

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»**

**Навчально-науковий механіко-машинобудівний інститут
Кафедра динаміки і міцності машин та опору матеріалів**

До захисту допущено:

Завідувач кафедри

_____ Сергій ПИСКУНОВ
(підпис)

«__» _____ 2022 р.

**Дипломна робота
на здобуття ступеня бакалавра
за освітньо-професійною програмою «Динаміка і міцність машин»
спеціальності 131 «Прикладна механіка»
на тему: «Удосконалення конічно-циліндричного редуктора установки КМ-50
для дослідження деформування матеріалів при крученні»**

Виконав (-ла): студент (-ка) IV курсу групи МП-82 Медолазов Руслан Русланович _____
(підпис)

Керівник: д.т.н., доц. Долгов Микола Анатолійович _____
(підпис)

Консультант з деталей машин: к.т.н., доц. Лавренко Ярослав Іванович _____
(підпис)

Консультант з теорії мех. і машин: к.т.н., доц. Заховайко Олександр Панасович _____
(підпис)

Консультант з будівельної механіки: д.т.н., проф. Пискунов Сергій Олегович _____
(підпис)

Консультант з теорії пружності: д.т.н., проф. Бабенко Андрій Єлісейович _____
(підпис)

Консультант з чисельних методів: д.т.н., проф. Рудаков Костянтин Миколайович _____
(підпис)

Консультант з теорії коливань: д.т.н., проф. Боронко Олег Олександрович _____
(підпис)

Рецензент: д.т.н., проф. Данильченко Юрій Михайлович _____
(підпис)

Засвідчую, що у цій дипломній роботі немає запозичень
з праць інших авторів без відповідних посилань.

Студент (-ка) _____
(підпис)

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
Навчально-науковий механіко-машинобудівний інститут
Кафедра динаміки і міцності машин та опору матеріалів

Рівень вищої освіти – перший (бакалаврський)

Спеціальність – 131 «Прикладна механіка»

Освітньо-професійна програма «Динаміка і міцність машин»

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

_____ Сергій ПИСКУНОВ
(підпис)

«__» _____ 2022 р.

ЗАВДАННЯ

на дипломну роботу студенту

Медолазову Руслану Руслановичу

1. Тема роботи «Удосконалення конічно-циліндричного редуктора установки КМ-50 для дослідження деформування матеріалів при крученні», керівник роботи Долгов Микола Анатолійович, д.т.н., доц., затверджені наказом по університету від 07.06.2022 р. № 923-с.
2. Термін подання студентом роботи 10.06.2022 р.
3. Вихідні дані до роботи Установка КМ-50 для випробувань матеріалів на кручення, максимальний крутний момент – 0,5 кНм, кількість обертів нижнього захвата в хвилину....1 і 3
4. Зміст роботи Вибір двигуна, розрахунок і проектування передач та валів редуктора, проектування корегованого евольвентного зачеплення, розрахунок круглій ступінчатої пластини, розв'язання осесиметричної задачі методами теорії пружності, розрахунок деформованого стану випробувального зразка, визначення власних частот та відповідних власних форм коливань валу.
5. Перелік ілюстративного матеріалу (із зазначенням презентацій тощо) 7 слайдів у презентації, записка містить 61 сторінку, 24 ілюстрації, 9 таблиці, додаток та 13 джерел використаної літератур

6. Консультанти розділів роботи

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв
Деталі машин	Лавренко Я.І., доц.		
Теорія механізмів і машин	Заховайко О.П., доц..		
Будівельна механіка	Пискунов С.О., проф.		
Теорія пружності	Бабенко. А.Є., проф.		
Чисельні методи	Рудаков К.М., проф.		
Теорія коливань	Боронко О.О., проф.		

7. Дата видачі завдання 01.10.2021 р.

Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання дипломної роботи	Термін виконання етапів роботи	Примітка
1	Огляд літератури	01.12.2021 р.	
2	Виконання 1-2 розділів	01.02.2022 р.	
3	Виконання 3-4 розділів	01.04.2022 р.	
4	Виконання 5-7 розділів	01.06.2022 р.	
5	Передзахист	08.06.2022 р.	
6	Захист дипломної роботи	20.06.2022 р.	

Студент

Руслан МЕДОЛАЗОВ

Керівник

Микола ДОЛГОВ

Анотація

Дана бакалаврська робота присвячена модифікації привода випробувальної установки КМ-50 для випробувань матеріалів на кручення.

В даній роботі проведено модифікацію приводу і редуктора шляхом підбору оптимальних параметрів за заданих умов експлуатації. Спроектовані елементи приводу випробувальної установки, виконано оптимізацію циліндричної зубчастої передачі редуктора за показниками зачеплення, для уникнення підрізання зубців. Виконано перевірку на міцність та жорсткість опорної плити, на якій рекомендується фіксація установки. Методами теорії пружності визначено напружено-деформований стан при крученні зразка неправильного еліптичного перерізу. З використанням програми Femap та методу скінченних елементів було досліджено напружено-деформований стан тонкостінного зразка для дослідження на кручення. Визначені власні частоти і відповідні їм власні форми крутних коливань проміжного валу редуктора. Записка містить 68 сторінок, 24 рисунки, 9 таблиць та додаток.

Ключові слова: випробувальна установка, редуктор, кінематична схема, циліндрична передача, конічна передача, розрахунок валів, підшипники, зразок, напружено-деформований стан, опорна плита, коливання, власні частоти, власні форми коливань.

Робота складається з текстової та графічної частини, містить додаток зі специфікаціями до креслень.

Annotation

This bachelor's thesis is devoted to the modification of the drive of the KM-50 test rig for torsion testing of materials.

In this paper, the modification of the drive and gearbox by selecting the optimal parameters under our operating conditions. The elements of the drive of the test installation are designed, the optimization of the cylindrical gear transmission of the gearbox is performed according to the gearing indicators, in order to avoid undercutting of the cog. A check was made for the strength and rigidity of the base plate, on which it is recommended to fix the installation. The methods of the theory of elasticity determine the stress-strain state during torsion of a sample of irregular elliptical cross section. Using the Femap software and the finite element method, the stress-strain state of a thin-walled sample was investigated for torsion studies. The natural frequencies and the corresponding natural forms of torsional oscillations of the intermediate shaft of the gearbox are determined. The note contains 84 pages, 24 figures, 8 tables, appendix.

Key words: test setup, reducer, kinematic scheme, cylindrical transmission, bevel transmission, calculation of shafts, bearings, sample, stress-strain state, base plate, oscillations, natural frequencies, natural forms of oscillations.

The work consists of text and graphics, contains an appendix with specifications for drawings.

Зміст

1	Проектування та розрахунок привода випробувальної установки.....	8
1.1	Опис прототипу та кінематична схема привода.....	8
1.2	Вибір двигуна.....	10
1.3	Кінематичний та силовий розрахунок привода.....	10
1.4	Розрахунок передач редуктора.....	12
1.4.1	Розрахунок косозубої циліндричної передачі.....	12
1.4.2	Розрахунок прямозубої конічної передачі.....	15
1.5	Розрахунок валів та їх опор.....	18
1.5.1	Розрахунок швидкохідного валу.....	18
1.5.2	Розрахунок проміжного валу.....	19
1.5.3	Розрахунок тихохідного валу.....	23
1.6	Визначення кількості та сорту мастила.....	24
2	Проектування корегованого евольвентного зачеплення зубчастих коліс.....	25
2.1	Показники якості зачеплення.....	25
2.2	Розрахунок параметрів некорегованої передачі.....	26
2.3	Розрахунок параметрів корегованої передачі.....	28
2.4	Висновки.....	32
3	Розрахунок пластини на міцність і жорсткість.....	33
3.1	Обчислення характеристик ділянок.....	33
3.2	Обчислення векторів навантажень.....	34
3.3	Обчислення векторів стану.....	34
3.4	Обчислення колових згинальних моментів.....	36
3.5	Обчислення допустимого навантаження.....	37
3.6	Обчислення прогинів.....	38
4	Визначення напружено-деформованого стану при крученні перерізу у формі еліпса.....	39
5.	Проектування випробувального зразка та проведення числового розрахунку його напружено-деформованого стану.....	43
5.1	Вибір типу зразка та його конструювання.....	43
5.2	Постановка крайової задачі пружності.....	44
5.3	Метод розв'язування крайової задачі лінійної пружності.....	46
5.4	Розрахункова схема.....	48
5.5	Результати розрахунків.....	48

6. Розрахунки власних частот та відповідних власних форм крутильних коливань системи з двома ступенями вільності.....	50
6.1 Чисельні розрахунки власних частот та відповідних власних форм крутильних коливань системи з двома ступенями вільності.....	50
6.2 Числові розрахунки власних частот та відповідних власних форм згинальних коливань системи з двома ступенями вільності.....	54
6.2.1 Визначення власної частоти частот методом сил.....	54
6.2.2 Визначення першої власної частоти методом Релея.....	58
6.2.3 Визначення власної частоти методом Донкерлі.....	59
7 Список літератури.....	60

1 Проєктування та розрахунок привода випробувальної установки

КМ-50-1

1.1. Опис прототипу та кінематична схема привода

Машина складається з наступних частин: остова, приводу, механізму навантаження, моментовимірювача, пристрою запису, ручного приводу, захоплень та електроапаратури.

Остов являє собою замкнуту раму, основа якої – чавунний корпус приводу (1), бічні сторони – дві сталеві циліндричні колони (2) і (3), нижні кінці їх закріплені в корпусі приводу, а верхні закріплені чавунним корпусом механізму навантаження (4). На лівій колоні укріплений корпус моментовимірювача (5). На остові розміщуються всі вузли та деталі машин.

При роботі електродвигуна залежно від установки перемикачів швидкостей активне захоплення робить 1 або 0,3 обороту в хвилину. При роботі ручним приводом (6) перемикач швидкостей повинен бути встановлений в нейтральне положення, щоб зубчасті передачі не працювали, тобто проти позначки «0».

Для закріплення зразків різної довжини нижнє активне захоплення може встановлюватися на різній висоті маховиком (8). Нижнє захоплення розташоване в ходовому гвинті на напрямних, виконаних всередині кулькових обойм, які забезпечують осьовий тиск захоплення під час випробування зразків.

Кут описується за шкалою (9), встановленої на ходовому гвинті. У шкалі 360 поділок, ціна кожного з них відповідає куту закручування в 1° . Цілі обороти ходового валу фіксує спеціальний лічильник з границею вимірювання в 10 оборотів.

Показання за шкалою кутів закручування відповідають відносному повороту захоплення машини, тому що поправка на поворот верхнього захоплення вноситься автоматично та коректує пристосування (10). Верхню напрямну коригуючого пристрою перед випробуванням зразка необхідно підводити рукою до зіткнення з верхнім захопленням (11).

1.2 Вибір двигуна

Розраховуємо номінальну потужність на валу двигуна:

$$P_n = F \cdot V = 20 \cdot 4 \cdot 10^{-3} / 60 = 1,33 \text{ Вт};$$

Знайдемо ККД редуктора:

$$\eta = \eta_1 \eta_2 \eta_3 \eta_4 \eta_5^k, \text{ де}$$

η_1 – ККД косозубої циліндричної передачі,

η_2 – ККД прямозубої конічної передачі,

η_3 – ККД черв'ячної передачі

η_4 – ККД передачі гвинт-гайка,

η_5 – ККД муфти,

k – кількість пар підшипників,

$$\eta = 0,6 \cdot 0,8 \cdot 0,98 \cdot 0,97 \cdot 0,98 = 0,447;$$

Визначаємо загальне орієнтовне передатне відношення привода:

$$i = i'_1 i'_2 i'_3, \text{ де}$$

i'_1 – орієнтовне передатне відношення прямозубої конічної передачі,

i'_2 – орієнтовне передатне відношення косозубої циліндричної передачі,

i'_3 – орієнтовне передатне відношення черв'ячної передачі,

$$i = 3 \cdot 3 \cdot 20 = 180;$$

Орієнтовна частота обертання валу двигуна

$$n'_{\partial\partial} = n i';$$

$$n = V / p z = 6,3;$$

$$n'_{\text{дв}} = 1135 \text{ хв}^{-1};$$

Приймаємо електродвигун АИР100S4 з параметрами:

$$P = 3 \text{ кВт}; n = 1410 \text{ хв}^{-1}$$

1.3 Кінематичний та силовий розрахунок привода

Обравши двигун уточнимо загальне передатне відношення привода

$$i = \frac{n_{\text{дв}}}{n} = \frac{3000}{6} = 223$$

Визначаємо кутові швидкості усіх валів привода:

$$\omega_1 = \omega_{дв} = \frac{\pi n}{30} = \frac{3,14 \cdot 2810}{30} = 147,58 \text{ с}^{-1};$$

$$\omega_2 = \frac{\omega_1}{i_1} = \frac{147,58 \cdot n_2}{30} = 49,19 \text{ с}^{-1};$$

$$\omega_3 = \frac{\omega_2}{i_2} = \frac{49,19 \cdot n_3}{30} = 16,39 \text{ с}^{-1};$$

$$\omega_4 = \frac{\omega_3}{i_3} = \frac{16,39 \cdot n_4}{30} = 0,81 \text{ с}^{-1}$$

Знайдемо потужності:

$$P_k = P_{k-1} \eta_{k-1};$$

$$P_1 = 1410 \text{ Вт};$$

$$P_2 = P_1 \eta_1 = 1410 \cdot 0,98 = 1381 \text{ Вт};$$

$$P_3 = P_2 \eta_2 = 1354 \cdot 0,98 = 1333 \text{ Вт};$$

$$P_4 = P_3 \eta_3 = 1326 \cdot 0,7 = 928,2 \text{ Вт}$$

Знайдемо крутні моменти:

$$T_1 = 20,32 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$T_2 = 60,37 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$T_3 = 175,68 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$T_4 = 3408 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

Кінематичні та силові характеристики привода наведені в таблиці 1.1

	Вали			
	I	II	III	IV
Передачі	Косозуба циліндрична	Прямозуба Конічна	Черв'ячна	
η	0,98	0,97	0,8	
i	3	3	20	
$\omega, \text{с}^{-1}$	147,58	49	16,39	0,81
$n, \text{об/хв}$	2810	470	156,1	7,83
$T, \text{Н} \cdot \text{м}$	20	60	175	3408
$P, \text{кВт}$	3	2,97	2,8809	2,79

Таблиця 1.1 Кінематичні та силові характеристики привода

1.4 Розрахунок передач редуктора

1.4.1 Розрахунок косозубої циліндричної передачі

Схему передачі наведено на рис. 1.4.1

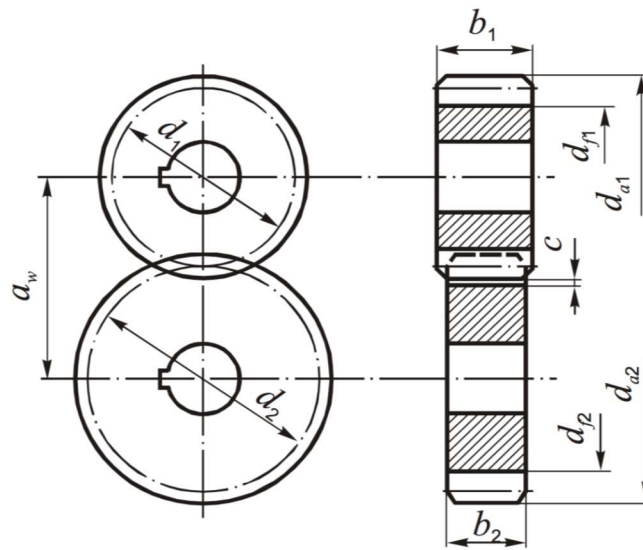


Рис. 1.4.1 Схема прямозубої циліндричної передачі

Проектний розрахунок передачі

Попередньо беремо коефіцієнт ширини вінця $\psi_{ba} = 0,4$.

$$\psi_{bd} = 0,5 \cdot \psi_{ba}(U + 1) = 0,5 \cdot 0,4(3 + 1) = 0,8;$$

В залежності від ψ_{bd} і $H < 350 \Rightarrow K_{H\beta} = 1,04$; $K_\alpha = 430 \text{ МПа}^{1/3}$ – для косозубого зачеплення.

Мінімальна міжосьова відстань передачі:

$$a_{wmin} = K_\alpha(U + 1)^3 \sqrt{\frac{T_{1H} \cdot K_{H\beta}}{U \cdot \psi_{ba} \cdot [\sigma]_H^2}} = 430(4 + 1)^3 \sqrt{\frac{20,32 \cdot 1,04}{4 \cdot 0,4 \cdot 486,81^2}} = 72,32 \text{ мм};$$

фактична $a_w = 80 \text{ мм}$;

число зубців: $z_1 = 21$; $z_2 = U \cdot z_1 = 3 \cdot 21 = 63$.

$$\beta = 15^\circ$$

Модуль зубців:

$$m'_n = \frac{2 \cdot a_w \cdot \cos \beta}{z_1 + z_2} = \frac{2 \cdot 80 \cdot 0,91}{63 + 21} = 1,83 \text{ мм};$$

Згідно з ДСТУ $m_n = 1,75 \text{ мм}$.

Аби підігнати міжосьову прийняту до розрахункової, підберемо кут β .

$$\cos(\beta) = \frac{(z_1+z_2) \cdot m_n}{2 \cdot a_\omega} = \frac{(16+64) \cdot 1,5}{2 \cdot 65} = 0,91; \beta = 23^\circ$$

Попередні значення деяких параметрів передачі

1) Ділильні діаметри шестерні та колеса:

$$d_1 = \frac{m_n \cdot z_1}{\cos \beta} = \frac{2 \cdot 21}{0,91} = 40 \text{ мм};$$

$$d_2 = \frac{m_n \cdot z_2}{\cos \beta} = \frac{2 \cdot 63}{0,91} = 120 \text{ мм}.$$

2) Ширина зубчастих вінців:

$$b_2 = \psi_{ba} \cdot a_\omega = 0,4 \cdot 80 = 32 \text{ мм};$$

$$b_1 = b_2 + 11 \text{ мм} = 43 \text{ мм}.$$

3) Колова швидкість зубчастих коліс:

$$V = 0,5 \cdot \omega_1 \cdot d_1 = 0,5 \cdot 147,98 \cdot 40 \cdot 10^{-3} = 2,95 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

Вибираємо ступінь точності $n_{\text{СТ}} = 9$ для всіх показників точності зубчастих коліс і передачі[2].

