

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

АВТОМАТИЗАЦІЯ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСІВ ГАЛУЗІ ЧАСТИНА 1 АВТОМАТИЗАЦІЯ ТИПОВИХ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСІВ

Комп'ютерний практикум

Видання друге, перероблене і доповнене

Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
як навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра
за освітньою програмою «Технічні та програмні засоби автоматизації»
спеціальності G7 Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка

Укладачі: В. Р. Тріщ, В. С. Цапар, Д. О. Ковалюк

Електронне мережеве навчальне видання

Київ
КПІ ім. ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО
2025

Укладачі:	<i>Тріщ Віталій Русланович</i> , асистент. <i>Цапар Віталій Степанович</i> , к. т. н., доц. <i>Ковалюк Дмитро Олександрович</i> , к. т. н., доц.
Рецензент	<i>Степанюк А. Р.</i> , завідувач каф. машин та апаратів хімічних і нафтопереробних виробництв, к. т. н., доц. факультету автоматизації, промислової інженерії та екології КПП ім. Ігоря Сікорського
Відповідальний редактор	<i>Жученко О. А.</i> , д. т. н., проф. факультету автоматизації, промислової інженерії та екології КПП ім. Ігоря Сікорського

*Гриф надано Методичною радою КПП ім. Ігоря Сікорського
(протокол № 3 від 12.12.2025 р.)
за поданням вченої ради факультету автоматизації, промислової інженерії та екології
(протокол № 11 від 24.11.2025 р.)*

Автоматизація технологічних процесів галузі Частина 1. Автоматизація типових технологічних процесів [Електронний ресурс] : комп. практикум : навч. посіб. для здобувачів ступеня бакалавра за освіт. програмою «Технічні та програмні засоби автоматизації» спец. G7 Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка / КПП ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: В. Р. Тріщ, В. С. Цапар, Д. О. Ковалюк. – 2-ге вид., перероб. і доп. – Електрон. текст. дані (1 файл). – Київ : КПП ім. Ігоря Сікорського, 2025. – 103 с.

Трі 97

Посібник, розроблений для практичних занять, містить теоретичний матеріал та методичні рекомендації, спрямовані на вивчення автоматизації типових технологічних процесів. Приділено увагу дослідженню динамічних характеристик типових ланок (аперіодичних, інтегральних), а також експериментальним методам отримання статичних (детермінований, пасивний) та динамічних характеристик об'єктів керування (експериментально-аналітичний, статистичний). Методичні рекомендації забезпечують закріплення отриманих знань, включаючи використання програмних засобів MATLAB Simulink та Mathcad для моделювання та проектування систем керування. Посібник є другим, переробленим та доповненим виданням методичних вказівок «Автоматизація технологічних процесів галузі - 1. Автоматизація типових технологічних процесів [Електронний ресурс] : методичні вказівки до практичних занять для студентів напряму підготовки «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології» / НТУУ «КПІ» ; уклад. В. О. Самсонов, В. С. Цапар, Д. О. Ковалюк. – Електронні текстові дані (1 файл: 364 Кбайт). – Київ : НТУУ «КПІ», 2012.

УДК 004.94:681.5

Реєстр. № НП 25/26-128. Обсяг 5 авт. арк.

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
проспект Берестейський, 37, м. Київ, 03056
<https://kpi.ua>

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців, виготовлювачів
і розповсюджувачів видавничої продукції ДК № 5354 від 25.05.2017 р.

© КПП ім. Ігоря Сікорського, 2025

ЗМІСТ

ВСТУП.....	5
ПРАКТИКУМ 1	7
1.1 Опис практичної роботи в програмі Simulink	10
1.1.1 Початок роботи: запуск Simulink	10
1.2 Вимоги до звіту	16
1.3 Контрольні запитання.....	18
2 ПРАКТИКУМ 2	19
2.1 Приклад виконання.....	21
2.2 Вимоги до звіту	23
2.3 Контрольні запитання.....	23
3 ПРАКТИКУМ №3	25
3.1 Приклад виконання для задача №1	25
3.2 Вимоги до звіту	33
3.3 Контрольні запитання.....	33
4 ПРАКТИКУМ 4	34
4.1 Приклад виконання.....	38
4.2 Вимоги до звіту	42
4.3 Контрольні запитання.....	44
5 ПРАКТИКУМ 5	46
5.1 Приклад виконання.....	48
5.1.1 Пояснення імітації експерименту.....	48
5.2 Вимоги до звіту	54
5.3 Контрольні запитання.....	57

6 ПРАКТИКУМ 6	59
6.1 Експериментально-статистичний метод отримання динамічних характеристик	60
6.2 Приклад виконання	62
6.3 Вимоги до звіту	64
6.4 Контрольні запитання	66
7 ПРАКТИКУМ 7	68
7.1 Поточна ідентифікація моделей об'єктів керування	70
7.2 Приклад виконання	72
7.1 Вимоги до звіту	77
7.2 Контрольні запитання	78
8 ПРАКТИКУМ 8	80
8.1 Ідентифікація динамічних об'єктів у системах керування	80
8.2 Адаптивні алгоритми ідентифікації (RLS та LMS)	81
8.3 Нейромережеві моделі для часових рядів	81
8.4 Проблеми та методи запобігання похибкам	82
8.5 Порядок виконання роботи	83
8.5.1 Генерація даних та симуляція динамічного об'єкта	83
8.5.2 Моделювання передбачень та порівняльний аналіз	84
8.6 Приклад виконання	86
8.7 Вимоги до звіту	97
8.8 Контрольні запитання	99

ВСТУП

Автоматизація технологічних процесів є ключовим чинником сучасної промисловості, який визначає темпи та напрями її розвитку. Сучасні тенденції акцентують увагу на впровадженні автоматизованих систем регулювання (АСР), які забезпечують стабільність і ефективність виробничих процесів. Ці системи зменшують участь людини, підвищують точність виконання операцій, знижують витрати на виробництво та покращують якість продукції. Таким чином, автоматизація є не лише важливою складовою сучасного виробництва, а й фактором, що суттєво впливає на його конкурентоспроможність на глобальному ринку.

Основою автоматизації є технологічні процеси (ТП), які виступають системними об'єктами для розробки, впровадження та експлуатації автоматизованих систем. Ці процеси охоплюють широкий спектр виробничих завдань, що виникають у різних галузях промисловості: від харчової та хімічної до машинобудівної та енергетичної. Відповідно, підготовка майбутніх фахівців у цій сфері потребує не лише теоретичних знань, а й практичних навичок, спрямованих на створення, налагодження та підтримку таких систем у реальних виробничих умовах.

Сучасна підготовка інженерів з технічних та програмних засобів автоматизації базується на системному підході, що включає вивчення основних теоретичних принципів, математичного моделювання технологічних процесів, розробки алгоритмів керування та впровадження програмно-апаратних рішень. Автоматизовані системи регулювання орієнтовані на оптимізацію параметрів технологічних процесів, що забезпечує високу ефективність та продуктивність. Вивчення цих аспектів дозволяє студентам не лише оволодіти фундаментальними знаннями, але й навчитися застосовувати їх на практиці, розробляючи власні інженерні рішення.

Ці методичні вказівки розроблені для практичних занять, спрямованих на вивчення автоматизації типових технологічних процесів. Посібник охоплює

теоретичний матеріал, який є основою для виконання практичних завдань, та методичні рекомендації, що забезпечують закріплення отриманих знань. Формалізовані приклади та завдання дають змогу студентам ознайомитися з реальними виробничими ситуаціями, а також навчитися використовувати інструменти та методи автоматизації в умовах конкретного технологічного процесу.

Особлива увага у посібнику приділяється розвитку практичних навичок. Виконання практичних завдань допомагає студентам зрозуміти, як теоретичні основи автоматизації реалізуються у вигляді апаратних і програмних рішень. Це включає використання сучасних засобів автоматизації, таких як програмовані логічні контролери (ПЛК), датчики та виконавчі механізми, а також спеціалізованого програмного забезпечення для моделювання та проектування систем керування.

Мета цих методичних вказівок полягає у сприянні формуванню у студентів системного розуміння процесів автоматизації та розвитку вмінь і навичок, необхідних для вирішення інженерних завдань. Здобуті знання стануть основою для подальшого професійного зростання та успішної реалізації в сфері автоматизації виробничих процесів.

Засвоєння матеріалу методичних вказівок сприятиме не лише підвищенню професійної компетентності, а й формуванню інженерного мислення, необхідного для ефективної роботи у високотехнологічних галузях. Практичні завдання, включені до посібника, відображають актуальні проблеми сучасної автоматизації та дозволяють студентам підготуватися до вирішення реальних виробничих завдань, забезпечуючи їхню готовність до професійної діяльності в динамічному середовищі сучасної промисловості.

ПРАКТИКУМ 1

Тема: «Основні типи динамічних ланок»

Мета: Дослідити характеристики основних динамічних ланок.

Стислі теоретичні відомості

Динамічні ланки є базовими елементами систем автоматичного регулювання (САР), які описують реакцію системи на вхідний вплив. Кожна ланка моделює певні фізичні процеси або пристрої та має свою передавальну функцію, що дозволяє аналізувати її динамічні характеристики. Знання властивостей цих ланок допомагає у проєктуванні, налаштуванні та оптимізації систем керування виробничими процесами.

Для виконання роботи студенти повинні знати передавальні функції типових динамічних ланок, приклади технічних пристроїв, які можна описати за допомогою цих ланок, а також вміти розраховувати часові та частотні характеристики ланок на основі відомих передавальних функцій.

Динамічною ланкою називають пристрій будь-якого фізичного вигляду, що описується певним диференціальним рівнянням. Класифікація ланок здійснюється залежно від типу диференціального рівняння.

Застосувавши перетворення Лапласа до диференціального рівняння ланки та обчисливши відношення зображення вихідної величини до зображення вхідної при нульових початкових умовах, ми отримуємо передавальну функцію ланки $W(s)$. Передавальна функція, подібно до диференціального рівняння, описує динамічні властивості ланки й використовується для характеристики та оцінки властивостей лінійних систем автоматичного керування [2].

Для опису динамічних властивостей ланок також широко застосовують часові та частотні характеристики. Часовою характеристикою вважається зміна вихідної величини ланки (реакція ланки) у часі під впливом еталонного вхідного сигналу.

Перехідною функцією називається функція, що описує реакцію ланки на одиничний ступінчастий вплив за нульових початкових умов. Функцію ваги, або

імпульсну перехідну функцію, визначають як функцію, що описує реакцію ланки на імпульсний вплив типу $\delta(t)$.

Ці функції зв'язані між собою наступними співвідношеннями:

$$W(s) = \int_0^{\infty} \omega(t)e^{-st}dt; \omega(t) = \frac{dh(t)}{dt} \quad (1.1)$$

В таблиці 1.1 представлено приклади застосування динамічних ланок у промисловості, а у таблиці 1.2 наведено диференційні рівняння, які описують досліджувані ланки, та їх передавальні функції. У таблиці використовуються стандартні параметри динамічних ланок, а саме: коефіцієнт підсилення, постійна часу та коефіцієнт демпфірування (див. після табл. 1.2).

Таблиця 1.1 – Динамічні ланки у промисловості

Назва ланки	Приклад	Технічне застосування
1	2	3
Статична ланка (безінерційна)	<i>Датчики тиску в трубопровідних системах. Датчики миттєво перетворюють вимірний тиск на електричний сигнал без помітної часової затримки або інерційності.</i>	Підсилювачі сигналів, регулятори зворотного зв'язку в системах автоматичного контролю.
Інтегруюча (ідеальна) ланка	<i>Регулювання рівня рідини в резервуарах. Під час безперервного надходження рідини рівень підвищується пропорційно до часу, що відповідає інтегруванню вхідного потоку.</i>	Системи дозування рідких і сипучих матеріалів у хімічній, харчовій та нафтохімічній промисловості.
Диференціююча ланка	<i>Системи аварійного гальмування на транспортних конвеєрах. Такі системи реагують на швидкі зміни швидкості або прискорення руху та негайно активують гальмівний механізм.</i>	Сенсори прискорення, акселерометри у системах автоматичного контролю руху, системи стабілізації процесів.

1	2	3
Аперіодична ланка	Системи регулювання температури у сушильних установках. <i>Зміна заданого значення температури призводить до поступового встановлення нового режиму роботи з певною часовою затримкою, що відповідає властивостям аперіодичної ланки.</i>	Теплообмінні апарати, реактори в хімічному виробництві, системи термостабілізації.
Коливальна ланка	<i>Вібраційні механізми у дробильному обладнанні. Робота механізмів з пружними елементами призводить до виникнення коливальних процесів, що необхідно враховувати при їх моделюванні та регулюванні.</i>	Маятникові системи, підвіски промислових агрегатів, гіроскопічні стабілізатори.

Таблиця 1.2 – Досліджувані ланки

Найменування ланки	Диференційне рівняння	Передавальна функція
Статична ланка (безінерційна)	$y(t) = kx(t)$	$W(s) = k$
Інтегруюча (ідеальна) ланка	$\frac{dy(t)}{dt} = kx(t)$	$W(s) = \frac{k}{s}$
Диференціююча ланка	$y(t) = k \frac{dx(t)}{dt}$	$W(s) = ks$
Аперіодична ланка (першого порядку)	$T \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = kx(t)$	$W(s) = \frac{k}{Ts + 1}$
Коливальна ланка (другого порядку)	$T^2 \frac{d^2y(t)}{dt^2} + 2\xi T \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = kx(t)$	$W(s) = \frac{k}{T^2s^2 + Ts + 1}$

У таблиці 1.2 представлені часові функції досліджуваних ланок та їх передавальні функції.

У таблиці використовуються такі позначення:

k – коефіцієнт підсилення ланки,

T – постійна часу ланки (стала часу),

$x(t)$ – вхідний сигнал,

$y(t)$ – вихідний сигнал,

k – коефіцієнт передачі,

ξ – коефіцієнт демпфування,

s – оператор Лапласа.

1.1 Опис практичної роботи в програмі Simulink

Комп'ютерний практикум виконується у середовищі Matlab за допомогою пакету моделювання динамічних систем Simulink.

1.1.1 Початок роботи: запуск Simulink

Для того щоб розпочати роботу в Simulink, необхідно спочатку запустити програму MATLAB. Після завантаження основного інтерфейсу MATLAB середовище Simulink можна відкрити одним із наступних способів:

- Через графічний інтерфейс:
 - Натисніть кнопку Simulink на панелі інструментів у командному вікні MATLAB.
- Через командний рядок:
 - У командному рядку введіть команду Simulink та натисніть клавішу Enter.

Після запуску Simulink відкриється вікно огляду бібліотеки блоків Simulink (рис. 1.1).

Бібліотека Simulink містить такі основні категорії блоків:

- Continuous – безперервні функціональні блоки, такі як Похідна та Інтегратор
- Dashboard – блоки, які можуть керувати значеннями параметрів і відображати значення сигналів під час моделювання

- Customizable Blocks – блоки з настроюваним зовнішнім виглядом, які керують значеннями параметрів і відображають значення сигналів під час моделювання
- Discontinuities – розривні функціональні блоки, такі як насичення (Saturation)
- Discrete – блоки дискретного часу, такі як Unit Delay (одинична затримка)
- Logic and Bit Operations – блоки логічних або бітових операцій, такі як логічний оператор та реляційний оператор
- Lookup Tables – блоки таблиць пошуку, такі як косинус і синус
- Math Operations – блоки математичних функцій, такі як коефіцієнт підсилення, добуток і сума
- Model Verification – блоки для самоперевірки моделей, такі як перевірка роздільної здатності вхідних даних
- Model-Wide Utilities – блоки для роботи з моделлю, такі як Інформація про модель та Таблиця підтримки блоків
- Ports & Subsystems – блоки, пов'язані з підсистемами, такі як Inport, Outport, Subsystem та Model
- Signal Attributes – блоки для модифікації атрибутів сигналів, такі як перетворення типів даних
- Signal Routing – блоки для маршрутизації сигналів, такі як Bus Creator та Switch
- Sinks – реєстрація та візуалізація даних сигналів, а також обривання сигнальних ліній.
- Sources – надайте вхідні дані для симуляції за допомогою блоків, які визначають та генерують сигнали або завантажують дані сигналів
- User-Defined Functions –користувачькі функціональні блоки, такі як MATLAB Function, MATLAB System, Simulink Function та Initialize Function

- Additional Math and Discrete – математичні та дискретні функціональні блоки, такі як Decrement Stored Integer

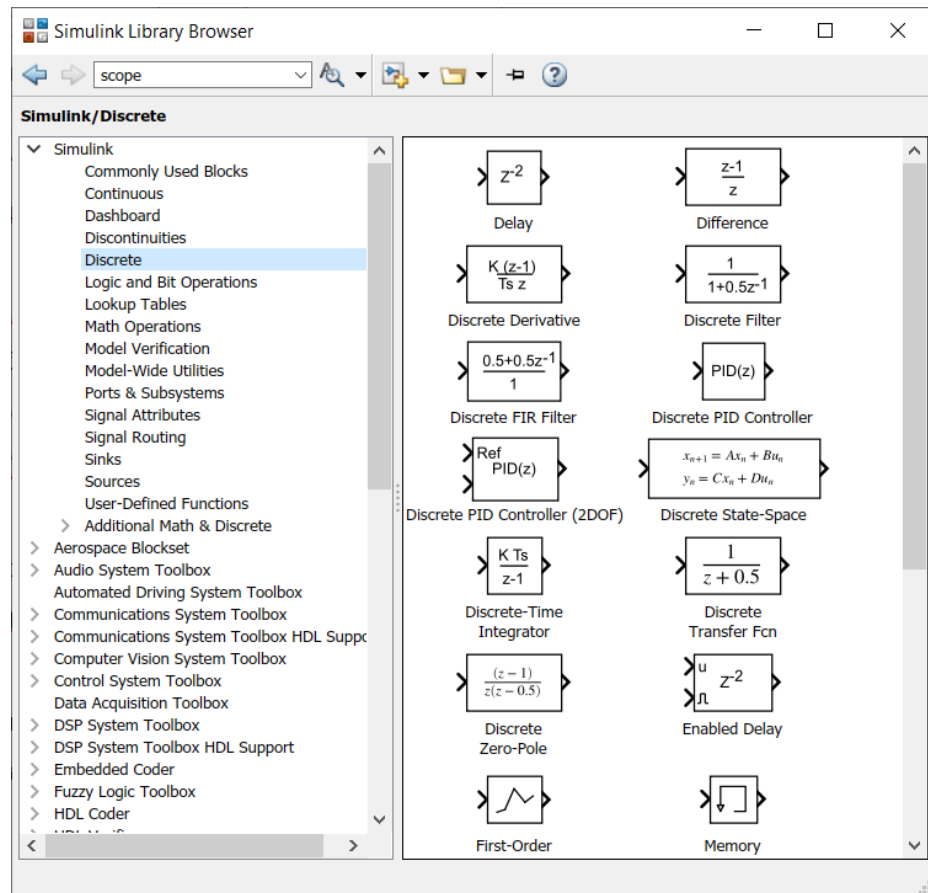


Рисунок 1.1 – Основні категорії блоків бібліотека Simulink

На рисунку 1.3 та 1.4 представлений вплив коефіцієнтів на перехідну характеристику ланки.

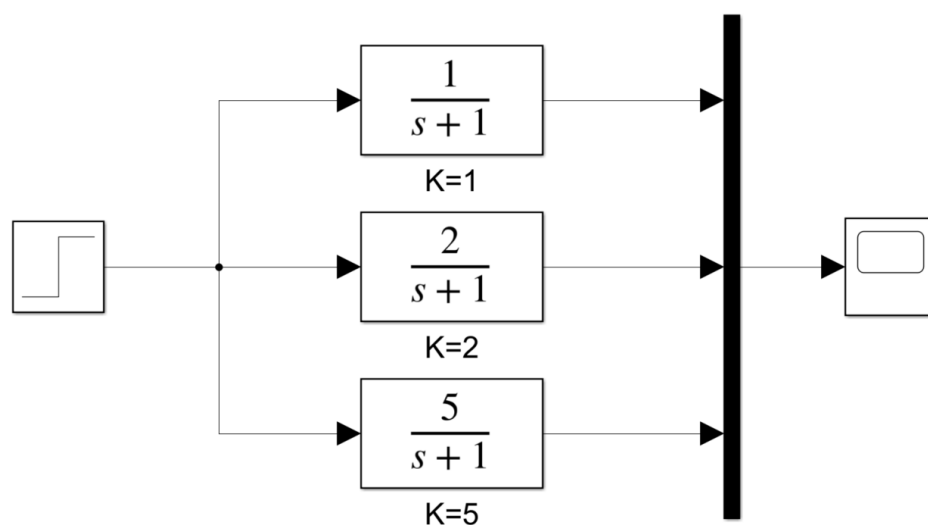


Рисунок 1.2 – Дослідження перехідних характеристик аперіодичної ланки першого порядку

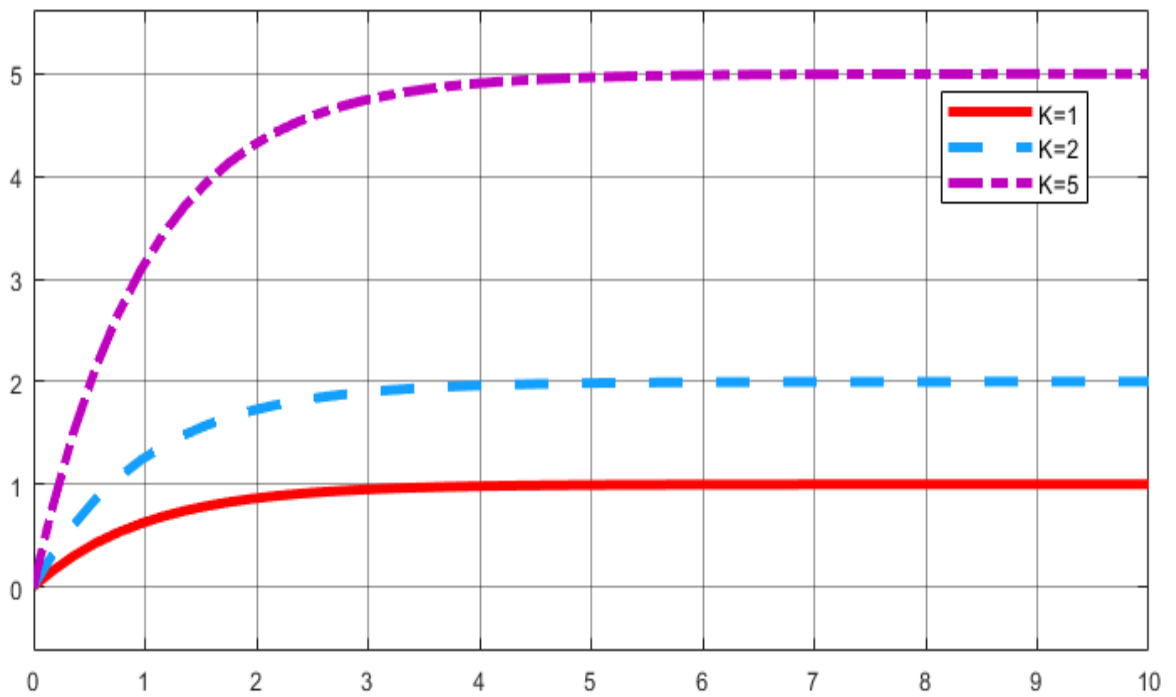


Рисунок 1.3 – Перехідні характеристик аперіодичної ланки першого порядку

$$k := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \underline{\underline{G(s)}} := \frac{k}{s + 1} \text{ float,7} \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{1}{s + 1.0} \\ \frac{2.0}{s + 1.0} \\ \frac{5.0}{s + 1.0} \end{pmatrix} \quad \underline{\underline{W(t)}} := \frac{G(s)}{s} \left| \begin{array}{l} \text{invlaplace, s} \\ \text{simplify} \\ \text{float,3} \end{array} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} -1.0 \cdot e^{-1.0 \cdot t} + 1.0 \\ -2.0 \cdot e^{-1.0 \cdot t} + 2.0 \\ -5.0 \cdot e^{-1.0 \cdot t} + 5.0 \end{pmatrix}$$

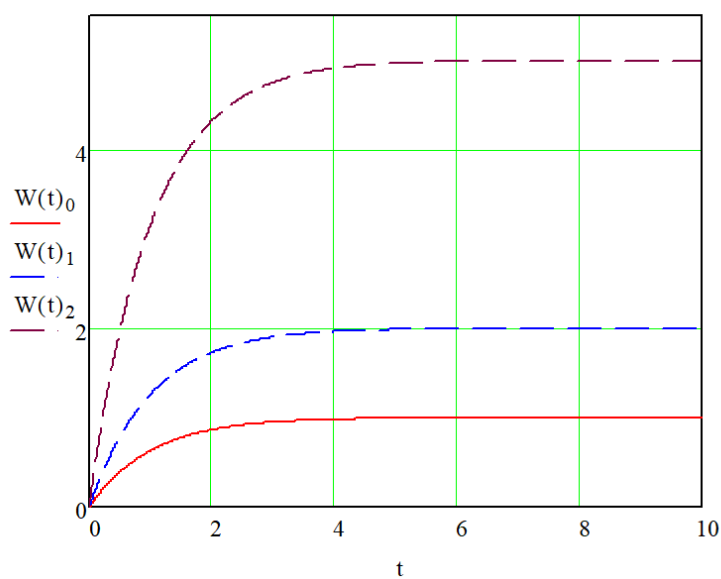
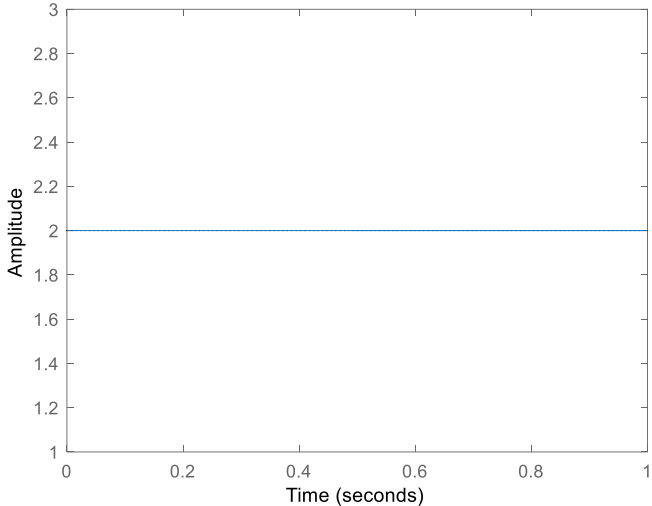
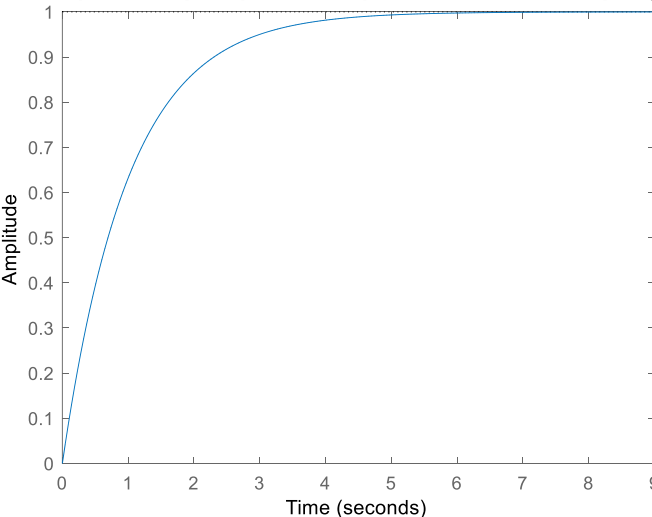
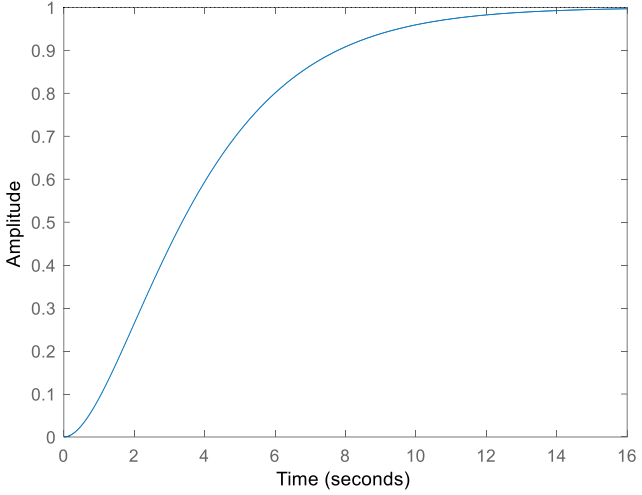
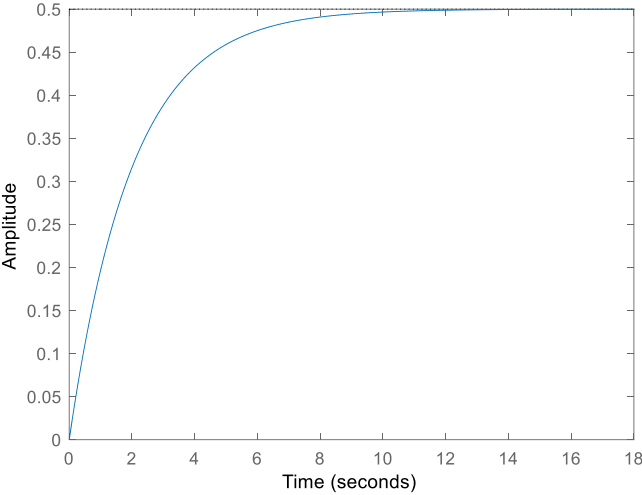
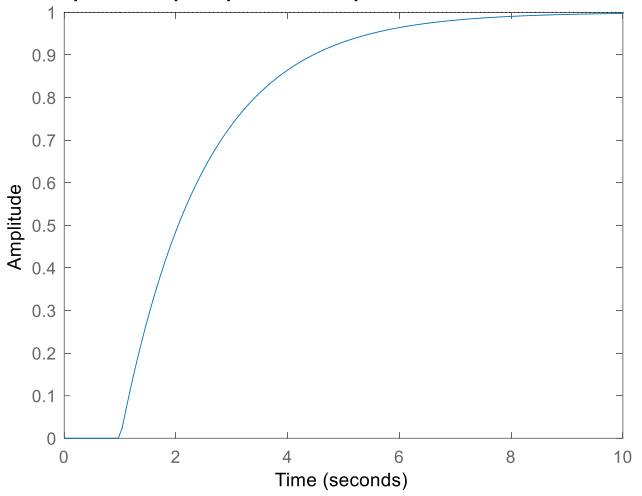


Рисунок 1.4 – Приклад побудови виконаний в середовищі Mathcad

На основі вибраної ланки провести дослідження (як мінімум змінити три коефіцієнти для отримання трьох різних експериментів) впливів коефіцієнтів на поведінку ланки.

