

Національний технічний університет України
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені Ігоря Сікорського»
НАВЧАЛЬНО - НАУКОВИЙ МЕХАНІКО-МАШИНОБУДІВНИЙ
ІНСТИТУТ Кафедра технології машинобудування

«До захисту допущено»

Завідувач кафедри __ Олександр Охріменко

(підпис)

(власне ім'я, прізвище)

“__” _____ 2023р.

Магістерська дисертація

на здобуття ступеня магістра

за освітньо-науковою програмою «Технології машинобудування»

зі спеціальності 131 «Прикладна механіка»

на тему: Моделювання руху керамічної деталі типу «куля» при шліфуванні торцевим алмазним кругом

Виконав:

студент 2 курсу, групи МТ-21мн

Коцюба Богдан Геннадійович

(прізвище, ім'я, по батькові) (підпис)

доктор технічних наук, професор. Охріменко О.А.

Науковий керівник _____

(посада, науковий ступінь, вчене звання, прізвище та ініціали)

(підпис)

доктор технічних наук, професор. Сохань С.В.

Рецензент _____

(посада, науковий ступінь, вчене звання, науковий ступінь, прізвище та ініціали) (підпис)

Засвідчую, що у цій магістерській

дисертації немає запозичень з

праць інших авторів без

відповідних посилань.

Студент _____

(підпис)

Київ – 2024

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
Навчально – науковий механіко-машинобудівний інститут
Кафедра технології машинобудування

Рівень вищої освіти – другий (магістерський)

Спеціальність – 131 «Прикладна механіка»

Освітньо-науковою програмою «Технології машинобудування»

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

_____ Олександр Охріменко

«___» _____ 20__ р.

ЗАВДАННЯ
на магістерську дисертацію студенту

Коцюба Богдан Геннадійович (прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема дисертації Моделювання руху керамічної деталі типу «куля» при шліфуванні торцевим алмазним кругом

науковий керівник Охріменко О.А., проф. , д.т.н _____ ,
(прізвище, ім'я, по батькові, науковий ступінь, вчене звання)

затверджені наказом по університету від «___» березня 2024 р. № _____

2. Термін подання студентом дисертації «___» _____ 20__ р.

3. Об'єкт дослідження шліфуванні деталей типу «куля» при обробці торцевим інструментом.

4. Вихідні дані _____ Технологія обробки керамічних куль торцевим шліфуванням

5. Перелік завдань, які потрібно розробити дослідити процес шліфування куль підшипника алмазним кругом на основі аналізу кінематики руху кулі при обробці та сил які на нього діють.

6. Орієнтовний перелік ілюстративного матеріалу 8 слайдів презентації

7. Орієнтовний перелік публікацій

8. Дата видачі завдання 01.10.2022_____

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№ з/п	Назва етапів виконання магістерської дисертації	Термін виконання етапів магістерської дисертації	Примітка
1	Особливості обробки методом шліфування твердих матеріалів	1 семестр	
2	Основні типи підшипників	1 семестр	
3	Ефективність керамічних куль у підшипниках	1 семестр	
4	Методи виготовлення керамічних куль	1 семестр	
5	Якість заготовки керамічних куль	1 семестр	
6	Написання розділу 1		
7	Методи обробки керамічних куль	2 семестр	

	підшипників		
8	Аналіз існуючих кінематичних схем	2 семестр	
9	Написання розділу 2	2 семестр	
10	Розробка моделі траєкторії руху	3 семестр	
11	Розробка моделі траєкторії руху кулі (вивести рівняння руху)	3 семестр	
	Перевірка розробленої моделі руху	3 семестр	
12	Вивести інтегральний кінематичний критерій ефективності траєкторій обробки сферичних кульок		
13	Написання розділу 3		
14	Застосування кінематичного критерію ефективності траєкторій обробки без зміщення осей	31.03.2024	
15	Застосування кінематичного критерію ефективності траєкторій обробки їх зміщенням осей по одній координаті.	10.04.2024	
16	Застосування кінематичного критерію ефективності траєкторій обробки їх зміщенням осей по двом координатам.	01.05.2024	

Студент

Богдан КОЦЮБА

Науковий керівник

Олександр ОХРИМЕНКО

ЗМІСТ

1. Розділ 1. Огляд літературних джерел.....	9
1.1 Особливості обробки методом шліфування твердих матеріалів.....	9
1.2 Основні типи підшипників кочення	9
1.3 Ефективність керамічних куль у підшипниках	10
1.4 Методи виготовлення керамічних куль	12
1.5 Якість заготовки керамічних куль	13
1.6. Методи обробки керамічних куль підшипників.....	13
1.6.1 Планетарне шліфування	13
1.6.2 Шліфування із сепаратором	14
1.6.3 Шліфування з V-подібною канавкою на диску.....	16
1.6.4 Шліфування із ексцентриситетом осей диску та інструмента	18
1.6.5 Комбінована обробка керамічних куль	19
1.6.6 Магнітно-абразивна обробка	21
1.6.7 Шліфування із трьохчастковою муфтою	22
1.7 Аналіз існуючих кінематичних схем.....	23
1.7.1 Аналіз кінематики ексцентрикового процесу обробки	23
1.7.2 Аналіз кінематики процесу шліфування керамічних куль по V-спіральній траєкторії.....	26
1.7.3 Аналіз кінематики процесу шліфування керамічних куль по V-подібній траєкторії з дрібною хвилястістю.....	28
Розділ 2. Розробка моделі траєкторії руху.....	31
Розділ 3. Дослідна частина	40
Загальні висновки.....	49
Література.....	50
Додатки	53

АННОТАЦІЯ

Коцюба Б. Г. Моделювання руху керамічної деталі типу «куля» при шліфуванні торцевим алмазним кругом. Дисертація на здобуття наукового ступеня магістра за спеціальністю 131 – Прикладна механіка. – Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут» ім. І. Сікорського. – Київ, 2024.

На основі аналізу сучасних кінематичних схем обробки деталей типу «куля» було запропоновано порівняльний інтегральний кінематичний критерій ефективності траєкторій обробки методом торцевого шліфування.

Досліджено параметри форми канавки руху кульки для рівномірного зняття припуску при обробці методом торцевого шліфування. За результатами дослідження встановлено що зміщення траєкторії вздовж однієї з осей значно впливає на ефективність обробки згідно запропонованого кінематичного критерію ефективності траєкторій.

ABSTRACT

Kotsyuba B. G. Modeling the movement of a ceramic part of the "ball" type during grinding with a diamond end wheel. Dissertation for obtaining a master's degree in specialty 131 - Applied mechanics. - National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute" named after I. Sikorskyi. - Kyiv, 2024.

On the basis of the analysis of modern kinematic schemes for processing "ball" parts, a comparative integral type of kinematic criteria for the efficiency of processing trajectories by the face grinding method was proposed.