4) Еквівалентна кількість числа зубців шестерні та колеса:

$$z_{V1} = \frac{z_1}{\cos(\beta)} = 27,07; z_{V2} = \frac{z_2}{\cos(\beta)} = 81,2.$$

5) Коефіцієнт торцевого перекриття:

$$\varepsilon_\alpha = \left[1,88 - 3,2 \left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right) \right] \cos \beta = \left[1,88 - 3,2 \left(\frac{1}{21} + \frac{1}{63} \right) \right] = 1,54.$$

6) Колова сила у зачепленні коліс:

$$F_t = \frac{2 \cdot T_1}{d_1} = \frac{2 \cdot 20,32 \cdot 10^3}{40} = 1016 \text{ Н}.$$

Розрахунок активних поверхонь зубців на контактну витривалість

Для розрахунку попередньо визначимо такі коефіцієнти:

- коефіцієнт, що враховує механічні властивості матеріалів зубчастих коліс $Z_M = 275 \text{ МПа}^{1/2}$;
- коефіцієнт форми спряжених поверхонь зубців $Z_H = 1,77 \cdot \cos \beta = 1,77 \cdot 0,91 = 1,62$;
- коефіцієнт сумарної довжини контактних ліній при $Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_\alpha}} = \sqrt{\frac{1}{1,534}} = 0,805$;

- коефіцієнт, що враховує розподіл навантаження між зубцями в залежності від колової швидкості та ступеня точності $K_{H\alpha} = 1,13$;
- коефіцієнт, що враховує розподілення навантаження по ширині вінця $K_{H\beta} = 1,04$;
- коефіцієнт, що враховує динамічне навантаження зубців в залежності від колової швидкості, твердості зубців колеса та ступеня точності $K_{HV} = 1,1$.

Питома розрахункова колова сила:

$$\omega_{Ht} = \frac{F_t}{b_2} \cdot K_{H\alpha} \cdot K_{H\beta} \cdot K_{HV} = \frac{1016}{43} \cdot 1,13 \cdot 1,04 \cdot 1,04 = 41,05 \frac{\text{Н}}{\text{мм}};$$

Розрахункове контактне напруження:

$$\sigma_H = Z_M \cdot Z_H \cdot Z_\varepsilon \sqrt{\frac{\omega_{Ht}}{d_1} \cdot \frac{U+1}{U}} = 275 \cdot 1,62 \cdot 0,805 \sqrt{\frac{41,05}{40} \cdot \frac{3+1}{3}} = 421,51 \text{ МПа};$$

Стійкість зубців проти втомного викришування їхніх поверхонь забезпечується, оскільки $\sigma_H = 421,51 \text{ МПа}$, $[\sigma]_H = 596,107 \Rightarrow \sigma_H < [\sigma]_H$.

Розрахунок параметрів зубчатої передачі

1) Розміри елементів зубців:

а) висота головки зубця:

$$h_a = m_n = 1,75 \text{ мм};$$

б) висота ніжки зубця:

$$h_f = 1,25 \cdot m_n = 1,75 \cdot 2 = 2,1875 \text{ мм};$$

в) кут профілю зубців:

$$\alpha_n = 20^\circ.$$

2) Розміри вінців зубчастих коліс:

а) ділильні діаметри

$$d_1 = 40 \text{ мм};$$

$$d_2 = 120 \text{ мм};$$

б) діаметри вершин зубців:

$$d_{\alpha 1} = d_1 + 2 \cdot m_n = 40 + 1,75 \cdot 2 = 43,5 \text{ мм};$$

$$d_{\alpha 2} = d_2 + 2 \cdot m_n = 120 + 1,75 \cdot 2 = 123,5 \text{ мм}.$$

в) діаметри впадин:

$$d_{f1} = d_1 - 2,5 \cdot m_n = 40 - 2,5 \cdot 1,75 = 35,625 \text{ мм};$$

$$d_{f2} = d_2 - 2,5 \cdot m_n = 120 - 2,5 \cdot 1,75 = 115,625 \text{ мм}.$$

г) міжосьова відстань передачі:

$$a_{\omega} = 805 \text{ мм}$$

1.4.2 Розрахунок прямозубої конічної передачі

Схему передачі наведено на рис. 1.4.2

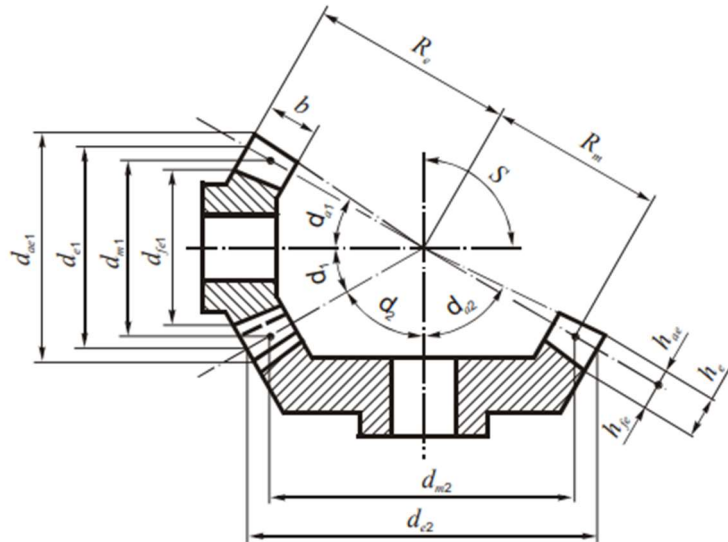


Рис. 1.4.2 Схема прямозубої конічної передачі

Проектний розрахунок передачі

Визначення мінімального зовнішнього ділильного діаметра конічного колеса

Передатне число $U=i=3$.

Попередньо беремо коефіцієнт ширини зубчастих вінців $K_{be}=0,27$.

Обчислюємо

$$K_{bd} = \frac{K_{be} \cdot u}{2 - K_{be}} = \frac{0,27 \cdot 3}{2 - 0,27} = 0,46$$

визначаємо коефіцієнт, що враховує нерівномірність розподілу навантаження по ширині зубчастих вінців $K_{H\beta}=1,06$.

Для сталевих конічних коліс коефіцієнт $K_d=1000$ МПа

Мінімальний зовнішній ділильний діаметр конічного колеса

$$d_{e2min} = K_d \sqrt[3]{\frac{T1h \cdot K_{H\beta} \cdot u^2}{K_{be}(1 - K_{be})[\sigma]H}} = 1000 \sqrt[3]{\frac{120 \cdot 1,06 \cdot 3^2}{0,27(1 - 0,27)872}} = 160,21$$

Обчислення зовнішнього колового модуля

Вибираємо число зубців шестірні $z_1=18$, а $z_2=54$

Модуль зубців

$$m'e = \frac{de_{2min}}{z_2} = \frac{160,21}{54} = 2,96$$

За стандартом беремо $m_e = 3$ мм

Попередні значення деяких параметрів передачі

1) Ділильні діаметри шестерні та колеса:

$$d_1 = m_e z_1 = 54 \text{ мм};$$

$$d_2 = m_e z_2 = 162 \text{ мм}.$$

2) Зовнішня конусна відстань:

$$R_2 = 0,5 \cdot m_e \sqrt{z_1^2 + z_2^2} = 0,5 \cdot 3 \sqrt{54^2 + 162^2} = 85,38 \text{ мм};$$

3) Ширина зубчастих вінців:

$$b_1 = b_2 = K_{be} \cdot R_e = 0,27 \cdot 85,38 = 23,05$$

4) Середня конусна відстань:

$$R_m = R_e - 0,5b = 73,85 - 0,5 \cdot 23 = 73,85$$

5) Середній модуль зубців:

$$m_m = \frac{m_e \cdot R_m}{R_e} = \frac{3 \cdot 73,85}{85,38} = 22,566$$

6) Середні ділильні діаметри шестірні та колеса:

$$d_{m1} = m_m z_1 = 22,56 \cdot 18 = 46,19 \text{ мм};$$

$$d_{m2} = m_e z_2 = 22,56 \cdot 54 = 138,58 \text{ мм}.$$

7) Кути при вершинах ділильних конусів шестірні та колеса:

$$\delta_1 = \arctg\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = \arctg\left(\frac{18}{54}\right) = 18,43^\circ$$

$$\delta_2 = 90 - \delta_1 = 90 - 18,43 = 71,56^\circ$$

8) Колова швидкість зубчастих коліс:

$$V = 0,5 \cdot \omega_1 \cdot d_{m1} = 0,5 \cdot 49,19 \cdot d_{m1} = 46,19 \text{ м/с}$$

9) Еквівалентні числа зубців конічних шестерні та колеса:

$$z_{v1} = z_1 \frac{\sqrt{1+u^2}}{u} = 18 \frac{\sqrt{1+3^2}}{3} = 20,51$$

$$z_{v2} = z_2 \sqrt{1+u^2} = 54 \sqrt{1+3^2} = 56,92$$

10) Коефіцієнт торцевого перекриття зубців:

$$\varepsilon_a = 1,88 - 3,2 \cdot \left(\frac{1}{Z_{v1}} + \frac{1}{Z_{v2}} \right) = 1,88 - 3,2 \cdot \left(\frac{1}{20,51} + \frac{1}{56,92} \right) = 1,65$$

10) Колова сила у зачепленні зубчастих коліс:

$$F_t = F_{Ht} = F_{Ft} = \frac{2 \cdot T_1}{d_{m1}} = \frac{2 \cdot 60 \cdot 1000}{46,19} = 2613 \text{ Н}$$

Розрахунок активних поверхонь зубців на контактну витривалість

Для розрахунку попередньо визначимо такі коефіцієнти:

- коефіцієнт, що враховує механічні властивості матеріалів зубчастих коліс $Z_M = 275 \text{ МПа}^{1/2}$;
- коефіцієнт форми спряжених поверхонь зубців $Z_H = 1,77 \cdot \cos\beta = 1,77 \cdot 0,91 = 1,77$;
- коефіцієнт сумарної довжини контактних ліній при $Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_\alpha}} = \sqrt{\frac{1}{1,534}} = 0,88$;
- коефіцієнт, що враховує розподіл навантаження між зубцями в залежності від колової швидкості та ступеня точності $K_{H\alpha} = 1$;
- коефіцієнт, що враховує розподілення навантаження по ширині вінця $K_{H\beta} = 1,04$;
- коефіцієнт, що враховує динамічне навантаження зубців в залежності від колової швидкості, твердості зубців колеса та ступеня точності $K_{HV} = 1,05$.

Питома розрахункова колова сила:

$$\omega_{Ht} = \frac{F_t}{b_2} \cdot K_{H\alpha} \cdot K_{H\beta} \cdot K_{HV} = \frac{2613}{43} \cdot 1,13 \cdot 1,04 \cdot 1,04 = 145,66 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}$$

Розрахункове контактне напруження:

$$\sigma_H = Z_M \cdot Z_H \cdot Z_\varepsilon \sqrt{\frac{\omega_{Ht}}{d_1} \cdot \frac{U+1}{U}} = 275 \cdot 1,62 \cdot 0,805 \sqrt{\frac{145,66}{40} \cdot \frac{3+1}{3}} = 784,55 \text{ МПа. Стійкість}$$

зубців проти втомного викришування їхніх поверхонь забезпечується, оскільки $\sigma_H = 784,55 \text{ МПа}$, $[\sigma]_H = 872 \Rightarrow \sigma_H < [\sigma]_H$.

Розрахунок параметрів зубчатої передачі

1) Розміри елементів зубців:

а) висота головки зубця:

$$h_e = m_e = 3 \text{ мм};$$

б) висота ніжки зубця:

$$h_{fe} = 1,2 \cdot h_e = 1,2 \cdot 3 = 3,6 \text{ мм};$$

в) кут профілю зубців:

$$\alpha_n = 20^\circ.$$

г) Кути при вершинах ділительних конусів:

$$\delta_1 = 18,43 \text{ Град}$$

$$\delta_2 = 71,56 \text{ Град}$$

2) Розміри вінців зубчастих коліс:

а) розміри зубчастих вінців конічних коліс

$$de_1 = 54 \text{ мм};$$

$$de_2 = 162 \text{ мм};$$

б) діаметри вершин зубців:

$$d_{ae1} = d_1 + 2 \cdot m_n = 59,69 \text{ мм};$$

$$d_{ae2} = d_2 + 2 \cdot m_n = 163,89 \text{ мм}.$$

в) діаметри впадин:

$$d_{fe1} = d_1 - 2,5 \cdot m_n = 54 - 2,5 \cdot 3 = 47 \text{ мм};$$

$$d_{fe2} = d_2 - 2,5 \cdot m_n = 162 - 2,5 \cdot 3 = 159 \text{ мм}.$$

3) кути головки та ніжки зубців

$$\operatorname{tg} \theta a = \frac{h_{ae}}{Re} = \frac{3}{85,38} = 2,01^\circ$$

$$\operatorname{tg} \theta f = \frac{h_{fe}}{Re} = \frac{3,6}{85,38} = 2,41^\circ$$

4) кути конуса вершин зубців шестірні та колеса

$$\delta a1 = \delta_1 + \theta a = 18,43 + 2,01 = 20,44^\circ$$

$$\delta a2 = \delta_2 + \theta f = 71,56 + 2,41 = 73,97^\circ$$

1.5 Розрахунок валів та їх опор

1.5.1 Розрахунок швидкохідного валу

Проектний розрахунок і конструювання валу

Для виготовлення валу берем Сталь 45, для якої $\sigma_B = 598 \text{ МПа}$;

$\sigma_T = 363 \text{ МПа}$; $[\tau] = 25 \text{ МПа}$.

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot T}{\pi \cdot [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 20 \cdot 1000}{\pi \cdot 25}} = 16 \text{ мм};$$

З конструктивних міркувань оберемо $d = 19$ мм.

$d_{\Pi} = 18$ мм – діаметр під підшипники.

Аналіз умов навантаження та вибір типу, розміри підшипників

Підбираємо підшипники кочення для вхідного валу редуктора за такими даними, одержаними при розрахунку валу:

$$R_A = \sqrt{R_{Ay}^2 + R_{Az}^2} = \sqrt{21,25^2 + 161,22^2} = 1259,65 \text{ Н}$$

$$R_B = \sqrt{R_{By}^2 + R_{Bz}^2} = \sqrt{42,815^2 + 58,78^2} = 1347,72 \text{ Н}$$

Осьове навантаження валу $F_a = 919,99$ Н; діаметр цапф валу для підшипників $d_n = 20$; кутова швидкість валу $\omega = 147,11 \text{ с}^{-1}$ потрібна довговічність підшипників $L_h = 10000$ год., при 90% надійності, типовий режим навантаження валу – середній нормальний (СН), короткочасне перевантаження до 200%, робоча температура підшипників до 50°C . В перерізі А (оскільки для опори є найбільшим навантаженням):

$$\frac{F_a}{R_B} = \frac{162,65}{78,99} = 0,68 > 0,35,$$

то для опор валу доцільно застосовувати радіально-упорні кулькові підшипники серії 1036904 для яких: $C_0 = 47400$ Н; $C_r = 60600$ Н.

1.5.2 Розрахунок проміжного валу

Проектний розрахунок і конструювання валу

Для виготовлення валу берем Сталь 40ХС, для якої $\sigma_B = 1225$ МПа;

$\sigma_T = 1080$ МПа; $[\tau] = 25$ МПа.

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot T}{\pi \cdot [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{60,3 \cdot 1000}{\pi \cdot 25}} = 14,4 \text{ мм};$$

З конструктивних міркувань оберемо $d = 25$ мм.

$d_{\Pi} = 25$ мм – діаметр під підшипники.

Схему проміжного валу зображено на рис. 1.5.

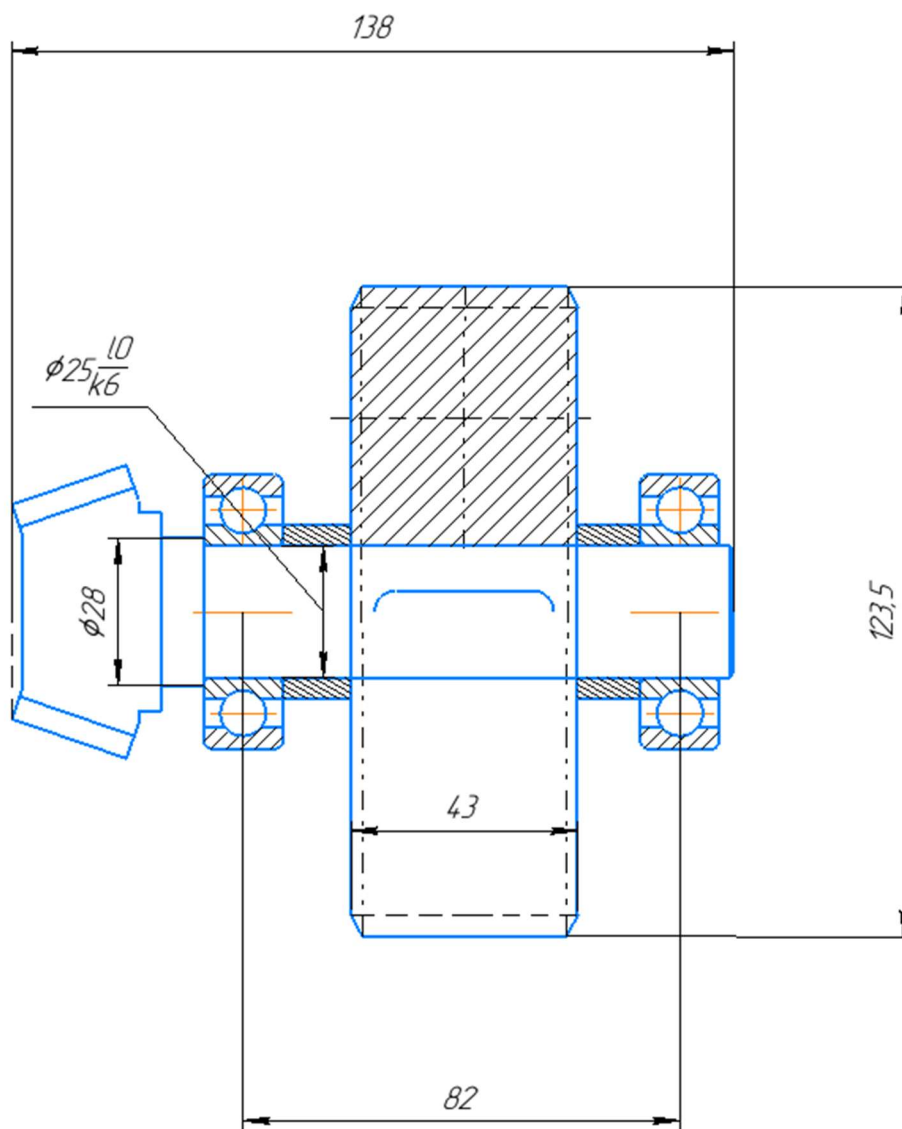


Рис 1.5.2.1 Проміжний вал редуктора

Перевірка статичної міцності валу

$F_{t2} = 5031,17 \text{ Н}$ – колова сила;

$F_{r2} = 1993,138 \text{ Н}$ – радіальна сила;

$F_{a2} = 2162,83 \text{ Н}$ – осьова сила.

