

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

**КОМП'ЮТЕРНО-ІНТЕГРОВАНІ СИСТЕМИ ТЕХНІЧНОЇ ТА
МЕДИЧНОЇ ДІАГНОСТИКИ**

Методичні вказівки
до виконання лабораторних робіт
для студентів спеціальності 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані
технології»,
спеціалізації «Комп'ютерно-інтегровані системи та технології неруйнівного
контролю і діагностики»

*Рекомендовано вченою радою
приладобудівного факультету
(протокол № __ від _____ р.)*

Київ
КПІ ім. Ігоря Сікорського
2017

Комп'ютерно-інтегровані системи технічної та медичної діагностики:
Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт для студентів спеціальності 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології», спеціалізації «Комп'ютерно-інтегровані системи та технології неруйнівного контролю і діагностики» денної форми навчання [Текст] / Уклад.: Ю. В. Куц, Ю. Ю. Лисенко. – К.: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2017. – 49 с.

Методичні вказівки призначено для студентів спеціальності 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології», спеціалізації «Комп'ютерно-інтегровані системи та технології неруйнівного контролю і діагностики» денної форми навчання. У методичних вказівках наведено мету і завдання лабораторних робіт, їх зміст та обсяг. Розглянуто організаційні питання роботи над лабораторними дослідженнями, послідовність та методику виконання, наведено вимоги щодо оформлення та процесу захисту готових робіт.

Навчальне електронне мережне видання

КОМП'ЮТЕРНО-ІНТЕГРОВАНІ СИСТЕМИ ТЕХНІЧНОЇ ТА МЕДИЧНОЇ ДІАГНОСТИКИ

Методичні вказівки
до виконання лабораторних робіт
для студентів спеціальності 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані
технології»,
спеціалізації «Комп'ютерно-інтегровані системи та технології неруйнівного
контролю і діагностики»

Укладачі: *Куц Юрій Васильович, д.т.н., професор*
Лисенко Юлія Юріївна, асистент

Відповідальний
редактор: *Сулов Є.Ф., к.т.н.*

Рецензент: *Подольн О.О., к.т.н.*

За редакцією укладачів

ВСТУП	4
1. ЗМІСТ І ОБСЯГ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ	5
2. ОРГАНІЗАЦІЯ ПРОВЕДЕННЯ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ	5
ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 1. ВСТУП ДО СИСТЕМИ ІНЖЕНЕРНИХ І НАУКОВИХ РОЗРАХУНКІВ МАТЛАВ.....	6
ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 2 ДОСЛІДЖЕННЯ КВАНТУВАННЯ ІНФОРМАЦІЙНИХ СИГНАЛІВ В КОМП'ЮТЕРНО-ІНТЕГРОВАНІХ СИСТЕМАХ ДІАГНОСТИКИ ТА НК.....	10
ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 3 МОДЕЛЮВАННЯ ВИПАДКОВИХ ВЕЛИЧИН З РІВНОМІРНИМ РОЗПОДІЛОМ	16
ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 4 ДОСЛІДЖЕННЯ МЕТОДІВ МОДЕЛЮВАННЯ ВИПАДКОВИХ ВЕЛИЧИН З ЗАДАНИМ ЗАКОНОМ РОЗПОДІЛУ	24
ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 5 ДОСЛІДЖЕННЯ СПЕКТРІВ ПЕРІОДИЧНИХ СИГНАЛІВ В СИСТЕМАХ ДІАГНОСТИКИ ТА НЕРУЙНІВНОГО КОНТРОЛЮ	36
ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 6 ДОСЛІДЖЕННЯ ОСОБЛИВОСТЕЙ ВИКОРИСТАННЯ КРУГОВИХ СТАТИСТИК В КІС УЛЬТРАЗВУКОВОЇ ТОВЩИНОМЕТРІЇ.....	43
СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ	49

ВСТУП

Лабораторні роботи входять до складу кредитного модулю дисципліни «Комп'ютерно-інтегровані системи технічної та медичної діагностики». Основні завдання циклу лабораторних занять полягають у закріпленні на практиці теоретичних знань, отриманих студентами під час лекційних занять з даного кредитного модуля, а також застосування методів розрахунків, що вивчаються в рамках лекційних та практичних занять. Метою виконання лабораторних робіт є закріплення, поглиблення та систематизування знань, одержаних студентами, а також формування у студентів вміння проводити навчально-наукові дослідження, інженерні розрахунки, формування навичок творчої роботи, опанування загальними та спеціальними методами сучасних наукових досліджень.

Лабораторні роботи з дисципліни «Комп'ютерно-інтегровані системи технічної та медичної діагностики» спрямовані на вирішення певних фахових задач у сфері проектування та розробки автоматизованих систем технічної та медичної діагностики. Під час виконання роботи майбутній фахівець має продемонструвати глибоке розуміння матеріалів отриманих на лекціях з дисциплін, присвячених методам неруйнівного контролю та особливостям технічної діагностики, інформації викладеної у підручниках та навчальних посібниках.

Основним завданням даних методичних вказівок до виконання лабораторних робіт є своєчасне ознайомлення студентів з тематикою робіт, переліком, змістом та об'ємом необхідних матеріалів, етапами роботи, правилами оформлення звіту та графічних матеріалів (за необхідності), умовами оцінювання готових робіт.

В даних методичних вказівках розглянуто використання різних датчиків для медичного та технічного застосування, пристроїв для реєстрації фізичних явищ, полів об'єктів, моделювання процесів взаємодії полів та об'єктів, що буде корисним під час виконання лабораторних робіт та дипломного проектування студентам спеціалізації «Комп'ютерно-інтегровані системи та технології неруйнівного контролю і діагностики» та інших споріднених спеціальностей.

1. ЗМІСТ І ОБСЯГ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ

Зміст лабораторних робіт охоплює всю тематику кредитного модуля дисципліни «Комп'ютерно-інтегровані системи технічної та медичної діагностики». Лабораторні роботи базуються на знаннях студентів з таких дисциплін як комп'ютерна електроніка, електротехніка, теорія сигналів, Ультравукові методи неруйнівного контролю, Основи оптичного методу неруйнівного контролю, Електромагнітні та теплові методи неруйнівного контролю та пов'язані з лекційним матеріалом дисципліни «Комп'ютерно-інтегровані системи технічної та медичної діагностики». Передбачається виконання студентами кожної роботи протягом одного заняття.

Для кожної роботи студент готує звіт (формат А4), який містить інформацію про виконавця роботи (титульний листок), мету роботи, короткі теоретичні відомості та необхідні формули, таблиці для занесення даних, розрахунків та висновки за результатами роботи.

2 ОРГАНІЗАЦІЯ ПРОВЕДЕННЯ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ

На першому занятті студенти розподіляються на бригади (в залежності від кількості студентів в групі), проходять інструктаж з питань техніки безпеки та охорони праці. До кожної роботи студент допускається після попередньої співбесіди і при наявності підготовленої форми звіту роботи. Дані, отримані при виконанні роботи, перевіряються і підписуються викладачем. Після обробки даних, розрахунків та письмового аналізу результатів дослідження лабораторної роботи (висновків по роботі) студент захищає виконану роботу, отримуючи певну кількість рейтингових балів (згідно додатку до робочої навчальної програми з інформацією про рейтингову систему оцінювання з даної дисципліни).

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 1

ВСТУП ДО СИСТЕМИ ІНЖЕНЕРНИХ І НАУКОВИХ РОЗРАХУНКІВ MATLAB

Мета роботи: Ознайомлення з основними операціями у середовищі MatLAB на прикладі використання стандартних функцій, побудови файлів-сценаріїв та створення функцій користувача.

1.1. ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Система MatLAB (скорочено від MATrix LABoratory – матрична лабораторія) є мовою технічних обчислень для виконання наукових та інженерних розрахунків. До основних переваг системи можна віднести таке:

- математичний апарат MatLAB наближений до звичного математичного апарату інженера, а правила виконання обчислень орієнтовані на роботу з матрицями та комплексними числами;
- мова програмування системи MatLAB є простою та зручною;
- MatLAB є відкритою системою, що передбачає можливість її доповнення створюваними користувачем власними функціями.

Робота у середовищі MatLAB може відбуватися у двох режимах:

- 1) в режимі калькулятора, коли формули вводяться в командному вікні, туди ж виводяться результати обчислення, користувач може присвоювати результати змінним, керувати пам'яттю, викликати та використовувати вбудовані функції, будувати графіки;
- 2) шляхом виконання програми, написаної користувачем на мові MatLAB.

MatLAB надає не тільки мову програмування високого рівня, а також має функції, властиві операційним системам. Він має багато можливостей, які забезпечують діалог з користувачем у режимі командного рядка або з графічним інтерфейсом, перегляд робочої області та шляхів доступу до файлів MatLAB, редактор m-файлів, можливість експорту та імпорту даних іншим апаратним та програмним системам.

До системи MatLAB разом з вбудованими функціями входять пакети прикладних програм (toolbox), в яких зібрані функції, орієнтовані на вирішення спеціалізованих інженерних задач, наприклад:

- Signal Processing Toolbox (Оброблення сигналів) – набір програм для детермінованого, статистичного та спектрального аналізу, апроксимації передавальних функцій, побудови фільтрів зі скінченною та нескінченною імпульсними характеристиками, моделювання сигналів, оброблення звуку, модуляції, генерування стандартних сигналів тощо;

- Image Processing Toolbox (Оброблення зображень) – програми для візуалізації зображень різних форматів, обробки та аналізу зображень, фільтрації, роботи з кольорами;

- Statistics Toolbox (Статистика) – набір програм для оцінювання параметрів законів розподілу, функцій щільності ймовірностей, генерації випадкових чисел, побудови лінійних та нелінійних моделей випадкових сигналів, кластерного аналізу, перевірки гіпотез тощо;

- Mapping Toolbox (Робота з картами) – програми для оброблення картографічних даних;

- Symbolic Math Toolbox (Символьна математика) – програми для символьних обчислень та спрощень символьних виразів;

- Fuzzy Logic Toolbox (Нечітка логіка) – програми для реалізації апарату нечіткої логіки;

- Neural Network Toolbox (Нейронні мережі) – програми для створення нейронних мереж, їх навчання за різними алгоритмами і оцінювання їх роботи;

- Wavelet Toolbox (Вейвлет) – програми для проведення вейвлет-розкладання сигналів у базисах вейвлетів, створення вейвлет-фільтрів, стиснення і знешумлення сигналів за допомогою вейвлетів;

- Control System Toolbox (Системи управління) – набір програм для моделювання лінійних інваріантних в часі систем, аналізу моделей у часовій та частотній областях;

- Optimization Toolbox (Оптимізація) – одномірна та багатомірна мінімізація функцій, пошук нулів та екстремумів, вирішення задач лінійного та квадратичного програмування;

- Matrix functions - numerical linear algebra (Матричні функції – чисельна лінійна алгебра)

- набір програм для дослідження матриць, вирішення алгебраїчних рівнянь,

обернення матриць, факторизації, обчислення власних векторів та власних значень тощо;

– Data Acquisition Toolbox (реєстрація даних) – програми для отримання даних з зовнішніх пристроїв.

Робоча область MatLAB – це область пам'яті, у якій розташовані змінні, з якими працює система MatLAB.

Система MatLAB використовує поняття поточного каталогу під час сеансу роботи, та список шляхів доступу до файлів.

1.2. ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

1. Ознайомитися з командним вікном MatLAB, поняттями робочої області та шляхів доступу.