The parameters of the shape of the groove of the ball movement for the uniform removal of the allowance during processing by the face grinding method were studied. According to the results of the study, it was established that the change of the trajectory along one of the axes significantly affects the processing efficiency according to the proposed kinematic criterion of the trajectory efficiency.

РЕФЕРАТ

Магістерська дисертація на тему: Моделювання руху керамічної деталі типу «куля» при шліфуванні торцевим алмазним кругом, містить 53 сторінки пояснювальної записки, рисунків – 50, таблиць – 4, використаних джерел – 22, загальний об'єм роботи складає 80 сторінок.

Актуальність

Отримання рівномірного зняття приску при обробці, використовуючи максимальну площу перекриття ріжучого інструменту при обробці для підвищення ефективності використання інструменту. Збільшити кількість оброблюваних деталей за одну установку, збільшивши шлях проходження, не збільшуючи діаметр інструменту.

Мета дослідження

Визначення параметрів форми канавки руху кульки для рівномірного зняття припуску при обробці кульок методом торцевого шліфування.

Завданнями даної роботи:

1. Визначити кінематику руху кулі що обробляється по заданій траєкторії.
2. Визначення швидкостей обертання кулі вздовж траєкторії її руху і перпендикулярно до неї при її обробці.
3. Порівняння ефективності різних траєкторій обробки, визначення критерію обробки.

Об'єкт дослідження

Процес шліфування прецизійних керамічних куль.

Предмет дослідження

Кінематика руху кулі при її обробці.

Наукова новизна

Запропоновано інтегральний критерій порівняння траєкторій обробки кулі за умови рівномірності значень лінійних швидкостей кулі вздовж і перпендикулярно траєкторії руху по всьому шляху обробки.

1. Розділ 1. Огляд літературних джерел

1.1 Особливості обробки методом шліфування твердих матеріалів

Шліфування - це процес обробки поверхонь, шляхом видалення шару матеріалу, який використовується на завершальних операціях виготовлення деталей. Основна мета шліфування – зняти шар матеріалу для отримання бажаної шорсткості та форми поверхні. При шліфувальних операціях виникають сильні локальні нагріви, через хаотично точковий розташування зерен абразиву. Якість оброблюваної поверхні досягається шляхом зменшення зернистості абразиву до заданих умов до поверхні.

Абразив для обробки має бути твердішим за оброблюємий матеріал. Для загартованих сталей використовують абразивні речовини, які включають оксид алюмінію Al_2O_3 , карбід кремнію SiC , спечений оксид алюмінію Al_2O_3 і кубічний нітрид бора BN .

Кераміка що використовується в машинобудуванні має високу твердість та хрупкість, тому під час шліфування дрібнодисперсний шар знятого абразиву може слугувати тим же абразивом. Вся технологічна кераміка: Si_3N_4 , карбід кремнію SiC та діоксид цирконію ZrO_2 та ін. оброблюється за допомогою алмазного шліфування через фізико-механічні особливості структури.

Підшипники є важливою складовою механічних систем у різних галузях машинобудування. Вони відіграють ключову роль у забезпеченні плавного руху, зменшенні тертя та збереженні кінетичної енергії у вузлах та агрегатах в промислових процесах [1].

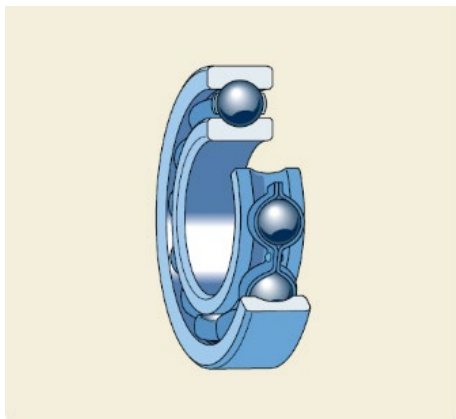
1.2 Основні типи підшипників кочення

- Радіальні однорядні кулькові підшипники – найбільш популярний тип підшипників з одним рядом кульок для радіальних навантажень.
 - Радіально-упорні кулькові підшипники - слугують для сприйняття радіальних і упорних навантажень одночасно.
 - Кулькові упорні подвійні підшипники – складаються з двох рядів кульок і призначені для роботи при великих упорних навантажень.
 - Підшипники з упором в стопорне кільце - вживають для стопоріння підшипника на деталях типу вал або в корпусних деталях.
 - Підшипники кочення та ковзання - складаються з корпусу та втулкою або вкладишами між тілами обертання. Тіла обертання можуть мати форму голчасту, циліндричну, форму кулі і тд.
 - Гібридні підшипники – складаються із сталевого корпусу та тіла обертання у вигляді кулі.
- [2].

1.3 Ефективність керамічних куль у підшипниках

Проблема тривалості експлуатації в механізмах стає актуальною, особливо у галузях з критичними робочими температурами від -40°C до $+250^{\circ}\text{C}$. Зносостійкість підшипників відіграє ключову роль у забезпеченні стабільної роботи в таких умовах. Ця проблема є актуальною для різних сфер, включаючи медицину, авіабудування, космічну промисловість, авіацію та газоперекачувальні агрегати. Надміцні підшипники, хоча і використовуються в цих галузях, мають свої обмеження, такі як скорочений ресурс роботи та велике споживання мастила, що впливає на коефіцієнт корисної дії під час руху [3].

Одним із розвиваючих напрямків в галузі підшипників є створення гібридних моделей, де використовується сталеве кільце з кулями, виготовленими з нітриду кремнію (Si_3N_4). Це значно підвищує експлуатаційні характеристики. Однією з основних переваг нітриду кремнію є його електроізоляційні властивості, які унеможливають вплив електричного кола. Крім того, цей матеріал має низький коефіцієнт теплового розширення, низьку густину та не чутливий до магнітних полів, що робить його вельми перспективним. Кульки з нітриду кремнію мають значно меншу густину, ніж їхні аналоги з підшипникової



сталі, що зменшує інерцію при старті та зупинці, а також зменшує знос сепаратора. Це також сприяє зменшенню сил тертя, тому мастило витрачається ефективніше протягом усього терміну експлуатації [4]. Якість обробки куль підшипника має прямий вплив на рівень сил тертя, тому важливо приділити увагу технології обробки поверхні для забезпечення їхньої оптимальної якості.

Рис 1.1. Гібридний підшипник

Таблиця 1.1. Порівняльні характеристики підшипникової сталі та нітриду кремнію [4].