Сили в прямозубому циліндричному зачепленні:

$F_{t1} = 5031,17 \text{ Н}$ – колова сила;

$F_{r1} = 1893,186 \text{ Н}$ – радіальна сила;

$F_{a1} = 0 \text{ Н}$ – осьова сила.

Згинальний момент від сили F_{a2} :

$$M_{a2} = F_{a2} \frac{d_2}{2} = 2162 \frac{25}{2} = 129731 \text{ Н} \cdot \text{мм};$$

Розрахункові схеми швидкохідного валу наведені на рис. 1.5.2

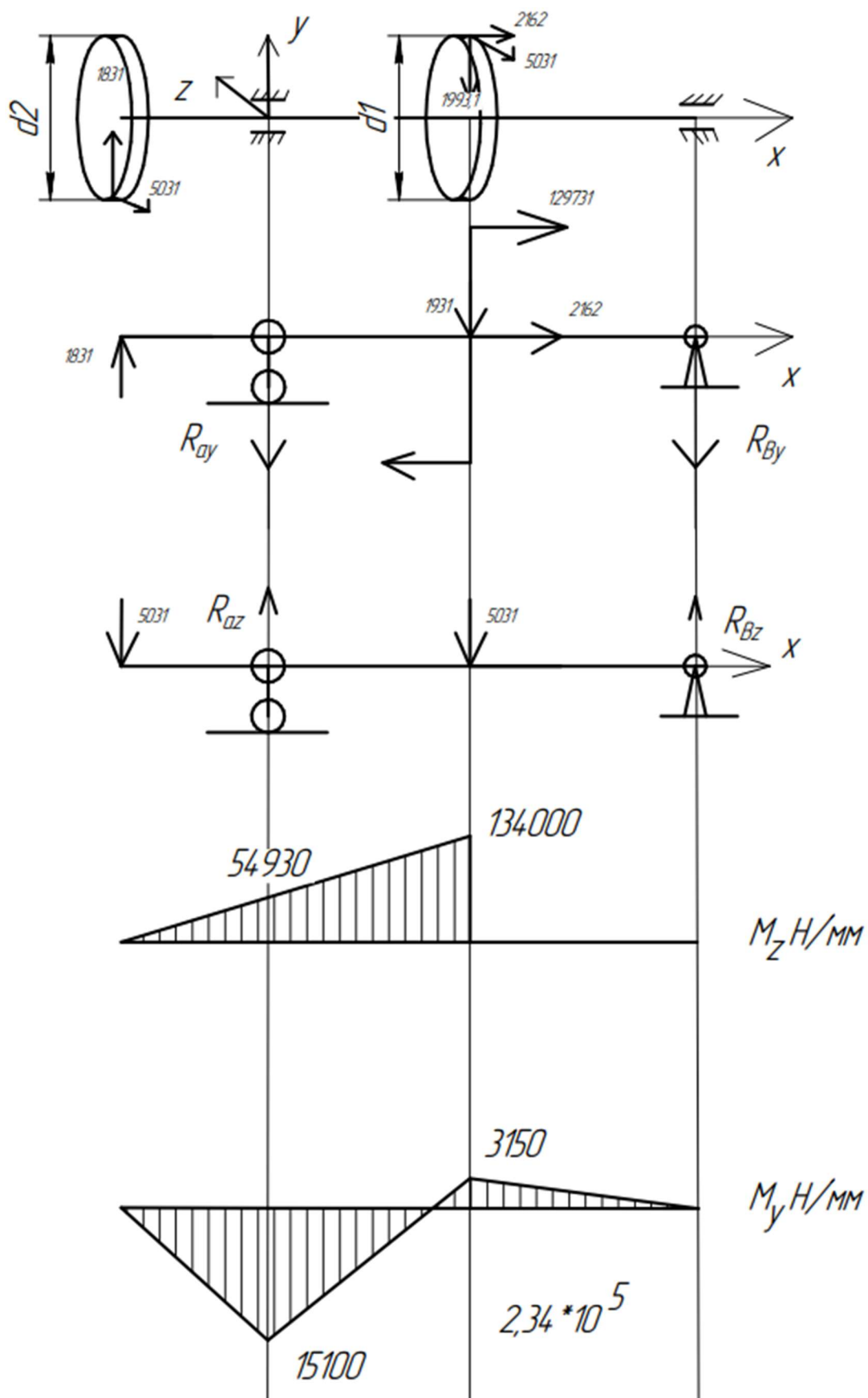


Рис. 1.5.2 Розрахункові схеми проміжного валу

Номінальні напруження в перерізі:

$$\sigma_{зг} = \frac{M}{W_{OH}} = \frac{129731}{1250,96} = 206,511 \text{ Мпа}$$

$$\sigma_c = \frac{F_{a1}}{An} = \frac{78,47}{458,625} = 4,78 \text{ МПа}$$

$$\tau = \frac{T}{W_{PH}} = \frac{14661}{2784,17} = 22,25 \text{ МПа}$$

За III-м критерієм міцності визначаємо еквівалентні напруження:

$$\sigma_{\text{екв}} = \sqrt{(\sigma_{3r} + \sigma_c)^2 + 4\tau^2} = \sqrt{(206,511 + 7,78)^2 + 4 \cdot 22,25^2} = 215,93 \text{ МПа}$$

Допустиме еквівалентне напруження:

$$[\sigma]_{\text{екв}} = 0,8\sigma_T = 0,8 \cdot 363 = 864 \text{ МПа}$$

Максимальне еквівалентне напруження при короткому перевантаженні:

$$\sigma_{\text{екв}}^{\text{max}} = \sigma_{\text{екв}} R_{\Pi} = 215 \cdot 2,2 = 475 \text{ МПа}$$

Умова статичної міцності виконується, оскільки

$$\sigma_{\text{екв}}^{\text{max}} = 475 \text{ МПа}; [\sigma]_{\text{екв}} = 864 \text{ МПа} \Rightarrow \sigma_{\text{екв}}^{\text{max}} \leq [\sigma]_{\text{екв}}.$$

Аналіз умов навантаження та вибір типу, розміри підшипників

Підбираємо підшипники кочення для вхідного валу редуктора за такими даними, одержаними при розрахунку валу:

$$R_A = \sqrt{R_{Ay}^2 + R_{Az}^2} = \sqrt{8,45^2 + 371,138^2} = 630,23 \text{ Н}$$

$$R_B = \sqrt{R_{By}^2 + R_{Bz}^2} = \sqrt{187,5^2 + 455,34^2} = 9902,43 \text{ Н}$$

Осьове навантаження валу $F_a = 78,47 \text{ Н}$; діаметр цапф валу для підшипників $d_n = 20$; кутова швидкість валу $\omega = 49,19 \text{ с}^{-1}$ потрібна довговічність підшипників $L_h = 10000 \text{ год.}$, при 90% надійності, типовий режим навантаження валу – середній нормальний (СН), короткочасне перевантаження до 200%, робоча температура підшипників до 50°C. В перерізі В (оскільки для опори є найбільшим навантаженням):

$$\frac{F_a}{R_B} = \frac{630,23}{9902,43} = 0,218 < 0,35$$

То для опор валу доцільно застосовувати радіальні кулькові підшипники серії 404 для яких: $C_0 = 75300 \text{ Н}$; $C_r = 61700 \text{ Н}$.

Визначення розрахункового еквівалентного навантаження на підшипник

Для типового режиму навантаження (СН) коефіцієнт інтенсивності: $K_e = 0,4$. Згідно з умови роботи підшипника, беремо: $V = 1$ – обертання внутрішнього кільця підшипника $K_\sigma = 2$ – коефіцієнт безпеки при короткочасних перевантаженнях до 200%, $K_T = 1$ – температурний коефіцієнт до 50°C; параметр осьового навантаження $e = 0,95$

В даному випадку $R_r = R_A = 630,23$ Н та осьова сила $F_a = 2162$ Н. Так як навантаження є порівняно не великими, використовуємо кулькові радіальні підшипники. Визначимо відношення реакції до осьової сили

$$\frac{R_a}{(VR_B)} = \frac{9902}{(1 \cdot 9902,43)} = 0,21 < e = 0,95$$

Маємо за [2]: $X = 1, Y = 0$;

Розрахункове еквівалентне навантаження на підшипники опори

$$R = (XVR_r + YR_{aB})K_\sigma K_T = (1 \cdot 1 \cdot 492,43 + 0 \cdot 78,45) \cdot 2 \cdot 1 = 14853 \text{ Н}$$

$$R_e = K_e R = 0,57 \cdot 984,86 = 5941,23 \text{ Н}$$

Розрахунок довговічності підшипника

Для 90%-ї надійності коефіцієнт $a_1 = 1$, а для звичайних умов експлуатації серійних кулькових радіально-упорних підшипників коефіцієнт $a_{23} = 0,8$.

Розрахунковий ресурс підшипників, млн. об,

$$L = a_1 a_{23} \left(\frac{C_r}{R_e} \right)^p = 1 \cdot 0,7 \cdot \left(\frac{12700}{561,37} \right)^3 = 896 \text{ млн. об}$$

Тут показник $p = 3$ для кулькових підшипників

Розрахункова довговічність підшипника, год.

$$L_h = \frac{1745L}{\omega} = \frac{1745 \cdot 8105}{73,52} = 31783 \text{ год}$$

Попередньо вибраний підшипник опори В валу має довговічність більшу від заданої потрібної. Для опори А валу беремо такий самий підшипник.

1.5.3 Розрахунок тихохідного валу

Проектний розрахунок і конструювання валу

Для виготовлення валу берем Сталь 45, для якої $\sigma_B = 598$ МПа;

$\sigma_T = 363$ МПа; $[\tau] = 25$ МПа.

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot T}{\pi \cdot [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 175,68000}{\pi \cdot 25}} = 32,9 \text{ мм};$$

З конструктивних міркувань оберемо $d = 34$ мм.

$d_{\Pi} = 31$ мм- діаметр під підшипники.

Аналіз умов навантаження та вибір типу, розміри підшипників

Підбираємо підшипники кочення для вхідного валу редуктора за такими даними, одержаними при розрахунку валу:

$$R_A = \sqrt{R_{Ay}^2 + R_{Az}^2} = \sqrt{5120^2 + 14100^2} = 1500 \text{ Н}$$

$$R_B = \sqrt{R_{By}^2 + R_{Bz}^2} = \sqrt{1240^2 + 3410^2} = 3628 \text{ Н}$$

Осьове навантаження валу $F_a = 0 \text{ Н}$; діаметр цапф валу для підшипників $d_n = 31$; кутова швидкість валу $\omega = 16,39 \text{ с}^{-1}$ потрібна довговічність підшипників $L_h = 10000 \text{ год.}$, при 90% надійності, типовий режим навантаження валу – середній нормальний (СН), короткочасне перевантаження до 200%, робоча температура підшипників до 50°C . В перерізі В (оскільки для опори є найбільшим навантаженням):

То для опор валу доцільно застосовувати радіальні кулькові підшипники серії 207 для яких: $C_0 = 75300 \text{ Н}$; $C_r = 61700 \text{ Н}$.

1.6 Визначення кількості і сорту мастила

Для заданого типу редуктора вибираємо ІРП-75 з урахуванням таких факторів, як колова швидкість. Об'єм мастильної ванни повинен бути таким, щоб на 1 кВт потужності на вхідному валу припадало не менше 0,5...0,8 л мастила. Потужність на швидкохідному валу складає 1,33 кВт, тому мінімальна кількість мастила складає 0,84 л.

Кількість мастила така, щоб глибина занурювання вінця досягала не більше двох висот зубця, отримали 1,5 л.

Змащування підшипників відбувається за рахунок розбризкування колесами мастила та утворення масляного туману

2. Проектування корегованого евольвентного зачеплення зубчастих коліс

До складу черв'ячного двоступінчатого редуктора установки КМ-50-1 входить косозуба циліндрична передача, що була спроектована в залежності від заданого максимального крутного моменту та кутової швидкості. До уваги також прийнявся режим роботи та заданий термін експлуатації. Матеріали для виготовлення шестерні та колеса передачі були такими:

- для шестерні — сталь 40Х з термообробкою поліпшення;
- для колеса — сталь 40Х з термообробкою поліпшення.

Розробка колеса та шестерні планувалася без зміщення. При цьому показники якості зачеплення не перевірялися. Тому було необхідно визначити показники якості зачеплення, за яких зубчата передача стала найефективнішою.

2.1 Показники якості зачеплення

Для оцінки якості передачі необхідно враховувати такі показники:

- коефіцієнт торцевого перекриття ε_α ;
- коефіцієнт питомого тиску Θ ;
- коефіцієнт питомого ковзання λ ,

а також коефіцієнт загострення зубця в вершині.

Коефіцієнт торцевого перекриття контролюється для того, щоб зачеплення працювало неперервно. Для косозубої передачі, отримано таке обмеження: $\varepsilon_\alpha = 1.2$, тобто допустимі значення коефіцієнта торцевого перекриття.

Коефіцієнт питомого ковзання визначає ступінь взаємного проковзування коліс під час зачеплення. Вводячи корегування, необхідно добитися їх максимального вирівнювання, щоб досягти рівномірного зносу зубців, тим самим збільшивши ресурс роботи передачі. Надалі при розрахунку підібрано коефіцієнти зміщення, за яких отримано найближчі значення коефіцієнтів питомого ковзання « λ_1 » та « λ_2 ».

Коефіцієнт питомого тиску показує вплив кривизни профілю зубця на контактні напруження, що позначається як « Θ ».

Враховано коефіцієнт товщини зубця при вершині, так як надмірне загострення зубця може призвести до небажаного зменшення його міцності у вершині в перший момент контакту.

При підборі коефіцієнтів зміщення треба дотримуватися наступних умов: відсутність підрізання зубців та загострення їхніх вершин, неперервність зачеплення. При виборі від'ємного значення коефіцієнта зміщення відбувається підрізання ніжки зубця, а при додатному є шанс загострення головки. Такі форми зубця будуть прийняті неефективними. Обрані коефіцієнти зміщення для шестерні та колеса мають бути більші ніж x_{min1} та x_{min2} . Коефіцієнт товщини зубця x_{min2} характеризує загострення головки зубця, позначено як «sk1» і «sk2», де діапазон допустимих значень визначається видом термообробки й структурою матеріалу. Для термообробки поліпшення прийняли $Sk \geq 0,25 \dots 0,3$.

2.2 Розрахунок параметрів некорегованої передачі

Порядок розрахунку:

1. Використання синтезу евольвентного зачеплення;
2. Введення даних:
 - кількість зубців Z_1 і Z_2 ;
 - модуль зачеплення m ;
 - кут нахилу зубця β .

Підтвердимо, що задана міжосьова відстань, увівши її значення.

Вхідні дані:

число зубців шестерні $Z_1 = 21$;

число зубців колеса $Z_2 = 63$;

Модуль зачеплення $m = 1,75$;

Кут нахилу лінії зубця $\beta = 23.255$;

Міжосьова відстань $a_w = 80$,

3. Для некорегованої системи використали значення коефіцієнту зміщення $x_1 = 0$,

Отримали наступні результати:

Табл.2.1 — Показники якості не корегованого зачеплення

x_1	x_2	Sk_1	Sk_2	ε_α	λ_1	λ_2	Θ
0	0	0,739	0,803	1,493	1,962	0,287	0,345

$$x_{min1} = -0,615 \quad x_{min2} = -3,846$$

Для шестерні і для колеса обрали сталь 40Х з термообробкою поліпшення. Для даного способу термообробки граничним значенням коефіцієнту товщини зубця є $Sk \geq 0,25 \dots 0,3$. А як результат розрахунку програми отримали $Sk = 0,739$ для шестерні, та $Sk = 0,809$ для колеса. Умова не загострення зубців виконується. Коефіцієнт перекриття нульового зміщення у нашому випадку має значення $\varepsilon_\alpha = 1,493 > [\varepsilon_\alpha] = 1,2$, що теж задовольняє умову неперервності зачеплення. Дотримуючись умови відсутності зміщення зубчастої передачі отримали наступні результати $\lambda_1 = 1,962$, $\lambda_2 = 0,287$, як наслідок спрацювання колеса та шестерні буде проходити нерівномірно.

Далі була розрахована решта параметрів передачі.