2. Ознайомитися з правилами введення змінних та констант, представлення даних у MatLAB.

3. Ознайомитися з операціями над числами, матрицями.

4. Ознайомитися з правилами виклику функцій MatLAB.

5. Ознайомитися з роботою команди HELP.

6. Ознайомитися з роботою функції plot для побудови графіків у MatLAB. Побудувати графік заданої функції, позначити вісі та заголовок графіку (функції xlabel, ylabel, title), нанести координатну сітку (функція grid).

7. Ознайомитися із роботою функцій генерації випадкових чисел (rand, randn, randi) із заданими густинами розподілу імовірності.

8. Ознайомитися з роботою функції hold, побудувати два графіки в одному вікні.

9. Ознайомитися з роботою функцій save та load, зберегти дані розрахунку в файл. Прочитати їх із файлу в іншому сценарії, побудувати графік.

10. Ознайомитися з роботою функції subplot, побудувати графіки синусоїд частот 1, 2, 5, 10, 20 Гц та випадкових амплітуд з її допомогою.

11. Ознайомитися з роботою функцій strips та chirp. Побудувати з їх допомогою графік сигналу змінної частоти.

12. Ознайомитися з роботою функцій pulstran, gausspuls, rectpuls, tripuls, sinc. Побудувати графіки послідовності імпульсів (гаусових, прямокутних, трикутних, функцій Котельникова).

13. Написати файл сценарію, що будує графіки синусоїдального сигналу, послідовності прямокутних імпульсів та постійного сигналу в різних вісях у одному вікні. Тривалість сигналів: 1 сек., частота дискретизації 256 Гц.

14. Ознайомитися з роботою функцій `num2str`, `disp`. Побудувати графік зваженої суми сигналів з п. 12, значення коефіцієнтів задати з клавіатури та вивести на екран в заголовку графіка.

1.3. КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ

1. В чому полягають переваги системи?
2. Назвіть два режими роботи в системі MatLAB.
3. Наведіть приклади пакетів програм, що входять до системи MatLAB та проаналізуйте їх вміст.
4. Опишіть можливості функції `plot` для візуалізації результатів моделювання.
5. Наведіть варіанти задання радіоімпульсних сигналів для моделювання процесів взаємодії сигналів та ОК в ультразвуковій товщинометрії.
6. Яка функція використовується для розбиття графічного вікна на декілька частин?

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 2

ДОСЛІДЖЕННЯ КВАНТУВАННЯ ІНФОРМАЦІЙНИХ СИГНАЛІВ В КОМП'ЮТЕРНО-ІНТЕГРОВАНИХ СИСТЕМАХ ДІАГНОСТИКИ ТА НК

Мета роботи: дослідження процесу квантування сигналів в АЦП систем діагностики та НК та показників похибок квантування шляхом моделювання у середовищі MatLAB.

2.1. ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Квантування сигналів - це процес поділу безперервного діапазону значень перетвореної величини на певний кінцеве число суміжних інтервалів що не перекриваються та подання будь-якого значення з даного інтервалу одним значенням з цього ж інтервалу. В результаті цієї операції нескінченному числу значень вимірюваного сигналу в деякому обмеженому діапазоні ставиться у відповідність кінцева множина допустимих значень – рівнів квантування.

Динамічний діапазон сигналу ділиться на окремі інтервали – кроки (ступені) квантування величиною δ . У випадку попадання значень сигналу в межі того чи іншого кроку здійснюється його заокруглення до рівня, що відповідає цьому кроку, наприклад до середини кожного інтервалу. У моменти часу kT_d за виконання умови $s(kT_d) \in [c_{KBi}, c_{KB(i+1)}]$ (рис. 2.1), первинний сигнал відображається значенням $c_{KBi} + 0,5\delta$, і відбивається не точно, а з похибкою квантування

$$\Delta_{KB}(kT_d) = a(kT_d) - c_{KBi} - 0,5\delta, \quad (2.1)$$

За характером похибка $\Delta_{KB}(kT_d)$ є випадковою величиною.

У випадку рівномірного квантування кроки квантування вибирають однаковими, тобто $\delta = c_{KBi} - c_{KB(i-1)} = const$. Амплітудна характеристика рівномірного квантувача зображена на рис. 2.2.

Заміна безперервної нескінченної множини значень сигналу кінцевим

призводить до втрати певної частини інформації. Різниця між миттєвими значеннями сигналу і дозволеними рівнями розглядається як специфічна завада – шум квантування. Його вплив на якість вимірювання оцінюється відношенням середньої потужності сигналу P_c до середньої потужності шуму квантування $P_{шкв}$

$$h_{кв} = P_c / P_{шкв} . \quad (2.2)$$

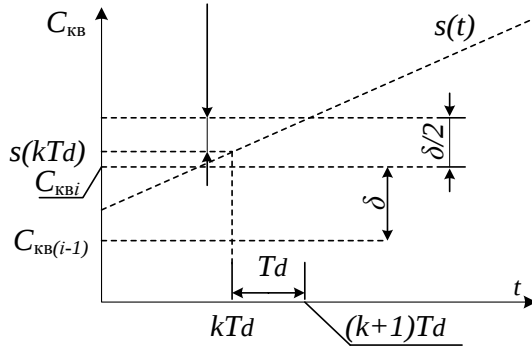


Рис. 2.1. Утворення похибки квантування

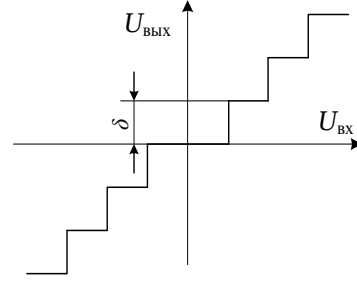


Рис. 2.2. Амплитудна характеристика рівномірного квантувача

Визначимо потужність шуму квантування. Похибка квантування змінюється в границях $\pm 0,5\delta$ і має рівномірний розподіл ймовірностей зі щільністю $p(\Delta_{кв}) = 1/\delta$ (рис. 2.3).

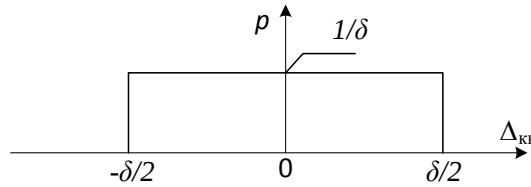


Рис.2.3. Розподіл щільності ймовірності похибки квантування

Потужність шуму квантування дорівнює середньому квадрату (дисперсії) похибки квантування

$$P_{шкв} = \overline{\Delta_{кв}^2} = \frac{1}{\delta} \int_{-\delta/2}^{\delta/2} \Delta_{кв}^2 d\Delta_{кв} = \delta^2/12. \quad (2.3)$$

З виразу (2.3) випливає, що величина $P_{шкв}$ тим більше, чим більше крок квантування δ . Однак зі збільшенням δ зменшується вплив адитивних завад. Тому крок квантування слід визначати з умов досягнення компромісу між впливом зовнішніх завад і шуму квантування. Загальна кількість рівнів

квантування

$$M = (s_{\max} - s_{\min}) / \delta + 1, \quad (2.4)$$

де $s_{\max}, s_{\min}$ – максимальне і мінімальне значення сигналу.

Середню потужність відліків сигналу на виході квантувача визначимо наступним чином. Значення максимального відліку (позитивного або негативного) дорівнює $s_{\max} = 0,5\delta(M-1)$. Для великих значень M маємо $s_{\max} \approx 0,5\delta M$, а потужність максимального відліку

$$P_{\max} \approx 0,25\delta^2 M^2. \quad (2.5)$$

З урахуванням пік-фактора сигналу $\Pi = 10 \lg P_{\max} / P_{\text{ср}}$, середня потужність відліків дорівнює

$$P_{\text{ср}} = M^2 \delta^2 / 4 \cdot 10^{0,1\Pi}. \quad (2.6)$$

З урахуванням (2.3) та (2.6) значення $h_{\text{кв}}$ складає

$$h_{\text{кв}} = P_{\text{ср}} / P_{\text{шкв}} = 3M^2 / 10^{0,1\Pi}. \quad (2.7)$$

Відновлення безперервного вимірювального сигналу за його відліками здійснюється за допомогою фільтра нижніх частот (ФНЧ) з частотою зрізу $F_0 = F_B$. ФНЧ обмежує також і спектр шумів квантування. У смузі частот від 0 до $0,5F_d$, де F_d – частота дискретизації сигналу, відношення потужності сигналу до потужності шумів квантування визначається формулою (2.7). На виході ФНЧ потужність сигналу не зміниться, а потужність шуму квантування зменшиться в $F_d / 2F_B$ разів. Тому відношення потужностей сигналу і шуму квантування на виході ФНЧ визначається як

$$h_{\text{кв}} = 3 \cdot M^2 F_d / 2 \cdot 10^{0,1\Pi} F_B. \quad (2.7)$$

Формула (2.7) дозволяє визначити необхідне число рівнів квантування АЦП

$$M = 0,816 \cdot 10^{0,05\Pi} \sqrt{h_{\text{кв}} F_B / F_d}. \quad (2.8)$$

2.2. ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

1. Ознайомитися з функціями заокруглення `ceil`, `floor`, `round` середовища MatLAB, придатними для побудови моделі квантувача сигналів.

2. Для вказаних викладачем даних (розрядності АЦП, діапазону перетворення та кроку зміни сигналу) за допомогою функцій `ceil`, `floor`, `round` побудуйте амплітудні функції квантувачів і відобразіть їх у під вікнах 1, 2, 3 графічного вікна попередньо розділеного на (3, 2) частин функцією `subplot`.

3. Для трьох варіантів заокруглення визначіть похибку квантування і відобразіть її у під вікнах 4, 5, 6.

4. За допомогою функції `title` зробіть загальний заголовок вікна «Дослідження похибки квантування АЦП».

5. За допомогою функцій `xlabel`, `ylabel`, позначте осі графіків.

6. За допомогою функцій `mean` і `std` знайдіть оцінки середніх значень та середньоквадратичного відхилення похибок квантування та занесіть їх у таблицю 2.1.

Таблиця 2.1. Результати експериментальних досліджень

Спосіб заокруглення	Функція MatLAB,	Середнє значення $\Delta_{\text{КВ}}$	Середньоквадратичне відхилення $\Delta_{\text{КВ}}$
1			
2			
3			

Порівняйте отримані результати з теоретичними значеннями.

7. У новому графічному вікні побудуйте гістограми $\Delta_{\text{КВ}}$, використавши для цього функцію `hist`.

8. Виконайте дослідження похибки квантування у випадку перетворення гармонічного сигналу для заданих викладачем параметрів сигналу та АЦП. Результати моделювання відобразіть у новому графічному вікні аналогічно п.2,3. Базова програма модельного експерименту наведена нижче.

```
close all hidden, clear all
x=0:pi/128:2.*pi;
A=1;
y=A.*sin(x)+1;
n=2;k=2.^n;
y_kv=(round(y.*k))./k;
%y_kv=(ceil(y.*k))./k;
%y_kv=(floor(y.*k))./k;
```

```

subplot(2,1,1)
plot(x,y,x,y_kv,'r')
axis([0 2.*pi 0 2])
grid on
subplot(2,1,2)
delta_y=y-y_kv;
plot(x,delta_y)
grid on
figure
hist(delta_y)
m=mean(delta_y)
s=std(delta_y)

```

Збережіть цю програму у файлі KISMTD_lab2.m.