Таблиця 1.3 – Приклади інших типових ланок в середовищі

Ланки	Фігури
1	2
Пропорційна ланка	Перехідна характеристика пропорційної ланки
$K = 2$; % коефіцієнт підсилення $G_p = tf(K)$; figure; step(G_p); title('Перехідна характеристика пропорційної ланки');	
Аперіодична ланка першого порядку	Перехідна характеристика аперіодичної ланки 1-го порядку
$T_1 = 1$; % стала часу $G_{a1} = tf(1, [T_1 \ 1])$; figure; step(G_{a1}); title('Перехідна характеристика аперіодичної ланки 1-го порядку');	

1	2
Аперіодична ланка другого порядку <pre> T2 = 2; Ga2 = tf(1, [T2^2 2*T2 1]); figure; step(Ga2); title('Перехідна характеристика аперіодичної ланки 2-го порядку'); </pre>	Перехідна характеристика аперіодичної ланки 2-го порядку 
Інтегральна ланка <pre> Gi = tf(1, [4 2]); figure; step(Gi); title('Перехідна характеристика інтегральної ланки'); </pre>	Перехідна характеристика інтегральної ланки 
Інтегральна ланка із запізненням (гідролічний резервуар) <pre> T_delay = 1; % запізнення Gid = tf(2, [3 2], 'InputDelay', T_delay); figure; step(Gid); title('Перехідна характеристика інтегральної ланки із запізненням'); </pre>	Перехідна характеристика інтегральної ланки із запізненням 

1.2 Вимоги до звіту

Вибрати свою ланку зі списку. Провести необхідні дослідження та зробити висновки на їх основі. Можна використовувати як середовище MATLAB так і Mathcad. Звіт повинен містити: вхідні дані, порядок розрахунку, схему та рисунки аналогічні рисункам 1.1 та 1.2.

Таблиця 1.4.1 – Вхідні дані ланок

№	Аперіодична ланка (першого порядку) $W(s) = \frac{k}{Ts+1}$	
	$K (k_1; k_2; k_3)$	$T (T_1; T_2; T)$
1	0,5; 1,5; 2	3; 1; 4
2	1; 2; 2,5	5; 2; 3
3	0,5; 2; 3	4; 6; 2
4	1; 1,5; 3	7; 5; 1
5	2; 0,5; 1,5	6; 3; 8
6	1,5; 2,5; 0,5	2; 7; 4
7	3; 1; 2	9; 5; 7
8	0,5; 2; 2,5	8; 4; 6
9	1,5; 3; 2	5; 7; 9
10	2; 0,5; 1	3; 8; 6
11	1; 2; 0,5	4; 9; 7
12	2,5; 1,5; 3	6; 2; 5
13	1; 3; 2	7; 4; 8
14	0,5; 2; 1,5	9; 6; 3
15	2; 3; 0,5	5; 8; 1
16	1,5; 0,5; 2,5	7; 3; 9
17	3; 1; 2,5	8; 6; 4
18	0,5; 1,5; 2,5	2; 9; 7
19	2; 1; 3	6; 8; 5
20	1; 2,5; 0,5	4; 7; 9

Таблиця 1.4.2 – Вхідні дані ланок

№	Коливальна ланка (другого порядку) $W(s) = \frac{k}{T^2s^2 + Ts + 1}$	
	$K (k_1; k_2; k_3)$	$T (T_1; T_2; T)$
1	0,5; 1,5; 2,5	4; 1; 3
2	1; 2; 3	5; 2; 7
3	0,5; 2; 3	6; 1; 4
4	1,5; 0,5; 2	8; 3; 5
5	2; 3; 0,5	7; 6; 1
6	1; 2,5; 0,5	9; 4; 8
7	3; 1; 2,5	2; 7; 5
8	0,5; 2; 1,5	6; 8; 3
9	1,5; 3; 2	5; 9; 7
10	2; 0,5; 1,5	4; 6; 8
11	1; 2; 0,5	7; 5; 9
12	2,5; 1; 3	1; 8; 4
13	1; 3; 2,5	2; 9; 6
14	0,5; 2; 1	8; 7; 5
15	2; 0,5; 3	6; 4; 9
16	1,5; 2,5; 0,5	3; 1; 8
17	3; 1; 2	9; 5; 7
18	0,5; 3; 1,5	4; 8; 2
19	2,5; 1,5; 3	7; 2; 6
20	1; 0,5; 2,5	5; 3; 9

1.3 Контрольні запитання

Запитання для перевірки знань:

1. Навести аналітичний вигляд аперіодичної ланки другого порядку.
2. Намалювати зображення аперіодичної ланки першого порядку при $T_1 > T_2 > T_3$.
3. Що таке перехідна характеристика?
4. Поясніть значення коефіцієнтів K і T .
5. Які ще ланки, крім наведених, ви знаєте?
6. Який фізичний зміст має коефіцієнт демпфування в динамічній системі?
7. Що показує перехідна характеристика системи?
8. Що означає коефіцієнт K в аперіодичній ланці?
9. Що означає коефіцієнт T в аперіодичній ланці?
10. Як виглядає графік перехідної характеристики аперіодичної ланки першого порядку?
11. Як описується аперіодична ланка першого порядку?
12. Як змінюється форма перехідної характеристики, якщо змінити значення T ?
13. Як виглядає графік аперіодичної ланки другого порядку?
14. Які параметри визначають характер перехідної характеристики аперіодичної ланки?
15. Що таке інтегральна ланка і як вона працює в системах автоматичного керування?
16. Чим відрізняється інтегральна ланка від аперіодичної?
17. Що таке ланка з запізненням і для чого її використовують?
18. Як змінюється перехідна характеристика при різних значеннях коефіцієнта K ?
19. Які типи ланок використовуються в динамічних системах крім аперіодичних і інтегральних?
20. Що означає коефіцієнт K і T в аперіодичній ланці?

ПРАКТИКУМ 2

Тема: «Приклади об'єктів, що описуються типовими динамічними ланками»

Мета: Розглянути приклади реальних об'єктів, які описуються типовими ланками.

Стислі теоретичні відомості

Пропорційна ланка являється математично ідеалізацією, оскільки всі реальні елементи АСК (автоматизована система керування) мають інерційність. Пропорційною ланкою можна представити, наприклад, широко використовувані в АСК датчики (термопари, термометри опору, потенціометричні датчики, тахогенератори та ін.), механічні перетворювачі (важелі, редуктори та ін.), операційні, електронні, напівпровідникові підсилювачі і т. д. В той самий час об'єкти управління, електричні двигуни, генератори та ін. мають значну інерційність, отже мають описуватись інерційними ланками.

Аперіодична ланка описує собою процеси накопичення та розсіювання енергії. В технічних приладах ці процеси обумовлені накопичуванням та передачею (розсіюванням) енергії чи речовини. В електричних елементах накопичувачем енергії електричного поля слугує конденсатор, а накопичувачем магнітного поля – індуктивність. В механічних елементах потенціальна енергія накопичується в пружинах та інших пружних елементах, а кінетична – в рухомих масах.

Елементи, що використовуються та описуються аперіодичною ланкою другого порядку в автоматичних пристроях: двигун постійного струму з навантаженням на валу, електромашинний підсилювач та у схемах чотирьохполюсників.

Щодо інтегральної ланки, то можна сказати що дана ланка є ідеалізованою, однак всі елементи якими можна описати цю ланку мають певну інерційність, яку в певних випадках потрібно враховувати. Це здійснюється послідовним з'єднанням ідеальної ланки та аперіодичної ланки 1-го порядку. При цьому для

отримання результуючої передатної функції передатні функції цих ланок треба перемножити. В інтегральній ланці не може бути статичного режиму тому що ланка також називається астатичною і вона включається в систему автоматичного керування для підвищення точності. Також при знятті вхідного сигналу вихідна величина залишається незмінною, завдяки чому вона може використовуватися в якості елемента пам'яті.

Прикладом елемента, який описується інтегральною ланкою може служити: – електричний двигун, вихідним сигналом якого є кут повороту валу;

Прикладом елемента, який описується інтегральною ланкою із запізненням може бути розглянутий гідравлічний резервуар із незмінним поперечним перерізом (рис 2.1). Поясніть чому.

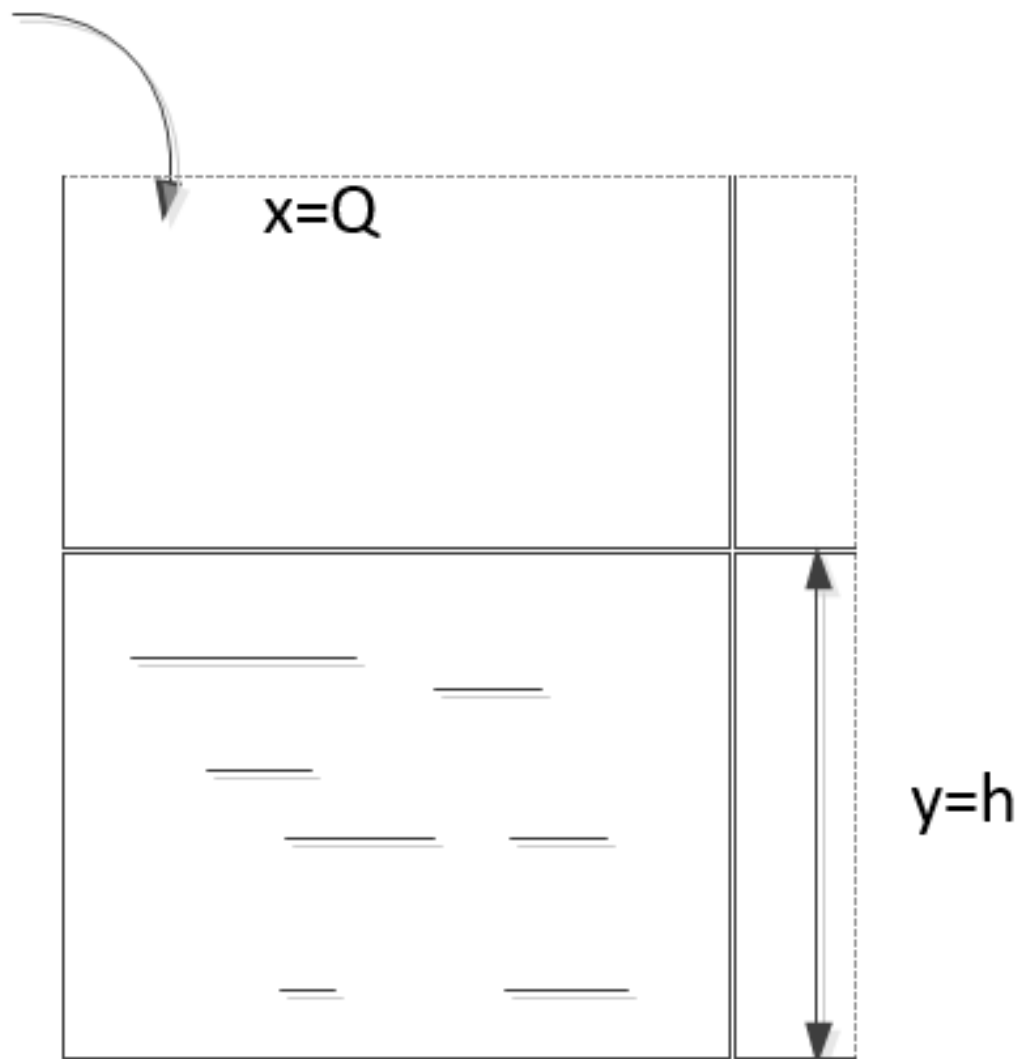


Рисунок 2.1 – Гідравлічний резервуар із незмінним поперечним перерізом

2.1 Приклад виконання

Прикладом реального об'єкта, який можна описати типовою ланкою, є процес нагрівання води за допомогою електричного нагрівача для виготовлення етилацетату із сульфатної та оцтової кислоти. У цьому процесі можна використовувати аперіодичну ланку першого порядку, яка відображає залежність між входом (електричною потужністю нагрівача) і виходом (температурою води).

Перехідна характеристика для такого об'єкта може виглядати наступним чином: після включення електричного нагрівача температура води починає поступово зростати. Час, необхідний для досягнення певного рівня температури, залежить від потужності нагрівача, об'єму води та інших факторів. Після вимкнення нагрівача температура води повільно знижується через процеси теплообміну з навколишнім середовищем.

Цей процес можна математично описати за допомогою аперіодичної ланки першого порядку. Передатна функція для такого процесу може бути подана у вигляді:

$$G(s) = \frac{K}{Ts + 1}, \quad (2.1)$$

де: K – коефіцієнт передачі, який визначається потужністю нагрівача та іншими параметрами;

T – часова константа, яка залежить від об'єму води та характеристик теплообміну.

Ця передатна функція дозволяє апроксимувати реакцію температури води на зміни в електричній потужності нагрівача. Таким чином, вона може бути використана для проектування та аналізу системи керування температурою води в підігрівачі.

Нижче наведено приклад виконання в середовищі MATLAB Simulink та Mathcad (рис. 2.2 та 2.3):

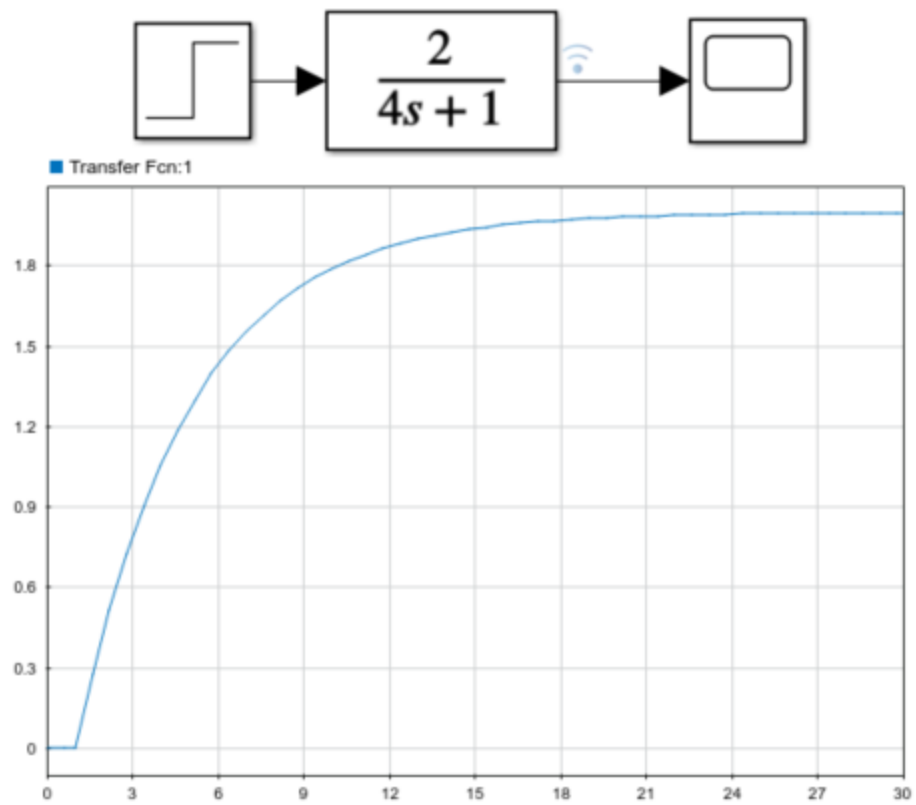


Рисунок 2.2 – Реалізація в середовищі MATLAB Simulink

$$\underline{T} := 4 \quad k := 2$$

$$\underline{G(s)} := \frac{k}{T \cdot s + 1} \text{ float}, 7 \rightarrow \frac{2.0}{4.0 \cdot s + 1.0}$$

$$\text{HeatExch}(t) := \frac{G(s)}{s} \left| \begin{array}{l} \text{invlaplace}, s \\ \text{simplify} \\ \text{float}, 3 \end{array} \right. \rightarrow -2.0 \cdot e^{-0.25 \cdot t} + 2.0$$

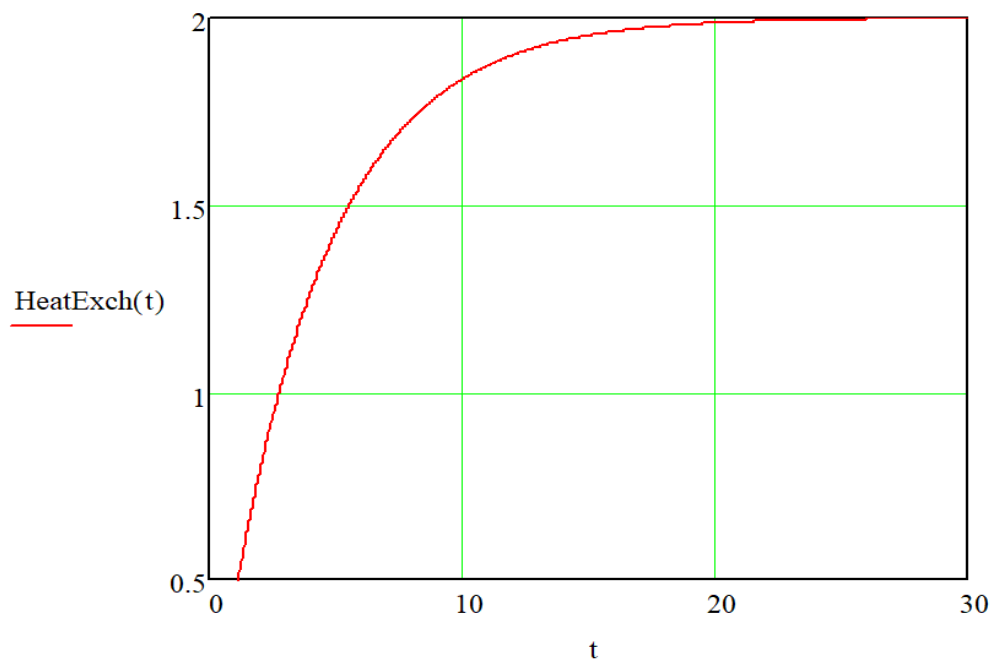


Рисунок 2.3 – Реалізація в середовищі Mathcad

2.2 Вимоги до звіту

Вибрати ланку яка описує обраний студентом процес. Навести перехідні характеристики. Описати процес, наприклад: ланка показує динаміку зміни температури з часом і т. д. Можна використовувати як середовище MATLAB так і Mathcad. Звіт повинен містити: порядок розрахунку, схему, опис процесу та рисунки.

2.3 Контрольні запитання

Запитання для перевірки знань:

1. Поясніть чому редуктор можна описати пропорційною ланкою.
2. Які частини рівняння аперіодичної ланки першого порядку відповідають накопиченню та розсіюванню.
3. Наведіть приклад ланки транспортного запізнення.
4. Чи можна описати електричний двигун простим рівнянням? Чому?
5. Які об'єкти можна описати аперіодичною ланкою другого порядку?
6. Чому редуктор можна описати простим рівнянням?
7. Наведіть приклад ланки з запізненням.
8. Як описується ідеальна інтегруюча ланка за допомогою передатної функції?
9. Що таке аперіодична ланка другого порядку?
10. Як в електричних пристроях накопичується енергія?
11. Як в механічних пристроях накопичується енергія?
12. Для чого використовують інтегральну ланку в системах керування?
13. Чому інтегральна ланка не може залишатися в сталому стані?
14. Як працює інтегральна ланка з запізненням?
15. Як описати гідравлічний резервуар у вигляді ланки?
16. Які елементи в системах мають інерційність?
17. Що таке астатична ланка?
18. Як з'єднуються різні типи ланок в системах керування?
19. Опишіть своїми словами, що таке інерційність?

20. Яка фізична величина (позначається літерою) у передатній функції інерційної ланки відповідає за інерційність?
21. Якщо на вхід пропорційної та аперіодичної ланки одночасно подати однаковий стрибок сигналу, яка з них відреагує миттєво, а яка – поступово? Чому?

ПРАКТИКУМ №3

Тема: «Елементи систем керування, що описуються типовими динамічними ланками»

Мета: Виконати моделювання елементів систем керування.

Хід виконання роботи

Задача 1. Стала часу манометричного термометра при вимірюванні температури газового потоку дорівнює 6 хв.

Напишіть диференційне рівняння манометричного термометра. Користуючись перетворенням Лапласа, знайдіть динамічну похибку манометричного термометра через 6 хв. після ступінчатої зміни температури газового потоку від 20 °С до 100 °С.

3.1 Приклад виконання для задача №1

Вважаючи, що по своїм динамічним властивостям манометричний термометр відповідає статичній ланці першого порядку, запишемо його диференційне рівняння у вигляді:

$$T \frac{d\theta}{d\tau} + \theta = t \Rightarrow 6 \frac{d\theta}{d\tau} + \theta = t, \quad (3.1)$$

де T – стала часу, θ – показання термометра, t – вимірювана температура.

Будемо вважати, що статичною похибкою термометра можна знехтувати і що термометр знаходиться в тепловій рівновазі з вимірюваним середовищем до зміни його температури:

$$\theta = t = 20^\circ\text{C} \quad (3.2)$$

Щоб перейти до нульових початкових умов, приймемо за початок відліку температуру 20 °С, введемо нові змінні у вигляді відхилень параметрів від початкових значень:

$$\begin{aligned} \Delta t &= t - 20 \\ \Delta \theta &= \theta - 20 \end{aligned} \quad (3.3)$$

І перепишемо диференційне рівняння манометричного термометра, використовуючи введені змінні:

$$6 \frac{d(20 + \Delta\theta)}{d\tau} + (20 + \Delta\theta) = (20 + \Delta t) \quad (3.4)$$

Після простих перетворень отримаємо зведене до нульових початкових умов рівняння манометричного термометра у відхиленнях параметрів від початкових значень:

$$6 \frac{d\Delta\theta}{d\tau} + \Delta\theta = \Delta t \quad (3.5)$$

Передатна функція манометричного термометра:

$$W(s) = \frac{L(\Delta\theta)}{L(\Delta t)} = \frac{1}{6s + 1} \quad (3.6)$$

Для ступінчатої зміни температури на Δt :

$$L[\Delta\theta(\tau)] = W(s)L[\Delta t * 1(\tau)] = \frac{1}{6s + 1} \frac{\Delta t}{s}, \quad (3.7)$$

звідки, виконавши зворотнє перетворення Лапласа, знайдемо зміну показів термометра в часі:

$$\Delta\theta(\tau) = L^{-1} \left[\frac{1}{6s + 1} \frac{\Delta t}{s} \right] = \Delta t \left(1 - e^{-\frac{\tau}{6}} \right) \quad (3.8)$$

Через 6 хв після ступінчатої зміни температури від 20 °C до 100 °C зміна показів термометра буде наступна:

$$\Delta\theta(\tau) = (100 - 20) * \left(1 - e^{-\frac{6}{6}} \right) = 80 * 0.632 = 50.6 \text{ °C} \quad (3.9)$$

Покази манометричного термометра через 6 хв:

$$\theta = 20 + 50,6 = 70,6 \text{ °C} \quad (3.10)$$

Динамічна похибка («недоход») манометричного термометра:

$$\theta - t = 70,6 - 100 = 29,4 \text{ °C} \quad (3.11)$$

Визначте динамічну похибку манометричного термометра через $\tau = 2T, 3T, 4T, 5T$. Як зміниться динамічна похибка із збільшенням часу?

Таблиця 3. 1 – Вхідні дані ланок

Час	Зміна показів термометра, °C	Покази термометра через час, °C	Динамічна похибка, °C
6	50,6	70,6	-29,4
12	69,2	89,2	-10,8
18	76,0	96,0	-4,0
24	78,5	98,5	-1,5
30	79,5	99,5	-0,5

Таблиця 3. 2 – Вхідні дані для задачі 1

№	T	t ₁	t ₂
1	6	20	100
2	4	20	90
3	2	20	60
4	3	10	70
5	5	15	65
6	6	20	100
7	5	15	95
8	7	20	90
9	9	20	80
10	9	15	55
11	8	20	90
12	7	20	80
13	4	10	90

Продовження таблиці 3.2

14	3	20	100
15	7	10	65
16	9	22	68
17	6	22	78
18	5	23	77
19	8	23	87
20	3	24	86
21	3	24	76
22	4	25	85
23	4	28	80
24	6	25	90
25	4	30	80
26	3	23	78
27	3	30	70
28	5	25	79
29	5	30	80
30	6	20	100

Задача 2.

Отримати рівняння динаміки і передатну функцію пневматичного мембранного виконавчого механізму з регулюючим органом (рис. 3.1) з урахуванням сили в'язкого тертя і інерції його рухомої системи.

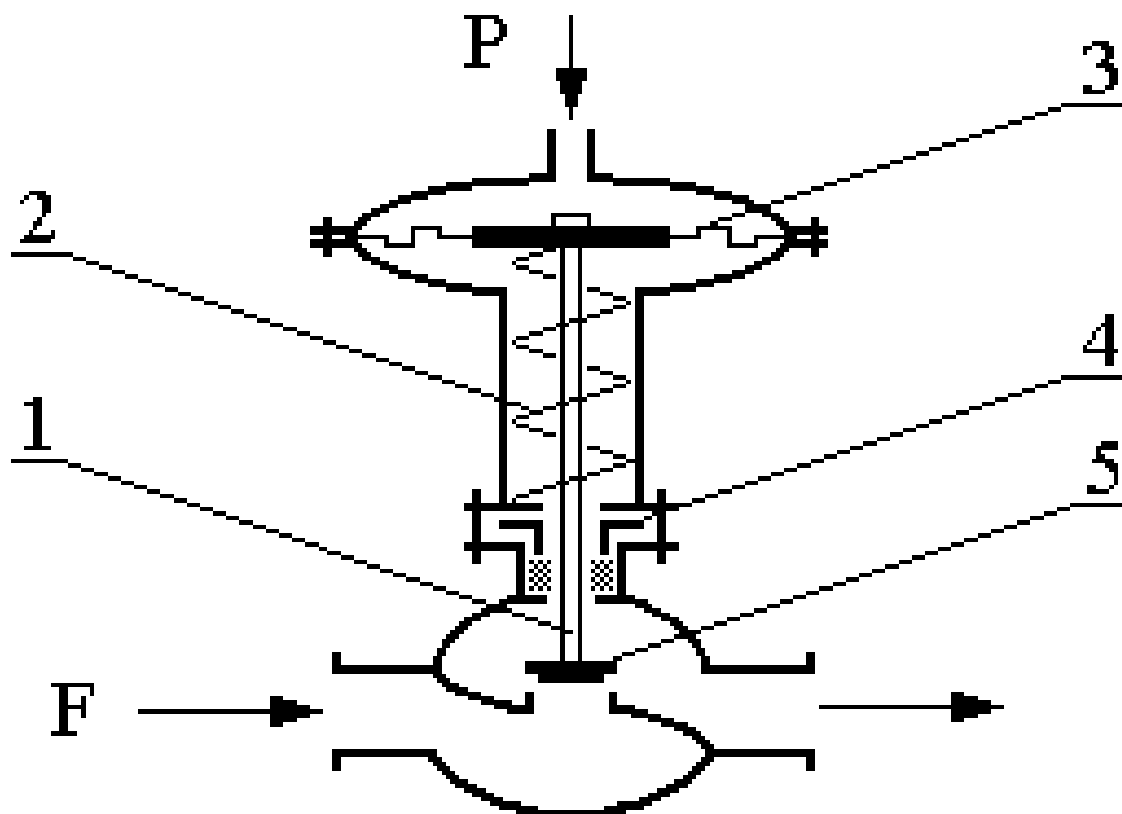


Рисунок 3.1 – Пневматичний мембранний виконавчий механізм з регулюючим органом

В простір над мембраною 3 надходить повітря під тиском P , створюючи зусилля на мембрану. Під дією цього зусилля мембрана прогинається, переміщуючи вниз шток 1 з затвором 5. Через клапан проходить рідина в кількості, залежачи від ступеня відкриття клапана.

