«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»
Механіко-машинобудівний інститут
Кафедра динаміки і міцності машин та опору матеріалів

До захисту допущено
Завідувач кафедри
_____ Сергій ПИСКУНОВ
(підпис)

«___»_____2020 р.

Дипломна робота

освітньо-кваліфікаційного рівня «Бакалавр»

зі спеціальності 131 «Прикладна механіка»

на тему «Модернізація конструктивних елементів та вузлів установки 1246-Р для високотемпературних випробовувань на розтяг»

Виконав: студент 4 курсу, групи МП-62-1

Андрощук Даниіл Дмитрович _____
(прізвище, ім'я, по батькові) (підпис)

Керівник к.т.н. Кривова С.Г. _____
(посада, науковий ступінь, вчене звання, прізвище та ініціали) (підпис)

Консультант ДМ к.т.н., доц. Лавренко Я.І. _____
(назва розділу) (посада, вчене звання, науковий ступінь, прізвище, ініціали) (підпис)

Консультант ТММ к.т.н., доц. Заховайко О.П. _____
(назва розділу) (посада, вчене звання, науковий ступінь, прізвище, ініціали) (підпис)

Консультант Буд. механіка д.т.н., проф. Пискунов С.О. _____
(назва розділу) (посада, вчене звання, науковий ступінь, прізвище, ініціали) (підпис)

Консультант Теор. пружн. д.т.н., проф. Бабенко. А.Є. _____
(назва розділу) (посада, вчене звання, науковий ступінь, прізвище, ініціали) (підпис)

Консультант Чисельні методи д.т.н., проф. Рудаков К.М. _____
(назва розділу) (посада, вчене звання, науковий ступінь, прізвище, ініціали) (підпис)

Консультант Теор. коливань д.т.н., проф. Боронко О.О. _____
(назва розділу) (посада, вчене звання, науковий ступінь, прізвище, ініціали) (підпис)

Консультант Оригінальна ч. к.т.н. Кривова С.Г. _____
(назва розділу) (посада, вчене звання, науковий ступінь, прізвище, ініціали) (підпис)

Рецензент д.т.н., проф. Данильченко Ю.М. _____
(посада, науковий ступінь, вчене звання, науковий ступінь, прізвище та ініціали) (підпис)

Засвідчую, що у цій дипломній роботі немає запозичень з праць інших авторів без відповідних посилань.
Студент _____

Київ – 2020 року

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Інститут механіко-машинобудівний

Кафедра динаміки і міцності машин та опору матеріалів

Освітньо-кваліфікаційний рівень «Бакалавр»

Спеціальність 131 «Прикладна механіка»

ЗАТВЕРДЖУЮ
Завідувач кафедри
_____ Сергій ПИСКУНОВ
(підпис)
«___»_____2020 р.

З А В Д А Н Н Я
НА ДИПЛОМНУ РОБОТУ СТУДЕНТУ

Андрощуку Даниілу Дмитровичу
(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема роботи «Модернізація конструктивних елементів та вузлів установки 1246-Р для високотемпературних випробувань на розтяг»,
керівник роботи Кривова С.Г., к.т.н.,
(прізвище, ім'я, по батькові, науковий ступінь, вчене звання)
затверджені наказом по університету від «___»_____ 20__ р. №_____

2. Термін подання студентом роботи 10.06.2020 р.
3. Вихідні дані до роботи Установка 1246-Р для дослідження матеріалів за статичного навантаження, максимальна осьова сила на захваті – 95 кН, швидкість робочого ходу активного захвата – 80 мм/хв.
4. Зміст роботи Вибір двигуна, розрахунок і проектування передач та валів редуктора, проектування корегованого евольвентного зачеплення, розрахунок круглої ступінчастої пластини, розв'язання осесиметричної задачі методами теорії пружності, розрахунок деформованого стану випробувального зразка, визначення власних частот та відповідних власних форм коливань вала, оригінальна частина.
5. Перелік ілюстративного матеріалу (із зазначенням плакатів, презентацій тощо)
12 слайдів в презентації, записка містить 92 сторінки, 20 ілюстрацій, 10 таблиць, додаток та 15 джерел використаної літератури.

6. Консультанти розділів роботи

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв
ДМ	к.т.н., доц. Лавренко Я.І.		
Теор. пружн.	д.т.н., проф. Бабенко. А.Є.		
ТММ	к.т.н., доц. Заховайко О.П.		
Буд. механіка	д.т.н., проф. Пискунов С.О.		
Чисельні методи	д.т.н., проф. Рудаков К.М.		
Теор. коливань	д.т.н., проф. Боронко О.О.		
Оригінальна частина	к.т.н. Кривова С.Г.		

7. Дата видачі завдання 01.10.2019 р.

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№ з/п	Назва етапів виконання дипломної роботи	Термін виконання етапів роботи	Примітка
1	Огляд літератури	01.12.2019 р.	
2	Виконання 1-2 розділів	01.02.2020 р.	
3	Виконання 3-4 розділів	01.04.2020 р.	
4	Виконання 5-7 розділів	01.06.2020 р.	
5	Передзахист	12.06.2020 р.	
6	Захист дипломної роботи	18.06.2020 р.	

Студент _____ Даниіл АНДРОЩУК
(підпис)

Керівник роботи _____ Світлана КРИВОВА

(підпис)

Анотація

Дана бакалаврська робота присвячена модифікації привода випробувальної установки 1246Р для механічних випробувань.

В даній роботі проведено заміну приводу і редуктора на більш оптимальні. Були спроектовані елементи даного приводу, оптимізовано зубчасту передачу за показниками якості для уникнення підрізання зубців. Методом початкових параметрів розраховано на міцність і жорсткість опорну плиту, на якій кріпиться дана установка. Використовуючи методи теорії пружності були проведені розрахунки напружено-деформованого стану при стисканні кулі силою направленою вздовж осі у підшипнику. Користуючись методом скінченних елементів проведено чисельні розрахунки напружено-деформованого стану тонкостінного зразка для досліджень на кручення.

Визначені власні частоти та форми коливань системи з двома ступенями вільності.

В останньому розділі було розраховано елемент вузлу керування літаком АН-132. Сформульовані загальні висновки по роботі.

Ключові слова: *випробувальна установка, редуктор, кінематична схема, циліндрична передача, конічна передача, розрахунок валів, підшипники, зразок, НДС, опорна плита, коливання, власні частоти, власні форми.*

Робота складається з текстової та графічної частини, містить додаток зі специфікаціями до креслень.

Annotation

This bachelor work is devoted to the modification of the drive of the testing machine 1246-P for the study of materials for static loading.

In this work, the drive and gearbox are changed to more optimal ones. Designed drive elements, gear ratios are optimized for engagement with help of K-PRO software in order to avoid cutting the teeth. The strength and rigidity of the base plate are calculated, on which the testing machine is fixed. With help of the methods of the elasticity theory calculations of the stress-strain state of the cylinder with the applied load on the side surfaces were made. Using the finite element method and Femap software, the stress-strain state of a thin-walled specimen was studied for tensile research. With help of the methods of the oscillations theory normal modes of the system with two degrees of freedom were determined. The last section defines the slump and stiffness of the detail of the primary loop of the nuclear power plant under the influence of the load. General conclusions on work are formulated.

The note contains 92 pages, 20 figures, 10 tables, an application.

Keywords: *test setup, reducer, kinematic scheme, cylindrical transmission, worm gear, calculation of shafts, substrates, sample*, stress-strain state*, base plate, oscillations, normal modes.*

The work consists of a text and graphic part, contains an application with specifications for drawings.

ЗМІСТ

ВСТУП……..... 7

1.ПРОЕКТУВАННЯ І РОЗРАХУНОК ПРИВОДА ВИПРОБУВАЛЬНОЇ УСТАНОВКИ 1246Р…… 8

1.1. Опис прототипу……. 8

1.2. Вибір двигуна…… 10

1.3. Кінематичний і силовий розрахунок привода…… 11

1.4. Розрахунок конічної передачі…… 14

1.5. Розрахунок циліндричної зубчатої передачі…….. 23

1.7. Проектний розрахунок швидкохідного вала редуктора…… 31

2. ПРОЕКТУВАННЯ КОРЕГОВАНОГО ЕВОЛЬВЕНТНОГО ЗАЧЕПЛЕННЯ ЗУБЧАСТИХ КОЛІС……. 38

2.1. Мета проведення корегування……. 38

2.2. Вибір коефіцієнтів зміщення…… 38

2.3. Розрахунок параметрів не корегованої передачі…… 39

2.4. Розрахунок параметрів корегованої передачі……. 42

2.5. Висновки…… 48

3. ПРОЕКТУВАННЯ ОПОРНОЇ ПЛИТИ…… 48

4. РОЗРАХУНОК ПРОТОТИПУ КОНСТРУКТИВНОГО ЕЛЕМЕНТА МЕТОДАМИ ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ…… 56

5. ЧИСЕЛЬНІ РОЗРАХУНКИ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ВИПРОБУВАЛЬНОГО СТАНУ ВИПРОБУВАЛЬНОГО ЗРАЗКА……... 66

5.1. Вибір випробувального зразка та його розрахункової моделі……. 66

5.2. Постановка крайової задачі пружності…….. 67

5.3. Метод розв’язування крайової задачі пружності……... 67

5.4. Розрахункова схема……. 70

5.5. Результати розрахунків та їх аналіз…….. 72

6. ЧИСЕЛЬНІ РОЗРАХУНКИ ВЛАСНИХ ЧАСТОТ ТА ВІДПОВІДНИХ ВЛАСНИХ ФОРМ КРУТНИХ КОЛИВАНЬ СИСТЕМИ З ДВОМА СТУПЕНЯМИ ВІЛЬНОСТІ…….. 73

6.1. Числові розрахунки власних частот та відповідних власних форм крутильних коливань системи з двома ступенями вільності…….. 74

6.2. Числові розрахунки власних частот та відповідних власних форм згинальних коливань системи з двома ступенями вільності……. 78

7. Оригінальна частина……... 84

ВСТУП

В сучасному світі машинобудування займає провідну роль в економіці кожної країни.

Для забезпечення надійної роботи машин, покращення їх роботи потрібно знати механічні характеристики матеріалів та конструкційних елементів. Для цього існують випробувальні установки.

Атестаційна робота бакалавра є завершальним етапом підготовки за напрямом бакалавр. Це комплексне технічне завдання, в якому студент показує вміння, сформовані на базі вивчення фундаментальних та загально інженерних дисциплін. Виконання завдання передбачає застосування знань математики, теоретичної механіки та опору матеріалів, теорії пружності та теорії коливань, теорії машин та механізмів, деталей машин, будівельної механіки, матеріалознавства та основних фахових дисциплін.

В ході виконання роботи студенту необхідно реалізувати стандартні алгоритми розв’язування типових завдань, неодноразово самостійно вдосконалювати відомі алгоритми і приймати самостійні конструктивні інженерні рішення.

1. ПРОЕКТУВАННЯ І РОЗРАХУНОК ПРИВОДА ВИПРОБУВАЛЬНОЇ УСТАНОВКИ 1246Р

1.1.Опис прототипу

Прототип являє собою вакуумну установку для мікроструктурних досліджень, контролю та вивчення швидкоплинних процесів в порошкових матеріалах та суцільних зразках в умовах деформації (розтягнення, стиск) та нагрівання шляхом пропускання струму промислової частоти.

Привід являє собою збірний каркас, всередині якого розташовані редуктор та електродвигун. Передача обертів від електродвигуна до редуктора передається за допомогою пружної муфти.

Обертальній момент передається від електродвигуна на швидкохідний вал редуктора за допомогою пружної муфти. Далі, за допомогою конічної прямозубої передачі рух передається на циліндричну прямозубу передачу, а та в свою чергу, передає рух на вихідний вал редуктора, який з’єднується із валом конічної передачі за допомогою пружної муфти.

Робота машини та її складових частин:

1 – привод активного захвата; 2 – реверсивний двигун; 3 – редуктор; 4 – вакуумне ущільнення; 5- вимірювач деформації; 6 – піч; 7 – силовимірювач; 8 – датчик сили; 9 – термоізоляційна прокладка; 10 – зразок; 11 – захвати; 12 – поперечини; 13 – система тяг; 14 – термоізоляційні прокладки; 15 – датчик переміщень; 16 – гвинт; 17 – маховик; 18 – сельсиндатчик.

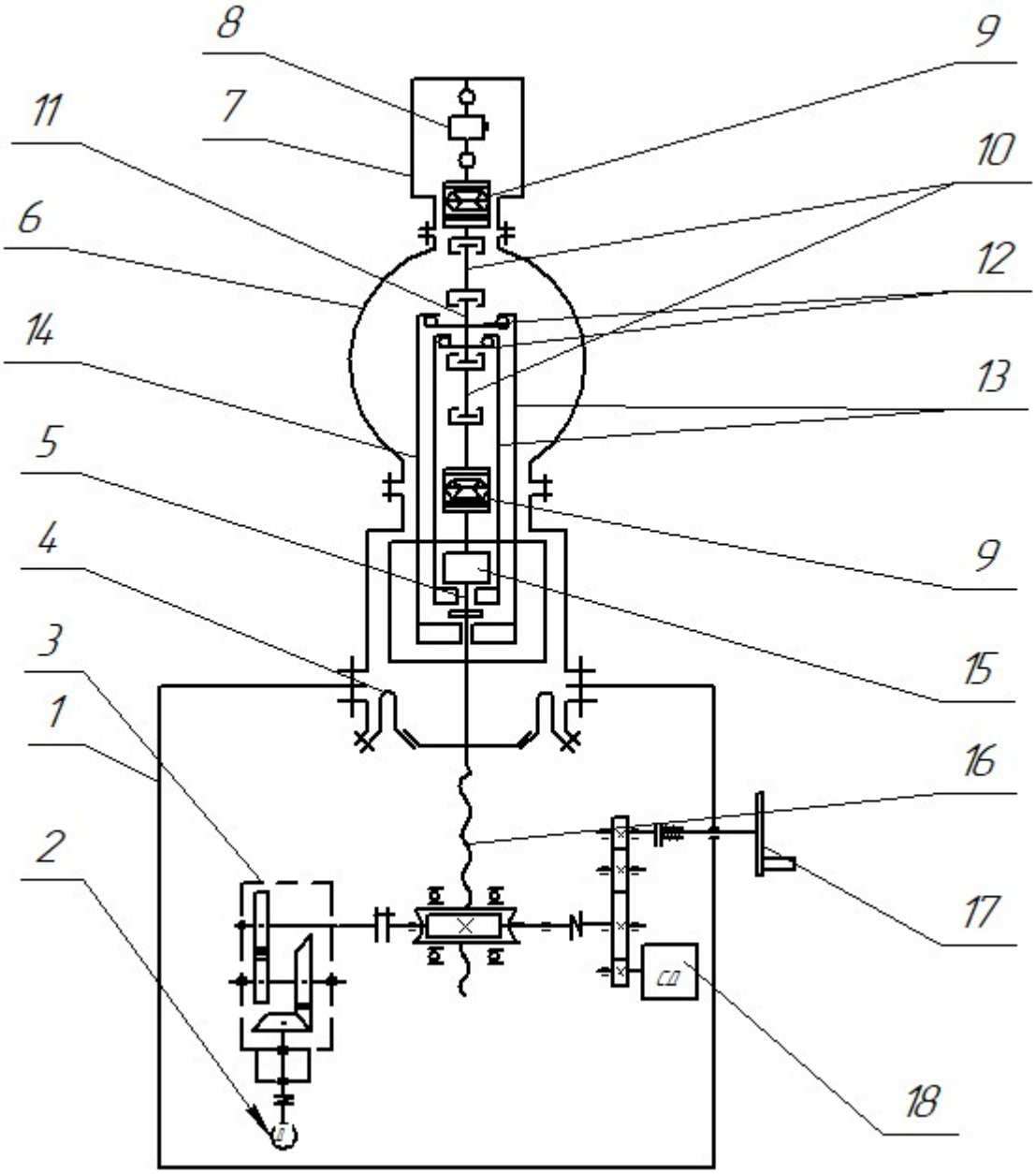


Рис. 1.1 Схема установки 1246Р

Технічна характеристика:

Максимальна осьова сила - 95 кН

Швидкість робочого ходу активного захвату - 80 мм/хв

1.2.Вибір двигуна

Необхідну потужність електродвигуна $P_{дв}$, розрахуємо за номінальною потужністю $P_н$, яка необхідна для забезпечення заданої швидкості деформування зразка.

Розраховуємо потужність на валу двигуна:

Номінальна потужність:

$$□_н = □ \cdot □ = 95 \cdot 10^3 Н \cdot 1.33 \cdot 10^{-3} \frac{м}{с} = 126.635\ Вт;$$

Визначаємо ККД редуктора:

$$\eta = □_{кп} \cdot □_{чп} \cdot □_{цп} \cdot □_{гг} \cdot □_{чер.п} \cdot □_0^{□}$$, де:

$\eta_{пп}$ — ККД конічної передачі

$\eta_{чп}$ — ККД циліндричної передачі

$\eta_м$ — ККД муфти

$\eta_{цп}$ — ККД передачі гвинт-гайка

$\eta_{цп}$ — ККД черв'ячної передачі

η_0 — ККД однієї пари підшипників

k — кількість пар підшипників

$$\eta = 0{,}965 \cdot 0{,}985 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}98 \cdot 0{,}98 \cdot 0{,}99^3 = 0{,}443;$$

Визначаємо орієнтовне передатне відношення:

$□' = □'_1 □'_2 □'_3$, де:

$□_1$ — передатне відношення конічної передачі

$□_2$ — передатне відношення циліндричної передачі

$$□' = 4 \cdot 5 = 20;$$

Орієнтовна частота обертання валу

$$□'_{дв} = □ \cdot □' = 20 \cdot 26,7 = 533,33\ хв^{-1};$$

$$□_1 = \frac{□_н}{□'} = \frac{126.64}{0,443} = 285.93\ Вт;$$

Обираємо електродвигун 4А80А8У3 з параметрами:

$$□ = 0.37\ кВт;\ □ = 750\ хв^{-1};\ □ = 12.5\ □^{-1}$$

1.3.Кінематичний і силовий розрахунок привода

Кінематична схема привода представлена на рисунку 1.2.

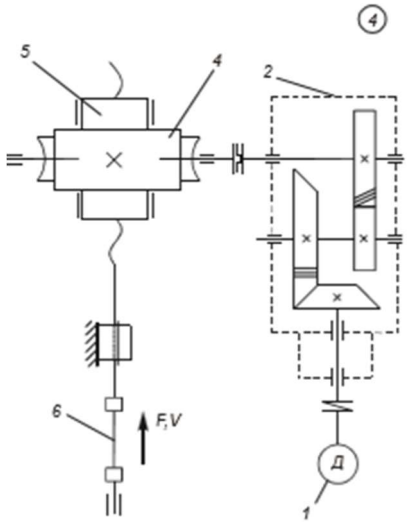


Рис. 1.2. Кінематична схема привода.

1. 1 – електродвигун; 2 – редуктор; 4 – черв’ячна передача; 5 – передача гвинт-гайка; 6 — випробовувана деталь.

Уточнюємо загальне передатне відношення та розбиваємо його між окремими передачами:

$$□ = \frac{□_{дв}}{□} = \frac{750}{26,67} = 28.125;$$

$$□_1 □_2 = □;$$

$□_1 = 4$ — передатне відношення конічної передачі

$□_2 = 7$ — передатне відношення циліндричної передачі

Визначаємо кутові швидкості усіх валів:

$$\omega_1 = \frac{□ \cdot □}{30} = \frac{3{,}14 \cdot 750}{30} = 78.5c^{-1};$$

$$\omega_2 = \frac{□_1}{□_1} = \frac{78.5}{4} = 19{,}625c^{-1};$$

$$\omega_3 = \frac{□_2}{□_2} = \frac{19{,}625}{7} = 2{,}81c^{-1};$$

Потужності:

$$□_□ = □_{□-1} \cdot □_{□-1};$$

$$□_1 = 0.37\,кВт;$$

$$□_2 = □_1 \cdot □_1 = 0.37 \cdot 0.965 = 0.357кВт;$$

$$□_3 = □_2 \cdot □_2 = 0.357 \cdot 0{,}985 = 0.352кВт;$$

Крутні моменти:

$$□_1 = \frac{□_1}{□_1} = \frac{0.37 \cdot 10^3}{78.5} = 4.72Н \cdot м;$$

$$□_2 = \frac{□_2}{□_2} = \frac{0.357 \cdot 10^3}{19.625} = 18.2Н \cdot м;$$

$$□_3 = \frac{□_3}{□_3} = \frac{0.352 \cdot 10^3}{2.81} = 125.45Н \cdot м;$$

Таблиця 1.1. Кінематичні та силові характеристики привода

	Вали		
	I	II	III
Передачі	Конічна	Циліндрична	
η	0,965	0,985	
i	4	7	
ω, c^{-1}	78.5	19.625	2.81
T, $Н{\cdot}м$	4.72	18.2	125.45
P, $кВт$	0.37	0.357	0.352

-

1.4.Розрахунок конічної передачі

Схему передачі наведено на Рис. 1.3.

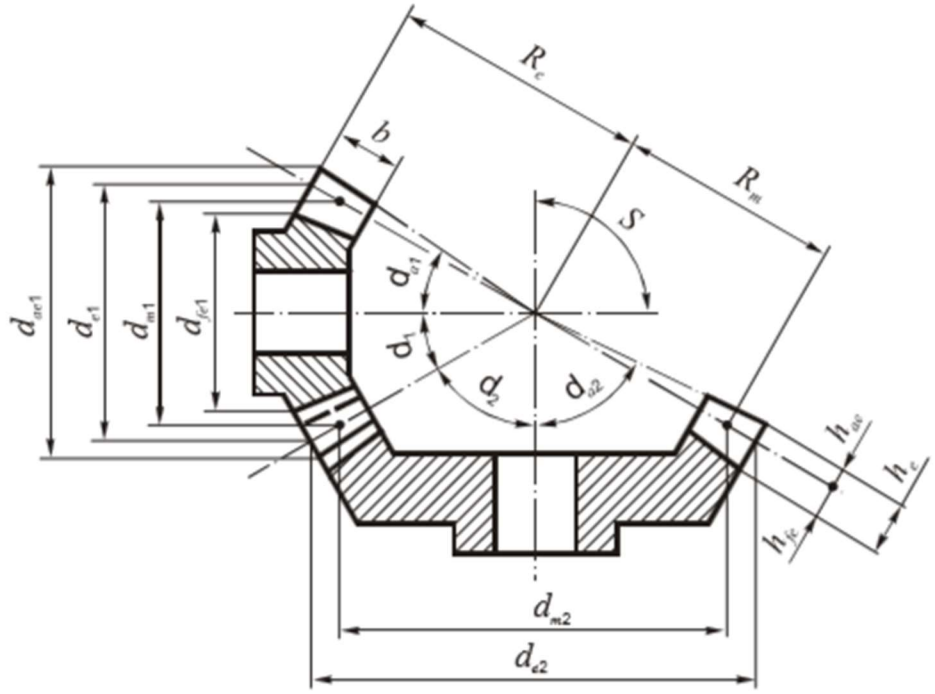


Рис. 1.3. Схема конічної прямозубої передачі

При короткочасному перевантаженні до 200% максимальний обертальний момент:

$$□_{1□□□} = 2 \cdot □_1 = 2 \cdot 4.714 = 9.427Н \cdot м;$$

Число циклів навантаження зубців шестерні

$$□_{□1} = \frac{1800 \cdot □_1 \cdot h}{□} = \frac{1800 \cdot 78.5 \cdot 20000}{3,14} = 8,99 \cdot 10^8 циклів;$$

$$□_{□2} = \frac{□_{□1}}{□} = \frac{899 \cdot 10^6}{3} = 2.25 \cdot 10^8 циклів;$$

Еквівалентні числа циклів навантаження для розрахунків на контактну втому $□_{□□}$ і втому при згині $□_{□□}$ з врахуванням коефіцієнтів $□_{□□} = 0,1; □_{□□} = 0,1;$ для середнього режиму навантаження.

$$□_{□□1} = □_{□□} \cdot □_{□1} = 0.18 \cdot 899 \cdot 10^6 = 1,62 \cdot 10^8 Ц;$$

$$□_{□□2} = □_{□□} \cdot □_{□2} = 0.18 \cdot 225 \cdot 10^6 = 4.05 \cdot 10^8 Ц;$$

$$□_{□□1} = □_{□□} \cdot □_{□1} = 0.4 \cdot 899 \cdot 10^6 = 3,59 \cdot 10^8 Ц;$$

$$□_{□□2} = □_{□□} \cdot □_{□2} = 0.4 \cdot 225 \cdot 10^5 = 0{,}89 \cdot 10^8 Ц;$$

Вибір матеріалу зубчастих коліс

Обираємо сталь 20ХН2М для виготовлення шестерні, для якого

$□_1 = 56□□□ = 555□□.$

Та для зубчатого колеса обираємо Сталь 18ХГТ, для якого

$□_2 = 64□□□ = 670□□, □_{□2} = 780МПа$.

Допустимі напруження на контактну витривалість:

Допустимі напруження на контактну витривалість. Границя контактної витривалості зубців шестерні і колеса:

$$\sigma_{□□□□□1} = 23 \cdot □_1 = 23 \cdot 56 = 1288МПа;$$

$$\sigma_{□□□□□2} = 23 \cdot □_2 = 2 \cdot 64 = 1472МПа;$$

Базу випробувань для матеріалів шестерні та колеса:

$$□_{□□1} = 30 \cdot □_1^{2,4} = 30 \cdot 555^{2,4} = 11.6 \cdot 10^7 Ц;$$

$$□_{□□2} = 30 \cdot □_1^{2,4} = 30 \cdot 670^{2,4} = 18.2 \cdot 10^7 Ц;$$

Оскільки $□_{□□1} \leq □_{□□1}, □_{□□2} \leq □_{□□2}$ то коефіцієнт довговічності для зубців шестерні та колеса $□_{□□} \geq 1.$

Приймаємо шорсткість поверхонь зубців $□_□ = 1{,}25…0{,}63.$ Тоді $□_□ = 1.1.$ Коефіцієнт запасу $□_□ = 1{,}2.$

Допустимі контактні напруження:

$$[\sigma]_{□1} = \frac{□_{□□□□□1} \cdot □_□ \cdot □_{□□}}{□_□} = \frac{1288 \cdot 1.1 \cdot 1}{1{,}2} = 1180.67МПа;$$

$$[\sigma]_{□2} = \frac{□_{□□2} \cdot □_□ \cdot □_{□□}}{□_□} = \frac{1472 \cdot 1.1 \cdot 1}{1{,}2} = 1349.34МПа;$$

Розрахункове допустиме контактне напруження:

$$[\sigma]_{\square} = 0{,}45([\square]_{\square 1} + [\square]_{\square 2}) = 0{,}45(1180.67 + 1349.34) = 1138.5МПа;$$

Перевіряємо умову:

$$[\sigma]_{\square} \leq 1{,}23[\square]_{\square 2} = 1{,}23 \cdot 1349.34 = 1659.68МПа;$$

Допустимі навантаження на витривалість при згині:

Границі витривалості зубців при згині для бази випробувань $\square_{\square\square} = 4 \cdot 10^6$[2, табл. 22.6].

$$\sigma_{\square\square\square\square\square 1} = 800МПа;$$

$$\sigma_{\square\square\square\square\square 2} = 800МПа;$$

Оскільки $\square_{\square\square 1} < \square_{\square\square}, \square_{\square\square 2} < \square_{\square\square}$, то коефіцієнт довговічності для зубців шестерні та колеса $\square_{\square\square} = 1$. Коефіцієнт запасу $\square_{\square} = 1{,}75$.