Порівняльні характеристики підшипникової сталі та нітриду кремнію		
Властивості матеріалу	Підшипникова сталь	Підшипниковий матеріал нітрид кремнію
Густина (г/см^3)	7,9	3,2
Твердість	700 HV10	1 600 HV10
Модуль пружності (кН/мм^2)	210	310
Теплове розширення ($10^{-6}/\text{K}$)	12	3
Електричні властивості (при 1 МГц)		
Електричний опір (Ω)	0.4×10^{-6} (Провідник)	10^{12} (Ізолятор)

Діелектрична міцність (кВ/мм)	-	15
Відносна діелектрична постійна	-	8

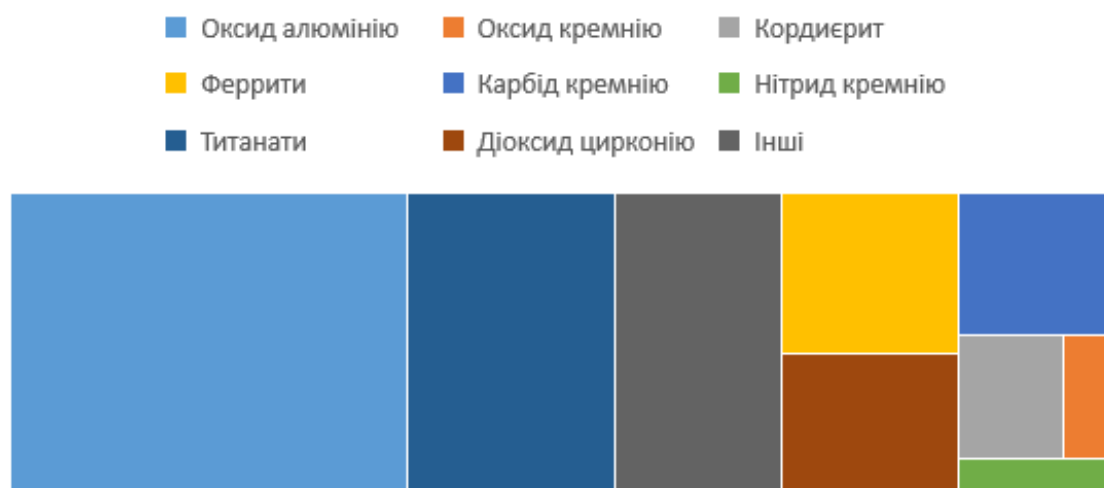
Порівняльна характеристика об'єму продажів керамічних матеріалів на графіку. 1.1 та в таблиці 1.2 [5].

Таблиця 1.2 – Об'єм продажу різних керамічних матеріалів

п/п	Матеріал	Об'єм продажу, % від всього ринку
1	Оксид алюмінію	35 – 38
2	Оксид кремнію	1-2
3	Кордієрит	3-4
4	Ферити	8-9
5	Карбід кремнію	4-7
6	Нітрид кремнію	1-2
7	Титанати	20-21
8	Діоксид цирконію	6-8
9	Інші	15-16

Графік 1 – Об'єм продажу різних керамічних матеріалів

Порівняльна характеристика об'ємів продажу керамічних матеріалів грамма



Вимоги до куль підшипників регламентується ДСТУ ГОСТ 3722:2018 [6]. Виходячи з умов вище, для забезпечення якості підшипників необхідного в подальших розрахунків приведені в таблиці 1.3 ступень точності кулі G3 (діаметром до 10 мм), відхилення від сферичності $\leq 0,08$ мкм, одиничний діаметр кулі $\leq 0,08$ мкм, різномірність діаметра кулі в

партії $\leq 0,13$ мкм. , шорсткість поверхні кулі по $R_z \leq 0,1$ мкм [6]. Ці дані зі стандарту підшипників кочення їх технічних вимог, тому при технології виготовлення, необхідно дотримуватись даних вимог.

Таблиця 1.3. Допуски та межі відхилення в мікрометрах ДСТУ ГОСТ 3722:2018 [6].

Степень точно- сти	D_w мм				$\Delta_{D_{\text{шт}}}$ ¹⁾	$V_{D_{\text{вн}}}$	$V_{D_{\text{вс}}}$	$\Delta_{R_{\text{ср}}}$	Ra	Rz ²⁾
					предельное от- клонение	не более				
G 3	От 0,25	д	12	включ.	± 5	0,13	0,08	0,08	—	0,100
		0								
G 5	» 0,25	»	12	»	± 5	0,25	0,13	0,13	0,020	0,100
G 10	» 0,25	»	25	»	± 9	0,50	0,25	0,25	0,020	0,100
G 16	» 0,25	»	25	»	± 10	0,80	0,40	0,40	0,032	0,160
G 20	» 0,25	»	38	»	± 10	1,00	0,50	0,50	0,040	0,200
G 24	» 0,25	»	38	»	± 10	1,20	0,60	0,60	0,040	0,200
G 28	» 0,25	»	38	»	± 12	1,40	0,70	0,70	0,050	0,250
G 40	» 0,25	»	50	»	± 16	2,00	1,00	1,00	0,080	0,400
G 60	» 0,25	»	80	»	± 30	3,00	1,50	1,50	0,100	0,500
G 100	» 0,25	»	120	»	± 40	5,00	2,50	2,50	0,125	0,600
G 200	» 0,25	»	150	»	± 60	10,00	5,00	5,00	0,200	0,800



а



б

Рисунок 1.2. Так виглядають керамічні кулі після спікання (а), кулі після фінішної механічної обробки (б) [7].

1.4 Методи виготовлення керамічних куль

Існує декілька технологій формування заготовок з порошкоподібного нітрид кремнію:

- гаряче литво термопластичних шлікерів;
- Формування з пластичних мас;
- лиття водних шлікерів у пористі форми;
- мундштучне пресування;
- реакційне спікання;
- гаряче пресування у графітових прес формах;
- гаряче ізостатичне пресування в еластичних формах [8];

Після отримання заготовки будь-якої із технологій виготовлення перелічених вище – кулі підшипника все ще мають технологічні дефекти та низьку якість поверхні для використання у виробі (рис 1.2. а).

1.5 Якість заготовки керамічних куль

Перед подальшими операціями механічної обробки після спікання керамічних куль необхідно перевірити якість заготовки на:

- Неоднорідність мікроструктури - після формування заготовки, через різну дисперсність фракції порошку та різну температурну при спіканні виникає нерівномірна кристалічна градка.
- Наявність тріщин, раковин, порушень суцільності на поверхні шару.
- Викривлення або спотворення заготовки або зсуву геометричного характеру.
- Перевипал - при неоднорідній температурі спікання утворюється велика кількість пор, які погіршать якість поверхні і не усуне проблему в подальших етапах механічної обробки.
- Недоспікання проблема полягає в неоднорідній щільності кристалічної градки кулі, що впливатиме на фізичні властивості на подальших етапах обробки;
- Окиснення відображається у вигляді корозії, зміни кольору на поверхні кулі, окалини.
- Спучування – утворюється в результаті нерівномірного нагріву, перегріву, недогріву, після чого на поверхні кулі залишаються пухирі.
- Після пресування керамічних куль із нітрид кремнію залишається наплив у місці з'єднання прес-форм яку необхідно прибрати на слюсарній операції перед абразивною обробкою [5].

