УДК 629.783

О.М. Мелащенко, Л.М. Рижков

ДОСЛІДЖЕННЯ ГРАВІТАЦІЙНО-МАГНІТНОЇ СИСТЕМИ СТАБІЛІЗАЦІЇ МІКРОСУПУТНИКА З ОЦІНЮВАННЯМ ФАЗОВОГО ВЕКТОРА ФІЛЬТРОМ КАЛМАНА

Вступ

Прагнучи зменшити собівартість і масово-габаритні показники мікросупутників (МС), відмовляються від використання в їх системах орієнтації та стабілізації (СОС) прецизійних датчиків кутової швидкості, що, в свою чергу. значно ускладнює задачу отримання високих характеристик за точністю таких систем. У зв’язку з цим виникає необхідність максимально ефективного використання інформації, що надходить із позиційних датчиків (магнітометрів, датчиків горизонту Землі та координат Сонця), для отримання інформації про повний фазовий вектор МС. Найчастіше ця задача розв’язується на основі алгоритму фільтра Калмана та подібних до нього алгоритмів.

Серед значної кількості праць з оцінювання фазового вектора МС і з синтезу законів керування [1–4] недостатньо уваги приділено питанням дослідження стійкості та точності систем керування МС з алгоритмом оцінювання фазового вектора в колі зворотного зв’язку. Саме висвітленню цих питань присвячено дану статтю.

Постановка задачі

Мета статті – побудова гравітаційно-магнітної системи стабілізації мікросупутників з оцінюванням фазового вектора узагальненим фільтром Калмана (УФК).

Рух мікросупутників

Розглядатимемо рух МС в орбітальній системі координат (ОСК) $O_1X_0Y_0Z_0$ (рис. 1), центр O_1 якої збігається з центром мас супутника. Як видно з рисунка, вісь O_1X_0 розташована в площині орбіти і направлена по вектору лінійної швидкості супутника, вісь O_1Z_0 направлена по радіусу-вектору супутника до центра Землі, а вісь O_1Y_0 направлена так, щоб утворити праву систему координат (СК). По осі O_1Y_0 направлений вектор кутової швидкості обертання супут-

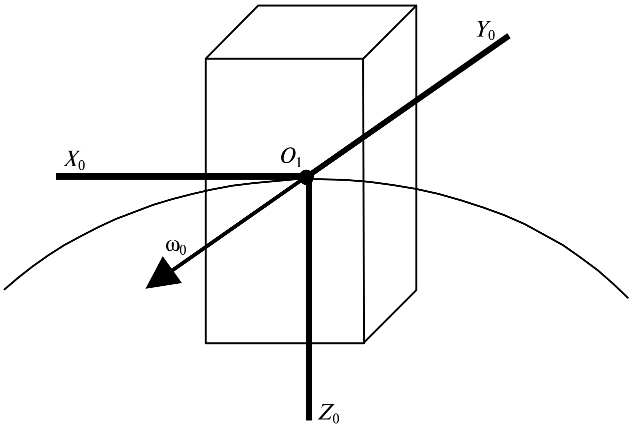

Рис. 1. Супутник в ОСК

ника по орбіті $\boldsymbol{\omega}_{OI}^{O} = (0,\ -\omega_0,\ 0)^{\mathrm{T}}$. Опишемо орієнтацію зв’язаної СК (ЗСК) відносно ОСК кватерніоном $\mathbf{q} = (q_0, q_1, q_2, q_3)^{\mathrm{T}}$. За умови, що осі ЗСК XYZ є головними центральними осями інерції супутника, повні рівняння його руху в ОСК набудуть вигляду

$$\begin{aligned} J\dot{\boldsymbol{\omega}}_{BI}^{B} + \boldsymbol{\omega}_{BI}^{B} \times (J\boldsymbol{\omega}_{BI}^{B}) &= \boldsymbol{\tau}^{B}, \\ \dot{\mathbf{q}} &= \frac{1}{2}\mathbf{q} \circ (0,\ (\boldsymbol{\omega}_{BO}^{B})^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}, \end{aligned} \tag{1}$$

де $J = \mathrm{diag}(I_x, I_y, I_z)$ – тензор інерції супутника; $\boldsymbol{\omega}_{BI}^{B}$ – абсолютна кутова швидкість супутника, виражена в ЗСК; $\boldsymbol{\omega}_{BO}^{B} = \boldsymbol{\omega}_{BI}^{B} - R_O^B \boldsymbol{\omega}_{OI}^{O}$ – кутова швидкість супутника відносно ОСК, виражена в ЗСК; $\boldsymbol{\tau}^{B} = \boldsymbol{\tau}_g^{B} + \boldsymbol{\tau}_m^{B} + \boldsymbol{\tau}_d^{B}$ – сумарний момент, який діє на супутник і виражений в ЗСК; $\boldsymbol{\tau}_g^{B}$ – гравітаційний момент; $\boldsymbol{\tau}_m^{B}$ – момент, що створюється магнітними котушками; $\boldsymbol{\tau}_d^{B}$ – момент збурення, в який входять моменти від залишкової намагніченості супутника, від сонячного вітру, від залишкової атмосфери та ін.; $\circ$ – знак кватерніонного множення. Кватерніон $\mathbf{q}$ в (1) подаватимемо у вигляді $\mathbf{q} = (\eta, \boldsymbol{\varepsilon})^{\mathrm{T}}$, де η – скалярна частина кватерніона і $\boldsymbol{\varepsilon}$ – його векторна частина.