Переміщенню h штока клапана з затвором перешкоджає сила пружності пружини 2, тертя штока в сальнику 4 і затвора 5 в протікаючій рідині. Розглянемо в якості вхідної величини пневматичного мембранного виконавчого механізму з регулюючим органом зміна тиску ΔP , а вихідний – переміщення Δh штока 1 з затвором 5 (відлік ведемо в малих приростах від стану рівноваги).

Якщо неможливо знехтувати тертям і інерцією, то рівняння рівноваги сил для рухомої системи пневматичного мембранного виконавчого механізму з регулюючим органом має вид:

$$F_i + F_{\text{тр}} + F_{\text{пр}} = F, \quad (3.12)$$

де F – вхідне зусилля (дорівнює добутку тиску повітря на площу мембрани);
 F_i – сила інерції (дорівнює добутку маси рухомої системи на прискорення);

$F_{\text{тр}}$ – сила в'язкого тертя (пропорційна швидкості переміщення рухомої системи);
 $F_{\text{пр}}$ – сила протидії пружини (пропорційна її стисненню).

Підставивши відповідні вирази сил в рівняння в рівняння рівноваги, отримаємо диференціальне рівняння руху штока з затвором в наступному вигляді:

$$m \frac{d^2(\Delta h)}{d\tau^2} + r \frac{d(\Delta h)}{d\tau} + c(\Delta h) = A\Delta P, \quad (3.13)$$

де m – маса рухомих частин з урахуванням половини маси пружини;
 c – коефіцієнт жорсткості пружини; r – коефіцієнт тертя; A – площа мембрани.

Перепишемо рівняння, попередньо поділивши дві його частини на c :

$$\frac{m}{c} \frac{d^2(\Delta h)}{d\tau^2} + \frac{r}{c} \frac{d(\Delta h)}{d\tau} + \frac{c}{c}(\Delta h) = \frac{A}{c} \Delta P \quad (3.14)$$

Позначивши $\frac{m}{c} = T^2, \frac{r}{c} = T, \frac{A}{c} = K$ отримаємо рівняння динаміки пневматичного мембранного виконавчого механізму з регулюючим органом з урахуванням сил в'язкого тертя і інерції його рухомої системи:

$$T^2 \frac{d^2(\Delta h)}{d\tau^2} + 2\zeta T \frac{d(\Delta h)}{d\tau} + \Delta h = K\Delta P \quad (3.15)$$

Для знаходження передатної функції ланки, скористаємося властивостями перетворення Лапласа:

$$T^2 s^2 L(\Delta h) + 2\zeta T s L(\Delta h) + L\Delta h = K\Delta P, \quad (3.16)$$

звідти впливає відношення зображення по Лапласу вихідної до вхідної величини:

$$W(s) = \frac{L(\Delta h)}{L(\Delta P)} = \frac{K}{T^2 s^2 + 2\zeta T s + 1} \quad (3.17)$$

Задача 3.

Отримати рівняння динаміки U-подібного рідинного дифманометра (рис. 3.2), зв'язуючи показання дифманометра h з вимірюваною різницею тисків $\Delta P = P_1 - P_2$.

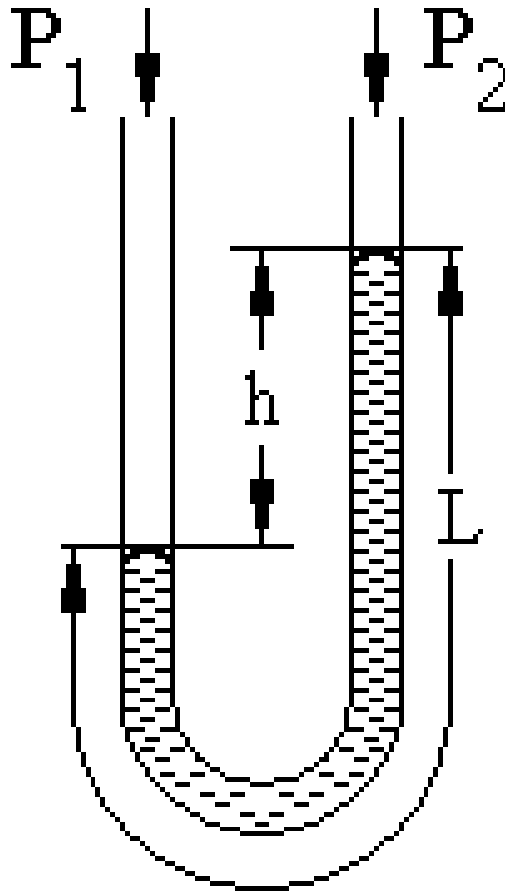


Рисунок 3.2 – U-подібний рідинний дифманометр

$$F_i + F_{тр} + F_{пр} = F, \quad (3.18)$$

де $F_i = \rho LA * \frac{1}{2} * \frac{d^2 h}{d\tau^2}$ - сила інерції (ρ – густина рідини, A – площа поперечного перерізу трубки); $F_{пр} = \Delta P_{тр} A = \frac{32L\mu}{d^2} * \frac{dh}{d\tau} * A$ – сила тертя $\Delta P_{тр}$ – втрати тиску на тертя, визначені за рівнянням Хагена-Пуазейля, μ – в'язкість рідини, d – внутрішній діаметр трубки дифманометра); $F_T = hA\rho g$ – сила тяжіння, (g – прискорення вільного падіння); $F = A(P_1 - P_2)$ – сила, прикладена до рідини з боку вимірюваного тиску.

Підставляючи ці вирази в рівняння рівноваги сил, отримаємо:

$$\frac{\rho LA d^2 h}{2 d\tau^2} + \frac{16\mu LA dh}{d^2 d\tau} + \rho ghA = A\Delta P \quad (3.19)$$

Поділивши всі члени рівняння на ρgA , отримаємо рівняння динаміки U-подібного рідинного дифманометра

$$\frac{L}{2g} \frac{d^2 h}{d\tau^2} + \frac{16\mu L}{\rho g d^2} \frac{dh}{d\tau} + h = \frac{1}{\rho g} \Delta P \quad (3.20)$$

Яке зазвичай записують в наступному стандартному виді:

$$\frac{1}{\omega_0^2} \frac{d^2 h}{d\tau^2} + \frac{2\zeta}{\omega_0} \frac{dh}{d\tau} + h = K\Delta P, \quad (3.21)$$

де ω – власна частота недемпфованої системи, рад/с; ζ – коефіцієнт демпфування. Фізичний зміст ω_0 і ζ стає ясним після аналізу розв’язка рівняння при одинично - ступінчатій зміні вхідного тиску. При коефіцієнті демпфування $0 < \zeta < 1$ вихідний сигнал буде створювати затухаючі коливання (рис. 3.3). Таку систему називають слабо демпфовану. При коефіцієнті демпфування $\zeta = 0$ (недемпфована система) вихідний сигнал представляє собою незатухаючі коливання з частотою і амплітудою K .

Якщо коефіцієнт демпфування $\zeta = 1$, то має місце критичне демпфування і рідина в дифманометрі переходить до стану рівноваги без перерегулювання. При коефіцієнті демпфування $\zeta > 1$ зміна рівня рідини в дифманометрі відбувається по S – подібній кривій (без коливного процесу) тим повільніше, чим більше коефіцієнт демпфування. Такі системи називають сильно демпфуваними.

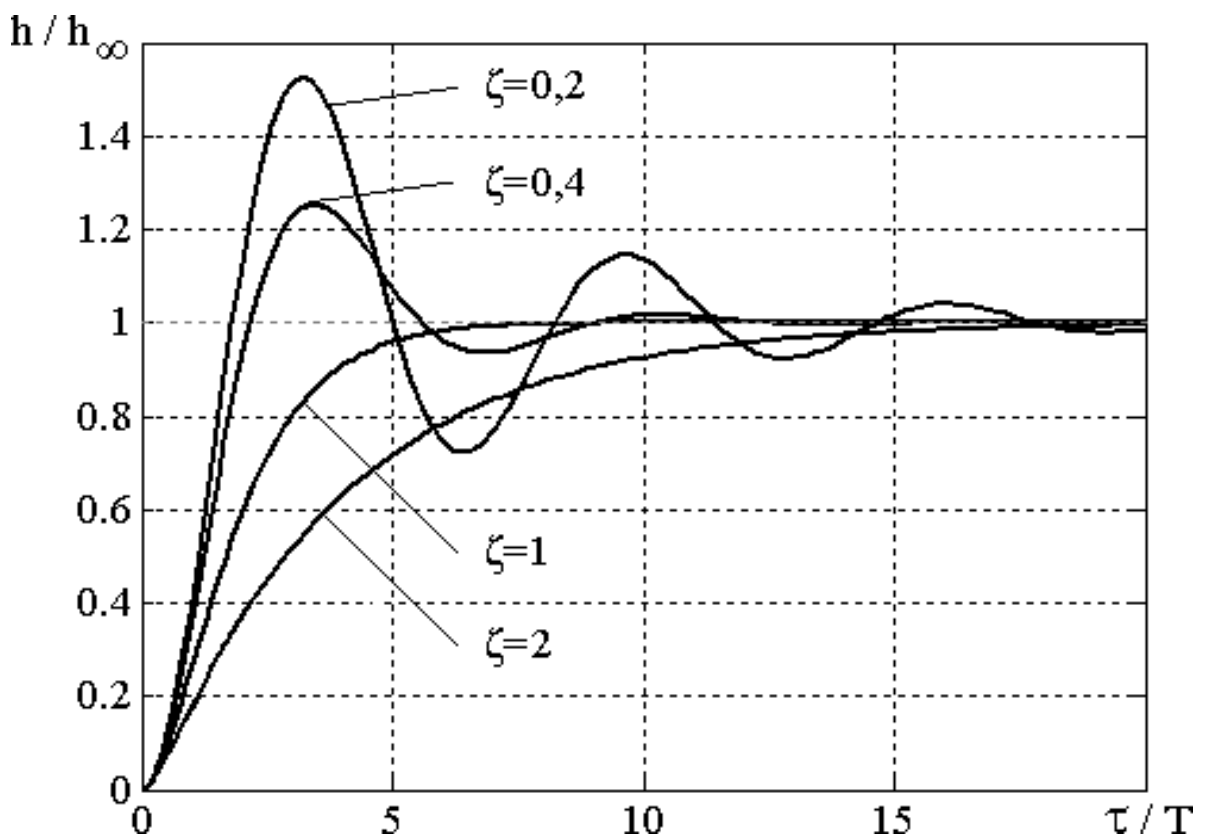


Рисунок 3.3 – Коливання системи

3.2 Вимоги до звіту

Розв'язати задачі навести необхідні розрахунки, графіки та навести висновки до кожного із завдань.

3.3 Контрольні запитання

Запитання для перевірки знань:

1. Розв'яжіть запропоновані задачі.
2. Як коефіцієнт демпфування впливає на поведінку сигналу? Як змінюється сигнал при значеннях коефіцієнта <1 , >1 , $=0$, $=1$?
3. Що таке сильно демпфовані системи?
4. Що таке рівняння рівноваги?
5. Що таке динамічна похибка манометричного термометра та як її визначити?
6. Що таке статична похибка?
7. Як коефіцієнт демпфування впливає на коливання системи?
8. Що відбувається, якщо коефіцієнт демпфування $= 0$?
9. Що відбувається, якщо коефіцієнт демпфування $= 1$?
10. Які характеристики системи визначають, чи є вона сильно демпфованою?
11. Як тертя та інерція впливають на динаміку системи?
12. Як розв'язати задачу з манометричним термометром за допомогою перетворення Лапласа?
13. Як отримати передатну функцію пневматичного мембранного виконавчого механізму?
14. Як зміна тиску в пневматичному мембранному виконавчому механізмі впливає на переміщення штока?
15. Як обчислити динамічну похибку манометричного термометра через різні часи?
16. Що таке статична та динамічна похибки?

ПРАКТИКУМ 4

Тема: «Експериментальні методи отримання статичних характеристик об'єктів керування»

Мета: Розглянути детермінований та експериментально-статистичний методи отримання статичних характеристик.

Стислі теоретичні відомості

Експериментальне отримання статичних моделей та характеристик можна розділити на три основні методи:

1. Експериментальний детермінований метод.
2. Експериментально – статистичний метод.
3. Експериментально – аналітичний метод.

Експериментальний детермінований метод отримання статичних характеристик передбачає наявність детермінованого (визначеного, закономірного) зв'язку між вхідною та вихідною величинами. Цей метод направлений на визначення такого закономірного функціонального зв'язку.

Експериментальний детермінований метод є методом активного експерименту, що передбачає подачу на вхід певного збурення, тобто зміни вхідної величини. Якщо об'єкт моделювання має декілька входів та виходів, то під час проведення експерименту повинен використовуватись лиш один вхід, тобто змінювати під час визначення статичної характеристики можна лише одну вхідну величину. Інші входи об'єкта стабілізуються на рівні їх значень, що відповідають основному статичному режиму. Якщо потрібно отримати статичні характеристики зі всіма входами, то експериментальне їх визначення проводиться по черзі. Спочатку використовують один вхід, інші – стабілізуються на рівні основного статичного режиму, а змінюється інший і т. д.

Слід зупинитися ще на одній важливій особливості проведення цього експерименту. Перехід об'єкта моделювання з одного його статичного режиму на інший відбувається не зразу, а з деякою затримкою в часі – поки не закінчиться перехідний процес.

Статичні характеристики відображають відповідність значень вихідних параметрів від значень вхідних у статичних (сталих) режимах. У зв'язку з чим, для побудови статичних характеристик використовуються лише ті завдання (значення) вихідного параметра, які відповідають такому сталому режиму роботи об'єкта. Для цього під час експерименту необхідно зачекати закінчення перехідного процесу для визначення відповідності входу та виходу в статичному режимі. На рис. 4.1 наведено графік зміни вихідного параметра об'єкта під час експерименту для трьох змін вхідної величини, тобто збуреннях на вході. Зірочками позначені значення вихідної величини y , які відповідають статичним режимам і можуть бути використані для побудови статичної характеристики.

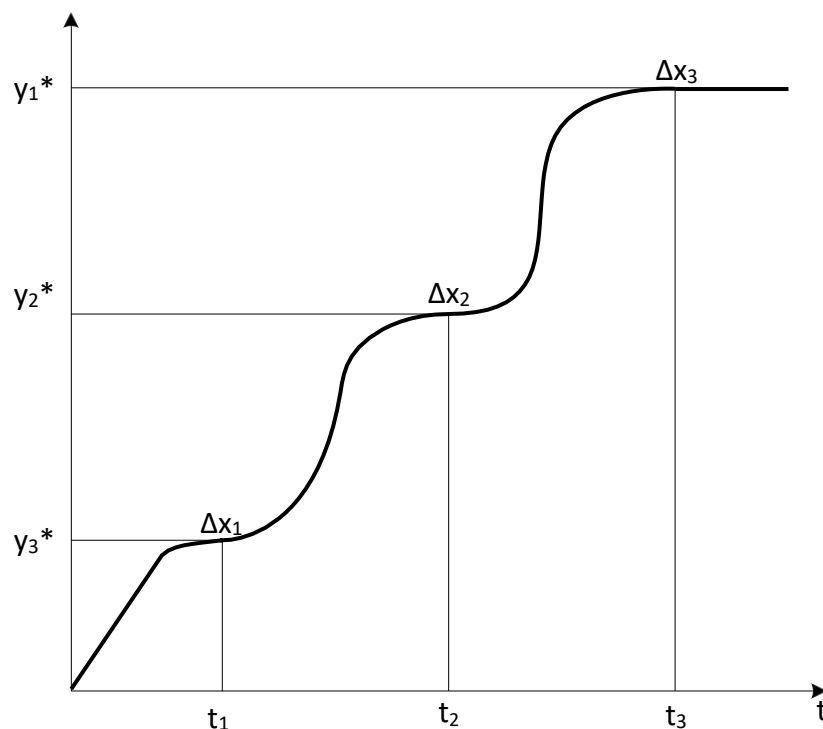


Рисунок 4.1 – Графік зміни вихідної величини y в часі на три ступінчаті зміни вхідної величини x в моменти часу t_1, t_2, t_3

На базі наведених вище міркувань можна сформулювати методику проведення експерименту з визначення статичної характеристики:

1. Визначити значення параметрів об'єкта моделювання, що відповідають основному статичному режиму та вивести на цей режим об'єкт.

2. Визначити допустимий діапазон зміни вхідної величини x каналу впливу, для якого визначається статична характеристика тобто x_{jmax} – x_{jmin} , а також крок зміни вхідної величини h_{xj} із розрахунку отримання 15-20 точок статичної характеристики.

$$h_{xj} = \frac{x_{jmax} - x_{jmin}}{20} \quad (4.1)$$

3. Стабілізувати значення всіх входів об'єкта на рівні їх значень, що відповідають основному статичному режимі, крім входу x .
4. Вхід x_j привести до значення x_{jmin} (або x_{jmax}), а потім, після завершення перехідного процесу вихідної величини y проводити поступово зміну вхідної величини x_j на крок h_{xj} , тобто давати x_j значення x_{jk} де $k = 0, 1, \dots, 20$.
5. Спостерігати за зміною вихідної величини каналу впливу y_i . Коли y_i досягне сталого значення y_{ik} , записати його в таблицю відповідності $x_{ik} - y_{ik}$. Такі записи зробити для всіх сталих точок від x_j до x_{jmax} .

Результатом такого експериментального дослідження статистики каналу впливу буде таблиця відповідностей x_{jk} та y_{ik} .

Експериментально – статистичний метод отримання статичних характеристик виходить із інших засад. Він не заперечує наявності детермінованих зв'язків між параметрами об'єкта моделювання, але цей метод не націлений на виявлення цих функціональних зв'язків. Він тільки виявляє ймовірний зв'язок між двома чи більшою кількістю параметрів об'єкта моделювання. У цьому методі стверджується, що в разі зміни вхідного параметра буде змінюватись вихідний параметр на відповідну величину з певним ступенем ймовірності. Величина ступеню ймовірності буде залежати від ряду чинників: кількості отриманих експериментальних даних, методики планування та обробки експерименту та ін.

Експериментально – статистичний метод базується на випадкових величинах, функціях та процесах, тобто на таких величинах, функціях па

процесах, де йдеться мова про ймовірність їх появи чи отримання певних результатів.

Експериментально – статистичний метод дослідження можна розділити на метод активного експерименту та метод пасивного експерименту. Метод активного експерименту базується на наявності певних, спеціальних збурень – білих шумів, псевдовипадкових послідовностей та ін. Метод пасивного експерименту не передбачає подачу спеціальних збурень. У цьому випадку проводиться збір даних про значення вхідних та вихідних величин у певні моменти часу під час нормальної експлуатації об'єкта моделювання.

Метод пасивного експерименту також застосовується в алгоритмах поточної ідентифікації, тобто для визначення параметрів моделей (параметрична ідентифікація) або їх структури та параметрів (структурна ідентифікація) під час функціонування комп'ютерних систем керування, які використовують отримані моделі.

Статичні характеристики, отримані статистичними методами мають вигляд рівнянь регресії чи кореляційних функцій.

Між випадковими величинами може існувати зв'язок, який проявляється в тому, що одна з них реагує на зміну іншої зміною свого закону розподілення. Такий зв'язок називають стохастичним (ймовірнісним).

Стохастичний зв'язок між двома випадковими величинами має місце тоді, коли існують загальні випадкові фактори, що впливають як на одну, так і на іншу випадкові величини разом з іншими неоднаковими для обох величин випадковими чинниками. Так, наприклад, якщо x є деяка функція від випадкових величин $z_1, z_2, z_3, \dots, z_m, V_1, V_2, \dots, V_k$:

$$x = f(z_1, z_2, \dots, z_m; V_1, V_2, \dots, V_k) \quad (4.2)$$

А y є функцією від тих же випадкових величин $z_1, z_2, \dots, z_m$ та деяких інших величин $U_1, U_2, \dots, U_c$:

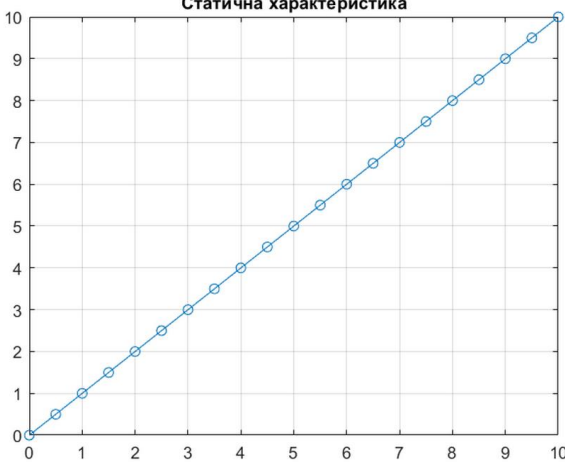
$$y = f(z_1, z_2, \dots, z_m; U_1, U_2, \dots, U_c) \quad (4.3)$$

Зв'язок між такими змінними x та y називають також кореляційним зв'язком. Кореляційний зв'язок величини полягає в тому, що при конкретному значенні, що приймає одна з них, інша може мати не одне точне значення, а ймовірність різних значень. Таким чином визначається зв'язок вхідної величини не з вихідною, а з її математичним чеканням. Обробка таким чином експериментальних даних дозволяє отримати коефіцієнт кореляції, взаємно кореляційну функцію чи рівняння регресії, які відображають статичні характеристики.

4.1 Приклад виконання

1. Експериментальний детермінований метод
 - а. Цей метод передбачає поступове змінювання вхідної величини та спостереження за змінами вихідної після завершення перехідних процесів.
2. Визначення параметрів об'єкта моделювання:
 - а. Експериментально-статистичний метод. Статична характеристика (рис. 4.1).
 - б. Метод активного експерименту (рис. 4.2): використовує білий шум або псевдовипадкові послідовності для впливу на вхідні параметри. Для цього методу можна ввести випадкові збурення у вигляді шуму, щоб моделювати випадкові зміни в системі.
3. Метод пасивного експерименту (рис. 4.3):
 - а. Відбувається збір даних без активного втручання, на основі нормальної роботи системи.

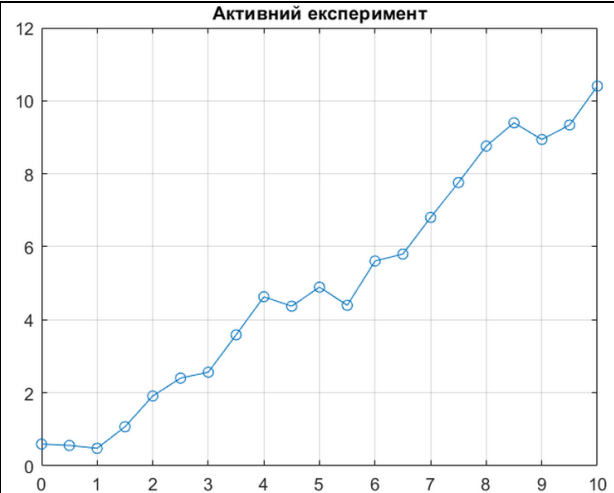
Таблиця 4. 1 – Програмний код вікна live editor Matlab

Код	Результат																																												
1	2																																												
Модель об'єкта $W(p) = \frac{1}{p+1}$																																													
<pre> % Модель об'єкта num=1; den=[1 1]; Wp = tf(num, den); Wp.Variable = 'p'; % Параметри експерименту x_min = 0; x_max =10; hx = (x_max - x_min) / 20; % Крок x_vals = x_min:hx:x_max; % Вхідні значення % Значення вихідної величини y_vals = zeros(1, length(x_vals)); for k = 1:length(x_vals) [y, t] = step(Wp * x_vals(k)); % Перехідний процес % Статичне значення вихідної величини - останнє значення після перехідного процесу y_vals(k) = y(end); end %Компактний вивід таблиці відповідностей fprintf(' Таблиця відповідностей'); fprintf('(статична характеристика)'); fprintf(' Вхід X Вихід Y\n'); for k = 1:length(x_vals)/2 %Компактний вивід /2 fprintf('%8.3f %8.3f\n', x_vals(k), y_vals(k)); end %Побудова залежності plot(x_vals,y_vals,'-o'); title('Статична характеристика'); grid on; % Генерація псевдовипадкового білого шуму noise = 0.5 * randn(size(x_vals)); % Псевдовипадковий шум % Моделювання вихідної величини з урахуванням випадкових збурень y_a = zeros(1, length(x_vals)); % Масив для вихідних значень for k =1:length(x_vals) [y,~]=step(Wp * x_vals(k)); y_a(k) = y(end) + noise(k); % Додаємо шум до статичного виходу end </pre>	Таблиця відповідностей (статична характеристика) <table> <tr> <th>Вхід X</th><th>Вихід Y</th></tr> <tr><td>0.000</td><td>0.000</td></tr> <tr><td>0.500</td><td>0.500</td></tr> <tr><td>1.000</td><td>1.000</td></tr> <tr><td>1.500</td><td>1.500</td></tr> <tr><td>2.000</td><td>2.000</td></tr> <tr><td>2.500</td><td>2.500</td></tr> <tr><td>3.000</td><td>3.000</td></tr> <tr><td>3.500</td><td>3.500</td></tr> <tr><td>4.000</td><td>3.999</td></tr> <tr><td>4.500</td><td>4.499</td></tr> </table>  Статична характеристика Моделювання вихідної величини з урахуванням випадкових збурень (білого шуму) <table> <tr> <th>Вхід X</th><th>Вихід Y</th></tr> <tr><td>0.000</td><td>0.598</td></tr> <tr><td>0.500</td><td>0.560</td></tr> <tr><td>1.000</td><td>0.481</td></tr> <tr><td>1.500</td><td>1.071</td></tr> <tr><td>2.000</td><td>1.915</td></tr> <tr><td>2.500</td><td>2.404</td></tr> <tr><td>3.000</td><td>2.567</td></tr> <tr><td>3.500</td><td>3.590</td></tr> <tr><td>4.000</td><td>4.633</td></tr> <tr><td>4.500</td><td>4.374</td></tr> </table>	Вхід X	Вихід Y	0.000	0.000	0.500	0.500	1.000	1.000	1.500	1.500	2.000	2.000	2.500	2.500	3.000	3.000	3.500	3.500	4.000	3.999	4.500	4.499	Вхід X	Вихід Y	0.000	0.598	0.500	0.560	1.000	0.481	1.500	1.071	2.000	1.915	2.500	2.404	3.000	2.567	3.500	3.590	4.000	4.633	4.500	4.374
Вхід X	Вихід Y																																												
0.000	0.000																																												
0.500	0.500																																												
1.000	1.000																																												
1.500	1.500																																												
2.000	2.000																																												
2.500	2.500																																												
3.000	3.000																																												
3.500	3.500																																												
4.000	3.999																																												
4.500	4.499																																												
Вхід X	Вихід Y																																												
0.000	0.598																																												
0.500	0.560																																												
1.000	0.481																																												
1.500	1.071																																												
2.000	1.915																																												
2.500	2.404																																												
3.000	2.567																																												
3.500	3.590																																												
4.000	4.633																																												
4.500	4.374																																												

```

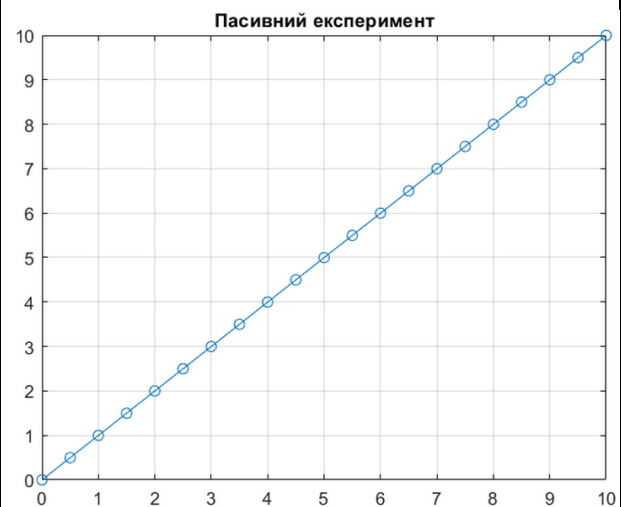
%Компактний вивід таблиці
відповідностей
fprintf('Моделювання вихідної
величини');
fprintf(' з урахуванням випадкових
');
fprintf(' збурень (білого шуму)');
fprintf(' Вхід X Вихід Y\n');
for k = 1:length(x_vals)/2
%Компактний вивід /2
fprintf('%8.3f %8.3f\n',
x_vals(k), y_a(k));
end
%Побудо залежності
plot(x_vals, y_a, '-o');
title('Активний експеримент');
grid on;
% Симуляція нормальної роботи системи
без додаткових збурень
y_p=zeros(1, length(x_vals)); % Масив
для вихідних значень
for k =1:length(x_vals)
[y,~] = step(Wp * x_vals(k));
y_p(k) = y(end); % Вихід без шуму
end
%Компактний вивід таблиці
відповідностей
fprintf('Симуляція нормальної
роботи');
fprintf('без додаткових збурень');
fprintf(' Вхід X Вихід Y\n');
for k = 1:length(x_vals)/2
%Компактний вивід /2
fprintf('%8.3f %8.3f\n',
x_vals(k), y_p(k));
end
%Побудо залежності
plot(x_vals, y_p, '-o');
title('Пасивний експеримент');
grid on;

```



Симуляція нормальної роботи
без додаткових збурень

Вхід X	Вихід Y
0.000	0.245
0.500	0.883
1.000	1.389
1.500	0.760
2.000	2.270
2.500	2.454
3.000	2.619
3.500	3.153
4.000	4.640
4.500	4.095



Для детального розгляду винесено результати виконання на рис. 4.1 - 4.3, відповідно.