Табл.2.2 – Параметри не корегованої передачі

Параметри з'єднання			
Міжосьова відстань: $a_w = 79.996$			
Кут зачеплення (град): $\alpha_{tw} = 21.611$			
Висота зуба: $h_i = 3.938$			
Коефіцієнт торцевого перекриття: $e_\alpha = 1.493$			
Коефіцієнт тиску в полюсі: $\theta = 0.345$			
Параметри шестерні			
Радіус ділительного кола: $r = 19.999$			
Радіус початковій окружності: $r_w = 19.999$			
Радіус кола вершин: $r_a = 21.749$			
Радіус кола западин: $r_f = 17.812$			
Радіус основного кола: $r_b = 18.593$			
Коефіцієнт товщини по окружності вершин: $sk = 0.739$			
Коефіцієнт питомого ковзання: $\lambda = 1.962$			
Параметри колеса			
Радіус ділительного кола: $r = 59.997$			
Радіус початковій окружності: $r_w = 59.997$			
Радіус кола вершин: $r_a = 61.747$			
Радіус кола западин: $r_f = 57.81$			
Радіус основного кола: $r_b = 55.78$			
Коефіцієнт товщини по окружності вершин: $sk = 0.803$			
Коефіцієнт питомого ковзання: $\lambda = 0.287$			

Використовуючи профілювання колеса було обраховано координати двадцяти точок профілю зубців шестерні та колеса:

Табл.2.3 – Координати профілю не оптимізованих зубців шестерні та колеса

Координати шестерні				Координати колеса			
№	Т-д	x	y	№	Т-д	x	y
1	Прхд	2,538	17,61	1	Прхд	2,756	57,724
2	Прхд	2,151	17,772	2	Прхд	2,408	57,828
3	Прхд	1,93	18,015	3	Прхд	2,205	57,998
4	Прхд	1,82	18,249	4	Прхд	2,102	58,147
5	Прхд	1,764	18,472	5	Прхд	2,046	58,271
6	Прхд	1,741	18,695	6	Прхд	2,01	58,38
7	Евлв	1,735	18,792	7	Евлв	1,955	58,579
8	Евлв	1,723	18,91	8	Евлв	1,894	58,785
9	Евлв	1,705	19,047	9	Евлв	1,829	58,997
10	Евлв	1,679	19,204	10	Евлв	1,76	59,216
11	Евлв	1,644	19,381	11	Евлв	1,685	59,441
12	Евлв	1,598	19,576	12	Евлв	1,606	59,673
13	Евлв	1,541	19,789	13	Евлв	1,521	59,911
14	Евлв	1,47	20,021	14	Евлв	1,43	60,155
15	Евлв	1,385	20,269	15	Евлв	1,334	60,405
16	Евлв	1,284	20,533	16	Евлв	1,232	60,661
17	Евлв	1,167	20,813	17	Евлв	1,125	60,923
18	Евлв	1,032	21,108	18	Евлв	1,011	61,19
19	Евлв	0,878	21,416	19	Евлв	0,891	61,464
20	Евлв	0,704	21,738	20	Евлв	0,765	61,743

2.3 Розрахунок параметрів корегованої передачі

Для поліпшення роботи косозубої передачі було виконано корегування, підібравши коефіцієнти зміщення для колеса і шестерні. Було знову використано програму для розрахунку «K_PRO», дані введено такі ж як і для некорегованої передачі, змінилося лише значення коефіцієнтів зміщення передачі.

Табл.2.4 — Показники якості корегованого зачеплення при $0 < x_1 < 1$

№	x1	x2	xk1	xk2	ea	λ1	λ2	θ
1	0	0,002	0,804	0,874	1,492	1,961	0,287	0,345
2	0,1	-0,098	0,774	0,884	1,478	1,562	0,317	0,345
3	0,2	-0,198	0,74	0,894	1,462	1,246	0,348	0,345
4	0,3	-0,298	0,704	0,901	1,444	0,989	0,379	0,345
5	0,4	-0,398	0,664	0,908	1,424	0,776	0,411	0,345
6	0,5	-0,498	0,621	0,913	1,402	0,596	0,444	0,345
7	0,6	-0,598	0,576	0,916	1,377	0,443	0,477	0,345
8	0,7	-0,698	0,527	0,919	1,351	0,31	0,511	0,345
9	0,8	-0,798	0,476	0,92	1,322	0,194	0,546	0,345
10	0,9	-0,898	0,421	0,919	1,292	0,091	0,582	0,345
11	1	-0,998	0,364	0,917	1,259	0	0,618	0,345
x1min	x2min							
-0,615	-3,846							

Для переходу до наступного розрахунку було підібрано такі значення x_1 , за яких коефіцієнти питомого ковзання стали максимально близькі за значенням. Таке наближення бачимо в межах $0,5 < x_1 < 0,6$

Табл.2.5 — Показники якості корегованого зачеплення при $0,5 < x_1 < 0,6$

№	x1	x2	xk1	xk2	ea	λ_1	λ_2	θ
1	0,5	-0,498	0,621	0,913	1,402	0,596	0,444	0,345
2	0,51	-0,508	0,617	0,913	1,399	0,58	0,447	0,345
3	0,52	-0,518	0,613	0,914	1,397	0,564	0,451	0,345
4	0,53	-0,528	0,608	0,914	1,395	0,548	0,454	0,345
5	0,54	-0,538	0,604	0,914	1,392	0,532	0,457	0,345
6	0,55	-0,548	0,599	0,915	1,39	0,517	0,461	0,345
7	0,56	-0,558	0,594	0,915	1,387	0,501	0,464	0,345
8	0,57	-0,568	0,59	0,916	1,385	0,486	0,467	0,345
9	0,58	-0,578	0,585	0,916	1,382	0,472	0,471	0,345
10	0,59	-0,588	0,58	0,916	1,38	0,457	0,474	0,345
11	0,6	-0,598	0,576	0,916	1,377	0,443	0,477	0,345
x1min	x2min							
-0,615	-3,846							

Для переходу до наступного розрахунку було підібрано такі значення x_1 , за яких коефіцієнти питомого ковзання стали максимально близькі за значенням. Таке наближення бачимо в межах $0,58 < x_1 < 0,59$

Табл.2.6 — Показники якості корегованого зачеплення при $0,58 < x_1 < 0,59$

№	x1	x2	xk1	xk2	ea	λ_1	λ_2	θ
1	0,58	-0,578	0,585	0,916	1,382	0,472	0,471	0,345
2	0,581	-0,579	0,585	0,916	1,382	0,47	0,471	0,345
3	0,582	-0,58	0,584	0,916	1,382	0,469	0,471	0,345
4	0,583	-0,581	0,584	0,916	1,382	0,467	0,472	0,345
5	0,584	-0,582	0,583	0,916	1,381	0,466	0,472	0,345
6	0,585	-0,583	0,583	0,916	1,381	0,464	0,472	0,345
7	0,586	-0,584	0,582	0,916	1,381	0,463	0,473	0,345
8	0,587	-0,585	0,582	0,916	1,381	0,461	0,473	0,345
9	0,588	-0,586	0,581	0,916	1,38	0,46	0,473	0,345
10	0,589	-0,587	0,581	0,916	1,38	0,458	0,474	0,345
11	0,59	-0,588	0,58	0,916	1,38	0,457	0,474	0,345
x1min	x2min							
-0,615	-3,846							

Для переходу до наступного розрахунку було підібрано такі значення x_1 , за яких коефіцієнти питомого ковзання стали максимально близькі за значенням. Таке наближення бачимо в межах $0,58 < x_1 < 0,581$

Табл.2.7 — Показники якості корегованого зачеплення при $0,58 < x_1 < 0,581$

№	x1	x2	xk1	xk2	ea	λ_1	λ_2	θ
1	0,58	-0,578	0,585	0,916	1,382	0,472	0,471	0,345
2	0,58	-0,578	0,585	0,916	1,382	0,471	0,471	0,345
3	0,58	-0,578	0,585	0,916	1,382	0,471	0,471	0,345
4	0,58	-0,578	0,585	0,916	1,382	0,471	0,471	0,345
5	0,58	-0,579	0,585	0,916	1,382	0,471	0,471	0,345
6	0,581	-0,579	0,585	0,916	1,382	0,471	0,471	0,345
7	0,581	-0,579	0,585	0,916	1,382	0,471	0,471	0,345
8	0,581	-0,579	0,585	0,916	1,382	0,471	0,471	0,345
9	0,581	-0,579	0,585	0,916	1,382	0,47	0,471	0,345
10	0,581	-0,579	0,585	0,916	1,382	0,47	0,471	0,345
11	0,581	-0,579	0,585	0,916	1,382	0,47	0,471	0,345
x1min	x2min							
-0,615	-3,846							

Порівнюючи отримані значення показників якості можна побачити, що виконується умова незагострення зубців (показники виділені у таблиці). Також коефіцієнт перекриття задовольняє необхідні умови і має значення $\varepsilon_\alpha = 1,493 > [\varepsilon_\alpha] = 1,2$, тобто неперервність зачеплення забезпечується. Коефіцієнти питомого ковзання на ніжках зубців шестерні дорівнюють $\lambda_1 = 0,471$, $\lambda_2 = 0,471$. Досягається вирівнювання зносу зубців коліс передачі, що призводить до збільшення її загального ресурсу.

Необхідно було також розрахувати інші параметри передачі за коефіцієнта зміщення шестерні $x_1 = 0,58$

Табл.2.8 — Параметри корегованої передачі

Параметри з'єднання			
Міжосьова відстань: $a_w = 79.998$			
Кут зачеплення (град): $\alpha_{tw} = 21.614$			
Висота зуба: $h_i = 3.937$			
Коефіцієнт торцевого перекриття: $ea = 1.383$			
Коефіцієнт тиску в полюсі: $\theta = 0.345$			
Параметри шестерні			
Радіус ділительного кола: $r = 19.999$			
Радіус початкової окружності: $r_w = 20$			
Радіус кола вершин: $r_a = 22.764$			
Радіус кола западин: $r_f = 18.827$			
Радіус основного кола: $r_b = 18.593$			
Коефіцієнт товщини по окружності вершин: $sk = 0.538$			
Коефіцієнт питомого ковзання: $\lambda = 0.472$			
Параметри колеса			
Радіус ділительного кола: $r = 59.997$			
Радіус початкової окружності: $r_w = 59.999$			
Радіус кола вершин: $r_a = 60.734$			
Радіус кола западин: $r_f = 56.797$			
Радіус основного кола: $r_b = 55.78$			
Коефіцієнт товщини по окружності вершин: $sk = 0.842$			
Коефіцієнт питомого ковзання: $\lambda = 0.471$			

Використовуючи програму «K_PRO» обчислено координати точок зубців шестерні та колеса:

Табл.2.9 — Координати профілю не оптимізованих зубців шестерні та колеса

Координати шестерні				Координати колеса			
№	Т-д	x	y	№	Т-д	x	y
1	Прхд	2,695	18,703	1	Прхд	2,703	56,623
2	Прхд	2,374	18,832	2	Прхд	2,312	56,741
3	Прхд	2,202	19,005	3	Прхд	2,071	56,95
4	Прхд	2,126	19,14	4	Прхд	1,936	57,158
5	Прхд	2,091	19,238	5	Прхд	1,852	57,361
6	Прхд	2,073	19,311	6	Прхд	1,794	57,569
7	Евлв	2,038	19,481	7	Евлв	1,754	57,742
8	Евлв	1,995	19,666	8	Евлв	1,71	57,922
9	Евлв	1,942	19,865	9	Евлв	1,662	58,11
10	Евлв	1,879	20,078	10	Евлв	1,61	58,305
11	Евлв	1,804	20,304	11	Евлв	1,552	58,508
12	Евлв	1,717	20,543	12	Евлв	1,491	58,717
13	Евлв	1,617	20,795	13	Евлв	1,424	58,934
14	Евлв	1,504	21,058	14	Евлв	1,352	59,158
15	Евлв	1,375	21,332	15	Евлв	1,274	59,388
16	Евлв	1,232	21,617	16	Евлв	1,192	59,625
17	Евлв	1,072	21,912	17	Евлв	1,103	59,869
18	Евлв	0,896	22,216	18	Евлв	1,009	60,119
19	Евлв	0,702	22,529	19	Евлв	0,909	60,376
20	Евлв	0,491	22,849	20	Евлв	0,803	60,639

Згідно з отриманими координатами точок профілів зубців шестерні та колеса на рис.2.3 зображуємо відповідно кореговані та не кореговані профілі зубців:

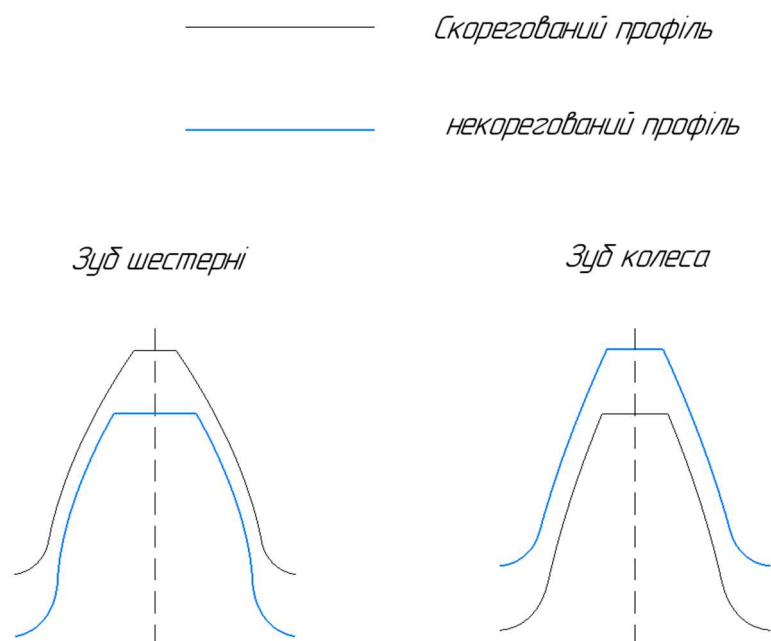


Рис. 2.3 — Кореговані та некореговані профілі зубців колеса та шестерні

2.4 Висновки

Під час проведення аналізу косозубої зубчастої передачі, було виявлено недоліки, які можна усунути методом корегування передачі та підбору найефективніших коефіцієнтів зміщення за яких забезпечується плавна робота та підвищується ресурс роботи передачі. Такими коефіцієнтами є $x_1 = 0,58$ $x_2 = -0,58$, відповідно до цих значень отримано:

1. Виконується умова неперервності зачеплення, так як $\varepsilon_\alpha = 1,493 > [\varepsilon_\alpha] = 1,2$.
2. Однакові коефіцієнти питомого ковзання, отже виконується рівномірне спрацювання шестерні, $\lambda_1 = \lambda_2 = 0,471$.
3. Дотримана умова відсутності підрізання зубців $x_1 = 0,58 > x_{min1} = -0,615$; $x_2 = -0,58 > x_{min2} = -3,846$.

Отже, отримано кореговану передачу для якої знос шестерні та зубчастого колеса є рівномірним, через це тривалість служби повинна збільшитись у порівнянні з некорегованою передачею.

3. Розрахунок пластини на міцність та жорсткість

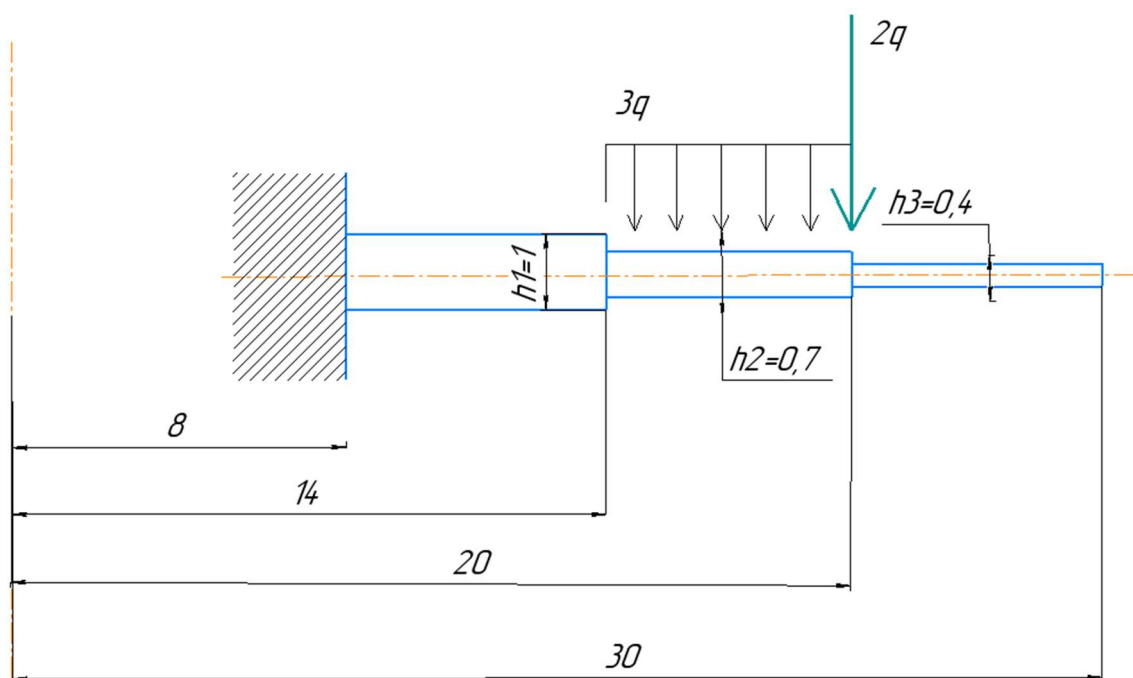


рис 3 Схема пластины

3.1 Обчислення характеристик ділянок

Співвідношення радіусів:

$$\lambda_1 = \frac{8}{14} = 0,57 \quad \lambda_2 = \frac{14}{20} = 0,7 \quad \lambda_3 = \frac{20}{30} = 0,66$$

Згинальна жорсткість першої ділянки:

$$D_1 = \frac{E \cdot h_1^3}{12(1 - \mu^2)} = \frac{2 \cdot 10^4 \cdot 1^3}{12(1 - 0,3^2)} = 1831,5 \text{ кН} \cdot \text{см}$$

Співвідношення жорсткостей ділянок:

$$\frac{D_2}{D_1} = \left(\frac{0,7}{1}\right)^3 = 0,343 \quad \frac{D_3}{D_1} = \left(\frac{0,4}{1}\right)^3 = 0,064$$

$$\frac{D_1}{D_2} = \left(\frac{1}{0,7}\right)^3 = 2,915 \quad \frac{D_1}{D_3} = \left(\frac{1}{0,4}\right)^3 = 15,625$$