9. У новому графічному вікні побудуйте гістограми $\Delta_{\text{кв}}$, використавши для цього функцію hist.

10. За допомогою функцій mean і std знайдіть оцінки середніх значень та середньоквадратичного відхилення похибок квантування та порівняйте з отриманими в п.6 значеннями.

2.3. ЗМІСТ ЗВІТУ

1. Результати розрахунку теоретичних середніх і середньоквадратичних значень похибки квантування.
2. Отримані графічні вікна по п. 2, 3, 7, 8, 9.
3. заповнена таблиця п.6.
4. Отримані в п.10 значення середнього і середньоквадратичного похибки квантування гармонічного сигналу.
5. Висновки по роботі.

2.4. КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ

1. В чому полягає сутність процесу квантування сигналів?
2. Зобразіть та прокоментуйте амплітудну характеристику рівномірного

кантувача.

3. Як визначається пік-фактор сигналу?
4. Обґрунтуйте вибір кількості рівнів квантування сигналу з умови досягнення компромісу між впливом зовнішньої адитивної завади і шуму квантування.
5. Які функції системи MatLAB виконують операції заокруглення? В чому полягає їх відмінність?
6. Опишіть можливості функції `axes` для задання області розміщення графіка у вікні об'єкта `figure`.
7. Яка функція використовується для розбиття графічного вікна на декілька частин?
8. Дайте пояснення по даним таблиці 2.1.
9. Наведіть та поясніть синтаксис функцій, використаних в проведених модельних експериментах.
10. Зобразіть щільності ймовірності похибки квантування для отриманих в п.3 даних.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 3

МОДЕЛЮВАННЯ ВИПАДКОВИХ ВЕЛИЧИН З РІВНОМІРНИМ РОЗПОДІЛОМ

Мета роботи: ознайомлення із завданням цифрового моделювання процесу оброблення сигналів в системах діагностики та НК, вивчення алгоритмів формування послідовностей випадкових величин із рівномірним законом розподілу у середовищі MatLAB.

3.1. ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Задача моделювання процесу оброблення сигналів в системах діагностики та НК формулюється як задача розробки алгоритмів, які за відомими характеристиками систем, дозволяють точно або з допустимою похибкою перетворювати на ПК дискретні реалізації відповідних вхідних сигналів систем, що моделюються. Ці алгоритми називаються цифровими моделями систем.

Процеси формування та перетворення сигналів діагностики та НК мають ряд специфічних властивостей, головними з яких є їхня статистична природа і досить висока швидкість перебігу. Під час розробки цифрових моделей необхідно приділяти значну увагу отриманню алгоритмів формування на ПК випадкових процесів, що складають основу математичних моделей сигналів та шумів, які супроводжують процес визначення параметрів сигналів діагностики та НК, або самі є носіями корисної інформації. Моделювання випадкових явищ і процесів на ПК має назву статистичного моделювання (метод Монте-Карло). Основною його перевагою у порівнянні з іншими методами моделювання є можливість вирішення задач певної складності, зокрема досліджувана система НК:

- може містити елементи неперервної і дискретної дії;
- знаходитись під впливом ряду випадкових факторів складної природи;
- описуватися громіздкими співвідношеннями і т.і.

Поряд із відзначеними перевагами метод статистичного моделювання, як будь-який числовий метод, має істотний недолік: результат завжди має випадковий характер. Він відповідає фіксованим значенням параметрів системи і

початкових умов. Тому, як правило, для аналізу системи необхідно багаторазово моделювати процес її функціонування, варіюючи вихідні дані задачі.

Успіх обчислень методом Монте-Карло на ПК визначають два фактори:

- якість джерела випадкових чисел;
- вибір раціонального алгоритму обчислення.

Послідовність випадкових чисел називається підпорядкованою рівномірному закону розподілу, якщо їхня щільність розподілу ймовірностей $p(x)$ і функція розподілу $F(x)$ задовольняють співвідношенням

$$p(x) = \begin{cases} (b-a)^{-1}, & a \leq x \leq b, \\ 0, & a > x, \quad x > b, \end{cases} \quad (3.1)$$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < a; \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b; \\ 1, & x \geq b. \end{cases} \quad (3.2)$$

Надалі будемо, в основному, мати справу з випадковими числами, рівномірно розподіленими в інтервалі від 0 до 1, для яких в формулах (3.1) і (3.2) $a = 0, b = 1$.

Графіки $p(x)$ і $F(x)$ для рівномірно розподілених чисел (РРЧ) в інтервалі $[0,1]$ зображені на рис. 3.1а і 3.1б відповідно.

Математичне сподівання і дисперсія для рівномірно розподілених в інтервалі $[0,1]$ випадкових величин мають такі значення:

$$\mathbf{M}\xi = \int_0^1 x dx = 0,5; \quad \mathbf{D}\xi = \int_0^1 (x - 0,5)^2 dx = \frac{1}{12} \approx 0,083,$$

а середнє квадратичне відхилення – $\sigma = 1/\sqrt{12} \approx 0,2887$. Приблизно 57,74% усіх реалізацій РРЧ у випадку великих обсягів вибірки n розташовуються в межах $m \pm \sigma$.



Рис. 3.1. Рівномірний закон розподілу випадкових величин

Один з основних способів одержання РРЧ полягає в наступному. Випадкові числа утворюються в ПК програмним засобом за допомогою деякого рекурентного співвідношення. Це означає, що кожне наступне число утворюється з попереднього (або групи попередніх чисел) шляхом застосування деякого алгоритму, який складається з арифметичних і логічних операцій. Така послідовність чисел, хоч і не є випадковою, проте може задовольняти різноманітним статистичним критеріям випадковості. Тому такі числа називаються псевдовипадковими.

Головним недоліком псевдовипадкових чисел є складність теоретичного оцінювання їх статистичних властивостей. Крім цього, усі вироблені програмним способом послідовності псевдовипадкових чисел є періодичними. А саме, перші L послідовно отриманих псевдовипадкових чисел, будуть усі мати різні значення, а $(L + 1)$ -е псевдовипадкове число співпадатиме з першим із L чисел і т.д. Число L називають довжиною періоду. Величина періоду L залежить від розрядності слова ПК і способу формування псевдовипадкової послідовності.

У даній роботі викладені три алгоритми моделювання РРЧ. Один із перших і найбільш поширених методів є конгруентний метод. Він полягає у тому, що чергове випадкове число a_i одержують із попереднього числа a_{i-1} за правилом

$$a_i = [ca_{i-1} + b](\text{mod } p), \quad (3.3)$$

де c – відповідним чином вибрана константа, а запис $\text{mod } p$ означає взяття по модулю p числа $ca_i + b$ причому p – просте, а b – взаємно просте з p число.

Пояснимо операцію взяття по модулю p числовим прикладом. Нехай потрібно обчислити значення $23(\text{mod } 7)$. Ділимо 23 на 7 і знаходимо k – ціле

число від ділення, тобто $k = \left[\frac{23}{7} \right]^+ = 3$, де $[]^+$ означає "ціла частина" числа. Потім,

віднімаємо від 23 добуток 3×7 , одержуємо шуканий результат, тобто $23(\text{mod } 7) = 23 - 21 = 2$. Таким чином, a_i дорівнює остачі від ділення $ca_i + b$ на p .

Якщо вибрати $c = \sqrt{p}$, то кореляція між сусідніми значеннями $\rho = 1/\sqrt{p}$.

Обирають $c = 10^{\delta+1}$, $\delta = 1, 2, \dots$

Відповідно до виразу (3.3), конгруентним методом формуються псевдовипадкові числа, що лежать в інтервалі від 0 до p . Для того, щоби звести їх до інтервалу від 0 до 1, необхідно перейти до чисел, що визначаються формулою

$$a_i^* = a_i / p. \quad (3.4)$$

Ознайомимося з другим методом генерації РРЧ описаним у книзі В.А. Пономарева (стор.111-112). Псевдовипадкові числа утворюються за формулою:

$$a_{i+1} = [a_i + a_{i-1}] \cdot (\text{mod } 4), \quad a_0 = 3.14; \quad a_1 = 0.542101887. \quad (3.5)$$

Розглянемо третій метод одержання випадкових чисел алгоритм реалізації якого описаний у книзі Ф. Мартіна (стор.84), і який полягає у наступному. Вибирається деяке початкове додатне число $B < 1$. Воно множиться на досить велике непарне ціле число C . За нове значення B приймається значення дробової частини добутку константи C на початкове значення B . Це ж нове число B приймається за значення псевдовипадкового рівномірно розподіленого в інтервалі $[0,1)$ числа. У вигляді формули цей алгоритм записується наступним чином

$$b_i =]C \times b_{i-1}[, \quad (3.6)$$

де повернені дужки означають операцію взяття дробової частини виразу, що міститься між цими дужками.

Для перевірки "стохастичних параметрів" послідовностей РРЧ можуть використовуватися різні ознаки. Наприклад, у випадку використання частотного критерію за варіаційним рядом береться n випадкових чисел і підраховується кількість r чисел, що належать інтервалу, обмеженому числами 0,2113 і 0,7887, тобто розташовуються в межах $(m \pm \sigma)$ (для $m = 0,5$). Якщо відношення r/n близьке до 0,5774, то приймається, що випадкові числа розподілені рівномірно.

Інший наближений спосіб перевірки рівномірності n випадкових чисел полягає у обчисленні оцінок математичного сподівання і дисперсії. Відповідно до цього критерію випадкові числа розподілені рівномірно, якщо

$$\hat{v}_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \xi_i \approx \frac{1}{2},$$

$$\hat{\mu}_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\xi_i - v_1)^2 \approx 0.083.$$

Існують і інші ознаки "стохастичності" рівномірно розподілених чисел. Таким є, наприклад, критерій, що оцінює степінь нерівномірності гістограми, який розглядається нижче.

Реалізація емпіричної щільності розподілу називається гістограмою.

Гістограма є статистичним аналогом щільності розподілу ймовірностей і так само, як і остання, характеризує степінь концентрації випадкових чисел в околі

вибраного значення.

Під час побудови гістограми слід взяти до уваги, що модельовані послідовності випадкових чисел розташовані в інтервалі від 0 до 1. Ці числа власне є межами діапазону, якому належать значення випадкової величини. Цей діапазон $x^{(n)} - x^{(1)}$ розбивається на m однакових інтервалів $\Delta_i = [x_{i-1}, x_i)$ $i = \overline{1, m}$ (x_{i-1}, x – межі i – го інтервалу), довжиною $h = (x^{(n)} - x^{(1)})/m$. Потім підраховується кількість випадкових чисел k_i , значення яких потрапили в i й інтервал Δ_i , $i = \overline{1, m}$. Емпірична щільність розподілу або “гістограма” визначається на кожному інтервалі Δ_i як

$$p_i^*(x) = k_i/nh, \quad x \in \Delta_i, \quad i = \overline{1, m}, \quad (3.7)$$

де k_i – кількість випадкових чисел, що потрапили до інтервалу Δ_i . Частота k_i/n – відображає площу прямокутника, побудованого на Δ_i , як на основі з висотою, що дорівнює ординаті гістограми k_i/nh .

У випадку, коли програмний генератор РРЧ "досить гарний", теоретичні ймовірності p_i попадання значень випадкової величини в i -й інтервал дорівнюють

$$p_i = 1/n, \quad (3.8)$$

що можливо лише у граничному випадку коли $n \rightarrow \infty$.