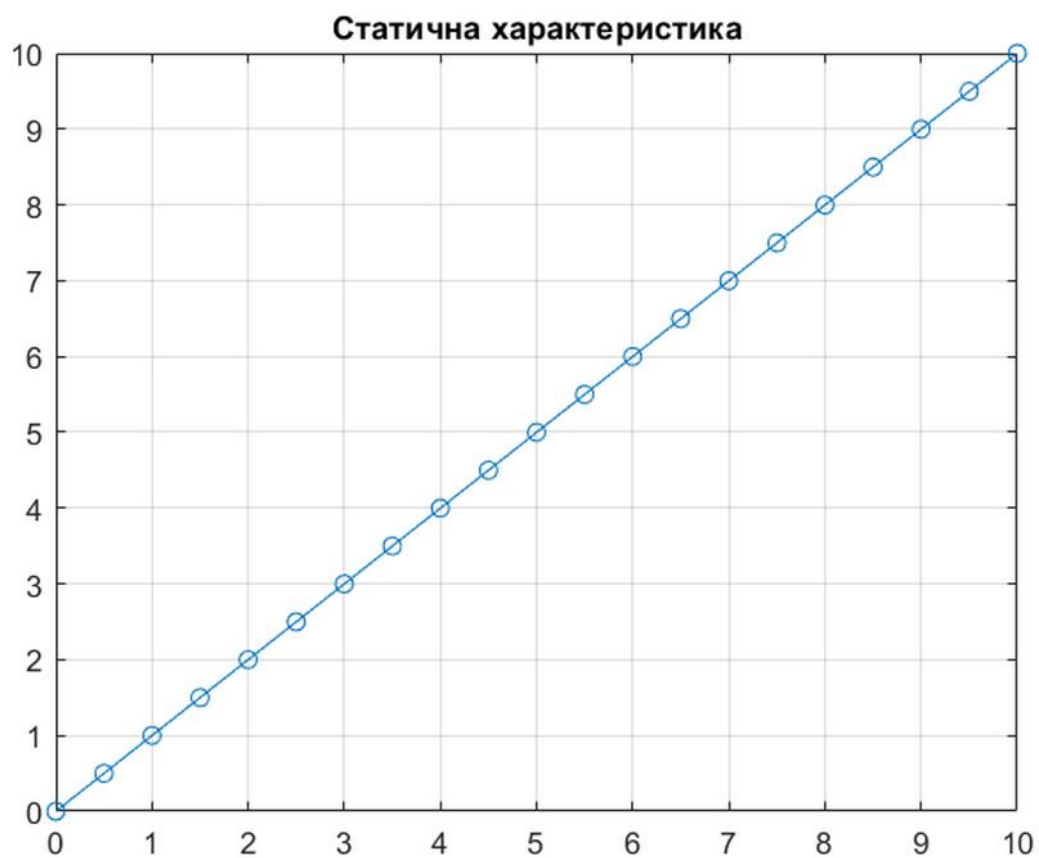


Рисунок 4.1 – Статична характеристика



Рисунок 4.2 – Активний експеримент

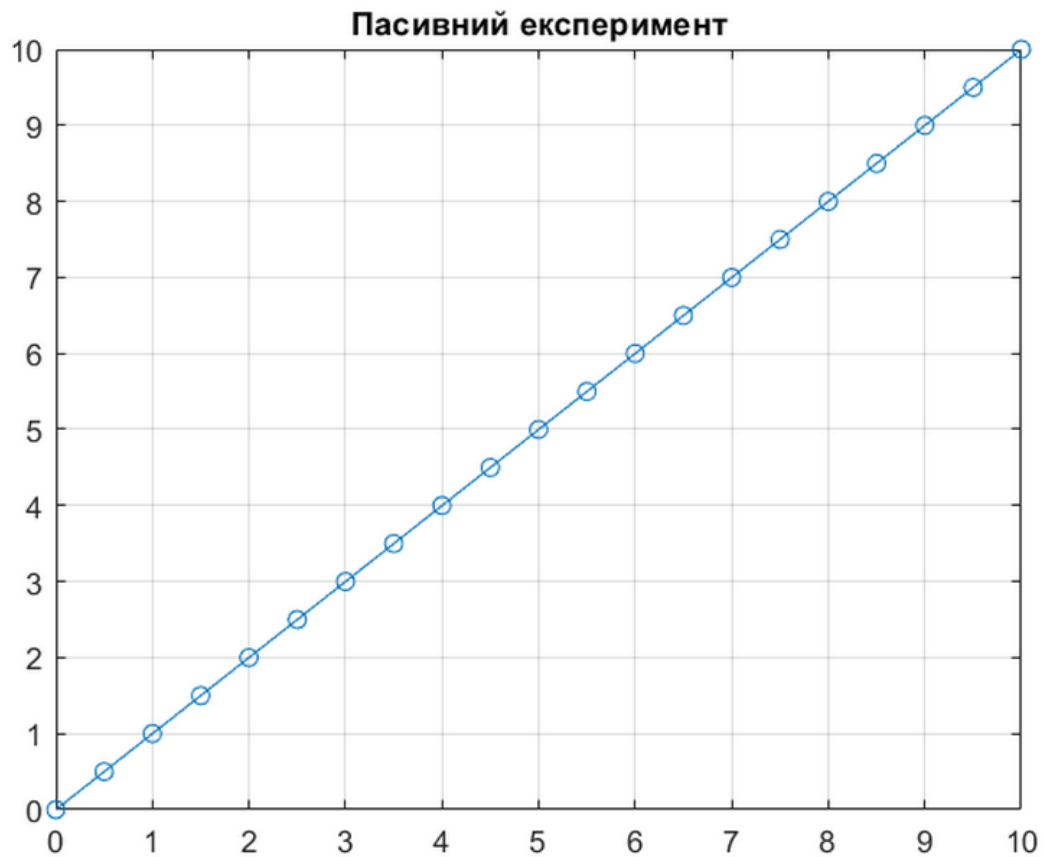


Рисунок 4.3 – Пасивний експеримент

4.2 Вимоги до звіту

Звіт до практичної роботи повинен містити вступ, в якому описується мета та завдання роботи, а також методи отримання статичних характеристик. У методиці виконання необхідно детально пояснити процедуру проведення експерименту за детермінованим та експериментально-статистичним методами. Результати роботи повинні бути представлені у вигляді таблиць та графіків, що ілюструють отримані статичні характеристики. В аналізі потрібно порівняти результати експериментів, обговорити вплив збурень та точність характеристик. У висновках підсумовуються основні результати роботи, визначається доцільність застосування різних методів для дослідження об'єкта.

Таблиця 4.3 – Вхідні дані для ланки

$W(s) = \frac{b_2 + b_1 s + b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}$						
№	b_2	b_1	b_0	a_2	a_1	a_0
1	0	1	1	1	1	1
2	1	10	15	7	15	4
3	4	6	14	5	14	9
4	4	6	11	15	5	15
5	5	9	13	13	11	11
6	3	10	13	4	1	7
7	2	5	14	15	3	10
8	2	6	15	15	8	3
9	3	8	11	14	4	15
10	0	8	14	11	7	13
11	2	6	14	2	2	6
12	0	9	14	12	8	1
13	2	10	13	7	9	12
14	3	10	14	12	8	2
15	0	9	10	7	5	5
16	5	7	11	6	7	12
17	4	9	11	9	8	2
18	2	7	13	15	12	2
19	5	10	15	12	8	13
20	3	6	14	7	14	7
21	5	9	15	10	14	12
22	4	10	11	8	3	15
23	0	7	11	13	15	6
24	3	10	13	4	11	5
25	1	7	10	1	11	12

№	b_2	b_1	b_0	a_2	a_1	a_0
26	0	6	14	5	14	0
27	5	7	13	6	10	15
28	3	9	14	6	7	14
29	4	10	10	11	4	15
30	1	7	11	13	1	13

4.3 Контрольні запитання

Запитання для перевірки знань:

1. Що таке статична характеристика?
2. Наведіть методику проведення експерименту для визначення статичної характеристики.
3. В чому полягає метод пасивного експерименту?
4. Реалізуйте методи за допомогою програмних засобів.
5. Який стан об'єкта відображає статична характеристика?
6. Які основні методи використовують для отримання статичних характеристик?
7. Чим відрізняється детермінований метод від інших?
8. Як змінюється вхідна величина в експерименті за детермінованим методом?
9. Для чого потрібно стабілізувати інші входи під час експерименту?
10. Що таке перехідний процес і як він впливає на результат експерименту?
11. Яка методика експерименту для визначення статичної характеристики?
12. Як визначити допустимий діапазон зміни вхідної величини для експерименту?
13. Як обчислюється крок зміни вхідної величини?
14. Як вимірюється зміна вихідної величини під час експерименту?

15. Чим відрізняється експериментально-статистичний метод від детермінованого?
16. Як обробляються дані в експериментально-статистичному методі?
17. Що таке стохастичний зв'язок між величинами?
18. У чому різниця між активним і пасивним експериментом?
19. Як метод пасивного експерименту використовується в ідентифікації?
20. Як визначити значення статичної характеристики (коефіцієнт підсилення) об'єкта, якщо відома його передавальна функція?

ПРАКТИКУМ 5

Тема: «Експериментально-аналітичний метод отримання статичних характеристик»

Мета: Навчитися отримувати статичні характеристики експериментально-аналітичним методом.

Стислі теоретичні відомості

Експериментально-аналітичний метод отримання статичних характеристик застосовується коли аналітичний або експериментальний підходи є недостатніми. Основна ідея цього методу полягає в поєднанні точності експерименту з універсальністю аналітичної моделі.

Аналітичне визначення характеристик базується на фізичних законах і припущеннях про поведінку об'єкта. В результаті отримується рівняння або графік, що відображає загальні закономірності роботи об'єкта. Хоча така модель зазвичай дозволяє проводити аналіз у різних режимах, її точність часто знижується через неточності у вихідних параметрах або спрощення, що були прийняті під час побудови. Тобто, структура може бути правильною, але числові значення — приблизними.

На противагу цьому, експериментальні моделі формуються шляхом безпосереднього вимірювання вхідних і вихідних величин об'єкта в різних умовах. Отримані залежності, як правило, є досить точними, але вони актуальні лише в межах тих режимів, в яких проводилися вимірювання. При зміні умов роботи модель може перестати відповідати реальності.

Таким чином, виникає потреба в комбінованому методі. Експериментально-аналітичний підхід передбачає спочатку визначення загальної структури моделі за допомогою аналітичного методу, а потім уточнення її параметрів на основі результатів експерименту. Наприклад, ми можемо знати, що між подачею сигналу і реакцією об'єкта існує лінійна залежність, але щоб дізнатися, яка саме, потрібно провести вимірювання і обчислити коефіцієнти.

Етапи такого підходу зазвичай включають:

1. Ознайомлення з об'єктом та створення початкової аналітичної моделі.
2. Планування серії експериментів, під час яких змінюються вхідні параметри.
3. Збір даних та обробка результатів вимірювань.
4. Визначення параметрів моделі за допомогою статистичної обробки (наприклад, методу найменших квадратів).
5. Перевірка адекватності отриманої моделі.

Експериментально – аналітичний метод отримання статичних характеристик використовує найкращі якості аналітичного та експериментального методів.

Аналітичний метод дозволяє отримати статичні характеристики з структурою досить близькою до структури об'єкта моделювання. Це підвищує їх надійність та дозволяє їх використовувати в широкому діапазоні зміни параметрів. Однак отримані аналітичним шляхом статичні характеристики звичайно мають низьку точність. Це зв'язано з можливою неточністю задавання деяких параметрів об'єктів та прийняттям певних припущень. Через що розраховані коефіцієнти статичної моделі є неточними. З другого боку, експериментальні моделі є досить точними, але вони не відображають структуру об'єкта через що їх можна використовувати тільки у вузькому діапазоні зміни параметрів в інтервалі значень їх, що використовувались під час експерименту. В експериментально – аналітичних моделях використовується структура аналітично отриманих моделей, а коефіцієнти для них розраховуються за експериментальними даними. Це дозволяє використовувати переваги як, аналітичного, так і експериментального методів

5.1 Приклад виконання

В якості об'єкту візьмемо передатну модель серводвигуна, яка записується наступною передатною функцією:

$$W(p) = \frac{0.0906 * p^2 + 1.75 * p + 0.725}{0.008 * p^3 + 0.303 * p^2 + 1.39 * p + 0.170} \quad (5.1)$$

Ця функція отримана аналітично, оскільки її структура базується на математичній моделі, побудованій з урахуванням фізичних характеристик і параметрів системи.

5.1.1 Пояснення імітації експерименту

Оскільки метою є проведення експерименту, що імітує реальний об'єкт, ми створюємо наближений сценарій шляхом штучного моделювання експериментальних даних.

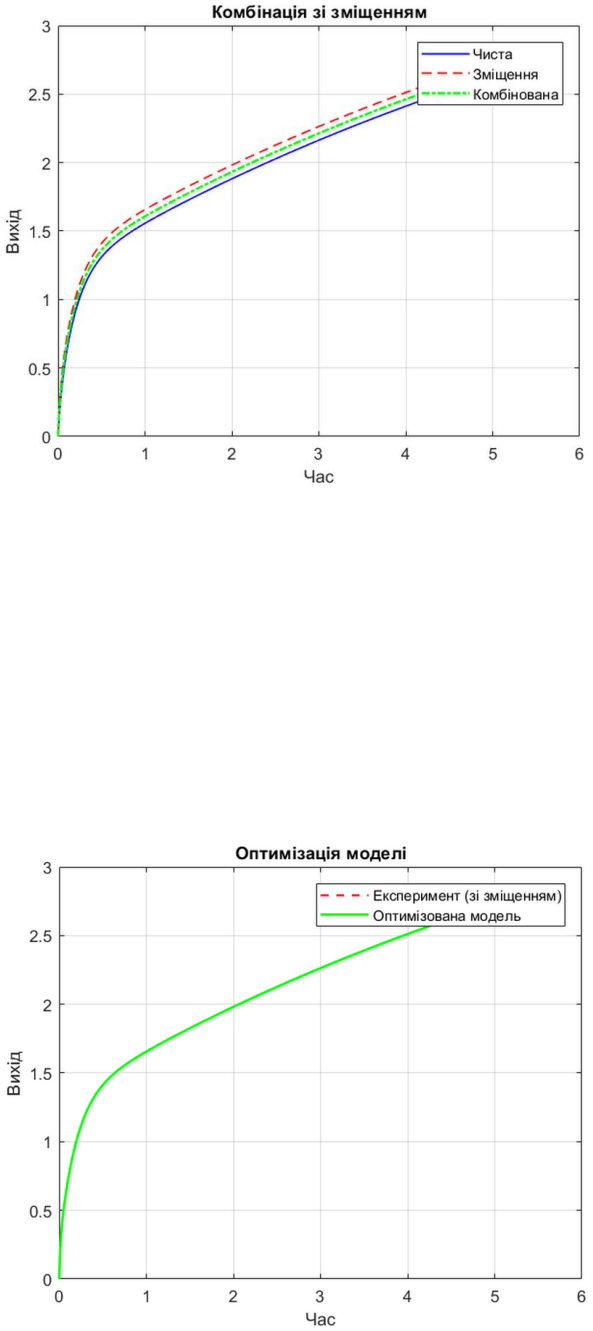
- 1) Для початку в аналітичну модель було додано випадкові шуми.
- 2) Після цього ми отримуємо симуляцію приблизних експериментальних даних.
- 3) Знаючи, що імітація лише шумом недостатньо вірно відображає роботу реального об'єкта, ми вводимо систематичне зміщення вихідного значення функції.
- 4) Щоб ефективно поєднати аналітичні та змодельовані дані, ми коригуємо експериментальні значення для кожного моменту часу. Це досягається шляхом використання відсотка різниці між експериментальними та аналітичними результатами.

Після виконання цих кроків ми проводимо оптимізацію середньоквадратичної похибки та порівнюємо отримані експериментальні дані з оптимізованою моделлю.

Виконуючи практичну роботи необхідно пам'ятати про час виходу на усталений режим передатної функції – у всіх він різний.

Таблиця 5.1 – Програмний код вікна live editor Matlab

Код	Результат
Модель об'єкта $W(p) = \frac{0.0906 \cdot p^2 + 1.75 \cdot p + 0.725}{0.008 \cdot p^3 + 0.303 \cdot p^2 + 1.39 \cdot p + 0.170}$	
1	2
<pre>% --- ЗАДАННЯ ПЕРЕДАТНОЇ ФУНКЦІЇ --- % Введи свої коефіцієнти тут: num = [0.0906 1.75 0.725]; den = [0.008 0.303 1.39 0.170]; Wp = tf(num, den); Wp.Variable = 'p'; % --- СТУПІНЧАСТА РЕАКЦІЯ --- time = linspace(0, 5.025, 500); [y_out, t_out] = step(Wp, time); % --- ДОДАВАННЯ ВИПАДКОВОГО ШУМУ --- random_noise = 0.1*(-0.5 + rand(size(y_out))); y_noisy_rand = y_out + random_noise; % --- ГРАФІКИ ЧИСТА + З ШУМОМ --- figure; plot(t_out, y_out, 'b', 'LineWidth', 1.5); hold on; plot(t_out, y_noisy_rand, 'r--', 'LineWidth', 1.2); legend('Чиста реакція', 'Реакція з шумом'); grid on; xlabel('Час (с)'); ylabel('Вихід'); title('Сигнал з шумом'); % --- ГІСТОГРАМА ШУМУ --- figure; histogram(random_noise, 'NumBins', 50); grid on; xlabel('Значення шуму'); ylabel('Кількість'); title('Розподіл шуму'); % --- ДОДАВАННЯ СИСТЕМАТИЧНОГО ЗМІЩЕННЯ --- bias = 0.1; % систематична похибка y_noisy_bias = y_out + bias; y_noisy_bias(1) = 0; % --- ГРАФІК ЧИСТА + ЗМІЩЕННЯ --- figure; plot(t_out, y_out, 'b', 'LineWidth', 1.5); hold on; plot(t_out, y_noisy_bias, 'r--', 'LineWidth', 1.2); legend('Чиста реакція', 'Реакція зі зміщенням'); xlabel('Час (с)'); ylabel('Вихід'); title('Сигнал зі зміщенням'); grid on;</pre>	

1	2
<pre> % --- КОМБІНОВАНІ МОДЕЛІ --- % Зі зміщенням y_combined = y_out + 0.5 * (y_noisy_bias - y_out); % Із шумом y_combined_rand = y_out + 0.5 * (y_noisy_rand - y_out); % --- ГРАФІКИ КОМБІНОВАНИХ --- figure; plot(t_out, y_out, 'b', 'LineWidth', 1); hold on; plot(t_out, y_noisy_rand, 'r--', 'LineWidth', 1); plot(t_out, y_combined_rand, 'g-.', 'LineWidth', 1.5); legend('Чиста', 'Шум', 'Комбінована'); grid on; xlabel('Час'); ylabel('Вихід'); title('Комбінація з шумом'); figure; plot(t_out, y_out, 'b', 'LineWidth', 1); hold on; plot(t_out, y_noisy_bias, 'r--', 'LineWidth', 1); plot(t_out, y_combined, 'g-.', 'LineWidth', 1.5); legend('Чиста', 'Зміщення', 'Комбінована'); grid on; xlabel('Час'); ylabel('Вихід'); title('Комбінація зі зміщенням'); % --- ОПТИМІЗАЦІЯ --- % Формат: [k, a1, a2, ...] % Задаємо початкові параметри, рівні номінальним initial_params = [num, den]; % [k ...], [a1 a2 ...] % Використовуємо fminsearch для оптимізації optimized_params = fminsearch(@(params) compute_MSE(params, time, y_noisy_bias, length(num)), initial_params); % Формуємо нову передатну функцію з оптимізованими параметрами num_opt = optimized_params(1:length(num)); den_opt = optimized_params(length(num)+1:end); Wp_opt = tf(num_opt, den_opt); Wp_opt.Variable = 'p'; </pre>	 The figure consists of two subplots. The top subplot, titled "Комбінація зі зміщенням", displays three curves: a solid blue line for "Чиста" (Clean), a dashed red line for "Зміщення" (Bias), and a dash-dot green line for "Комбінована" (Combined). The bottom subplot, titled "Оптимізація моделі", displays two curves: a dashed red line for "Експеримент (зі зміщенням)" (Experiment with bias) and a solid green line for "Оптимізована модель" (Optimized model). Both plots have "Час" (Time) on the x-axis ranging from 0 to 6 and "Вихід" (Output) on the y-axis ranging from 0 to 3.

1	2
<pre> [y_out_opt, t_out_opt] = step(Wp_opt, time); % --- ПОРІВНЯННЯ ОПТИМІЗАЦІЇ --- figure; plot(t_out, y_noisy_bias, 'r--', 'LineWidth', 1.2); hold on; plot(t_out_opt, y_out_opt, 'g', 'LineWidth', 1.5); legend('Експеримент (зі зміщенням)', 'Оптимізована модель'); grid on; xlabel('Час'); ylabel('Вихід'); title('Оптимізація моделі'); % --- ФУНКЦІЯ ДЛЯ ОБЧИСЛЕННЯ MSE --- function mse = compute_MSE(params, time, y_target, num_len) num = params(1:num_len); den = params(num_len+1:end); try model = tf(num, den); [y_model, ~] = step(model, time); mse = mean((y_target - y_model).^2); catch mse = Inf; end end </pre>	

Для детального розгляду винесено результати виконання на рис. 5.1 - 5.4, відповідно.