Кватерніон зв’язаний із матрицею напрямних косинусів таким виразом:

$$R_O^B = [\mathbf{c}_1,\ \mathbf{c}_2,\ \mathbf{c}_3] =$$

$$= \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1q_2 + q_0q_3) \\ 2(q_1q_2 - q_0q_3) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 \\ 2(q_1q_3 + q_0q_2) & 2(q_2q_3 - q_0q_1) \end{bmatrix}$$

$$\left.\begin{matrix} 2(q_1q_3 - q_0q_2) \\ 2(q_2q_3 + q_0q_1) \\ q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{matrix}\right].$$

Матриця R_O^B задає перехід від орбітальної системи координат до зв'язаної; відповідно зворотний перехід задаватиметься транспонованою матрицею R_O^B або спряженим кватерніоном $\mathbf{q}^{-1} = (q_0,\ -q_1,\ -q_2,\ -q_3)^{\mathrm{T}}$.

Гравітаційний момент в (1) в явному вигляді записується так:

$$\boldsymbol{\tau}_g^B = 3\omega_0^2 \mathbf{c}_3 \times (J\mathbf{c}_3) = 3\omega_0^2 \begin{bmatrix} (I_x - I_y)c_{23}c_{33} \\ (I_x - I_z)c_{33}c_{13} \\ (I_y - I_z)c_{13}c_{23} \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Момент керування $\boldsymbol{\tau}_m^B$, який прикладається до МС, виникає внаслідок взаємодії магнітного поля котушок з магнітним полем Землі (МПЗ) і визначається за такою формулою:

$$\boldsymbol{\tau}_m^B = \boldsymbol{\mu}^B \times \mathbf{B}^B = \begin{bmatrix} B_z^B\mu_y - B_y^B\mu_z \\ B_x^B\mu_z - B_z^B\mu_x \\ B_y^B\mu_x - B_x^B\mu_y \end{bmatrix}, \quad (3)$$

де $\boldsymbol{\mu}^B$ – сумарний момент, що генерується котушками; $\mathbf{B}^B$ – вектор індукції МПЗ в ЗСК.

За наявності на борту МС датчиків кутової швидкості та датчиків позиційних координат для керування є доступним повний фазовий вектор $((\boldsymbol{\omega}_{BO}^B)^{\mathrm{T}}, \mathbf{q}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}$ МС. Задача магнітного керування орієнтацією в цьому випадку детально досліджена в працях [5, 6]. У випадку ж доступності на борту МС сигналів тільки з позиційних датчиків зворотний зв'язок у магнітній СОС будується за оцінкою $((\hat{\boldsymbol{\omega}}_{BO}^B)^{\mathrm{T}}, \mathbf{q}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}$ повного фазового вектора МС. З огляду на останнє постає задача аналізу та оцінки точності магнітної СОС, побудованої на основі оцінювача фазового вектора МС.

Оцінювання фазового вектора МС

При оцінюванні фазового вектора МС за сигналами магнітометрів і датчика координат Сонця (ДКС) здебільшого використовують інформацію про вектор напруженості МПЗ в ОСК та напрямок на Сонце в цій же СК.

Моделі вимірювань магнітометричними та сонячними датчиками без врахування похибок калібрування і зміщенням нуля мають вигляд

$$\mathbf{B}^{\mathrm{mes}} = R_O^B \mathbf{B}^{\mathrm{orb}} + \mathbf{n}_{\mathrm{mag}}, \qquad \mathbf{S}^{\mathrm{mes}} = R_O^B \mathbf{S}^{\mathrm{orb}} + \mathbf{n}_{\mathrm{sun}}, \quad (4)$$

де $\mathbf{B}^{\mathrm{mes}}$ і $\mathbf{S}^{\mathrm{mes}}$ – вектори, компонентами яких є сигнали відповідно магнітометрів та ДКС; $\mathbf{n}_{\mathrm{mag}}$ і $\mathbf{n}_{\mathrm{sun}}$ – шуми вимірювань (відповідно магнітометрів та ДКС).

Вектор $\mathbf{B}^{\mathrm{orb}}$ напруженості МПЗ в ОСК розраховують для поточних координат МС на основі моделі геомагнітного поля [7]. Інформацію про поточні значення параметрів орбітального руху МС отримують, оброблюючи сигнали системи глобального позиціонування [8].