Допустиме напруження на втому на згині:

$$[\sigma]_{\square 1} = \frac{\square_{\square\square\square\square\square 1} \cdot \square_{\square\square} \cdot \square_{\square\square}}{\square_{\square}} = \frac{800 \cdot 1 \cdot 1}{1{,}75} = 457.15Па;$$

$$[\sigma]_{\square 2} = \frac{\square_{\square\square\square\square\square 2} \cdot \square_{\square\square} \cdot \square_{\square\square}}{\square_{\square}} = \frac{800 \cdot 1 \cdot 1}{1.75} = 457.15Па;$$

Допустиме граничне контактне навантаження:

$$[\sigma]_{\square\square\square\square} \leq 40 \cdot \square_{\square 2} = 40 \cdot 56 = 2240МПа;$$

Граничні допустимі напруження на згин для зубців шестерні та колеса:

$$[\sigma]_{\square 1\square\square\square} = \frac{\square\ \square\square\square\square\square_1}{\square_{\square}} = \frac{3330}{1.75} = 1902.86МПа;$$

$$[\sigma]_{\square 2\square\square\square} = \frac{\square\ \square\square\square\square\square_1}{\square_{\square}} = \frac{4020}{1.75} = 2297.14МПа;$$

Проектний розрахунок передачі

Попередні значення деяких параметрів передачі

- **Визначення мінімального зовнішнього діаметра ділильного колеса**

Передавальне число передачі u=i=4. Попередньо беремо коефіцієнт ширини зубчастих вінців $\square_{\square\square} = 0.25$. Обчислюємо коефіцієнт

$\square_{\square\square} = \frac{\square_{\square\square}\cdot\square}{2-\square_{\square\square}} = \frac{0.25\cdot 4}{2-0.25} = 0.572.$

Залежно від $\square_{\square\square}$, визначаємо коефіцієнт, що враховує нерівномірність розподілу навантаження по ширині зубчастих вінців $\square_{\square\square} = 1.24$.

Для сталевих конічних коліс коефіцієнт $\square_{\square} = 1000МПа^{\frac{1}{3}}$.

Мінімальний зовнішній ділильний діаметр конічного колеса:

$$\square_{\square 2\square\square\square} \geq \square_{\square}\sqrt{\frac{\square_{1H}\cdot\square_{\square\square}\cdot\square^{\ 2}}{\square_{\square\square}\cdot(1-\square_{\square\square})[\square]_{\square}^{\ 2}}} = 1000\sqrt{\frac{4.714\cdot 41.24\cdot 4^{\ 2}}{0.25\cdot(1-0.25)1138.5^{\ 2}}}$$

$$= 72.74мм$$

- **Обчислення зовнішнього колового модуля**

Вибираємо число зубців шестірні z_1=16, а число зубців колеса $z_2=uz_1$=4·16=64.

Модуль зубців:

$$\square'_{\square} = \frac{\square_{\square 2\square\square\square}}{\square_2} = \frac{72.74}{64} = 1.136$$

За стандартом беремо m_e=1.125 мм.

Попередні значення деяких параметрів передачі

Зовнішні ділильні діаметри шестірні та колеса:

$$\square_{\square 1} = \square_{\square}\square_1 = 1.125\cdot 16 = 18мм;$$

$$\square_{\square 2} = \square_{\square}\square_2 = 1.125\cdot 64 = 72мм.$$

Зовнішня конусна відстань

$$\square_{\square} = 0.5\square_{\square}\sqrt{\square_1^{\ 2}+\square_2^{\ 2}} = 0.5\cdot 1.125\sqrt{16^{\ 2}+64^{\ 2}} = 37.11мм$$

Ширина зубчастих вінців:

$$\square_1 = \square_2 = \square = \square_{\square\square}\cdot\square_{\square} = 0,25\cdot 37,11 = 9,28мм.$$

Середня конусна відстань:

$$□_□ = □_□ − 0.5□ = 37,11 − 0.5 \cdot 9,28 = 32,5мм.$$

Середній модуль зубців:

$$□_□ = \frac{□_□ □_□}{□_□} = \frac{1.125 \cdot 32.5}{37,11} = 0,984.$$

Середні ділильні діаметри кола та шестерні:

$$□_{□1} = □_□ □_1 = 0,984 \cdot 16 = 15.75\ мм;$$

$$□_{□2} = □_□ □_2 = 0,984 \cdot 64 = 63\ мм.$$

Кути при вершинах ділильних конусів шестерні та колеса:

$$\delta_1 = □□□□□\left(\frac{□_1}{□_2}\right) = □□□□□\left(\frac{16}{64}\right) = 14.036;$$

$$\delta_1 = \frac{□}{2} − □_1 = \frac{3.14}{2} − 14.036 = 75.96;$$

Колова швидкість зубчастих коліс:

$$□ = 0,5 \cdot □_1 \cdot □_{□1} = 0,5 \cdot 78.5 \cdot 15.75 = 0.618\frac{м}{с};$$

Вибираємо ступінь точності $□_{CT} = 8$ для всіх показників точності зубчастих коліс і передачі [2, табл. 22.2].

Еквівалентна кількість числа зубців шестерні та колеса:

$$□_{□1} = □_1 \frac{\sqrt{1 + □^{\ 2}}}{□} = 16\frac{\sqrt{1 + 4^{\ 2}}}{4} = 16.49;\ \ □_{□2} = 64_2\sqrt{1 + 4^{\ 2}} = 263.89;$$

Коефіцієнт торцевого перекриття:

$$\varepsilon_\alpha = \left[1,88 − 3,2\left(\frac{1}{□_1} + \frac{1}{□_2}\right)\right]□□□□ = \left[1,88 − 3,2\left(\frac{1}{16} + \frac{1}{64}\right)\right] = 1.67;$$

Колова сила у зачепленні коліс:

$$□_□ = \frac{2 \cdot □_1}{□_1} = \frac{2 \cdot 4.71 \cdot 10^3}{15.75} = 598.54H;$$

Розрахунок активних поверхонь зубців на контактну витривалість

Для розрахунку попередньо визначимо такі коефіцієнти:

- Коефіцієнт, що враховує механічні властивості матеріалів зубчастих коліс $□_□ = 275МПа^{\frac{1}{2}}$.
- Коефіцієнт форми спряжених поверхонь зубців $□_□ = 1{,}77 \cdot □□□□ = 1{,}77 \cdot 1 = 1{,}77$;
- Коефіцієнт сумарної довжини контактних ліній при $\varepsilon_\beta > 0{,}9$,

$□_□ = 0.881$

- Коефіцієнт, що враховує розподіл навантаження між зубцями в залежності від колової швидкості та ступеня точності $□_{□□} = 1$. [2, табл. 23.3]
- Коефіцієнт, що враховує розподілення навантаження по ширині вінця $□_{□□} = 1{,}24$.
- Коефіцієнт, що враховує динамічне навантаження зубців в залежності від колової швидкості, твердості зубців колеса та ступеня точності $□_{□□} = 1{,}02$. [2, табл. 23.4]

Питома розрахункова колова сила:

$$\omega_{□□} = \frac{□_□}{□_2} \cdot □_{□□} \cdot □_{□□} \cdot □_{□□} = \frac{598{,}5}{9.28} \cdot 1 \cdot 1{,}24 \cdot 1{,}02 = 96.001;$$

Розрахункове контактне напруження:

$$\sigma_□ = □_□ \cdot □_□ \cdot □_□ \sqrt{\frac{□_{□□}}{□_{□1}} \cdot \frac{\sqrt{1 + □^{\ 2}}}{□}} = 275 \cdot 1.77 \cdot 0.881 \sqrt{\frac{96.001}{15.75} \cdot \frac{\sqrt{1 + 4^{\ 2}}}{4}}$$

$$= 1074.34\ МПа$$

Стійкість зубців проти втомного викришування їхніх активних поверхонь забезпечується, оскільки $\sigma_□ = 1074.34МПа < [□]_□ = 1138.5МПа$і лежить в допустимих межах $1{,}05[□]_□ \geq □_□ \geq 0{,}85[□]_□$.

- **Розрахунок допустимих поверхонь зубців на контактну міцність**

Під час дії перевантаження максимальне контактне напруження:

$$\sigma_{\square\square\square\square} = \square_{\square}\sqrt{\frac{\square_{1\square\square\square}}{\square_{1}}} = 1074.34\sqrt{\frac{9.43}{4.71}} = 1519.36\,МПа$$

Контактна міцність зубців забезпечується, оскільки:

$$\sigma_{\square\square\square\square} = 1519.36МПа \leq [\square]_{\square\square\square\square} = 2240МПа;$$

Розрахунок зубців на витривалість при згині:

- Коефіцієнти форми зубців за таблицями $\square_{\square 1} = 4.25; \square_{\square 2} = 3,63;$ [2, табл. 23.5]
- Коефіцієнт перекриття зубців $\square_{\square} = 1.$
- Коефіцієнт нахилу зубців $\square_{\square} = 1.$
- Коефіцієнт, що враховує розподілення навантаження між зубцями $\square_{\square\square} = 1;$
- Коефіцієнт нерівномірності розподілення навантаження по ширині зубчастих вінців $\square_{\square\square} = 1,54.$ [2, рис. 23.8]
- Коефіцієнт динамічного навантаження зубців в залежності від колової швидкості, твердості зубців колеса та ступеня точності $\square_{\square\square} = 1,03.$ [2, рис. 23.4]

Питома розрахункова колова сила:

$$\omega_{\square\square} = \frac{\square_{\square}}{\square_{2}} \cdot \square_{\square\square} \cdot \square_{\square\square} \cdot \square_{\square\square} = \frac{598.54}{9.28} \cdot 1 \cdot 1,54 \cdot 1,03 = 120.4\frac{Н}{мм};$$

Розрахункове напруження згину у зубцях шестерні та колеса:

$$\sigma_{\square 1} = \square_{\square 1} \cdot \square_{\square} \cdot \square_{\square} \cdot \frac{\square_{\square\square}}{\square_{\square}} = 4.26 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{120.4}{0.98} = 521.03МПа;$$

$$\sigma_{\square 2} = \square_{\square 2} \cdot \square_{\square} \cdot \square_{\square} \cdot \frac{\square_{\square\square}}{\square_{\square}} = 3,63 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{120.4}{0.98} = 443.97МПа;$$

Стійкість зубців проти втомного руйнування при згині забезпечується:

$$[\sigma]_{\square 1} = 457.143МПа; [\square]_{\square 2} = 457.143МПа;$$

- **Розрахунок зубців на міцність при згині максимальним навантаженням**

Максимальні напруження згину можна при перевантаженні:

$$\sigma_{□1□□□} = □_{□1}\frac{□_{1□□□}}{□_1} = 521{,}03\frac{9.43}{4.72} = 1042.06МПа;$$

$$\sigma_{□2□□□} = □_{□2}\frac{□_{1□□□}}{□_1} = 443.97\frac{9.43}{4.72} = 887.95МПа;$$

Міцність зубців на згин при дії максимального навантаження також забезпечується, бо максимальні розрахункові напруження менші від граничних напружень:

$$[\sigma]_{□1□□□} = 1902.86МПа; [□]_{□2□□□} = 2297.14МПа;$$

2.2.10. Розрахунок параметрів зубчастої передачі

Розміри елементів зубців:

Зовнішня висота головки зубця:

$$h_{□□} = □_{□} = 1.125мм;$$

Зовнішня висота ніжки зубця:

$$h_{□e} = 0.5 \cdot □_e = 1{,}125 \cdot 1.2 = 1.35мм;$$

Зовнішня висота зубця:

$$h_e = 2{,}2 \cdot □_e = 2{,}2 \cdot 1.125 = 2.475мм;$$

Кут профілю зубців:

$$\alpha_{□} = 20°;$$

Розміри вінців зубчастих коліс:

Зовнішні ділильні діаметри

$$□_{e1} = 18мм;$$

$$□_{e2} = 72мм;$$

Зовнішні діаметри вершин зубців:

$$□_{□e1} = □_1 + 2 \cdot □_{□} \cdot □□□□_1 = 18 + 2 \cdot 1.125 \cdot □□□(14.04) = 20.182мм;$$

$$□_{□e2} = □_2 + 2 \cdot □_{□} \cdot □□□□_2 = 72 + 2 \cdot 1.125 \cdot □□□(75.96) = 73.89мм;$$

Зовнішні діаметри впадин:

$$□_{□e1} = □_1 - 2{,}5 \cdot □_□ \cdot □□□□_2 = 18 - 2 \cdot 1.125 \cdot □□□(14.04) = 15.38мм;$$

$$□_{□e2} = □_2 - 2{,}5 \cdot □_□ \cdot □□□□_2 = 72 - 2 \cdot 1.125 \cdot □□□(75.96) = 69.72мм;$$

Кутові параметри:

кути головки та ніжки зубів:

$□□□_□ = 0.0303;$

$$□□□_□ = 0.0363;$$

кути конуса вершин зубців шестерні та колеса:

$$\delta_{□1} = □_1 + □_□ = 14.036 + 1.74 = 15.77;$$

$\delta_{□2} = □_2 + □_□ = 75.96 + 1.736 = 77.7;$

кути конуса впадин:

$\delta_{□1} = □_1 - □_□ = 14.036 - 2.084 = 11.95;$

$$\delta_{□2} = □_2 - □_□ = 75.96 - 2.084 = 73.88;$$

Розрахунок сил у зачепленні передачі

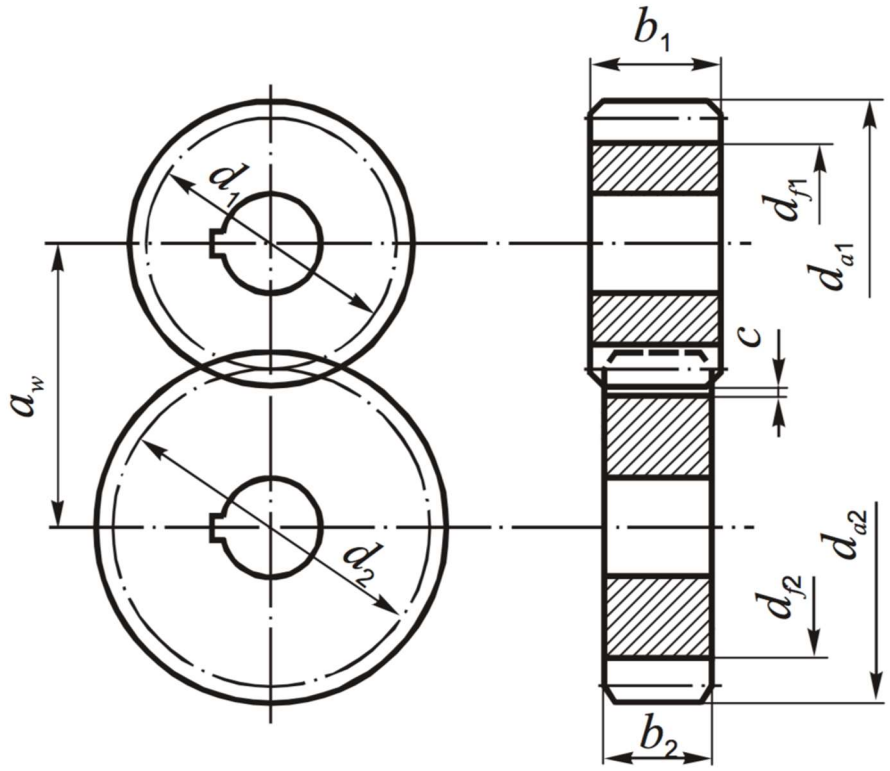
Колова сила: $□_□ = 598.53H;$

Радіальна сила: $□_{□1} = □_{□2} = 211.34H;$

Осьова сила: $□_{□2} = □_{□1} = 52.84H.$

1.5.Розрахунок циліндричної передачі

Кінематичну схему передачі зображено на рис.1.4.



o

Рис. 1.4. Кінематична схема циліндричної передачі.

- **Параметри навантаження зубчастої передачі**

При короткочасному перевантаженні до 200% максимальний обертальний момент:

$$□_{2□□□} = 2 \cdot □_2 = 2 \cdot 18.194 = 36.388 Н \cdot м;$$

Число циклів навантаження зубців шестерні

$$□_{□1} = \frac{1800 \cdot □_2 \cdot h}{□} = \frac{1800 \cdot 19.625 \cdot 20000}{3{,}14} = 2.25 \cdot 10^8 циклів;$$

$$□_{□2} = \frac{□_{□1}}{□} = \frac{2.25 \cdot 10^8}{5} = 0.48 \cdot 10^8 циклів;$$

Еквівалентні числа циклів навантаження для розрахунків на контактну втому $□_{□□}$ і втому при згині $□_{□□}$ з урахування коефіцієнтів $□_{□□} = 0.18$; $□_{□□} = 0.4$; для середнього режиму навантаження.

$$□_{□□1} = □_{□□} \cdot □_{□1} = 0.18 \cdot 2.25 \cdot 10^8 = 0.45 \cdot 10^8 Ц;$$

$$□_{□□2} = □_{□□} \cdot □_{□2} = 0.18 \cdot 0.45 \cdot 10^8 = 0.081 \cdot 10^8 Ц;$$

$$□_{□□1} = □_{□□} \cdot □_{□1} = 0.4 \cdot 2.25 \cdot 10^8 = 0.89 \cdot 10^8 Ц;$$

$$□_{□□2} = □_{□□} \cdot □_{□2} = 0.4 \cdot 0.45 \cdot 10^8 = 0.18 \cdot 10^8 Ц;$$

▪ 2.2.2. Матеріали зубчастих коліс

Обираємо сталь 20ХН2М для виготовлення шестерні, для якого

$□_1 = 56□□□ = 555□□$.

Та для зубчатого колеса обираємо Сталь 18ХГТ, для якого

$$□_2 = 64□□□ = 670□□, □_{□2} = 780МПа$$

▪ 2.3.3. Допустимі напруження

Допустимі напруження на контактну витривалість. Границя контактної витривалості зубців шестерні і колеса:

$$\sigma_{□□□□□1} = 23 \cdot □_1 = 23 \cdot 56 = 1288МПа;$$

$$\sigma_{□□□□□2} = 23 \cdot □_2 = 2 \cdot 64 = 1472МПа;$$

Базу випробувань для матеріалів шестерні та колеса:

$$□_{□□1} = 30 \cdot □_1^{2,4} = 30 \cdot 555^{2,4} = 11.6 \cdot 10^7 Ц;$$

$$□_{□□2} = 30 \cdot □_1^{2,4} = 30 \cdot 670^{2,4} = 18.2 \cdot 10^7 Ц;$$

Оскільки $□_{□□1} \leq □_{□□1}, □_{□□2} \leq □_{□□2}$ то коефіцієнт довговічності для зубців шестерні та колеса $□_{□□} \geq 1$.

Приймаємо шорсткість поверхонь зубців $□_□ = 1,25…0,63$. Тоді $□_□ = 1.1$. Коефіцієнт запасу $□_□ = 1,2$.

Допустимі контактні напруження:

$$[\sigma]_{□1} = \frac{□_{□□□□□1} \cdot □_□ \cdot □_{□□}}{□_□} = \frac{1288 \cdot 1.1 \cdot 1}{1,2} = 1180.67МПа;$$

$$[\sigma]_{□2} = \frac{□_{□□2} \cdot □_□ \cdot □_{□□}}{□_□} = \frac{1472 \cdot 1.1 \cdot 1}{1,2} = 1349.34МПа;$$

Розрахункове допустиме контактне напруження:

$$[\sigma]_□ = 0,45([□]_{□1} + [□]_{□2}) = 0,45(1180.67 + 1349.34) = 1138.5МПа;$$

Перевіряємо умову:

$$[\sigma]_{\square} \leq 1{,}23[\square]_{\square 2} = 1{,}23 \cdot 1349.34 = 1138.5МПа;$$

Допустимі навантаження на витривалість при згині:

Границі витривалості зубців при згині для бази випробувань $\square_{\square\square} = 4 \cdot 10^6$[2, табл. 22.6].

$$\sigma_{\square\square\square\square\square 1} = 800МПа;$$

$$\sigma_{\square\square\square\square\square 2} = 800МПа;$$

Оскільки $\square_{\square\square 1} < \square_{\square\square}, \square_{\square\square 2} < \square_{\square\square}$, то коефіцієнт довговічності для зубців шестерні та колеса $\square_{\square\square} = 1$. Коефіцієнт запасу $\square_{\square} = 1{,}75$.

Допустиме напруження на втому на згині:

$$[\sigma]_{\square 1} = \frac{\square_{\square\square\square\square\square 1} \cdot \square_{\square\square} \cdot \square_{\square\square}}{\square_{\square}} = \frac{800 \cdot 1 \cdot 1}{1{,}75} = 457.15Па;$$

$$[\sigma]_{\square 2} = \frac{\square_{\square\square\square\square\square 2} \cdot \square_{\square\square} \cdot \square_{\square\square}}{\square_{\square}} = \frac{800 \cdot 1 \cdot 1}{1.75} = 457.15Па;$$

Допустиме граничне контактне навантаження:

$$[\sigma]_{\square\square\square\square} \leq 40 \cdot \square_{\square 2} = 40 \cdot 56 = 2240МПа;$$

Граничні допустимі напруження на згин для зубців шестерні та колеса:

$$[\sigma]_{\square 1\square\square\square} = \frac{\square_{\square\square\square\square M1}}{\square_{\square}} = \frac{3330}{1.75} = 1902.86МПа;$$

$$[\sigma]_{\square 2\square\square\square} = \frac{\square_{\square\square\square\square M2}}{\square_{\square}} = \frac{4020}{1.75} = 2297.15МПа;$$

▪ 2.3.4. Проектний розрахунок передачі

Попередньо беремо коефіцієнт ширини вінця $\psi_{\square\square} = 0{,}40$.

$$\psi_{\square\square} = 0{,}5 \cdot \square_{\square\square}(\square + 1) = 0{,}5 \cdot 0{,}4(5 + 1) = 1.2;$$

В залежності від $\psi_{\square\square}$ і $\square > 350 = \square_{\square\square} = 1.36$; $\square_{\propto} = 495МПа^{\frac{1}{3}}$ – для прямозубого зачеплення.

Мінімальна міжосьова відстань передачі:

$$□_{□□□□} = □_□(□ + 1)\sqrt[3]{\frac{□_{2□} \cdot □_{□□}}{□ \cdot □_{□□} \cdot [□]_□{}^2}} = 495(5 + 1)\sqrt[3]{\frac{18.2 \cdot 1{,}36}{5 \cdot 0{,}4 \cdot 1138.5^2}} = 63мм;$$

Фактична $□_□ = 110мм$;

Число зубців: $□_1 = 21$; $□_2 = □ \cdot □_1 = 5 \cdot 21 = 105$;

Модуль зубців:

$$□'_□ = \frac{2 \cdot □_□ \cdot □□□□}{□_1 + □_2} = \frac{2 \cdot 63 \cdot 1}{21 + 105} = 1мм;$$

Згідно з ГОСТ приймаємо $□_□ = 1.75мм$.

- **2.3.5. Попередні значення деяких параметрів передачі**

1) Ділильні діаметри шестерні та колеса:

$$□_1 = \frac{□_□ \cdot □_1}{□□□□} = \frac{1.75 \cdot 21}{1} = 36.75мм;$$

$$□_2 = \frac{□_□ \cdot □_2}{□□□□} = \frac{1.75 \cdot 105}{1} = 183.75мм;$$

2) Ширина зубчастих вінців:

$$□_2 = □_{□□} \cdot □_□ = 0{,}4 \cdot 63 = 44мм;$$

$$□_1 = □_2 + 2мм = 44 + 2 = 46мм;$$

3) Колова швидкість зубчастих коліс:

$$□ = 0{,}5 \cdot □_2 \cdot □_1 = 0{,}5 \cdot 19.625 \cdot 36.75 = 0{,}361\frac{м}{с};$$

Вибираємо ступінь точності $□_{CT} = 8$ для всіх показників точності зубчастих коліс і передачі [2, табл. 22.2].

5) Коефіцієнт торцевого перекриття:

$$\varepsilon_\alpha = \left[1{,}88 - 3{,}2\left(\frac{1}{□_1} + \frac{1}{□_2}\right)\right]□□□□ = \left[1{,}88 - 3{,}2\left(\frac{1}{21} + \frac{1}{105}\right)\right] = 1{,}697;$$

6) Колова сила у зачепленні коліс:

$$□_□ = \frac{2 \cdot □_2}{□_1} = \frac{2 \cdot 18.2 \cdot 10^3}{36.75} = 990.13H;$$

2.3.6. Розрахунок активних поверхонь зубців на контактну витривалість

Для розрахунку попередньо визначимо такі коефіцієнти:

- Коефіцієнт, що враховує механічні властивості матеріалів зубчастих коліс $□_□ = 275МПа^{\frac{1}{2}}$.
- Коефіцієнт форми спряжених поверхонь зубців $□_□ = 1,77 \cdot □□□□ = 1,77 \cdot 1 = 1,77$;
- Коефіцієнт сумарної довжини контактних ліній при $\varepsilon_\beta > 0,9$,

$□_□ = 0.88$

- Коефіцієнт, що враховує розподіл навантаження між зубцями в залежності від колової швидкості та ступеня точності $□_{□□} = 1$. [2, табл. 23.3]
- Коефіцієнт, що враховує розподілення навантаження по ширині вінця $□_{□□} = 1,36$.
- Коефіцієнт, що враховує динамічне навантаження зубців в залежності від колової швидкості, твердості зубців колеса та ступеня точності $□_{□□} = 1,02$. [2, табл. 23.4]

Питома розрахункова колова сила:

$$\omega_{□□} = \frac{□_□}{□_2} \cdot □_{□□} \cdot □_{□□} \cdot □_{□□} = \frac{990.13}{44} \cdot 1 \cdot 1,36 \cdot 1,02 = 31.22 \frac{Н}{мм};$$

Розрахункове контактне напруження:

$$\sigma_□ = □_□ \cdot □_□ \cdot □_□ \sqrt{\frac{□_{□□}}{□_{□1}} \cdot \frac{\sqrt{1 + □^{\ 2}}}{□}} = 275 \cdot 1.77 \cdot 0.876 \sqrt{\frac{31.22}{36.75} \cdot \frac{\sqrt{1 + 5^{\ 2}}}{5}}$$

$$= 430.56\ МПа$$

Стійкість зубців проти втомного викришування їхніх активних поверхонь забезпечується, оскільки$\sigma_□ = 430.56МПа < [□]_□ = 1138.5МПа$і лежить в допустимих межах $1,05[□]_□ \geq □_□ \geq 0,85[□]_□$.