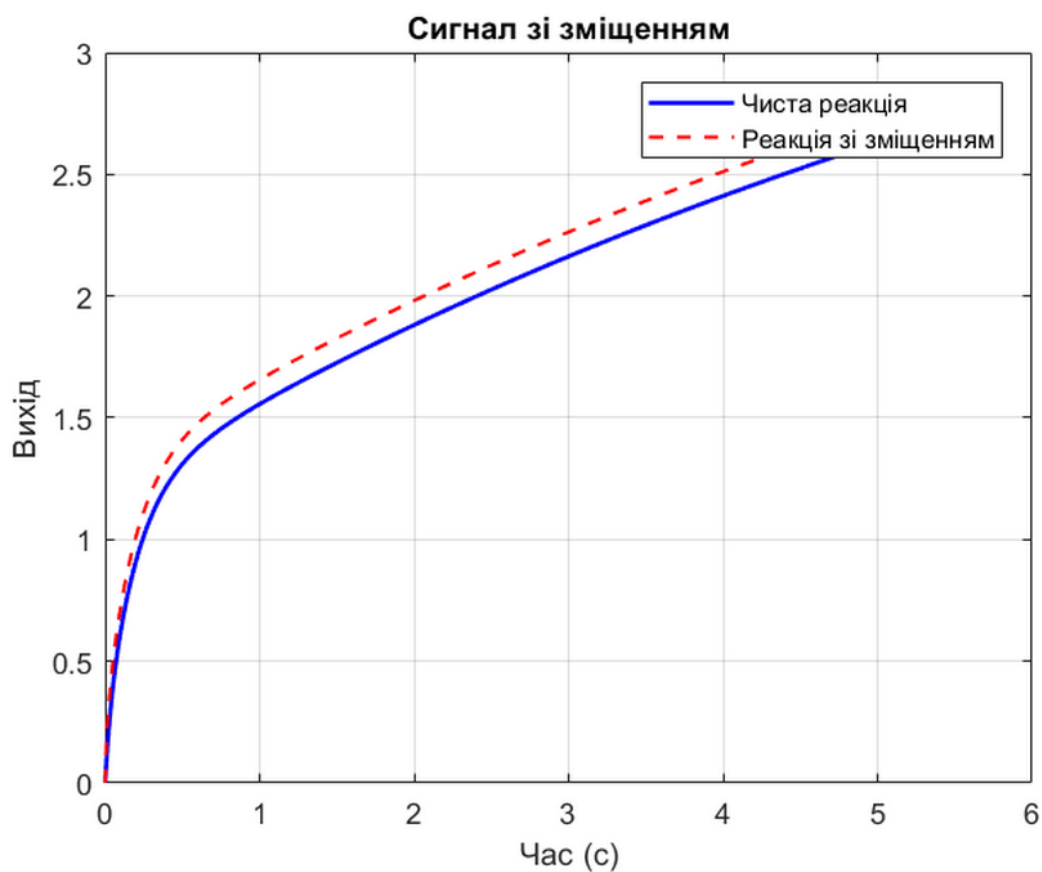


Рисунок 5.1 – Сигнал із зміщенням експеримент

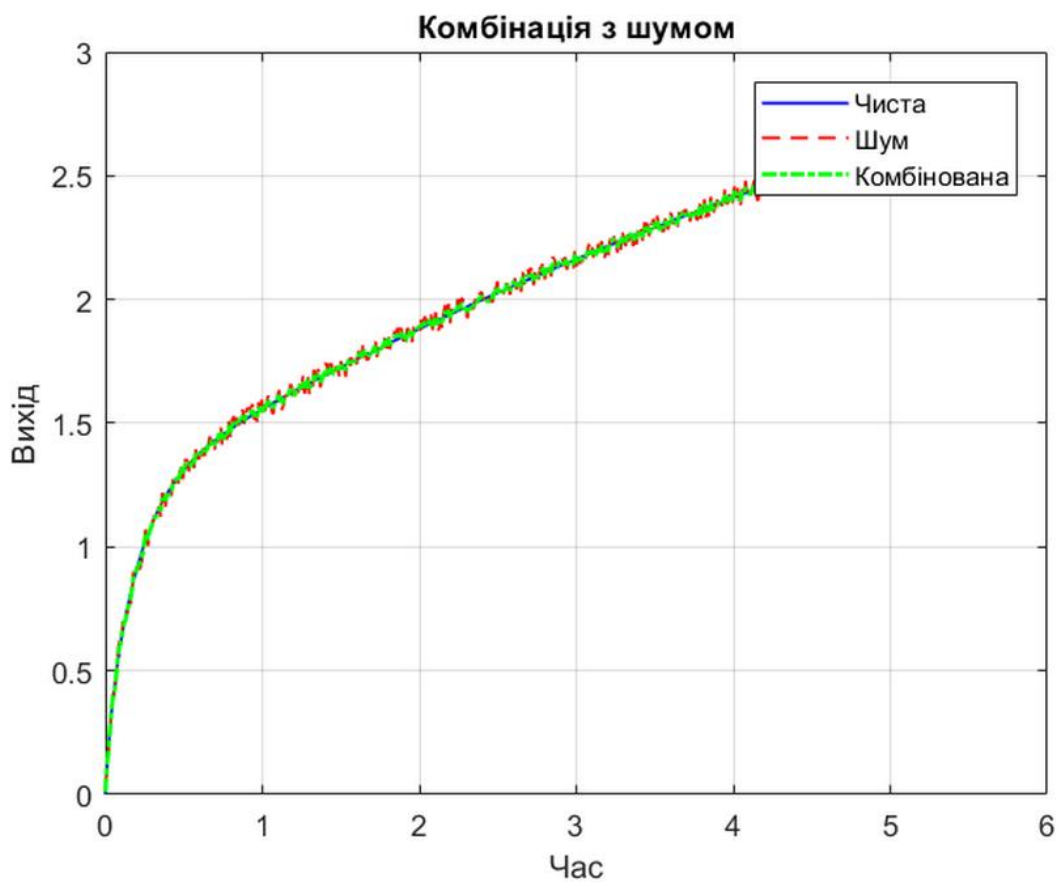


Рисунок 5.2 – Комбінація із шумом

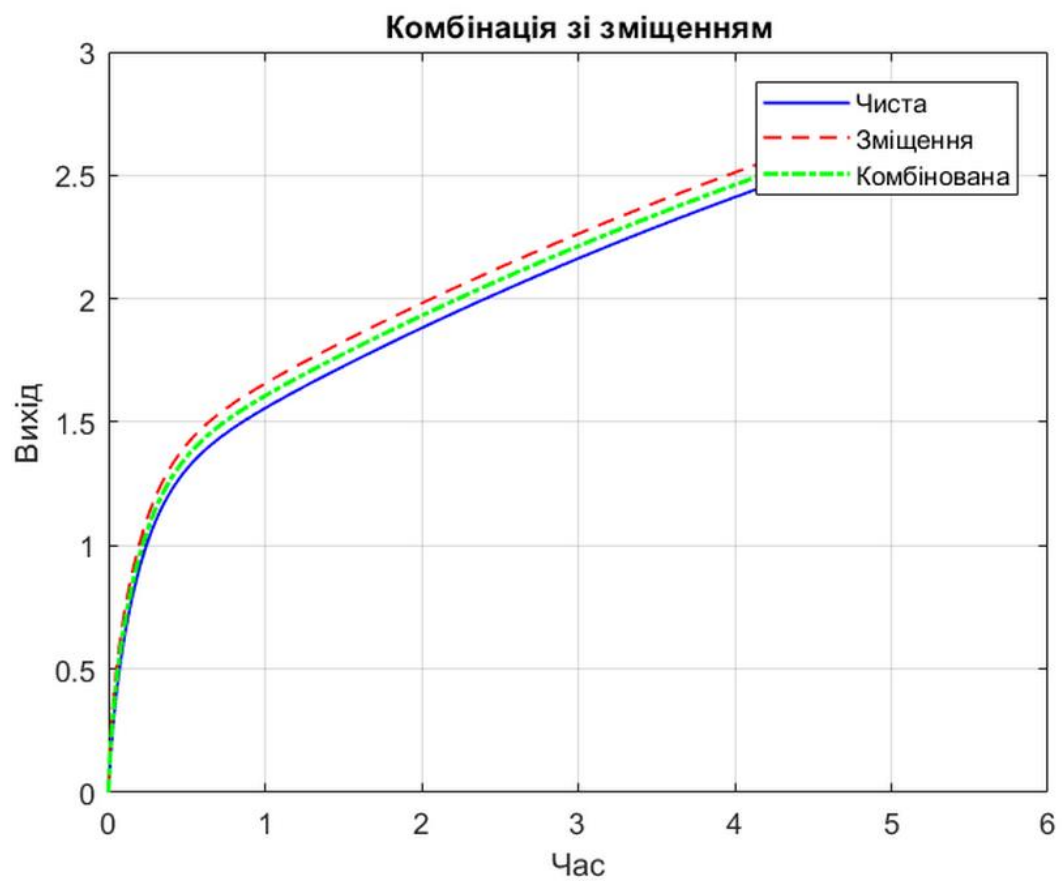


Рисунок 5.3 – Комбінація зі зміщенням

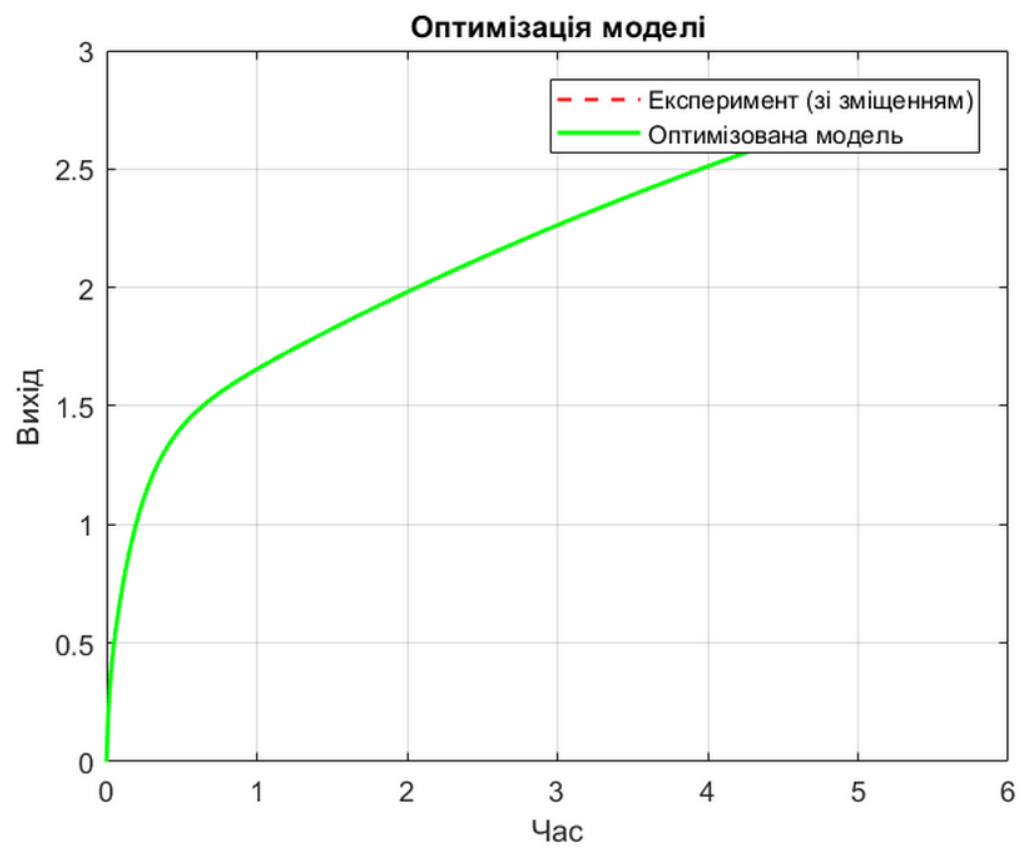


Рисунок 5.4 – Оптимізація моделі

5.2 Вимоги до звіту

Вибрати свою ланку зі списку. Провести необхідні дослідження та зробити висновки на їх основі. Можна використовувати як середовище MATLAB так і Mathcad. Звіт повинен містити: вхідні дані, порядок розрахунку.

Таблиця 5.2 – Вхідні дані для першої ланки

$W(s) = \frac{b_1 + b_0}{a_1 s + a_0}$				
№	b_1	b_0	a_1	a_0
1	0	1	1	1
2	4	7	11	11
3	4	9	9	10
4	4	7	1	6
5	4	6	3	8
6	3	9	3	9
7	3	7	10	4
8	3	6	9	10
9	4	6	3	3
10	3	9	1	1
11	5	7	10	0
12	1	8	7	9
13	1	5	10	8
14	4	7	8	4
15	1	7	2	9
16	1	10	9	7
17	4	5	9	10
18	2	10	2	4
19	0	8	9	7
20	0	9	6	3

Продовження таблиці 5.2

№	b_1	b_0	a_1	a_0
21	4	6	5	1
22	4	10	7	3
23	4	5	5	9
24	5	5	8	1
25	3	10	7	10
26	0	7	4	7
27	2	6	6	4
28	1	5	8	3
29	2	9	1	6
30	3	5	2	0

Таблиця 5.3 – Вхідні дані для другої ланки

$W(s) = \frac{b_2 + b_1 + b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}$						
№	b_2	b_1	b_0	a_2	a_1	a_0
1	0	1	1	1	1	1
2	5	9	10	13	11	2
3	2	8	12	15	2	0
4	3	9	15	12	12	0
5	0	7	13	10	6	4
6	2	5	15	3	2	11
7	3	8	10	2	4	12
8	4	5	11	0	4	7
9	5	6	11	1	12	0
10	3	7	13	8	7	11
11	2	5	12	5	10	7
12	1	6	15	12	8	3
13	5	7	11	11	14	12
14	5	6	14	1	6	0
15	0	9	10	4	2	9
16	2	8	11	2	6	1
17	3	7	10	4	5	12
18	2	8	12	13	12	14
19	1	6	14	3	9	2
20	1	9	12	3	12	4
21	1	5	12	5	10	12
22	0	6	11	14	3	3
23	0	7	13	0	14	2
24	0	10	15	6	9	0
25	0	7	13	5	11	2

№	b_2	b_1	b_0	a_2	a_1	a_0
26	2	7	12	11	12	1
27	5	7	13	2	4	8
28	1	6	11	10	7	1
29	3	5	11	2	12	9
30	2	8	14	2	9	7

5.3 Контрольні запитання

Запитання для перевірки знань:

1. У чому полягає суть наведеного методу?
2. Назвіть переваги експериментально-аналітичного методу отримання статичних характеристик.
3. Що таке експериментально-аналітична модель?
4. Що таке експериментально-аналітичний метод отримання статичних характеристик?
5. Як поєднуються аналітичний і експериментальний методи в експериментально-аналітичному методі?
6. Які переваги має експериментально-аналітичний метод?
7. Чому експериментально-аналітичні моделі можуть бути точнішими за аналітичні?
8. У чому полягає основна проблема експериментальних методів?
9. Як експериментально-аналітичні моделі використовують структуру аналітичних моделей?
10. Чому точність експериментальних моделей може бути обмежена?
11. Які параметри об'єкта можуть бути неточно задані в аналітичних моделях?
12. Як отримуються коефіцієнти в експериментально-аналітичних моделях?

13. Для яких діапазонів параметрів підходять експериментальні моделі?
14. Як використовується експериментальний метод для розрахунку коефіцієнтів у моделях?
15. Що означає "структура моделі" і як вона пов'язана з експериментально-аналітичним методом?
16. Як забезпечується точність розрахунків в експериментально-аналітичних методах?
17. Як аналітичний метод впливає на точність статичних характеристик?
18. Які недоліки можуть бути у статичних характеристик, отриманих аналітичним методом?

ПРАКТИКУМ 6

Тема: «Експериментальні методи отримання динамічних характеристик об'єкта керування»

Мета: Розглянути експериментально-статистичний метод отримання динамічних характеристик.

Стислі теоретичні відомості

Класифікація експериментальних методів отримання динамічних характеристик.

Методи отримання динамічних характеристик, які є складовою математичних моделей діляться на детерміновані (закономірні) та статистичні (ймовірні).

Детерміновані методи отримання динамічних моделей базуються на передумові існування закономірного зв'язку між вихідними та вхідними параметрами в об'єкті моделювання. Детерміновані методи діляться на метод часових характеристик та частотний метод.

Статистичні методи отримання динамічних характеристик базується на передумові наявності випадкових взаємодій входів та виходів в об'єкті моделювання або зашумлення входів та виходів об'єкта випадковими величинами.

Методи статистичної динаміки, як і статистичної статистики, можна розділити на методи активного та пасивного експериментів.

Крім чисто експериментальних методів отримання динамічних характеристик, використовується експериментально-аналітичний метод.

Цей метод, як і аналогічний у статистиці, базується на отриманні структури моделі аналітичним методом, а її параметрів (коефіцієнтів) – експериментальним методом.

Останнім часом, у зв'язку з поширенням застосування керуючих обчислювальних машин виробництві, знайшли досить широке розповсюдження методи поточної ідентифікації, які націлені на наближення (адаптацію)

властивостей математичних моделей об'єктів керування властивостями самих об'єктів в процесі їх експлуатації перед використанням моделей в алгоритмах.

Розглянемо коротку характеристику та співставлення згаданих вище методів отримання динамічних моделей.

6.1 Експериментально-статистичний метод отримання динамічних характеристик

Для отримання динамічних характеристик експериментально-статистичним методом потрібно мати кореляційні функції: взаємну кореляційну функцію R_{yx} та автокореляційну функцію R_{xx} , де y – вихідна величина, x – вхідна. Отримання кореляційних функцій R_{yx} та R_{xx} проводиться шляхом обробки статистичної вибірки (таблиці відповідності), яка визначається фіксацією в одні і ті ж моменти часу значень вхідної x та вихідної y змінних.

Взаємна кореляційна функція R_{yx} визначає взаємозв'язок вихідної змінної y з відповідним значенням вхідної змінної x , а автокореляційна функція R_{xx} визначає зв'язок вхідної змінної x із зсунутим на величину часу τ своїм же значенням.

Перетворюючи кореляційні функції за Лапласом і підставляючи в отримані вирази замість оператора Лапласа P уявне його значення $P = i\omega$, отримуємо відповідні спектральні щільності:

$$S_{yx}(\omega) \cong \int_{-T}^T e^{-i\omega t} * R_{yx}(t) dt \quad (6.1)$$

$$S_{xx}(\omega) \cong \int_{-T}^T e^{-i\omega t} * R_{xx}(t) dt \quad (6.2)$$

Якщо ми маємо значення взаємної спектральної щільності процесів $y(t)$ та $x(t)$ – $S_{yx}(\omega)$, а також спектральної щільності вхідної функції $x(t)$ – $S_{xx}(\omega)$, ми можемо отримати АФХ об'єкта за формулою:

$$W(i\omega) = \frac{S_{yx}(\omega)}{S_{xx}(\omega)} \quad (6.3)$$

Визначення динамічних характеристик об'єкта моделювання цим методом зв'язано зі значними обчисленнями під час визначення кореляційних функцій, спектральних щільностей та динамічних характеристик. Ці розрахунки практично можливі тільки із застосуванням ЕОМ.

Слід відмітити, що розглянутий вище експериментально-статистичний метод отримання динамічних характеристик базується на обмежених експериментальних даних, що звичайно, знижує точність кореляційних функцій $R_{yx}(t)$ та $R_{xx}(t)$. У зв'язку з чим, отримані цим методом динамічні характеристики мають обмежену точність. Незважаючи на це, цей метод використовується на практиці, так як дозволяє отримати динамічні характеристики об'єкта без додаткових збурень, в процесі його нормальної експлуатації. Недоліки цього методу є його громіздкість, трудоемність та невисока точність.

6.2 Приклад виконання

Таблиця 6. 1 – Програмний код вікна live editor Matlab

Код	Результат
Модель об'єкта $W(p) = \frac{0.0906p^2 + 1.75p + 0.725}{0.008p^3 + 0.303p^2 + 1.39p + 0.170}$	
<pre> 1 % --- Початкові дані --- num = [0.0906 1.75 0.725]; den = [0.008 0.303 1.39 0.170]; Wp = tf(num, den); Wp.variable = 'p'; t = 0:0.1:10; %% 4. Експериментально-статистичний метод disp("Експериментально-статистичний метод") % Вхід - випадковий сигнал x_stat = randn(size(t)); y_stat = lsim(Wp, x_stat, t); % Обчислення кореляційних функцій [R_xx_stat, lags_x] = xcorr(x_stat, 'unbiased'); [R_yx_stat, lags_yx] = xcorr(y_stat, x_stat, 'unbiased'); % Побудова кореляційних функцій figure; subplot(2,1,1); plot(lags_x, R_xx_stat); title('Автокореляційна функція R_{xx} (статистичний метод)'); xlabel('Зсув'); ylabel('R_{xx}'); grid on; subplot(2,1,2); plot(lags_yx, R_yx_stat); title('Взаємна кореляційна функція R_{yx} (статистичний метод)'); xlabel('Зсув'); ylabel('R_{yx}'); grid on; % Спектральні щільності S_xx = fft(R_xx_stat); S_yx = fft(R_yx_stat); % Амплітудно-фазова характеристика Wjw = S_yx ./ S_xx; % Побудова спектральних щільностей та АФХ N = length(S_xx); % Довжина вектора спектральної щільності f = linspace(0, 1/(2*(t(2)-t(1))), floor(N/2)); % Частота figure; </pre>	Експериментально-статистичний метод Автокореляційна функція R_{xx} (статистичний метод) Взаємна кореляційна функція R_{yx} (статистичний метод) Спектральна щільність S_{xx} Спектральна щільність S_{yx} Оцінка амплітудно-фазової характеристики $W(j\omega)$

1	2
<pre> subplot(3,1,1); plot(f, abs(S_xx(1:floor(N/2)))); title('Спектральна щільність S_{xx}'); xlabel('Частота, Гц'); ylabel(' S_{xx} '); grid on; subplot(3,1,2); plot(f, abs(S_yx(1:floor(N/2)))); title('Спектральна щільність S_{yx}'); xlabel('Частота, Гц'); ylabel(' S_{yx} '); grid on; subplot(3,1,3); plot(f, abs(Wjw(1:floor(N/2)))); title('Оцінка амплітудно-фазової характеристики W(j\omega) '); xlabel('Частота, Гц'); ylabel(' W(j\omega) '); grid on; </pre>	

Для детального розгляду винесено результати виконання на рис. 6.1 та 6.2, відповідно.

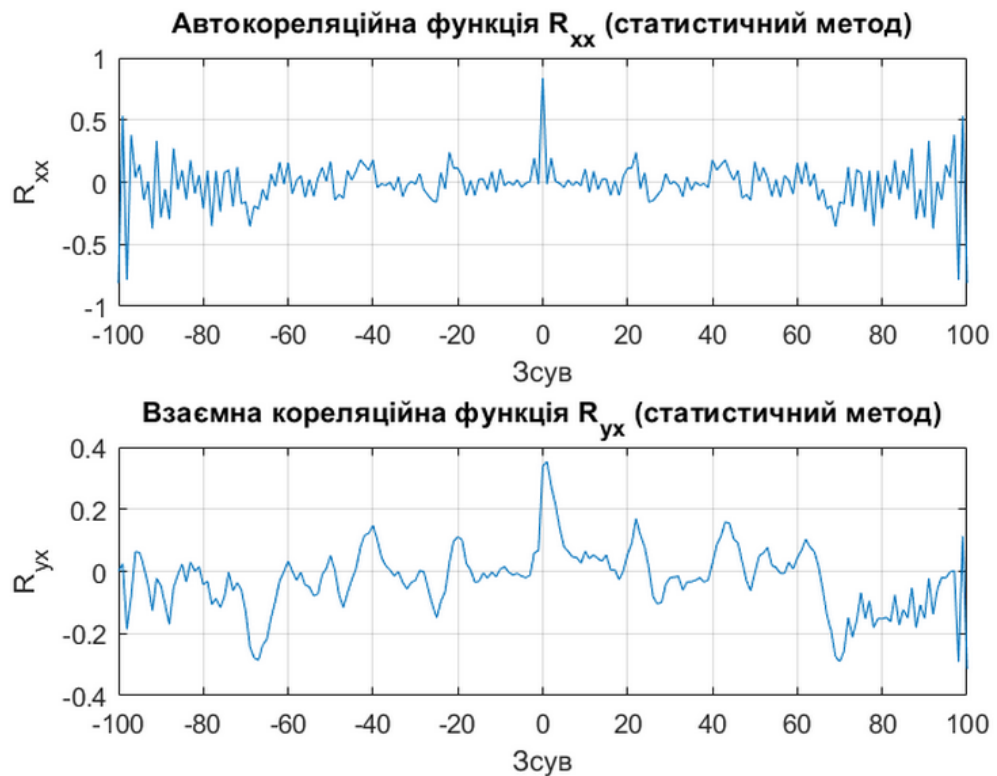


Рисунок 6.1 – Експериментально-статистичний метод: автокореляція функції R_{xx} та взаємна кореляція функції R_{yx}

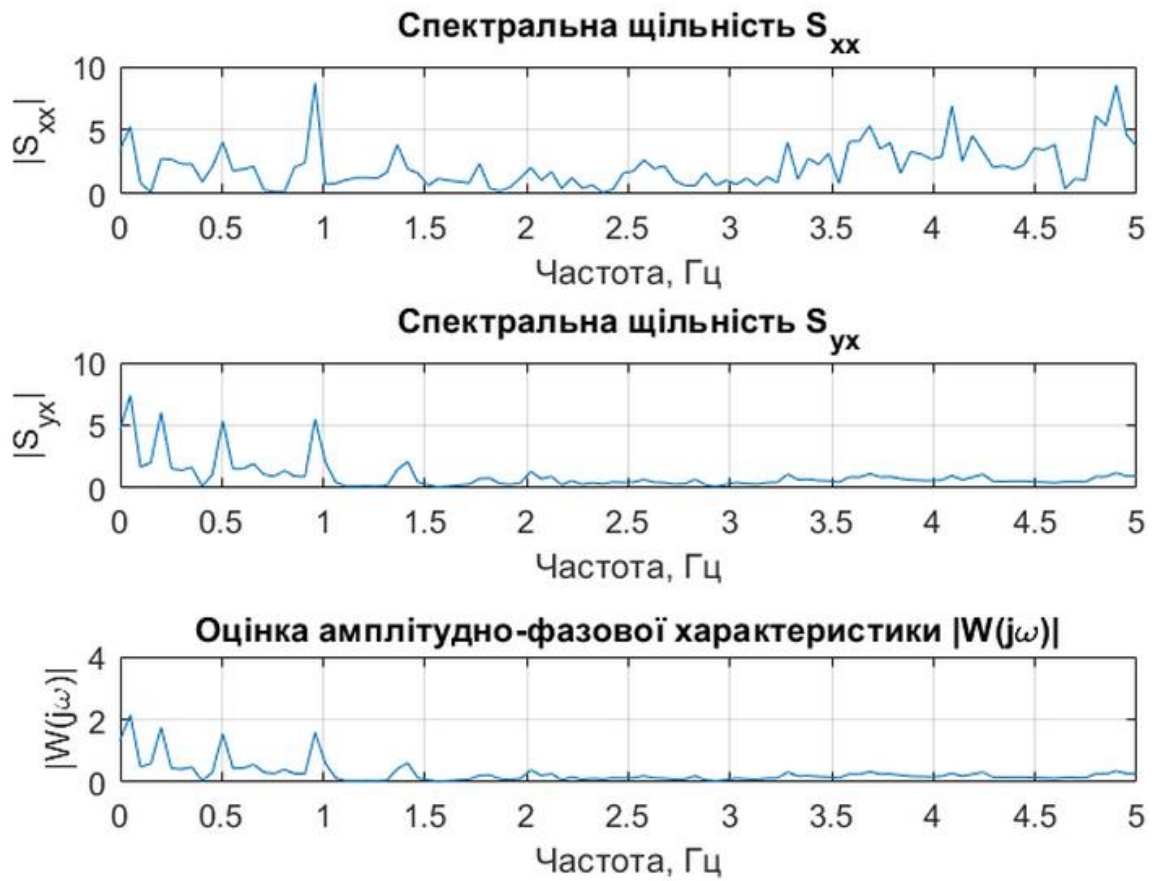


Рисунок 6.2 – Оцінки

6.3 Вимоги до звіту

Вибрати свою ланку зі списку. Провести необхідні дослідження та зробити висновок на їх основі. Можна використовувати як середовище MATLAB так і Mathcad. Звіт повинен містити: вхідні дані, порядок розрахунку.

Таблиця 6.2 – Вхідні дані для ланки

$W(s) = \frac{b_2 + b_1 + b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}$						
№	b_2	b_1	b_0	a_2	a_1	a_0
1	0	0	1	0	1	1
2	3	5	14	10	11	11
3	3	7	10	1	10	14
4	2	7	12	0	13	11
5	5	8	14	1	13	0
6	1	8	12	1	9	6
7	1	5	10	2	13	19
8	5	9	14	6	10	12
9	0	10	12	7	12	5
10	0	8	14	8	14	12
11	5	8	15	9	0	4
12	5	5	15	10	2	9
13	5	6	14	3	3	1
14	1	10	15	1	5	1
15	3	5	12	0	6	9
16	5	6	15	4	0	18
17	0	7	13	9	12	9
18	3	9	11	5	6	2
19	2	9	13	10	1	10
20	1	9	10	3	6	1
21	5	5	12	1	5	17
22	0	5	15	7	5	17
23	2	6	12	1	4	20
24	3	9	14	0	7	11
25	5	8	14	8	6	19

№	b_2	b_1	b_0	a_2	a_1	a_0
26	0	7	10	5	1	14
27	2	5	15	5	3	0
28	4	8	15	3	14	10
29	2	7	15	6	4	5
30	2	8	15	2	8	19

6.4 Контрольні запитання

Запитання для перевірки знань:

1. Що таке динамічна характеристика?
2. Наведіть класифікацію експериментальних методів отримання динамічних характеристик.
3. Що таке АФХ?
4. В чому суть перетворення Лапласа?
5. Реалізуйте наведені методи за допомогою програмних засобів.
6. Що таке динамічна характеристика об'єкта керування?
7. Які методи отримання динамічних характеристик існують?
8. Чим відрізняються детерміновані та статистичні методи отримання динамічних характеристик?
9. Що таке метод часових характеристик?
10. Як працює частотний метод у динамічному моделюванні?
11. Що означає, що методи статистичної динаміки можуть бути активними та пасивними?
12. Що таке експериментально-аналітичний метод у отриманні динамічних характеристик?
13. Яка основна мета експериментально-статистичного методу?
14. Що таке АФХ та АЧХ?

15. Як взаємна кореляційна функція допомагає визначити зв'язок між вхідними та вихідними змінними?
16. Що таке автокореляційна функція?
17. Що таке спектральна щільність і як вона використовується в методі?
18. Які обчислення потрібні для визначення динамічних характеристик за експериментально-статистичним методом?
19. Які недоліки має експериментально-статистичний метод у порівнянні з іншими методами?

ПРАКТИКУМ 7

Тема: «Експериментально – аналітичний метод отримання динамічних характеристик»

Мета: Розглянути експериментально – аналітичний метод отримання динамічних характеристик та поточну ідентифікацію моделей об'єктів керування.

Стислі теоретичні відомості

Аналізуючи аналітичний та експериментальний методи отримання динамічних характеристик, можна стверджувати, що кожний з них має свої позитивні та негативні якості. Розглянемо деякі з них.

Очевидно, що відповідність аналітичної моделі цілому класу об'єктів моделювання, відображення взаємозв'язків між внутрішніми параметрами об'єкта в цій моделі, а також відповідність структури моделі структурі об'єкта, є досить вагомою перевагою аналітичного моделювання. Разом з тим, аналітична модель не позбавлена недоліків. З них можна виділити найбільш істотні: низьку точність значну складність визначення числових значень багатьох змінних та констант, наприклад, коефіцієнта теплопередачі, константи швидкості хімічної реакції, температури чи концентрації в проміжних місткостях тощо.

Експериментальні ж методи моделювання є більш точними, менш громіздкими, ніж аналітичні, однак і вони мають істотні недоліки. Наприклад, структура експериментально отриманої моделі та об'єкта моделювання можуть суттєво відрізнятися одна від одної.

Експериментальна модель не відображає внутрішню структуру об'єкта моделювання і взаємозв'язки проміжних параметрів, її коефіцієнти не відповідають конструктивним та технологічним параметрам об'єкта моделювання.

У зв'язку з невідповідністю структури експериментально отриманої моделі структурі об'єкта моделювання використання її в дещо іншому діапазоні параметрів приводять до істотної втрати точності моделі.

Звичайно, виникає бажання об'єднати позитивні якості аналітичного та експериментального методів отримання математичних моделей. Експериментально-аналітичний метод моделювання якраз і робить спробу це зробити. Він передбачає використання структури аналітичної моделі, а розрахунок її коефіцієнтів – за експериментальними даними.

Структура моделі у відповідності з цим методом будується за методикою аналітичного моделювання. Всупереч цій методиці коефіцієнти експериментально-аналітичної моделі за нею розраховуються, а аналітична модель лише записується в загальному вигляді через символні позначення коефіцієнтів, наприклад:

$$a_n y^{(n)}(t) + a_{n-1} y^{(n-1)}(t) + \dots a_1 y' + y = kx(t), \quad (7.1)$$

де k, a_1, a_2, a_n – коефіцієнти моделі, виражені в загальній (символьній) формі. Таким чином, вираз (7.1), задає структуру з певним значенням і кількістю доданків. Ця структура використовується в подальшому для отримання експериментально-аналітичної моделі.

Друга фаза експериментально-аналітичного методу полягає моделювання експерименту та отримання експериментальних даних для розрахунку динамічних характеристик, у вигляді таблиць, перехідних характеристик, годографа АФХ, тощо.

Третьою фазою експериментально-аналітичного методу моделювання є апроксимація експериментальних даних. Для апроксимації експериментальних даних у цьому випадку використовується структура аналітичної моделі, тобто рівняння (7.1). За відповідною методикою апроксимації розраховуються коефіцієнти рівняння (7.1), тобто тієї структури, що отримана аналітичним шляхом. Таким чином, експериментально-аналітична модель має структуру відповідну структурі об'єкта моделювання і точність аналогічну експериментальним моделям.

Недоліки експериментально-аналітичного моделювання є необхідність йти зразу двома шляхами: і аналітичним, і експериментальним. Це майже подвоює

трудо́ві затрати, то́бто трудо́ємність цього методу значно зростаю. Крім того, отриману для конкретного об'єкта моделювання експериментально-аналітичну модель не можна використовувати для іншого, навіть досить близького за конструкцією та технологією об'єкта моделювання. Звичайно, структура моделі, отриману аналітичним методом, можна використовувати і для інших подібних об'єктів, але коефіцієнти необхідно визначати кожного конкретного об'єкта моделювання.

7.1 Поточна ідентифікація моделей об'єктів керування

Властивості об'єктів моделювання з часом їх експлуатації істотно змінюються. В зв'язку з чим, математичні моделі таких об'єктів, навіть найбільш точні, що відображають їх структуру, з часом гублять точність і стають неадекватними об'єктами моделювання. Звичайно, такі моделі вже неможливо використовувати в алгоритмах адаптації систем курування.

Під час розробки математичних моделей таких об'єктів можна передбачити зміни властивостей об'єкта моделювання в процесі його експлуатації включенням певних залежностей.

Однак врахування в моделях поступових змін властивостей об'єктів моделювання приводить до складних та громіздких залежностей зі змінними коефіцієнтами. Використовувати такі моделі досить складно. Крім того, такий метод врахування змін властивостей об'єкта моделювання не гарантує точності моделі, так як в залежності від умов експлуатації об'єкта його властивості можуть змінюватися по різному.

