

Використання математики при формуванні графічних зображень

О. Н. Романюк¹, В. П. Майданюк¹, О. В. Романюк¹

¹*Вінницький національний технічний університет,
Вінниця, Україна*

rom8591@gmail.com

Анотація

Проаналізовано використання математики при формування графічних зображень.

Ключові слова: комп'ютерна графіка; математика; рендеринг; кватерніони; сферична геометрія; матричні перетворення.

Комп'ютерна графіка (КГ) [1] відіграє важливу роль у сучасному світі. Вона застосування в дизайні, розвагах, науці, медицині та освіті та дозволяє створювати детальні візуалізації, що сприяє кращому розумінню проектів перед їхнім втіленням. У ігровій індустрії [2] КГ використовується для створення складних сценаріїв та інтерактивних світів, забезпечуючи глибокий іммерсивний досвід. У кіно та анімації [2] графіка є ключовим елементом для створення спецефектів. В науці вона використовується для візуалізації складних даних і моделей, а в медицині [3] для створення 3D-моделей органів, що допомагає у плануванні операцій. Також комп'ютерна графіка [1] є невід'ємною частиною веб-дизайну [4] та інтерфейсів користувача, поліпшуючи їх зручність та естетику [5]. В освіті, графічні симуляції та ігри [2] використовуються для навчання та тренування, забезпечуючи інтерактивний та ефективний підхід до здобуття знань.

Математика відіграє важливу роль у комп'ютерній графіці, забезпечуючи методи та інструменти, які дозволяють створювати, маніпулювати та візуалізувати цифрові зображення та тривимірні сцени. Геометрія забезпечує використання математичних принципів, зокрема лінійної алгебри, для маніпулювання геометричними формами. Це включає перетворення [1], такі як масштабування, перенесення, та обертання об'єктів у просторі. Інтерполювання [5] часто використовується для створення гладких переходів між кольорами або текстурами на поверхнях [6].

Множина математичних функцій і алгоритмів використовуються для інтерполяції [1] значень, щоб забезпечити плавність та реалістичність зображень. Математичні алгоритми використовуються для перетворення векторних графічних даних у піксельні зображення, що відображаються на екрані. Математичні розрахунки використовуються для моделювання взаємодії світла з об'єктами. Це включає вирахування як пряме освітлення, так і відбиття світла від одного об'єкта на інший. Такі моделі, як закони затухання світла та моделі відбиття, базуються на фізичних законах, але виражені через математику. Математика використовується для відображення текстур на тривимірних об'єктах, що вимагає перетворення координат текстури в координати пікселів.

Лінійна алгебра використовується для опису і маніпулювання точками, векторами, матрицями та лінійними перетвореннями. Це основа для перетворень в тривимірному просторі.

Диференціальне та інтегральне числення застосовується для моделювання змінних властивостей, таких як освітлення і тіні, а також для обчислення об'ємів, площ поверхонь та інших атрибутів, пов'язаних з графічними об'єктами.

Чисельні методи використовуються для розрахунку апроксимацій рішень математичних задач, які не можуть бути розв'язані аналітично.

Теорія імовірностей та статистика використовується в алгоритмах, які залежать від випадковості або для аналізу великих даних, наприклад, у методах Монте-Карло для рендеринга.

Сферична геометрія [6, 7] має важливе значення у комп'ютерній графіці, особливо у таких аспектах, як моделювання, анімація та візуалізація. У тривимірних сценах сферичні координати часто використовуються для опису позиції камер, світла або інших об'єктів. Це дозволяє легко обчислювати кути та відстані між об'єктами в сцені. Сферична геометрія може використовуватися для створення реалістичних анімацій руху об'єктів у тривимірному просторі, особливо коли об'єкти повинні рухатися вздовж кривих або по поверхні сфер. У КГ сферичні об'єкти можуть використовуватися для створення складних об'ємних сцен, які вимагають точного врахування кривизни та інших геометричних властивостей. Сферичні проєкції використовуються для створення панорамних зображень, які можуть бути інтегровані в додатки віртуальної реальності. Техніки сферичної геометрії дозволяють реалізувати складні алгоритми освітлення.

Інтерполяція та апроксимація [1, 5, 8] є важливими математичними методами, які знаходять широке застосування у КГ для створення гладких зображень, анімацій, і текстур з дискретних даних. Інтерполяція [1, 5, 8] використовується для визначення проміжних значень на основі дискретного набору відомих даних. Часто використовується для розрахунку кольорів точок текстури між відомими пікселями, що допомагає у створенні гладких та реалістичних зображень на поверхнях об'єктів [8]. Інтерполяція дозволяє створювати плавні анімації шляхом визначення проміжних станів об'єктів між ключовими кадрами, що забезпечує

натуралістичні рухи.