Одиничний вектор $\mathbf{S}^{\mathrm{orb}}$ напрямку на Сонце в ОСК знаходиться за формулою

$$-\mathbf{S}^{\mathrm{orb}} = \begin{bmatrix} -\sin u \sin\vartheta + \cos u \cos\vartheta \cos i & \cos u \sin i & -(\sin u \cos\vartheta + \cos u \sin\vartheta \cos i) \\ -\cos\vartheta \sin i & \cos i & \sin\vartheta \sin i \\ \cos u \sin\vartheta + \sin u \cos\vartheta \cos i & \sin u \sin i & \cos u \cos\vartheta - \sin u \sin\vartheta \cos i \end{bmatrix} \mathbf{S}^{\mathrm{ECI}}, \quad (5)$$

де u – аргумент широти; i – нахил орбіти; ϑ – довгота вихідного вузла в геоцентричній інерціальній СК; $\mathbf{S}^{\mathrm{ECI}}$ – одиничний вектор напрямку на Сонце в геоцентричній інерціальній СК, методику розрахунку якого наведено в [9].

Для оцінювання фазового вектора МС в даній статті використано підхід, описаний в [4], за винятком модифікації, яка полягає в нормуванні оцінки кватерніона після кожного кроку оновлення алгоритму. Подібний спосіб нормування кватерніона детально досліджено в [10].

На рис. 2 наведено структурну схему алгоритму УФК, згідно з яким здійснюється оцінювання розширеного вектора стану МС $\hat{\mathbf{z}}^{\mathrm{T}} = ((\hat{\boldsymbol{\omega}}_{BI}^B)^{\mathrm{T}}, \hat{\mathbf{q}}^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{\tau}_{d,x}, \boldsymbol{\tau}_{d,y})$, причому корекція вектора стану здійснюється за замкненим колом. Момент діючого на МС збурення тут моделюється як процес випадкового блукання: $\dot{\boldsymbol{\tau}}_d = 0$. Оцінювання тільки двох перших координат вектора збурення пояснюється наміром спростити алгоритм оцінювання, оскільки з достатнім ступенем точності можна вважати, що для МС з гравітаційною штангою визначальною буде компонента моменту збурення, яка лежить у площині $O_1X_0Y_0$.

Матриці $Q \in \mathbb{R}^{7\times 7}$ і $R \in \mathbb{R}^{6\times 6}$ на рис. 2 – коваріаційні матриці шумів (відповідно процесу і вимірювань).

Матриця вимірювань $H_{n/n}$ на рис. 2 має вигляд

$$H_{n/n} = [\mathbf{0}_{6\times 3}\ \mathbf{h}_1\ \mathbf{h}_2\ \mathbf{h}_3\ \mathbf{h}_4\ \mathbf{0}_{6\times 2}],$$

Рис. 2. Структурна схема алгоритму узагальненого фільтра Калмана оцінювання фазового вектора МС

де

$$h_1 = 2\begin{pmatrix} \begin{bmatrix} \hat{q}_{1,n} & \hat{q}_{2,n} & \hat{q}_{3,n} \\ \hat{q}_{2,n} & -\hat{q}_{1,n} & \hat{q}_{0,n} \\ \hat{q}_{3,n} & -\hat{q}_{0,n} & -\hat{q}_{1,n} \end{bmatrix} \mathbf{B}_n^{\mathrm{orb}} \\ \begin{bmatrix} \hat{q}_{1,n} & \hat{q}_{2,n} & \hat{q}_{3,n} \\ \hat{q}_{2,n} & -\hat{q}_{1,n} & \hat{q}_{0,n} \\ \hat{q}_{3,n} & -\hat{q}_{0,n} & -\hat{q}_{1,n} \end{bmatrix} \mathbf{S}_n^{\mathrm{orb}} \end{pmatrix},$$

$$h_2 = 2\begin{pmatrix} \begin{bmatrix} -\hat{q}_{2,n} & \hat{q}_{1,n} & -\hat{q}_{0,n} \\ \hat{q}_{1,n} & \hat{q}_{2,n} & \hat{q}_{3,n} \\ \hat{q}_{0,n} & -\hat{q}_{3,n} & -\hat{q}_{2,n} \end{bmatrix} \mathbf{B}_n^{\mathrm{orb}} \\ \begin{bmatrix} -\hat{q}_{2,n} & \hat{q}_{1,n} & -\hat{q}_{0,n} \\ \hat{q}_{1,n} & \hat{q}_{2,n} & \hat{q}_{3,n} \\ \hat{q}_{0,n} & -\hat{q}_{3,n} & -\hat{q}_{2,n} \end{bmatrix} \mathbf{S}_n^{\mathrm{orb}} \end{pmatrix},$$