1.6. Методи обробки керамічних куль підшипників

Для досягнення точності форм та розмірів керамічні кулі оброблюються шляхом абразивної обробки на спеціальних шліфувальних верстатах. Існує три основні етапи обробки куль які складаються з шліфування, полірування та доводочною операціями. Їх особливості та різновиди обробки відрізняються режимами різання, зернистість абразивного інструменту та кінематичними схемами обробки.

В даному розділі розглянемо вже відомі методи процесу шліфування та звернемо увагу на їх принци розрахунку щодо оброблення деталі типу «куля». Алмазні абразиви є найефективнішими для шліфування нітриду кремнію через його високу твердість [9].

1.6.1 Планетарне шліфування

- На рис. 1.3 показана схема роботи стола у вигляді закріпленого нерухомого диску та шліфувального круга із нижнім розташуванням. Верхній диск встановлено статично, шліфувальний круг обертається через планетарну передачу, що створює осцилюючі рухи для не повторення шліфувального сліду. Кульки кочуються та ковзають хаотично, тому даний метод є малоефективним та підходить лише для чорнової обробки. Нижнє розташування

шліфувального круга дає більший час контакту з керамічними кулями, поки партія деталей діаметрально вирівнюються в розмірах один відносно одного.

Відсутність сепаратора дає змогу рівномірно зношуватись шліфувальному кругу, що підвищує період стійкості інструменту економлячи час на переналадку. Осцилюючі рухи забезпечують кут повороту керамічної кулі для зрізання припуску [9].

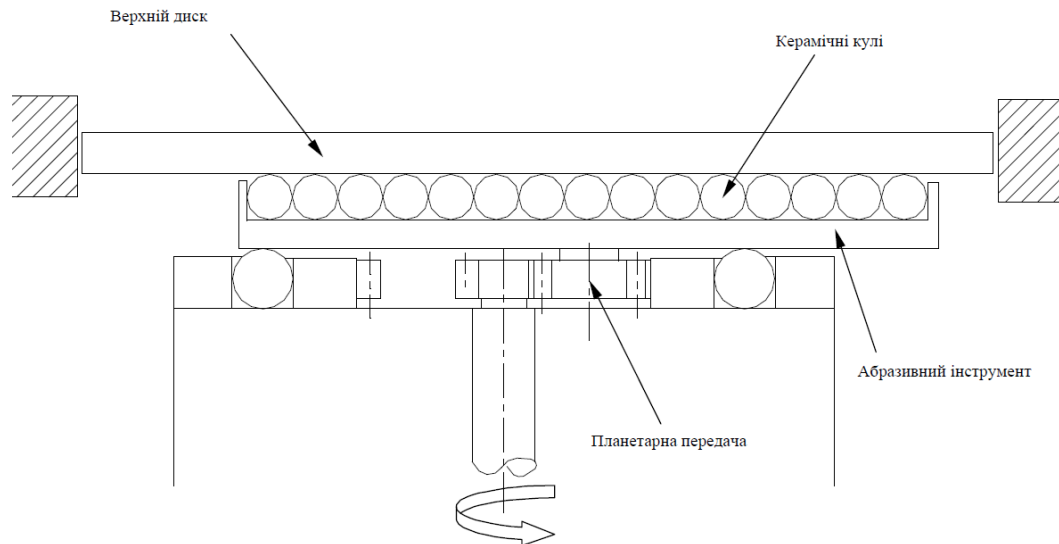


Рис 1.3. Плоский диск та шліфувальний круг із нижнім розташуванням.

1.6.2 Шліфування із сепаратором

- На рисунку 1.4 зображено схему обробки керамічних куль, із верхнім розташуванням абразивного інструменту, жорстко закріпленим диском та сепаратору. Обертання алмазного диску із певною кутовою швидкістю призводить обертання керамічних куль. Сепаратор обертається в попутному напрямку із абразивним інструментом, через кочення та проковзування керамічних, які штовхають сепаратор. Сепаратор обмежує хід по заданій траєкторії, прогножуючи кут повороту керамічної кулі відносно власної осі для обробки та прогнозує місця зносу інструменту. Абразивний інструмент забезпечує контакт кульки в двох або трьох точках в залежності від кута контакту інструмента. На рисунку 1.4 схематично зображено двохточковий контакт (кут контакту = 180°) [9].

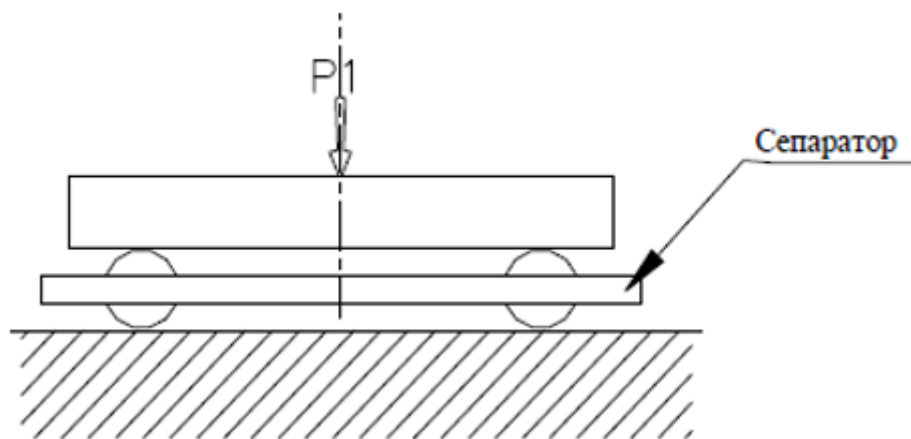


Рис. 1.4. Обробка із верхнім розташуванням абразивного інструменту, жорстко закріпленим диском та сепаратору.

Через високу твердість нітриду кремнію порівняно із абразивним інструментом, шліфувальні круги піддаються інтенсивному зносу, через це виникне жолоб по траєкторії руху сепаратору на інструменті (рис. 1.5) Це зменшує термін служби інструменту і підвищує витрати на їх заміну. Сепаратор обмежує кількість обробки деталей, знижуючи продуктивність обробки [10].