Матриці переходу:

$$L_i = \begin{bmatrix} \psi_{\theta\theta}(\lambda_i) & \frac{D_1}{D_i} \psi_{\theta m}(\lambda_i) \\ \frac{D_i}{D_1} \psi_{r\theta}(\lambda_i) & \psi_{rm}(\lambda_i) \end{bmatrix}$$

$$L_1 = \begin{bmatrix} 0,5466 & 0,3488 \\ 0,3174 & 0,7559 \end{bmatrix}$$

$$L_2 = \begin{bmatrix} 0,6685 & 0,7433 \\ 0,0795 & 0,8215 \end{bmatrix}$$

$$L_3 = \begin{bmatrix} 0,62 & 4,5 \\ 0,016 & 0,79 \end{bmatrix}$$

3.2 Обчислення векторів навантажень

“Збираємо” зосереджене навантаження за ділянками:

$$P_{11} = 2q \cdot 2\pi \cdot 20 + 3q \cdot \pi(20^2 - 14^2) = 692q$$

$$P_{21} = 692q$$

$$P_{31} = 0$$

Вектор навантаження:

$$R_i = \begin{Bmatrix} \frac{P_{i1}}{D_1} \psi_{vp}(\lambda_i) + \frac{q_i r_{i2}^2}{D_i} \psi_{\theta q}(\lambda_i) \\ \frac{P_{i1}}{D_1} \psi_{rp}(\lambda_i) + \frac{q_i r_{i2}^2}{D_i} \psi_{rq}(\lambda_i) \end{Bmatrix}$$

$$R_1 = \begin{Bmatrix} \frac{692q}{D_1} \psi_{vp}(0,57) + 0 \\ \frac{692q}{D_1} \psi_{rp}(0,57) + 0 \end{Bmatrix} = \frac{q}{D_1} \begin{Bmatrix} 68.7 \\ 34.5 \end{Bmatrix}$$

$$R_2 = \begin{Bmatrix} \frac{692q}{D_1} 2,915 \cdot \psi_{vp}(0,7) - \frac{3q \cdot 20^2}{D_1} 2,915 \cdot \psi_{vg}(0,7) \\ \frac{692q}{D_1} \psi_{rp}(0,7) - \frac{3q \cdot 20^2}{D_1} \psi_{rg}(0,7) \end{Bmatrix} = \frac{q}{D_1} \begin{Bmatrix} 84.8 \\ 45.8 \end{Bmatrix}$$

$$R_3 = \begin{Bmatrix} 0 + 0 \\ 0 + 0 \end{Bmatrix} = 0$$

3.3 Обчислення векторів стану

Перший розрахунок:

$$\bar{X}_{11} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\bar{X}_{12} = L_1 \cdot \bar{X}_{11} = \begin{bmatrix} 0,5466 & 0,3488 \\ 0,3174 & 0,7559 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,3488 \\ 0,7559 \end{pmatrix}$$

$$\bar{X}_{21} = \bar{X}_{12}$$

$$\bar{X}_{22} = L_2 \cdot \bar{X}_{21} = \begin{bmatrix} 0,6685 & 0,7433 \\ 0,0795 & 0,8215 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0,3488 \\ 0,7559 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,681 \\ 0,581 \end{pmatrix}$$

$$\bar{X}_{31} = \bar{X}_{22}$$

$$\bar{X}_{32} = L_3 \cdot \bar{X}_{31} = \begin{bmatrix} 0,62 & 4,5 \\ 0,016 & 0,79 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0,681 \\ 0,581 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3,0367 \\ 0,4698 \end{pmatrix}$$

Другий розрахунок:

$$\bar{\bar{X}}_{11} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\bar{\bar{X}}_{12} = L_1 \cdot \bar{\bar{X}}_{11} + R_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{q}{D_1} \begin{Bmatrix} 68,7 \\ 34,5 \end{Bmatrix} = \frac{q}{D_1} \begin{Bmatrix} 68,7 \\ 34,5 \end{Bmatrix}$$

$$\bar{\bar{X}}_{21} = \bar{\bar{X}}_{12}$$

$$\bar{\bar{X}}_{22} = L_2 \cdot \bar{\bar{X}}_{21} + R_2 = \frac{q}{D_1} \begin{bmatrix} 0,6685 & 0,7433 \\ 0,0795 & 0,8215 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 68,7 \\ 34,5 \end{Bmatrix} + \frac{q}{D_1} \begin{Bmatrix} 84,8 \\ 45,8 \end{Bmatrix} = \frac{q}{D_1} \begin{Bmatrix} 673,6 \\ 394,5 \end{Bmatrix}$$

$$\bar{\bar{X}}_{31} = \bar{\bar{X}}_{22}$$

$$\bar{\bar{X}}_{32} = L_3 \cdot \bar{\bar{X}}_{31} + R_3 = \begin{bmatrix} 0,62 & 4,5 \\ 0,016 & 0,79 \end{bmatrix} \cdot \frac{q}{D_1} \begin{Bmatrix} 673,6 \\ 394,5 \end{Bmatrix} + 0 = \frac{q}{D_1} \begin{Bmatrix} 2192,8 \\ 322,4 \end{Bmatrix}$$

Узгодження:

$$\left(\frac{M_r}{D_1} \right)_{32} = \left(\frac{\bar{M}_r}{D_1} \right)_{32} C + \left(\frac{\bar{\bar{M}}_r}{D} \right)_{32} = 0$$

$$0 = \bar{X} \cdot C + \bar{\bar{X}}$$

$$0,4698 \cdot C + 322,4 \cdot \frac{q}{D_1} = 0$$

$$C = -686,24 \frac{q}{D_1}$$

Повні вектори стану:

$$X_{11} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot -686,24 \frac{q}{D_1} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{q}{D_1} \begin{pmatrix} 0 \\ -686,24 \end{pmatrix}$$

$$X_{12} = \begin{pmatrix} 0,3488 \\ 0,7559 \end{pmatrix} \cdot -686,24 \frac{q}{D_1} + \begin{Bmatrix} 68,7 \\ 34,5 \end{Bmatrix} \frac{q}{D_1} = \frac{q}{D_1} \begin{pmatrix} -170,66 \\ -484,22 \end{pmatrix}$$

$$X_{21} = X_{12}$$

$$X_{22} = \begin{pmatrix} 0,681 \\ 0,581 \end{pmatrix} \cdot -686,24 \frac{q}{D_1} + \frac{q}{D_1} \begin{Bmatrix} 673,6 \\ 394,5 \end{Bmatrix} = \frac{q}{D_1} \begin{pmatrix} 206,28 \\ -4,2 \end{pmatrix}$$

$$X_{31} = X_{22}$$

$$X_{32} = \begin{pmatrix} 3,0367 \\ 0,4698 \end{pmatrix} \cdot -686,24 \frac{q}{D_1} + \frac{q}{D_1} \begin{Bmatrix} 2192,8 \\ 322,4 \end{Bmatrix} = \frac{q}{D_1} \begin{pmatrix} 108,9 \\ 0 \end{pmatrix}$$

3.4 Обчислення колових згинальних моментів

$$\frac{M_t}{D_1} = \mu \frac{M_r}{D_1} + \frac{D_i}{D_1} (1 - \mu^2) \frac{\theta}{r}$$

$$\left(\frac{M_t}{D_1}\right)_{11} = 0,3 \cdot (-686,24) \frac{q}{D_1} + 1 \cdot 0,91 \cdot 0 = -205,87 \frac{q}{D_1}$$

$$\left(\frac{M_t}{D_1}\right)_{12} = 0,3 \cdot (-484,22) \frac{q}{D_1} + 1 \cdot 0,91 \cdot -170,66 \frac{q}{D_1} = -300,56 \frac{q}{D_1}$$

$$\left(\frac{M_t}{D_1}\right)_{21} = 0,3 \cdot (-484,22) \frac{q}{D_1} + 0,343 \cdot 0,91 \cdot -170,66 \frac{q}{D_1} = -198,53 \frac{q}{D_1}$$

$$\left(\frac{M_t}{D_1}\right)_{22} = 0,3 \cdot (-4,2) \frac{q}{D_1} + 0,343 \cdot 0,91 \cdot 206,28 \frac{q}{D_1} = 63,12 \frac{q}{D_1}$$

$$\left(\frac{M_t}{D_1}\right)_{31} = 0,3 \cdot (-4,2) \frac{q}{D_1} + 0,064 \cdot 0,91 \cdot 206,28 \frac{q}{D_1} = 10,75 \frac{q}{D_1}$$

$$\left(\frac{M_t}{D_1}\right)_{32} = 0,3 \cdot 0 \cdot \frac{q}{D_1} + 0,064 \cdot 0,91 \cdot 108,9 \frac{q}{D_1} = 6,34 \frac{q}{D_1}$$

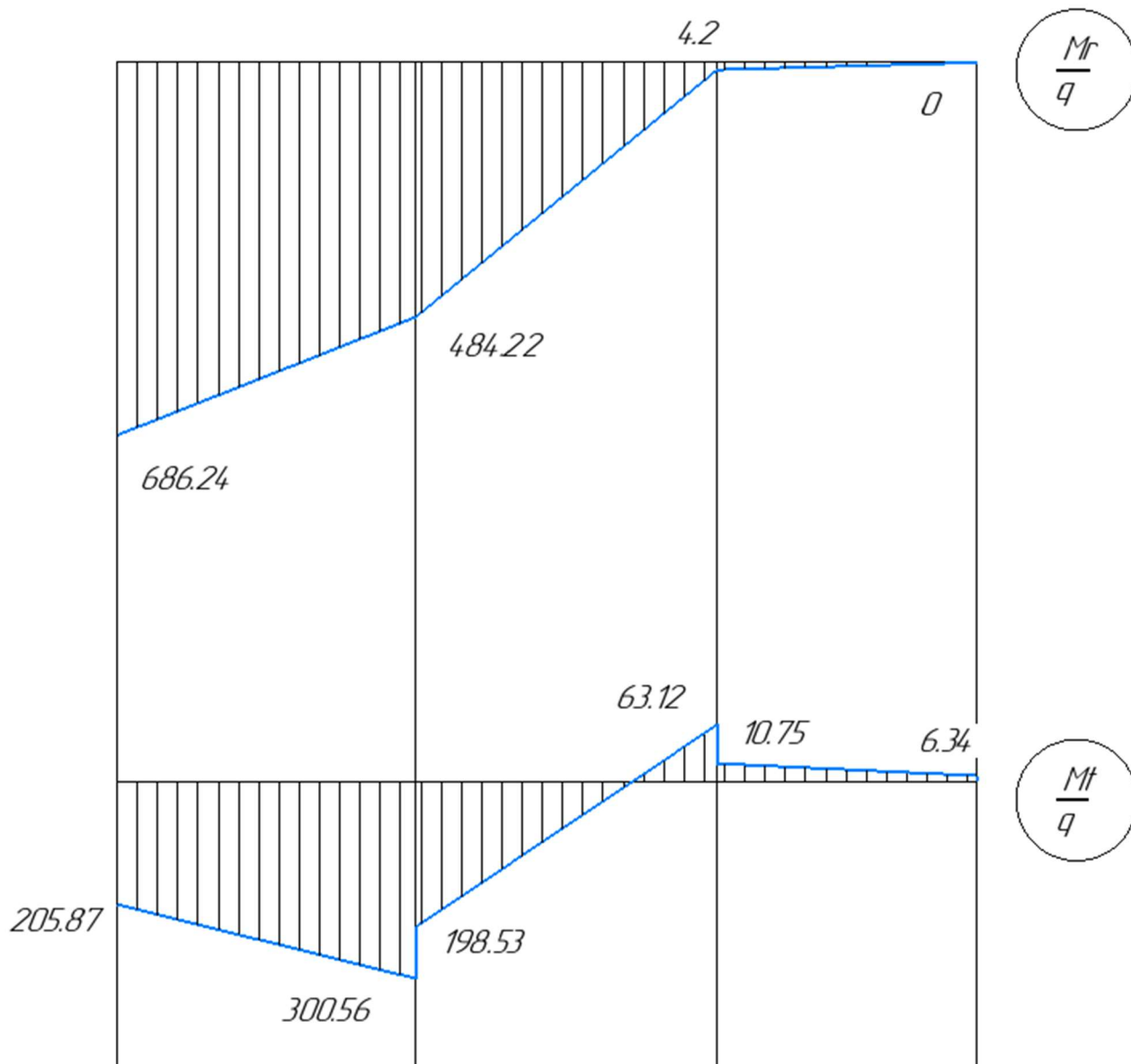


Рис 3.4 Епюра радіального і колового моментів

3.5 Обчислення допустимого навантаження

Обчислення еквівалентного напруження:

$$\sigma_{IV_{\text{екв}}} = \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_t^2 - \sigma_r \sigma_t} = \frac{6}{h^2} \sqrt{M_r^2 + M_t^2 - M_r M_t} \leq [\sigma]$$

Так як всі розміри прив'язані до «см», то:

$$[\sigma] = 160 \text{ МПа} = 16 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}$$

Обчислення:

$$(\sigma_{IV_{\text{екв}}})_{11} = \frac{6q}{12} \sqrt{(-686,24)^2 + (-205,87)^2 - 686,24 \cdot 205,87} = 3659,66q$$

$$(\sigma_{IV_{\text{еKB}}})_{12} = \frac{6q}{12} \sqrt{(-484,22)^2 + (-300,56)^2 - 484,22 \cdot 300,56} = 2540,4q$$

$$(\sigma_{IV_{\text{еKB}}})_{21} = \frac{6q}{0,7^2} \sqrt{(-484,22)^2 + (-198,53)^2 - 484,22 \cdot 198,53} = 5162,5q - \text{MAX}$$

$$(\sigma_{IV_{\text{еKB}}})_{22} = \frac{6q}{0,7^2} \sqrt{(-4,2)^2 + 63,12^2 + 4,2 \cdot 63,12} = 799,85q$$

$$(\sigma_{IV_{\text{еKB}}})_{31} = \frac{6q}{0,4^2} \sqrt{(-4,2)^2 + 10,75^2 + 4,2 \cdot 10,75} = 500,8q$$

$$(\sigma_{IV_{\text{еKB}}})_{32} = \frac{6q}{0,4^2} \sqrt{0 + 6,34^2 - 0 \cdot 6,34} = 237,75q$$

$$(\sigma_{IV_{\text{еKB}}})_{21} = 5162,5q \leq [\sigma] = 16 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} \rightarrow q = \frac{16}{5162,5} = 0,003 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}$$

3.6 Обчислення прогинів

$$w_{i2} - w_{i1} = -r_{i2}^2 \psi_{w\theta}(\lambda_i) \left(\frac{\theta}{r} \right)_{i1} - r_{i2}^2 \psi_{wm}(\lambda_i) \left(\frac{M_r}{D_1} \right)_{i1} \cdot \frac{D_1}{D_i} - \frac{P_{i1}}{D_1} \cdot \frac{D_1}{D_i} r_{i2}^2 \psi_{wP}(\lambda_i) - \frac{q_i r_{i2}^2}{D_1} \cdot \frac{D_1}{D_i} \psi_{wq}(\lambda_i)$$

$$w_{12} = 0 - 14^2 \cdot 0,1706 \cdot (-686,24) \frac{q}{D_1} - 692 \frac{q}{D_1} \cdot 0,003 \cdot 14^2 - 0 = -1229,23 \frac{q}{D_1} = (0,002 \text{ см})$$

$$w_{22} = -1229,23 \frac{q}{D_1} - 20^2 \cdot 0,2356 \cdot (-484,22) \frac{q}{D_1} - 20^2 \cdot 0,06 \cdot (-4,2) \frac{q}{D_1} - 692 \frac{q}{D_1} \cdot 0,00179 \cdot 20^2 + \frac{3q \cdot 20^2}{D_1} \cdot 10^{-4} = -46467 \frac{q}{D_1} = (0,076 \text{ см})$$

$$w_{32} = -46467 \frac{q}{D_1} - 30^2 \cdot 0,0185 \cdot (-4,2) \frac{q}{D_1} - 30^2 \cdot 0,0185 \cdot 206,28 \cdot 15,625 \frac{q}{D_1} + 0 + 0 = -100062 \frac{q}{D_1} = (0,16 \text{ см})$$

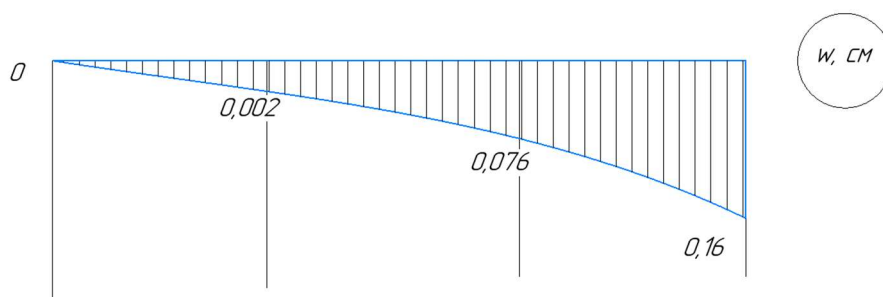


Рис 3.6 Епюра прогину

4. Визначення напружено-деформованого стану при крученні перерізу у формі еліпса

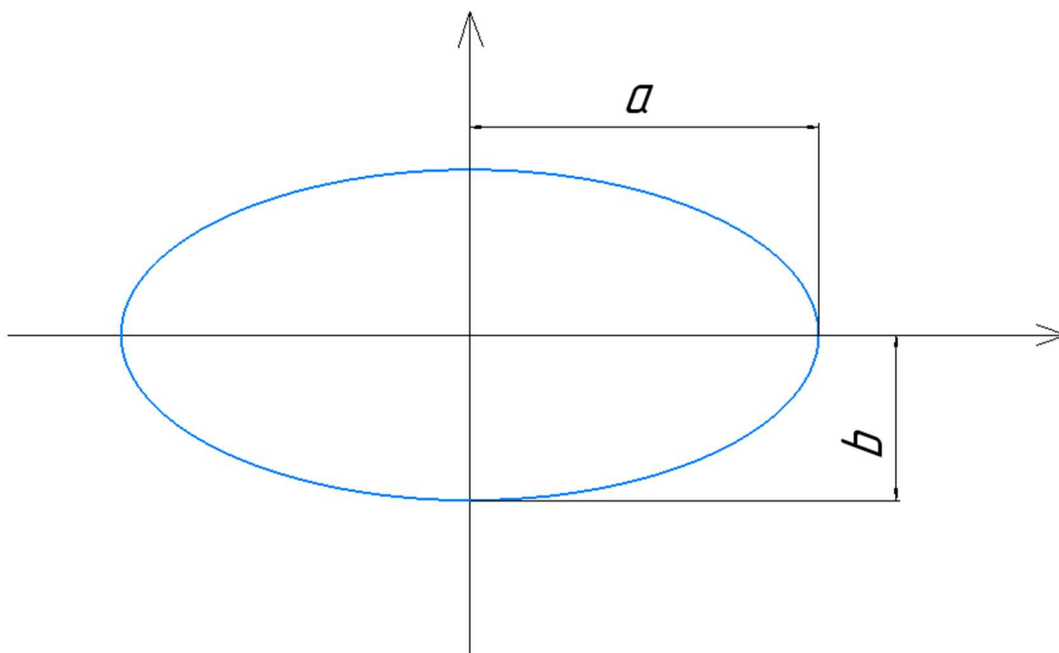


Рис.4.1 Схема перерізу

Нехай границя поперечного перерізу (Рис. 1) задається рівнянням:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0$$

Тоді рівняння $(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = F)$ і гранична умова

$$(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial S} + \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial S} = \frac{\partial \varphi}{\partial S} = 0)$$

Задовільняються, якщо прийняти функцію напружень у формі

$$\varphi = m(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1)$$

де m – константа. Підставляючи в рівняння знаходимо

$$m = \frac{a^2 b^2}{2(a^2 + b^2)} F$$

Звідси

$$\varphi = \frac{a^2 b^2}{2(a^2 + b^2)} (\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2})$$

Величина постійної F тепер визначається з умови

$$M = 2 \iint \varphi dx dy$$

Підставляючи, знайдемо

$$M = \frac{a^2 b^2 F}{a^2 + b^2} \left(\frac{1}{a^2} \iint x^2 dx dy + \frac{1}{b^2} \iint y^2 dx dy - \iint dx dy \right)$$

Оскільки

$$\begin{aligned} \iint x^2 dx dy &= I_y = \frac{\pi b a^3}{4} \\ \iint y^2 dx dy &= I_x = \frac{\pi a b^3}{4} \\ \iint dx dy &= \pi a b \end{aligned}$$

То отримаємо

$$M = -\frac{\pi a^3 b^3 F}{2(a^2 + b^2)}$$

Звідки

$$F = -\frac{2(a^2 + b^2)}{\pi a^2 b^2} M$$

Тоді

$$\varphi = -\frac{M}{\pi a b} \left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1 \right)$$

Підставляючи цей вираз в співвідношення

$$\tau_{xz} = \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \quad \tau_{yz} = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}$$

Отримуємо для компонент напружень вираження

$$\tau_{xz} = -2 \frac{M y}{\pi a b^2}, \quad \tau_{yz} = -2 \frac{M x}{\pi b a^3}$$

Відношення цих компонент напружень пропорційно відношенню $\frac{y}{x}$ і отже, є постійним вздовж будь-якого радіуса, такого, як ОА.