Сума u квадратів відхилень частот (3.7) від теоретичних значень (3.8) для фіксованого n

$$u = \sum_{i=1}^n (p_i^* - p_i)^2. \quad (3.9)$$

може служити критерієм, що дозволяє оцінити степінь нерівномірності гістограми (чим більше u , тим нижче якість генератора рівномірно розподілених чисел).

3.2. ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

1. Ввімкнути ПК та запустити програмний пакет MatLAB.
2. Створити файл KISMTD_lab3.m.
3. Одержати у викладача значення обсягу вибірки n (кількість РРЧ).
4. Використовуючи вбудований генератор РРЧ rand:
 - а) отримати масив псевдовипадкових чисел ξ_i , $i = \overline{1, n}$;

- b) побудувати графік реалізації ξ_i ;
 - c) обчислити оцінки математичного сподівання $\hat{\nu}_1$ та дисперсії $\hat{\mu}_2$.
5. Побудувати гістограму за наступним алгоритмом:
- a) визначити кількість груп розбиття інтервалу $[0,1]$ як $m \approx 1 + \log_2 n$;
 - b) за допомогою штатних функцій $\min()$ і $\max()$ знайти відповідно найменше та найбільше значення РРЧ;
 - c) вирахувати h ширину інтервалу гістограми (крок) та R розмах варіювання;
 - d) знайти границі та середини інтервалів:

$$H_j = j \times h + x_{\min}, \quad j = 0 \dots m-1, \quad x_{j_j} = 0,5(H_j + H_{j+1});$$

- e) побудувати емпіричну функцію розподілу за таким алгоритмом:

$$k = 1 \dots m, \quad S1_k = 0, \quad j = 0 \dots n-1, \quad S1_k = \text{if}(X_j \leq H_k, S1_k + 1, S1_k);$$

- f) описати інтервальний ряд (ряд розподілу) послідовністю:

$$k = 0 \dots m-1, \quad f_k = S1_{k+1} - S1_k, \quad \omega_k = \frac{f_k}{nh} \quad Xf_k = x_{j_k} \omega_k;$$

- g) одержати гістограму як результат генерації РРЧ та побудувати графік функції розподілу використовуючи оператори:

$$p(x) = \sum_{k=0}^{m-1} \omega_k \Phi(x - H_k) \Phi(H_{k+1} - x)$$

$$F(x) = \sum_{k=0}^{m-1} \omega_k \Phi(x - H_k) h$$

- 6. Написати m-файл генератора РРЧ, що реалізує метод Пономарьова (3.5) і згенерувати вибірку (вектор-рядок) РРЧ заданого обсягу.

- 7. Виконати перевірку розробленого програмного генератора, виконати розрахунки і побудувати графіки у відповідності до п.5б,в; 6; 7.

- 8. Написати m-файл генератора РРЧ, що реалізує метод Мартіна (3.6) і згенерувати вибірку (вектор-рядок) РРЧ заданого обсягу.

- 9. Виконати перевірку розробленого програмного генератора, виконати розрахунки і побудувати графіки у відповідності до п.5б,в; 6; 7.

- 10. Написати m-файл генератора РРЧ, що реалізує лінійний конгруентний метод для вказаних викладачем параметрів моделі (3.3) і згенерувати вибірку (вектор-рядок) РРЧ заданого обсягу.

- 11. Виконати перевірку розробленого програмного генератора, виконати

розрахунки і побудувати графіки у відповідності до п.5б,в; 6; 7.

12. Для кожного з перевірених алгоритмів розрахувати степінь нерівномірності гістограм та порівняти їх.

3.3. ЗМІСТ ЗВІТУ

У звіті необхідно для трьох генераторів РРЧ представити результати розрахунків їх якості та гістограми зазначені в розділі 3.2.

У висновках по роботі зазначити який генератор “найкращий” і чому.

3.4. КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ

1. Назвіть основні властивості процесів формування сигналів діагностики і НК, що необхідно враховувати в статистичному моделюванні.
2. Що таке статистичне моделювання?
3. Назвіть основні переваги і недоліки статистичного моделювання.
4. Назвіть основні чинники, що визначають якісні показники методу Монте-Карло.
5. Поясніть сутність рекурентного способу формування послідовності РРЧ.
6. Дайте визначення псевдовипадкової послідовності чисел.
7. Назвіть основні переваги і недоліки програмного способу моделювання випадкових послідовностей.
8. Що називається довжиною періоду псевдовипадкової послідовності?
9. Дайте означення рівномірного розподілу і запишіть вирази його щільності і функції розподілу ймовірностей.
10. Чому дорівнює математичне сподівання, дисперсія для РРЧ ?
11. Поясніть операцію обчислення числа за даним модулем.
12. Як здійснюється перехід від РРЧ з інтервалу $[0, p)$ до чисел інтервалу $[0,1]$?
13. Поясніть метод генерації випадкових РРЧ за конгруентним методом.
14. Назвіть критерії перевірки стохастичності послідовностей випадкових чисел.

15. Що таке гістограма і як вона будується?
16. Що таке варіаційний ряд, розмах варіювання.
17. Якою формулою можна оцінити степінь нерівномірності гістограми для РРЧ ?
18. Який, на ваш погляд, програмний генератор РРЧ найбільш ефективний і чому?

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 4

ДОСЛІДЖЕННЯ МЕТОДІВ МОДЕЛЮВАННЯ ВИПАДКОВИХ ВЕЛИЧИН З ЗАДАНИМ ЗАКОНОМ РОЗПОДІЛУ

Мета роботи: вивчення способів генерації випадкових чисел із заданим законом розподілу. Програмування найпростіших алгоритмів моделювання випадкових чисел із заданим законом розподілу. Закріплення навичок статистичного опрацювання даних на ПК.

4.1. ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Вихідним матеріалом для формування на ПК випадкових величин із заданим законом розподілу є рівномірно розподілені в інтервалі $[0, 1]$ випадкові числа, що генеруються або в ПК програмним способом, або фізичним давачем у вигляді вибірки випадкового процесу.

Існують різні прийоми перетворення випадкових чисел із рівномірним розподілом у випадкові числа з заданим законом розподілу. У рамках даної лабораторної роботи застосовується метод нелінійного функціонального перетворення, що є оберненим до заданої функції розподілу (іноді він так і називається – метод оберненої функції).

Припустимо, що є неперервна випадкова величину ξ із щільністю розподілу $p_{\xi}(x)$. Інша випадкова величина η пов'язана з нею функціональною залежністю

$$y = u(x). \quad (4.1)$$

Потрібно знайти щільність розподілу $p_{\eta}(y)$ величини η .

Запишемо обернену до функції (4.1) залежність змінної x від y , а саме

$$x = q(y). \quad (4.2)$$

Тоді, враховуючи позначення (4.2), щільність розподілу ймовірностей випадкової величини $\eta = u(\xi)$ [4 - 6]

$$p_{\eta}(y) = p_{\xi}[q(y)] \times \left| \frac{dq(y)}{dy} \right|, \quad (4.3)$$

де модуль береться тому, що похідна $\frac{dq(y)}{dy}$ може набувати як додатніх, так і від'ємних значень в залежності від того, чи є функція $q(y)$ зростаючою, чи спадаючою. А щільність розподілу є функція невід'ємна.

У тому випадку, коли ξ – це рівномірно розподілена випадкова величина із щільністю розподілу ймовірностей $p_{\xi}(x) = \begin{cases} 1, & x \in [0,1] \\ 0, & x \notin [0,1] \end{cases}$, тоді із (4.3) маємо

$$p_{\eta}(y) = \left| \frac{dq(y)}{dy} \right|. \quad (4.4)$$

Отже, якщо випадкова величина ξ має рівномірну щільність ймовірностей, то можна вважати, що

$$q(y) = F_{\eta}(y) \quad (4.5)$$

і результат диференціювання правої частини залежності (4.5) виявиться рівним щільності розподілу $p_{\eta}(y)$ випадкової величини η .

Розв'язуючи (4.5) відносно y , одержуємо аналітичний вираз для функціонального перетворення $y = u(x) = F_{\eta}^{-1}(x)$, де $F_{\eta}^{-1}(x)$ – функція, обернена функції $F_{\eta}(x)$. Перетворення $F_{\eta}^{-1}(x)$ слід застосувати до випадкової величини ξ з рівномірним розподілом для отримання випадкової величини η із заданою щільністю розподілу $p_{\eta}(y)$. Оскільки у формулі (4.3) якобіан береться за модулем, то його значення не зміниться, якщо у формулі (4.5) запишемо праву частину у вигляді

$$x = q(y) = 1 - F_{\eta}(y). \quad (4.6)$$

На практиці функціональне перетворення змінної x в y , яке одержуємо з виразу (4.6) потребує меншої кількості операцій, а отже, і менших витрат машинного часу, ніж для перетворення за виразом (4.5).

До прикладу розглянемо випадкову величину η з розподілом Вейбулла:

$$F_{\eta}(y) = 1 - \exp\left\{-(y/b)^c\right\}, \quad 0 \leq x < \infty, \quad (4.7)$$

де $b > 0$ – параметр масштабу; $c > 0$ – параметр форми.

Підставивши (4.7) у (4.6), отримаємо

$$x = \exp\left\{-(y/b)^c\right\},$$

а після логарифмування обох частин – $\ln x = -(y/b)^c$.

Розв'язуючи останнє рівняння відносно y , знаходимо

$$y = b \cdot (-\ln x)^c.$$

Для двох інших законів розподілу – показникового і релєївського, студентам пропонується самостійно відшукати вид функціонального перетворення. Інтегральні функції показникового і релєївського розподілів наведені в табл.4.1.

Таблиця 4.1. Інтегральні функції розподілів

Закон розподілу	Функція розподілу
Показниковий	$F_{\eta}(y) = 1 - \exp\{-\lambda y\}, \lambda > 0, 0 \leq y < \infty$
Релєївський	$F_{\eta}(y) = 1 - \exp\left\{-\frac{y^2}{(2 \cdot \sigma^2)}\right\}, \sigma > 0, 0 \leq y < \infty$

*)В багатьох випадках застосовувані в діагностиці та НК розподіли описуються складними функціями, для яких знаходження точного аналітичного виразу оберненої функції $F^{-1}(\alpha)$ являє собою нерозв'язну задачу. В таких випадках пошук обернених функцій виконують наближеним числовим методом. Генерування масивів ВК за цим методом всистем MatLAB передбачає виконання наступної послідовності дій:

1. Формування вихідних даних: задання параметрів розподілу ймовірності, розміру $L \times M$ масиву значень ВК, кількості P точок апроксимації функцій розподілу.
2. Представлення функції розподілу ймовірності кінцевою множиною дискретних значень $\{x_i, i = \overline{0, P}\}$ та значень функції розподілу $\{F(x_i), i = \overline{0, P}\}$.
3. Отримання множини значень оберненої функції $x = F^{-1}(y)$, де $y \in [0, 1]$ - область значень функції $F(x)$.
4. Формування масиву вибірових значень рівномірно розподіленої ВВ розміром $L \times M$.
5. Обчислення вектора вибірових значень ВК з розподілом $F(x)$ заданого розміру $L \times M$.
6. Побудова гістограми і перевірка узгодженості теоретичного та експериментального розподілів.