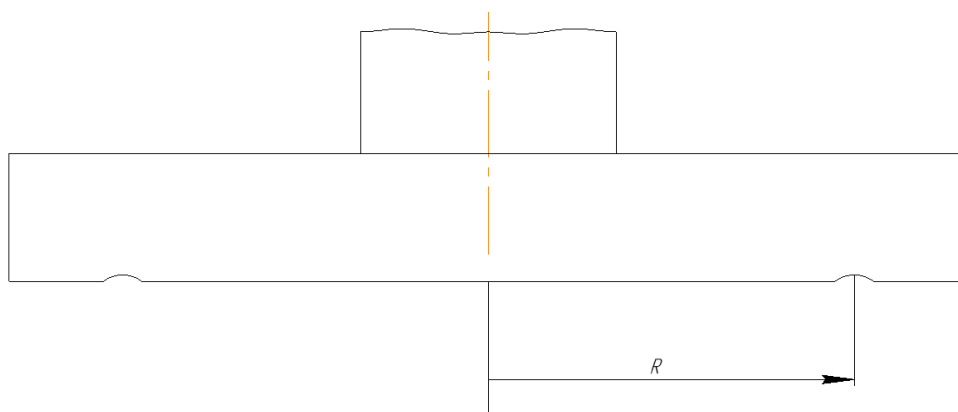


Рис 1.5. Слід на алмазному крузі після обробки керамічних куль даним методом.

Для підвищення ефективності попереднього методу обробки Інститутом надтвердих матеріалів імені В. Н. Бакуля було запропоновано обробку керамічних куль із нітрид кремнію із нижнім розташуванням диску, алмазним кругом та сепаратором між ними. Новизна даного типу обробки слугує розташування отворів під керамічні кулі у сепараторі в певному діаметральному діапазоні та зміщення осі обертання інструмента відносно сепаратору з оброблюючими кулями (рис. 1.6). Переваги обробки куль із сепаратором є додаткова точка контакту, яка змінює вектор швидкостей та прискорень, завдяки чому відбувається різання.

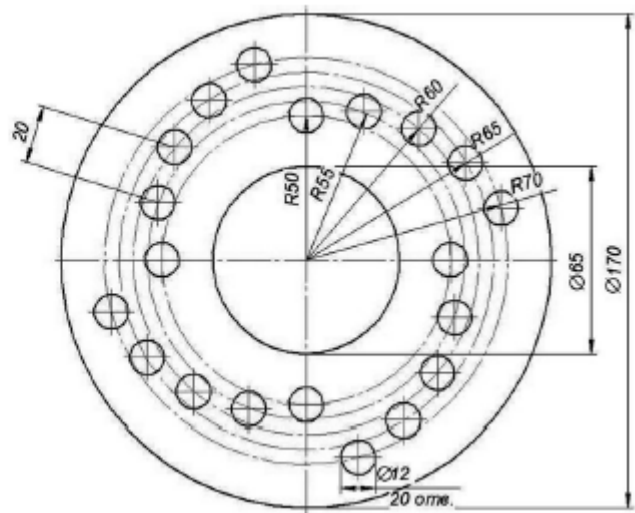


Рис. 1.6. Сепаратор технологічного пристрою (а) і схема розташування отворів у сепараторі (б) [10].

Недоліком даного методу є момент врізання та зчеплення абразивного інструменту із деталлю відбувається удар. Для крихких матеріалів таких як нітрид кремній це досить критично. Сепаратор обмежує кількість обробки деталей, знижуючи продуктивність обробки [10].

Обмежена кількість деталей обробки в партії через сепаратор ускладнює в подальшому збирання гібридних підшипників (доводиться застосовувати метод підбору при збиранні керамічних куль з однаковою дисперсією відхилення розмірів та форми).

1.6.3 Шліфування з V-подібною канавкою на диску

- На рис. 1.7 зображено схему роботи шліфувального диску та диску з V-подібною канавкою. На поверхні кулі даним методом обробки формується рівномірний слід контакту із шліфувальним кругом. Центр колової V-подібної канавки і шліфувального диску мають спільну вісь обертання, які незалежно один від одного обертаються в протилежному напрямку. Через різну відстань контакту кулі та поверхонь V-профілю забезпечується різна швидкість та прискорення відносно осі обертання диску дає змогу змінювати кут повороту кулі від 0° до 90° (рис. 1.7) [9].

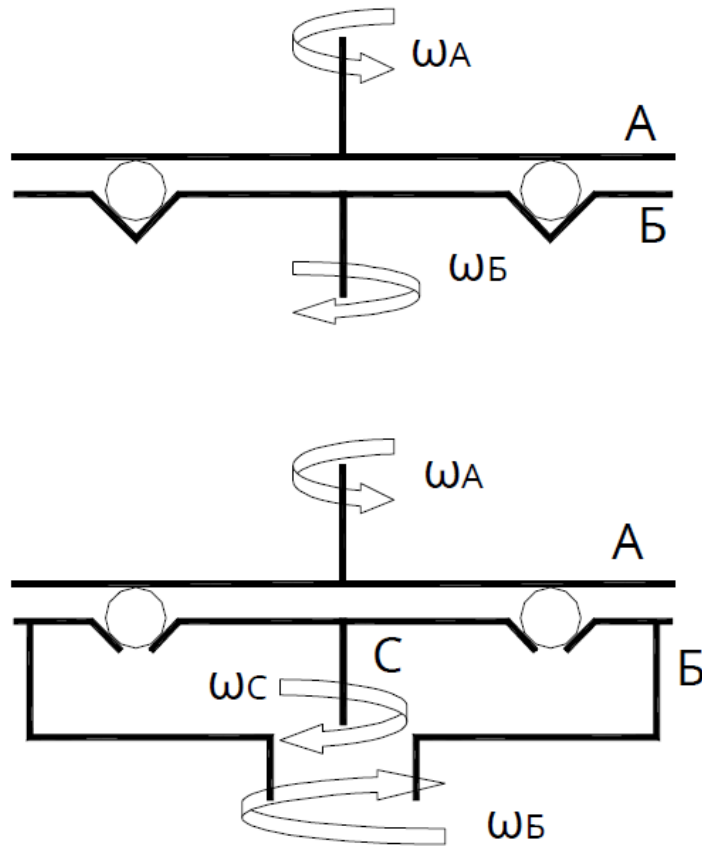


Рис 1.7. Схема шліфування абразивним інструментом з верхнім розташуванням та диску з V-подібною канавкою.

Порівнюючи твердості керамічної кулі та диску з V-подібним профілем можна вважати що керамічна куля є абсолютно твердим тілом порівняно із диском, по якій проходить куля під час обробки. Фізико- механічні характеристики нітрид кремнію приведені в таблиці 1.4.

Таблиця 1.4. Основні фізико-механічні властивості марок кераміки [7].