$$h_3 = 2\begin{pmatrix} \begin{bmatrix} -\hat{q}_{3,n} & \hat{q}_{0,n} & \hat{q}_{1,n} \\ -\hat{q}_{0,n} & -\hat{q}_{3,n} & \hat{q}_{2,n} \\ \hat{q}_{1,n} & \hat{q}_{2,n} & \hat{q}_{3,n} \end{bmatrix} \mathbf{B}_n^{\mathrm{orb}} \\ \begin{bmatrix} -\hat{q}_{3,n} & \hat{q}_{0,n} & \hat{q}_{1,n} \\ -\hat{q}_{0,n} & -\hat{q}_{3,n} & \hat{q}_{2,n} \\ \hat{q}_{1,n} & \hat{q}_{2,n} & \hat{q}_{3,n} \end{bmatrix} \mathbf{S}_n^{\mathrm{orb}} \end{pmatrix},$$

$$h_4 = 2\begin{pmatrix} \begin{bmatrix} \hat{q}_{0,n} & \hat{q}_{3,n} & -\hat{q}_{2,n} \\ -\hat{q}_{3,n} & \hat{q}_{0,n} & \hat{q}_{1,n} \\ \hat{q}_{2,n} & -\hat{q}_{1,n} & \hat{q}_{0,n} \end{bmatrix} \mathbf{B}_n^{\mathrm{orb}} \\ \begin{bmatrix} \hat{q}_{0,n} & \hat{q}_{3,n} & -\hat{q}_{2,n} \\ -\hat{q}_{3,n} & \hat{q}_{0,n} & \hat{q}_{1,n} \\ \hat{q}_{2,n} & -\hat{q}_{1,n} & \hat{q}_{0,n} \end{bmatrix} \mathbf{S}_n^{\mathrm{orb}} \end{pmatrix}.$$

Нижнім індексом біля векторів та компонент кватерніонів тут і далі позначається дискретний момент часу. Відмінність між матрицями $H_{n/n}$ і $H_{n+1/n}$ на рис. 2 полягає в тому, що для утворення матриці $H_{n+1/n}$ використовуються компоненти оновленого кватерніона.

Функція $\mathbf{f}_n(\cdot)$ на рис. 2 має вигляд

$$\mathbf{f}_n(\hat{\mathbf{z}}_{n+1/n}) = \begin{pmatrix} J^{-1}(\hat{\boldsymbol{\tau}}_g^B + \boldsymbol{\tau}_m^B + \hat{\boldsymbol{\tau}}_d^B - \hat{\boldsymbol{\omega}}_{BI}^B \times (J\hat{\boldsymbol{\omega}}_{BI}^B)) \\ \frac{1}{2}\hat{\mathbf{q}} \circ (0, (\hat{\boldsymbol{\omega}}_{BO}^B)^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}} \\ \mathbf{0}_{2\times 1} \end{pmatrix}.$$

Матрицю стану $\Phi_{n+1/n}$ дискретної моделі похибок у схемі на рис. 2 взято у вигляді

$$\Phi_{n+1/n} = I_{9\times 9} + F(\hat{\mathbf{z}}_{n+1/n})T_s,$$

де T_s – період дискретизації; $F(\hat{\mathbf{z}}_{n+1/n})$ – обчислена в точці $\hat{\mathbf{z}}_{n+1/n}$ матриця стану неперервної моделі похибок:

$$F(\hat{\mathbf{z}}_{n+1/n}) = \begin{bmatrix} J^{-1}([J\omega_{BI}^{B}\times] - [\omega_{BI}^{B}\times]J) & J^{-1}(\bar{\tau}_{g}^{B} + \bar{\tau}_{d}^{B}) & J^{-1}\underline{\alpha} \\ \underline{\beta} & \underline{\Omega} & \mathbf{0}_{4\times 2} \\ \mathbf{0}_{2\times 3} & \mathbf{0}_{2\times 4} & \mathbf{0}_{2\times 2} \end{bmatrix},$$