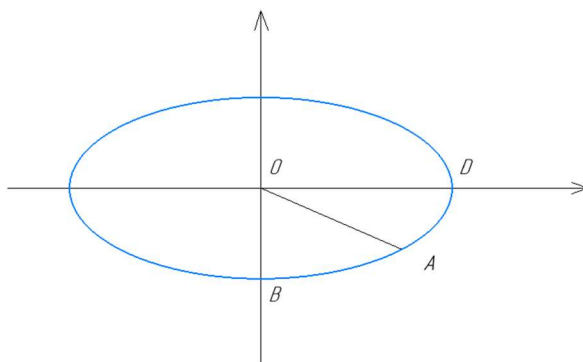


Рис 4.2 Пряма ОА на схемі

Це означає, що результуюче дотичне напруження збігається з напрямком дотичної до границі в точці А. Уздовж вертикальної осі ОВ компонента напруження $\tau_{yz} = 0$, а результуюча напружень дорівнює τ_{xz} .

Очевидно, максимальне напруження діє на границі, і можна легко показати, що максимальне напруження виникає по кінцях малої осі еліпса. Підставляючи $y=b$ в перше з рівнянь, знаходимо, що абсолютне значення цього максимуму є $\tau_{max} = -2 \frac{Mt}{\pi a^2}$. При $a=b$ ця формула збігається з добре відомою формулою для кругового поперечного перерізу. Підставляючи вираз в співвідношення ($F=-2C\theta$) знаходимо вираз для кута закручування

$$\theta = \frac{M(a^2 + b^2)}{\pi a^3 b^3 C}$$

Позначимо крутильну жорсткість C , тоді для еліптичного поперечного перерізу

$$C = \frac{\pi a^3 b^3 G}{a^2 + b^2} = \frac{G}{4\pi^2} \frac{(A)^4}{I_p}$$

де

$$A = \pi ab, \quad I_p = \frac{\pi ab^3}{4} + \frac{\pi ba^3}{4}$$

– відповідає площа і центральний полярний момент інерції перерізу.

Можемо отримати переміщення, інтегруючи попереднє співвідношення, отримуємо

$$w = M \frac{(b^2 - a^2)xy}{\pi a^3 b^3 G}$$

Побудуємо епюру напружень, підставимо дані:

$$M=10 \cdot 10^3 \text{ Н}$$

$$a=30$$

$$b=10$$

$$\tau_D = \tau_{xz} + \tau_{yz} = \tau_{yz} = 2 \frac{Mx}{\pi b a^3} = \frac{2 \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 30}{3.14 \cdot 10 \cdot 30^3} = 0,7$$

$$\tau_B = \tau_{xz} + \tau_{yz} = \tau_{xz} = 2 \frac{My}{\pi ab^3} = \frac{2 \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 10}{3.14 \cdot 30 \cdot 10^3} = 2,12$$

$$\tau_A = \tau_{xz} + \tau_{yz} = 2 \frac{My}{\pi ab^3} + 2 \frac{Mx}{\pi ba^3} = \frac{2 \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 5}{3.14 \cdot 30 \cdot 10^3} + \frac{2 \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 15}{3.14 \cdot 10 \cdot 30^3} = 1,41$$

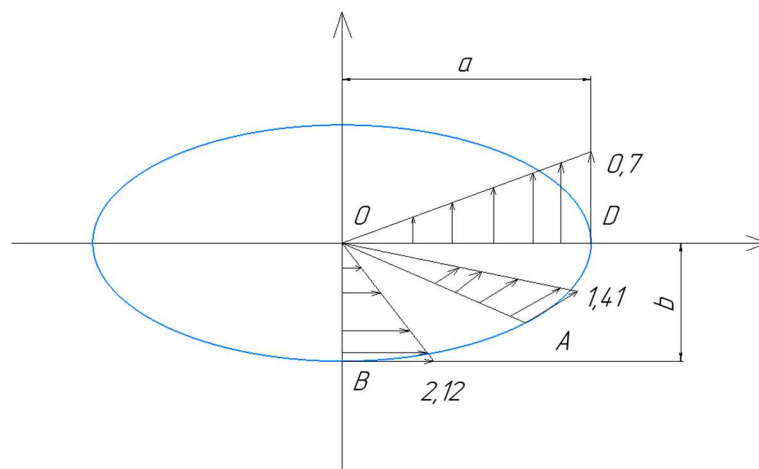


Рис 4.3 Епюра напружень

5. ПРОЕКТУВАННЯ ВИПРОБУВАЛЬНОГО ЗРАЗКА ТА ПРОВЕДЕННЯ ЧИСЕЛЬНОГО РОЗРАХУНКУ ЙОГО НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ

5.1 Вибір типу зразка та його конструювання

Першим кроком є вибір типу зразка згідно з типом установки. Оскільки розглядаємо установку КМ-50-1, яка призначена для дослідження матеріалів на кручення за статичного та циклічного навантаження, то обираємо трубчастий зразок для кручення. Для визначення геометричних характеристик скористаємось формулами опору матеріалів.

Маємо такі вхідні дані:

- модуль Юнга матеріалу $E = 1,7 \cdot 10^5$ МПа,
- коефіцієнт Пуассона матеріалу $\mu = 0,24$.
- Границя міцності матеріалу $\sigma_B = 1350$ МПа.
- Максимально допустимий коефіцієнт концентрації напружень у перехідній зоні зразка $\alpha = 1,05$.
- Максимальний крутний момент $T_{\max} = 20$ кН·м
- Гарантований запас потужності устаткування $k = 2,0$,

Опираючись на умову міцності, обираємо необхідну площу поперечного перерізу трубчастого зразка.

Максимальний крутний момент, який може бути прикладений до зразка:

$$T = \frac{T_{\max}}{k} = \frac{20\,000}{2} = 10\,000 \text{ Н·м.}$$

Максимальне напруження, яке може бути досягнуте в трубчастій частині зразка, без врахування концентрації напружень:

$$\sigma_{\max} = \frac{\sigma_B}{\alpha} = \frac{1350}{1,05} = 1285 \text{ МПа.}$$

Момент опору перерізу зразка:

$$A = \frac{T}{\sigma_{\max}} = \frac{10000000}{1285} = 7728 \text{ мм}^3$$

При крученні $A = W_K / \sqrt{3}$, де для трубчастого перерізу момент опору перерізу дорівнює полярному моменту опору перерізу: $W_k = W_p$.

Полярний момент опору для тонкостінної труби за формулою Бредта, оскільки площа, яку охоплює серединною лінією товщини трубки $\omega = \pi D^2/4$

$$W_p \approx 2\omega\delta = \pi D^2\delta/2$$

Для трубчатого зразка при його крученні рекомендують прийняти співвідношення $D/\delta \approx (10 \dots 20)$, прийmemo $D/\delta = 10$, тоді

$$A = \frac{\pi(10)^2\delta}{1,73} = 28,9 \pi \delta^3 \text{ звідкіля } \delta = \sqrt[3]{A/(28,9\pi)}. \text{ Отримали, що}$$

$$\delta = \sqrt[3]{A/(28,9\pi)} = \sqrt[3]{\frac{7728}{28,9 \cdot 3,14}} = 4,3 \text{ мм}$$

Задля зручності приймаємо $\delta = 4$ мм, тоді $D = 10\delta = 40$ мм; $d_B = D - \delta = 36$ мм. Отже, отримали $d_H = d_B + 2\delta = 44$ мм. Призначимо інші розміри робочої частини зразка на кручення:

- діаметр голівки: $D_{\text{гол}} = 60$ мм,
- Довжина голівки: $L_{\text{гол}} = 40$ мм.
- Робоча довжина зразка (циліндра): $L_{\text{цил}} = 5 d_H = 180$ мм.
- Загальна довжина зразка: $L = 300$ мм
- Кут нахилу перехідної частини зразка: $\theta = 6^\circ$.
- Радіуси заокруглень перехідної частини зразка: $r_1 = 60$ мм, $r_2 = 2$ мм.

Пояснення: для отримання задовільного значення коефіцієнта концентрації напружень $\alpha \leq 1.05$ рекомендують призначати $r_1 > d_H$.

5.2 Постановка крайової задачі пружності

В даній роботі потрібно отримати значення коефіцієнта концентрації напружень α , який буде реалізовуватися в зразку, щоб порівняти його з допустимим. Для цього потрібно розв'язати крайову задачу лінійної пружності, тобто розрахувати напружено-деформований стан зразка. Результати – поля переміщень, деформацій, напружень.

Сформулюємо постановку задачі та метод її розв'язування.

Прийmemo, що розглядається тіло об'ємом Ω , обмежене поверхнею S ; фізичні величини: напруження, деформації, зусилля, переміщення; застосовуються Лагранжеві координати; матеріал вважається ізотропним, а деформації – малими.

Припустимо, що в початковий момент t_0 в актуальному тілі переміщення $U_i(\vec{x}, t_0)$, деформації $\varepsilon_{ij}(\vec{x}, t_0)$, напруження $\sigma_{mn}(\vec{x}, t_0)$ мають нульові значення. Нехай після цього в об'ємі тіла Ω , а також на частині його поверхні $S_G = S_U \cup S_P$ за деякий проміжок часу відбудеться зміна навантажень, тобто на час t прикладемо: $\bar{P}_m(\vec{x}, t)$ – поверхневі сили на S_P ; відбулися переміщення $\bar{U}_i(\vec{x}, t)$ на S_U . Тоді для визначення в кожній точці тіла величин: $U_i(\vec{x}, t)$ – переміщень, $\varepsilon_{ij}(\vec{x}, t)$ – деформацій, $\sigma_{mn}(\vec{x}, t)$ – напружень маємо наступну крайову задачу:

- рівняння рівноваги як окремий випадок рівняння руху

$$\nabla_n \sigma_{mn} = 0;$$

- геометричні (для малих деформацій)

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(\nabla_i U_j + \nabla_j U_i),$$

а також присутні тільки пружні деформації

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e;$$

- фізичні рівняння

$$\varepsilon_{ij}^e = C_{ijmn} \sigma_{mn},$$

де C_{ijmn} – тензор модулів піддатливості.

Додатково залучаються ГУ на S_U та S_P :

$$U_i|_{S_U} = \bar{U}_i;$$

$$\sigma_{mn} \nu_n|_{S_P} = \bar{P}_m.$$

Для отримання розв'язку крайової задачі зазвичай застосовують принцип можливих переміщень.

Для отримання рівняння принципу можливих переміщень використовують задані вище співвідношення, властивості симетрії тензора напружень $\sigma_{mn} = \sigma_{nm}$ і

теорема Гауса-Остроградського. В підсумку отримують наступний функціонал відносно варіацій переміщень і зв'язаних із ними деформацій

$$F = \int_{\Omega} \sigma_{mn} \delta \varepsilon_{mn} d\Omega - \int_{S_p} \bar{P}_m \delta U_m dS = 0,$$

що в поєднанні з кінематичними ГУ на поверхні S_U визначає незліченну множину можливих (віртуальних) напружено-деформованих станів. Дійсний НДС є одним з віртуальних, але він додатково задовольняє фізичним рівнянням зв'язків $\sigma_{mn} \propto \varepsilon_{mn}$.

5.3 Метод розв'язування крайової задачі лінійної пружності

Застосуємо метод скінченних елементів. Спочатку перейдемо до матричних позначень.

Закон Гука запишемо у вигляді

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon^e\},$$

де $[D]$ – матриця модулів пружності.

У випадку пружної ізоотропії матеріалу матриця

$$[D] = 2G \cdot \begin{pmatrix} a & b & b & 0 & 0 & 0 \\ b & a & b & 0 & 0 & 0 \\ b & b & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c \end{pmatrix}$$

де $2G = E/(1+\mu)$; $a = (1-\mu)/(1-2\mu)$; $b = \mu/(1-2\mu)$; $c = 0,5$; E – модуль Юнга; μ – коефіцієнт Пуассона.

Всі деформації – пружні:

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon^e\}.$$

Враховуючи наведене вище, запишемо вираз у вигляді:

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\}.$$

Геометричні рівняння отримують вигляд:

$$\{\varepsilon\} = [B]\{q\}_e,$$

де $\{q\}_e = \{(q^1, q^2, q^3)_1, \dots, (q^1, q^2, q^3)_M\}^T = \{q_1, q_2, \dots, q_{3M}\}^T$ – вектор переміщень в вузлах СЕ; $[B]$ – матриця диференціювання за глобальними координатами, пов'язана лише з типом СЕ і системою глобальних координат.

Функціонал з урахуванням можливості суперпозиції робіт по СЕ, зумовленої тим, що СЕ взаємодіють один з одним у вузлах і не перетинаються, записується так:

$$F = \sum_e \int_{\Omega^e} \{\delta q\}_e^T [B]^T [D] [B] \{q\}_e d\Omega - \sum_e \int_{S_p^e} \{\delta q\}_e^T [\phi]^T \{p\} dS = 0$$

де позначено вектори навантажень $\{p\} = \{\bar{p}_1, \bar{p}_2, \bar{p}_3\}^T$; S_p^e – сторона СЕ, що виходить на S_p тіла; знак $\sum_e$ означає додавання по всіх СЕ, що містять актуальний ступінь свободи вузла.

Оскільки в підінтегральних виразах є вектори $\{\delta q\}_e^T$ і $\{q\}_e$, що не залежать від параметрів інтегрування, їх можна винести за межі інтегралів.

$$F = \sum_e \{\delta q\}_e^T \int_{\Omega^e} [B]^T [D] [B] d\Omega \cdot \{q\}_e + \sum_e \{\delta q\}_e^T \int_{S_p^e} [\phi]^T \{p\} dS = 0$$

Позначимо:

$$[K]_e = \int_{\Omega^e} [B]^T [D] [B] d\Omega,$$

$$\{P\}_e = \int_{S_p^e} [\phi]^T \{p\} dS.$$

Тоді

$$F = \sum_e \{\delta q\}_e^T ([K]_e \{q\}_e - \{P\}_e) = 0.$$

Оскільки варіації переміщень – довільні, то отримали СЛАР вигляду

$$[K] \{q\} = \{P\}$$

відносно глобального вектора приростів дійсних переміщень $\{q\}_e$ у вузлах СЕ сітки.

В (5.3.10) позначено додавання за ступенями свободи вузлів: $[K] = \sum_e [K]_e$;

$\{P\} = \sum_e \{P\}_e$. Вектор $\{P\}$ зумовлюється зовнішніми силовими навантаженнями. У

СЛАР ще необхідно врахувати кінематичні ГУ.

5.4 Розрахункова схема

Розглядаємо кручення зразка, який має робочу частину у вигляді тонкостінної трубки. Використовуючи симетрію зразка, будемо розглядати тільки половину довжини зразка. Силу, яка крутить зразок, задаємо у вигляді розподіленого навантаження, що діє на край поверхні паза. Характер закріплення приймаємо такий, щоб були відсутні радіальні та повздовжні переміщення перпендикулярно до площини розсічення, в циліндричній системі координат.

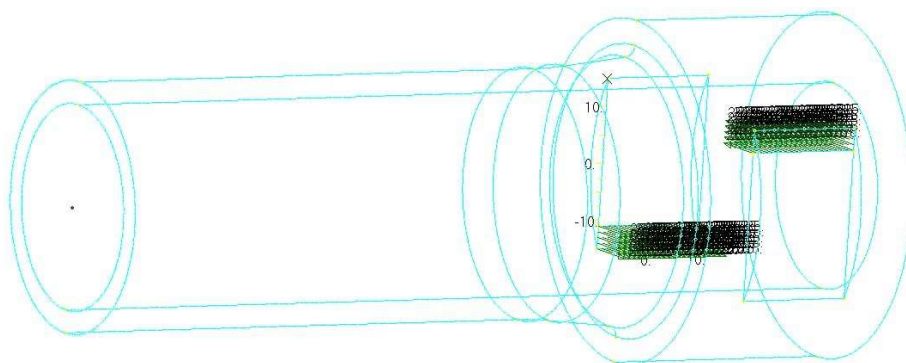


Рис. 5.4 Розрахункова схема зразка

Сітка елементів зроблена в автоматичному режимі на основі геометрії за такої умови, щоб по товщині трубки зразка було не менше двох СЕ.

5.5 Результати розрахунків

За допомогою програмного забезпечення FEMAP отримали напружено-деформований стан зразка в пружній області.