Параметри	Різновиди кераміки						
	Корундова Al ₂ O ₃ (Сп)	Корундова Al ₂ O ₃ (Гп)	Кварцова SiO ₂	Цирконієва ZrO ₂	Нітридна Si ₃ N ₄ (Гп)	Ситал ОД АС-370	Ситал КД АС-418
Густина ρ , кг/м ³ · 10 ³	3,8	3,9	2,0-2,2	5,95	3,1	2,6-2,7	2,5-2,6
Модуль пружності E , ГПа	350	365	60-60	205	310	132	90
Межа міцності, МПа на:							
згин σ_z	820	930	35-85	230	690	170-210	100-145
розтягування σ_p	220	360	35	120	400	80	60
стиснення σ_c	2000	3273	304	2000	3077	1600	1500
Коефіцієнт Пуассона μ	0,21	0,24	0,28	0,2	0,28	0,34	0,25
Твердість HV , ГПа	11,7±0,9	14,9±0,5	3,2±0,1	11±0,1	13,9±0,1	8±0,1	7,8±0,1
Коефіцієнт інтенсивності напружень 1 роду K_{IC} , МПа·м ^{1/2}	2,54±0,2	4,2±0,4	1±0,1	4,4±0,2	4,3±0,7	2,1±0,1	1,7±0,1
Критерій крихкості $\chi = \sigma_p / \sigma_c$	0,11	0,11	0,115	0,06	0,1-0,14	0,05	0,04
Пористість P , %	0,2	0,1	до 10	—	0,15	8	1,2
Температура плавлення T , °C	2050	2050	2200	2700	2000	1300	1320
Теплопровідність λ , Вт/(м·К) · 10 ⁻³ при:							
0 °C	20	25	0,5-1,3	1,8	20	3,1	1,8
800 °C	6,1	7,2	1,6-1,9	2,1	15	2,1	2,0
Теплоємність c , Дж/(кг·К) · 10 ⁻³ при:							
0 °C	0,88	0,88	0,8	0,502	0,7	0,92	1,1
800 °C	0,988	0,988	1,2	0,595	1,14	1,3	1,8
Коефіцієнт термічного лінійного розширення (КТЛР) α_p , °C · 10 ⁻⁷	80	80	5-7	80-110	30-32	20-40	5-22
Температурний коефіцієнт κ_t	-0,012	-0,012	—	-0,011	-0,011	-0,002	-0,013

Після тривалої експлуатації даного диска утворюється жолобоподібна вм'ятина, яка впливає на кут повороту керамічної кулі, який згодом стає некерованим (рис. 1.8). Спотворення кута відхилення кулі під час обробки на пряму залежить на режими різання та рівномірного зняття припуску.

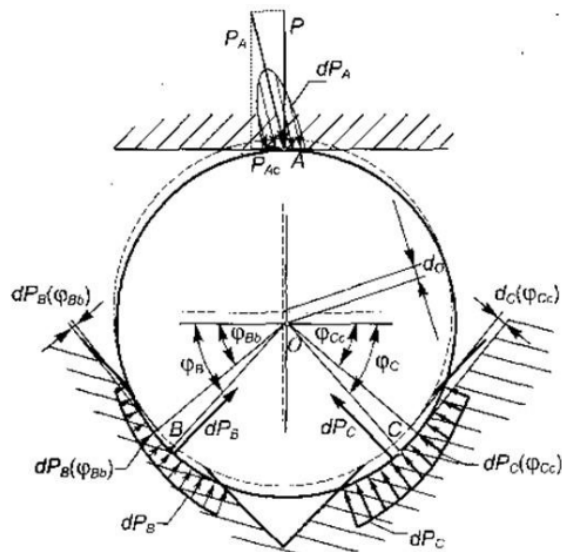


Рис 1.8. Розподіл тиску по дугах контакту кулі з утворюючої напрямної канавки [7].

1.6.4 Шліфування із ексцентриситетом осей диска та інструмента

На рисунку 1.9 зображено схему роботи шліфувального круга та диску з V-подібною канавкою. Даний метод обробки представляє собою поступально-обертальні рухи шліфувального круга по заданому коловому профілю по V-подібній канавці з певним зміщенням осей відносно глобальної системи координат. Через різну відстань контакту кулі та поверхонь V-профілю забезпечується нормальна та радіальна складові швидкостей, які утворюють сили різання та створюють зміну кута повороту кулі від 0° до 90°. В свою чергу

через ексцентриситет траекторії на диску - поверхня шліфувального круга використовується рівномірно, а знос відбувається по всій поверхні шліфувального круга [9].

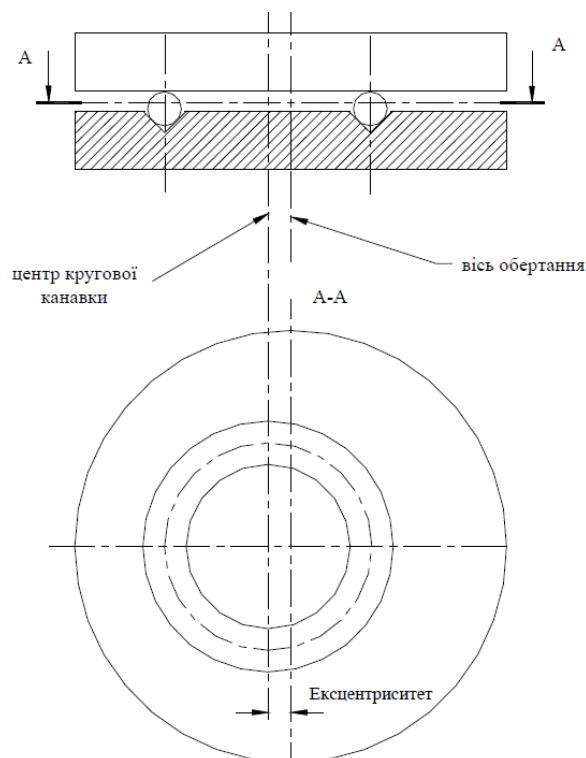


Рис. 1.9. Шліфувальний круг та V-подібна канавка з зміщеною віссю обертання.

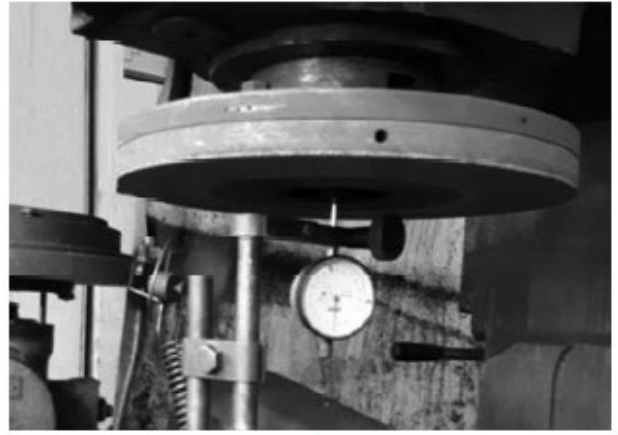
Недолік даної технології обробки – невелика кількість обробляючих деталей типу «куля». Траекторія канавки, яка охоплює ріжучий інструмент покриває незначну робочу площу поверхні, що значно знижує продуктивність використання алмазного круга. Даною проблемою та розвитком підвищенням продуктивності обробки займаються науковці [11,12,13,14,15].