де

$$\bar{\boldsymbol{\tau}}_{g}^{B} = 6\omega_0^2(I_x - I_z)\times$$

$$\times\begin{bmatrix} -\hat{R}_{33}\hat{q}_1 - \hat{R}_{23}\hat{q}_0 & -\hat{R}_{33}\hat{q}_0 + \hat{R}_{23}\hat{q}_1 & -\hat{R}_{33}\hat{q}_3 + \hat{R}_{23}\hat{q}_2 & -\hat{R}_{33}\hat{q}_2 - \hat{R}_{23}\hat{q}_3 \\ -\hat{R}_{33}\hat{q}_2 + \hat{R}_{13}\hat{q}_0 & \hat{R}_{33}\hat{q}_3 - \hat{R}_{13}\hat{q}_1 & -\hat{R}_{33}\hat{q}_0 - \hat{R}_{13}\hat{q}_2 & \hat{R}_{33}\hat{q}_1 + \hat{R}_{13}\hat{q}_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$\bar{\boldsymbol{\tau}}_{d}^{B} = 2\begin{bmatrix} \hat{q}_0\hat{\tau}_{d,x} + \hat{q}_3\hat{\tau}_{d,y} & \hat{q}_1\hat{\tau}_{d,x} + \hat{q}_2\hat{\tau}_{d,y} & -\hat{q}_2\hat{\tau}_{d,x} + \hat{q}_1\hat{\tau}_{d,y} & -\hat{q}_3\hat{\tau}_{d,x} + \hat{q}_0\hat{\tau}_{d,y} \\ -\hat{q}_3\hat{\tau}_{d,x} + \hat{q}_0\hat{\tau}_{d,y} & \hat{q}_2\hat{\tau}_{d,x} - \hat{q}_1\hat{\tau}_{d,y} & \hat{q}_1\hat{\tau}_{d,x} + \hat{q}_2\hat{\tau}_{d,y} & -\hat{q}_0\hat{\tau}_{d,x} - \hat{q}_3\hat{\tau}_{d,y} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$\underline{\alpha} = \begin{bmatrix} \hat{R}_{11} & \hat{R}_{12} \\ \hat{R}_{21} & \hat{R}_{22} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \underline{\beta} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} -\hat{q}_1 & -\hat{q}_2 & -\hat{q}_3 \\ \hat{q}_0 & -\hat{q}_3 & \hat{q}_2 \\ \hat{q}_3 & \hat{q}_0 & -\hat{q}_1 \\ -\hat{q}_2 & \hat{q}_1 & \hat{q}_0 \end{bmatrix};$$

$$\underline{\Omega} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & -(\hat{\boldsymbol{\omega}}_{BO}^{B})^{\mathrm{T}} \\ \hat{\boldsymbol{\omega}}_{BO}^{B} & [\hat{\boldsymbol{\omega}}_{BO}^{B}\times] \end{bmatrix}.$$

Значення всіх векторів взято в момент часу $n+1/n$. Для спрощення через $\hat{R}_{ij}$ позначено оцінку (i,j)-го елемента матриці R_O^B.

Отже, отримавши згідно з алгоритмом на рис. 2 оцінку $((\hat{\boldsymbol{\omega}}_{BO}^{B})^{\mathrm{T}}, \hat{\mathbf{q}}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}$ фазового вектора МС, можна сформувати закон зміни магнітного моменту котушок, наприклад, за алгоритмом енергетичного регулятора:

$$\boldsymbol{\mu}^B = \beta\hat{\boldsymbol{\omega}}_{BO}^{B}\times\mathbf{B}^B + \alpha\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}\times\mathbf{B}^B, \tag{6}$$

де $\boldsymbol{\mu}^B$ — магнітний момент котушок в ЗСК; α, β — деякі константи, які уточнюються при побудові СОС МС.

Ефективним є також алгоритм осередненого лінійно квадратичного регулятора:

$$\mathbf{v}_n = -K\hat{\mathbf{x}}_n,$$

$$\Phi^{\mathrm{T}}P\Phi - P - \Phi^{\mathrm{T}}P\bar{\Gamma}[\bar{\Gamma}^{\mathrm{T}}P\bar{\Gamma} + R]^{-1}\bar{\Gamma}^{\mathrm{T}}P\Phi + Q = 0, \tag{7}$$

де $\hat{\mathbf{x}}_n = (\hat{\varepsilon}_1[n], \dot{\hat{\varepsilon}}_1[n], \hat{\varepsilon}_2[n], \dot{\hat{\varepsilon}}_2[n], \hat{\varepsilon}_3[n], \dot{\hat{\varepsilon}}_3[n])^{\mathrm{T}}$ — фазовий вектор лінеаризованої системи (1); $\hat{\varepsilon}_i[n]$, $\dot{\varepsilon}_i[n]$, $i = x, y, z$ — відповідно кут та кутова швидкість лінеаризованої системи (1) по відповідній координаті, які обчислені в дискретні моменти часу; $\mathbf{u} = (\tilde{\mu}_x, \tilde{\mu}_y, \tilde{\mu}_z)^{\mathrm{T}}$ — вектор керування, зв'язаний з вектором магнітного моменту котушок співвідношенням $\tilde{\boldsymbol{\mu}}^B \mapsto \boldsymbol{\mu}^B : \boldsymbol{\mu}^B = \dfrac{\tilde{\boldsymbol{\mu}}^B\times\mathbf{B}^B}{\|\mathbf{B}^B\|}$; Φ і $\bar{\Gamma} = \dfrac{1}{T}\sum_{n=0}^{N}\Gamma_n$ — матриці відповідно стану і передачі керування осередненої дискретної моделі простору станів лінеаризованої системи (1); R і Q — вагові матриці, які визначають штраф відповідно на керування та похибку стабілізації.