- **2.3.7. Розрахунок активних поверхонь зубців на контактну міцність**

Під час дії перевантаження максимальне контактне напруження:

$$\sigma_{\square\square\square\square} = \square_{\square}\sqrt{\frac{\square_{2\square\square\square}}{\square_2}} = 430.55\sqrt{\frac{36.38}{18.2}} = 608.89$$

Контактна міцність зубців забезпечується, оскільки:

$$\sigma_{\square\square\square\square} = 608.89МПа \leq [\square]_{\square\square\square\square} = 2240МПа;$$

Розрахунок зубців на витривалість при згині:

- Коефіцієнти форми зубців за таблицями $\square_{\square 1} = 4.01$; $\square_{\square 2} = 3,6$; [2, табл. 23.5]
- Коефіцієнт перекриття зубців $\square_{\square} = 1.$
- Коефіцієнт нахилу зубців $\square_{\square} = 1.$
- Коефіцієнт, що враховує розподілення навантаження між зубцями

$$\square_{\square\square} = \frac{[4 + (\square_{\square} - 1)(\square_{cm} - 5)]}{4 \cdot \square_{\square}} = \frac{[4 + (1,697 - 1)(8 - 5)]}{4 \cdot 1,697} = 0.897;$$

- Коефіцієнт нерівномірності розподілення навантаження по ширині зубчастих вінців $\square_{\square\square} = 1,53$. [2, рис. 23.8]
- Коефіцієнт динамічного навантаження зубців в залежності від колової швидкості, твердості зубців колеса та ступеня точності $\square_{\square\square} = 1,03$. [2, рис. 23.4]

Питома розрахункова колова сила:

$$\omega_{\square\square} = \frac{\square_{\square}}{\square_2} \cdot \square_{\square\square} \cdot \square_{\square\square} \cdot \square_{\square\square} = \frac{990.13}{44} 0.897 \cdot 1,53 \cdot 1,03 = 31.82\frac{Н}{мм};$$

Розрахункове напруження згину у зубцях шестерні та колеса:

$$\sigma_{\square 1} = \square_{\square 1} \cdot \square_{\square} \cdot \square_{\square} \cdot \frac{\square_{\square\square}}{\square_{\square}} = 4.01 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{31.82}{1.75} = 72.92МПа;$$

$$\sigma_{\square 2} = \square_{\square 2} \cdot \square_{\square} \cdot \square_{\square} \cdot \frac{\square_{\square\square}}{\square_{\square}} = 3,6 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{31.82}{1.75} = 65.46МПа;$$

Стійкість зубців проти втомного руйнування при згині забезпечується:

$$[\sigma]_{□1} = 457.15МПа; [□]_{□2} = 457.15МПа;$$

- 2.3.8. Розрахунок зубців на міцність при згині максимальним навантаженням

Максимальні напруження згину можна при перевантаженні:

$$\sigma_{□1□□□} = □_{□1}\frac{□_{2□□□}}{□_2} = 72.92\frac{36.38}{18.2} = 145.83МПа;$$

$$\sigma_{□2□□□} = □_{□2}\frac{□_{2□□□}}{□_2} = 574,97\frac{140,62}{70,31} = 130.92МПа;$$

Міцність зубців на згин при дії максимального навантаження також забезпечується, бо максимальні розрахункові напруження менші від граничних напружень:

$$[\sigma]_{□1□□□} = 1902.86МПа; [□]_{□2□□□} = 2297.15МПа;$$

2.3.9. Розрахунок параметрів зубчастої передачі

Розміри елементів зубців:

Висота головки зубця

$$h_{□} = □_{□} = 1.75мм;$$

Висота ніжки зубця

$$h_{□} = 1,25 \cdot □_{□} = 1,25 \cdot 1.75 = 2,1875мм;$$

Кут профілю зубців

$$\alpha_{□} = 20°;$$

Розміри вінців зубчатих коліс:

Ділильні діаметри

$□_1 = 36.75мм;$ $□_2 = 183.75мм;$

Діаметри вершин зубців:

$$□_{□1} = □_1 + 2 \cdot □_{□} = 36.75 + 2 \cdot 1.75 = 40.25мм;$$

$$□_{□2} = □_2 + 2 \cdot □_□ = 183.75 + 2 \cdot 1.75 = 187.25мм;$$

Діаметри впадин:

$$□_{□1} = □_1 - 2{,}5 \cdot □_□ = 36.75 - 2{,}5 \cdot 1.75 = 32.375мм;$$

$$□_{□2} = □_2 - 2{,}5 \cdot □_□ = 183.75 - 2{,}5 \cdot 1.75 = 179.375мм;$$

Міжосьова відстань передачі

$$□_□ = \frac{□_□(□_1 + □_2)}{2} = \frac{1.75(21 + 105)}{2} = 110мм;$$

- **2.3.10. Розрахунок сил у зачепленні передачі**

Колова сила: $□_□ = 990.13Н;$

Радіальна сила: $□_□ = \frac{□_□ \cdot □□□_□}{□□□□} = \frac{990.13 \cdot □□20°}{□□□0°} = 360.38Н;$

Осьова сила: $□_□ = □_□ = 990.13Н.$

1.6.Проектний розрахунок швидкохідного вала редуктора

Для виготовлення вала-шестерні беремо Сталь 40Х, для якої $σв = 610МПа$; $□m = 700МПа$;

Діаметр вала визначаємо з умови міцності на кручення, приймаємо $[τ] = 35МПа$;

$$□ \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot □}{□ \cdot [□]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 4{,}72}{3{,}14 \cdot 35}} = 8.82мм;$$

Беремо $□ = 10\ мм.$

$$□_n = 20мм - діаметр\ під\ підшипники.$$

- **3.1.2. Перевірка статичної міцності вала**

Сили в зачепленні (Рис. 3.1.):

$$□_□ = 108.55\ Н\ - сила\ від\ дії\ муфти;$$

$□_{□1} = 598.53Н$– колова сила;

$□_{□1} = 211.34Н$ – радіальна сила;

$□_{□1} = 52.84H$ – осьова сила;

Згинальний момент від сили $□_{□1}$:

$$M_{□1} = □_{□1}\frac{□_1}{2} = 52.84\frac{10}{2} = 416.1□ \cdot мм;$$

Крутний момент від сили $□_{□}$:

$$□ = □_{□}\frac{□_{□}}{2} = 598.53\frac{15.75}{2} = 4713.4\ H \cdot мм$$

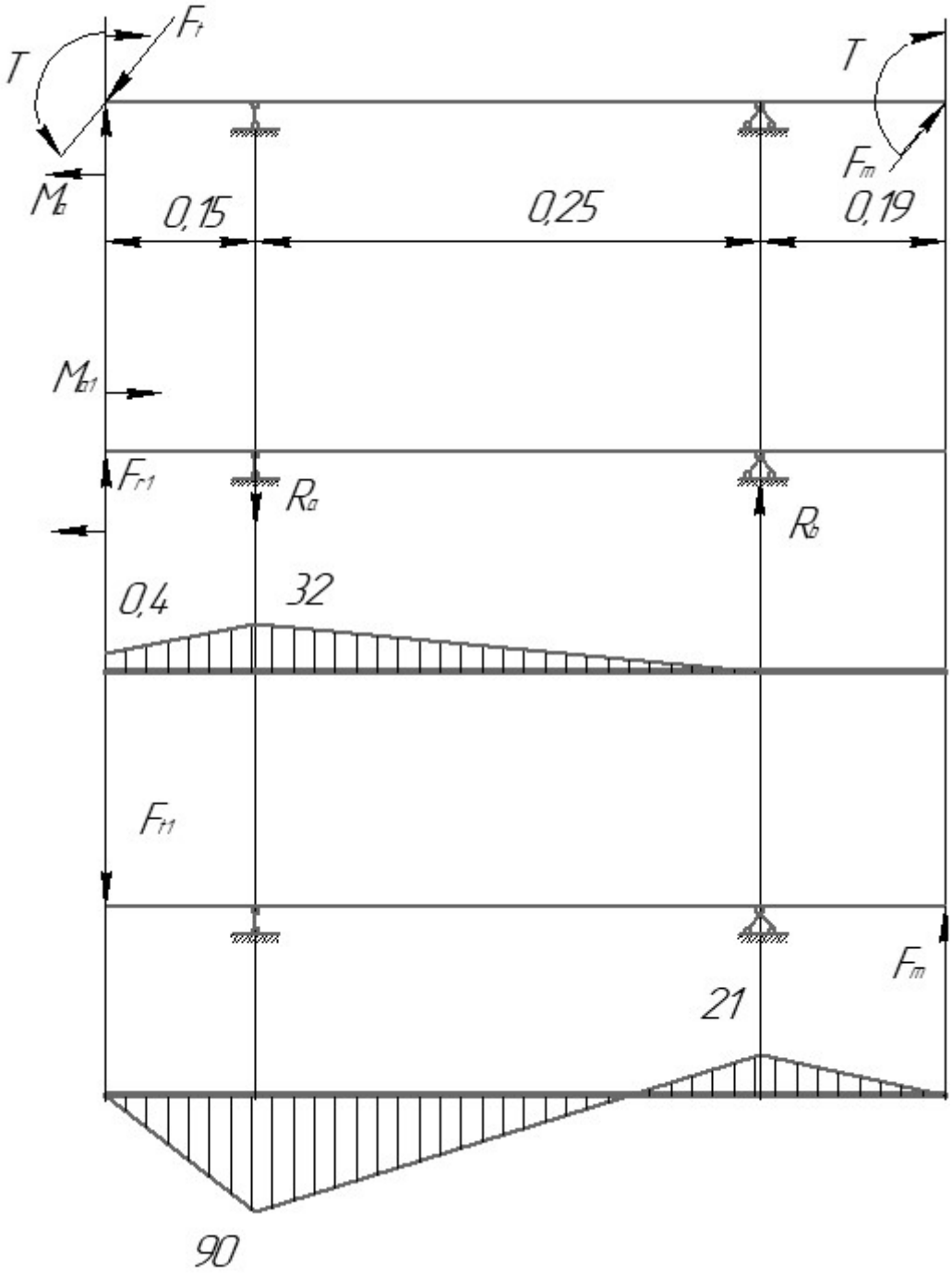


Рис. 1.5. Розрахункові схеми швидкохідного вала редуктора

У горизонтальній площині:

$$\Sigma M_{(A)} = R_{By} \cdot x_{AB} + F_r \cdot x_{AC} - R_{Ay} - F = 0;$$

$$R_{By} = \frac{-R_{Ay} \cdot x_{AB} + R_{Ay} + F}{x_{AB}} = \frac{-0{,}00 \cdot 0{,}00 + 0{,}00 + 0{,}0000}{0{,}00}$$

$$= -0{,}00\ \text{Н};$$

$$\Sigma M_{(A)} = -R_{By} \cdot x_{AB} - F - R_{Ay}(x_{AB} + x_{AC}) + M_{Ay} = 0;$$

$$R_{By} = \frac{-F - R_{Ay}(x_{AB} + x_{AC}) + M_{Ay}}{x_{AB}}$$

$$= \frac{-0{,}0000 - 0{,}00(0{,}00 + 0{,}00) + 0{,}00}{0{,}00}$$

$$= -0{,}00\ \text{Н};$$

У вертикальній площині:

$$\Sigma M_{(A)} = R_{By} x_{AB} + R_{By} \cdot (x_{AB} + x_{AC}) + R_{Ay} \cdot x_{AB} = 0;$$

$$R_{By} = \frac{-R_{By} \cdot (x_{AB} + x_{AC}) - R_{Ay} \cdot x_{AB}}{x_{AB}}$$

$$= \frac{-0{,}00 \cdot (0{,}00 + 0{,}00) - 0{,}00 \cdot 0{,}00}{0{,}00} = -0{,}00\ \text{Н};$$

$$\Sigma M_{(A)} = -R_{By} x_{AB} + R_{By} \cdot x_{AB} + R_{Ay} \cdot (x_{AB} + x_{AC}) = 0;$$

$$R_{By} = \frac{R_{By} \cdot x_{AB} + R_{Ay} \cdot (x_{AB} + x_{AC})}{x_{AB}}$$

$$= \frac{0{,}00 \cdot 0{,}00 + 0{,}00 \cdot (0{,}00 + 0{,}00)}{0{,}00} = 0{,}00\ \text{Н};$$

Сумарні згинальні моменти в перерізах I-I і II-II

$$□_□ = \sqrt{(□_□ \quad □)^{\ 2} + (□_□ \quad □)^{\ 2}} = \sqrt{(-3588.87)^{\ 2} + (-8977.8)^{\ 2}}$$
$$= 9668.55\ Н \cdot мм$$

$$□_{□□} = \sqrt{(□_□ \quad □□)^{\ 2} + (□_□ \quad □□)^{\ 2}} = \sqrt{(-4713.47)^{\ 2} + (2062.45)^{\ 2}}$$
$$= 5144.95\ Н \cdot мм$$

Оскільки діаметри вала у перерізах I-I і II-II однакові, крутні моменти також однакові, а згинальний момент у перерізі I-I більший, ніж у перерізі II-II, то перевірку міцності слід виконувати для перерізу I-I.

Номінальні напруження в перерізі:

$$\sigma_{зг} = \frac{32 \cdot □}{□ \cdot □^3} = \frac{32 \cdot 9668.55}{□ \cdot (20 \cdot 10^{-3})^{\ 3}} = 12.31\ МПа;$$

$$\sigma_{□} = \frac{4 \cdot □_□}{□ \cdot □^2} == \frac{4 \cdot 52.835}{□ \cdot (20 \cdot 10^{-3})^{\ 3}} = 3.37\ МПа;$$

$$\tau = \frac{16 \cdot □}{□ \cdot □^3} = \frac{16 \cdot 4713.38}{□ \cdot (20 \cdot 10^{-3})^{\ 3}} = 3.001\ МПа;$$

За III-м критерієм міцності визначаємо еквівалентні напруження:

$$\sigma_{екв} = \sqrt{(□_{зг} + □_c)^{\ 2} + 4□^{\ 2}} = \sqrt{(12.31 + 3.37)^{\ 2} + 4 \cdot 3.001^{\ 2}} = 16.78\ МПа;$$

Допустиме еквівалентне напруження:

$$[\sigma]_{екв} = 0{,}8 \cdot □_□ = 0{,}8 \cdot 700 = 560\ МПа;$$

Максимальне еквівалентне напруження при короткому перевантаженні:

$$\sigma_{екв}^{□□□} = □_{екв} \cdot □_n = 16.786 \cdot 2 = 33.57\ МПа;$$

Умова статичної міцності виконується, оскільки:

$$\sigma_{екв}^{□□□} = 33.57 \leq [□]_{екв} = 560\ МПа;$$

- **3.1.3. Розрахунок вала на витривалість**

Границя втоми матеріалу вала для симетричного циклу:

$$\sigma_{-1} = 0{,}45 \cdot □_в = 0{,}45 \cdot 610 = 274.5\ МПа;$$

$$\tau_{-1} = 0{,}25 \cdot \square_{в} = 0{,}25 \cdot 610 = 152.5\ МПа;$$

Амплітуди нормальних і дотичних напружень:

$$\sigma_{\square} = \frac{\square}{\square_{\square\square}} = \frac{9668.55}{785.4} = 12.3\ МПа;$$

$$\tau_{\square} = \frac{\square}{2 \cdot \square_{\square\square}} = \frac{4713.4}{2 \cdot 785.4} = 1.5\ МПа;$$

Середнє значення нормальних та дотичних напружень:

$$\sigma_{\square} = \frac{4 \cdot \square_{\square 1}}{\square \cdot \square^{2}} = \frac{4 \cdot 52.83}{\square \cdot (20 \cdot 10^{-3})^{2}} = 0.168\ МПа;$$

$\tau_{\square} = \square_{\square} = 1.5\ МПа$ – для випадку передавання навантажень;

Ефективні коефіцієнти концентрації напружень від швидкохідного паза:

$$\square_{\square} = \square_{\square} = 1;$$

Коефіцієнти чутливості матеріалу вала до симетрії циклу напружень:

$$\psi_{\sigma} = 0{,}02 + 2 \cdot 10^{-4} \square_{\square} = 0{,}02 + 2 \cdot 10^{-4} \cdot 610 = 0.142;$$
$$\psi_{\tau} = 0{,}5 \square_{\square} = 0{,}5 \cdot 0.142 = 0.071;$$

Коефіцієнт, що враховує вплив абсолютних розмірів перерізу вала $\square_{\square} = 0.89$;

Коефіцієнти запасу міцності за нормальними і дотичними напруженнями:

$$\square_{\square} = \frac{\square_{-1}}{\frac{\square_{\square} \cdot \square_{\square}}{\square_{\square}} + \square_{\square} \cdot \square_{\square}} = \frac{274.5}{\frac{1 \cdot 12.3}{1} + 0.142 \cdot 0.168} = 24.99;$$

$$\square_{\square} = \frac{\square_{-1}}{\frac{\square_{\square} \cdot \square_{\square}}{\square_{\square}} + \square_{\square} \cdot \square_{\square}} = \frac{152.5}{\frac{1 \cdot 1.5}{0.89} + 0.071 \cdot 1.5} = 85.1.$$

Сумарний коефіцієнт запасу:

$$\square = \frac{\square_{\square} \cdot \square_{\square}}{\sqrt{\square_{\square}^{2} \cdot + \square_{\square}^{2}}} = \frac{24.99 \cdot 85.1}{\sqrt{24.99^{2} \cdot + 85.1^{2}}} = 23.986$$

Загальний розрахунковий коефіцієнт запасу міцності:

$\square = 23.986 > [\square]_{\square\square\square} = 1{,}5$, отже міцність вала у перерізі забезпечується.

- **3.1.4. Аналіз умов навантаження та вибір типу, розміри підшипників**

Підбираємо підшипники кочення для вхідного вала редуктора за такими даними, одержаними при розрахунку вала:

$$□_□ = \sqrt{(□_{□□})^2 + (□_{□□})^{\ 2}} = \sqrt{(-947.87)^2 + (889.06)^{\ 2}} = 1299.57\ H$$

$$□_□ = \sqrt{(□_{□□})^2 + (□_{□□})^{\ 2}} = \sqrt{(-101.27)^2 + (-399.087)^{\ 2}} = 411.74\ H$$

Осьове навантаження вала $□_□ = 52.84\ H$ у опор вала для підшипників $□_n = 20мм$, кутова швидкість вала $\omega = 78.5\ c^{-1}$, потрібна довговічність підшипників $□_n = 10000год.$, при *90%* надійності, типовий режим навантаження вала – середній, короткочасне перевантаження до *200%*, робоча температура підшипників до *50°C*.

В перерізі А (оскільки для опори є найбільшим навантаженням):

$$\frac{□_□}{□_A} = \frac{52.84}{1299.57} = 0.041;$$

То для опор вала доцільно застосовувати роликові радіально-упорні підшипники серії 73. Підшипники обрано за ГОСТ, що наведений у специфікації.

- **3.1.5. Визначення розрахункового еквівалентного навантаження на підшипник**

Для типового режиму навантаження коефіцієнт інтенсивності: $□_□ = 0,57$.

Згідно з умови роботи підшипника, беремо: $□ = 1$ – обертання внутрішнього кільця підшипника, $□_□ = 1,47$ – коефіцієнт безпеки при короткочасних перевантаженнях до *200%*, $□_□ = 1$ – температурний коефіцієнт до *50°C*.

В даному випадку $□_□ = □_□ = 1299.57\ H$, а для роликових радіально-упорних підшипників:

$□_□ = □_□ = 52.84\ H$;

$$\frac{□_□}{□_0} = \frac{52.84}{17700} = 0.003;$$

Беремо параметр осьового навантаження $□ = 0,3$.

Оскільки відношення $\frac{□_□}{□ \cdot □_□} = \frac{52.84}{1 \cdot 1299.57} = 0.04 < □$, то беремо згідно з рекомендаціями $□ = 1; □ = 0.$

Розрахункове еквівалентне навантаження на підшипники:

$□ = (□ \cdot □ \cdot □_□ + □ \cdot □_□)□_б \cdot □_□ = (1 \cdot 1 \cdot 1299.57 + 0 \cdot 52.84)1.2 \cdot 1 =$ $1559.48\ Н$;З урахуванням режиму навантаження протягом строку служби:

$$□_□ = □_□ \cdot □ = 0.57 \cdot 1559.48 = 888.91\ Н;$$

- **3.1.6. Розрахунок довговічності підшипника**

$□ = 1$(для 90% надійності);

$□_{23} = 0{,}55$(для звичайних умов експлуатації).

Розрахункова довговічність підшипників $□ = 10/3$ $мм \cdot об.$

$$□ = □ \cdot □_{23}\left(\frac{□_□}{□_□}\right)^{□} = 1 \cdot 0.55\left(\frac{25000}{888.9}\right)^{10/3} = 37208.55;$$

У годинах:

$$□_г = \frac{1745 \cdot □}{□} = \frac{1745 \cdot 37208.55}{78.5} = 827119.88\ годин;$$

- **3.1.7 Підбір і перевірка на міцність шпонок валів редуктора**

- Розрахунок шпонок на вхідному валу (рис 3.6)
- Вхідні дані:
- -номінальний обертовий момент, що передається з’єднанням T=18,2 Нм
- -діаметр вала d=30мм

  За діаметром вала знаходимо параметри шпонки $b_ш$= 10 мм;

t_1=5 мм.

- За стандартом обираємо шпонку з l=10 мм

Беремо допустимі напруження $[\square]_{зм}$=100 МПа.

Робоча довжина шпонки:

$$l_0=\frac{2\cdot\square-}{\square(\square-\square_{1})[\square]_{зм}}=\frac{2\cdot 18.2}{30(10-5)\cdot 100}=2{,}43\ мм.$$

За стандартом, вибираємо шпонку з l=10 мм.

2. ПРОЕКТУВАННЯ КОРЕГОВАНОГО ЕВОЛЬВЕНТНОГО ЗАЧЕПЛЕННЯ ЗУБЧАСТИХ КОЛІС

2.1.Мета проведення корегування

Дана циліндрична зубчаста передача входить до складу привода установки 1246Р. Визначення геометричних розмірів передачі проводилося раніше, де вихідними даними для розрахунку були крутні моменти, швидкості і частоти обертання валів, які несуть колеса, а також передавальне відношення. Врахували заданий строк експлуатації, режим роботи і коефіцієнт перевантаження. Для виготовлення шестерні та колеса вибрали матеріал сталь 40Х із термообробкою – поліпшення.

Колеса передбачалося нарізати без зміщення інструменту, тобто не корегованими. При цьому показники якості зачеплення не досліджувались. Завдання полягає в тому, щоб провести перевірку показників якості спроектованої передачі, та разі необхідності, не змінюючи міжосьової відстані, знайденої з умови контактної міцності зуба, також незмінними мають залишитися модуль і кількість зубців коліс.

Подальша робота спрямована на проектування оптимальної передачі, за допомогою показників якості зачеплення, шляхом вибору раціональних значень коефіцієнтів зміщення.

2.2.Вибір коефіцієнтів зміщення

Передача оптимізується за такими якісними показниками:

- коефіцієнт торцевого перекриття ε_α;
- коефіцієнт питомого ковзання λ;
- коефіцієнт питомого тиску θ.

Слід також враховувати коефіцієнт товщини зубця у вершині, оскільки надмірне загострення зубця може призвести до неприпустимого зменшення його міцності у вершині в перший момент контакту.

Коефіцієнт торцевого перекриття (у програмі K-PRO позначений як «ea») контролюється для того, щоб зачеплення було неперервним. Для даної передачі, яка є прямозубою, по 8-ому ступеню точності будемо мати таке обмеження

$$\varepsilon_\alpha \geq 1,2;$$

тобто допустимі значення коефіцієнта торцевого перекриття.

Коефіцієнт питомого ковзання характеризує ступінь ковзання коліс у процесі зачеплення. При подальшому розрахунку у програмі K-PRO будемо вибирати такі коефіцієнти зміщення шестерні і колеса за яких спостерігаються найбільш близькі за значеннями коефіцієнти питомого ковзання (позначені як «lam1» та «lam2»).

Коефіцієнт питомого тиску враховує вплив кривини профілів зубців на контактні напруження (у програмі позначений як «teta»).

При виборі коефіцієнтів зміщення в першу чергу мають виконуватись такі умови: відсутність підрізання зубців та загострення їх вершин, неперервність зачеплення. За деякого від'ємного значення коефіцієнта зміщення відбувається підрізання ніжки зубця, а за деякого додатного – можливе загострення головки. Подібні форми зубця неприпустимі. Тому вибрані коефіцієнти зміщення для шестерні та колеса повинні бути більше за x_{min1} та x_{min} («xmin1» та «xmin2»), які будуть розраховані програмою. Загострення зубця характеризується коефіцієнтом товщини зубця («sk1» та «sk2»), граничні значення якого визначаються структурою матеріалу і видом термообробки. Для термообробки поліпшення маємо

$$S_a \geq 0,25..0,3.$$

2.3.Розрахунок параметрів не корегованої передачі

Порядок розрахунку:

1. Запуск програми K-PRO.

2. Вводимо дані:

- кількість зубців z_1 і z_2;
- модуль зачеплення m;
- кут нахилу зубця β.

Підтвердивши, що введена міжосьова відстань, вводимо її значення.

Вхідні дані:

Число зубців шестерні z1 = 21

Число зубців колеса z2 = 105

Модуль зачеплення m = 1.75

Кут нахилу лінії зубця β=0

Міжосьова відстань a_ω=110.

3. Задаємо діапазон зміни x_1 в межах від 0 до 0.
   Отримані дані записуємо в Табл. 2.1.

Табл. 2.1. Показники якості не корегованого зачеплення

x1	x2	sk1	sk2	ea	lam1	lam2	teta
0	0	0.701	0.809	1.713	3.876	0.178	0.334

xmin1 = -0.235 xmin2 = -5.176

Для колеса і шестерні було обрано матеріал сталь 40Х термообробкою – поліпшення. Граничне значення коефіцієнту товщини зубця для цього виду термообробки є $S_\alpha \geq 0{,}25\ldots0{,}3$, а розрахований в програмі при нульовому зміщенні становить $S_1 = 0.701$ – для шестерні та Sk2=0.809 – для колеса. Тобто матеріал задовольняє умову не загострення зубців. Коефіцієнт перекриття нульового зміщення випадку має значення ε_α=1.713>[ε_α]=1.2 – зачеплення неперервне. Якщо розрахувати коефіцієнти ковзання λ_1 і λ_2 спроектованої зубчастої передачі без зміщення, за допомогою програми K-PRO, то отримаємо такі результати: λ_1=3.876, λ_1=0.178. Отже, спрацювання колеса та шестерні відбуватиметься нерівномірно. Далі розраховуємо інші параметри передачі, прийнявши коефіцієнт зміщення шестерні $x_1 = 0$

Виберіть коефіцієнт зміщення шестерні x1 = 0
Вибраний коефіцієнт зміщення шестерні x1 = .000
Вибраний коефіцієнт зміщення колеса x2 = .000
Параметри з'єднання:
Міжосьова відстань aw = 110.250
Кут зачеплення (град) altw = 20.000
Висота зуба hi = 3.938
Коефіцієнт торцевого перекриття ea = 1.713
Коефіцієнт тиску в полюсі teta = 0.334
Параметри шестерні:
Радіус ділильного кола r = 18.375
Радіус початкового кола rw = 18.375
Радіус кола вершин ra = 20.125
Радіус кола впадин rf = 16.188
Радіус основного кола rb = 17.267
Коеф. товщини по колу вершин sk = 0. 701
Коефіцієнт питомого ковзання lam = 3.876

Параметри колеса:
Радіус ділильного кола r = 91.875
Радіус початкового кола rw = 91.875
Радіус кола вершин ra = 93.625
Радіус кола впадин rf = 89.688
Радіус основного кола rb = 86.334

Коеф. товщини по кола вершин sk = 0. 809
Коефіцієнт питомого ковзання lam = 0. 178

Обчислюємо за допомогою програми координати двадцяти точок профілю зубців шестерні та колеса і записуємо відповідно у Табл. 2.2. і Табл. 2.3.