Для здійснення моделювання найбільш складним є етап (3) апроксимації оберненої функції. Апроксимаційні поліноми невисоких порядків не забезпечують достатньої точності наближення до $F(x)$. Поліноми вищих порядків схильні до пульсацій, тому їх застосування для апроксимації $F^{-1}(\alpha)$ веде до утворення ВК із багатомодальними законами розподілу і, як наслідок, до неприпустимих помилок моделювання. Тому доцільно виконати апроксимацію сплайновими функціями. У системі MatLAB існує зручна процедура spline, що реалізує інтерполяцію кубічними сплайнами.

Приклад. Розглянемо моделювання випадкового кута (ВК) з розподілом ймовірностей Мізеса для параметрів $k=2$ і $\mu=\pi$ обсягу 1×10000 в інтервалі значень $[0, 2\pi)$. Щільність розподілу Мізеса дається виразом

$$p_M(\theta | \mu, k) = \frac{1}{2\pi I_0(k)} \exp\{k \cos(\theta - \mu)\}, \quad |\mu| < \infty, \quad k > 0, \quad (4.8)$$

де $I_0(k)$ – модифікована функція Бесселя першого роду і нульового порядку; μ – круговий середній напрямок ВК; k – параметр концентрації ВК в околі μ .

Результати розрахунку функцій розподілу ймовірностей наведені на рис. 4.1.

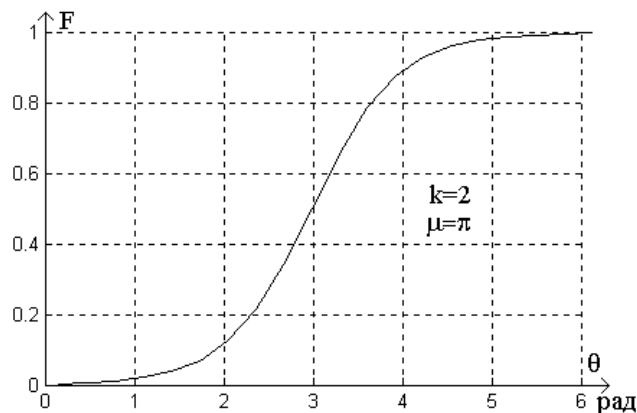


Рис. 4.1. Графік функцій $p_M(\theta | \mu, k)$ з параметрами $k=2$ і $\mu = \pi$

Точність апроксимації сплайнами функції $F^{-1}(\alpha)$ істотно залежить від значення k та кількості точок апроксимації. Так, наприклад, якщо $P=80$, то задовільні результати апроксимації зберігаються до значень $k=9 \dots 10$. Збільшення k приводить до росту крутості функції, отже до потреби збільшення P . На рис.4.2,а,б представлено гістограми векторів ВК з розподілом Мізеса і параметрами відповідно $k=2, \mu=\pi$ та $k=2, \mu=0,1\pi$ для $L=1, M=10000$.

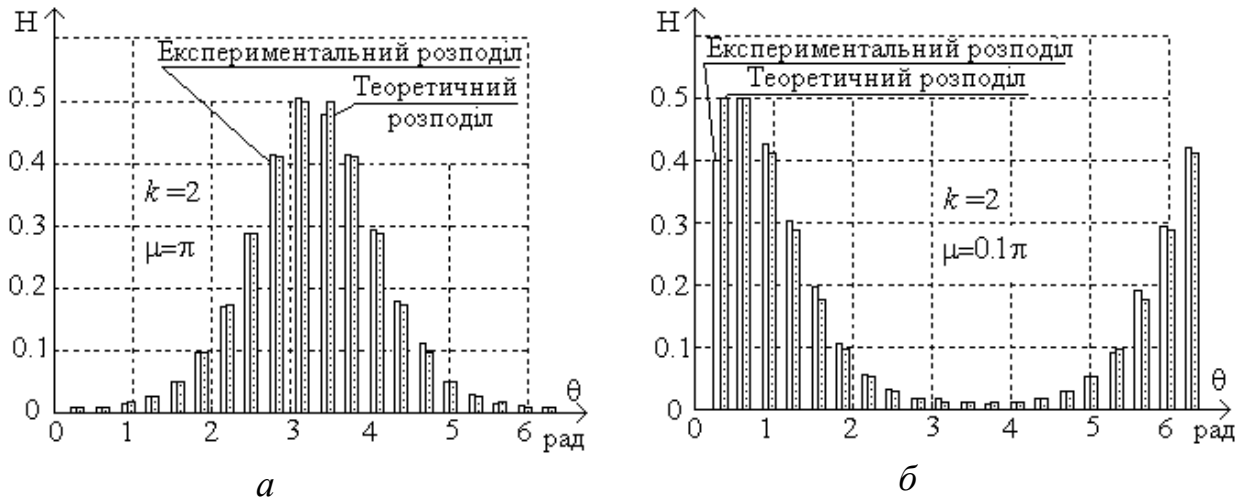


Рис. 4.2. Гістограми векторів ВК об'єму $M = 10000$ з розподілом Мізеса і параметрами відповідно $k = 2$, $\mu = \pi$ (а) та $k = 2$, $\mu = 0,1\pi$ (б)

Кількість l інтервалів гістограми доцільно обрати рівною

$$l = \left\lceil 2 \log_2 \frac{n}{4} \right\rceil^+. \quad (4.9)$$

За рівномірного розбиття області визначення гістограми з кроком $\Delta\theta = \frac{2\pi}{l} = \frac{\pi}{\log_2 n - 2}$ маємо границі інтервалів гістограми $\frac{2\pi}{l}j$, $j = \overline{0, l}$. Висота кожного стовпчика гістограми за експериментальними даними обраховується як

$$H_j = \frac{n_j}{n\Delta\theta}, \quad (4.10)$$

де n_j – кількість значень ВК, які належать j -му інтервалу. Гістограма (рис. 4.2) зберігає основні властивості щільності ймовірності теоретичного розподілу, до якого збігає при $M \rightarrow \infty$, $\Delta\theta \rightarrow 0$, тобто $H_j \geq 0$, а площа під графіком гістограми

дорівнює одиниці (відповідає умові нормування): $\Delta\theta \sum_{j=1}^l \frac{n_j}{n\Delta\theta} = 1$.

Висота стовпчиків гістограми, отриманої з теоретичного розподілу зі щільністю ймовірності $p(\theta)$ обраховується як $H_j^T = \frac{1}{\Delta\theta} \int_{\Delta\theta(j-1)}^{\Delta\theta j} p(\theta) d\theta$, $j = \overline{1, l}$.

Порівняльний аналіз результатів рис. 4.2 свідчить про те, що найкраще наближення експериментального та теоретичного розподілів досягається у випадках моделювання ВВ з $\mu = \pi$. Тому генерування вибірки ВК із заданими параметрами доцільно виконувати в два етапи: на першому формувати вектор

вибіркових значень кутів $\Theta = \{\theta_i, i = \overline{1, M}\}$ для розподілу з заданим параметром концентрації k та круговим середнім $\mu_c = \pi$; на другому етапі виконувати зміщення кутів з метою отримання потрібного значення $\mu \in [0, 2\pi)$

$$\Theta' = \{(\theta_i + \mu) \bmod 2\pi, i = \overline{1, M}\}. \quad (4.11)$$

Для генерування ВК важливим є питання якості, тобто питання перевірки розподілу ймовірності отриманого ВК на відповідність заданому розподілу. Цю задачу вирішують за допомогою критеріїв згоди. З урахуванням того, що і тип розподілу, і його параметри відомі, доцільно застосування критерію Колмогорова. У цьому критерії розбіжність теоретичного і експериментального розподілів оцінюється максимальним значенням модуля різниці D між значеннями експериментальної $F(\theta_j)$ і теоретичної $F^T(\theta_j)$ функцій розподілу ймовірності ВК на всіх l інтервалах гістограми

$$D = \max_j |F(\theta_j) - F^T(\theta_j)|. \quad (4.12)$$

Критерій ґрунтується на встановленій Колмогоровим закономірності: для довільної функції розподілу ймовірності $F(x)$ випадкової величини ξ за необмеженого зростання числа M незалежних спостережень ймовірність нерівності

$$D\sqrt{M} \geq \lambda \quad (4.13)$$

прямує до границі

$$P(\lambda) = 1 - \sum_{k=-\infty}^{\infty} (-1)^k \exp(-2k^2\lambda^2). \quad (4.14)$$

Результати розрахунків $F(\theta_j)$ і $F^T(\theta_j)$ для даних прикладу показано на рис. 4.3, а на рис. 4.4 – ймовірність (4.14). Як приклад, на рис. 4.4 позначено точку A , яка відповідає отриманому для прикладу значенню $\lambda = 0,638$ ($P(0,638) \approx 0,81$).

Критерій Колмогорова передбачає виконання таких процедур:

- 1) розрахунок $F(\theta_j)$ і $F^T(\theta_j)$ і визначення параметра D (4.12);
- 2) визначення величини λ (4.13);
- 3) визначення за графіком рис. 4.4 ймовірності $P(\lambda)$ – події, яка полягає в тому, що $|F(\theta_j) - F^T(\theta_j)| < D$.

Якщо ймовірність $P(\lambda) < 1 - \alpha$, де α – заданий рівень значущості статистичної гіпотези відносно досліджуваного закону розподілу ймовірності, то

гіпотезу відкидають як необґрунтовану.

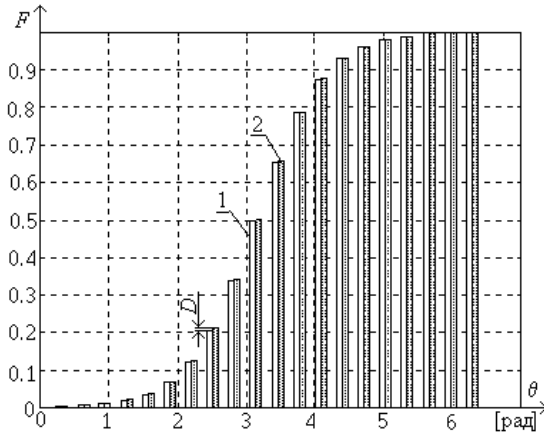


Рис. 4.3. Графіки $F(\theta_j)$ (1) і $F^T(\theta_j)$ (2)

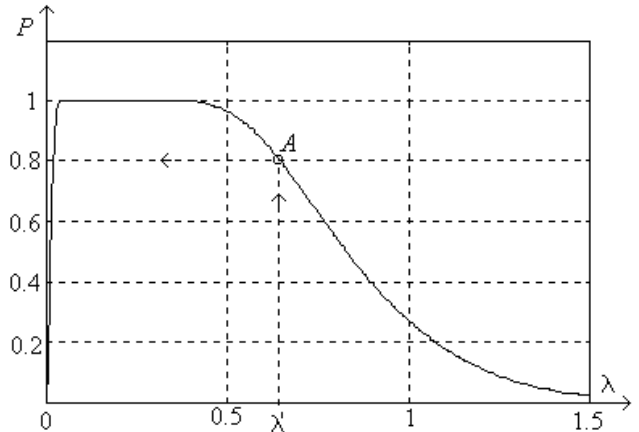


Рис. 4.4. Графік ймовірності $P(\lambda)$

4.2. ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

У ході виконання лабораторної роботи необхідно, використовуючи в якості вихідного матеріалу масив псевдовипадкових РРЧ на інтервалі $[0, 1]$, сформувати масиви псевдовипадкових чисел, що описуються розподілами Вейбулла, показникового та релєївського.