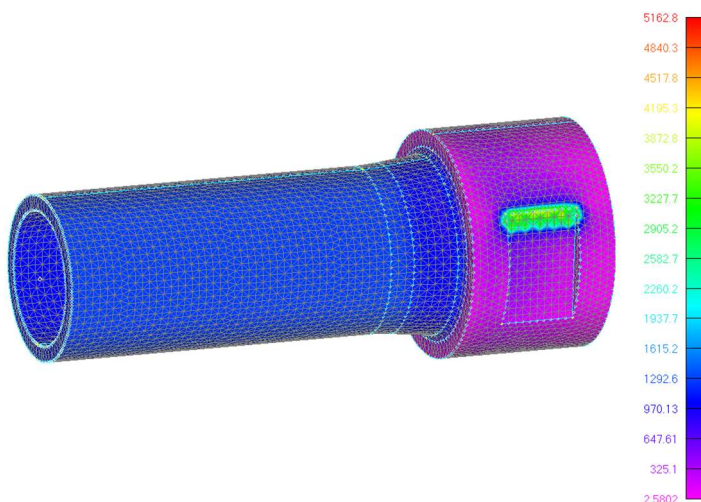


Рис.5.5 Розподіл напружень за Мізесом (МПа) від кручення

Обчислимо коефіцієнт концентрації напружень за Мізесом для заокруглення.

Для цього побудували графіки рис.5.6 розподілу цих напружень у вузлах, вздовж жовтої лінії, що зображена на рис. 5.7.

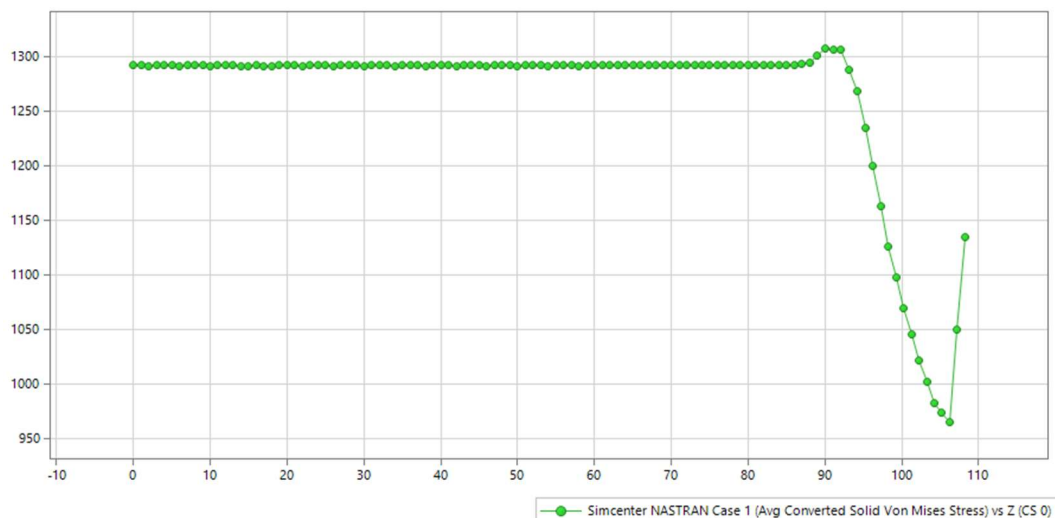


Рис.5.6 Графік розподілу напружень за Мізесом на поверхні робочої частини, МПа

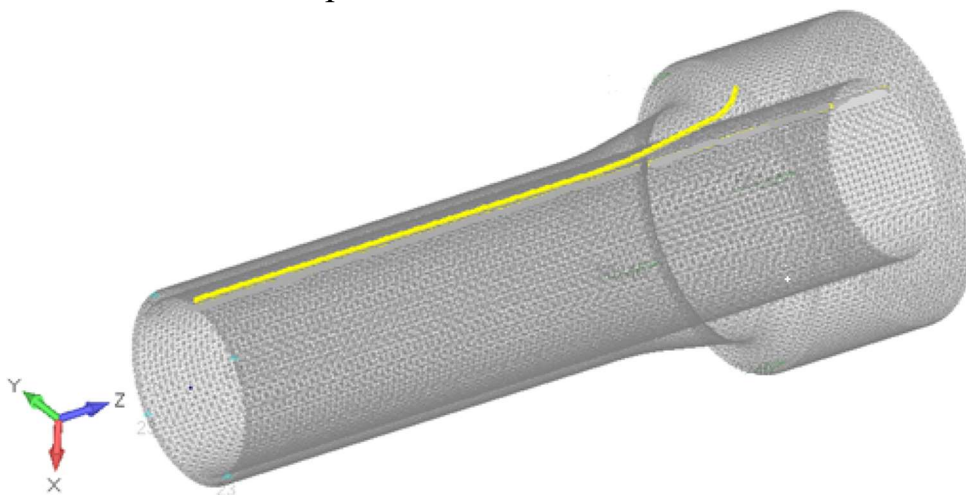


Рис.5.7 Розташування вузлів, для яких побудований графік розподілу напружень за Мізесом

Отримали, що $\alpha = \frac{\sigma_{nom}}{\sigma_{max}} = \frac{1308}{1285} = 1,017 < 1,05$, Отже, немає великої

концентрації напружень, тобто зразок спроектовано вірно.

6. Розрахунки власних частот та відповідних власних форм крутильних коливань системи з двома ступенями вільності

6.1 Чисельні розрахунки власних частот та відповідних власних форм крутильних коливань системи з двома ступенями вільності

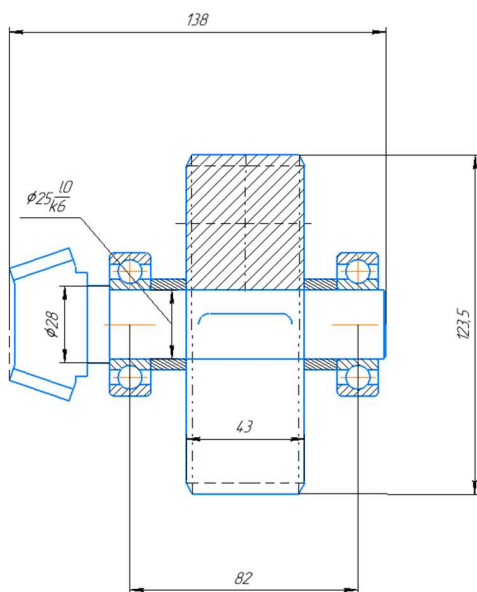


рис. 6.1 Схема валу

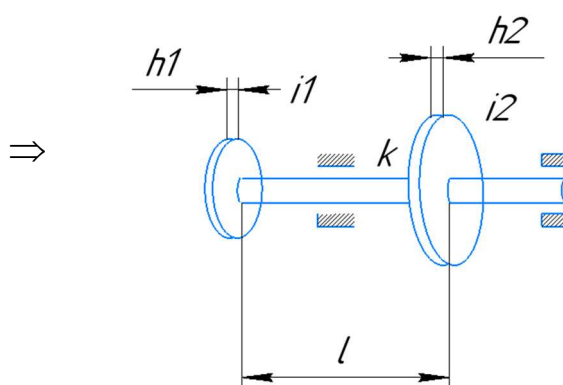


рис.6.2 Розрахункова схема

φ_1, φ_2 – кути повороту шестерні та конічного зубчастого колеса, які являють собою узагальнені координати;

матеріал шестерні – сталь 40Х;

матеріал конічної шестерні – сталь 40Х;

значення густини матеріалів:

$$\text{для сталі } \rho_2 = 7,85 \times 10^3 \frac{\text{Н} \cdot \text{с}^2}{\text{м}^4},$$

для обох матеріалів $G = 8 \cdot 10^4 \text{ МПа}$

жорсткість стержня визначається по формулі $k = \frac{G \cdot I_p}{l}$,

де I_p - полярний момент інерції, який знаходиться по формулою:

$$I_p = \frac{\pi \cdot d_B^4}{32} = \frac{\pi \cdot (25 \cdot 10^{-3})^4}{32} = 0,081 \times 10^{-7} \text{ м}^4$$

де d_B - діаметр валу, $d_B = 25\text{мм}$

$$k = \frac{G \cdot I_P}{l} = \frac{8 \cdot 10^{10} \cdot 0,081 \cdot 10^{-7}}{8 \cdot 10^{-3}} = 0,81 \cdot 10^5 \text{Н} \cdot \text{м};$$

Значення I_1, I_2 - осьових моментів інерції для шестерні та конічної шестерні знайдемо за формулою:

$$I_1 = \frac{\pi \rho_1 h_1 D_1^4}{32} = \frac{3,14 \cdot 7,85 \cdot 10^3 \cdot 21,74 \cdot 10^{-3} (59,69 \cdot 10^{-3})^4}{32} = 0,16 \cdot 10^{-3} \text{Н} \cdot \text{с}^2 \cdot \text{м};$$

$$I_2 = \frac{\pi \rho_2 h_2 D_2^4}{32} = \frac{3,14 \cdot 7,85 \cdot 10^3 \cdot 43 \cdot 10^{-3} (123 \cdot 10^{-3})^4}{32} = 7,58 \cdot 10^{-3} \text{Н} \cdot \text{с}^2 \cdot \text{м}.$$

де D_1, D_2 - відповідно значення діаметрів шестерні та конічної шестерні,

h_1, h_2 - відповідно їх ширина.

Запишемо вирази для кінетичної та потенціальної енергії:

$$T = \frac{1}{2} \cdot I_1 \cdot \dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2} \cdot I_2 \cdot \dot{\varphi}_2^2;$$

$$\Pi = \frac{1}{2} k (\varphi_2 - \varphi_1)^2.$$

Підставляючи значення кінетичної і потенціальної енергій до рівняння Лагранжа другого роду $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_j} = 0$ для двох узагальнених координат і відповідно, отримаємо систему рівнянь у вигляді:

$$\begin{cases} I_1 \ddot{\varphi}_1 + k \varphi_1 - k \varphi_2 = 0 \\ I_2 \ddot{\varphi}_2 - k \varphi_1 + k \varphi_2 = 0 \end{cases}$$

Складемо матриці інерції та жорсткості:

$$[a] = \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \quad [c] = \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix}$$

Запишемо рівняння вільних коливань у матричному вигляді:

$$\begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{\varphi}_1 \\ \ddot{\varphi}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Рішення шукаємо у вигляді: $\begin{Bmatrix} \varphi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Phi \end{Bmatrix} \cos(\omega t - \beta)$

$$-\omega^2 \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} k - \omega^2 I_1 & -k \\ -k & k - \omega^2 I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Прирівнявши детермінант до нуля отримаємо:

$$\det \begin{bmatrix} k - \omega^2 I_1 & -k \\ -k & k - \omega^2 I_2 \end{bmatrix} = 0;$$

$$(k - \omega^2 I_1)(k - \omega^2 I_2) - k^2 = 0;$$

$$k^2 - \omega^2 k I_1 - \omega^2 k I_2 + \omega^4 I_1 I_2 - k^2 = 0.$$

Знайдемо корені цього рівняння $\omega^4 I_1 I_2 - \omega^2 k(I_1 + I_2) = 0;$

$$\omega^2 [\omega^2 I_1 I_2 - k(I_1 + I_2)] = 0;$$

$$\omega^2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} \end{bmatrix} \quad \begin{cases} \omega_1^2 = 0 \\ \omega_2^2 = \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} = \frac{0,81 \cdot 10^5 (0,16 + 7,58) \cdot 10^{-3}}{0,16 \cdot 7,58 \cdot 10^{-6}} = 51 \cdot 10^7 \text{ с}^{-2}; \end{cases}$$

Підставляючи значення частот матимемо:

- у першому випадку $\omega_1^2 = 0$

$$\begin{bmatrix} k - \omega^2 I_1 & -k \\ -k & k - \omega^2 I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_{11} = 1 \\ \Phi_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$k - k\Phi_{12} = 0 \quad \Rightarrow \quad \Phi_{12} = 1$$

$$\begin{Bmatrix} \Phi_{11} \\ \Phi_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

- у другому випадку $\omega_2^2 = \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2}$

$$\begin{bmatrix} k - \left(\frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} \right) I_1 & -k \\ -k & k - \left(\frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} \right) I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_{21} = 1 \\ \Phi_{22} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$k - \frac{k(I_1 + I_2)}{I_2} - k\Phi_{22} = 0 \quad \Rightarrow \quad \Phi_{22} = -\frac{I_1}{I_2} = -\frac{0,16}{7,58} = 0,0211$$

Зобразимо знайдені значення форм коливань в графічному вигляді:

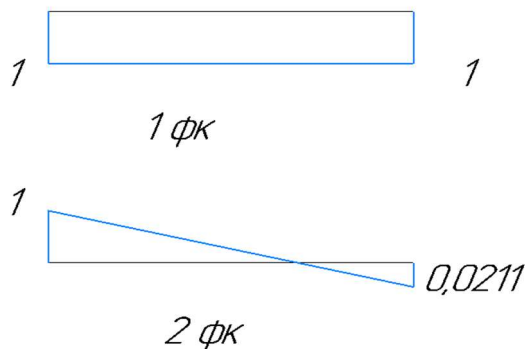


Рис 6.1.3 Форми коливань

Оскільки однією з властивостей власних форм коливань є їх ортогональність, а саме:

$$\{\Phi\}_i^T [c] \{\Phi\}_s = 0$$

$$\{\Phi\}_i^T [a] \{\Phi\}_s = 0$$

-у першому випадку перевірка:

$$\{1 \quad 1\} \cdot \begin{bmatrix} 0,16 & 0 \\ 0 & 7,58 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{0,16}{7,58} \end{Bmatrix} = \{1 \quad 1\} \begin{Bmatrix} 0,16 \\ -0,16 \end{Bmatrix} = 0,16 - 0,16 = 0;$$

-у другому випадку перевірка:

$$\begin{aligned} \{1 \quad 1\} \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix} &= \{1 \quad 1\} \begin{Bmatrix} k + k \frac{I_1}{I_2} \\ -k - k \frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix} \\ &= 0,81 \cdot 10^5 \left(1 + \frac{0,16}{7,58}\right) - 51 \cdot 10^5 \left(1 + \frac{0,16}{7,58}\right) = 0 \end{aligned}$$

Використовуючи метод Релея знайдемо значення власних частот використовуючи формулу $\omega_i^2 = \frac{\{\Phi\}_i^T [c] \{\Phi\}_i}{\{\Phi\}_i^T [a] \{\Phi\}_i}$; підставляючи відповідні значення отримаємо:

$$\begin{aligned} \omega_1^2 &= \frac{\{1 \quad 1\} \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}}{\{1 \quad 1\} \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}} = \frac{\{1 \quad 1\} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}}{\{1 \quad 1\} \begin{Bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{Bmatrix}} = 0; \\ \omega_2^2 &= \frac{\{1 \quad -\frac{I_1}{I_2}\} \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix}}{\{1 \quad -\frac{I_1}{I_2}\} \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix}} = \frac{\{1 \quad -\frac{I_1}{I_2}\} \begin{Bmatrix} k + k \frac{I_1}{I_2} \\ k - k \frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix}}{\{1 \quad -\frac{I_1}{I_2}\} \begin{Bmatrix} I_1 \\ -I_1 \end{Bmatrix}} = \frac{k \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right) + \frac{I_1}{I_2} k \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)}{I_1 \cdot \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)} \\ &= \\ &= \frac{k \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right) \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)}{I_1 \cdot \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)} = \frac{k \cdot \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)}{I_1} = k \left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2}\right) = \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 \cdot I_2} = \end{aligned}$$

$$= \frac{0,81 \cdot 10^5 \cdot (0,16 + 7,58) \cdot 10^{-3}}{0,16 \cdot 7,58 \cdot 10^{-6}} = 51 \cdot 10^7 \text{ c}^{-2};$$

$$\text{Отже, } \begin{cases} \omega_1 = 0 \\ \omega_2 = \sqrt{51 \times 10^7} = 7141 \text{ c}^{-1} \end{cases}$$

6.2 Числові розрахунки власних частот та відповідних власних форм згинальних коливань системи з двома ступенями вільності.

6.2.1 Визначення власної частоти частот методом сил

$$m = \rho * V$$

$$m_1 = 7.85 \cdot 10^3$$

$$\cdot \left[3.14 \cdot \left(\frac{55,69}{2} \cdot 10^{-3} \right)^2 \cdot 21,74 \cdot 10^{-3} - 2 \cdot \left[3.14 \cdot \left(\frac{30}{2} \cdot 10^{-3} \right)^2 \cdot 21,74 \cdot 10^{-3} \right] \right] = 0,195 \text{ кг}$$

$$m_2 = 7,85 \cdot 10^3$$

$$\cdot \left[3.14 \cdot \left(\frac{123}{2} \cdot 10^{-3} \right)^2 \cdot 43 \cdot 10^{-3} - 2 \cdot \left[3.14 \cdot \left(\frac{30}{2} \cdot 10^{-3} \right)^2 \cdot 43 \cdot 10^{-3} \right] \right] \\ = 1,85 \text{ кг}$$

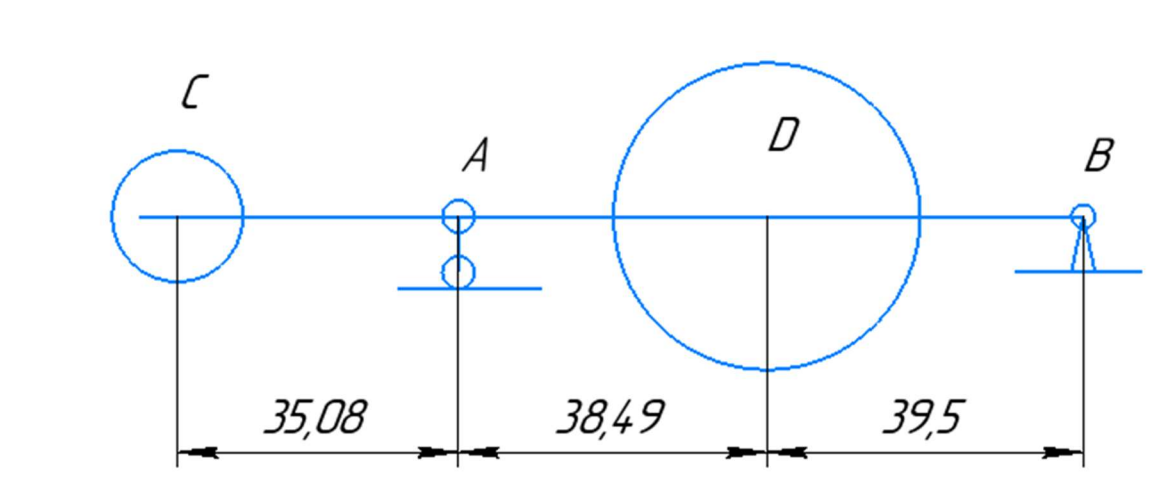


Рис. 6.3 Система з двома ступенями свободи

$$EI = 2,1 \cdot 10^{11} \cdot 8,104 \cdot 10^{-9} = 1701,84 \text{ Н} \cdot \text{м}^2$$

Момент інерції:

$$I = \frac{\pi \cdot d_B^4}{64} = \frac{\pi \cdot (24 \times 10^{-3})^4}{64} = 16,2 \cdot 10^{-9} \text{ м}^4$$

Знайдемо переміщення $\delta_1, \delta_2, \delta_{21}, \delta_{22}$. Побудуємо епюри (рис. 6.4) від дії

одиничних сил $\bar{X}_1 = 1, \bar{X}_2 = 1$ відповідно.