Табл. 2.2. Координати точок профілю зубця шестерні

N	Уч-к	xk	yk
1	Прхд	2.31448	16.02113
2	Прхд	1.92045	16.19726
3	Прхд	1.70648	16.45893
4	Прхд	1.60446	16.71531
5	Прхд	1.55835	16.97019
6	Прхд	1.54859	17.23689
7	Эвлв	1.54869	17.29361
8	Эвлв	1.54577	17.37513
9	Эвлв	1.53796	17.48125
10	Эвлв	1.52338	17.61170
11	Эвлв	1.50018	17.76607
12	Эвлв	1.46654	17.94386
13	Эвлв	1.42065	18.14447
14	Эвлв	1.36074	18.36719
15	Эвлв	1.28507	18.61122

16	Эвлв	1.19196	18.87563
17	Эвлв	1.07976	19.15942
18	Эвлв	.94688	19.46151
19	Эвлв	.79178	19.78068
20	Эвлв	.61300	20.11566

Табл. 2.3. Координати точок профілю зубця колеса

N	Уч-к	xk	yk
1	Прхд	2.57317	88.34731
2	Прхд	2.23647	88.45932
3	Прхд	2.05286	88.65287
4	Прхд	1.96531	88.83896
5	Прхд	1.91814	89.01749
6	Прхд	1.88860	89.20048
7	Эвлв	1.82837	89.38805
8	Эвлв	1.76478	89.58118
9	Эвлв	1.69773	89.77986
10	Эвлв	1.62714	89.98403
11	Эвлв	1.55292	90.19366
12	Эвлв	1.47499	90.40871

13	Эвлв	1.39326	90.62912
14	Эвлв	1.30764	90.85484
15	Эвлв	1.21806	91.08586
16	Эвлв	1.12442	91.32209
17	Эвлв	1.02665	91.56350
18	Эвлв	0.92466	91.81004
19	Эвлв	0.81837	92.06166
20	Эвлв	0.70769	92.31830

2.4.Розрахунок параметрів корегованої передачі

Проведемо корегування даної передачі. Для цього межі зміни коефіцієнта зміщення шестерні задаємо від 0 до 1. Отримані дані записуємо в Табл. 2.4.

Табл. 2.4. Показники якості корегованого зачеплення при $0 \le x_1 \le 1$

x1	x2	sk1	sk2	ea	lam1	lam2	teta
.000	.000	.701	.809	1.713	3,876	.178	.334
.100	-.100	.665	.817	1.691	2,687	.195	.334
.200	-.200	.626	.823	1.665	1,942	.212	.334
.300	-.300	.583	.829	1.638	1.432	.229	.334
.400	-.400	.537	.834	1.608	1,061	.247	.334
.500	-.500	.487	.838	1.576	.779	.264	.334
.600	-.600	.434	.841	1.542	.557	.282	.334
.700	-.700	.378	.843	1.505	.377	.299	.334
.800	-.800	.319	.844	1.467	.230	.317	.334
.900	-.900	.256	.844	1.426	.106	.335	.334

1.000	-1.000	.191	.843	1.383	.000	.353	.334

xmin1 = -.235 xmin2 = -5.176

Вирівнювання коефіцієнтів ковзання λ_1 і λ_2 відбувається в діапазоні x_1=0.7-0.8. Отже в наступному розрахунку будемо використовувати межі коефіцієнту зміщення x_1 від 0.7 до 0.8. Отримані дані представлено в Табл. 2.5.

Табл. 2.5. Показники якості корегованого зачеплення при*0.7 ≤ □₁ ≤ 0.8*

x1	x2	sk1	sk2	ea	lam1	lam2	teta
.700	-.700	.378	.843	1.505	.377	.299	.334
.710	-.710	.373	.843	1.501	.361	.301	.334
.720	-.720	.367	.843	1.498	.346	.303	.334
.730	-.730	.361	.843	1.494	.330	.305	.334
.740	-.740	.355	.844	1.490	.315	.306	.334
.750	-.750	.349	.844	1.486	.300	.308	.334
.760	-.760	.343	.844	1.482	.285	.310	.334
.770	-.770	.337	.844	1.478	.271	.312	.334
.780	-.780	.331	.844	1.474	.257	.314	.334
.790	-.790	.325	.844	1.471	.243	.315	.334
.800	-.800	.319	.844	1.467	.230	.317	.334

xmin1 = 0.235 xmin2 = -5.176

Вирівнювання коефіцієнтів ковзання λ_1 і λ_2 відбувається в діапазоні *0.740 ≤ □₁ ≤ 0.750*. Отже в наступному розрахунку будемо використовувати межі коефіцієнту зміщення x_1 від 0,740 до 0,750. Отримані дані представлено в Табл.2.6.

Табл. 2.6. Показники якості корегованого зачеплення при *0.740 ≤ □₁ ≤ 0.750*

x1	x2	sk1	sk2	ea	lam1	lam2	teta
.740	-.740	.355	.844	1.490	.315	.306	.334

.741	-.741	.354	.844	1.490	.313	.307	.334
.742	-.742	.354	.844	1.489	.312	.307	.334
.743	-.743	.353	.844	1.489	.310	.307	.334
.744	-.744	.353	.844	1.488	.309	.307	.334
.745	**-.745**	**.352**	**.844**	**1.488**	**.307**	**.307**	**.334**
.746	-.746	.351	.844	1.488	.306	.307	.334
.747	-.747	.351	.844	1.487	.304	.308	.334
.748	-.748	.350	.844	1.487	.303	.308	.334
.749	-.749	.350	.844	1.487	.302	.308	.334
.750	-.750	.349	.844	1.486	.300	.308	.334

xmin1 = -.235 xmin2 = -5.176

Вирівнювання коефіцієнтів ковзання відбувається при x_1=0.745 .

Розрахований в програмі коефіцієнт товщини зубця при такому зміщенні становитьS^*_α=0.352 – для шестерні та S^*_α=0.844 – для колеса. Тобто матеріал задовольняє умову не загострення зубців. Коефіцієнт перекриття в цьому випадку має значення ε_α=1,488>[ε_α]=1.2 – зачеплення неперервне. А коефіцієнти ковзання λ_1 і λ_2 спроектованої зубчастої передачі зі зміщенням будуть $\lambda_1 = \lambda_2 = 0{,}307$. Отже спрацювання колеса та шестерні відбуватиметься рівномірно і сумарний ресурс передачі збільшується.

Далі розраховуємо інші параметри передачі, прийнявши коефіцієнт зміщення шестерні x_1=0.745

Параметри з’єднання:

Міжосьова відстань aw = 110.250

Кут зачеплення (град) altw = 20.000

Висота зуба hi = 3.938

Коефіцієнт торцевого перекриття ea = 1,488

Коефіцієнт тиску в полюсі teta = 0.334

Параметри шестерні:

Радіус ділильного кола r = 18,375

Радіус початкового кола rw = 18,375

Радіус кола вершин ra = 21,429

Радіус кола впадин rf = 17,491
Радіус основного кола rb = 17,267
Коеф. товщини по колу вершин sk = 0. 352
Коефіцієнт питомого ковзання lam = 0. 307
Параметри колеса:
Радіус ділильного кола r = 91.875
Радіус початкового кола rw = 91.875
Радіус кола вершин ra = 92.321
Радіус кола впадин rf = 88.384
Радіус основного кола rb = 86.334
Коеф. товщини по кола вершин sk = 0.884
Коефіцієнт питомого ковзання lam = 0. 307

Отже обчислимо за допомогою програми координати вісімнадцяти точок профілю зубців шестерні та колеса і запишемо їх відповідно у Табл. 2.7. і Табл. 2.8.

Табл. 2.7. Координати точок профілю зубця шестерні

N	Уч-к	xk	yk
1	Прхд	2.50089	17.31148
2	Прхд	2.19086	17.44185
3	Прхд	2.03776	17.60625
4	Прхд	1.97525	17.72580
5	Прхд	1.94822	17.80751
6	Прхд	1.93543	17.86610
7	Эвлв	1.90393	18.03073
8	Эвлв	1.86334	18.21141

9	Эвлв	1.81262	18.40771
10	Эвлв	1.75073	18.61916
11	Эвлв	1.67667	18.84522
12	Эвлв	1.58943	19.08531
13	Эвлв	1.48807	19.33882
14	Эвлв	1.37164	19.60505
15	Эвлв	1.23923	19.88330
16	Эвлв	1.08997	20.17281
17	Эвлв	0.92300	20.47275
18	Эвлв	0.73754	20.78229
19	Эвлв	0.53279	21.10052
20	Эвлв	0.30802	21.42654

Табл. 2.8. Координати точок профілю зубця шестерні

N	Уч-к	xk	yk

1	Прхд	2.53576	88.34731
2	Прхд	2.16114	88.45932
3	Прхд	1.94323	88.65287
4	Прхд	1.82498	88.83896
5	Прхд	1.75065	89.01749
6	Прхд	1.69791	89.20048
7	Эвлв	1.65199	89.38805
8	Эвлв	1.60298	89.58118
9	Эвлв	1.55076	89.77986
10	Эвлв	1.49526	89.98403
11	Эвлв	1.43636	90.19366
12	Эвлв	1.37398	90.40871
13	Эвлв	1.30802	90.62912
14	Эвлв	1.23839	90.85484
15	Эвлв	1.16498	91.08586
16	Эвлв	1.08771	91.32209
17	Эвлв	1.00648	91.56350
18	Эвлв	0.92121	91.81004
19	Эвлв	0.83179	92.06166

20	Эвлв	0.73813	92.31830

За розрахованими програмою координатами точок профілів зубців шестерні і колеса на рис. 2.1. зображуємо відповідно кореговані та не кореговані профілі зубців.

Рис. 2.1. Кориговані та не кориговані профілі зубців колеса та шестерні.

2.5.Висновки:

В результаті проведеного корегування були визначені коефіцієнти зміщення (x_1=0.745 x_2=-0.745), при яких основні геометричні показники якості зачеплення зубчастої передачі отримали оптимальні значення.

1. умова неперервності зачеплення виконується, оскільки ε_α=1,488.
2. умова рівномірного спрацювання шестерні і колеса виконується через те, що коефіцієнти ковзання однакові.
3. підрізання зубців не відбувається: x_1=0.745>x_{min1}=-0.235, x_2=-0.745>x_{min2}=-5.176.

4. загострення зубців відбувається в заданих межах для призначеного способу термообробки, а саме поліпшення, оскільки sk1=0.352>0.25; sk2=0.844>0.25.

У випадку коригованої передачі знос шестерні та зубчастого колеса є рівномірним. Отже строк служби передачі буде більшим.

3. ПРОЕКТУВАННЯ ОПОРНОЇ ПЛИТИ

Для круглої опорної плити східчасто-змінної товщини побудувати в безрозмірній формі епюри $\frac{M_r}{qr_1^2}$, $\frac{M_t}{qr_1^2}$, $\frac{W}{qr_1^4}$ та визначити по IV теорії міцності граничне навантаження і максимальне переміщення, якщо $[\sigma] = 160$ МПа, $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, $\mu = 0{,}3$, $H_p = 2см$, $b_p = 0{,}4см$.

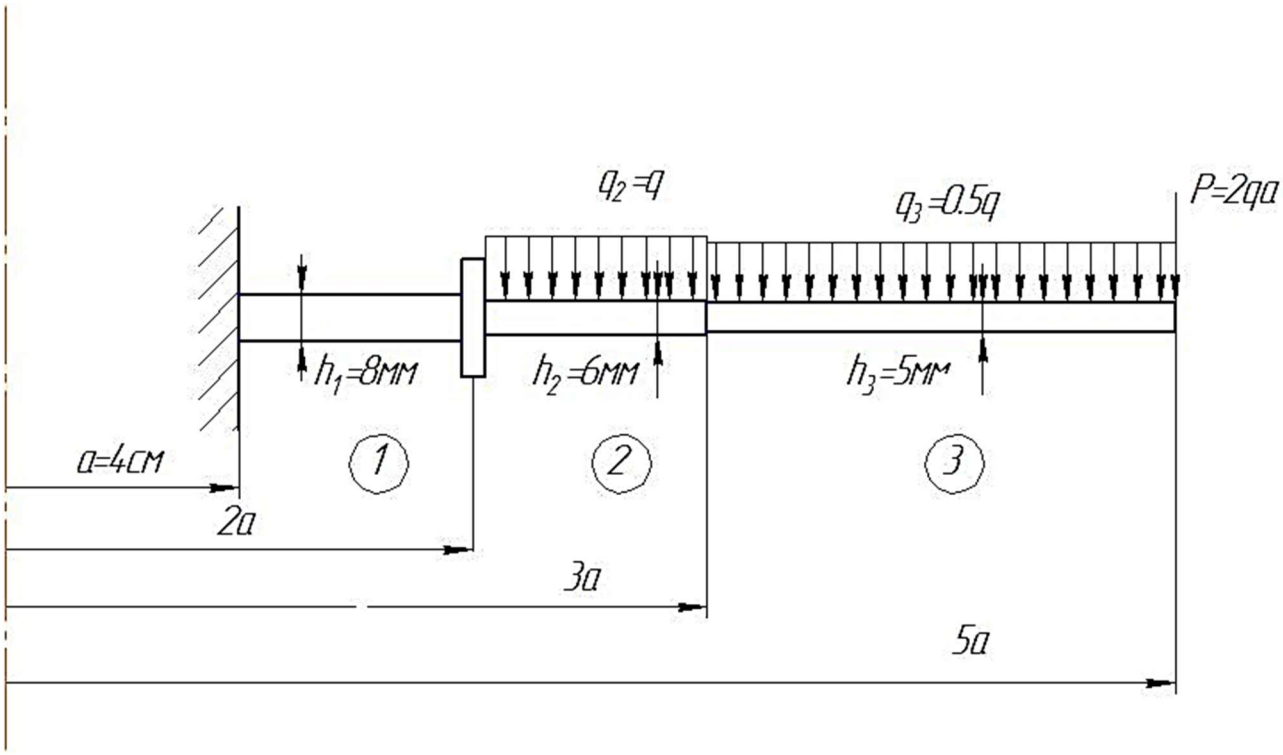


Рис.3.1 Розрахункова схема

Розв'яжемо цю задачу методом двох розрахунків для симетричних пластин східчасто-змінної товщини. Перший розрахунок проводиться по формулі $\underline{X}_{i2} = L_i \underline{X}_{i1}$. Другий розрахунок ведуть по формулі $\underline{X}_{i2} = L_i \underline{X}_{i1} + R_i$. Вектор напружено

деформованого стану знаходимо по формулі $X = C\underline{X} + \underline{\underline{X}}$, де стала С знаходиться із граничних умов на кінці пластинки.

Введемо позначення:

L_i– матриця переходу,

R_i –вектор навантаження,

D_i – циліндрична жорсткість,

λ_i – відношення радіусів

Підрахуємо значення L_i, R_i, D_i, λ_i.

Визначимо λ_i: $\lambda_i = \frac{r_{i1}}{r_{i2}}$

$$\lambda_1 = \frac{r_{11}}{r_{12}} = \frac{4}{7,8} = 0,513 \quad ; \quad \lambda_2 = \frac{r_{21}}{r_{22}} = \frac{8,2}{12} = 0,683 \quad ; \quad \lambda_3 = \frac{r_{31}}{r_{32}} = \frac{12}{20} = 0,6$$

Відношення жорсткостей пластини:

$$D_i = \frac{Eh_i^3}{12(1-\mu^2)}; \qquad D_1 = \frac{2\cdot 10^5 \cdot 0,8^3 \cdot 10^{-6}}{12\left(1-0,3^2\right)} = 0,009377 МН\cdot м \quad ;$$

$$\frac{D_2}{D_1} = \frac{h_2^3}{h_1^3} = \left(\frac{6}{8}\right)^3 = 0,4219 \quad ; \quad \frac{D_1}{D_2} = \frac{h_1^3}{h_2^3} = \left(\frac{8}{6}\right)^3 = 2,3703 \quad ;$$

$$\frac{D_3}{D_1} = \frac{h_3^3}{h_1^3} = \left(\frac{5}{8}\right)^3 = 0,2441 \quad ; \quad \frac{D_1}{D_3} = \frac{h_1^3}{h_3^3} = \left(\frac{8}{5}\right)^3 = 4,0960$$

Знайдемо матриці переходу від початку до кінця ділянки:

$$L_i = \left(\psi_{\vartheta\vartheta}(\lambda_i)\ \tfrac{D_1}{D_i}\psi_{\vartheta m}(\lambda_i)\ \tfrac{D_i}{D_1}\psi_{r\vartheta}(\lambda_i)\ \psi_{rm}(\lambda_i)\right);$$

$$L_1 = \begin{pmatrix} \psi_{\vartheta\vartheta}(0,513) & \frac{D_1}{D_1}\psi_{\vartheta m}(0,513) \\ \frac{D_1}{D_1}\psi_{r\vartheta}(0,513) & \psi_{rm}(0,513) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,5211 & 0,3684 \\ 0,3352 & 0,7421 \end{pmatrix}$$

$$L_2 = \begin{pmatrix} \psi_{\vartheta\vartheta}(0,683) & \frac{D_1}{D_2}\psi_{\vartheta m}(0,683) \\ \frac{D_2}{D_1}\psi_{r\vartheta}(0,683) & \psi_{rm}(0,683) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,6532 & 0,6322 \\ 0,1024 & 0,8133 \end{pmatrix}$$

$$L_3 = \begin{pmatrix} \psi_{\vartheta\vartheta}(0,6) & \frac{D_1}{D_2}\psi_{\vartheta m}(0,6) \\ \frac{D_2}{D_1}\psi_{r\vartheta}(0,6) & \psi_{rm}(0,6) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,5840 & 1,3103 \\ 0,0710 & 0,7760 \end{pmatrix}$$

$$\frac{EI}{R_K D_1} = \frac{2\cdot 10^{11}\cdot 2,667\cdot 10^{-9}}{0,08\cdot 0,009377\cdot 10^{6}} = 0,7118 \quad ; \quad I = \frac{b\cdot H_p^3}{12} = 2,667\cdot 10^{-9}\,м^4$$

$$L_p = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \dfrac{EI}{R_K D_1} & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0,7118 & 1 \end{pmatrix}$$

Визначення сил реакцій R і сил на початку ділянок

$$\sum F_{iz} = 0$$

$$R_1 = q\pi((3a)^2 - (2a + 0,05a)^2 + 0,5q\pi((5a)^2 - (3a)^2) + 2qa\cdot 2\pi\cdot 5a =$$
$$= qa^2(15,07 + 25,13 + 62,83) = 103,03qa^2$$

$$p_{11} = R = 103,03qa^2 \; ; \; p_{21} = R - 0 = 103,03qa^2 \; ; \; p_{31} = R - 15,07qa^2 = 87,96qa^2$$

Знайдемо вектор навантаження: $R_i = \left(\frac{\mathrm{p}_{i1}}{D_1}\cdot\frac{D_1}{D_i}\psi_{\vartheta\mathrm{p}}(\lambda_i) + \frac{q_i r_{i2}^2}{D_1}\cdot\frac{D_1}{D_i}\psi_{\vartheta q}(\lambda_i)\ \frac{\mathrm{p}_{i1}}{D_1}\psi_{rp}(\lambda_i) + \frac{q_i r_{i2}^2}{D_1}\psi_{rq}(\lambda_i)\right)$;

$$R_1 = \frac{qa^2}{D_1}\begin{pmatrix} 103,03\psi_{\vartheta q}(0,513) + 0 \\ 103,03\psi_{rq}(0,513) + 0 \end{pmatrix} = \frac{qa^2}{D_1}\begin{pmatrix} 103,03\cdot 0,0239 \\ 103,03\cdot 0,0897 \end{pmatrix} = \frac{qa^2}{D_1}\begin{pmatrix} 2,4624 \\ 9,2418 \end{pmatrix} \; ;$$

$$R_2 = \begin{pmatrix} 103,03\cdot 2,3703\cdot\psi_{\vartheta p}(0,683) - 9\cdot 2,3703\psi_{\vartheta q}(0,683) \\ 103,03\psi_{rp}(0,683) - 9\psi_{rq}(0,683) \end{pmatrix}\frac{qa^2}{D_1} =$$
$$= \begin{pmatrix} 244,2120\cdot 0,0092 - 21,3327 \\ 103,03\cdot 0,0544 - 9\cdot 0,0415 \end{pmatrix}\frac{qa^2}{D_1} = \begin{pmatrix} 2,2254 \\ 5,2313 \end{pmatrix}\frac{qa^2}{D_1}$$

$$R_3 = \begin{pmatrix} 87,96\cdot 4,096\psi_{\vartheta p}(0,6) - 25\cdot 4,096\psi_{\vartheta q}(0,6) \\ 87,96\psi_{rp}(0,6) - 25\psi_{rq}(0,6) \end{pmatrix}\frac{qa^2}{D_1} =$$
$$= \begin{pmatrix} 360,2842\cdot 0,0152 - 102,4\cdot 8,42\cdot 10^{-3} \\ 87,96\cdot 0,0707 - 9\cdot 0,0622 \end{pmatrix}\frac{qa^2}{D_1} = \begin{pmatrix} 4,6141 \\ 4,6638 \end{pmatrix}\frac{qa^2}{D_1}$$

Перший розрахунок

Вектор $\underline{X}$ вибираємо з врахуванням того, що на внутрішньому краю защемлення, тому $\overline{X}_{11} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$$\overline{X}_{12} = L_1\overline{X}_{11} = \begin{pmatrix} 0,5211 & 0,3684 \\ 0,3352 & 0,7421 \end{pmatrix}\cdot\begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0,3684 \\ 0,7421 \end{Bmatrix},$$

$$\overline{X}_{21} = L_p \overline{X}_{21} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0,7118 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 0,3684 \\ 0,7421 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0,3684 \\ 1,0043 \end{Bmatrix}$$

$$\overline{X}_{31} = \overline{X}_{22} = L_2 \overline{X}_{21} = \begin{pmatrix} 0,6532 & 0,6322 \\ 0,1024 & 0,8133 \end{pmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 0,3684 \\ 1,0043 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0,8756 \\ 0,8545 \end{Bmatrix}$$

$$\overline{X}_{32} = L_3 \overline{X}_{31} = \begin{pmatrix} 0,5840 & 1,3103 \\ 0,0710 & 0,7760 \end{pmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 0,8756 \\ 0,8545 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1,6302 \\ 0,7253 \end{Bmatrix}$$

Другий розрахунок

Оскільки внутрішній край защемлений, то вектор $\underline{\underline{X}}_{11}$ приймає вигляд:

$$\underline{\underline{X}}_{11} = (0\ 0)$$

$$\overline{\overline{X}}_{12} = L_1 \overline{\overline{X}}_{11} + R_1 = \begin{pmatrix} 0,5211 & 0,3684 \\ 0,3352 & 0,7421 \end{pmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \frac{qa^2}{D_1} \begin{pmatrix} 2,4624 \\ 9,2418 \end{pmatrix} = \begin{Bmatrix} 2,4624 \\ 9,2418 \end{Bmatrix} \frac{qa^2}{D_1}$$

$$\overline{\overline{X}}_{21} = L_p \overline{\overline{X}}_{12} + R_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0,7118 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 2,4624 \\ 9,2418 \end{Bmatrix} \frac{qa^2}{D_1} + \begin{pmatrix} 2,2254 \\ 5,2313 \end{pmatrix} \frac{qa^2}{D_1} = \begin{Bmatrix} 4,6878 \\ 16,2258 \end{Bmatrix} \frac{qa^2}{D_1}$$

$$\overline{\overline{X}}_{31} = \overline{\overline{X}}_{22} = L_2 \overline{\overline{X}}_{21} + R_2 = \begin{pmatrix} 0,6532 & 0,6322 \\ 0,1024 & 0,8133 \end{pmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 4,6878 \\ 16,2258 \end{Bmatrix} \frac{qa^2}{D_1} + \begin{pmatrix} 2,2254 \\ 5,2313 \end{pmatrix} \frac{qa^2}{D_1} = \begin{Bmatrix} 15,5454 \\ 18,9078 \end{Bmatrix} \frac{qa^2}{D_1}$$

$$\overline{\overline{X}}_{32} = L_3 \overline{\overline{X}}_{31} + R_3 = \begin{pmatrix} 0,5840 & 1,3103 \\ 0,0710 & 0,7760 \end{pmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 15,5454 \\ 18,9078 \end{Bmatrix} \frac{qa^2}{D_1} + \begin{Bmatrix} 4,6141 \\ 4,6638 \end{Bmatrix} \frac{qa^2}{D_1} = \begin{Bmatrix} 38,4638 \\ 20,4400 \end{Bmatrix} \frac{qa^2}{D_1}$$

Для двох розрахунків

$$X = \overline{X} \cdot C + \overline{\overline{X}} \left(\left(\frac{\overline{M}_r}{D_1} \right)_{32} \cdot C + \left(\frac{\overline{\overline{M}}_r}{D_1} \right)_{32} \right) = 0$$

З цього рівняння отримуємо невідому C:

$$0,7253 \cdot C + 20,4400 \cdot \frac{qa^2}{D_1} = 0 \quad ;$$

$$C = -28,1814 \frac{qa^2}{D_1}$$

Згідно з рівністю $\mathrm{X} = \underline{\mathrm{X}} \cdot \mathrm{C} + \underline{\underline{\mathrm{X}}}$ знайдемо значення вектора стану X:

$$X_{11} = \overline{X}_{11} \cdot C + \overline{\overline{X}}_{11} = \frac{qa^2}{D_1} \left[\begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \cdot (-28,1814) + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \right] = \begin{Bmatrix} 0 \\ -28,1814 \end{Bmatrix} \frac{qa^2}{D_1}$$

$$X_{12}=\overline{X}_{12}\cdot C+\overline{\overline{X}}_{12}=\frac{qa^2}{D_1}\left[\begin{Bmatrix}0,3684\\0,7421\end{Bmatrix}\cdot(-28,1814)+\begin{Bmatrix}2,4624\\9,2418\end{Bmatrix}\right]=\begin{Bmatrix}-7,9196\\-20,9130\end{Bmatrix}\frac{qa^2}{D_1}$$

$$X_{21}=\overline{X}_{21}\cdot C+\overline{\overline{X}}_{21}=\frac{qa^2}{D_1}\left[\begin{Bmatrix}0,3684\\1,0043\end{Bmatrix}\cdot(-28,1814)+\begin{Bmatrix}4,6878\\16,2258\end{Bmatrix}\right]=\begin{Bmatrix}-5,6942\\-12,0370\end{Bmatrix}\frac{qa^2}{D_1}$$

$$X_{31}=X_{22}=\overline{X}_{22}\cdot C+\overline{\overline{X}}_{22}=\frac{qa^2}{D_1}\left[\begin{Bmatrix}0,8756\\0,8545\end{Bmatrix}\cdot(-28,1814)+\begin{Bmatrix}15,5454\\18,9078\end{Bmatrix}\right]=\begin{Bmatrix}-9,1295\\-5,1394\end{Bmatrix}\frac{qa^2}{D_1}$$

$$X_{32}=\overline{X}_{32}\cdot C+\overline{\overline{X}}_{32}=\frac{qa^2}{D_1}\left[\begin{Bmatrix}1,6309\\0,7253\end{Bmatrix}\cdot(-28,1814)+\begin{Bmatrix}38,4638\\20,4400\end{Bmatrix}\right]=\begin{Bmatrix}-7,4327\\0\end{Bmatrix}\frac{qa^2}{D_1}$$