1. Для виконання роботи необхідно включити ПК та завантажити програму Matlab. Виконати наступні пункти роботи:

2. Отримати від викладача обсяг вибірки псевдовипадкових чисел.
3. Виконати генерацію випадкових чисел з розподілом Вейбулла для значень масштабу $b = 1$ і параметра форми $c = 1,0$ і $c = 3,0$.

4. На основі отриманих вибірок побудувати гістограми і отримати оцінки математичного сподівання та дисперсії.

5. Виконати генерацію випадкових чисел з показниковим розподілом для значень параметра $\lambda = 0,5$

6. На основі отриманої вибірки побудувати гістограму і отримати оцінки математичного сподівання та дисперсії.

7. Виконати генерацію випадкових чисел з релєївським розподілом для значень параметра $\sigma = 0,5$.

8. На основі отриманої вибірки побудувати гістограму і отримати оцінки математичного сподівання та дисперсії.

9. *)Виконати генерацію випадкових чисел з розподілом Мізеса для значень

параметра $k = 3$, $\mu = 1$.

10. *) На основі отриманої вибірки побудувати гістограму і отримати оцінки математичного сподівання та дисперсії.

11. *) Виконати перевірку якості вибірки за критерієм колмогорова для рівня значущості 0,15.

4.3. ПРИКЛАДИ ПРОГРАМ РОЗРАХУНКУ ЩІЛЬНОСТІ РОЗПОДІЛУ ВИПАДКОВИХ КУТІВ ТА ГЕНЕРАТОРІВ ПСЕВДОВИПАДКОВИХ КУТІВ

4.3.1. Програма розрахунку щільності гауссового розподілу

```
function f=normaln(x,mu,sigma)
% x – вектор значень ВВ
% mu – математичне сподівання
% sigma – стандартне відхилення
% f – вектор значень щільності розподілу
f=1/(sqrt(2*pi)*sigma).*exp(-(x-mu).^2./(2.*sigma.^2));
```

4.3.2. Програма розрахунку щільності розподілу Мізеса

```
function f=mizes(x,mu,k)
% x – вектор значень фазових зсувів (кутів)
% mu – круговий середній напрям
% k – параметр концентрації ВК в околі mu
% f – вектор значень щільності розподілу
f=1./(2.*pi.*besseli(0,k)).*exp(k.*cos(x-mu))
```

4.3.3. Програма розрахунку щільності намотаного гауссового розподілу

```
function f=namotn(x,mu,sigma,k)
% x – вектор значень ВВ
% mu – математичне сподівання
% sigma – стандартне відхилення
```

```

% k – кількість фазових циклів
% f – вектор значень щільності розподілу
m=length(x);
for n=1:2*k
    n1=n-1-k;
    f1(n,1:m)=exp(-(mod(x-mu,2*pi)+2.*pi.*n1).^2./(2.*sigma.^2));
end
f=1/(sqrt(2*pi)*sigma).*sum(f1);

```

4.3.4. Програма моделювання вибірки випадкових фазових зсувів з розподілом Мізеса

```

close all hidden, clear all
N=1000;
k=12
for g=1:k
    l(g)=2*pi*g/k;
    F(g)=quad('mizes1',0,l(g));
end
l1=l-pi/k;
plot(l1,F);grid on
figure%2
FF=0:.0001:1;
Fo=spline(F,l1,FF);
plot(FF,Fo);grid on
figure
rr=rand(1,N);
Fr=spline(F,l,rr);
y=hist(Fr,k).*k./(2.*pi.*length(rr));
for s=2:k
    dF(s)=(F(s)-F(s-1))*k/(2.*pi);
end
dF(1)=F(1)*k/(2.*pi);
Y=[y;dF];Y=Y';
tt=(1:length(y)).*2.*pi./length(y);

```

```

bar(tt,Y,'group');grid on
D=max(abs(y-dF))
%%%%%%%%%%
figure
n=-50:1:50;
for t=1:300
    lumbda(t)=(t-1)/200;
    hh=(-1).^n.*exp(-2.*n.^2.*lumbda(t).^2);
    p(t)=1-sum(hh);
end
plot(lumbda,p);hold on
lumb=D.*sqrt(length(rr))
P=1-sum((-1).^n.*exp(-2.*n.^2.*lumb.^2))
plot(lumb,P,'o');grid on

```

4.3.5. Програма моделювання вибірки випадкових фазових зсувів з намотаним гауссовим розподілом

```

close all hidden, clear all
x=0:pi/100:2*pi;
global k mu sigma
k=5;mu=pi/2;sigma=1;
%%%%%%%%%%
for g=1:20
    l(g)=pi*g/10;
    F(g)=quad('namotn',0,l(g));
end
l1=l-pi/60;
plot(l1,F);grid on
figure %2

FF=0:.0001:1;
Fo=spline(F,l1,FF);
plot(FF,Fo);grid on
figure%3

```

```

rr=rand(1,10000);
Fr=spline(F,l,rr);
y=hist(Fr,20).*10./(pi.*length(rr));
for s=2:20
    dF(s)=(F(s)-F(s-1))*10/pi;
end
dF(1)=F(1)*10/pi;
Y=[y;dF];Y=Y';
tt=(1:length(y)).*2.*pi./length(y);
bar(tt,Y,'group');grid on
for r=2:20
    y(r)=y(r-1)+y(r);
end
y=y.*pi/10;
D=max(abs(y-F))
%%%%%%%%%%
figure%4
n=-200:1:200;
for t=1:300
    lumbda(t)=(t-1)/200;
    hh=(-1).^n.*exp(-2.*n.^2.*lumbda(t).^2);
    p(t)=1-sum(hh);
end
plot(lumbda,p);hold on
lumb=D.*sqrt(length(rr))
P=1-sum((-1).^n.*exp(-2.*n.^2.*lumb.^2))
plot(lumb,P,'o');grid on

```

4.4. КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ

1. Що служить вихідним матеріалом для формування на ПК випадкових чисел із заданим законом розподілу.
2. Які методи перетворення рівномірно розподілених випадкових чисел у випадкові числа з заданим законом розподілу Ви знаєте.
3. У чому полягає сутність методу нелінійного перетворення за оберненою

функцією розподілу.

4. Охарактеризуйте переваги і недоліки аналітичного і наближеного методів перетворення випадкових чисел.

Примітка: друга частина роботи *) має підвищену складність і виконується за окремою вказівкою викладача у варіанті 4-годинного виконання роботи.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 5

ДОСЛІДЖЕННЯ СПЕКТРІВ ПЕРІОДИЧНИХ СИГНАЛІВ В СИСТЕМАХ ДІАГНОСТИКИ ТА НЕРУЙНІВНОГО КОНТРОЛЮ

Мета роботи: дослідити вплив параметрів (тривалості імпульсів, періоду, зміщення відносно початку координат) періодичних послідовностей відеоімпульсів та радіоімпульсів на амплітудно-частотний та фазочастотний спектри цих сигналів.

5.1. ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Періодичним називають сигнал $s(t)$, який задовольняє умові:

$$s(t) = s(t + nT), \quad -\infty < t < \infty, \quad n = \pm 1, \pm 2, \dots$$

Числове значення $T > 0$ має назву періоду сигналу. Для періодичних сигналів у якості ортонормованого базису широко застосовується послідовність ортогональних на періоді T і нормованих тригонометричних функцій:

$$\begin{aligned} \varphi_{(2n-1)}(t) &= \sqrt{\frac{2}{T}} \cos n\omega_1 t, \quad \varphi_{2n}(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \sin n\omega_1 t, \\ n &= 1, 2, \dots; \quad \varphi_0(t) = \frac{1}{\sqrt{T}}, \end{aligned} \quad (5.1)$$

де $t \in [0, T]$ або $t \in \left[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right]$, а $T = \frac{2\pi}{\omega_1}$ – період сигналу, який розкладається в ряд.

Періодичну функцію $s(t)$, яка на періоді задовольняє умови Діріхле, завжди можна розкласти на елементарні складові по системі функцій (5.1) і записати у вигляді ортогонального ряду, що має назву ряду Фур'є. Розрізняють декілька форм запису ряду Фур'є.

Перша (основна) форма запису ряду Фур'є має вигляд:

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos n\omega_1 t + b_n \sin n\omega_1 t], \quad (5.2)$$

де коефіцієнти Фур'є:

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} s(t) dt, \quad a_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} s(t) \cos n\omega_1 t dt, \quad b_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} s(t) \sin n\omega_1 t dt, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

У правій частині співвідношення (5.2) частота $\omega_1 = \frac{2\pi}{T}$ має назву основної кругової частоти першої гармонічної складової; $\frac{a_0}{2}$ – перший елемент суми (5.2), який відображає постійну складову періодичного сигналу $s(t)$; a_n і b_n , $n = 1, 2, \dots$ – відповідно косинусоїдальні і синусоїдальні коефіцієнти ряду Фур'є.

Використовуючи відомі тригонометричні співвідношення, ряд Фур'є (5.2) можна записати у такому вигляді:

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega_1 t - \theta_n), \quad (5.3)$$

де

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}, \quad \theta_n = \arctg \frac{b_n}{a_n} \quad \text{і} \\ a_n = A_n \cos \theta_n, \quad b_n = A_n \sin \theta_n$$

що і дає другу форму запису ряду Фур'є у тригонометричному базисі (5.1).

З (5.3) випливає, що періодичний сигнал $s(t)$ може бути представлений у вигляді суми його постійної складової $\frac{a_0}{2}$ і нескінченної послідовності гармонічних складових (гармонік), кожна з яких має свою амплітуду A_n , частоту $n\omega_1$ і початкову фазу θ_n .

Третя форма запису ряду Фур'є більш зручна для теоретичних викладок. Ця форма ряду Фур'є реалізується у базисі комплексних експоненційних функцій

$$\phi_k(t) = \frac{1}{\sqrt{T}} e^{in\omega_1 t}, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (5.4)$$

У цьому базисі ряд Фур'є для періодичного сигналу запишеться так:

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \dot{c}_n e^{in\omega_1 t}, \quad (5.5)$$

де $\dot{c}_n$ - коефіцієнт Фур'є періодичного сигналу $s(t)$, що відповідає n -й ортонормованій функції $\phi_n(t)$ базису комплексних експоненційних функцій (5.4). Ці коефіцієнти, на відміну від коефіцієнтів ряду (5.2), є комплексними числами, на що вказує крапка над символом коефіцієнта.

Комплексні коефіцієнти Фур'є обчислюються за формулою:

$$\dot{c}_n = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} s(t) e^{-in\omega_1 t} dt, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (5.6)$$

Упорядковану за частотами $\{n\omega_1\}_{n=0}^{\infty}$ (або $\{n\omega_1\}_{n=-\infty}^{\infty}$) послідовність амплітуд $\{A_n\}_{n=0}^{\infty}$ (або $\{|\dot{c}_n|\}_{n=-\infty}^{\infty}$) гармонік періодичного сигналу $s(t)$, знайдену на основі розкладу його в ряд Фур'є згідно з формулою (5.3) у тригонометричному базисі (5.1) (або за формулою (5.5) у базисі (5.4)), називають *амплітудно-частотним спектром* (АЧС) цього сигналу.

Упорядкована аналогічним чином послідовність початкових фаз $\{\theta_n\}_{n=1}^{\infty}$ (або $\{\theta_n\}_{n=-\infty}^{\infty}$) називають *фазочастотним спектром* (ФЧС) періодичного сигналу $s(t)$.