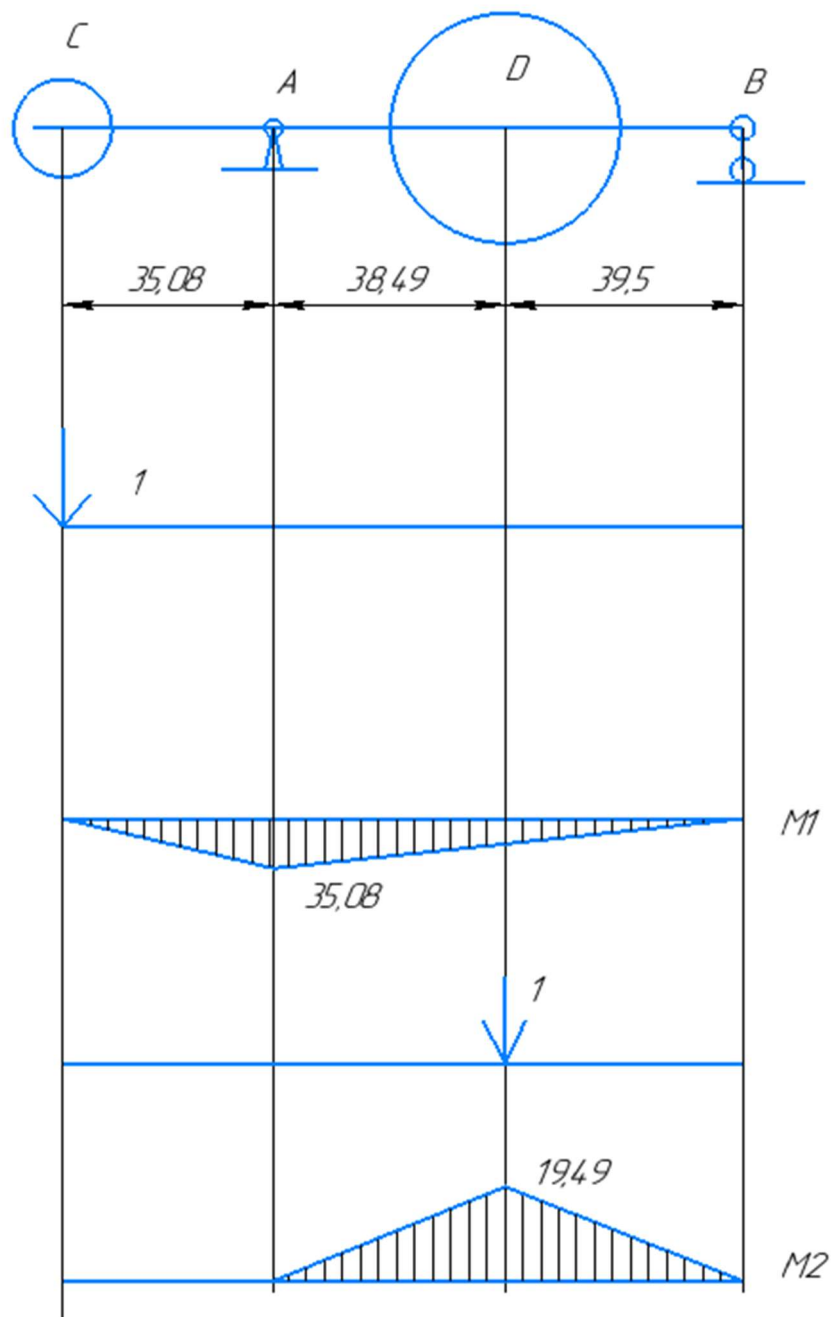


Рис. 6.4 Епюри моментів від одиничних сил

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \left[\frac{28}{6} \cdot (0 \cdot 0 + 4 \cdot (9,9)^2 + (35,08)^2) + \frac{68}{6} \cdot ((35,08)^2 + 4 \cdot (9,9)^2 + (0)^2) \right] \cdot 10^{-9} = 5,98 \cdot 10^{-9}$$

$$\delta_{12} = \frac{1}{EI} \left[\frac{28}{6} \cdot \left((0 \cdot 4) + 4 \cdot (9,9 \cdot 4.669) + (35,08 \cdot 5,6) \right) + \frac{37,1}{6} \cdot \left((35,08 \cdot 9,338) + 4 \cdot (15,65 \cdot 135,08) + (9,0228 \cdot 21) \right) + \frac{30,9}{6} \cdot \left((9,0228 \cdot 21) + 4 \cdot (4,5114 \cdot 10,5) + (0) \right) \right] \cdot 10^{-9} = 7,86 \cdot 10^{-9}$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{EI} \left[\frac{65,1}{6} \cdot ((0 \cdot 0) + 4 \cdot (20,03)^2 + (21)^2) + \frac{65,1}{6} \cdot ((21) + 4 \cdot (20,03)^2 + (0)^2) \right] \cdot 10^{-9} = 6,03 \cdot 10^{-9}$$

Запишемо диференційні рівняння в переміщеннях:

$$\begin{cases} w_1 = -\ddot{w}_1 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - \ddot{w}_2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ w_2 = -\ddot{w}_1 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 - \ddot{w}_2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 \end{cases}$$

Шукаємо переміщення у вигляді

$$w_i = W_i \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

Підставимо (6.57) в (6.56) отримаємо:

$$\begin{cases} (\omega^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) \cdot W_1 + \omega^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \cdot W_2 = 0 \\ \omega^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 \cdot W_1 + (\omega^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \cdot W_2 = 0 \end{cases}$$

Оскільки маємо отримати не тривіальний розв'язок маємо, що детермінант останньої матриці(6.58) має бути рівний нулю:

$$\det \begin{bmatrix} (\omega^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} = 0$$

Розкриваючи визначник, отримуємо характеристичне рівняння відносно ω^2 , з якого знаходимо ω_1^2, ω_2^2 :

$$(\omega^2 m_1 \delta_{11} - 1)(\omega^2 m_2 \delta_{22} - 1) - \omega^4 m_1 m_2 \delta_{12} \delta_{21} = 0;$$

$$\omega^4 m_1 m_2 \delta_{11} \delta_{22} - \omega^2 m_1 \delta_{11} - \omega^2 m_2 \delta_{22} + 1 - \omega^4 m_1 m_2 \delta_{12} \delta_{21} = 0;$$

$$\omega^4 (\delta_{11} \delta_{22} - \delta_{12} \delta_{21}) m_1 m_2 - \omega^2 (m_2 \delta_{22} + m_1 \delta_{11}) + 1 = 0;$$

$$\omega^4 (6,26 \cdot 10^{-18}) - \omega^2 (0,8 \cdot 10^{-8}) + 1 = 0;$$

$$D = 1,2024 \cdot 10^{-16}$$

Визначили власні частоти: $\omega_2^2 = 1.833 \cdot 10^9 c^{-2}$, $\omega_1^2 = 0,097 \cdot 10^9 c^{-2}$

$$\omega_2 = 43966 c^{-1}, \omega_1 = 9065.73 c^{-1}$$

При $\omega_1^2 = 1,203 \cdot 10^9 c^{-2}$ і нормованій $W_{11} = 1$ отримаємо з розв'язку рівняння таку першу власну форму:

$$\begin{bmatrix} (\omega_1^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega_1^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega_1^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega_1^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_{11} \\ W_{21} \end{Bmatrix} = 0$$

$$W_{21} = -5,3$$

Аналогічно при $\omega_2^2 = 0,917 \cdot 10^9 c^{-2}$ і нормованій $W_{12} = 1$

$$\begin{bmatrix} (\omega_2^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega_2^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega_2^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega_2^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_{12} \\ W_{22} \end{Bmatrix} = 0$$

$$W_{22} = 0,91$$

Оскільки однією з властивостей власних форм коливань є їх ортогональність, то перевіримо виконання цієї умови:

$$\{W\}_2^T [a] \{W\}_1 = 0;$$

$$\{W\}_1 = \begin{Bmatrix} 1 \\ -5,3 \end{Bmatrix}, \{W\}_2 = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0,91 \end{Bmatrix}$$

$$\cdot \begin{Bmatrix} 1,51 & 0 \\ 0 & 0,278 \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ 0,91 \end{Bmatrix} = -0,022 \approx 0$$

Зобразимо отримані власні форми згинальних коливань на рис. 6.5:

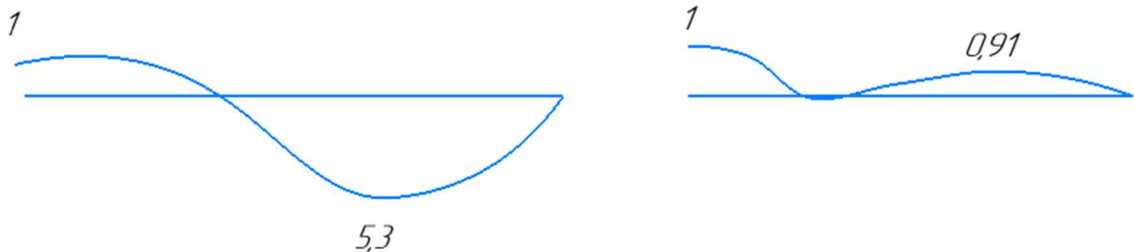


Рис.6.5 Власні форми коливань

6.2.2 Визначення першої власної частоти методом Релея

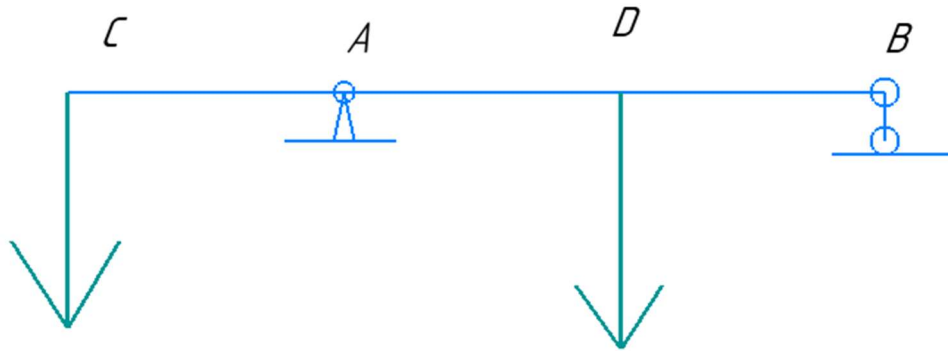


Рис. 6.6 Система з двома ступенями свободи

(маси замінили силами)

$$\omega_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^2 Q_i W_i}{\sum_{i=1}^2 m_i W_i^2}; \quad Q_i = m_i g;$$

$$Q_1 = m_1 g = 0,195 \cdot 10 = 1,95 H$$

$$Q_2 = m_2 g = 1,85 \cdot 10 = 18,5 H$$

$$\sum M_{iA} = 0;$$

$$\sum M_{iB} = 0;$$

$$R_B = 8,24 H$$

$$R_A = 12,2 H$$

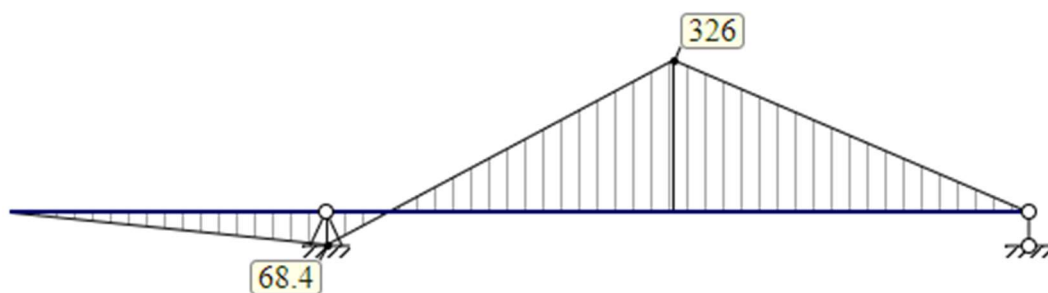


Рис. 6.7 Епюри моментів зовнішніх сил

Значення W_i [м] знаходимо за допомогою правилом Сімпсона.

$$W_1 = \frac{1}{EI} \cdot \left[\frac{28}{6} (0 \cdot 0 + 4 \cdot 142,5 \cdot 9,9 + 285 \cdot 19,8) + \frac{37,1}{6} \cdot (285 \cdot 19,8 + 4 \cdot 230,5 \cdot 14,4114 + 176 \cdot 9,0228) + \frac{30,9}{6} (176 \cdot 9,0228 + 4 \cdot 88 \cdot 4,5114 + 0) \right] \cdot 10^{-9} = 1,65 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$$W_2 = \frac{1}{EI} \cdot \left[\frac{28}{6} (0 \cdot 0 + 4 \cdot 142,5 \cdot 4,508 + 285 \cdot 9,016) + \frac{37,1}{6} \cdot (285 \cdot 9,016 + 4 \cdot 230,5 \cdot 15,008 + 176 \cdot 21) + \frac{30,9}{6} (176 \cdot 21 + 4 \cdot 88 \cdot 10,5 + 0) \right] = 1,023 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$$\omega_1^2 = \frac{18,5 \cdot 1,65 \cdot 10^{-7} + 1,95 \cdot 1,023 \cdot 10^{-7}}{1,85 \cdot (1,65 \cdot 10^{-7})^2 + 1,95 \cdot (1,023 \cdot 10^{-7})^2} = 8,6229 \cdot 10^7 \text{ с}^{-2}$$

$$\omega_1 = 9286 \text{ с}^{-1}$$

Визначимо похибку:

$$\Delta = \left| \frac{\omega_{\text{м.сил}} - \omega_{\text{реллея}}}{\omega_{\text{м.сил}}} \right| \cdot 100\% = \left| \frac{9065,73 - 9286}{9065,73} \right| \cdot 100\% = 2,42\%$$

6.2.3 Визначення власної частоти методом Донкерлі

$$\frac{1}{\omega_1^2} = \frac{1}{(\omega'_1)^2} + \frac{1}{(\omega'_2)^2};$$

$$\frac{1}{(\omega'_1)^2} = m_1 \delta_{11} = 0,195 \cdot 5,98 \cdot 10^{-9} = 1,61 \cdot 10^{-9}$$

$$\frac{1}{(\omega'_2)^2} = m_2 \delta_{22} = 1,85 \cdot 6,03 \cdot 10^{-9} = 11,15 \cdot 10^{-9}$$

$$\frac{1}{\omega_1^2} = 1,61 \cdot 10^{-9} + 11,15 \cdot 10^{-9} = 12,76 \cdot 10^{-9}$$

$$\omega_1 = 8875 \text{ с}^{-1}, \quad \omega_1^2 = 8,055 \cdot 10^7 \text{ с}^{-2} \quad .$$

Визначимо похибку:

$$\Delta = \left| \frac{\omega_{\text{м.сил}} - \omega_{\text{Донкерлі}}}{\omega_{\text{м.сил}}} \right| 100\% = \left| \frac{9065,73 - 8875}{9065,73} \right| 100\% = 2,1\%$$

7. Список літератури

1. Ковальчук Б.І., Заховайко О.П. Метод. вказівки до виконання курсового проекту з деталей машин для студ. спец. «Динаміка і міцність машин» – Київ: НТУУ «КПІ», 2011. 70 с.
2. Павлище В.Т. Основи конструювання та розрахунків деталей машин: Підручник для вузів. – Київ: Вища шк., 1993. 558 с.
3. Курмаз Л.В., Курмаз О.Л. Конструирование улов и деталей машин: Справочное учебно-методическое пособие. – Москва: Вищ. шк., 2007.
4. Методичні вказівки до курсового проекту з дисципліни «Теорія механізмів і машин» для студентів спеціальності «Динаміка і міцність машин» / Уклад: О.П.Заховайко, О.Б.Овсієнко, О.М.Протащук та ін. – Київ: НТУУ «КПІ», 2000, 40 с.
5. Чемерис О.М. Методичні вказівки до розв'язування задач симетричного згину круглих пластин з дисципліни «Будівельна механіка машин» для студентів спеціальності ДММ. – Київ: КПІ, 1992. 48 с.
6. Лурье А.І. Теория упругости. Москва: Наука, 1970, 940 с.
7. Опір матеріалів: Підручник. / Під ред. Г.С.Писаренка. Київ: Вища школа, 1993. – 655 с.
8. Рудаков К.М. Конспект лекцій з дисципліни «Числові методи в динаміці та міцності машин». Частина І. Київ: НТУУ «КПІ», НВЦ «Надійність», 2000. 105 с.
9. Рудаков К.М. Конспект лекцій з дисципліни «Числові методи в динаміці та міцності машин». Частина ІІ. Київ: НТУУ «КПІ», НВЦ «Надійність», 2000. 105 с.
10. Рудаков К.М. FEMAP. Геометричне та скінченно-елементне моделювання конструкцій для розрахунків у MSC.Nastran: Посібник. – Київ: НТУУ «КПІ», 2005. 210 с.
11. Василенко М.В., Алексейчук О.М. Теорія коливань і стійкості руху: Підручник. – Київ: Вища шк., 2004. 525с.
12. «Теорія коливань та стійкості руху». Збірник завдань до курсового проектування та практичних занять для студентів спеціальності «Динаміка та міцність машин» / Уклад.: М.І. Бобир, А.Є. Бабенко, О.О. Боронко, С.І. Трубачов, Київ: НТУУ «КПІ», 2010. 171 с.
13. Методичні вказівки до виконання випускної атестаційної роботи бакалавра з напрямку 0902 – Інженерна механіка для спеціальності 7.090201 – Динаміка і

міцність машин / Уклад.: А.Є. Бабенко, О.О. Боронко, О.П. Заховайко, Б.І. Ковальчук, К.М. Рудаков, Ю.М. Сидоренко, О.М. Чемерис. Під загальною редакцією М.І. Бобиря. Київ: НТУУ "КПІ", 2004. 47 с.