Радіальні момент:

$(M_r)_{11}=-28,1814qa^2$ $\qquad$ $(M_r)_{22}=(M_r)_{31}-5,1394qa^2$

$(M_r)_{12}=-20,9130qa^2$ $\qquad$ $(M_r)_{32}=0$

$(M_r)_{21}=-12,0370qa^2$

Круговий момент:

$$\left(\frac{\mathrm{M}_t}{D_1}\right)_{ik}=\mu\left(\frac{M_r}{D_1}\right)_{ik}+\frac{D_i}{D_1}\left(\frac{\vartheta}{r}\right)_{ik}(1-\mu^2)$$

$$\left(\frac{M_t}{D_1}\right)_{11}=\mu\left(\frac{M_r}{D_1}\right)_{11}+\frac{D_1}{D_1}\left(\frac{\vartheta}{r}\right)_{11}\left(1-\mu^2\right)=-28,1814qa^2$$

$$\left(\frac{M_t}{D_1}\right)_{12}=\mu\left(\frac{M_r}{D_1}\right)_{12}+\frac{D_1}{D_1}\left(\frac{\vartheta}{r}\right)_{12}\left(1-\mu^2\right)=-13,4807qa^2$$

$$\left(\frac{M_t}{D_1}\right)_{21}=\mu\left(\frac{M_r}{D_1}\right)_{21}+\frac{D_2}{D_1}\left(\frac{\vartheta}{r}\right)_{21}\left(1-\mu^2\right)=-5,7973qa^2$$

$$\left(\frac{M_t}{D_1}\right)_{22}=\mu\left(\frac{M_r}{D_1}\right)_{22}+\frac{D_2}{D_1}\left(\frac{\vartheta}{r}\right)_{22}\left(1-\mu^2\right)=-5,0469qa^2$$

$$\left(\frac{M_t}{D_1}\right)_{31}=\mu\left(\frac{M_r}{D_1}\right)_{31}+\frac{D_3}{D_1}\left(\frac{\vartheta}{r}\right)_{31}\left(1-\mu^2\right)=-3,5697qa^2$$

$$\left(\frac{M_t}{D_1}\right)_{32}=\mu\left(\frac{M_r}{D_1}\right)_{32}+\frac{D_3}{D_1}\left(\frac{\vartheta}{r}\right)_{32}\left(1-\mu^2\right)=-1,6510qa^2$$

Знходимо прогини:

$$W_{i2}-W_{i1}=-r_{i2}^2\psi_{r\vartheta}(\lambda_i)\left(\frac{\vartheta}{r}\right)_{i1}-r_{i2}^2\psi_{wm}(\lambda_i)\left(\frac{M_r}{D_1}\right)_{i1}\frac{D_1}{D_i}-\frac{\mathrm{p}_{i1}}{D_1}\frac{D_1}{D_i}r_{i2}^2\psi_{wp}(\lambda_i)-\frac{q_i r_{i2}^4}{D_1}\frac{D_1}{D_i}\psi_{wq}(\lambda_i)$$

$$W_{11}=0$$

$$W_{12}=W_{11}-r_{12}^2\psi_{w\vartheta}(\lambda_1)\left(\frac{\vartheta}{r}\right)_{11}-r_{12}^2\psi_{wm}(\lambda_1)\left(\frac{M_r}{D_1}\right)_{11}-\frac{qr_1^4}{D_1}\psi_{wq}(\lambda_1)=4,443\frac{qr_1^4}{D_1}$$

$$W_{22} = W_{21} - r_{22}^2 \psi_{w\vartheta}(\lambda_2)\left(\frac{\vartheta}{r}\right)_{21} - r_2^2 \psi_{wm}(\lambda_2)\left(\frac{M_r}{D_1}\right)_{21}\frac{D_1}{D_2} - \frac{q\pi r_1^2}{D_1}\frac{D_1}{D_2} r_{22}^2 \psi_{wp}(\lambda_2) - \frac{q r_2^4}{D_1}\frac{D_1}{D_2}\psi_{wq}(\lambda_1) = -7,7865\frac{q r_1^4}{D_1}$$

$$W_{32} = W_{22} - r_{32}^2 \psi_{w\vartheta}(\lambda_3)\left(\frac{\vartheta}{r}\right)_{22} - r_2^2 \psi_{wm}(\lambda_3)\left(\frac{M_r}{D_1}\right)_{22}\frac{D_1}{D_3} - \frac{q r_3^2}{D_1}\frac{D_1}{D_3} r_{32}^2 \psi_{wp}(\lambda_3) - \frac{q r_3^4}{D_1}\frac{D_1}{D_3}\psi_{wq}(\lambda_3) = -26,1524\frac{q r_1^4}{D_1}$$

Знайдемо граничне навантаження за IV теорією міцності:

$$\sigma_t = \frac{6\cdot(M_t)_{31}}{h_3^2} = \frac{6\cdot(-35,5708)\cdot 16q}{0,25} = -13659,1872q$$

$$\sigma_r = \frac{6\cdot(M_r)_{31}}{h_3^2} = \frac{6\cdot(-5,1394)\cdot 16q}{0,25} = -1973,5296q$$

$$\sigma = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_t + \sigma_r)^2 + \sigma_t^{\,2} + \sigma_r^{\,2}} = 1808,3q \le [\sigma]$$

$$q_{\max} = 8,85\frac{кН}{м^2}$$

Максимальне переміщення:

$$W_{\max} = -26,1524\frac{q r_1^4}{D_1} = 1мм$$

Резонансна частота:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{W_{\max}}} = 99\frac{1}{c}\ ; \qquad n = \frac{30\omega}{\pi} = 945,38\frac{об}{хв}$$

Оскільки $n < n_{дв} = 2750\frac{об}{хв}$, то умову антирезонансу виконано.

Епюри

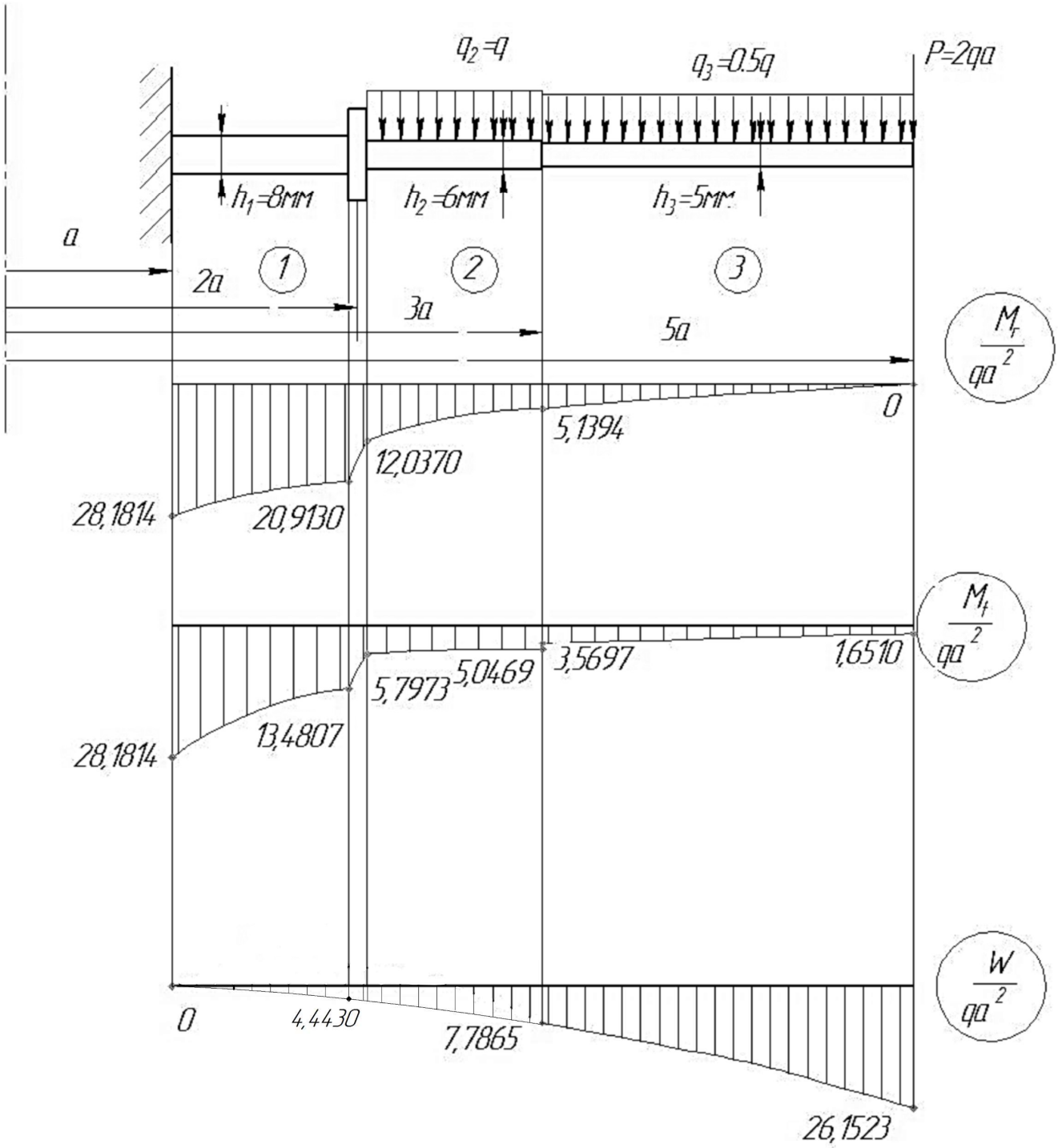


Рис.3.2. Епюри внутрішніх зусиль та прогинів

4. РОЗРАХУНОК ПРОТОТИПУ КОНСТРУКТИВНОГО ЕЛЕМЕНТА МЕТОДАМИ ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ

Визначити напружено-деформований стан при стисканні кулі силою направленою вздовж осі у підшипнику.

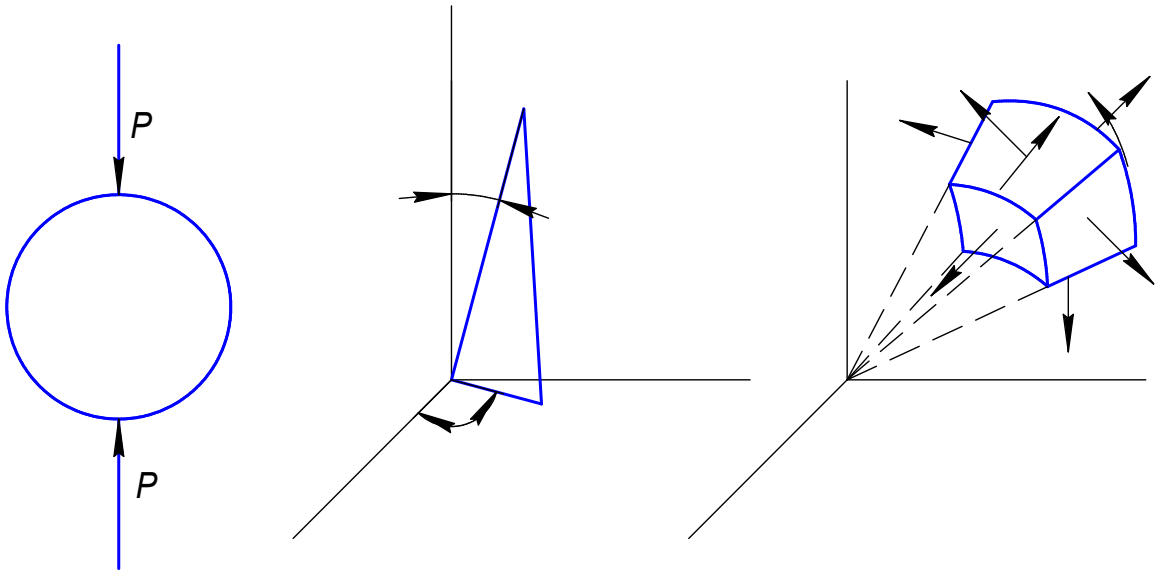


Рис. 4.1. Розрахункова схема

Зосереджені сили Z, стискаючі шар, прикладені в його полюсах. Спочатку розглянемо рівномірно розподілене навантаження $\sigma(\vartheta)$ по частині сфери, що примикає до полюса $\vartheta = 0$ й обмеженої паралельним колом $\vartheta = \varepsilon$:

$$\sigma(\vartheta) = \begin{cases} p_0 \text{ при } 0 < \vartheta < \varepsilon, \\ 0 \text{ при } \varepsilon < \vartheta < \pi. \end{cases}$$

Коефіцієнти розкладання $\square_0$ цієї функції в ряд за поліномами Лежандра матимуть вигляд:

$$\sigma_n^{(1)} = \frac{1}{2} p_0 \left\{ \left[P_{n+1}(1) - P_{n+1}(\cos\varepsilon) \right] - \left[P_{n-1}(1) - P_{n-1}(\cos\varepsilon) \right] \right\} = \frac{1}{2} p_0 \left[P_{n-1}(\cos\varepsilon) - P_{n+1}(\cos\varepsilon) \right]$$

Площа, по якій розподілене навантаження, при достатньо малому ε приблизно дорівнює $\pi R_0^2 \varepsilon^2$; треба здійснити граничний перехід, приймаючи $\varepsilon \to 0$ та $\pi R_0^2 \varepsilon^2 \to Z$.

Таким чином,

$$\sigma_n^{(1)} = \frac{1}{2\pi R_0^2} \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{P_{n-1}(\cos\varepsilon) - P_{n+1}(\cos\varepsilon)}{\varepsilon^2}.$$

Приймаючи відоме правило розкриття невизначеності, знайдемо:

$$\lim_{\varepsilon \to 0} \frac{P_{n-1}(\cos\varepsilon) - P_{n+1}(\cos\varepsilon)}{\varepsilon^2} = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{\frac{P_{n-1}(\cos\varepsilon)}{d\cos\varepsilon} - \frac{P_{n+1}(\cos\varepsilon)}{d\cos\varepsilon}}{2\varepsilon} \frac{d\cos\varepsilon}{d\varepsilon} =$$
$$= = \frac{1}{2} \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{\sin\varepsilon}{\varepsilon} \left[P'_{n+1}(1) - P'_{n-1}(1) \right] = \frac{2n+1}{2} P_n(1) = \frac{2n+1}{2}$$

Отже,

$$\sigma_n^{(1)} = \frac{Z}{4\pi R_0^2}(2n+1).$$

До цього ж результату можна прийти, роздивляючись зосереджену в полюсі $\vartheta = 0$ силу Z як граничний випадок навантаження по колу радіуса $R_0\varepsilon$ малого круга $\vartheta = \varepsilon$; погонна інтенсивність цього навантаження $q = \frac{Z}{2\pi R_0 \varepsilon}$ й отримаємо:

$$\sigma_n^{(1)} = \frac{Z}{2\pi R_0^2} \frac{2n+1}{2} P_n(1) \lim \frac{\sin\varepsilon}{\varepsilon} = \frac{Z}{2\pi R_0^2}(2n+1).$$

Для зосередженої сили в полюсі $\vartheta = \pi$ аналогічно отримаємо:

$$\sigma_n^{(2)} = \frac{Z}{2\pi R_0^2} \frac{2n+1}{2} P_n(-1) = \frac{Z}{2\pi R_0^2}(2n+1)(-1)^n.$$

Таким чином, коефіцієнти розкладу в ряд по поліномам Лежандра функції навантаження, відповідному прикладанню зосереджених сил в полюсах $\vartheta = 0$ и $\vartheta = \pi$ будуть:

$$\sigma_n = \sigma_n^{(1)} + \sigma_n^{(2)} = \frac{Z}{2\pi R_0^2}(2n+1) = \begin{cases} 0 \ при \ n = 1,3,5,... \\ \frac{Z}{2\pi R_0^2}(2n+1) \ при \ n = 0,2,4,... \end{cases}$$

Ряд, відображаючий це навантаження,

$$\sum_{n=0}^{\infty}\sigma_n P_n(\mu)=\frac{Z}{2\pi R_0^2}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{4k+1}{2}(\mu),$$

Розходиться, але це не може бути перешкодою для отримання рішення в рядах, які будуть сходиться всередині сфери $(x<1)$ і на її поверхні скрізь, крім полюсів.

Поперед всього відокремлюємо рішення, відповідне вільному члену цього ряду; воно буде:

$$u_R^0=\frac{(m-2)Z}{4\pi GR_0(m+1)}x\ ,\ u_\vartheta^0=0.$$

Частину яка залишалася треба розбити на дві частини: по-перше, на частину u_R^0 і u_ϑ^0 відповідну заміні коефіцієнтів $L_n,...,S_n$ залишками $L_n^{(3)},...,S_n^{(3)}$ вирази яких даються формулами; по-друге, на частину u_R^* і u_ϑ^*, визначену рядами, які ми повинні просумувати. Спочатку запишемо ці ряди в формі (16), доповнивши їх додатками, які мають порядки $\frac{1}{n+1}$ і $\frac{1}{(n+1)(n+2)}$. Отримуємо:

$$\begin{cases} u_R^*=\dfrac{Zx}{8G\pi R_0}\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty}\Big\{(4k+1)\left(x^{2k-2}-x^{2k}\right)+\frac{4(m-1)}{m}\left(x^{2k-2}-x^{2k}\right)+ \\ +\dfrac{1}{2k+1}\left(\alpha_1x^{2k}+\beta_1x^{2k-2}\right)+\dfrac{1}{(2k+1)(2k+2)}\left(\alpha_2x^{2k}+\beta_2x^{2k-2}\right)\Big\}P_{2k}(\mu), \\ u_R^*=\dfrac{Zx\sin\vartheta}{8G\pi R_0}\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty}\Big\{2\left(x^{2k-2}-x^{2k}\right)+\frac{1}{2k+1}\left(\gamma_1x^{2k}+\delta_1x^{2k-2}\right)+ \\ +\dfrac{1}{(2k+1)(2k+2)}\left(\gamma_2x^{2k}+\delta_2x^{2k-2}\right)\Big\}P'_{2k}(\mu) \end{cases}$$

Значення числових коефіцієнтів $\alpha_1,...,\delta_2$ (які залежать від числа Пуассона m).

Просумувавши ці ряди маємо:

$$2\sum_{k=0}^{\infty}(4k+1)x^{2k}P_{2k}(\mu)=\sum_{n=0}^{\infty}(2n+1)x^nP_n(\mu)+\sum_{n=0}^{\infty}(2n+1)(-x)^nP_n(\mu);$$ і

$$\sum_{k=0}^{\infty}(4k+1)x^{2k}P_{2k}(\mu)=\frac{1-x^2}{2s^3}+\frac{1-x^2}{2s_*^3},$$

де s має попереднє значення (λ замінено на μ), а s_* виходить з s заміною x на $-x$:

$$s_*=\sqrt{1+x^2+2x\mu}$$

Ми отримали першу необхідно нам суму:

$$\sum_{k=0}^{\infty}(4k+1)\left(x^{2k-2}-x^{2k}\right)P_{2k}(\mu)=\frac{1-x^2}{2x^2}\left(\frac{1-x^2}{s^3}+\frac{1-x^2}{s_*^3}-2\right).$$

Так само знайдемо, застосувавши:

$$\sum_{k=0}^{\infty}\left(x^{2k-2}-x^{2k}\right)P_{2k}(\mu)=\frac{1-x^2}{2x^2}\left(\frac{1}{s^3}+\frac{1}{s_*^3}-2\right)$$

Для наступного обчислення треба ще знати суму рядів:

$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^n}{n+1}P_n(\mu),\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^n}{(n+1)(n+2)}P_n(\mu).$$

Вони знаходяться шляхом інтегруванням ряду:

$$\begin{cases}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^n}{n+1}P_n(\mu)=\int_0^x\frac{dx}{s}=\ln\left|\frac{s+x-\mu}{1-\mu}\right|;\\ \sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^n}{(n+1)(n+2)}P_n(\mu)=\int_0^x dx\int_0^x\frac{dx}{s}=(x-\mu)\ln\left|\frac{s+x-\mu}{1-\mu}\right|+1-s.\end{cases}$$

Звідси знаходимо:

$$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{2k+1}\left(\alpha_1x^{2k}+\beta_1x^{2k-2}\right)P_{2k}(\mu)=\frac{1}{2}\left(\frac{\alpha_1}{x}+\frac{\beta_1}{x^3}\right)\left[\ln\left|\frac{s+x-\mu}{s_*-x-\mu}\right|-2x\right]$$

$$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\alpha_2 x^{2k}+\beta_2 x^{2k-2}}{(2k+1)(2k+2)}P_{2k}(\mu)=\frac{1}{2}\left(\frac{\alpha_2}{x^2}+\frac{\beta_2}{x^4}\right)\left[(x-\mu)\ln\left|\frac{s+x-\mu}{s_*-x-\mu}\right|-\right.$$
$$\left.-(x+\mu)\ln\left|\frac{s_*-x-\mu}{1-\mu}\right|+2-s-s_*-x^2\right].$$

Залишається обчислити суми, які входять до виразу u_ϑ^*. Отримаємо спочатку:

$$\sum_{k=1}^{\infty}\left(x^{2k-2}-x^{2k}\right)P'_{2k}(\mu)=\frac{1-x^2}{x}\left(\frac{1}{s^3}-\frac{1}{s_*^3}\right).$$

Інтегруючи далі, маємо:

$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^n}{n+1}P'_n(\mu)=\int_0^x\frac{xdx}{s}=\frac{\mu x+s-1}{(1-\mu)^2 s}.$$

Повторне інтегрування буде:

$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^n}{(n+1)(n+2)}P'_n(\mu)=\frac{\mu s+x-\mu}{1-\mu^3}-\ln\left|\frac{s_*-x-\mu}{1-\mu}\right|.$$

Тепер знаходимо:

$$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\gamma_1 x^{2k}+\delta_1 x^{2k-2}}{2k+1}P'_{2k}(\mu)=\frac{1}{2x}\left(\gamma_1+\frac{\delta_1}{x^2}\right)\left[\frac{\mu x-1}{(1-\mu^2)s}+\frac{\mu x+1}{(1-\mu^2)s_*}\right].$$

$$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{P_{2k}(\mu)}{(2k+1)(2k+2)}\left(\gamma_2 x^{2k}+\delta_2 x^{2k-2}\right)=\frac{1}{2x^2}\left(\gamma_2+\frac{\delta_2}{x^2}\right)\left[\frac{\mu(s-1)}{1-\mu^2}-\right.$$
$$\left.-\frac{\mu(s_*-1)}{1-\mu^2}-\ln\frac{(s+x-\mu)}{(1-\mu^2)}\right].$$

Зробивши відповідні підстановки, отримаємо вираз для переміщень:

$$u_R=\frac{(m-2)Zx}{4G(m+1)\pi R_0}+\frac{Zx}{8\pi GR_0}\left\{\frac{1-x^2}{2x^2}\left(\frac{1-x^2}{s^3}+\frac{1-x^2}{s_*^3}-2\right)+\frac{4(m-1)}{m}\frac{1+x^2}{2x^2}\left(\frac{1}{s}+\frac{1}{s_*}-2\right)+\right.$$
$$+\frac{1}{2}\left(\frac{\alpha_1}{x}+\frac{\beta_1}{x^3}\right)\left(\ln\left|\frac{s+x-\mu}{s_*-x-\mu}\right|-2x\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{\alpha_2}{x^2}+\frac{\beta_2}{x^4}\right)\left[(x-\mu)\ln\left|\frac{s+x-\mu}{s_*-x-\mu}\right|-\right.$$
$$\left.\left.-(x+\mu)\ln\left|\frac{s_*-x-\mu}{1-\mu}\right|+2-s-s_*-x^2\right]+\sum_{k=1}^{\infty}\left(L_{2k}^{(3)}x^{2k}+M_{2k}^{(3)}x^{2k-2}\right)P_{2k}(\mu)\right\},$$

$$u_\vartheta = -\frac{Zx\sin\vartheta}{8\pi GR_0}\left\{\frac{1-x^2}{x}\left(\frac{1}{s^3}-\frac{1}{s_*^3}\right)+\frac{1}{2x}\left(\gamma_1+\frac{\delta_1}{x^2}\right)\left[\frac{\mu x-1}{\left(1-\mu^2\right)s}+\frac{\mu x+1}{\left(1-\mu^2\right)s_*}\right]+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{2x^2}\left(\gamma_2+\frac{\delta_2}{x^2}\right)\left[\frac{\mu\left(s+s_*-2\right)}{1-\mu^2}-\ln\frac{\left(s+x-\mu\right)\left(s_*-x-\mu\right)}{\left(1-\mu^2\right)}\right]+\sum_{k=1}^{\infty}\left(Q_{2k}^{(3)}x^{2k}+S_{2k}^{(3)}x^{2k-2}\right)P_{2k}\left(\mu\right)\right\}.$$

На поверхні сфери: $x=1,\ s=2\sin\frac{\vartheta}{2},\ s_*=2\cos\frac{\vartheta}{2}$.