1.6.5 Комбінована обробка керамічних куль

На рисунку 1.10 - запропонований Інститутом надтвердих матеріалів імені В.М. Бакуля комбінований процес шліфування керамічних куль із нітрид кремнію із диском, ріжучим інструментом та сепаратором між ним. Через зміщення осей диску із сепаратором та алмазного круга досягається повне перекриття поверхні інструмента [16]. В даній роботі досліджувалось співвідношення зносу інструмента із точності партії обробки керамічних куль. Сепаратор обмежує кількість обробки деталей, знижуючи продуктивність обробки. Також в момент врізання інструменту та деталі відбувається жорстке зчеплення, що може впливати на якість поверхні та утворення мікротріщин, як показано на рис. 1.11. Для проведення досліджень використовувались схеми обробки, зображені на рис 1.12.



а



б

Рис. 1.10. Розташування керамічних куль у пристрої (*а*), вимірювання координати профілю робочої поверхні круга (*б*) [16].

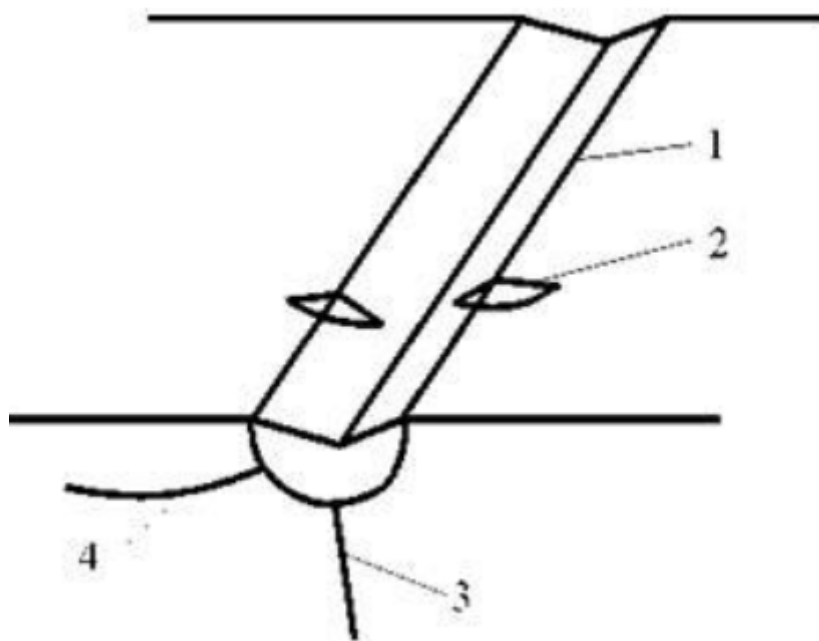


Рис. 1.11. – схема утворення тріщин в поверхні керамічних деталей після обробки одиничним абразивним зерном: 1 – канавка; 2 – радіальна тріщина; 3 – поздовжня тріщина; 4 – латеральна тріщина [7].

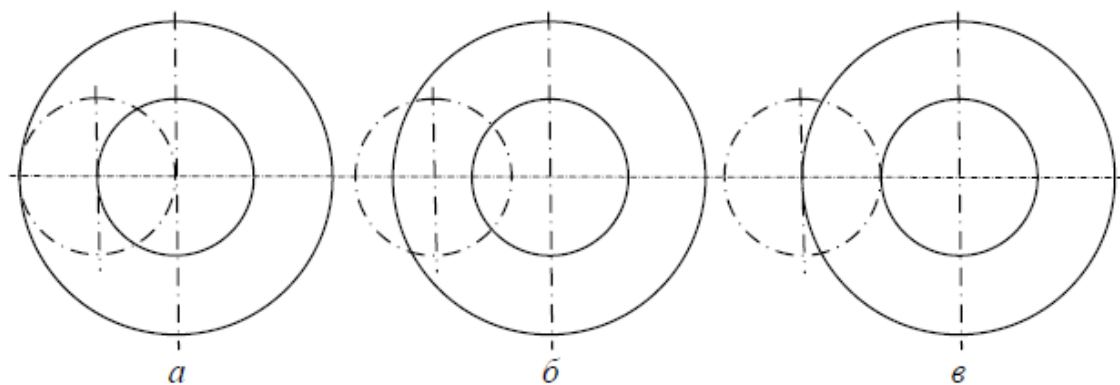


Рис. 1.12. Схеми шліфування з траєкторією подачі куль: дотичною зсередини до зовнішнього краю робочої поверхні (а), з центром посередині (б) і дотичною ззовні до внутрішнього краю робочої поверхні (в) [16].

1.6.6 Магнітно-абразивна обробка

Магнітно-абразивна обробка (МАО) що включає механічну обробку інструменту з верхнім розташуванням та під дією магнітного поля. На верстат встановлюється диск з траєкторією обертання під кулю та притискається інструментом, який в подальшому здійснюватиме обертові рухи. В обох дисках розташовані магніти для створення електричного магнітного поля. В канавку по якій проходить деталь під час обробки додають рідкий абразив, який реагує в шліфувальній зоні, у вигляді ріжучого інструменту. Закономірність магнітного поля має забезпечити рівномірний з'єм припуску.

Метод магнітно-абразивної обробки дозволяє досягти вимогам по круглості та шорсткості поверхні, що є критично важливим для експлуатаційних вимог в подальшому (рис. 1.13) [17] .

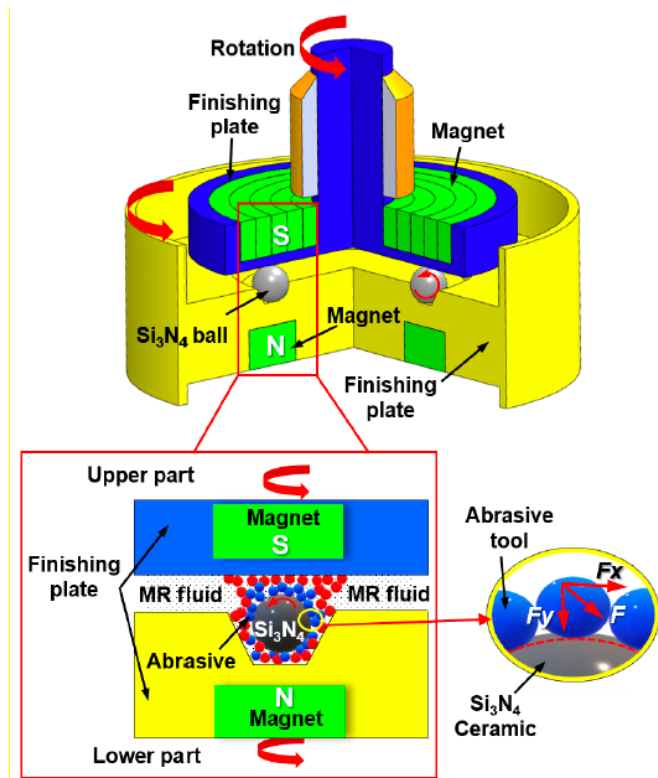


Рис. 1.13. Метод обробки між диском з V-подібною канавкою, обмежуючим та шліфувальним кругом, із протилежно направленими полюсами [17].

