + S_2\psi(z_2)] = - \int_{oS}^S X_n dS + C_2 = f_2$$

Підставимо $\omega_1(\varepsilon)$ замість z_1 , $\omega_2(\varepsilon)$ замість z_2 ; $\phi(\varepsilon) = \phi(\omega_1(\varepsilon))$

$$\psi(\varepsilon) = \psi[\omega_2(\varepsilon)]$$

$$2\operatorname{Re}[\Phi(\sigma) + \psi(\sigma)] = f_1(v)$$

$$2\operatorname{Re}[s_1\Phi(\sigma) + S_2\psi(\sigma)] = f_2(v), \text{ де } \sigma = e^{iv}$$

За формулою Шварца:

$$F(\varepsilon) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} U(v) \frac{\sigma + \varepsilon}{\sigma - \varepsilon} * \frac{d\sigma}{\sigma} + ia_0$$

Помножимо рівняння на $\frac{1}{2\pi i} * \frac{\sigma + \varepsilon}{\sigma - \varepsilon} * \frac{d\sigma}{\sigma}$, та проінтегруємо по $\overline{\gamma}$

$$\Phi(\varepsilon) + \psi(\varepsilon) = \frac{1}{4\pi i} \int_{\gamma} f_1(v) \frac{\sigma + \varepsilon}{\sigma - \varepsilon} * \frac{d\sigma}{\sigma} + ia_0$$

$$S_1\Phi(\varepsilon) + S_2\psi(\varepsilon) = \frac{1}{4\pi i} \int_{\gamma} f_2(v) \frac{\sigma + \varepsilon}{\sigma - \varepsilon} * \frac{d\sigma}{\sigma} + i\beta_0$$

Розв'язавши рівняння відносно $\overline{\Phi(\varepsilon)}$ та $\overline{\psi(\varepsilon)}$, отримаємо:

$$\Phi(\varepsilon) = \frac{i}{4\pi(S_1 - S_2)} \int_{\gamma} [S_2 f_1(v) - f_2(v)] \frac{\sigma + \varepsilon}{\sigma - \varepsilon} * \frac{d\sigma}{\sigma} + \lambda_1$$

$$\psi(\varepsilon) = -\frac{i}{4\pi(S_1 - S_2)} \int_{\gamma} [S_1 f_1(v) - f_2(v)] \frac{\sigma + \varepsilon}{\sigma - \varepsilon} * \frac{d\sigma}{\sigma} + \lambda_2$$

Для скорочення позначено:

$$\lambda_1 = i \frac{\beta_0 - a_0 S_e}{S_1 - S_2}; \lambda = i \frac{\beta_0 - a_0 S_1}{S_1 - S_2}$$

Повертаючись до $\overline{z}$ та $\overline{z_1}$:

$$\varepsilon_1 = \frac{z_1 - \sqrt{z_1^2 - (a^2 + s_1^2 b^2)}}{a + is_1 b} = \frac{a - is_1 b}{z_1 + \sqrt{z_1^2 - (a^2 + s_1^2 b^2)}}$$

$$\varepsilon_2 = \frac{z_2 - \sqrt{z_2^2 - (a^2 + s_2^2 b^2)}}{a + is_2 b} = \frac{a - is_2 b}{z_2 + \sqrt{z_2^2 - (a^2 + s_2^2 b^2)}}$$

Розрахую $\overline{\varphi(z_1)}$ та $\overline{\psi(z_2)}$ в загальному випадку, коли головний вектор зовнішніх зусиль не рівний нулю та задано однорідне напруження на нескінченості:

$$\begin{aligned} \overline{\varphi(z_1)} &= A \ln z_1 + B^* z_1 + \varphi_0(z_1) \\ \overline{\psi(z_2)} &= B \ln z_2 + (B^* + iC^*)z_2 + \psi_0(z_2) \quad (\text{де } \overline{C^*} = 0) \\ 2\operatorname{Re}[\varphi_0(z_1) + \psi_0(z_2)] &= f_1 - 2\operatorname{Re}[A \ln z_1 + B^* z_1 + B \ln z_2 + (B^{i*} + iC^{i*})z_2] \\ 2\operatorname{Re}[s_1 \varphi_0(z_1) + s_2 \psi_0(z_2)] &= f_2 - 2\operatorname{Re}[As_1 \ln z_1 + B^* s_1 z_1 + Bs_2 \ln z_2 + (B^{i*} + iC^{i*})z_2] \end{aligned}$$

Праві частини рівнянь позначу як $\int_1^0$ та $\int_2^0$.
Таким чином, контурні умови для $\overline{\varphi_0(z_1)}$ та $\overline{\psi_0(z_2)}$:

$$\begin{aligned} 2\operatorname{Re}[\varphi_0(z_1) + \psi_0(z_2)] &= f_1^0 \\ 2\operatorname{Re}[s_1 \varphi_0(z_1) + s_2 \psi_0(z_2)] &= f_2^0 \end{aligned}$$

$$\Phi_0(\varepsilon) = \frac{i}{4\pi(S_1 - S_2)} \int_{\gamma} [s_2 \int_1^0 - \int_2^0] \frac{\sigma + \varepsilon}{\sigma - \varepsilon} * \frac{d\sigma}{\sigma} + \lambda_1$$

$$\Psi(\varepsilon) = -\frac{i}{4\pi(S_1 - S_2)} \int_{\gamma} [s_1 \int_1^0 - \int_2^0] \frac{\sigma + \varepsilon}{\sigma - \varepsilon} * \frac{d\sigma}{\sigma} + \lambda_2$$

З цього рівняння, повернувшись до $\overline{\varphi(z_1)}$ та $\overline{\psi(z_2)}$, знаходимо напруження:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= 2\operatorname{Re}[s_1^2 \varphi^1(z_1) + s_2^2 \varphi^1(z_2)] \\ \sigma_y &= 2\operatorname{Re}[\varphi^1(z_1) + \varphi^1(z_2)] \\ \tau_{xy} &= -2\operatorname{Re}[s_1 \varphi^1(z_1) + s_2 \varphi^1(z_2)] \end{aligned}$$

Література:

1. Розрахунок і конструювання передач гнучкою в'яззю. Методичні вказівки до виконання розрахунково – графічних робіт з дисципліни “Деталі машин” – Київ: “Політехніка”, 2004
2. Киркач Н.В., Баласанян Р.А.: Расчет и проектирование деталей машин. – Харьков: Основа, 1991 – 257 с.
3. Цехнович Л.И.,Петриченко И.П. :Атлас конструкций редукторов. – Киев, “Выща школа” ,1990 – 150 с.
4. Дунаев П.Ф., Леликов О.П. :Детали машин. Курсовое проектирование. – Москва, “Машиностроение”, 2004 – 561 с.