Апроксимація використовується для створення моделей, які найкраще відповідають заданому набору даних, але не обов'язково проходять через усі точки даних. Використовується для створення поверхонь, які описують форму об'єкта на основі набору вимірюваних даних, наприклад, при скануванні реальних об'єктів або при створенні тривимірних моделей з фотографій. Апроксимація може використовуватися для зниження складності графічних моделей без істотної втрати деталізації, що допомагає підвищити продуктивність графічних додатків. Апроксимаційні методи можуть бути використані для ефективного обчислення ефектів освітлення, таких як тіні та відблиски, з мінімальними витратами обчислювальних ресурсів.

Останнім часом часто використовують кватерніони. Вони є частиною чотиривимірного числового простору і мають особливі властивості, які роблять їх оптимальними для представлення орієнтацій та обертань у 3D просторі. Кватерніони забезпечують плавність і стабільність при анімації обертань завдяки можливості використання сферичної лінійної інтерполяції. Цей метод дозволяє обчислити проміжні обертаня між двома орієнтаціями так, що швидкість обертаня залишається постійною. Обертання на основі кватерніонів може бути виконано швидше та з меншими вимогами до пам'яті, ніж матричні перетворення. Компонування обертань за допомогою кватерніонів можна здійснювати простою операцією множення, що є менш складною та більш надійною, ніж відповідні операції з матрицями обертань.

Інтегральне числення, яке разом із диференціальним численням становить основу математичного аналізу, відіграє значущу роль в багатьох аспектах комп'ютерної графіки. Цей розділ математики використовується для обчислення площ, об'ємів, та інших величин. Інтегральне числення використовується для розрахунку освітленості сцен, враховуючи внесок від різних джерел світла та їх взаємодію з матеріалами поверхонь. Методи глобального освітлення, такі як радіозітні і методи трасування променів, часто використовують інтеграли для точного обчислення освітленості. Техніки Монте-Карло, які використовують випадкові зразки для апроксимації складних інтегралів, широко застосовуються для симуляції освітлення в комп'ютерній графіці. Це дозволяє візуалізувати реалістичні ефекти, такі як м'які тіні, глибина різкості, та індиректне освітлення. Інтегральне числення використовується для моделювання та анімації динамічних систем, таких як рідини і тканини. Воно допомагає в розрахунках, пов'язаних з в'язкістю, тиском та об'ємними змінами.

Матриці в КГ використовуються для перетворення об'єктів у 2D та 3D просторах, таких як переміщення, масштабування, обертаня та інші трансформації. Матричні операції лежать в основі багатьох алгоритмів комп'ютерної графіки, зокрема для рендерингу 3D-сцен, анімацій, моделювання об'єктів і створення віртуальних середовищ. Вони застосовуються в різних аспектах розробки ігор, включаючи графіку, фізику, анімацію, і керування камерою. Матричні операції у

відеоіграх мають вирішальне значення для створення динамічних, інтерактивних і візуально привабливих ігрових сцен.

Використання математики не лише поліпшує якість та реалістичність візуальних ефектів, але й забезпечує оптимізацію процесів, знижуючи вимоги до обчислювальних ресурсів. Таким чином, математика є необхідним інструментом у галузі сучасної комп'ютерної графіки, що дозволяє створювати все більш складні та реалістичні цифрові світи.

Перелік посилань

- [1] Романюк О. Н., Романюк О. В., Чехмestрук Р. Ю. (2023). *Комп'ютерна графіка: навчальний посібник*. Вінниця: ВНТУ.
- [2] Романюк О. Н., Романюк О. В., Ціхановська О. М., Котлик С. В. (2021). Вимоги до розробки комп'ютерних ігор. *Матеріали I Всеукраїнської науково-технічної конференції молодих вчених, аспірантів та студентів «Комп'ютерні ігри та мультимедіа як інноваційний підхід до комунікації»*, Одеса, 25–26 березня 2021 р., pp. 73–77.
- [3] Романюк С. О., Павлов С. В., Романюк О., Тітова Н. В. (2020). Інтелектуалізовані високопродуктивні системи планування пластичних і реконструктивних операцій на обличчі людини. *Опт-ел. інф-енерг. техн.*, vol. 40, no. 2, pp. 57–65.
- [4] Романюк О. Н., Кательніков Д. І., Косовець О. П. (2007). *Веб-дизайн і комп'ютерна графіка: навчальний посібник*. Вінниця: ВНТУ.
- [5] Петух А. М., Обідник Д. Т., Романюк О. Н. (2007). *Інтерполяція в задачах контурного формування: монографія*. Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця.
- [6] Романюк О. Н., Чорний А. В. (2004). Реалізація рендерингу Фонга з використанням сферично-кутової інтерполяції. *Вісник Вінницького політехнічного інституту*, no. 1, pp. 66–72.
- [7] Романюк О. Н., Мельников О. М. (2006). Адаптивна нормалізація векторів нормалей при визначенні дифузної та спекулярної складової кольору. *Реєстрація, зберігання і обробка даних*, vol. 8, no. 3, pp. 11–19.
- [8] Романюк О. Н., Чорний А. В. (2006). *Високопродуктивні методи та засоби зафарбовування тривимірних графічних об'єктів: монографія*. Вінниця: УНІВЕСУМ-Вінниця.