Моделювання замкненої гравітаційно-магнітної СОС МС

Моделювання виконаємо для МС, який рухається по коловій орбіті на висоті 650 км з нахилом орбіти, що дорівнює 98°, і тензором інерції з розгорнутою гравітаційною штангою — $J = \mathrm{diag}(51{,}44\ 51{,}48\ 0{,}76)$ кг·м². Як модель МПЗ візьмемо модель WMM2005 [7]. При моделюванні вважатимемо, що орт напрямку на Сонце в ОСК не змінює свого положення, тобто $\mathbf{S}_n^{\mathrm{orb}} = (0, 1, 0)^{\mathrm{T}}$. При моделюванні не враховуватимемо шумів датчиків.

Аналіз виконаємо при таких параметрах: енергетичного регулятора — $\beta = 10^8$, $\alpha = 10^6$; стаціонарного лінійно квадратичного (ЛК) регулятора – R = diag(100 100 0,1), $Q = \left(\frac{0{,}1\pi}{180}\right)^{-2} I_{6\times 6}$; УФК – $R = 10^{-5} I_{6\times 6}$, Q = diag($3{\cdot}10^{-3}$, $3{\cdot}10^{-3}$, $3{\cdot}10^{-3}$, $3{\cdot}10^{-3}$, $3{\cdot}10^{-3}$, $3{\cdot}10^{-3}$, $3{\cdot}10^{-3}$, 10^{-4}, 10^{-4}).

Період дискретизації T_s у всіх випадках моделювання дорівнює 1 с.

На рис. 3 наведено графіки вільного руху керованого МС по трьох кутах орієнтації за таких початкових умов: $\boldsymbol{\omega}_{OB}^{B} = \mathbf{0}$ рад/с, (φ, θ, ψ) = = (–30°, 10°, –20°). Суцільна крива на цьому рисунку і далі відповідає енергетичному регулятору, пунктирна – осередненому ЛК-регулятору.

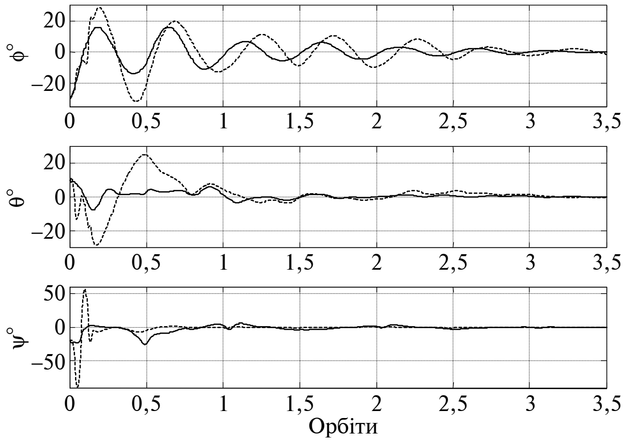

Рис. 3. Перехідні процеси в СОС по трьох кутах орієнтації

Як видно з рис. 3, побудова СОС з УФК на основі енергетичного регулятора дає можливість отримати кращу якість перехідних процесів порівняно з перехідними процесами в СОС з осередненим ЛК-регулятором. Це можна пояснити значним початковим відхиленням МС, оскільки осереднений ЛК-регулятор отримано в області лінеаризації моделі МС. Але з іншого боку, ці графіки демонструють добрі конвергентні властивості вибраного алгоритму УФК. Для оцінки здатності СОС з УФК послаблювати вплив на МС зовнішніх збурень на рис. 4 побудовано графіки усталених процесів у СОС при дії на МС моменту збурення вигляду $\boldsymbol{\tau}_d = [3{\cdot}10^{-6}, -5{\cdot}10^{-6}, 9{,}8{\cdot}10^{-7}]\sin\omega_0 t$ [Н·м].

Як видно з рис. 4, при застосуванні в СОС осередненого ЛК-регулятора досягається помітно вища точність стабілізації орієнтації МС, ніж при застосуванні енергетичного регулятора. Відмінність між двома алгоритмами керування особливо помітна в каналі курсу, де з осередненим ЛК-регулятором досягається відхилення менше одного градуса проти чотирьох градусів з енергетичним регулятором.

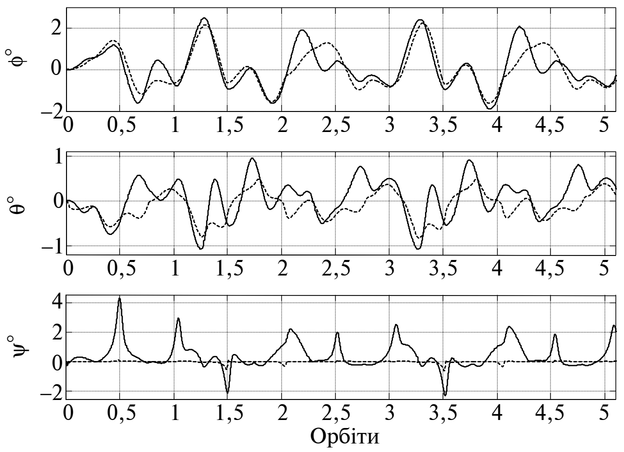

Рис. 4. Усталені процеси в СОС по трьох кутах орієнтації при дії збурення

До основних недоліків ДКС можна віднести його непрацездатність при попаданні МС в тінь Землі. З огляду на це, важливо оцінити точність СОС МС при оцінюванні його фазового вектора лише за сигналами магнітометрів. Тому на рис. 5 і 6 побудовано графіки усталених процесів в СОС МС при зникненнях сигналу з ДКС. Зникнення сигналу моделювалися через обнуління векторів $\mathbf{S}_n^{\mathrm{mes}}$ і $\mathbf{S}_n^{\mathrm{orb}}$ протягом відповідно 2000 і 1000 с, що становить приблизно 35 і 17% часу одного орбітального оберту.