І АЧС і ФЧС сигналів зручно зображати графічно. Для цього у прямокутній системі координат по вісі абсцис відкладають частоти гармонік $n\omega_1$, або номери гармонік n , якщо відкладати нормовані частоти $\frac{n\omega_1}{\omega_1}$, а по вісі ординат значення амплітуд (для АЧС) або значення початкових фаз (для ФЧС). На рис.5.2 зображено АЧС і ФЧС деякого гіпотетичного періодичного сигналу в базисі (5.1). Зі збереженням того ж масштабу, що і на рис.5.2, на рис.5.3 зображено АЧС і ФЧС цього ж сигналу у комплексному базисі (5.8).

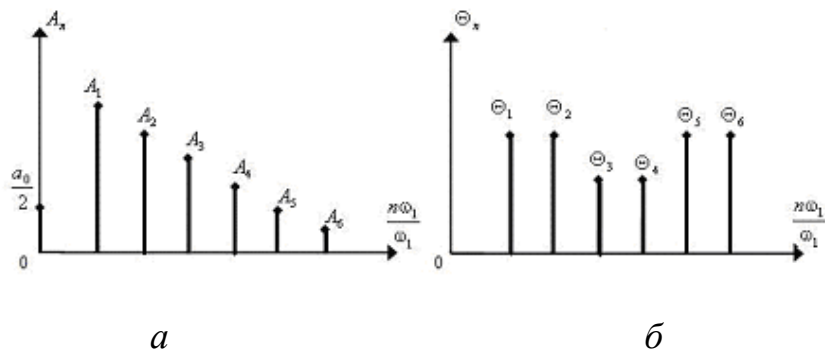


Рис. 5.2. Спектральні діаграми періодичного сигналу в тригонометричному базисі: *а* – АЧС, *б* – ФЧС

5.2. ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

В процесі лабораторної роботи студент має дослідити вплив параметрів (тривалості, періоду, зміщення відносно початку координат, частоти заповнення) імпульсів періодичних сигналів, які задає викладач, на вигляд та параметри АЧС та ФЧС цих сигналів.

Для виконання роботи необхідно запустити програмне середовище MATLAB та завантажити приклад програми розрахунку спекту зашумленого полігармонічного сигналу:

```
% дата
% стислий коментар
close all hidden, clear all
t=0:0.001:0.6;%секундj
f1=50; f2=120;%Hz
sigma=0.5;U0=0.3;
x=sin(2.*pi.*f1.*t)+sin(2.*pi.*f2.*t);
y=x+sigma.*randn(size(t));
plot(y(1:200)); grid
figure %2
Y=fft(y,512);
Pyy=Y.*conj(Y)./(512.^2);
F=1000.*(0:255)./512;
```

```

plot(f,Pyy(1:256));grid
ginput
% перегрупування даних
figure %3
Yg=fftshift(Y);
Pyyg=Yg.*conj(Yg)./(512.^2);
Plot(Pyyg);grid

```

З'ясувати і дослідити зміст всіх використаних в програмі функцій.

Виконати наступні пункти роботи:

1. Дослідити спектр періодичної послідовності прямокутних відео імпульсів.

1.1. Отримати від викладача значення амплітуди U , часового зсуву t_0 , тривалості імпульсу τ й періоду повторення T імпульсів періодичної послідовності.

1.2. Замалювати графік сигналу, заповнити табл. 5.1 для 10 гармонік і замалювати графіки амплітудного й фазового спектрів.

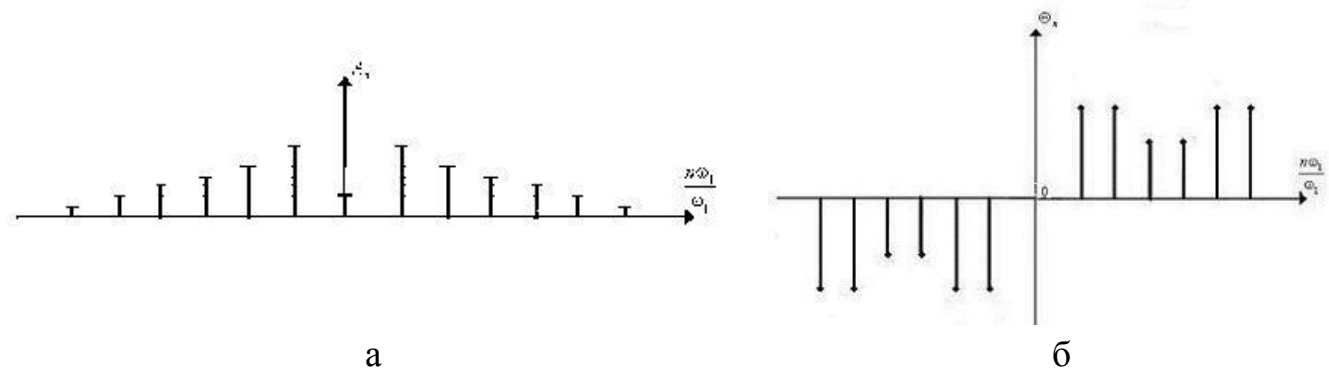


Рис. 5.3. Спектральні діаграми періодичного сигналу в комплексному експоненційному базисі: *a* – АЧС, *б* – ФЧС

1.3. Замалювати графік сигналу, отриманий у результаті підстановки розрахованих коефіцієнтів у ряд Фур'є.

1.4. Дослідити залежність спектра послідовності імпульсів від тривалості імпульсу τ , часового зсуву t_0 й періоду повторення T . Для цього повторити пункти 1.1 і 1.2 з новими значеннями для досліджуваного параметра, залишаючи інші параметри сигналу незмінними.

2. Дослідити спектр періодичної послідовності трикутних відеоімпульсів.

2.1. Отримати від викладача значення амплітуди U , часового зсуву t_0 , тривалості імпульсу τ й періоду повторення T імпульсів періодичної послідовності.

2.2. Замалювати графік сигналу, заповнити табл. 5.1 для 10 значень і замалювати графіки амплітудного й фазового спектрів.

2.3. Замалювати графік сигналу, отриманий у результаті підстановки розрахованих коефіцієнтів у ряд Фур'є.

2.4. Дослідити залежність спектра послідовності імпульсів від тривалості імпульсу τ . Для цього повторити пункти 2.1 і 2.2 з новими значеннями для тривалості імпульсу τ , залишаючи інші параметри сигналу незмінними.

Таблиця 5.1. Результати експериментальних досліджень

n	$n\omega_1$	$ c_n $	Θ_n
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			

3. Дослідити спектр періодичної послідовності відеоімпульсів, утворених шляхом обмеження гармонічного сигналу.

3.1. Одержати від викладача значення амплітуди U , кута відсічення Θ_0 й періоду повторення T значень гармонічного сигналу.

3.2. Замалювати графік сигналу, заповнити таблицю 1 для 10 значень і замалювати графіки амплітудного й фазового спектрів.

3.3. Замалювати графік сигналу, отриманий у результаті підстановки розрахованих коефіцієнтів у ряд Фур'є.

4. За результатами проведених досліджень необхідно скласти звіт, що містить теоретичні матеріали, графіки і таблиці, а також висновки за результатами проведених досліджень.

5.3. КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ

1. Дайте означення періодичного сигналу.
2. Запишіть формулу для визначення постійної складової періодичного сигналу.
3. Запишіть формулу ряду Фур'є для періодичних сигналів.
4. Запишіть формулу ряду Фур'є для періодичного сигналу, що описується парною функцією.
5. Чим відрізняється амплітудно-частотні спектри періодичних сигналів у тригонометричному та комплексно-експоненційному базисах?
6. До яких змін у спектрі періодичного сигналу призводить зміщення сигналу у часі?
7. Який існує зв'язок між шириною спектра періодичного сигналу та тривалістю його імпульсів?
8. Що зміниться у спектрі періодичного сигналу, якщо його період збільшити вдвічі?
9. Наведіть формули, що визначають співвідношення між косинусоїдальними і синусоїдальними коефіцієнти ряду Фур'є та амплітудами і початковими фазами гармонік спектра періодичного сигналу?
10. Які сигнали називаються ортогональними?
11. Дайте означення норми сигналу.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 6

ДОСЛІДЖЕННЯ ОСОБЛИВОСТЕЙ ВИКОРИСТАННЯ КРУГОВИХ СТАТИСТИК В КІС УЛЬТРАЗВУКОВОЇ ТОВЩИНОМЕТРІЇ

Мета роботи: дослідити ефективність використання r -статистики в задачі виявлення сигналів ультразвукової товщинометрії на фоні значного адитивного шуму.

6.1. ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Методологія досліджуваного метода ультразвукової товщинометрії базується на сукупності двох складових: дискретному перетворенні Гільберта сигналів, яке дає змогу отримувати дискретні фазові характеристики сигналів, і статистичному аналізу різниці цих характеристик та дискретної фази несучої сигналів товщинометрії.

6.1.1. Отримання вибірки значень фазової характеристики сигналу

Нехай існуючий у часовій області сигнал $u(t)$, $t \in [0, T_n]$, де T_n – час спостереження сигналу, уявляє адитивну суміш циклічної складової і гауссова шума з нульовим математичним сподіванням і дисперсією σ^2 . Після аналого-цифрового перетворення цей сигнал представляється вибіркою $u[j]$, $j = \overline{1, N}$, де $N = [T_n/T_d]^+$ – обсяг вибірки, T_d – період дискретизації сигналу, $T_d \ll 2\pi/\omega$, $[]^+$ – операція вилучення цілої частини числа, ω – кругова частота сигналу.

До вибірки $u[j]$ застосуємо дискретне перетворення Гільберта, яке реалізується оператором $\mathbf{H}_d$, в результаті чого формується гільберт-образ вибірки

$$\hat{u}[j] = \mathbf{H}_d[u[j]], \quad j = \overline{1, N}. \quad (6.1)$$

Дискретні амплітудна, фазова і частотна характеристики для вибірки $u[j]$ визначаються відповідно як:

$$A[j] = \sqrt{u^2[j] + \hat{u}^2[j]}, \quad j = \overline{1, N}, \quad (6.2)$$

$$\Phi[j] = \arctg \frac{\hat{u}[j]}{u[j]} + L[\hat{u}[j], u[j]], \quad j = \overline{1, N}, \quad (6.3)$$

$$\psi[j] = \frac{\Phi[j] - \Phi[j-1]}{2\pi T_d}, \quad j = \overline{2, N}. \quad (6.4)$$

де L – оператор розгортання фазової характеристики сигналу за межі інтервалу $[-0,5\pi; 0,5\pi)$.

Кругові статистики обчислюються для різниці характеристики (6.3) і фази гармонічного сигналу частото ω , тобто частоти несучого гармонічного коливання або середньої частоти циклічного сигналу

$$\phi[j] = \Phi[j] - \omega T_d j, \quad j = \overline{1, N}. \quad (6.5)$$

Вибірка (6.5) допускає зручне графічне відображення у вигляді точок на колі одиничного радіуса.

6.1.2. Оцінювання вибірових кругових статистик вибірки $\phi[j]$

Для вибірки $\phi[j]$, $j = \overline{1, N}$ доступні обчисленню всі відомі в статистичному аналізі кутових спостережень вибірові кругові статистики, з яких найбільшу практичну цінність для розв'язання завдань діагностики та НК мають наступні.