І тоді вирази переміщень суттєво спрощуються:

$$\left(u_R\right)_{x=1}=\frac{\left(m-2\right)Z}{4g\left(m+1\right)\pi R_0}+\frac{Z}{4\pi GR_0}\left\{\frac{m-1}{m}\left(\frac{1}{\sin\frac{\vartheta}{2}}+\frac{1}{\cos\frac{\vartheta}{2}}-4\right)+\frac{\left(m-2\right)^2}{m^2}\left(\ln ctg\frac{\vartheta}{4}ctg\frac{\pi-\vartheta}{4}-2\right)-\right.$$

$$\left.-\frac{3m^2-20m+16}{m^3}\left(\sin^2\frac{\vartheta}{2}\ln\frac{1+\sin\frac{\vartheta}{2}}{\cos\frac{\vartheta}{2}}+\frac{1}{2}-\sin\frac{\vartheta}{2}-\cos\frac{\vartheta}{2}\right)+\sum_{k=1}^{\infty}\frac{L_{2k}^{(3)}+M_{2k}^{(3)}}{2}P_{2k}\left(\mu\right)\right\},$$

$$\left(u_\vartheta\right)_{x=1}=\frac{Z}{4\pi GR_0}\left\{\frac{m-2}{m}\frac{\cos\frac{\vartheta}{2}-\sin\frac{\vartheta}{2}}{\sin\vartheta}+\frac{m^2+8m-8}{m^2}\left[\left(1-\cos\frac{\vartheta}{2}-\sin\frac{\vartheta}{2}\right)ctg\vartheta+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{1}{2}\sin\vartheta\ln ctg\frac{\vartheta}{2}+\frac{1+\sin\frac{\vartheta}{2}}{1+\cos\frac{\vartheta}{2}}\right]+\sum_{k=1}^{\infty}\frac{Q_{2k}^{(3)}+S_{2k}^{(3)}}{2}\frac{dP_{2k}}{d\vartheta}\left(\mu\right)\right\}.$$

Коефіцієнти які сюди входять мають вигляд:

$$\begin{cases}\frac{1}{2}\left(L_n^{(3)}+M_n^{(3)}\right)=\frac{1}{m^4\left(n-1\right)\left(n+1\right)\left(n+2\right)\Delta}\left[\left(m^4+7m^3+30m^2-64m+32\right)n^2+\right.\\ \left.+\left(7m^4+22m^3-39m^2+44m-16\right)n+10m^4-11m^3+9m^2+20m-16\right],\\ \frac{1}{2}\left(S_n^{(3)}+Q_n^{(3)}\right)=\frac{1}{m^3\left(n-1\right)\left(n+1\right)\left(n+2\right)\Delta}\left[\left(7m^3+11m^2-28m+16\right)\left(n+2\right)^2+\right.\\ \left.+\left(-18m^3-48m^2+132m-72\right)\left(n+2\right)+9\left(m-1\right)\left(m^2+8m-8\right)\right].\end{cases}$$

Їх числові значення (при $m=3$) вказані в таблиці 4.1:

Таблиця 4.1. Значення коефіцієнтів

n	2	4	6	8	10
$\frac{1}{2}\left(L_n^{(3)}+M_n^{(3)}\right)$	0,476	0,0595	0,0185	0,0084	0,042
$\frac{1}{2}\left(L_n^{(3)}+M_n^{(3)}\right)$	0,570	0,0825	0,0273	0,0123	0,0066

Зміна довжини діаметра шару:

$$\delta = 2\left(u_R\right)_{\substack{x=1\\ x=\frac{\pi}{2}}} = -0{,}127\frac{Z}{GR_0} \quad (Z<0 \text{ при стиску})$$

Для оцінки цього результату цікаво дізнатися, що циліндр висоти і діаметра $2R_0$, стиснутий силами Z, рівномірно розподіленими по поверхні торців, збільшить свій діаметр на:

$$\delta' = \frac{2R_0 Z}{\pi E m r_0^2} = 0.0795\frac{Z}{GR_0}$$

Напруження в центрі шару можливо визначити, причому в нашому випадку:

$$\sigma_0 = \frac{Z}{2\pi R_0^2},\ \sigma_2 = \frac{5Z}{2\pi R^2}.$$

Отримаємо:

$$\sigma_x = -\frac{Z}{2\pi R_0^2}\frac{21m}{7m+5},\ \sigma_z = \frac{Z}{2\pi R_0^2}\frac{42m+15}{7m+5}$$

й при $m=3$

$$\sigma_x = 0{,}605\frac{|Z|}{\pi R_0^2},\ \sigma_z = -2{,}71\frac{|Z|}{\pi R_0^2}.$$

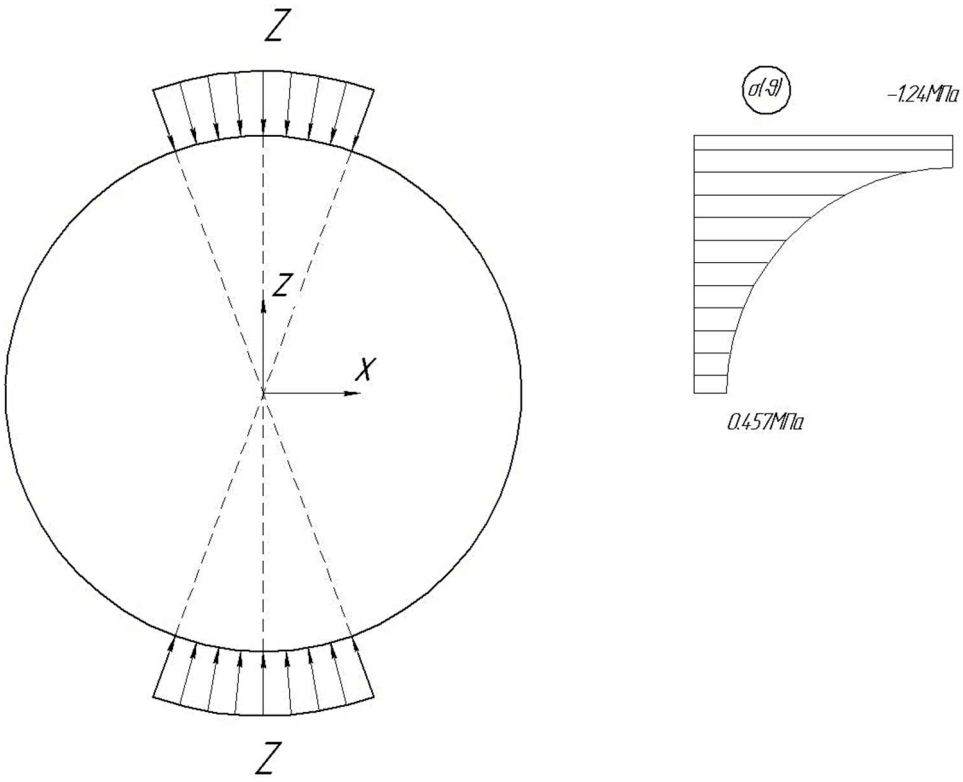


Рис. 4.2. Розподіл нормальних напружень

Рівномірне розподілене навантаження $\sigma(\vartheta)$

По частині сфери:

$$\sigma(\vartheta) = \begin{cases} p_0 \, при & 0 < \vartheta < \varepsilon \\ 0 \, при & \varepsilon < \vartheta < \pi \end{cases}$$

Розкладаємо нормальне навантаження на дві складові:

$\varepsilon \to 0$ і $\pi R_0^2 \varepsilon^2 \to Z$.

$$\sigma_n^{(1)} = \frac{1}{2\pi R^2{}_0} \lim \frac{P_{n-1}(\cos\varepsilon) - P_{n+1}(\cos\varepsilon)}{\varepsilon^2} = \frac{Z}{4\pi R_0^2}(2n+1).$$

Для зосередженої сили в полюсі $\vartheta = \pi$

$$\sigma_n^{(2)} = \frac{Z}{2\pi R^2{}_0} \frac{2n+1}{2} P_n(-1) = \frac{Z}{4\pi R_0^2}(2n+1)(-1)^n$$

$$\sigma_n = \sigma_n^{(1)} + \sigma_n^{(2)} = \begin{cases} 0 \, при & n = 1,3,5,... \\ \dfrac{Z}{2\pi R_0^2}(2n+1) \, при & n = 1,3,5,... \end{cases}$$

Вирази переміщень:

$$\left(u_R\right)_{x=1}=\frac{\left(m-2\right)Z}{4g\left(m+1\right)\pi R_0}+\frac{Z}{4\pi GR_0}\left\{\frac{m-1}{m}\left(\frac{1}{\sin\frac{\vartheta}{2}}+\frac{1}{\cos\frac{\vartheta}{2}}-4\right)+\frac{\left(m-2\right)^2}{m^2}\left(\ln ctg\frac{\vartheta}{4}ctg\frac{\pi-\vartheta}{4}-2\right)-\right.$$

$$\left.-\frac{3m^2-20m+16}{m^3}\left(\sin^2\frac{\vartheta}{2}\ln\frac{1+\sin\frac{\vartheta}{2}}{\cos\frac{\vartheta}{2}}+\frac{1}{2}-\sin\frac{\vartheta}{2}-\cos\frac{\vartheta}{2}\right)+\sum_{k=1}^{\infty}\frac{L_{2k}^{(3)}+M_{2k}^{(3)}}{2}P_{2k}\left(\mu\right)\right\},$$

$$\left(u_\vartheta\right)_{x=1}=\frac{Z}{4\pi GR_0}\left\{\frac{m-2}{m}\frac{\cos\frac{\vartheta}{2}-\sin\frac{\vartheta}{2}}{\sin\vartheta}+\frac{m^2+8m-8}{m^2}\left[\left(1-\cos\frac{\vartheta}{2}-\sin\frac{\vartheta}{2}\right)ctg\vartheta+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{1}{2}\sin\vartheta\ln ctg\frac{\vartheta}{2}+\frac{1+\sin\frac{\vartheta}{2}}{1+\cos\frac{\vartheta}{2}}\right]+\sum_{k=1}^{\infty}\frac{Q_{2k}^{(3)}+S_{2k}^{(3)}}{2}\frac{dP_{2k}}{d\vartheta}\left(\mu\right)\right\}.$$

Зміна довжини діаметра кульки:

$$\delta=2\left(u_R\right)_{\substack{x=\frac{\pi}{2}}}^{x=1}=-0,127\frac{Z}{GR_0}$$

Значення напружень:

$$\sigma_0=\frac{Z}{2\pi R_0^2}=0,457МПа;\qquad \sigma_x=0,605\frac{Z}{2\pi R_0^2}=0,277МПа;\qquad \sigma_z=-2,71\frac{Z}{2\pi R_0^2}=-1,24МПа$$

5. ЧИСЕЛЬНІ РОЗРАХУНКИ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ВИПРОБУВАЛЬНОГО ЗРАЗКА

o5.1 Вибір випробувального зразка та його розрахункової моделі

Для початку нам потрібно визначити геометрію випробувального зразка. Для цього маємо такі дані:

Максимальна осьова сила: N_{max}=95000.

Модуль Юнга: E=$2 \cdot 10^5$МПа;

Коефіцієнт Пуассона: μ=0.27;

Границя міцності: $\sigma_в$=1100 МПа;

Гарантований запас потужності устаткування k = 2.5 .

Спочатку вираховуємо осьову силу враховуючи запас потужності:

$$\square = \frac{\square_{\square\square\square}}{\square} = \frac{95000}{2.5} = 38000H.$$

Потім вираховуємо максимальне напруження перерізу з урахуванням теоретичного коефіцієнту концентрації напружень:

$$\sigma_{\square\square\square} = \frac{\square_в}{\square} = \frac{1100}{1.05} = 1047.62\text{МПа}.$$

Далі оцінюємо максимально можливу геометричну характеристику робочого перерізу зразка за формулою:

$$\square \geq \frac{\square}{\square_{\square\square\square}} = \frac{38000}{1047.62} = 36.28\text{мм}^2.$$

З іншої сторони для розтягу зразка: A=πDδ .

Для визначення товщини стінки та середнього діаметра використаємо таке співвідношення: $\frac{\square}{\square} = 20$.

$$\text{Звідки } D=\sqrt{\frac{20\cdot\square}{\square}} = 15.2\ мм\ ;$$

Визначаємо товщину стінки:

$$\delta = \frac{\square}{20} = 0.76\,мм$$

Внутрішній діаметр: $D_{вн}=D-\delta \approx 14.44мм$.
Вибираємо D=16 мм, δ=0.8 мм , тоді зовнішній діаметр

$D_{зовн}$=16.8 мм;

Діаметр голівки: $D_{гол}$=35мм.
Довжина голівки: $L_{гол}$=25мм.
Робоча довжина зразка (циліндра): $L_{цил}=5D_{зовн}$.
Загальна довжина зразка: L=168мм .
Кут нахилу перехідної частини зразка: θ=8°.
Радіуси заокруглень перехідної частини зразка: r_1=40мм, r_2=3мм .

o 5.2 Постановка крайової задачі пружності

Припустимо, що в початковий момент t_0 в розглядуваному тілі переміщення $\square_{\square\square}(\square, \square_0)$, деформації $\varepsilon_{\square\square}(\square, \square_0)$, напруження $\square_{\square\square}(\square, \square_0)$ мають нульові значення. Нехай після цього в об'ємі тіла Ω, а також на частині його поверхні $S_G=S_U \square S_p$ за деякий проміжок часу відбудеться зміна навантажень, тобто на час *t* прикладемо: $\square_{\square}(\square, \square\ )$ поверхневі сили на S_P; відбулися переміщення $\square_{\square}(\square, \square\ )$ на S_U. Тоді для визначення в кожній точці (її однорідного околу) тіла величин: $\square_{\square}(\square, \square\ )$ переміщень, $\varepsilon_{\square\square}(\square, \square_0)$ деформацій, $\square_{\square\square}(\square, \square\ )$ напружень – маємо наступну крайову задачу:

➔ рівняння рівноваги як окремий випадок рівняння руху:

$$\nabla^{\square}\ \square_{\square\square} = 0; \tag{5.1}$$

➔ геометричні (для малих деформацій), в узагальненому вигляді [2]:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(\nabla_i U_j + \nabla_j U_i\right), \tag{5.2}$$

а також умова присутності тільки пружних деформацій:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^{e} \tag{5.3}$$

➔ фізичні рівняння [2]:

$$\sigma_{mn} = E_{nmij}\varepsilon_{ij}^{e}, \tag{5.4}$$

де $\square_{\square\square\square\square}$- тензор модулів пружності.

Додатково залучаються ГУ на S_U і S_P[2]:

$$□ \quad □|_{□□} = □ \quad □; \tag{5.5}$$

$$\sigma_{□□}□_{□}|_{□□} = □ \quad □. \tag{5.6}$$

Для отримання результатів розв'язку крайової задачі зручно мати її варіаційну постановку, яка і використовується нами.

Для отримання варіаційної постановки задачі використовуються співвідношення (5.1), (5.2), (5.6), властивості симетрії тензора напружень $\sigma_{mn} = \sigma_{nm}$ і теорема Гауса-Остроградського. В підсумку можна отримати наступний функціонал відносно варіацій переміщень і зв'язаних із ними деформацій [2]

$$□ = \int_{□} \quad □_{□□}□□_{□□}□□ - \int_{□_{□}} \quad □_{□}□□_{□}□□ = 0 \tag{5.7}$$

що в поєднанні з кінематичними ГУ на поверхні S_U визначає незліченну множину можливих (віртуальних) напружено-деформованих станів. Дійсний НДС є одним з віртуальних, але він додатково задовольняє лінійним фізичним рівнянням зв'язків $\sigma_{□□} \infty □_{□□}$, тобто (5.4) та (5.4)[2].

5.3 Метод розв'язування крайової задачі пружності

Використовуємо метод скінченних елементів.

Лінійний закон Гука запишемо у вигляді

$$\{□\} = [□]\{□^{□}\}, \tag{5.8}$$

де [*D*] – матриця модулів пружності.

У випадку пружної ізотропії матеріалу матриця набуває вигляду:

$$[D] = 2G \cdot \begin{pmatrix} a & b & b & 0 & 0 & 0 \\ b & a & b & 0 & 0 & 0 \\ b & b & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c \end{pmatrix} \tag{5.9}$$

де $2\square = \square/(1+\square)$; $\square = (1-\square)/(1-2\square)$;$\square = \square/(1-2\square)$; c = 0,5; E - модуль Юнга; μ - коефіцієнт Пуассона[2].

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon^e\} \tag{5.10}$$

Враховуючи (5.10), запишемо вираз (5.10) і (5.2) у вигляді:

$$\{\sigma\}=[\mathrm{D}]\{\varepsilon\} \text{ або } \{\square\} = [\square]([\square]\{\square\}_{\square}) \tag{5.11}$$

де

$$\{\varepsilon\}=[\square]\{\square\}_{\square}, \tag{5.12}$$

$\{\square\}_{\square} = \{(\square^1, \square^2, \square^3)_1, \ldots, (\square^1, \square^2, \square^3)_{\square}\}^{\square} = \{\square_1, \square_2, \ldots, \square_{3\square}\}^{\square}$ – вектор переміщень в вузлах СЕ; $[B]$ – матриця диференціювання за глобальними координатами; $[B]$ пов'язана лише з типом СЕ і системою глобальних координат.

Функціонал (5.7) з урахуванням можливості суперпозиції робіт по СЕ, зумовленої тим, що СЕ взаємодіють один з одним у вузлах і не перетинаються, записується так:

$$F = \sum_e \int_{\Omega^e} \{\delta q\}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{T}} [B]^T \left([D]([B]\{q\}_{\mathrm{e}})\right) d\Omega - \sum_e \int_{S_P^e} \{\delta q\}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{T}} [\varphi]^T \{p\} \mathrm{dS} = 0 \tag{5.13}$$

де позначено вектори навантажень $\{\square\} = \{\square_1, \square_2, \square_3\}^{\square}$; $\square_{\square}^{\square}$ – сторона СЕ, що виходить на S_P тіла; знак $\sum_e$ означає додавання по всіх СЕ, що містять розглядуваний ступінь свободи вузла.

Оскільки в підінтегральних виразах є вектори $\{\square\square\}_{\square}^{\square}$ і $\{\square\}_{\square}$, що не залежать від параметрів інтегрування, їх можна винести за межі інтегралів. З (5.13), згрупувавши інтеграли, отримаємо[2]:

$$F = \sum_e \{\delta q\}_e^T \int_{\Omega^e} [B]^T [D][B] d\Omega \cdot \{q\}_e - \sum_e \{\delta q\}_e^T \int_{S_p^e} [\varphi]^T \{p\} \mathrm{dS} = 0 \tag{5.14}$$

.

Позначимо:

$$[K]_e = \int_{\Omega^e} [B]^T [D][B] d\Omega \tag{5.15}$$

$$\{P\}_{\mathrm{e}} = \int_{S_P^e} [\phi]^T \{p\} \mathrm{dS} \tag{5.16}$$

.

Тоді

$$\square = \sum_{\square} \{\square\square\}_{\square}^{\square}([\square]_{\square}\{\square\}_{\square} - \{\square\}_{\square}) = 0. \quad (5.17)$$

Оскільки$\{\square\square\}_{\square}^{\square}$(варіації переміщень) є довільними, то отримаємо СЛАР вигляду[2]

$$[\square]\{\square\} = \{\square\} \quad (5.18)$$

відносно глобального вектора дійсних переміщень $\{\square\}$ у вузлах СЕ сітки. В (5.17) позначено додавання за ступенями свободи вузлів: $[K] = \sum_e [K]_e$; $\{P\} = \sum_e \{P\}_e$. Вектор $\{P\}$ зумовлюється зовнішніми силовими навантаженнями. У СЛАР ще необхідно врахувати кінематичні ГУ (5.5) [2].

5.4Розрахункова схема

Використовуючи симетрію зразка, будемо розглядати тільки його половину. Силу, що розтягує, прикладаємо до голівки. Вузли на поверхні розсічення закріпляємо так, щоб не було повороту та переміщення перпендикулярно до площини, в циліндричній системі координат.

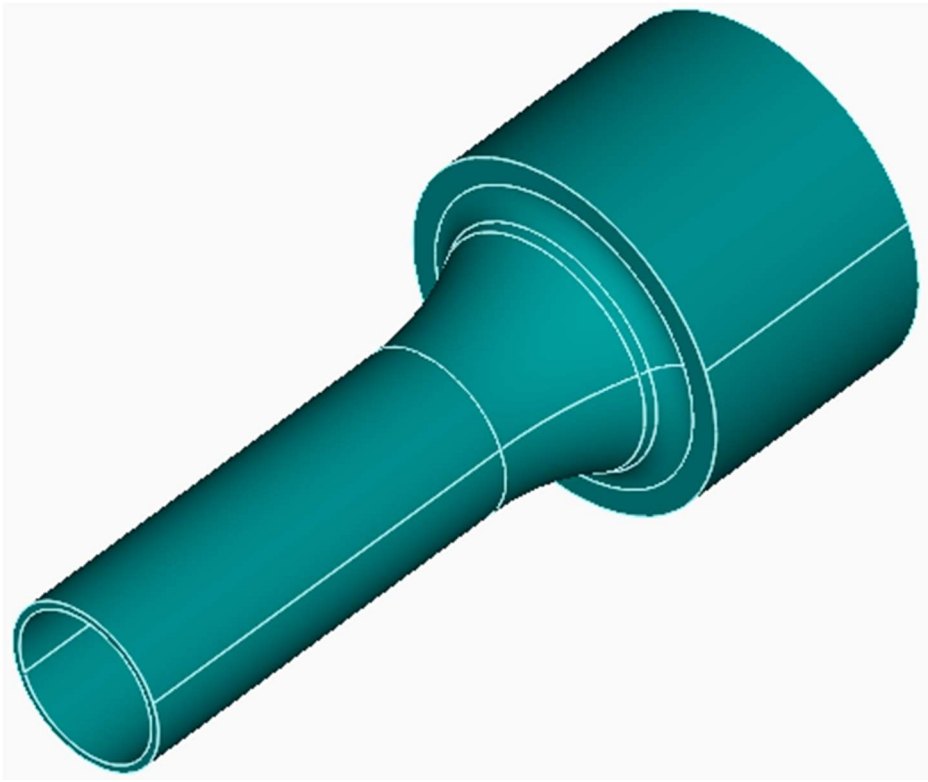


Рис.5.1 Розрахункова схема

5.5Результати розрахунків та їх аналіз

За допомогою програми FEMAP[3] отримано розв’язок задачі напружено-деформованого стану зразка в пружній області.

Зображаємо розподіл напружень від сили, яка розтягує.

Обчислимо коефіцієнт концентрації напружень за Мізесом для заокруглення:

$$\square_{\square\square\square} = \frac{\square_{конц}}{\square_{ном}} = \frac{472.69}{460} \approx 1.03 < 1.05$$

Отже, зразок спроектований вірно.

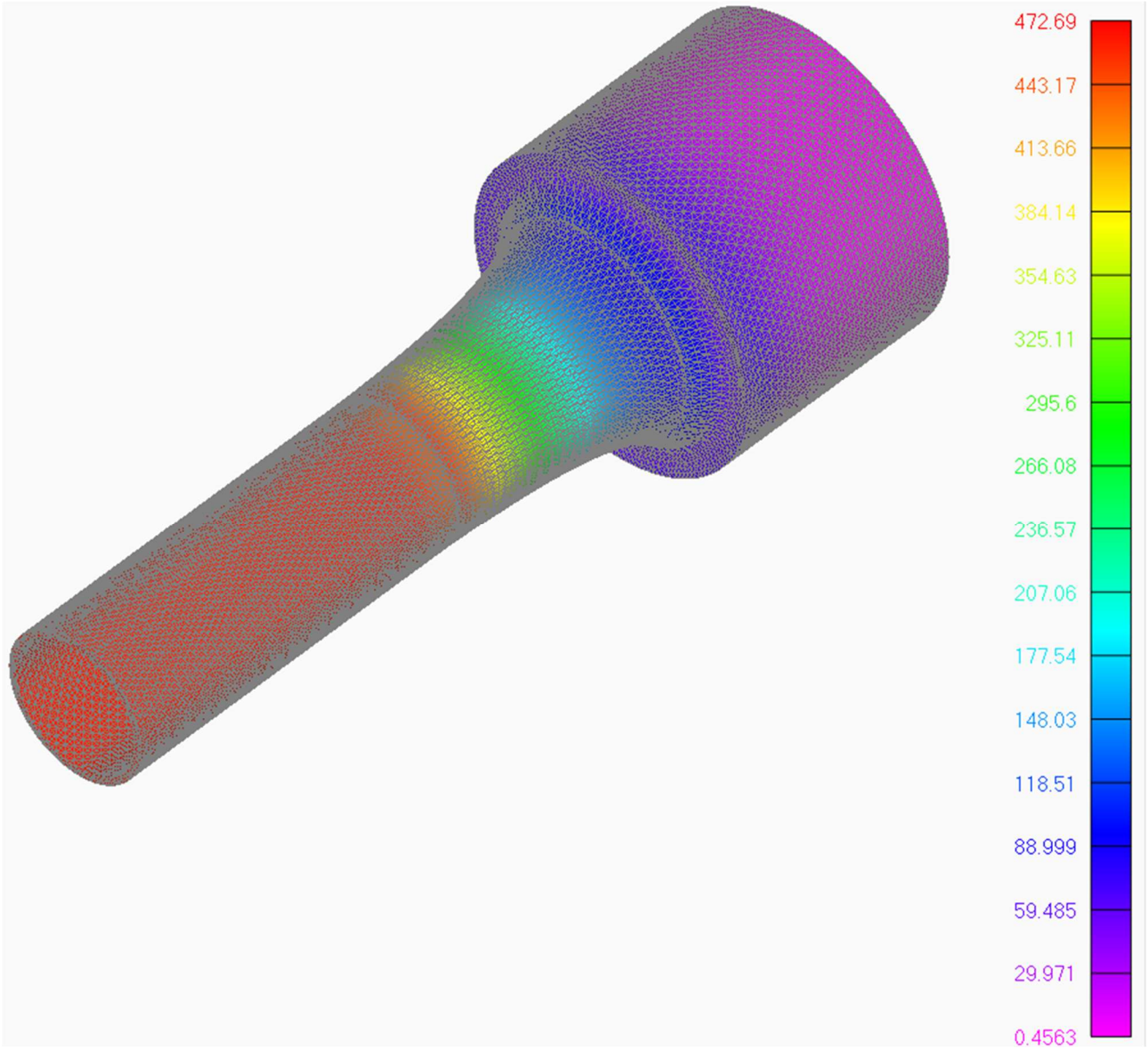


Рис.5.2. Випробувальний зразок: розподілення напружень по Мізесу по поверхні, МПа

6. ЧИСЕЛЬНІ РОЗРАХУНКИ ВЛАСНИХ ЧАСТОТ ТА ВІДПОВІДНИХ ВЛАСНИХ ФОРМ КРУТНИХ КОЛИВАНЬ СИСТЕМИ З ДВОМА СТУПЕНЯМИ ВІЛЬНОСТІ

Зробимо схематичне зображення вала.