Як видно з рис. 5, тривалі зникнення сигналів ДКС призводять до значного погіршення точності стабілізації МС. Точність стабілізації особливо погіршується в СОС з осередненим ЛК-регулятором. З іншого боку, як це видно з рис. 6, при тривалості зникнення сигналу з ДКС менше ніж 20% часу одного орбітального оберту, точність СОС з енергетичним регулятором практично не погіршується.

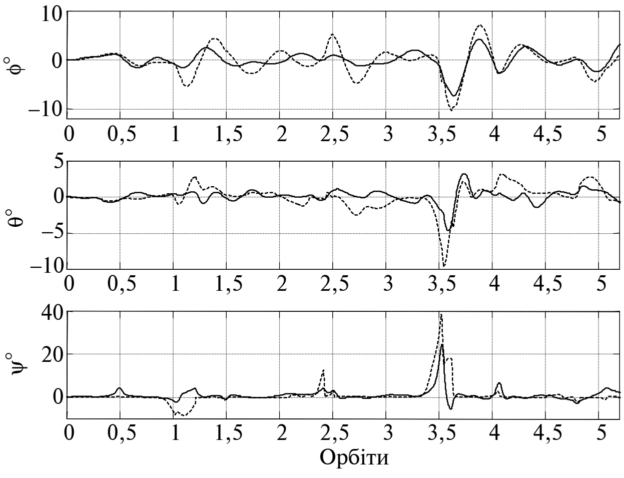

Рис. 5. Усталені процеси в СОС при 35%-них зникненнях сигналу з датчика Сонця

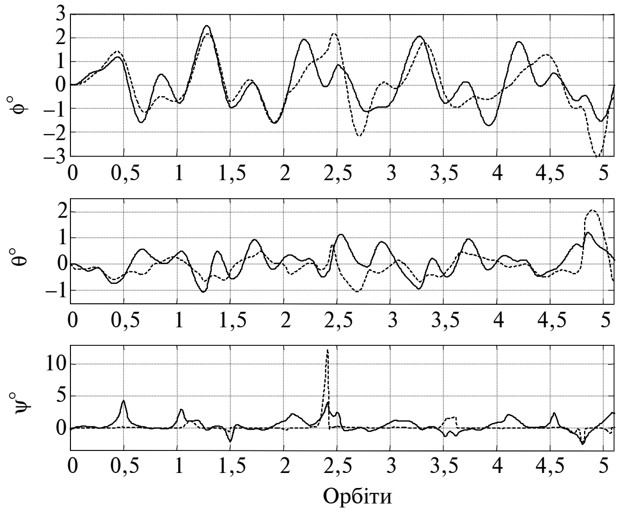

Рис. 6. Усталені процеси в СОС при 17%-них зникненнях сигналу з датчика Сонця

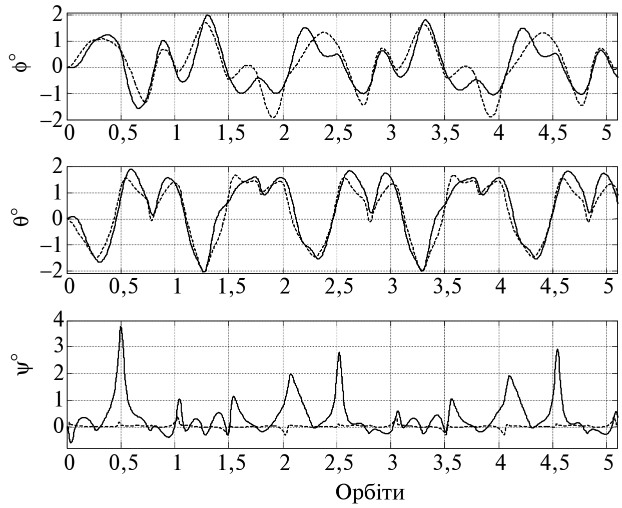

Рис. 7. Усталені процеси в СОС при 2%-ній невизначеності моделі МПЗ

При належно відкаліброваних магнітометрах основним джерелом похибок оцінювання орієнтації буде неточність моделювання МПЗ на борту МС. Тому далі на рис. 7 наводяться графіки усталених процесів в СОС за невизначеності моделі МПЗ, яка моделюється в такому вигляді:

$$\hat{\mathbf{B}}_{\mathrm{orb}} = \mathbf{B}_{\mathrm{orb}} + \frac{1}{100}(2,\, -2,\, 2)^{\mathrm{T}} \|\mathbf{B}_{\mathrm{orb}}\|,$$

де $\mathbf{B}_{\mathrm{orb}}$ – точне значення вектора індукції МПЗ в ОСК; $\hat{\mathbf{B}}_{\mathrm{orb}}$ – значення цього вектора, виміряне магнітометрами.