У зв'язку з чим, уточнення моделей об'єктів курування в процесі експлуатації проводиться методами поточної ідентифікації чи адаптації.

Метод поточної ідентифікації базується на тому, що періодично проводиться визначення математичної моделі об'єкта в процесі його експлуатації спеціальною програмою, яка функціонує в рамках математичного забезпечення системи керування в процесі їх експлуатації широко використовується. Для виконання поточної ідентифікації об'єктів курування розроблено значну кількість методів та алгоритмів. Алгоритми ідентифікації

можна класифікувати на алгоритми отримання динамічних моделей. За іншою класифікацією алгоритми поточної ідентифікації можна розділити на алгоритми параметричної ідентифікації та алгоритми структурної ідентифікації.

Алгоритми отримання статичних та динамічних моделей є досить численними, особливо алгоритми статичної ідентифікації, які і знайшли більш широке застосування. Алгоритми статичної ідентифікації використовуються в задачах статичної оптимізації, отримання розрахункових параметрів та в деяких інших задачах.

Алгоритми динамічної ідентифікації найчастіше застосовуються в задачах адаптивного курування чи регулювання. В алгоритмах параметричної ідентифікації розраховуються лише значення коефіцієнтів чи параметрів моделей. Структура моделей у цьому випадку залишається незмінною. Поточна параметрична ідентифікація застосовується у випадках, коли зміни властивостей об'єкта моделювання з часом є не дуже значними. Коли ж властивості об'єкта моделювання змінюються в широкому діапазоні, то однією параметричною ідентифікацією не вдається привести властивості моделі до властивостей об'єкта моделювання. Тоді виникає необхідність у структурній поточній ідентифікації, в якій змінюється не тільки коефіцієнти моделей, але й сама структура моделей. Алгоритми поточної структурної М можна будувати на основі методу найменших квадратів, ортогональних поліномів Чебишева та деяких інших.

Важливим чинником застосування поточної ідентифікації чи адаптації моделей є дослідження її необхідності. Якщо математична модель об'єкта з часом губить свою точність із-зі змін властивостей об'єкта і стає неадекватною об'єкту, то виникає необхідність в адаптації моделі.

Адаптація моделей може виконуватись перед кожним її застосуванням чи рідше в залежності від швидкості змін властивостей об'єкта моделювання. Інтервал часу проведення адаптації моделей визначається одночасно з дослідженням необхідності її проведення.

Адаптація моделей методами поточної ідентифікації є значно ефективніша, ніж інші її методи, наприклад, врахування в моделі змін властивостей об'єкта під час його експлуатації.

7.2 Приклад виконання

Таблиця 7.1 – Приклад виконання вікна live editor Matlab

Код	Результат																																																																
Модель об'єкта $W(p) = \frac{1}{6.55 \cdot 10^{-7} p^2 + 8.67 \cdot 10^{-4} p + 0.212}$																																																																	
1	2																																																																
<pre>%Модель об'єкта obj = tf(1, [6.55 * 10^(-7) 8.67*10^(-4) 0.212]); time = linspace(0, 0.025, 500); [y_out, t_out] = step(obj, time); err = ones(size(y_out))*0.1; y_experemental = y_out + err; y_experemental(1) = 0; %Далі потрібно створити цю аналітичну модель із змінними параметрами: model_func = @(params, t) step(tf(1, [params(1), params(2), params(3)]), t); initial_params = [1e-7, 1e-4, 1]; %Цільова ф-ція для мінімізації (MSE) objective_func = @(params) mean((model_func(params, time) - y_experemental).^2); % оптимізація options = optimset('Display', 'iter'); % Виведення процесу оптимізації [estimated_params, fval] = fminsearch(objective_func, initial_params, options); disp('Оцінені параметри:'); disp(estimated_params); [y_model, ~] = step(tf(1, [estimated_params(1), estimated_params(2), estimated_params(3)]), time); figure; plot(time, y_experemental, 'r', 'DisplayName', 'Експериментальні дані'); hold on; plot(time, y_model, 'b', 'DisplayName', 'Створена модель'); legend;</pre>	<table><tr><th>Iteration</th><th>Func-count</th><th>min f(x)</th><th>Procedure</th></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>10.8415</td><td></td></tr><tr><td>1</td><td>4</td><td>10.8403</td><td>initial simplex</td></tr><tr><td>2</td><td>6</td><td>10.1785</td><td>expand</td></tr><tr><td>3</td><td>7</td><td>10.1785</td><td>reflect</td></tr><tr><td>4</td><td>9</td><td>9.66178</td><td>expand</td></tr><tr><td>5</td><td>11</td><td>8.04503</td><td>expand</td></tr><tr><td>6</td><td>12</td><td>8.04503</td><td>reflect</td></tr><tr><td>7</td><td>14</td><td>3.20541</td><td>expand</td></tr><tr><td>8</td><td>16</td><td>1.89659</td><td>reflect</td></tr><tr><td>9</td><td>18</td><td>1.21297</td><td>reflect</td></tr><tr><td>10</td><td>20</td><td>1.21297</td><td>contract inside</td></tr><tr><td>11</td><td>22</td><td>1.21297</td><td>contract inside</td></tr><tr><td>12</td><td>23</td><td>1.21297</td><td>reflect</td></tr><tr><td>13</td><td>25</td><td>1.21297</td><td>contract inside</td></tr><tr><td>14</td><td>27</td><td>1.21297</td><td>contract inside</td></tr></table> Оцінені параметри: 0.0000 0.0008 0.2102	Iteration	Func-count	min f(x)	Procedure	0	1	10.8415		1	4	10.8403	initial simplex	2	6	10.1785	expand	3	7	10.1785	reflect	4	9	9.66178	expand	5	11	8.04503	expand	6	12	8.04503	reflect	7	14	3.20541	expand	8	16	1.89659	reflect	9	18	1.21297	reflect	10	20	1.21297	contract inside	11	22	1.21297	contract inside	12	23	1.21297	reflect	13	25	1.21297	contract inside	14	27	1.21297	contract inside
Iteration	Func-count	min f(x)	Procedure																																																														
0	1	10.8415																																																															
1	4	10.8403	initial simplex																																																														
2	6	10.1785	expand																																																														
3	7	10.1785	reflect																																																														
4	9	9.66178	expand																																																														
5	11	8.04503	expand																																																														
6	12	8.04503	reflect																																																														
7	14	3.20541	expand																																																														
8	16	1.89659	reflect																																																														
9	18	1.21297	reflect																																																														
10	20	1.21297	contract inside																																																														
11	22	1.21297	contract inside																																																														
12	23	1.21297	reflect																																																														
13	25	1.21297	contract inside																																																														
14	27	1.21297	contract inside																																																														

1	2
<pre>xlabel('Час'); ylabel('Вихід'); title('Експериментально-аналітична модель з MAE'); grid on;</pre>	

Для детального розгляду винесено результати виконання на рис. 7.1

Оцінені параметри:

0.0000 0.0008 0.2102

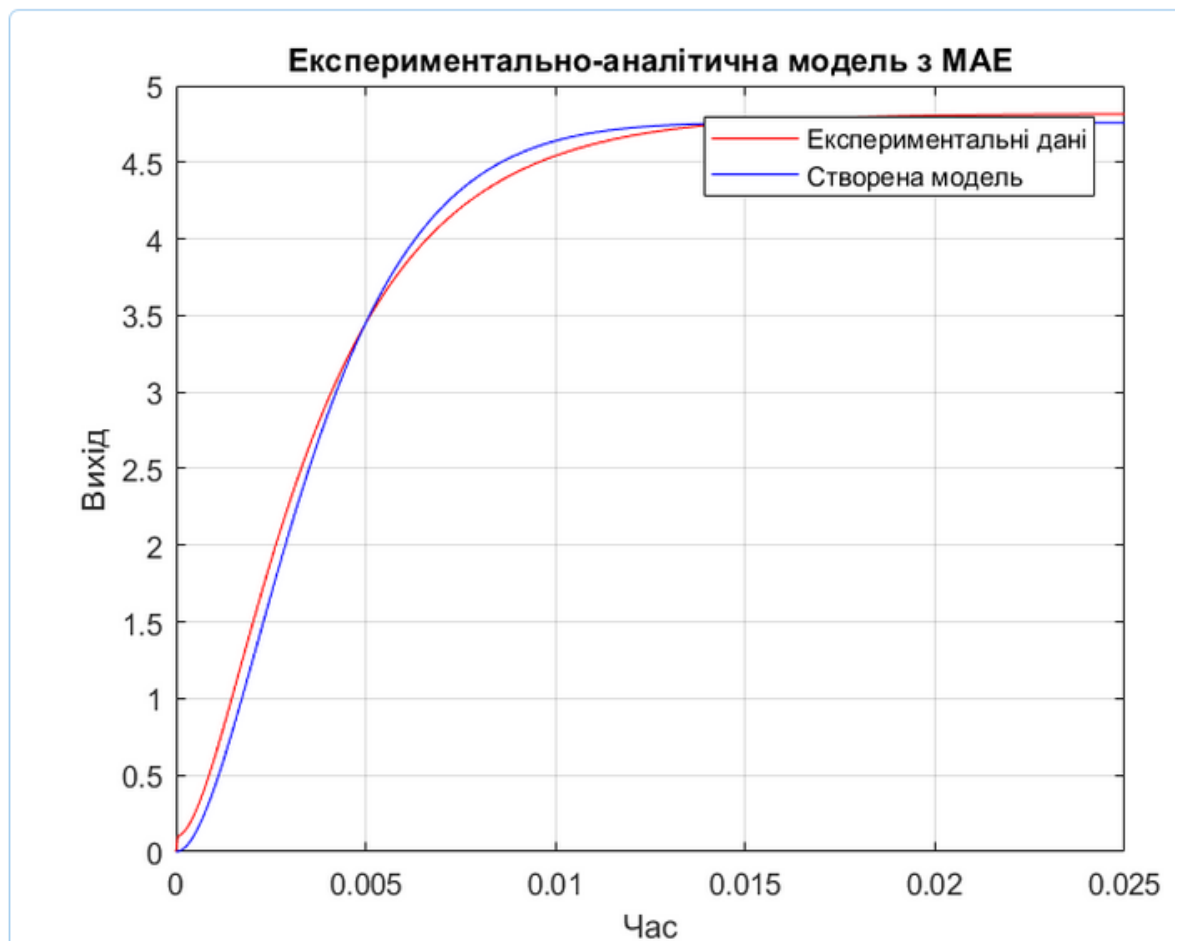
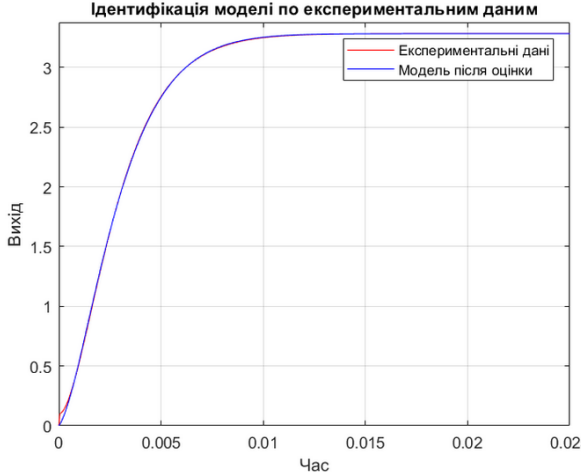


Рисунок 7.1 – Експериментально-аналітична модель з середньою абсолютною похибкою (MAE)

Таблиця 7.2 – Приклад виконання вдосконаленої моделі у вікні live editor Matlab

Код	Результат																																																
Модель об'єкта $W(p) = \frac{1}{7.6 \cdot 10^{-7} p^2 + 9.7 \cdot 10^{-4} p + 0.314}$																																																	
1	2																																																
<pre>% --- Вставте свою транспортну функцію --- num = [0 1]; % Чисельник (змінний) den = [7.6 * 10^(-7) 9.7*10^(-4) 0.314]; % Знаменник (змінний) Wp = tf(num, den); % Вихідна (експериментальна) модель % --- Симуляція експериментальних даних --- time = linspace(0, 0.025, 500); [y_out, t_out] = step(Wp, time); err = ones(size(y_out)) * 0.1; y_experimental = y_out + err; y_experimental(1) = 0; % --- Аналітична модель: структура з фіксованими ступенями num та den --- n_num = length(num); % Довжина чисельника n_den = length(den); % Довжина знаменника % --- Аналітична модель (функція з параметрами) --- model_func = @(params, t) step(tf(params(1:n_num), params(n_num+1:end)), t); % --- Початкові параметри --- initial_params = [num, den]; % Всі коефіцієнти в одному масиві % --- Цільова функція (MSE) --- objective_func = @(params) mean((model_func(params, time) - y_experimental).^2); % --- Оптимізація --- options = optimset('Display', 'iter'); [estimated_params, fval] = fminsearch(objective_func, initial_params, options); % --- Відновлення параметрів моделі --- est_num = estimated_params(1:n_num); est_den = estimated_params(n_num+1:end); model_sys = tf(est_num, est_den);</pre>	<table><thead><tr><th>Iteration</th><th>Func-count</th><th>min f(x)</th></tr></thead><tbody><tr><td>0</td><td>1</td><td>0.00998</td></tr><tr><td>1</td><td>6</td><td>0.00312893</td></tr><tr><td>2</td><td>7</td><td>0.00312893</td></tr><tr><td>3</td><td>8</td><td>0.00312893</td></tr><tr><td>4</td><td>10</td><td>0.00153966</td></tr><tr><td>5</td><td>11</td><td>0.00153966</td></tr><tr><td>6</td><td>13</td><td>0.00133345</td></tr><tr><td>7</td><td>14</td><td>0.00133345</td></tr><tr><td>8</td><td>16</td><td>0.00133345</td></tr><tr><td>9</td><td>18</td><td>0.00110014</td></tr><tr><td>10</td><td>20</td><td>0.00110014</td></tr><tr><td>11</td><td>22</td><td>0.000812788</td></tr><tr><td>12</td><td>24</td><td>0.00037413</td></tr><tr><td>13</td><td>26</td><td>0.00037413</td></tr><tr><td>14</td><td>28</td><td>0.00037413</td></tr></tbody></table> 	Iteration	Func-count	min f(x)	0	1	0.00998	1	6	0.00312893	2	7	0.00312893	3	8	0.00312893	4	10	0.00153966	5	11	0.00153966	6	13	0.00133345	7	14	0.00133345	8	16	0.00133345	9	18	0.00110014	10	20	0.00110014	11	22	0.000812788	12	24	0.00037413	13	26	0.00037413	14	28	0.00037413
Iteration	Func-count	min f(x)																																															
0	1	0.00998																																															
1	6	0.00312893																																															
2	7	0.00312893																																															
3	8	0.00312893																																															
4	10	0.00153966																																															
5	11	0.00153966																																															
6	13	0.00133345																																															
7	14	0.00133345																																															
8	16	0.00133345																																															
9	18	0.00110014																																															
10	20	0.00110014																																															
11	22	0.000812788																																															
12	24	0.00037413																																															
13	26	0.00037413																																															
14	28	0.00037413																																															

1	2
<pre> [y_model, ~] = step(model_sys, time); % --- Візуалізація --- figure; plot(time, y_experimental, 'r', 'DisplayName', 'Експериментальні дані'); hold on; plot(time, y_model, 'b', 'DisplayName', 'Модель після оцінки'); legend; xlabel('Час'); ylabel('Вихід'); title('Ідентифікація моделі по експериментальним даним'); grid on; % --- Вивід коефіцієнтів --- disp('Оцінені коефіцієнти чисельника:'); disp(est_num); disp('Оцінені коефіцієнти знаменника:'); disp(est_den); % --- Аналіз ідентифікації --- mse = mean((y_model - y_experimental).^2); mae = mean(abs(y_model - y_experimental)); max_error = max(abs(y_model - y_experimental)); corr_coef = corr(y_model(:), y_experimental(:)); fprintf('\n--- Аналіз якості ідентифікації -- \n'); fprintf('Середньоквадратична помилка (MSE): %.6f\n', mse); fprintf('Середня абсолютна помилка (MAE): %.6f\n', mae); fprintf('Максимальна похибка: %.6f\n', max_error); fprintf('Коефіцієнт кореляції: %.4f\n', corr_coef); % --- Висновок --- if corr_coef > 0.98 && mae < 0.05 disp('Висновок: Модель дуже точно відображає експериментальні дані. '); elseif corr_coef > 0.95 disp('Висновок: Модель добре апроксимує систему, але можлива невелика похибка. '); elseif corr_coef > 0.9 </pre>	<pre> Оцінені коефіцієнти чисельника: 0.0002 0.9587 Оцінені коефіцієнти знаменника: 0.0000 0.0009 0.2920 --- Аналіз якості ідентифікації --- Середньоквадратична помилка (MSE): 0.000071 Середня абсолютна помилка (MAE): 0.003443 Максимальна похибка: 0.088307 Коефіцієнт кореляції: 1.0000 Висновок: Модель дуже точно відображає експериментальні дані. </pre>

1	2
<pre> disp('Висновок: Модель середньої точності. Варто розглянути уточнення структури або порядку моделі.');</pre> <pre> else disp('Висновок: Модель неадекватна. Рекомендується переглянути структуру або вхідні дані.');</pre> <pre> end</pre>	

Для детального розгляду винесено результати виконання на рис. 7.2 та 7.3, відповідно.

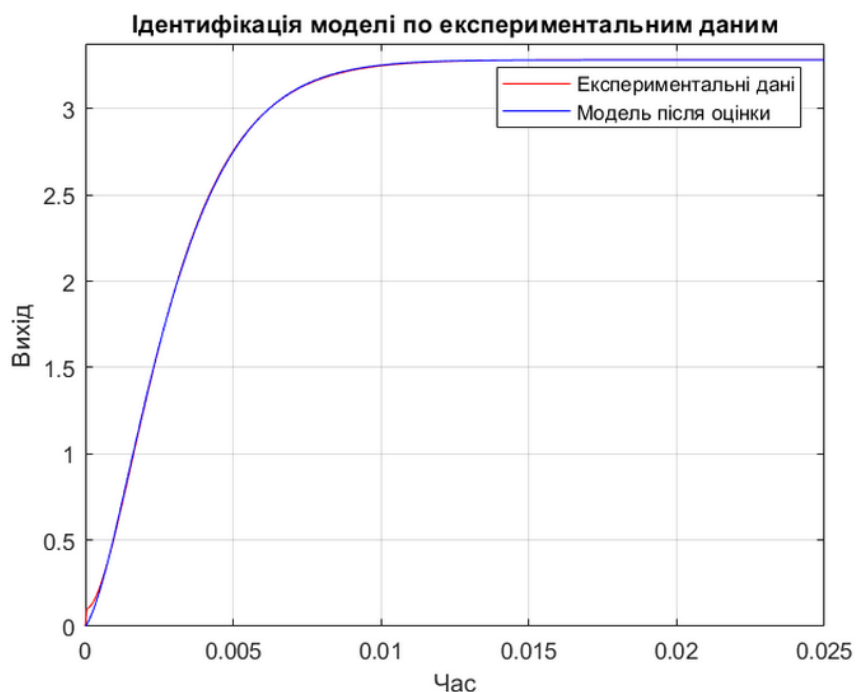


Рисунок 7.2 – Ідентифікація моделі

Оцінені коефіцієнти чисельника:

0.0002 0.9587

Оцінені коефіцієнти знаменника:

0.0000 0.0009 0.2920

--- Аналіз якості ідентифікації ---

Середньоквадратична помилка (MSE): 0.000071

Середня абсолютна помилка (MAE): 0.003443

Максимальна похибка: 0.088307

Коефіцієнт кореляції: 1.0000

Висновок: Модель дуже точно відображає експериментальні дані.

Рисунок 7.3 – Оцінки ідентифікованої моделі

7.1 Вимоги до звіту

Вибрати свою ланку зі списку. Провести необхідні дослідження та зробити висновки на їх основі. Можна використовувати як середовище MATLAB так і Mathcad. Звіт повинен містити: вхідні дані, порядок розрахунку.

Таблиця 7.3 – Вхідні дані для другої ланки

$W(s) = \frac{b_2 + b_1 + b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}$						
№	b_2	b_1	b_0	a_2	a_1	a_0
1	0	1	1	1	1	1
2	4	6	12	7	10	19
3	0	5	11	9	7	14
4	1	10	10	10	4	20
5	4	9	13	1	11	3
6	1	5	11	7	14	4
7	3	6	15	5	5	10
8	2	6	14	5	10	19
9	2	7	10	1	8	2
10	4	10	15	10	2	13
11	4	7	12	3	4	15
12	4	8	15	8	5	1
13	3	9	14	8	3	18
14	4	8	11	10	5	7
15	4	6	15	5	11	15
16	4	9	13	1	14	4
17	0	8	10	2	15	8
18	3	8	10	6	0	4
19	0	6	13	8	8	11
20	2	6	15	9	9	7
21	0	10	14	0	4	3

№	b_2	b_1	b_0	a_2	a_1	a_0
22	0	8	13	1	1	13
23	2	7	13	9	9	7
24	5	5	15	8	4	16
25	4	8	14	0	12	11
26	2	6	15	4	4	14
27	4	10	15	4	11	18
28	2	8	10	7	6	6
29	1	9	15	2	9	0
30	5	7	12	9	15	6

7.2 Контрольні запитання

Запитання для контролю:

1. В чому суть експериментально – аналітичного методу отримання динамічних характеристик?
2. Що таке ідентифікація?
3. Що таке адаптація?
4. Наведіть недоліки експериментально – аналітичний моделювання.
5. Реалізуйте наведені методи за допомогою програмних засобів.
6. Що таке експериментально-аналітичний метод отримання динамічних характеристик?
7. Які переваги має аналітичне моделювання?
8. Які недоліки має аналітичне моделювання?
9. Чому експериментальні методи моделювання менш точні?
10. Як поєднуються аналітичний та експериментальний методи в експериментально-аналітичному моделюванні?
11. Що таке апроксимація експериментальних даних?
12. Які недоліки має експериментально-аналітичне моделювання?

13. Що таке поточна ідентифікація моделей об'єктів керування?
14. Як змінюються властивості об'єкта в процесі експлуатації?
15. Що таке параметрична ідентифікація?
16. Що таке структурна ідентифікація?
17. Як працюють алгоритми параметричної ідентифікації?
18. Коли потрібно використовувати структурну поточну ідентифікацію?
19. Як адаптація моделей допомагає підтримувати точність математичних моделей?
20. Які методи поточної ідентифікації є найбільш ефективними?

ПРАКТИКУМ 8

Тема: «Нейромережева ідентифікація та передбачування часових рядів»

Мета: Навчитися створювати та навчати нейронні мережі в застосунку NTSTool (Neural network Time Series Tool) та використовувати їх для ідентифікації та передбачування динамічних характеристик часових рядів, порівнюючи результати однокрокового передбачення та вільного прогнозування (free run).

Стислі теоретичні відомості

8.1 Ідентифікація динамічних об'єктів у системах керування

Ідентифікація та моделювання є ключовими методами в діяльності сучасного фахівця. Ідентифікація – це встановлення тотожності невідомого об'єкта відомому на основі збігу ознак. Метою є визначення таких параметрів моделі, щоб вона за певним критерієм ідентифікувалась з об'єктом.

Динамічні об'єкти, зокрема, технологічні процеси, можуть бути представлені у вигляді структурної схеми, де A і B - структурні елементи, $a = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ та $b = (b_1, b_2, \dots, b_m)$ - коефіцієнти (параметри); u та y — контрольовані (спостережні) вхідний та вихідний сигнали; ϵ - перешкоди, що можуть бути випадковими процесами типу білого шуму.

Для ідентифікації об'єктів керування та технологічних процесів застосовують різноманітні методи:

- методи, засновані на рівнянні Вінера - Хопфа (визначення імпульсної перехідної функції (ІПФ));
- методи, що використовують адаптивні моделі (наприклад, з налаштовуваними параметрами у паралельному або послідовному використанні синтезаторів);
- ідентифікація за допомогою градієнтного алгоритму;
- ідентифікація параметрично заданих моделей (наприклад, диференціальними рівняннями або передатною функцією).

8.2 Адаптивні алгоритми ідентифікації (RLS та LMS)

Методи ідентифікації об'єктів на основі адаптивних моделей є особливо ефективними, коли властивості об'єкта змінюються в процесі експлуатації. Адаптивна фільтрація сигналів ґрунтується на оптимальних фільтрах, таких як фільтр Вінера та фільтр Калмана, а також алгоритмах Найменших Квадратів (Least Mean Squares, LMS) та Рекурсивних Найменших Квадратів (Recursive Least Squares, RLS).

Таблиця 8.1 – Порівняння алгоритмів

Характеристика	Метод LMS (Найменших середньоквадратичних)	Метод RLS (Рекурсивних найменших квадратів)
Основна мета	Мінімальне значення середньоквадратичної похибки (MSE)	Мінімізація суми квадратів похибок (похибка на поточному і всіх попередніх кроках)
Стійкість	Добре досліджений метод	Потребує більше обчислювальних ресурсів
Застосування	Адаптивна фільтрація сигналів	Застосовується для ідентифікації параметрично заданих моделей

Адаптація моделей допомагає підтримувати точність математичних моделей, що змінюють свої властивості. Це реалізується через поточну ідентифікацію.

8.3 Нейромережеві моделі для часових рядів

Штучні нейронні мережі (NN Neural Networks) використовуються для ідентифікації як статичних залежностей, так і часових рядів. У контексті автоматизації об'єктів нейронні мережі є одним із найбільш поширених напрямків реалізації Штучного Інтелекту (ШІ).

Обсяг навчальних даних, потрібний для навчання, часто перевищує той, що отримується дослідним шляхом, тому застосовують розширювання (або доповнювання) даних (data augmentation).

Для моделювання динамічних об'єктів у MATLAB, зокрема в застосунку NTSTool, використовують модель Нелінійної Авторегресії зі Зовнішнім Входом (NARX).

Математично модель NARX описується як:

$$y(t) = f(y(t-1), \dots, y(t-d), u(t-1), \dots, u(t-d)) \quad (8.1)$$

де t – номер кроку, а d – порядок дискретної моделі, що визначає кількість попередніх кроків, які використовуються для передбачування.

Процес ідентифікації в NTSTool включає наступні етапи:

1. Завантаження даних: Вхідні (u) та цільові (y) дані мають бути подані у вигляді векторів-стовпців, де часокроки (timesteps) є елементами цих векторів.
2. Архітектура: Вибір моделі NARX та визначення порядку d (кількості затримок).
3. Навчання: Вибір алгоритму (наприклад, Левеберга-Марквардта) та виконання навчання.

Результати навчання оцінюються за допомогою функції втрати (Performance). Якщо найбільше значення відносної похибки перевищує 5%, рекомендується повторити навчання, можливо, змінивши архітектуру або порядок моделі d .

8.4 Проблеми та методи запобігання похибкам

При навчанні нейронних мереж необхідно уникати перенавчання (overfitting) та надмірного узагальнення.

- Надмірне узагальнення (коли мережа не може правильно розпізнавати нові дані) виникає, коли мережа нездатна сформувати загальні закономірності.

- Перенавчання (коли мережа запам'ятовує навчальні дані, але не узагальнює їх) призводить до великих похибок на випробних даних. Для уникнення перенавчання рекомендується використовувати великі набори даних, а також методи, що базуються на розподілі даних (навчальна, перевірна та тестова вибірки) або Баєсову регуляризацію.

8.5 Порядок виконання роботи

Виконання роботи передбачає безпосереднє використання коду MATLAB R2017b для моделювання динамічного об'єкта керування та аналізу його реакції на збуджуючий сигнал PRBS.

8.5.1 Генерація даних та симуляція динамічного об'єкта

1. Створення нового скрипта та визначення параметрів системи. Відкрийте новий М-файл у середовищі MATLAB (Live Editor або звичайний скрипт) та визначте істинні коефіцієнти дискретної моделі, що підлягає ідентифікації. Ці коефіцієнти імітують параметри об'єкта керування.
 - a. Визначте довжину часового ряду N (наприклад, $N=1000$).
 - b. Задайте коефіцієнти істинної системи (наприклад, для дискретної ARX-моделі 2-го порядку):
 - c. $N = 1000$;
 - d. $a_1 = -1.2$; $a_2 = 0.32$; % Коефіцієнти знаменника
 - e. $b_1 = 0.5$; $b_2 = 0.2$; % Коефіцієнти чисельника
2. Генерація збуджуючого сигналу PRBS. Використовуйте функцію `idinput` для створення псевдовипадкової бінарної послідовності (PRBS) довжиною N . Зверніть увагу на блок керування попередженнями, який забезпечує коректну роботу в MATLAB R2017b.
3. % Тимчасово вимкнути попередження для коректної роботи `idinput`
4. `warnState = warning`; % Зберегти стан
5. `warning('off','all')`; % Вимкнути всі попередження

6. `u = idinput(N,'prbs');` % Генерація PRBS

7. `warning(warnState);` % Повернути попередні налаштування

Пояснення: Цей блок необхідний, оскільки MATLAB R2017b може виводити попередження (`warning`) про те, що `idinput(N,'prbs')` повертає лише перші 1000 значень повної послідовності, якщо `N` велике.