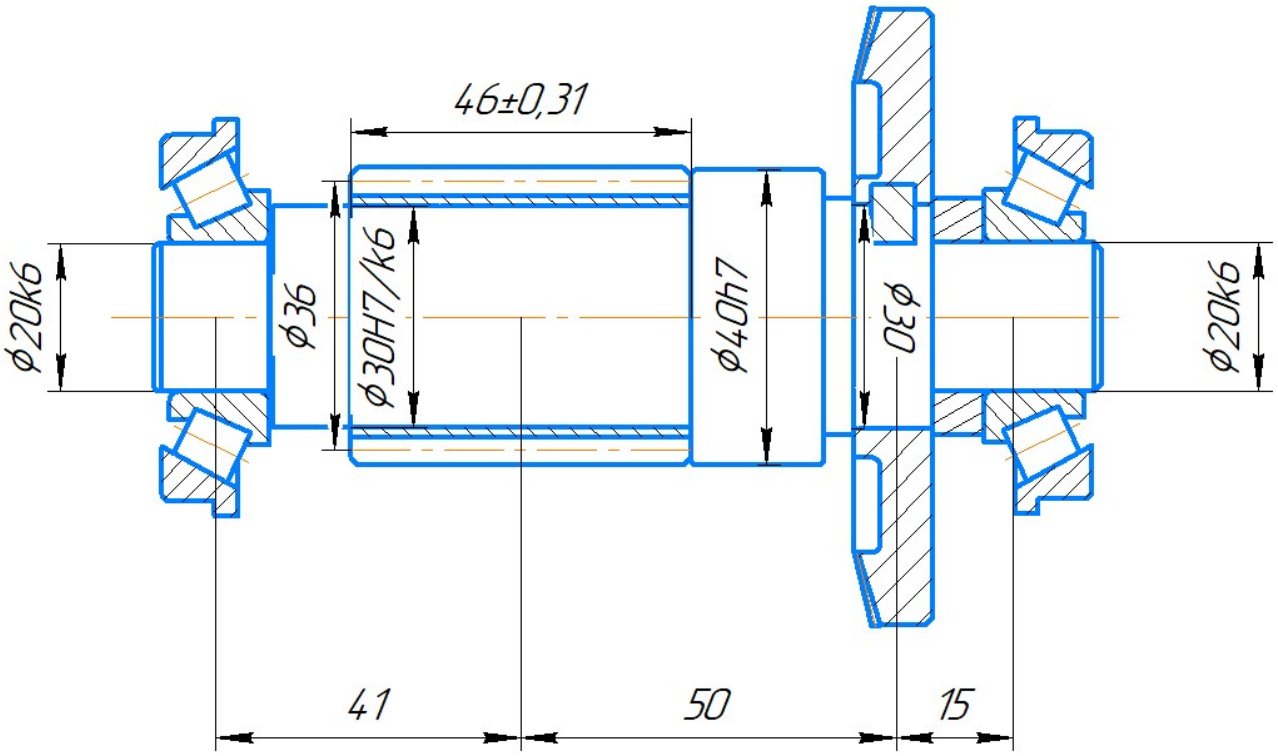


Рис. 6.1. Схема вала

Дано: L =106 мм; d = 20 мм; G = 8•10^4 МПа; D_1 = 36 мм; D_2 = 84 мм;

h_1 = 46 мм; h_2= 11 мм; $\rho_{ст.}$ = 7800 кг/м^3.

Дано φ_1 та φ_2 – кути повороту відповідно черв'яка та колеса, які являють собою узагальнені координати. В розрахунках для колеса було взято матеріал сталь 40Х з густиною $\rho_1 = 7{,}8 \cdot 10^{-9}\text{Н} \cdot \text{с}^2/\text{мм}^4$, та для черв'яка – також сталь 40Х.

Жорсткість вала визначається за формулою:

$$\text{с} = \frac{G \cdot I_P}{L},$$

де I_p – полярний момент інерції, який знаходиться за формулою:

$$I_P = \frac{\pi \cdot d^4}{32},$$

де d – діаметр вала.

Знайдемо жорсткість вала:

$$c = \frac{\square \cdot \square_{\square}}{\square} = \frac{8 \cdot 10^4}{106} \frac{3.14 \cdot (30)^4}{32} = 5.99 \cdot 10^8$$

Значення осьових моментів інерції для циліндричного колеса та конічного:

$$\square_1 = \frac{\square\square_1 h_1 \square^{\ 4}_{\ 1}}{32} = 0.591$$

$$\square_2 = \frac{\square\square_2 h_2 \square^{\ 4}_{\ 2}}{32} = 4.191$$

де

D_1 та D_2 – значення діаметрів циліндричного колеса та конічного відповідно,

h_1 та h_2 – значення ширини діаметрів циліндричного колеса та конічного відповідно.

6.1 Числові розрахунки власних частот та відповідних власних форм крутильних коливань системи з двома ступенями вільності

Значення кінетичної та потенціальної енергій запишемо у вигляді:

$$T = \frac{1}{2} \cdot I_1 \cdot \dot{\phi}_1^2 + \frac{1}{2} \cdot I_2 \cdot \dot{\phi}_2^2; \Pi = \frac{1}{2} c(\phi_2 - \phi_1)^2.$$

Підставляючи значення кінетичної та потенціальної енергій у рівняння Лагранжа 2-го роду:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_j} = 0,$$

для двох узагальнених координат отримаємо систему рівнянь:

{

Складемо рівняння у вигляді:

$$[a]\{\ddot{q}\} + [c]\{q\} = 0\,,$$

де $[a]$ - матриця інерції;

$[c]$ - матриця жорсткості;

$\{q\}$ - вектор узагальнених координат.

Вводимо заміну: $\{\phi_1\} = \{\Phi_1\} cos(\omega t - \beta)$.

Після використання заміни отримаємо:

$$[I_1\ 0\ 0\ I_2\ ]\{\ddot{\phi}_1\ \ddot{\phi}_2\ \} + [c\ -c\ -c\ c\ ]\{\phi_1\ \phi_2\ \} = \{0\ 0\ \};$$

$$-\omega^2 \cdot [I_1\ 0\ 0\ I_2\ ] \cdot \{\Phi_1\ \Phi_2\ \} + [c\ -c\ -c\ c\ ] \cdot \{\Phi_1\ \Phi_2\ \} = \{0\ 0\ \};$$

$$\{\Phi_1\ \Phi_2\}\cdot([c\ -c\ -c\ c]+[-\omega^2 I_1\ 0\ 0\ -\omega^2 I_2])=\{0\ 0\};$$

$$\{\Phi_1\ \Phi_2\}\cdot[\mathrm{c}-\omega^2 I_1\ -c\ -c\ c-\omega^2 I_2]=\{0\ 0\}.$$

Оскільки детермінант останньої матриці не повинен бути рівний нулеві, то отримаємо:

$$(c-\omega^2 I_1)\cdot(c-\omega^2 I_2)-c^2=0;$$

$$c^2-c\omega^2 I_2-c\omega^2 I_1+\omega^4 I_1 I_2-c^2=0;$$

$$\omega^2(\omega^2 I_1 I_2-cI_1-cI_2)=0;$$

$$\omega_{1,2}^2=0;\ \omega_{3,4}^2=\frac{c(I_1+I_2)}{I_1 I_2}.$$

Оскільки кожній частоті відповідає своя форма коливань, то розглянемо два можливих випадки, підставляючи до матриці значення знайдених двох пар частот:

- у першому випадку маємо:

$$[c-\omega_1^2 I_1\ -c\ -c\ c-\omega_1^2 I_2]\cdot\{\Phi_{11}\ \Phi_{12}\}=0;$$

Приймаємо Φ_{11} = 1. Тоді:

$$c-\omega_1^2 I_1-c\cdot\Phi_{12}=0;$$

$$\Phi_{12}=1-\frac{\omega_1^2 I_1}{c}=1-0=1;$$

Отже,

$$\{\Phi_{11}\ \Phi_{12}\}=\{1\ 1\}.$$

у іншому випадку отримаємо:

$$\left[c-\frac{c(I_1+I_2)}{I_1 I_2}\cdot I_1\ -c\ -c\ c-\frac{c(I_1+I_2)}{I_1 I_2}\cdot I_2\right]\cdot\{\Phi_{21}\ \Phi_{22}\}=0;$$

Приймаємо Φ_{21} = 1. Тоді:

$$c-\frac{c(I_1+I_2)}{I_2}-c\cdot\Phi_{22}=0;$$

$$\Phi_{22}=1-\frac{\square_1-\square_2}{\square_2}=-\frac{\square_1}{\square_2}=-\frac{0.591}{4.191}=-0.14$$

$$\Phi_{21}\square_{22}=1$$

$$\begin{Bmatrix}\Phi_{21}\\ \Phi_{22}\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}1\\ -0.14\end{Bmatrix}.$$

Отже,

Покажемо знайдені власні форми коливань у графічному вигляді:

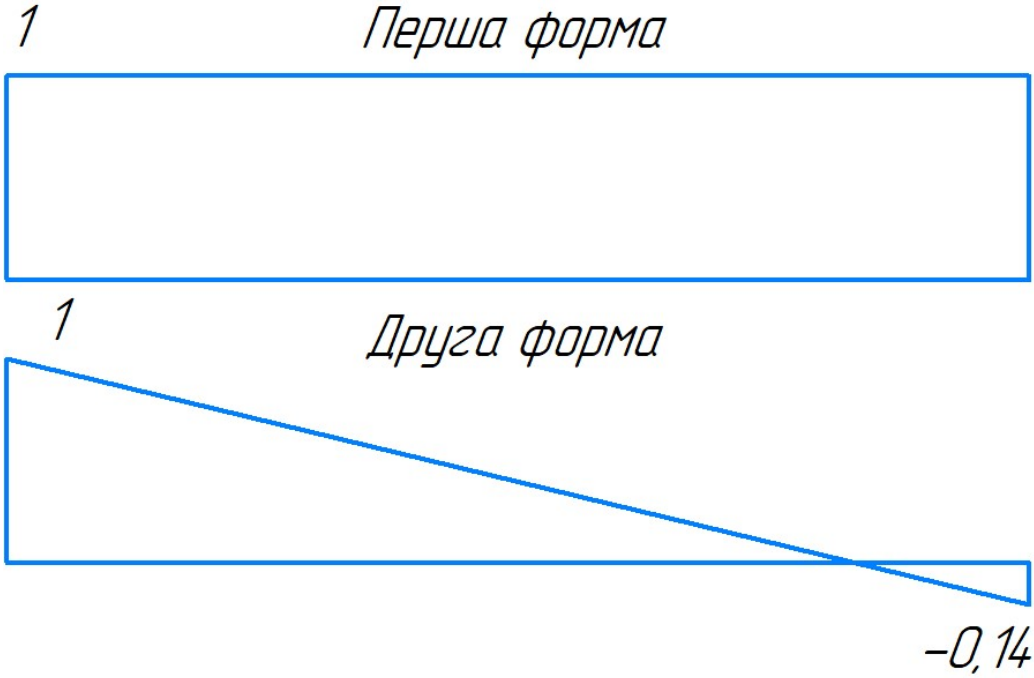


Рис.6.2. Власні форми коливань

Оскільки однією з властивостей власних форм коливань є їх ортогональність, то перевіримо виконання цієї умови:

$\{\Phi\}_1^{\mathrm{T}}[m]\{\Phi\}_2 = 0$; або $\{\Phi\}_1^{\mathrm{T}}[c]\{\Phi\}_2 = 0$

- у першому випадку:

$$\{1\ 1\} \cdot [I_1\ 0\ 0\ I_2] \cdot \left\{1\ -\frac{I_1}{I_2}\right\} = \{1\ 1\} \cdot \{I_1\ -I_1\} = I_1 - I_1 = 0;$$

- у другому випадку:

$$\{1\ 1\} \cdot [c\ -c\ -c\ c] \cdot \left\{1\ -\frac{I_1}{I_2}\right\} = \{1\ 1\} \cdot \left\{c + c\frac{I_1}{I_2}\ -c - c\frac{I_1}{I_2}\right\} = c + c\frac{I_1}{I_2} - c - c\frac{I_1}{I_2} = 0;$$

Знайдемо значення власних частот, використовуючи метод Релея:

$$\omega_{\square}^2 = \frac{\{\Phi\}_{\square}^{\square}[\square]\{\Phi\}_{\square}}{\{\Phi\}_{\square}^{\square}[\square]\{\Phi\}_{\square}};$$

$$\omega_1^2 = \frac{\{1\ 1\} \cdot [\square\ -\square\ -\square\ \square] \cdot \{1\ 1\}}{\{1\ 1\} \cdot [\square_1\ 0\ 0\ \square_2] \cdot \{1\ 1\}} = \frac{\{1\ 1\} \cdot \{0\ 0\}}{\{1\ 1\} \cdot \{\square_1\ \square_2\}} = 0;$$

$$\omega_2^2 = \frac{\left\{1\ \ -\frac{I_1}{I_2}\right\} \cdot \begin{bmatrix} c & -c \\ -c & c \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix}}{\left\{1\ \ -\frac{I_1}{I_2}\right\} \cdot \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix}} = \frac{\left\{1\ \ -\frac{I_1}{I_2}\right\} \cdot \begin{Bmatrix} c + c\frac{I_1}{I_2} \\ -c - c\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix}}{\left\{1\ \ -\frac{I_1}{I_2}\right\} \cdot \begin{Bmatrix} I_1 \\ -I_1 \end{Bmatrix}} =$$

$$= \frac{c \cdot \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right) + c \cdot \frac{I_1}{I_2} \cdot \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)}{I_1 \cdot \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)} = \frac{c \cdot \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)}{I_1} = \frac{c \cdot (I_1 + I_2)}{I_1 \cdot I_2} =$$

$$= \frac{5.99 \cdot 10^{\ 8} \cdot (0.591 + 4.191)}{0.591 \cdot 4.191} = 11.565 \cdot 10^8 \frac{1}{c^2}$$

Отже, остаточно: $\omega_2 = \sqrt{11.565 \cdot 10^8} = 34007\frac{1}{c}$

6.2 Числові розрахунки власних частот та відповідних власних форм згинальних коливань системи з двома ступенями вільності

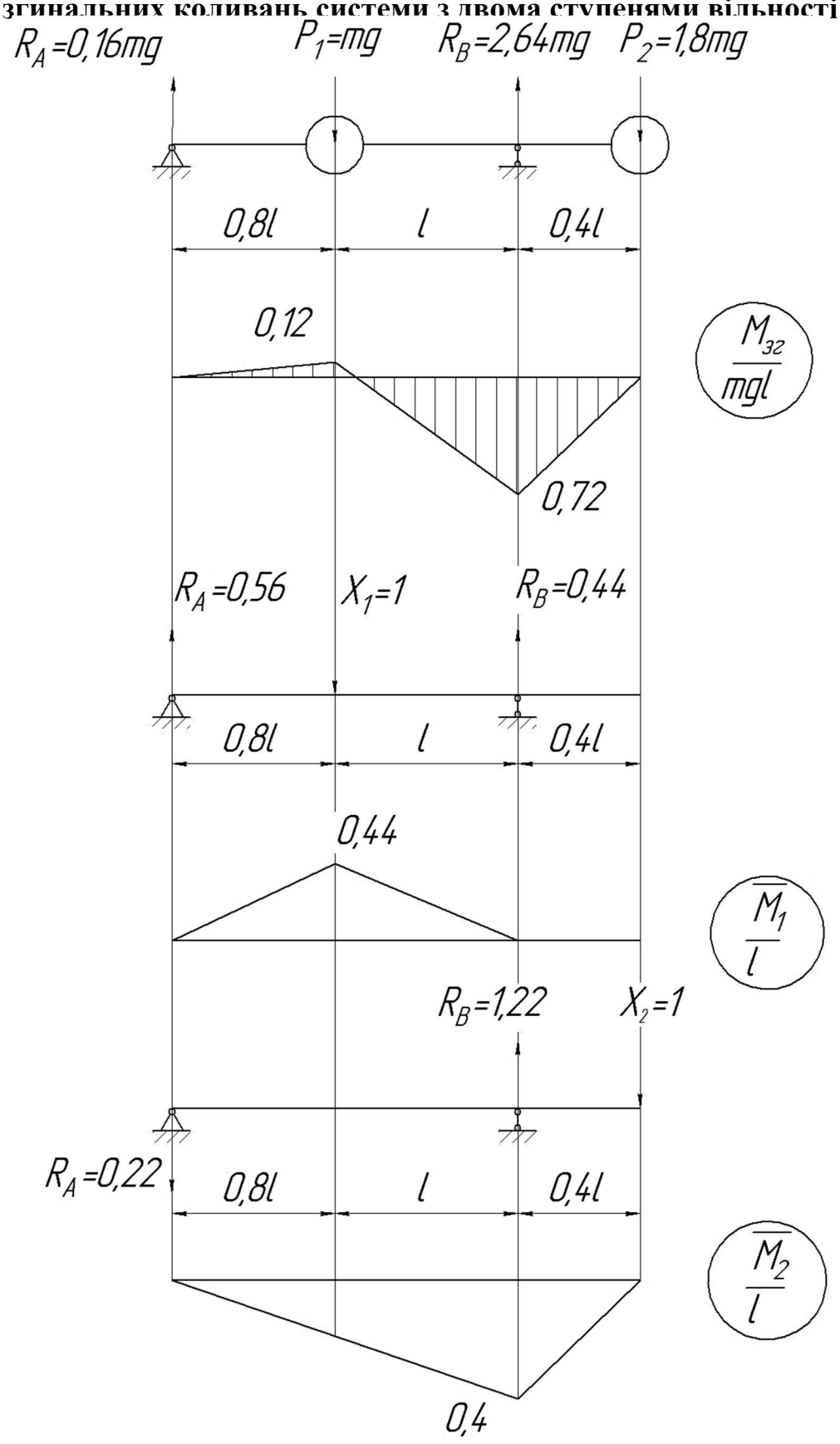


Рис. 6.3. Розрахункова схема

Визначення власних частот:

$$\{w_1 = -m_1\delta_{11}w^{¨}_1 - m_2\delta_{12}w^{¨}_2\ w_2 = -m_1\delta_{21}w^{¨}_1 - m_2\delta_{22}w^{¨}_2$$

Використаємо наступну заміну:

$$w_i = W_i cos(\omega t - \phi)$$

$$\{W_1 = \omega^2 m_1\delta_{11}W_1 + \omega^2 m_2\delta_{12}W_2\ W_2 = \omega^2 m_1\delta_{21}W_1 + \omega^2 m_2\delta_{22}W_2$$

$$\{W_1(\omega^2 m_1\delta_{11} - 1) + \omega^2 m_2\delta_{12}W_2 = 0\ \omega^2 m_1\delta_{21}W_1 + W_2(\omega^2 m_2\delta_{22} - 1) = 0$$

Знайдемо відповідні маси m_i та переміщення δ_{ij}.

$$□_1 = \frac{□□□_1^2 h_1}{4} = \frac{7800 \cdot 10^{-9} \cdot 3.14 \cdot 36^2 \cdot 46}{4} = 3.65кг$$

$$□_1 = \frac{□□□_1^2 h_1}{4} = \frac{7800 \cdot 10^{-9} \cdot 3.14 \cdot 84^2 \cdot 11}{4} = 4.75кг$$

Нехай, $m_1 = m$ тоді $m_2 = 1,8m$.

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI}\left(\left(\frac{1}{2}\cdot 0,8l\cdot 0,44l\cdot\frac{2}{3}\cdot 0,44l\right)+\left(\frac{1}{2}\cdot l\cdot 0,44l\cdot\frac{2}{3}\cdot 0,44l\right)\right) = 0,12\frac{l^3}{EI}$$

$$\delta_{12} = \frac{1}{EI}\left(\left(\frac{1}{2}\cdot 0,8l\cdot 0,18l\cdot\left(-\frac{2}{3}\cdot 0,44l\right)\right)+\left(0,18l\cdot l\cdot\left(-\frac{1}{2}\cdot 0,44l\right)\right)+\left(\frac{1}{2}\cdot l\cdot 0,22l\cdot\left(-\frac{1}{3}\cdot 0,44l\right)\right)\right)$$

$$= -0,08\frac{l^3}{EI}$$

$$\delta_{12} = \delta_{21}$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{EI}\left(\left(\frac{1}{2}\cdot 1,8l\cdot 0,4l\cdot\frac{2}{3}\cdot 0,4l\right)+\left(\frac{1}{2}\cdot 0,4l\cdot 0,4l\cdot\frac{2}{3}\cdot 0,4l\right)\right) = 0,10\frac{l^3}{EI}$$

Підставимо знайдені переміщення у детермінант:

$$\det\begin{vmatrix}\omega^2 m_1\delta_{11} - 1 & \omega^2 m_2\delta_{12}\\ \omega^2 m_1\delta_{21} & \omega^2 m_2\delta_{22} - 1\end{vmatrix} = 0$$

$$\det\begin{vmatrix} m\cdot 0,12\frac{l^3}{EI}\omega^2 - 1 & -1,8m\frac{0,08\cdot l^3}{EI}\omega^2\\ m\frac{0,08\cdot l^3}{EI}\omega^2 & 1,8m\frac{0,10\cdot l^3}{EI}\omega^2 - 1\end{vmatrix} = \det\begin{vmatrix} 0,12\frac{ml^3}{EI}\omega^2 - 1 & -0,14\frac{ml^3}{EI}\omega^2\\ -0,08\frac{ml^3}{EI}\omega^2 & 0,18\frac{ml^3}{EI}\omega^2 - 1\end{vmatrix} =$$

$$= \left| z = \frac{ml^3}{EI}\omega^2 \right| = \det\begin{vmatrix}0,12z - 1 & -0,14z\\ -0,08z & 0,18z - 1\end{vmatrix} = (0,12z - 1)(0,08z - 1) - 0,01z^2 =$$

$$= 0,002z^2 - 0,2z + 1 = 0$$

Знайдемо дискримінант квадратного рівняння:

$$D = b^2 - 4ac = (-0,2)^2 - 4 \cdot 0,002 \cdot 1 = 0,04 - 0,008 = 0,032$$

Знайдемо корені рівняння:

$$z_1 = \frac{0,2 + \sqrt{0,032}}{2 \cdot 0,002} = 94,72$$

$$z_2 = \frac{0,2 - \sqrt{0,032}}{2 \cdot 0,002} = 5,28 .$$

Отримаємо дві частоти власних коливань:

$$\omega_1 = 9,73\sqrt{\frac{EI}{ml^3}} \left[\begin{array}{l} \omega^2_1 = 94,72\frac{EI}{ml^3}; \\ \omega^2_2 = 5,28\frac{EI}{ml^3}; \end{array} \right.$$

$$\omega_2 = 2,30\sqrt{\frac{EI}{ml^3}}$$

Оскільки кожній власній частоті існує відповідна форма коливань, то підставимо по одній з кожної пари власних частот у матричне рівняння. Тоді отримаємо дві форми коливань:

1. Перша форма коливань:

$$z_1 = 94,72; \quad \omega_1 = 9,73\sqrt{\frac{EI}{ml^3}}$$

$$\begin{Vmatrix} 0,12z - 1 & -0,14z \\ -0,08z & 0,18z - 1 \end{Vmatrix} \begin{Bmatrix} W_{11} \\ W_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Приймаючи, що $W_{11} = 1$ отримаємо:

$$\begin{Vmatrix} 0,12z - 1 & -0,14z \\ -0,08z & 0,18z - 1 \end{Vmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ W_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$(0,12z_1 - 1) - 0,14z_1 \cdot W_{12} = 0$$

$$W_{12} = \frac{0,12z_1 - 1}{0,14z_1} = \frac{0,12 \cdot 94,72 - 1}{0,14 \cdot 94,72} = 0,8$$

Звідки значення другої форми коливань:

$$\{W\}_1 = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0,8 \end{Bmatrix}$$

2. Друга форма коливань:

$$z_2 = 5,28;\ \omega_2 = 2,30\sqrt{\frac{EI}{ml^3}}$$

$$\begin{Vmatrix} 0,12z-1 & -0,14z \\ -0,08z & 0,18z-1 \end{Vmatrix} \begin{Bmatrix} W_{21} \\ W_{22} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix},$$

Приймаючи, що $W_{21} = 1$ отримаємо:

$$\begin{Vmatrix} 0,12z-1 & -0,14z \\ -0,08z & 0,18z-1 \end{Vmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ W_{22} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$(0,12z_1 - 1) - 0,14z_1 \cdot W_{22} = 0$$

$$W_{22} = \frac{0,12z_1 - 1}{0,14z_1} = \frac{0,12 \cdot 5,28 - 1}{0,14 \cdot 5,28} = -0,6$$

Звідки значення першої форми коливань:

$$\{W\}_2 = \begin{Bmatrix} 1 \\ -0,6 \end{Bmatrix}$$

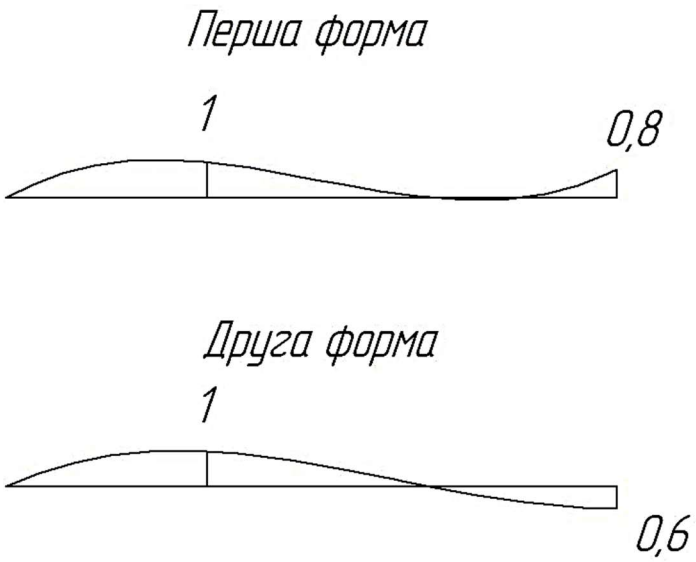


Рис.6.4. Власні форми коливань

Перевіримо виконання умову ортогональності:

$$\{W\}_1^{\mathrm{T}}[m]\{W\}_2 = 0$$

$$\{1 \quad 0,8\} \cdot \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & 1,8m \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ -0,6 \end{Bmatrix} = m - m = 0$$

Метод Релея

$\omega_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^{2} P_i \cdot W_i}{\sum_{i=1}^{2} m_i \cdot W_{i^2}}, P_i = m_i \cdot g$, P_1=mg, P_2=1.8mg

$$W_1 = \Delta_{1P} = -0,004\frac{mgl^3}{EI}$$

$$W_2 = \Delta_{2P} = 0,18\frac{mgl^3}{EI}$$

$$\omega_2^2 = \frac{\sum_{i=1}^{2} P_i \cdot W_i}{\sum_{i=1}^{2} m_i \cdot W_i^2} = \frac{P_1 \cdot W_1 + P_2 \cdot W_2}{m_1 \cdot W_1^2 + m_2 \cdot W_2^2} = \frac{mg\frac{-0,04mgl^3}{EI} + 1,8mg\frac{0,18mgl^3}{EI}}{m\left(\frac{-0,04mgl^3}{EI}\right)^2 + 1,8m\left(\frac{0,18mgl^3}{EI}\right)^2} =$$

$$= \frac{(-0,004 + 0,324)EI}{(0 + 0,06)ml^3} = 5,33\frac{EI}{ml^3}$$

$$\omega_2 = 2,31\sqrt{\frac{EI}{ml^3}}.$$

Визначимо похибку: $\Delta = \left|\frac{\omega_{м.сил} - \omega_{реллея}}{\omega_{м.сил}}\right| = \left|\frac{5,28 - 5,33}{5,28}\right| \cdot 100\% = 1\%$

Метод Донкерлі

$$\frac{1}{\omega_2^2}=\frac{1}{\left(\omega_1'\right)^2}+\frac{1}{\left(\omega_2'\right)^2}$$

$$\begin{cases}\left(\omega_1'\right)^2=\dfrac{1}{m_1\delta_{11}}=\dfrac{1}{m}\dfrac{EI}{0{,}12\cdot l^3}=8{,}33\dfrac{EI}{ml^3}\\ \left(\omega_2'\right)^2=\dfrac{1}{m_2\delta_{22}}=\dfrac{1}{1{,}8m}\dfrac{EI}{0{,}10\cdot l^3}=5{,}6\dfrac{EI}{ml^3}\end{cases}$$

$$\frac{1}{\omega_2^2}=\frac{ml^3}{8{,}33EI}+\frac{ml^3}{5{,}6EI}=\frac{0{,}2ml^3}{EI}$$

$$\omega_2^2=\frac{EI}{0{,}2ml^3}=5\frac{EI}{ml^3}$$

$$\omega_1=2{,}24\sqrt{\frac{EI}{ml^3}}$$

$$\Delta=\left|\frac{\omega_{м.сил}^2-\omega_{Донкерлі}^2}{\omega_{м.сил}^2}\right|=\left|\frac{5{,}28-5}{5{,}28}\right|\cdot 100\%=5{,}3\%$$

7. Розрахунок деталі “качалка” в системі керування літака АН-132

Передмова

Метод скінченних елементів (МСЕ) відноситься до варіаційних методів та має у своїй основі уявлення вихідної області зі скадною формою границь у виді сукупності простих підобластей (скінченних елементів). Уявлення про досліджувану область сукупністю підобластей має суть дискретизації континуальної задачі, тобто заміні нескінченої кількості степеней вільності реального тіла наближені еквівалентним, але скінченим числом степеней вільності.