Отже, як видно з рис. 7, невизначеність моделі МПЗ в 2% в однаковій мірі зумовила погіршення точності стабілізації як в СОС з енергетичним регулятором, так і в СОС з осередненим ЛК-регулятором. Така поведінка похибки стабілізації в цьому випадку легко пояснюється вибраною моделлю вимірювань ДКС.

Висновки

Виконане в статті дослідження гравітаційно-магнітної системи орієнтації і стабілізації мікросупутника показало, що побудова зворотного зв'язку на основі алгоритму осередненого лінійно квадратичного регулятора при використанні оцінки фазового вектора мікросупутника, отриманої на основі алгоритму УФК з розширеним вектором стану, дозволяє досягнути точності стабілізації, кращої, ніж 2°. Крім того, встановлено, що така точність стабілізації досягається при точній моделі магнітного поля Землі і постійній видимості Сонця. Якщо ж і ці припущення не виконуються, то дослідження показало, що в багатьох випадках перевага може віддаватися алгоритму енергетичного регулятора.

Предметом подальшої роботи може бути дослідження характеристик за точністю системи орієнтації та стабілізації мікросупутника, для побудови якої використовується алгоритм фільтра Калмана з мультиплікативним оновленням оцінки кватерніона орієнтації, а також із включенням у модель оцінюваного процесу моделі похибок датчиків.

О.Н. Мелащенко, Л.М. Рыжков

ИССЛЕДОВАНИЕ ГРАВИТАЦИОННО-МАГНИТНОЙ СИСТЕМЫ СТАБИЛИЗАЦИИ МИКРОСПУТНИКА С ОЦЕНИВАНИЕМ ФАЗОВОГО ВЕКТОРА ФИЛЬТРОМ КАЛМАНА

Рассматривается построение гравитационно-магнитной системы стабилизации микроспутника. Вы-

O.M. Melashchenko, L.M. Ryzhkov

THE MICROSATELLITE GRAVITY-MAGNETIC STABILIZING SYSTEM RESEARCH WITH EVALUATION OF PHASE VECTOR BY KALMAN FILTER

The paper under study considers the construction of the microsatellite gravity-magnetic stabilizing system. Special attention is given to the efficiency of полнен анализ эффективности некоторых регуляторов с оцениванием фазового вектора фильтром Калмана.

some regulators with the estimation of the microsatellite phase vector by the extended Kalman filter.

1. *Azor R.*, *Itzhack Y.*, *Bar-ltzhack I.Y. et al.* Angular-Rate Estimation Using Quaternion Measurements // J. of the Braz. Soc. Mechanical Sciences. – 1999. – XXI – Special Issue. – P. 119–133.
2. *Harman R.*, *Thienely J.*, *Oshman Ya.* Gyroless Attitude and Rate Estimation Algorithms for the FUSE Spacecraft // Flight Mechanics Symposium, NASA Goddard Space Flight Center, Greenbelt, Maryland, October 28–30, 2003.
3. *Bak T.* Spacecraft Attitude Determination – a Magnetometer Approach // PhD thesis, Aalborg University, Denmark. – 2000. – P. 150.
4. *Steyn W.H.* Full Satellite State Determination from Vector Observations // Proc. 13th IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace, Palo Alto. – California USA, 1994.
5. *Коваленко А.П.* Магнитные системы управления космическими летательными аппаратами. – М.: Машиностроение, 1975.– 248 с.
6. *Боевкин В.И.*, *Гуревич Ю.Г.*, *Павлов Ю.Н.*, *Толстоусов Г.Н.* Ориентация искусственных спутников в гравитационных и магнитных полях. – М.: Наука, 1976. – 304 с.
7. http://www.ngdc.noaa.gov/seg/WMM/DoDWMM.shtml
8. *Лебедев Д.В.*, *Ткаченко А.И.* Навигация и управление ориентацией малых космических аппаратов. – К.: Наук. думка, 2006. – 298 с.
9. *Барышев В.А.*, *Крылов Г.Н.* Контроль ориентации метеорологических спутников. – Л.: Гидрометеоиздат, 1968. – 210 с.
10. *Bar-Itzhack I.Y.*, *Oshman Y.* Attitude Determination from Vector Observations: Quaternion Estimation // IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems. – **21**, N 1. – P. 128–135.

Рекомендована Радою НАЦ критичних технологій навігаційного приладобудування НТУУ “КПІ”

Надійшла до редакції 4 березня 2008 року