8. Симуляція істинного виходу системи. Створіть масив істинного виходу системи `y` на основі заданих коефіцієнтів `A` і `B` та вхідного сигналу `u`. Симуляція динаміки здійснюється відповідно до різницевого рівняння ARX-моделі:

$$y(t) = -a_1 \cdot y(t-1) - a_2 \cdot y(t-2) + b_1 \cdot u(t-1) + b_2 \cdot u(t-2) \quad (8.2)$$

Забезпечте нульові початкові умови для `y(0)`, `y(1)`.

9. Аналіз статичної величини. Розрахуйте та виведіть на екран (за допомогою `fprintf`) середнє значення вхідного сигналу `u` та усталене значення (Static Gain) системи, яке повинно дорівнювати $(b_1+b_2)/(1+a_1+a_2)$ для стабільної системи.

8.5.2 Моделювання передбачень та порівняльний аналіз

1. Імітація передбачень моделі. Додайте до скрипта блоки, які імітують виходи навченої моделі:

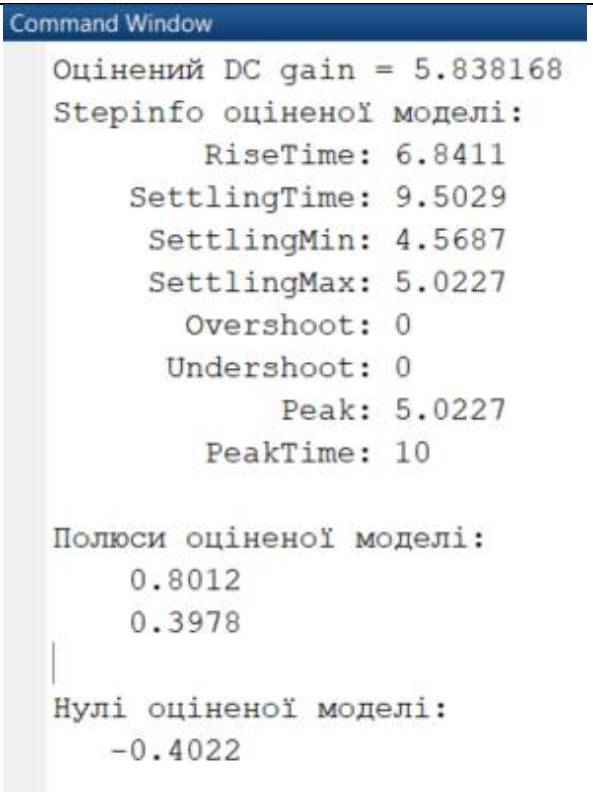
a. Вільне прогнозування (Free Run): `y_free`. У цьому режимі навчена модель використовує власні попередні передбачення для розрахунку поточного значення.

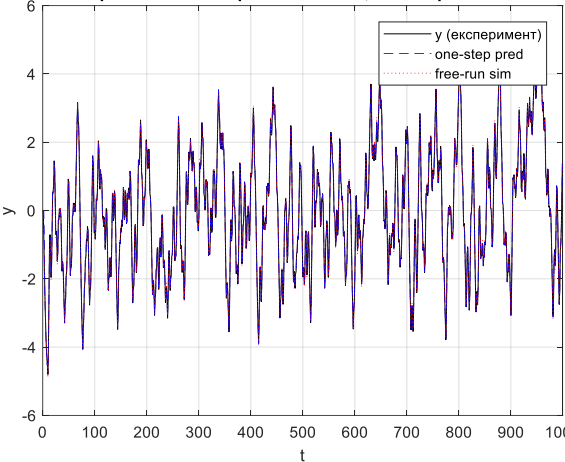
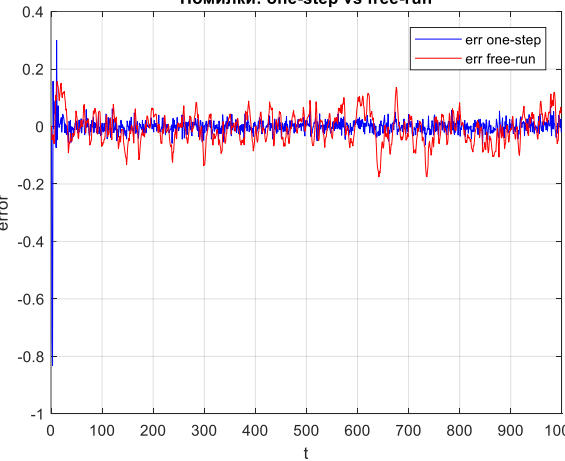
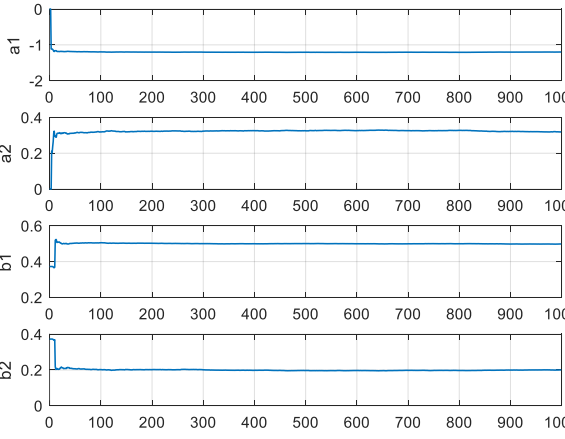
b. Однокрокове передбачення (One Step): `y_one_step`. У цьому режимі навчена модель використовує істинні значення виходу з попереднього кроку. (Примітка: У наданому коді, ці масиви є або результатами виклику навченої функції, або заглушками/симуляціями, які дозволяють порівняти ідеальний вихід з модельним.)

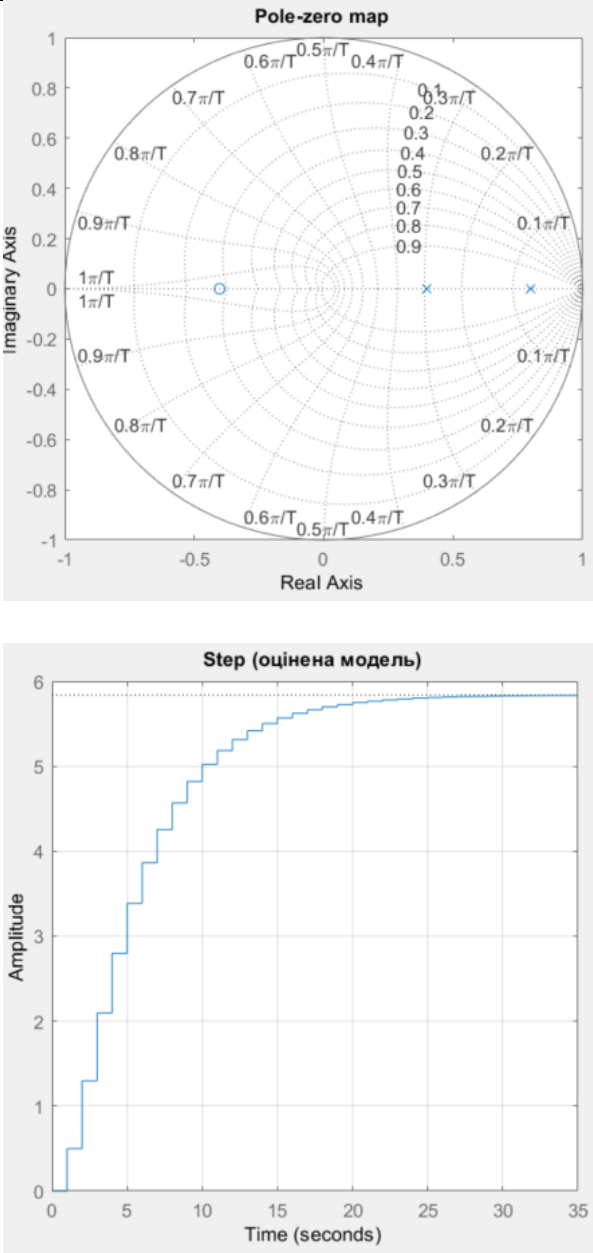
2. Візуалізація динамічних характеристик. Побудуйте суміщений графік, який містить істинний вихід системи (y) та результати передбачень моделі (y_free та y_one_step).
3. figure;
4. plot(y, 'LineWidth', 2);
5. hold on;
6. plot(y_free, 'LineWidth', 1.5);
7. plot(y_one_step, '--', 'LineWidth', 1.5);
8. legend('Істинний вихід (y)', 'Вільний прогноз (y_free)', 'Однокроковий прогноз (y_one_step)');
9. title('Порівняння істинного виходу та прогнозів моделі');
- 10.xlabel('Час, кроки');
- 11.ylabel('Амплітуда');
- 12.grid on;
- Пояснення: Візуальне порівняння цих трьох сигналів дозволяє оцінити якість ідентифікації. У вільному прогнозуванні похибки можуть накопичуватися, тоді як однокрокове передбачення зазвичай є точнішим, оскільки корегується істинним виходом об'єкта.
- 13.Діагностика збіжності. Виведіть кінцеві значення часових рядів для діагностики збіжності (як це передбачено в кінці коду):
- 14.fprintf('Останні значення: y(end)=%.4f; y_free(end)=%.4f; y_one_step(end)=%.4f\n', ...
- 15.y(end), y_free(end), y_one_step(end));

8.6 Приклад виконання

Таблиця 8. 2 – Програмний код вікна live editor Matlab

Код	Результат
Модель об'єкта $W(p) = \frac{b_1 p^{-1} + b_2 p^{-2}}{1 + a_1 p^{-1} + a_2 p^{-2}}$	
<pre>num = [0, b1_hat, b2_hat]; den = [1, a1_hat, a2_hat]; sysd = tf(num, den, Ts);</pre>	
1	2
<pre>clear; close all; clc; %% === Параметри (налаштуйте за потреби) === lambda = 0.995; deltaP = 1e4; T_default = 1; plot_theta = true; rng(0); %% === Підготовка даних (використовуємо u, y з workspace якщо є) === if exist('u','var') && exist('y','var') disp('Використано u і y з workspace. '); if exist('T','var') Ts = T; else Ts = T_default; warning('T не знайдено — використано T = %g', Ts); end else Ts = T_default; N = 1000; t = (0:N-1)*Ts; % Справжні коефіцієнти системи (приклад) a1 = -1.2; a2 = 0.32; b1 = 0.5; b2 = 0.2; % ---- Генеруємо PRBS без засмічення повідомленнями ---- % У R2017b idinput інформує, що повертає перші 1000 значень повної послідовності. % Тому тимчасово вимикаємо попередження лише під час виклику. warnState = warning; % зберегти стан warning('off','all'); % тимчасово вимкнути попередження u = idinput(N,'prbs'); % збуджуючий сигнал warning(warnState); % повернути попередні налаштування % Для уникнення idinput взагалі, можна використати: u = 2*(randi([0,1],N,1)-0.5); % +-1 PRBS-подібний сигнал</pre>	 The screenshot shows the MATLAB Command Window with the following output: <pre>Оцінений DC gain = 5.838168 Stepinfo оціненої моделі: RiseTime: 6.8411 SettlingTime: 9.5029 SettlingMin: 4.5687 SettlingMax: 5.0227 Overshoot: 0 Undershoot: 0 Peak: 5.0227 PeakTime: 10 Полюси оціненої моделі: 0.8012 0.3978 Нулі оціненої моделі: -0.4022</pre> Середнє значення входу на кінці серії = 0.0980 Останнє значення $y_{exp} = 1.370809$, останнє $y_{free} = 1.327377$, останнє $y_{one} = 1.391844$

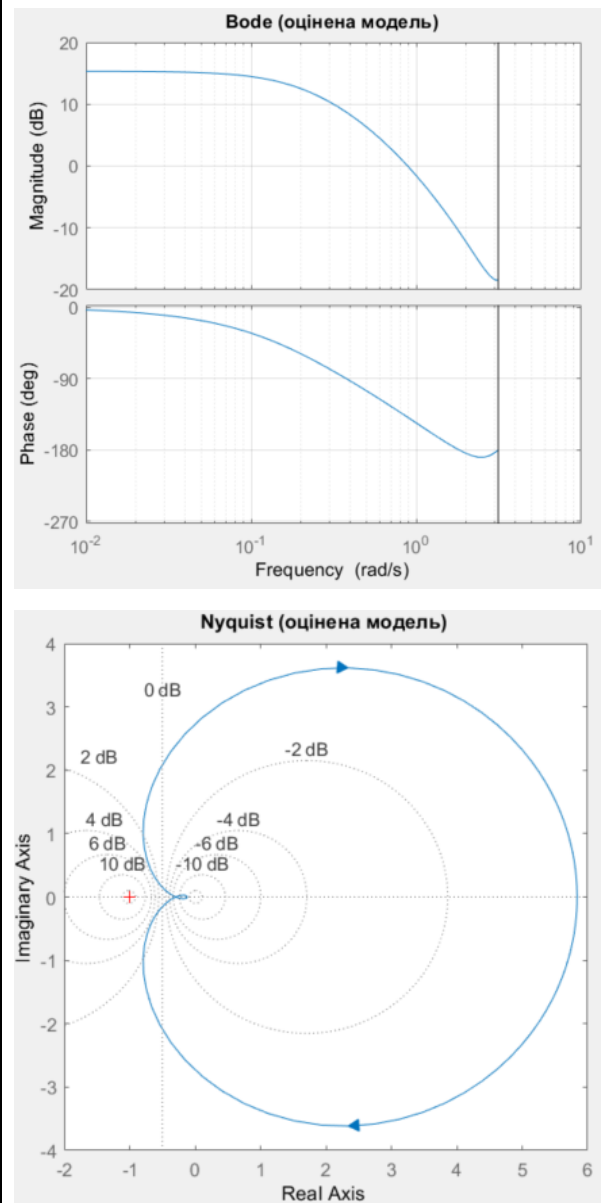
1	2
<pre> y = zeros(N,1); e = 0.02*randn(N,1); for k = 3:N y(k) = -a1*y(k-1) - a2*y(k-2) + b1*u(k-1) + b2*u(k-2) + e(k); end disp('Створено демонстраційні дані u,y.');</pre> <pre> N = length(y); if length(u) ~= N error('Довжини u та y повинні збігатись.');</pre> <pre> %% === Ініціалізація RLS для моделі ARX(2,2) === theta = zeros(4,1); P = deltaP * eye(4); theta_history = zeros(4,N); y_one_step = zeros(N,1); y_one_step(1:2) = y(1:2); for k = 3:N phi = [-y(k-1); -y(k-2); u(k-1); u(k-2)]; y_hat = phi' * theta; y_one_step(k) = y_hat; epsk = y(k) - y_hat; K = (P * phi) / (lambda + phi' * P * phi); theta = theta + K * epsk; P = (P - K * phi' * P) / lambda; theta_history(:,k) = theta; end theta_history(:,1:2) = repmat(theta_history(:,3),1,2); %% === Free-run симуляція === a1_hat = theta(1); a2_hat = theta(2); b1_hat = theta(3); b2_hat = theta(4); y_free = zeros(N,1); y_free(1:2) = y(1:2); for k = 3:N y_free(k) = -a1_hat * y_free(k-1) - a2_hat * y_free(k-2) + b1_hat * u(k-1) + b2_hat * u(k-2); end %% === Оцінка якості === err_one = y - y_one_step; err_free = y - y_free; mse_one = mean(err_one(3:end).^2); mse_free = mean(err_free(3:end).^2); fprintf('MSE one-step = %.6f\n', mse_one); fprintf('MSE free-run = %.6f\n', mse_free); %% === Передатна функція, DC-gain, stepinfo, полюси/нули === num = [0, b1_hat, b2_hat]; den = [1, a1_hat, a2_hat]; sysd = tf(num, den, Ts);</pre>	Порівняння: експериментальний, one-step і free-run  Помилки: one-step vs free-run  Еволюція оцінок θ під час RLS 

1	2
<pre> dc_gain = (b1_hat + b2_hat) / (1 + a1_hat + a2_hat); fprintf('Оцінений DC gain = %.6f\n', dc_gain); t_step = 0:Ts:10; [y_step, t_step] = step(sysd, t_step); info = stepinfo(y_step, t_step); disp('Stepinfo оціненої моделі:'); disp(info); poles_est = pole(sysd); zeros_est = zero(sysd); disp('Полюси оціненої моделі:'); disp(poles_est); disp('Нулі оціненої моделі:'); disp(zeros_est); %% === Графіки === figure('Name','Порівняння виходів: експериментальний vs one-step vs free-run'); plot((0:N-1)*Ts, y, 'k', 'DisplayName','y (експеримент)'); hold on; plot((0:N-1)*Ts, y_one_step, '--b', 'DisplayName','one-step pred'); plot((0:N-1)*Ts, y_free, ':r', 'DisplayName','free-run sim'); xlabel('t'); ylabel('y'); legend; grid on; title('Порівняння: експериментальний, one-step і free-run'); figure('Name','Помилки прогнозу'); plot((0:N-1)*Ts, err_one, 'b', 'DisplayName','err one- step'); hold on; plot((0:N-1)*Ts, err_free, 'r', 'DisplayName','err free- run'); legend; grid on; xlabel('t'); ylabel('error'); title('Помилки: one-step vs free-run'); figure('Name','Еволюція параметрів ?'); if plot_theta subplot(4,1,1); plot((0:N-1)*Ts, theta_history(1,:), 'LineWidth', 1); ylabel('a1'); grid on; subplot(4,1,2); plot((0:N-1)*Ts, theta_history(2,:), 'LineWidth', 1); ylabel('a2'); grid on; subplot(4,1,3); plot((0:N-1)*Ts, theta_history(3,:), 'LineWidth', 1); ylabel('b1'); grid on; subplot(4,1,4); plot((0:N-1)*Ts, theta_history(4,:), 'LineWidth', 1); ylabel('b2'); xlabel('t'); grid on; % Сумісний заголовок для R2017b: title_str = 'Еволюція оцінок \theta під час RLS'; if exist('sgtitle','file') % якщо sgtitle доступна (новіші версії) sgtitle(title_str); else % Створюємо невидиму вісь і малюємо текст вгорі (сумісний трюк) hax = axes('Position',[0 0 1 1],'Visible','off','Units','normalized'); text(0.5,0.98,title_str,'HorizontalAlignment','center',' FontWeight','bold','FontSize',12); end end </pre>	 The figure consists of two subplots. The top subplot, titled "Pole-zero map", is a complex plane plot with the Real Axis on the horizontal axis and the Imaginary Axis on the vertical axis. It shows a unit circle with radial grid lines labeled from 0.1 to 0.9 in increments of 0.1, and concentric circular grid lines labeled from 0.1 to 0.9 in increments of 0.1. There are three poles marked with 'x' on the unit circle at angles of 0.1π/T, 0.2π/T, and 0.3π/T. There is one zero marked with 'o' on the unit circle at an angle of 0.1π/T. The bottom subplot, titled "Step (оцінена модель)", shows the step response of the estimated model. The x-axis is labeled "Time (seconds)" and ranges from 0 to 35. The y-axis is labeled "Amplitude" and ranges from 0 to 6. The plot shows a step function that starts at 0 and rises to a steady-state value of approximately 5.8, with some initial oscillations.

```
figure('Name','Полюси/нулі та Bode');

subplot(2,2,1); pzmap(sysd); title('Pole-zero map');
grid on;
subplot(2,2,2); step(sysd); title('Step (оцінена модель)'); grid on;
subplot(2,2,3); bode(sysd); title('Bode (оцінена модель)'); grid on;
subplot(2,2,4); nyquist(sysd); title('Nyquist (оцінена модель)'); grid on;

%% === Порівняння статичної величини ===
if abs(mean(u(end-50:end)) - mean(u(1:50))) > 1e-3
    fprintf('Середнє значення входу на кінці серії = %.4f\n', mean(u(end-50:end)));
end
fprintf('Останнє значення y_exp = %.6f, останнє y_free = %.6f, останнє y_one = %.6f\n', y(end), y_free(end), y_one_step(end));
```



Для детального розгляду винесено результати виконання на рис. 8.1 8.8, відповідно.

```

Command Window
Оцінений DC gain = 5.838168
Stepinfo оціненої моделі:
    RiseTime: 6.8411
    SettlingTime: 9.5029
    SettlingMin: 4.5687
    SettlingMax: 5.0227
    Overshoot: 0
    Undershoot: 0
    Peak: 5.0227
    PeakTime: 10

Полюси оціненої моделі:
    0.8012
    0.3978

Нулі оціненої моделі:
    -0.4022

Середнє значення входу на кінці серії = 0.0980
Останнє значення y_exp = 1.370809, останнє y_free = 1.327377, останнє y_one = 1.391844