Вибий круговий середній напрям (фазовий зсув сигналів)

$$\varphi_c = \arctg \frac{S}{C} + \frac{\pi}{2} \{2 - (\text{sign} S) \cdot (1 + \text{sign} C)\}, \quad (6.6)$$

$$\text{де } C = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \cos \phi[j], \quad S = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \sin \phi[j],$$

sign – знакова функція.

Характеристика (6.6) задовольняє умові адитивності.

Вибіркова довжина результуючого вектора

$$r = \sqrt{C^2 + S^2} \quad (6.7)$$

і пов'язана з нею вибіркова кругова дисперсія

$$V = 1 - r. \quad (6.8)$$

Характеристики (6.7) и (6.8) мають властивість інваріантності відносно початку відліка кутів.

Вибіркова кругова медіана вибірки $\varphi[j]$ – це кут, якому відповідає така точка P на колі одиничного радіуса, для якої діаметр PQ розділяє число елементів вибірки навпіл, і в околі P спостерігається максимальна концентрація її значень.

Вибіркова мода вибірки $\varphi[j]$ – це кут, якому відповідає точка на колі одиничного радіуса, в околі якої спостерігається максимальна концентрація елементів вибірки.

Вибірковий тригонометричний момент порядку u відносно напрямку α (u – ціле число)

$$T_u(\alpha) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N e^{iu(\varphi_j - \alpha)} = a_u(\alpha) + ib_u(\alpha) = r_u(\alpha) e^{im_u(\alpha)}, \quad (6.9)$$

де $r_u(\alpha) = \sqrt{a_u^2(\alpha) + b_u^2(\alpha)} = \sqrt{a_u^2(0) + b_u^2(0)} = r_u(0)$. З (6.9) випливає, що статистика r_u має властивість інваріантності до вибраного напрямку α .

Результат окремого фазового вимірювання φ_j можна зобразити відповідним плоским кутом φ_j , якому відповідає на колі одиничного радіуса $r=1$ дуга довжиною l_j між додатною напіввіссю абсцис, прийнятою за початок відліку кутів, та вектором $\overline{OP_j}$ (рис.6.1,а). Вектор $\overline{OP_j}$ має декартові $[\cos \varphi_j, \sin \varphi_j]$ і полярні $(1, \varphi_j)$ координати.

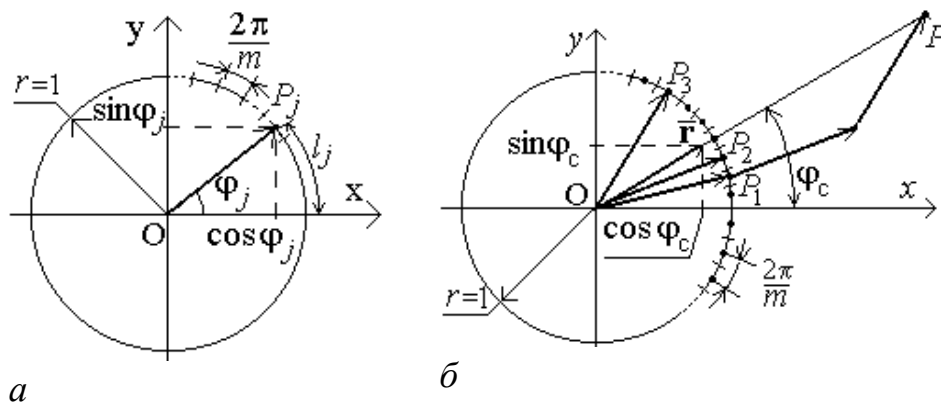


Рис. 6.1. Графічне зображення на колі результату одного вимірювання (а) та усереднення вибірки фазових зсувів обсягу $M=3$ (б)

На рис. 6.1, б розглянуто випадок $M=3$. Сумарний вектор $\overline{OP} = \sum_{j=1}^3 \overline{OP_j}$ має декартові координати $\left(\sum_{j=1}^3 \cos \varphi_j, \sum_{j=1}^3 \sin \varphi_j \right)$ і характеризується вибіровим круговим середнім фазовим зсувом φ_c . Фізичний зміст φ_c з механістичної точки зору можна пояснити наступним чином. Усі одиничні вектори закінчуються точками P_j одиничного кола. Якщо всім цим точкам приписати однакову “ масу ” $\frac{1}{M}$, то

координати “центра мас” цієї системи визначатимуться як

$$C = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \cos \varphi_j, \quad S = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \sin \varphi_j.$$

6.1.3 Застосування в УЗТ r -статистики

Властивість інваріантності r -статистики (6.7), визначеної для різниці (6.5) фазових характеристик донних сигналів і її несучої, дозволяє використовувати цю статистику для виявлення донних сигналів на фоні значних адитивних шумів. Поточні значення статистики $r[j]$ визначаються шляхом ковзного віконного опрацювання вибірки (6.5). Інтервал часу між двома суміжними максимумами $r[j]$ відповідає часу поширення коливань в ОК, що дозволяє вирахувати товщину ОК за відомою швидкістю ультразвукових коливань в матеріалі ОК.

6.2. ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

В процесі лабораторної роботи студент має дослідити процес виявлення сигналів ультразвукової товщинометрії, заданих у виді послідовності гаусоподібних імпульсів з високочастотним заповненням, на фоні гаусового шуму методом r -статистики та дослідити вплив параметрів сигналів та ковзного вікна на ефективність виявлення корисних сигналів.

Для виконання роботи необхідно завантажити програмне середовище MATLAB та завантажити робочу програму:

```
% дата
% стислий коментар
close all hidden; clear all;
dT=1/50E4;
T=0:dT:11E-3;
fr=5E3;
D=[0:2/1E3:10E-3;0.6.^(0:5)]';
N=length(T);
y= pulstran(T,D,'gauspuls',fr,.5);
z=gauspuls(T-0.0005,5000,0.5)+gauspuls(T-0.0025,5000,0.5)./100;
```

```

z1=z+randn(1,N)./100;
plot(z1);grid on;
sigma=0.10;
randn('state',113);
y1 = y+sigma.*randn(1,N);
yh=zeros(1,N);yh1=zeros(1,N);fi=zeros(1,N);fi1=zeros(1,N);%
A=zeros(1,N);A1=zeros(1,N);Fi=zeros(1,N);Fi1=zeros(1,N);%
r=zeros(1,N);r1=zeros(1,N);

    figure%2
%%%%Obrabotka obnaruhenie radioimpulsa po dlinje cevfhyyuj vektora
yh=hilbert(y);yh1=hilbert(y1);
fi=atan2(imag(yh),y);fi1=atan2(imag(yh1),y1);
Fi1=unwrap(fi1);
A=sqrt(y.^2+yh.^2);A1=sqrt(y1.^2+yh1.^2);
subplot(4,1,1);plot(T,y,'r');grid on
subplot(4,1,2);plot(T,y1,T,y,'r');grid on
subplot(4,1,3);plot(T,fi1);grid on
Fi0=2.*pi.*fr.*T;dfi=mod(fi1-Fi0+pi,2.*pi);
subplot(4,1,4);plot(T,dfi);grid on

    figure%3
subplot(3,1,1);plot(T,Fi1,T,Fi0,'r',T,Fi1-Fi0,'g')
    subplot(3,1,2);plot(T,mod(Fi1-Fi0+pi,2.*pi))
m=100;m1=m-1;st=2;sh=(m-st);
for l=1:1:N-m;
    dfiX=fi1(l:(l+m))-Fi0(l:(l+m));
    S=sum(sin(dfiX)); C=sum(cos(dfiX));
    Z=C+i.*S;
    r(l+m/2)=abs(Z)./length(dfiX);
end

    figure%4
plot(T,r,'r');grid on;hold on

    figure%5
subplot(3,1,1);plot(T,y,'r');grid on
subplot(3,1,2);plot(T,y1,'r');grid on
    figure%6
subplot(2,1,1);plot(T,r,'k');grid on;hold on

```

```

zz=zeros(1,5501);zz(601:1400)=y(601:1400);
z=xcorr(y1);
subplot(2,1,2);plot(T,z(5501:11001),'r');grid on;hold on
axis([0 0.012 -150 150])

```

Програму зберегти у файлі KISMTD_lab7.m.

Виконати наступні пункти роботи:

1. Записати зміст всіх використаних в програмі функцій та їх аргументів.
2. Ввести в модель задані викладачем параметри сигналу та шуму.
3. Замалювати отримані графіки та дати пояснення до них.
4. Визначити відношення сигнал/шум для всіх імпульсів r -статистики, які відповідають певним донним імпульсам досліджуваного сигналу.

5. За результатами проведених досліджень скласти звіт, що містить теоретичні матеріали, графіки і таблиці, а також висновки за результатами проведених досліджень.

6.3. КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ

1. Дайте означення періодичного сигналу.
2. Запишіть формулу для визначення дискретної фазової характеристики сигналу.
3. Запишіть формулу для визначення дискретної частотної характеристики сигналу.
4. Запишіть формулу для визначення r -статистики даних фазових вимірювань.
5. Як впливає розмір апертури вікна на форму імпульсів r -статистики під час аналізу фазових характеристик сигналів?
6. До яких змін у формі імпульсів r -статистики призводить зменшення відношення сигнал/шум?
7. Як пов'язані кругова дисперсія та r -статистика, визначені для кругових даних?

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Епифанцев Б.Н. Неразрушающий контроль. Ч. 4.: навч. посібник: у 4-х ч. / Б.Н. Епифанцев. – М.: Высшая школа, 1992. – Ч. 4. – 212 с.
2. Неразрушающий контроль: в 5 т. / [сост. Герасимов В.Г., Покровский А.Д.; ред. Сухоруков В.В.]. – М.: Высшая школа, 1992 – Электромагнитный контроль. Т.3. – 1992. – 321с.
3. Полищук Е.С. Измерительные преобразователи / Е. Полищук. – К.: Вища школа, 1981. – 296с.
4. Бронштейн Н.Н. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов / Н.Н. Бронштейн, К.А. Семендеев. – М.: Наука, 1986. – 544с.
5. Дьяконов В.П. Matlab. Полный самоучитель. – М.: ДМК Пресс, 2012. – 768с.
6. Неразрушающий контроль: справочник: в 8 т. / [сост. Мужичкий В.Ф., Горкунов Э.С., Щербинин В.Е.; ред. Клюев В.В.]. – М.: Машиностроение, 2006. – (Магнитные методы контроля). Т.6: кн. 1 – 2006. – 832 с.: ил.
7. Усашенко С.Н. Графическое изображение радиосхем: справочник / Усашенко С.Т., Коченюк Т.К., Терехова М.В. – К.: Техника, 1986.- 120 с.: ил.
8. Щербаков В.И. Электронные схемы на операционных усилителях: справочник / В.И. Щербаков, Г.И. Грездов. – К.: Техніка, 1983 – 213 с.
9. Титце У. Полупроводниковая схемотехника. 12е изд.: Т. 1 / У. Титце, К. Шенк. – М.: ДМК Пресс, 2008. – 832 с.: ил.
10. Орнатский П.П. Теоретические основы информационно-измерительной техники / П.П. Орнатский. – К.: Вища школа, 1983. – 544 с.
11. Фукс-Рабинович Л.И. Оптико-электронные приборы / Л.И. Фукс-Рабинович, М.Б. Епифанов. – Л.: Машиностроение. Ленингр. отд-ние, 1979. – 362 с.