Основною перевагою МСЕ є можливість отримання з певною точністю рішення будь-яких практичних задач механіки твердого тіла, що деформується.

Квазістатична задача теорії пружності в переміщеннях для гетерогенної анізотропної середи полягає в рішенні трьох диференційних рівнянь рівноваги відносно компонент вектора переміщення:

$$\nabla \cdot ({}^4\boldsymbol{C}(\boldsymbol{r}) \cdot\cdot \nabla \boldsymbol{u}) + \boldsymbol{f}_v = 0,$$

де $\boldsymbol{r} = x_k \boldsymbol{e}_k = x_1 \boldsymbol{e}_1 + x_2 \boldsymbol{e}_2 + x_3 \boldsymbol{e}_3$ - радіус-вектор розглянутої точки;

$\boldsymbol{u} = u_k \boldsymbol{e}_k$ - вектор переміщення;

$\nabla = \boldsymbol{e}_k \dfrac{\partial}{\partial x_k}$ - набла-оператор Гамільтона;

${}^4\boldsymbol{C}(\boldsymbol{r}) = C_{ijkl} \boldsymbol{e}_i \boldsymbol{e}_j \boldsymbol{e}_k \boldsymbol{e}_l$ - тензор пружних модулів;

$\boldsymbol{f} = f_{vk} \boldsymbol{e}_k$ - вектор об’ємних сил.

До системи рівнянь рівноваги, які визначають поведінку тіла в точках його об’єма V, додаються умови на поверхні S, яка його обмежує - кінематичні, статичні, або змішані граничні умови.

$$u\big|_S = u_S(r)$$
$$n\cdot({}^4C\cdot\cdot\nabla u)\big|_S = f_S$$
$$u\big|_{S1} = u_S(r);\ n\cdot({}^4C\cdot\cdot\nabla u)\big|_{S2} = f_S;\ S = S1\cup S2,$$

де $u_S = u_{Sk}e_k$ - заданий на границі вектор переміщення;

$f_S = f_{Sk}e_k$ - заданий на границі вектор поверхневої нагрузки;

$n = n_k e_k$ - одиничний вектор зовнішньої нормалі до поверхні тіла.

Можливі також комбіновані граничні умови, коли з трьох рівнянь, які мають бути заданими в кожній точці поверхні S, одне або декілька формулюються в переміщеннях, а решта в силах.

У випадку малих деформацій $(|\nabla u| << 1)$ тензор деформацій e виражається через вектор переміщення за допомогою відношень Коші:

$$\varepsilon = \frac{1}{2}(\nabla u + (\nabla u)^T) = (\nabla u)^S = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial u_i}\right)e_i e_j,$$

де $()^T$ - операція транспонування;

де $()^S$ - операція симетризування.

Необхідно визначити вектор-функцію u(r) в деякій області V, яка обмежена поверхнею S.

Основна концепція МСЕ складається з побудування дискретних СЕ моделей області і безперервної функції. Область V апроксимується кінцевим числом неперетинаючих одна іншу підобластей, які називаються СЕ, і які мають спільні вузлові точки. Вектор-функція u(r) інтерполюється на кожному СЕ поліномі, який виражається за допомогою вузлових значень шуканої вектор-функції u(r).

Область V представлена у вигляді сукупності КЕ $V^{(e)}, e = \overline{1, n_e}; n_e$ - загальна їх кількість. СЕ мають загальні вузлові точки, кожна з яких має номер J,

$J = \overline{1, n_p}, n_p$ - загальна кількість вузлових точок (вузлів). СЕ модель області характеризується глобальним вектором координат вузлів X

$$X^T = (\ldots, X_j^T, \ldots)_{j=\overline{1,n_p}}.$$

Вектор координат вузлів КЕ $x^{(e)}$ формується з глобального вектора X за допомогою матриці інцидентності $a_g^{(e)}$ наступним чином:

$$x^{(e)} = a_g^{(e)} X.$$

Вибір типа, форми елемента та числа його вузлових точок залежить від характера розглянутої задачі і точності, яку необхідно забезпечити.

У якості основних невідомих, в МСЕ приймаються вузлові значення шуканої функції вектора переміщень, і якщо необхідно, її похідних.

Розглядаються наступні вектори:

- U - глобальний вектор вузлових невідомих всієї конструкції
  $U^T = (\ldots, U_j^T, \ldots)_{j=\overline{1,n_p}}$,
- $u^{(e)}$ - локальний (елементний) вектор вузлових невідомих, який формується з глобального вектора вузлових переміщень U за допомогою матриці кінематичних зв'язків $a_f^{(e)}$ (матриці інцидентності) наступним чином:
  $u^{(e)} = a_f^{(e)} U.$

Після вибору вузлових невідомих будується інтерполяційний поліном, котрий виражає закон зміни шуканої функції в межах СЕ через значення його вузлових невідомих.

Вектор переміщення $u^T = (u_1, u_2, u_3)$ в довільній точці СЕ (е) с вектор-радіусом $x^T = (x_1, x_2, x_3)$ визначається як

$$u(x) = N^{f(e)} u^{(e)} = N^{f(e)} a_f^{(e)} U,$$

де $x = N^{g(e)} x^{(e)} = N^{g(e)} a_q^{(e)} X.$

Тут $N^{f(e)}$ -матриця інтерполяційних поліномів;

$N^{g(e)}$ - матриця апроксимуючих функцій (функцій норми).

Для зручності формулювання рівнянь матричного виду компоненти тензора деформацій і напружень представимо у вигляді “вектора деформацій” та “вектора напружень”. Вектор деформації визначається як $\varepsilon = (\nabla u)^S \rightarrow \varepsilon = B^{(e)} u^{(e)}$, а ветор напружень $\sigma = {}^4C \cdot\cdot (\varepsilon - \alpha \Delta T) \rightarrow \sigma = D^{(e)}(\varepsilon - \varepsilon_0) + \sigma_0$,

де $B^{(e)}$ - матриця градієнтів,

$D^{(e)}$-матриця пружності,

ε_0 -вектор початкових деформацій (температурних деформацій),

σ_0 -вектор початкових напружень.

Принцип можливих переміщень записується наступним чином:

$$\int_V \delta\varepsilon^T \cdot \sigma dV = \int_V \delta u^T \cdot f_v dV + \int_{S_2} \delta u^T \cdot f_s dS,$$

де $f_v(f_s)$ - вектор об’ємних (поверхневих) сил.

Після підстановки у принцип можливих переміщень наступних співвідношень:

$$u = N^{f(e)} u^{(e)} = N^{f(e)} a_f^{(e)} U^{(e)},$$
$$\varepsilon = B^{(e)} u^{(e)} = B^{(e)} a_f^{(e)} U,$$
$$\sigma = D^{(e)}(\varepsilon - \varepsilon_0) + \sigma_0 = D^{(e)}(B^{(e)} a_f^{(e)} U - \varepsilon_0) + \sigma_0.$$

З урахуванням властивості адитивності:

$$\int_V (\ldots) dV = \sum_e \int_{V(e)} (\ldots) dV$$

Отримуємо наступне:

$$\delta U^T \left(\sum_e a_f^{(e)T} \left(\int_{V(e)} B^{(e)T} D^{(e)} B^{(e)} dV \right) a_f^{(e)} \right) U =$$
$$= \delta U^T \left(\sum_e a_f^{(e)T} \left(\int_{V(e)} N^{f(e)T} f_v dV + \int_{S2(e)} N^{f(e)T} f_s dS + \int_{V(e)} B^{(e)T} D^{(e)} \varepsilon_0 dV - \int_{V(e)} B^{(e)T} \sigma_0 dV \right) \right).$$

Внаслідок довільності δU в об’ємі і на тій частині поверхні S_2, де переміщення не задані, можна записати $KU = F,$ де введені наступні визначення:

$K = \sum_e a_f^{(e)T} k^{(e)} a_f^{(e)}$ - глобальна матриця жорсткості,

$k^{(e)} = \int_{V(e)} B^{(e)T} D^{(e)} B^{(e)} dV$ - матриця жорсткості СЕ (e),

$F = \sum_e a_f^{(e)T} f^{(e)} = \sum_e a_f^{(e)T} (f_v^{(e)} + f_S^{(e)} + f_{\varepsilon 0}^{(e)} + f_{\sigma 0}^{(e)})$ - глобальний вектор вузлових сил.

При цьому:

$$f_v^{(e)} = \int_{V(e)} N^{f(e)T} f_v dV;$$
$$f_S^{(e)} = \int_{S2(e)} N^{f(e)T} f_S dS;$$
$$f_{\varepsilon 0}^{(e)} = \int_{V(e)} B^{(e)T} D^{(e)} \varepsilon_0 dV;$$
$$f_{\sigma 0}^{(e)} = -\int_{V(e)} B^{(e)T} \sigma_0 dV,$$

де $f_v^{(e)}, f_S^{(e)}, f_{\varepsilon 0}^{(e)}, f_{\sigma 0}^{(e)}$ - вектори вузлових сил СЕ (e), які статично еквівалентні діючим на тіло об'ємним f_v і поверхневим f_s силам, а також полям початкових деформацій ε_0 і напружень σ_0.

На основі обчислених елементарних матриць жорсткості $k^{(e)}(e = \overline{1, n_e})$ і векторів нагрузки $f^{(e)}(e = \overline{1, n_e})$ за допомогою матриці кінематичних зв'язків $a_f^{(e)}$ формується глобальна матриця жорсткості всієї конструкції К і глобальний вектор зовнішньої нагрузки F

$$k^{(e)}(e = \overline{1, n_e}) \to K = \sum_{e=1}^{n_e} a_f^{(e)T} k^{(e)} a_f^{(e)};$$
$$f^{(e)}(e = \overline{1, n_e}) \to F = \sum_{e=1}^{n_e} a_f^{(e)T} f^{(e)}.$$

Цей процес називається ансамблюванням.

Після розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь за допомогою інтерполяційних процесів в будь-якій точці конструкції можна обчислити переміщення та напруження

$$u = N^{f(e)} u^{(e)} = N^{f(e)} a_f^{(e)} U;$$
$$\varepsilon = B^{(e)} a_f^{(e)} U;$$
$$\sigma = D^{(e)} (B^{(e)} a_f^{(e)} U - \varepsilon_0) + \sigma_0.$$

1. Аналіз вихідних даних. Особливості роботи вузла.

Система управління польотом літака АН-132 включає в себе систему штурвального керування (СШУ) і систему керування закрилками (СУЗ). Одним з ключових органів управління є елерони, які симетрично розташовані на задніх кромках крила. Елерони представляють собою складову механізації крила літака, що відхиляється вгору та вниз і призначені для керування літаком вздовж його осі. Елерон при відхиленні створює різницю піднімальної сил правої та лівої половини крила. Робота елерона забезпечує поперечну стійкість і дозволяє здійснювати польоти за кривими, наприклад, віражі. За конструкцією та аеродинамічною формою елерон подібний до крила.

Однією зі складових вузла керування є деталь типу “качалка” (рис.1.1.). Качалка є проміжною ланкою в ланцюзі керування літаками та педалями керування. Її головним завданням є передача зусилля з педалей до приводу елеронів.

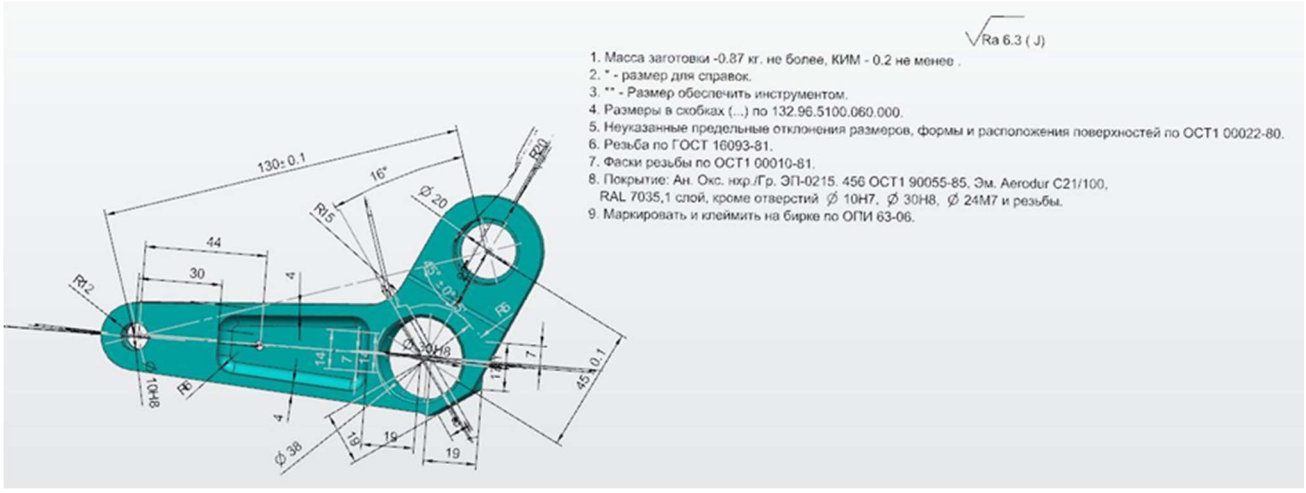


Рисунок 1.1 - Зображення деталі типу “качалка”

Качалка виконана з матеріалу АК-6 ГОСТ 4785-97. Алюмінієвий сплав АК-6 належить до системи алюміній-мідь-марганець. Основні хімічні та фізико-механічні властивості матеріалу АК-6 наведені в таблиці 1.1. Зусилля, яке прикладається до деталі 497кгс.

Таблиця 1.1 - Властивості матеріалу АК-6

Марка сталі	Хімічні властивості					
	Вміст,%					
	Si	Fe	Cu	Mn	Mg	Zn
	0.7-1.2	0.7	1.8-2.6	0.4-0.8	0.4-0.8	0.3
АК-6	Фізико- механічні властивості					
	Тимчасовий опір, $\sigma_в$, МПа	Межа текучості, $\sigma_{\square}$, МПа	Відносне подовження $\delta, \%$	Відносне звуження $\psi, \%$	Ударна в'язкість, KCU кДж/м^2	Твердість, НВ$^{-1}$, МПа
	425	320	10	22	1.1	100

2. Автоматизований розрахунок та аналіз деталі типу качалка

Проведений аналітичний розрахунок деталей показав, що їх конструкція та матеріал обрані вірно, проте аналітичний розрахунок не може наглядно продемонструвати можливі небезпечні ділянки деталей в перерізах, що не розглядалися. Саме тому було вирішено провести автоматизований розрахунок в комп'ютерному середовищі Autodesk Nastran 2018.

Процес автоматизованого аналізу складається із наступних етапів:

- створення 3D моделі досліджуваної деталі;
- обрання матеріалу деталі, задання базових характеристик;
- прикладання сил (розрахованих чи виміряних);
- налаштування параметрів сітки;
- аналіз та висновки.

➞ 3D модель деталі, схема закріплення та навантаження приведені на рис.7.2

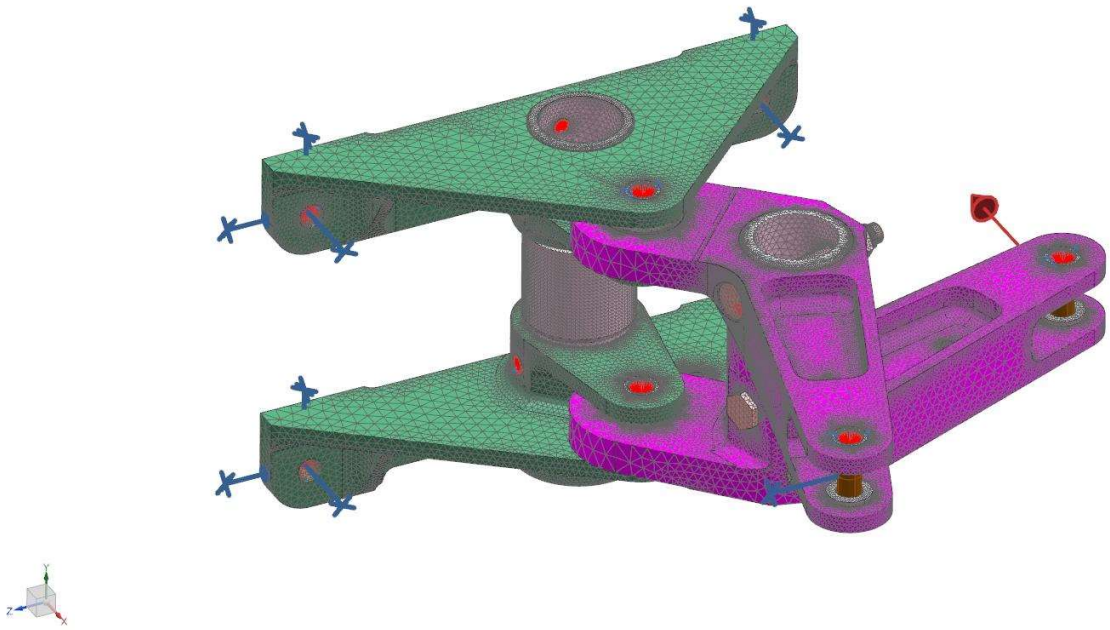


Рис.7.2

➞ Обраний матеріал деталі - алюмінієвий сплав АК-6, його властивості вказані в таблиці 7.1.

➞ Розміри сітки мають наступні параметри:

-тип елементів CTETRA (був обраний через більш оптимізований процес розбивки також він показує себе добре при аналізі статичних переміщень або коливаннях)

-рекомендований розмір, який базується на кривизні поверхні: 65;

-внутрішня градація сітки дорівнює 2;

-мінімальна довжина елементів дорівнює 0.4 .

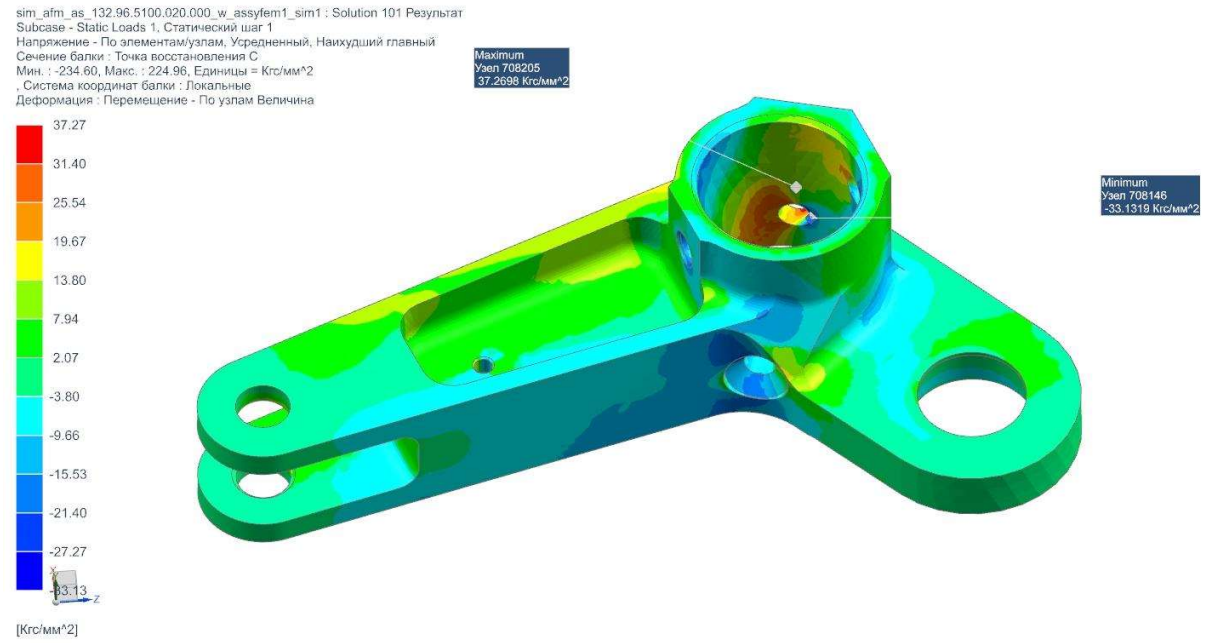
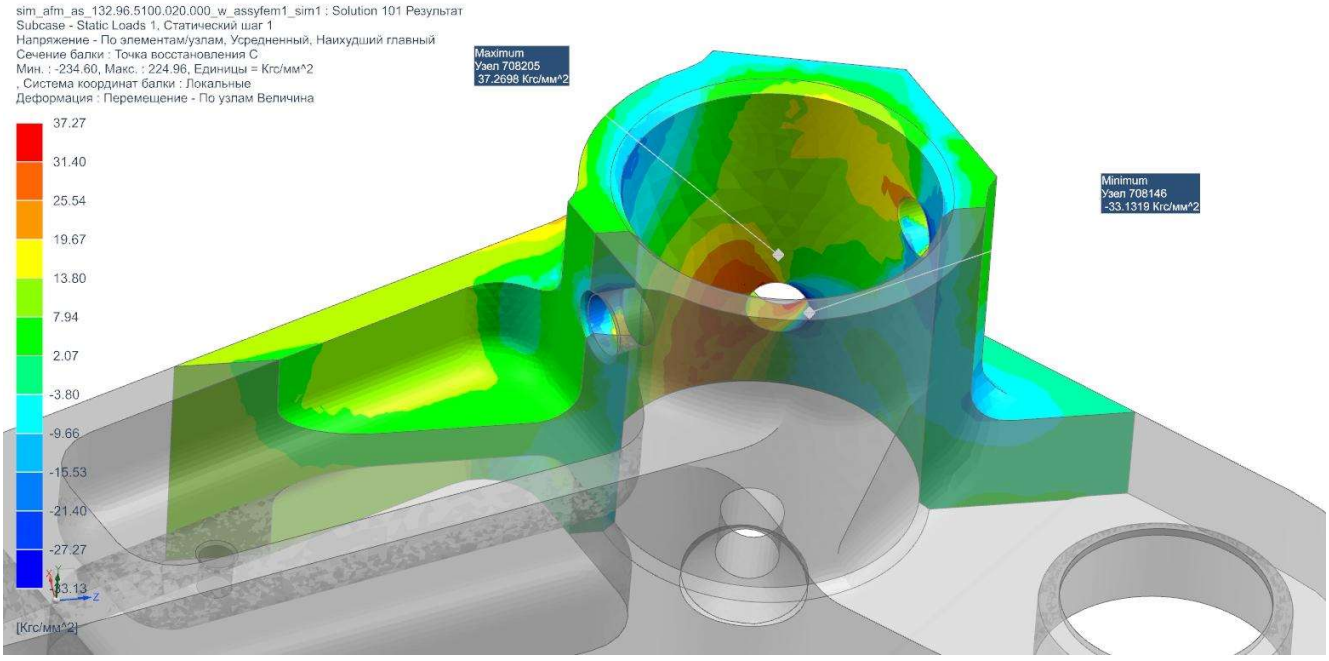


Рис.7.3. Результати



• СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. П.Г. Гузенков. Краткий справочник к расчетам деталей машин. Высшая школа, 1994 Павлище В. Т. Основи конструювання та розрахунок деталей машин: Підручник для вузів. – К.: Вища шк., 1993.

2. Проектування приводу випробувальної машини. Методичні вказівки до курсового проектування з деталей машин / Укл. Ковальчук Б.І., Заховайко О.П. – К.: НТУУ „КПІ”, 2004.Цехнович Л.И., Петриченко И.П. Атлас конструкций редукторов. – К.: Вища шк., 1990.

3. Павлище В. Т. Основи конструювання та розрахунок деталей машин: Підручник для вузів. – К.: Вища шк., 1993.

4. Киркач Н.Ф., Баласанян Р.А. Расчет и проектирование деталей машин. – Х.: Основа, 1991.

5. Чемерис О.М. Методичні вказівки до розв’язування задач симетричного круглих пластин з дисципліни „Будівельна механіка машин” для студентів спеціальності ДММ. – К.: КПІ, 1992.

6. Опір матеріалів / Підручник. Г.С. Писаренко. – К.: Вища школа, 1993. – 655с.

7. Иванов М.Н., Детали машин. Учебн. для машиностр. спец. вузов. 4-е изд. перераб. – М.: Высш. шк. 1984. – 336с.

8. Рудаков К.М. Чисельні методи аналізу в динаміці та міцності конструкцій: Навч. посібник. – К.: НТУУ „КПІ”, 2007. – 379 с.

9. Рудаков К.М. Конспект лекцій з дисципліни „Чисельні методи в динаміці та міцності машин”. Частина ІІі К.: НТУУ „КПІ”, НВЦ „Надійність”, 2000. – 105с.

10. Шимкович Д.Г. Расчет конструкцій в MSC NASTRAN for Windows. М.: ДМК Пресс, 2001. – 448с., ил. (Серия „Проектирование”) .

11. Рудаков К.М. MSC NASTRAN 4.0 for Windows. Геометричне моделювання та скінченно-елементні розрахунки конструкцій. – К.: НТУУ „КПІ”, 2004. – 120с.

12. Методичні вказівки до виконання випускної атестаційної роботи бакалавра з напряму 0902 – Інженерна механіка для спеціальності 7.090201 – Динаміка і міцність машин / Укл.: А.Є. Бабенко, О.О. Боронко, О.П. Заховайко, Б.І. Ковальчук, К.М. Рудаков, Ю.М. Сидоренко, О.М. Чемерис. Під загальною редакцією М.І. Бобиря. – К.: НТУУ "КПІ", 2004. – 47 с.

13. Рудаков К.М. Femap 10.2. Геометричне та скінченно-елементне моделювання конструкцій. – К.: НТУУ „КПІ”, 2011. – 317 с.

14. Гончаров П. С., Артамонов И. А., Халитов Т. Ф., Денисихин С. В., Сотник Д. Е. Г65 NX Advanced Simulation. Инженерный анализ. – М.: ДМК Пресс, 2012. – 504 с.

15. Жилкин В. А. Введение в метод конечного элемента [Текст] : учеб. пособие / В. А. Жилкин. – Челябинск : ЧГАА, 2013. – 296 с.