```

Рисунок 8.1 – Результат виконання в командному вікні

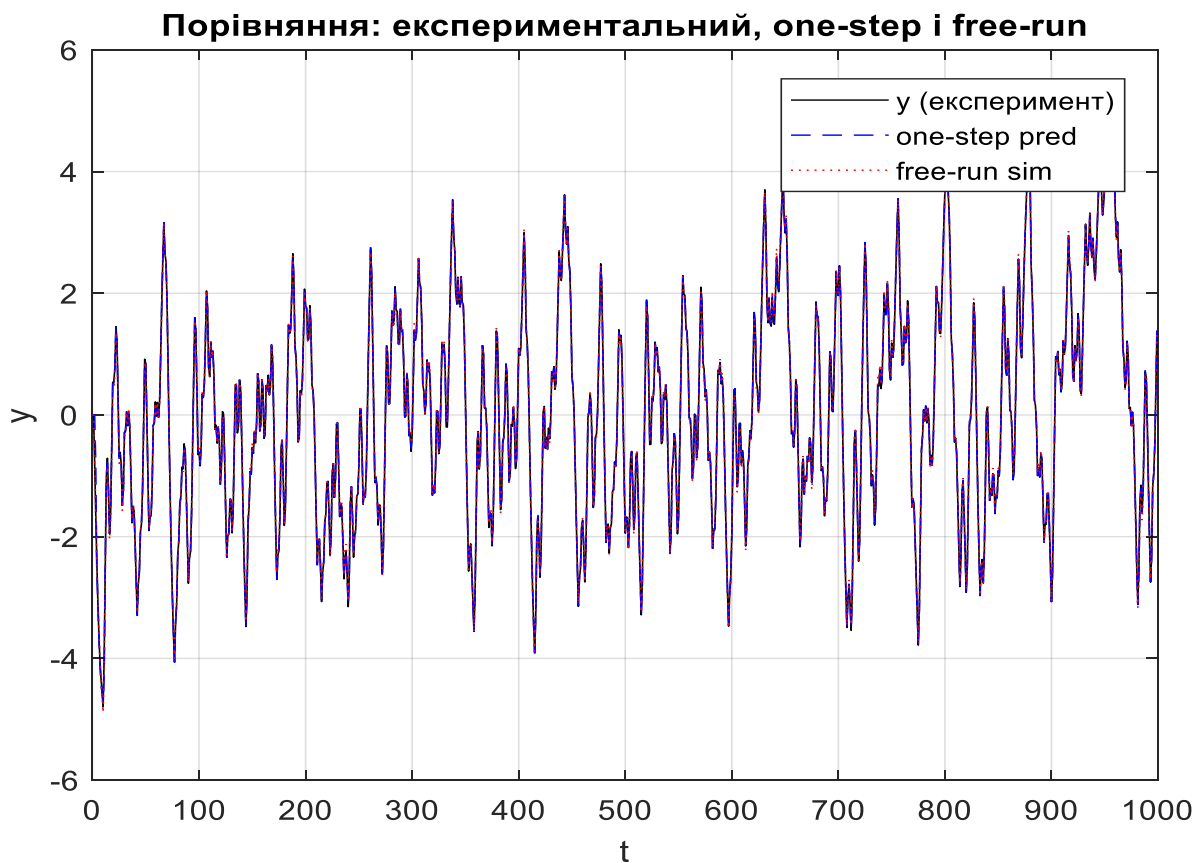


Рисунок 8.2 – Порівняння виходів: експериментальний, one-step, free-run

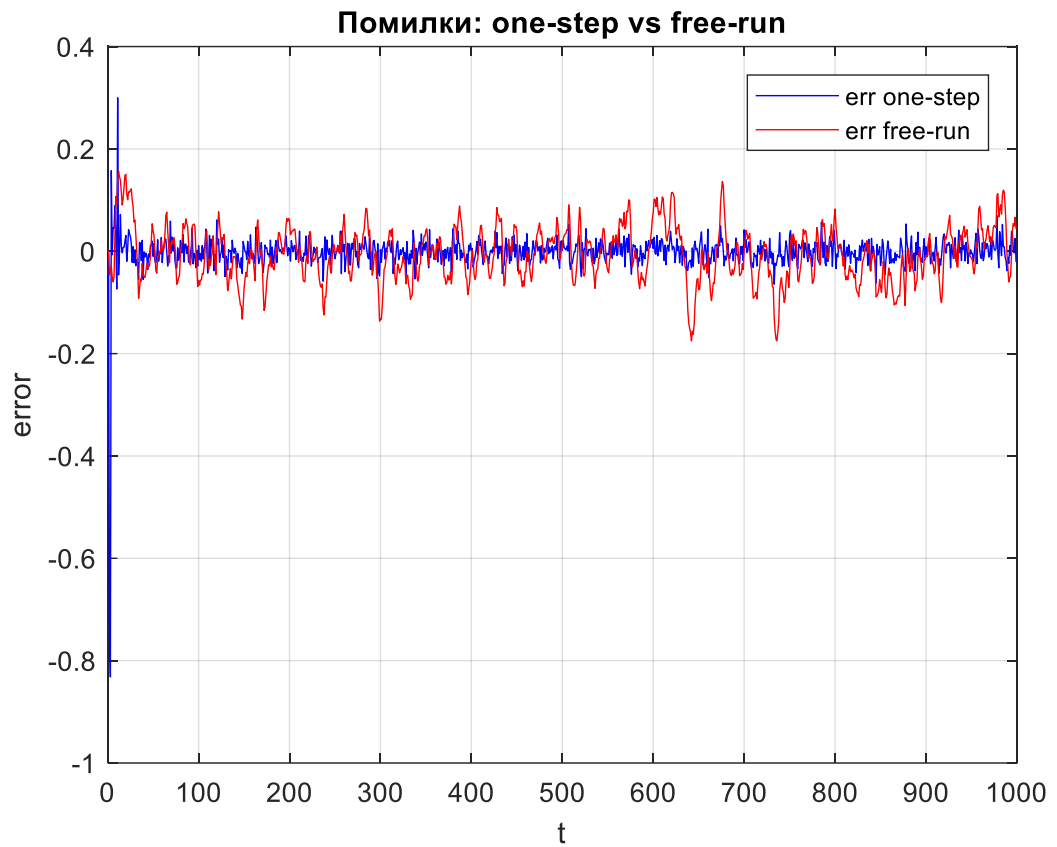


Рисунок 8.3 – Помилки прогнозу one-step та free-run

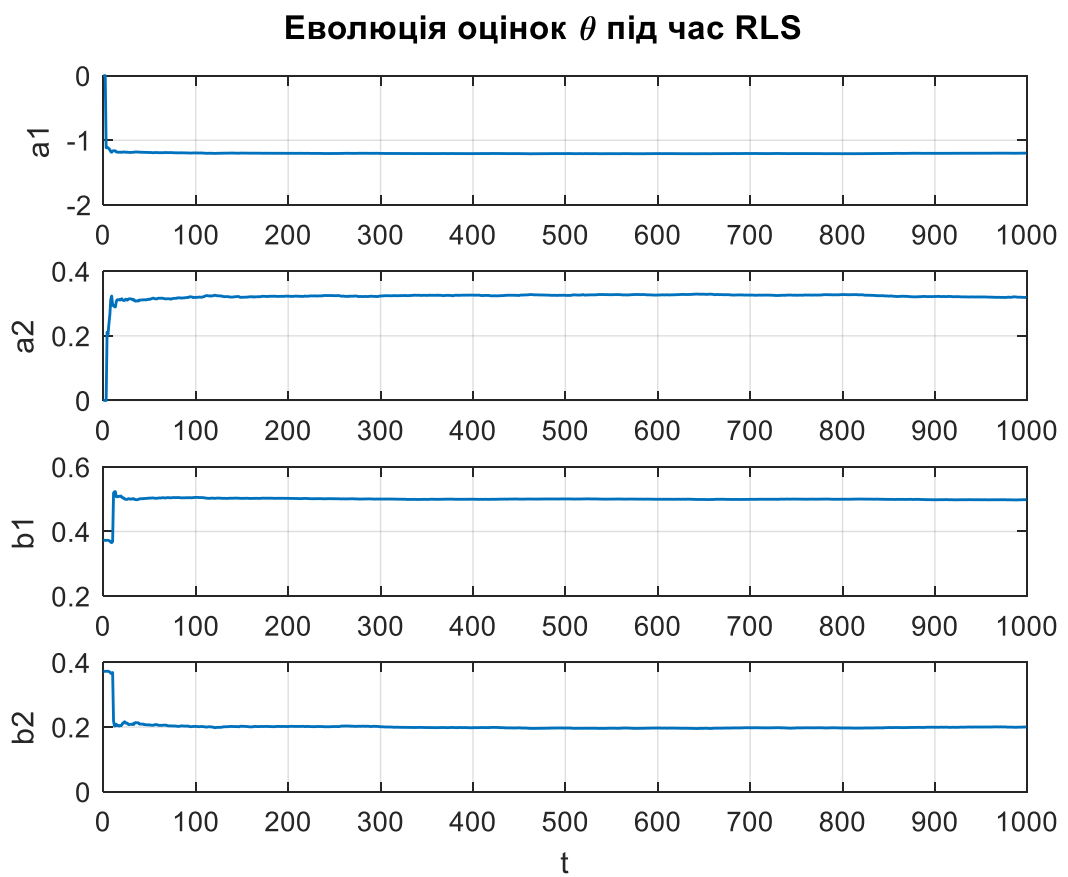


Рисунок 8.4 – Еволюція параметрів: оцінка Q під час RLS

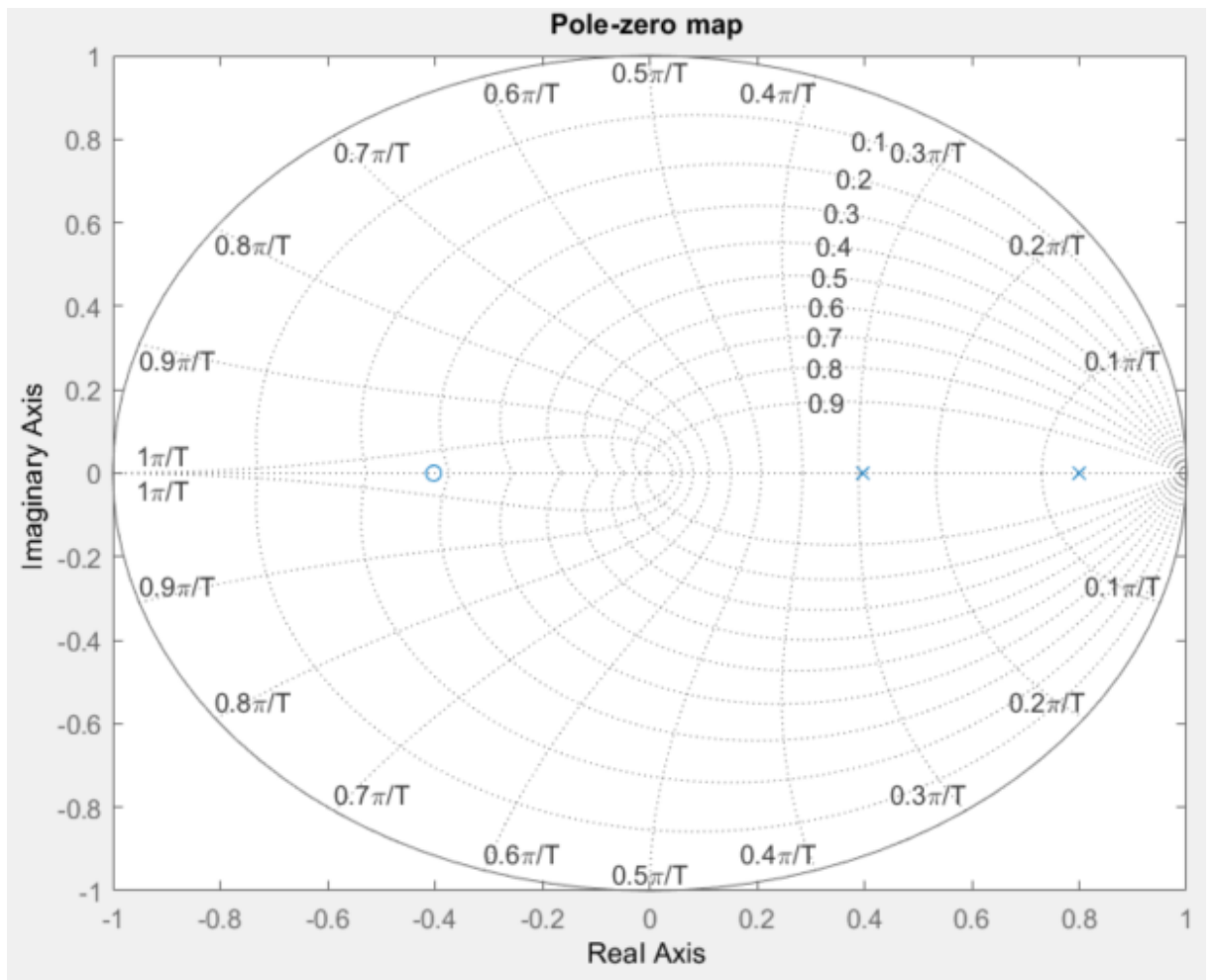


Рисунок 8.5 – Оцінка: карта полюсів-нулів (pole-zero map)

Нотатки: полюси (poles) позначаються знаком "x". Це корені знаменника передавальної функції системи, а нулі (zeros): Позначаються знаком "o". Це корені чисельника передавальної функції системи.

На рис. 8.5 обидва полюси розташовані всередині одиничного кола. Це означає, що система є стійкою. Оскільки чим ближче полюс до початку координат (0.0), тим швидше його компонент реакції системи затухає і чим ближче полюс до одиничного кола, тим повільніше він затухає (і тим довше триває перехідний процес).

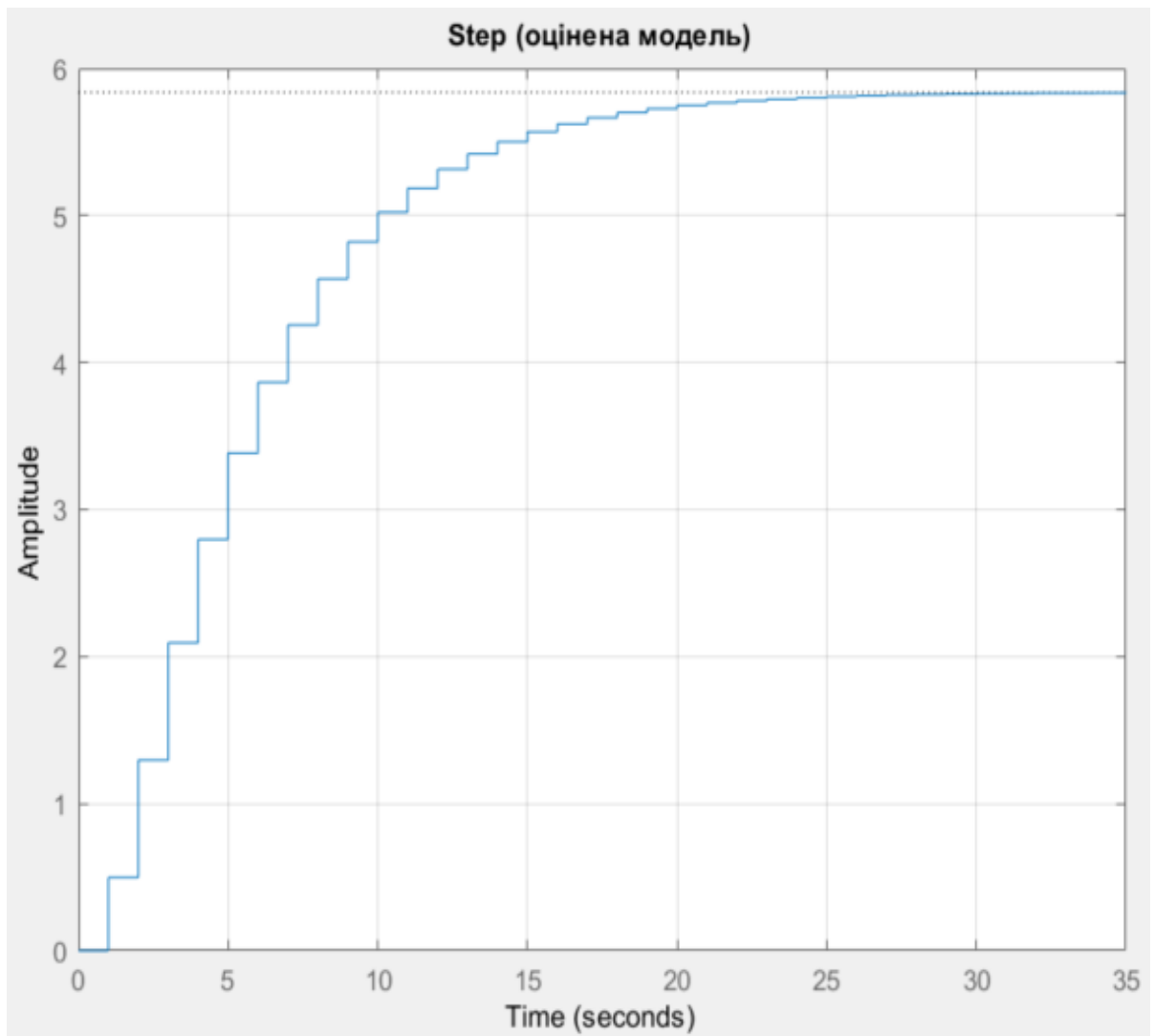


Рисунок 8.6 – Крокова реакція (Step Response) оціненої дискретної моделі

Крокова реакція показує, як система реагує на різкий стрибок вхідного сигналу (з нуля до певного постійного значення). Оскільки реакція має ступінчасту форму, це підтверджує, що модель є дискретною (взяття відліків відбувалося через певні проміжки часу T , і система змінює свій стан лише в ці моменти).

Вихід системи (Amplitude) з часом стабілізується і наближається до певного значення. На рисунку 8.6 видно, що крива наближається до пунктирної лінії приблизно на рівні 6 і практично досягає сталого значення приблизно через 28 секунд.

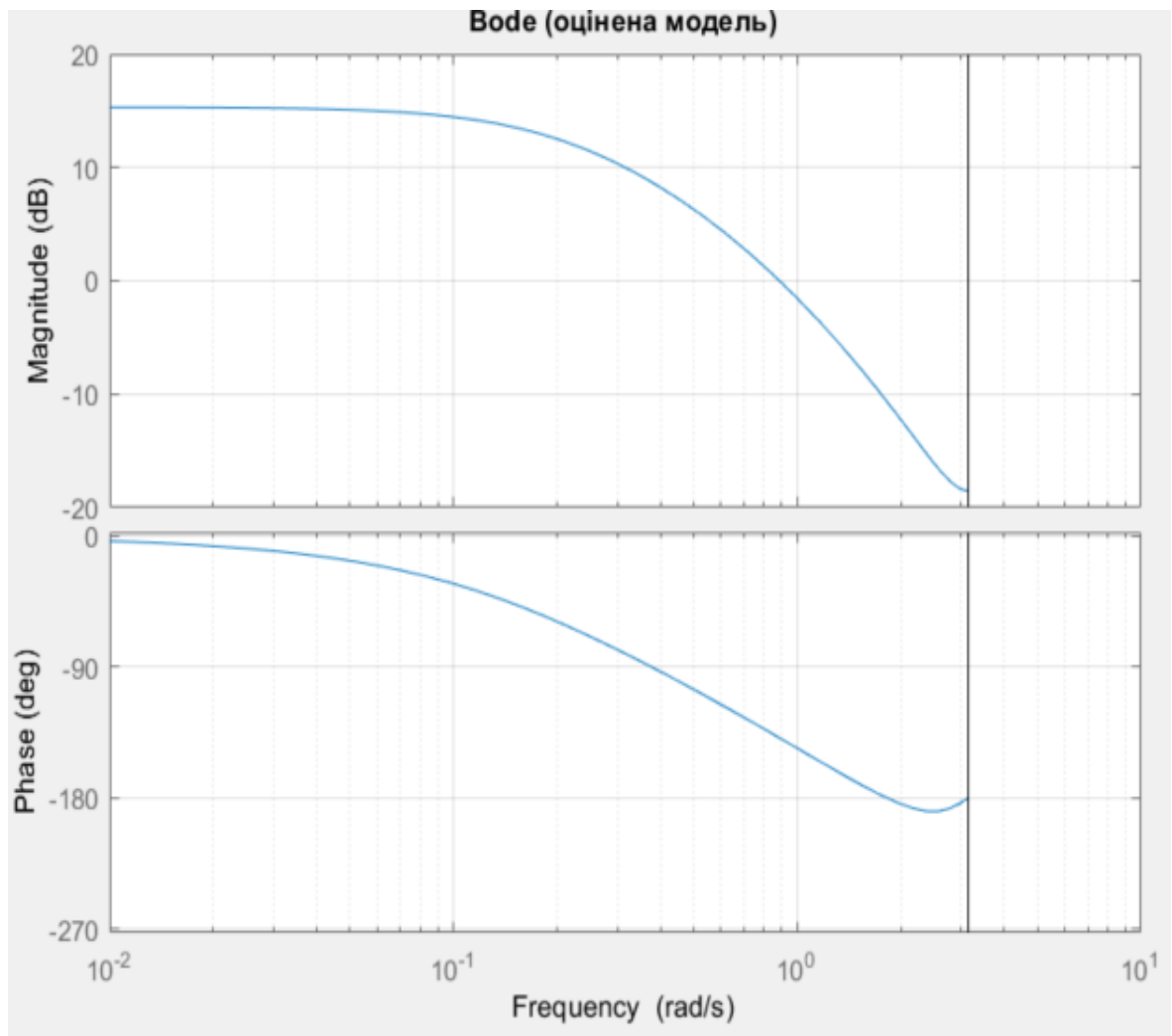


Рисунок 8.7 – Діаграма Боде (частотна характеристика) оціненої моделі

На рисунку 8.7 представлено діаграму Боде (Bode Plot) вона відображає частотну характеристику системи, тобто як система реагує на синусоїдальні вхідні сигнали різних частот.

Оцінена модель складається з двох графіків:

1) Графік магнітуди (Magnitude) у децибелах (dB) (верхній).

- а. Низькі частоти (ліва частина) – показу підсилення системи для повільних сигналів. На графіку: амплітуда приблизно 15 dB. Це означає, що система підсилює повільні сигнали, приблизно, в 5.6 рази (оскільки $15 \text{ dB} = 20 \log_{10}$. Воно узгоджується зі сталим значенням (6) на кроковій реакції (див рис. 8.6).
- б. Високі частоти (права частина) – показують, як система реагує на швидкі сигнали.

- с. Спад амплітуди (Roll-off) показує, якщо графік йде різко вниз (як на рисунку), це означає, що система фільтрує або ігнорує дуже швидкі зміни вхідного сигналу. Система працює як фільтр низьких частот (Low-Pass Filter). Частота зрізу ω_c на якій підсилення падає на 3 dB відносно максимального значення показує приблизну межу швидкості реакції системи.
- 2) Графік фази (Phase) у градусах (deg) (нижній) показує зсув фази вихідного сигналу (у градусах) відносно вхідного.
- а. Фаза 0° або 0 rad: Вихідний сигнал виходить одночасно з вхідним. Це типово для дуже низьких частот. Негативна фаза (наприклад, -90° або -180°): Вихідний сигнал запізнюється відносно вхідного. Чим нижче йде графік фази, тим більша затримка (і тим менша стабільність може бути в замкнутому контурі).
 - б. Оцінка стійкості (для замкнутого контуру). Діаграма Боде дозволяє визначити, наскільки система стійка, якщо її під'єднати у зворотний зв'язок (замкнути контур).
 - с. Критична точка: На частоті, де фаза дорівнює -180° , система може стати нестійкою.
 - д. Запас стійкості (Margins): Оскільки на графіку (див рис. 8.7). магнітуда вже значно нижча за 0 dB (тобто, менше ніж 1х підсилення), коли фаза наближається до -180° , це означає, що система має великий запас стійкості.

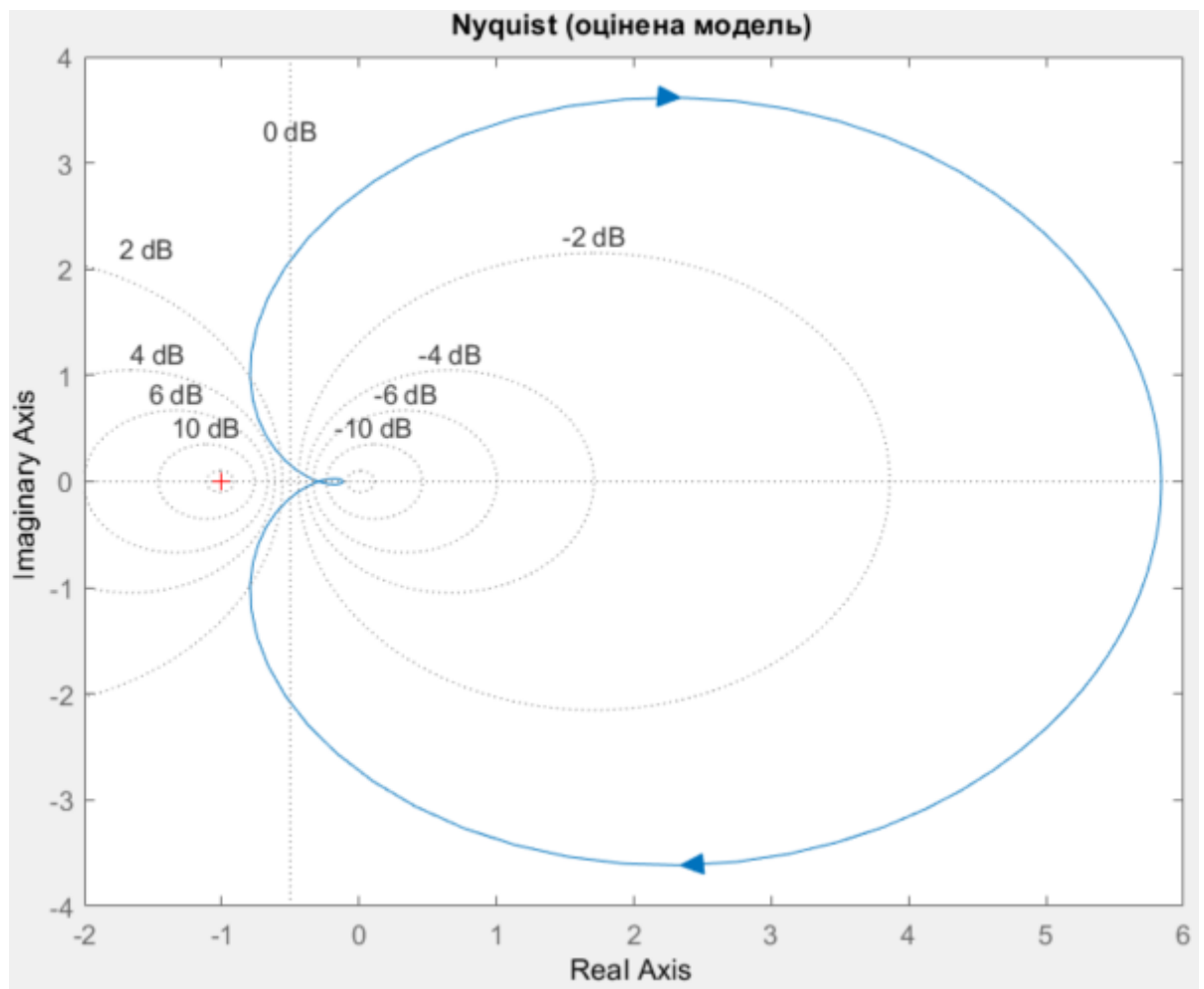


Рисунок 8.8 – Діаграма Найквіста (оцінка стійкості) оціненої моделі

Діаграма Найквіста використовується для строгої оцінки стійкості системи із замкнутим контуром (коли система підключена через зворотний зв'язок).

Найважливіша точка на цій діаграмі – критична точка $(-1, j0)$, позначена тут червоним хрестиком. Ця точка відповідає 0 dB (підсилення 1) і фазі -180° , тобто умовам для коливань (нестійкості).

Нотатки: Правило Найквіста (для стійкості): Для більшості стабільних систем у розімкнутому контурі (як у випадку рис. 8.8, оскільки всі полюси всередині одиничного кола на z -площині), замкнутий контур буде стійким, якщо крива Найквіста НЕ охоплює (обходить) критичну точку $(-1, j0)$.

На рис. 8.8 крива Найквіста (синя лінія) знаходиться на значній відстані від критичної точки $(-1, j0)$.

Згідно оцінки (див. рис. 8.6-8.8) модель описує стійку, відносно повільну дискретну систему, яка ефективно пригнічує високочастотні шуми та має високий запас стійкості при використанні у зворотньому зв'язку.

8.7 Вимоги до звіту

Звіт до практичної роботи повинен містити:

1. Математичну модель (дискретне різницеве рівняння) та істинні значення коефіцієнтів a_1 , a_2 , b_1 , b_2 .
2. Скрипт MATLAB, використаний для генерації збуджуючого сигналу та симуляції динаміки об'єкта.
3. Значення усталеної величини (Static Gain) та середнього значення вхідного сигналу u .
4. Зведений графік істинного виходу системи (y), вільного прогнозування (y_{free}) та однокрокового передбачення ($y_{\text{one_step}}$).
5. Виведені кінцеві значення сигналів $y(\text{end})$, $y_{\text{free}}(\text{end})$, $y_{\text{one_step}}(\text{end})$.
6. Висновки щодо відмінностей між вільним та однокроковим прогнозуванням та якості симуляції моделі.

Таблиця 8.3 – Вхідні дані для другої ланки

Модель об'єкта $W(p) = \frac{b_0 p^{-1} + b_1 p^{-2}}{1 + a_0 p^{-1} + a_1 p^{-2}}$				
№	b_0	b_1	a_0	a_1
1	0	1	1	1
2	4	12	7	10
3	0	11	9	7
4	1	10	10	4
5	4	13	1	11
6	1	11	7	14
7	3	15	5	5

Продовження таблиці 8.3

№	b_0	b_1	a_0	a_1
8	2	14	5	10
9	2	10	1	8
10	4	15	10	2
11	4	12	3	4
12	4	15	8	5
13	3	14	8	3
14	4	11	10	5
15	4	15	5	11
16	4	13	1	14
17	0	10	2	15
18	3	10	6	0
19	0	13	8	8
20	2	15	9	9
21	0	14	0	4
22	0	13	1	1
23	2	13	9	9
24	5	15	8	4
25	4	14	0	12
26	2	15	4	4
27	4	15	4	11
28	2	10	7	6
29	1	15	2	9
30	5	12	9	15

8.8 Контрольні запитання

Запитання для перевірки знань:

1. Що таке задача ідентифікації системи? У чому полягає її мета?
2. Поясніть різницю між структурною та параметричною ідентифікацією.
3. У чому полягає принцип методу Recursive Least Squares (RLS)?
4. Які основні параметри RLS-алгоритму, і як вони впливають на точність оцінювання?
5. Поясніть роль коефіцієнта забуття (forgetting factor, λ) у RLS.
6. Як у процесі ідентифікації перевіряється адекватність моделі?
7. Які типи шуму можуть впливати на якість ідентифікації? Як їх врахувати?
8. Чим відрізняється онлайн-ідентифікація від офлайн-ідентифікації?
9. Яка структура моделі використовується у практичній роботі (ARX, FIR, інша)?
10. Що означає поняття «адаптивність» моделі у задачах ідентифікації?
11. Як формується вхідний і вихідний сигнали для ідентифікації в програмі?
12. Як обчислюється похибка моделі (error, residual)? Який її зміст?
13. Які графіки створюються під час виконання практичної роботи, і що вони показують?
14. Які критерії точності або якості моделі були використані?
15. Чому важливо порівнювати реальний вихід системи та вихід моделі?
16. Що таке ковариаційна матриця оцінок параметрів? Як вона впливає на стійкість?
17. Як можна оцінити збіжність алгоритму RLS на основі результатів моделювання?
18. Які можливі причини нестабільності моделі при оновленні параметрів?
19. Як змінюється поведінка моделі при різних початкових значеннях коефіцієнтів?

20. Запропонуйте, як модифікувати алгоритм для роботи в умовах значного шуму або змінної структури об'єкта.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Самсонов В.О., Цапар В.С., Ковалюк Д.О. Автоматизація технологічних процесів галузі – 1. Автоматизація типових технологічних процесів: методичні вказівки до практичних занять для студентів напряму підготовки «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології» / В.О. Самсонов, В.С. Цапар, Д.О. Ковалюк; Нац. техн. ун-т України «Київ. політехн. ін-т». – Київ : НТУУ «КПІ», 2012. – 31 с.
2. Методичні вказівки до лабораторних робіт з дисципліни «Теорія автоматичного управління» для студентів напряму підготовки 6.050202 – «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології» / упоряд.: О.В. Токарева, Г.В. Пономарьова. – Харків : ХНУРЕ, 2011. – 84 с.
3. Michalski J., Mrotek M., Retinger M., Kozierski P. Adaptive Active Disturbance Rejection Control with Recursive Parameter Identification // Electronics. – 2024. – Vol. 13, No. 16. – P. 3114. – DOI: <https://doi.org/10.3390/electronics13163114>.
4. Levent M. L., Aydogdu O. Adaptive State Feedback Control Method Based on Recursive Least Squares // Elektronika ir Elektrotechnika. – 2022. – Vol. 28, No. 4. – P. 27–34. – DOI: <https://doi.org/10.5755/j02.eie.31149>.
5. Chen Y., Huang Y., Song Z. Vehicle State Estimation by Integrating the Recursive Least Squares Method with a Variable Forgetting Factor with an Adaptive Iterative Extended Kalman Filter // World Electric Vehicle Journal. – 2024. – Vol. 15, No. 9. – P. 399. – DOI: <https://doi.org/10.3390/wevj15090399>.
6. Coldebella H., Rossini F. L. Design and Simulation of a Model Reference Adaptive Control System Using the Recursive Least Squares Method with Forgetting Factor for Gain Adjustment. – Seven Editora, 2023. – URL: <https://sevenpubl.com.br/editora/article/view/1380>.
7. Zengin N. Lyapunov Analysis of Least Squares Based Direct Model Reference Adaptive Control // arXiv preprint. – 2020. – DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2007.08578>.

8. Zhao Q., Tao G. A Discrete-Time Least-Squares Adaptive State Tracking Control Scheme with a Mobile-Robot System Study // arXiv preprint. – 2024. – DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2403.17235>.
9. Dey A., Dhar A., Bhasin S. Adaptive Output Feedback Model Predictive Control // arXiv preprint. – 2022. – DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2209.08908>.
10. Wang W., Yan J., Wang H., Ge H., Zhu Z., Yang G. Adaptive MPC trajectory tracking for AUV based on Laguerre function // Ocean Engineering. – 2022. – Vol. 261. – P. 111870. – ISSN 0029-8018. – DOI: <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2022.111870>.
11. Qiu S., Guo W., Liu Y., Li M. Input channel gain adaptive active disturbance rejection control based on robust adaptive finite-time parameter estimation // IET Control Theory & Applications. – 2024. – Vol. 18. – P. 306–315. – DOI: <https://doi.org/10.1049/cth2.12560>.
12. Chowdhary G., Johnson E. Recursively Updated Least Squares Based Modification Term for Adaptive Control // Proc. of AIAA/IEEE Conference. – 2010. P. 892-891. – DOI: <https://doi.org/10.1109/ACC.2010.5530475>.
13. Ljung L. System Identification: Theory for the User. – 2nd ed. – Upper Saddle River: Prentice Hall, 1999. – 609 p.
14. Widrow B., Stearns S. D. Adaptive Signal Processing. – Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1985. – 491 p.
15. Adaptive Control Design // MATLAB & Simulink Documentation. – MathWorks, 2023. – URL: <https://www.mathworks.com/help/slcontrol/adaptive-control-design.html>.
16. Huang, Y., Xue, Wenchao. Active disturbance rejection control: methodology, applications and theoretical analysis. Journal of Systems Science and Mathematical Sciences. 32. 1287-1307.
17. Kumar K., Pandey R., Karthik M. L. N. S., Bhattacharjee S. S., George N. V. Robust and sparsity-aware adaptive filters: A review // Signal Processing. – 2021. – Vol. 189. – P. 108276. – DOI: <https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2021.108276>.

18. Kolář, D., Bureček, A., Hružík, L., Ledvoň, M., Polášek, T., Jablonská, J., & Lenhard, R. Static Characteristics and Energy Consumption of the Pressure-Compensated Pump. *Processes*. 2024. – Vol. 12(6), P. 1081. – DOI: <https://doi.org/10.3390/pr12061081>.
19. Ljung L., Andersson C., Tiels K., Schön T. B. Deep learning and system identification // *IFAC-PapersOnLine*. – 2020. – Vol. 53, No. 2. – P. 1175–1181. – DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2020.12.1329>.
20. Ioannou P. A., Sun J. *Adaptive Control Algorithms: Analysis and Applications*. – London ; Dordrecht ; Heidelberg ; New York : Springer-Verlag London Limited, 2011. – 321 p. – ISBN 978-0-85729-663-4 ; e-ISBN 978-0-85729-664-1. – DOI: 10.1007/978-0-85729-664-1..
21. Коваль А. В. Ідентифікація та моделювання технологічних об'єктів : навчальний посібник / А. В. Коваль. – Житомир : ЖДТУ, 2018. – 133 с. – УДК 519.876.2:681.51