Даний метод підходить для фінішної обробки. Недолік – малий вміст деталей для обробки за одну серію шліфування.

1.6.7 Шліфування із трьохчастковою муфтою

Метод шліфування з трьохчастинною муфтою реалізується розташуванням кулі між двома нижніми та верхнім абразивними інструментами. Даний тип розташування інструменту спрямоване на активне управління зміною кута обертання ($[-90^\circ, 90^\circ]$). Кулі шляхом різниці швидкостей обертання нижніх двох (внутрішнього та зовнішнього) шліфувальних інструментів зображено на рис 1.14. При такій схемі контакт кулі з інструментами контактують найбільший час обробки, порівняно із попередніми методами, гарантуючи однорідність обробленої поверхні [18].

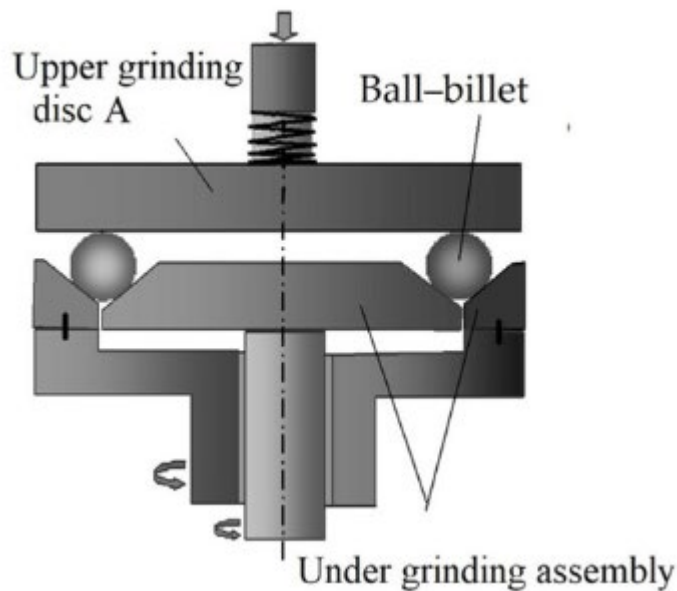


Рис 1.14. Принцип роботи двообертового шліфувального обладнання [18].

Цей метод ефективний трьохточковим контактом під час обробки. Підпружинений інструмент дає змогу при запуску обробки уникнути підклинюванню куль або їх критичний тиск на поверхню інструмента. При критичному тиску на поверхню кулі утворюються мікро та макродефекти, які в подальшому вплинуть на експлуатаційні властивості [18].

Підтвердженням ефективністю трьохточкового контакту з інструментом також можна довести через формулу зняття припуску. Швидкість зняття шару абразивної стружки $\frac{dV}{dt}$ із заготовки кулі, яка залежить від швидкості ковзання U_s . Навантаження контакту W та твердість H_v заготовки кулі були визначені відповідно до принципу абразивного зношування (при цьому коефіцієнт зношування K) [19,20].

$$\frac{dV}{dt} = \frac{K}{H_v} W U_s \quad (1.1)$$

1.7 Аналіз існуючих кінематичних схем

1.7.1 Аналіз кінематики ексцентрикового процесу обробки

Обробка керамічних куль є складним процесом, який включає в себе фізико-хімічні властивості, знання режимів різання, трибологічні процеси при механічній обробці для досягнення високої точності, круглості та гладкості поверхні керамічних куль. Механічна обробка куль на пряму залежить на якість та довговічність робити гібридних підшипників при експлуатації.

Дослідження кінематичних схем можна поділити на наступні групи:

- Електромагнітна обробка – виявлення закономірностей обертання кулі при обробці під дією магнітного поля та магнітних паст;
- Знаходження крутих моментів при обертанні кулі по певній траєкторії:

- Знаходження векторів швидкостей та пришвидшень для отримання кута повороту під час обробки.

Кінематика процесу шліфування з ексцентриситетом

Основні рівняння кінематики аналізуючи автора статті [9].

Для аналізу процесу шліфування та механіки зняття абразивної стружки проведемо аналіз кінематики кулі по заданій траєкторії. Основні рівняння кінематики описані нижче:

1. Радіус внутрішнього контакту (R_i):

$$R_i = R_g - R_b \cos(\theta) \quad (1.2)$$

2. Радіус зовнішнього контакту (R_o):

$$R_o = R_g + R_b \cos(\theta) \quad (1.3)$$

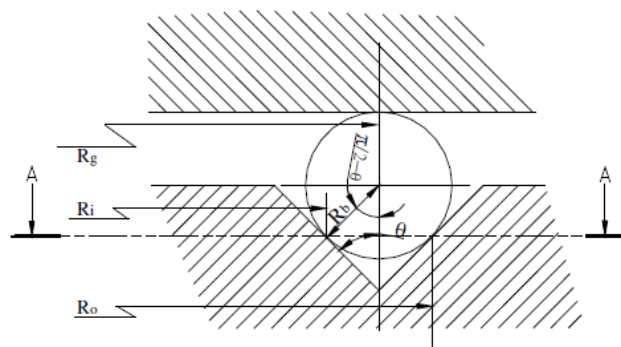


Рис. 1.15. Відстані контакту кулі відносно осі обертання.

3. Лінійна швидкість в точках внутрішнього та зовнішнього контакту:

$$V_{ip} = \omega_s \times R_i \quad (1.4)$$

$$V_{op} = \omega_s \times R_i \quad (1.5)$$

де, R_g — радіус V-паза, R_b — радіус кулі, θ — половина кута V-паза, ω_s — кутова швидкість обертання нижнього диску.

Радіус внутрішнього контакту (R_i):

Положення кулі у V-пазі визначає внутрішній радіус точкового контакту. Враховуючи, що куля торкається V-паза у двох точках (внутрішній і зовнішній контакт), можна записати рівняння для внутрішнього контакту:

$$R_i = R_g - R_b \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \quad (1.6)$$

, оскільки $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin(\theta)$, формула матиме вигляд:

$$R_i = R_g - R_b \sin(\theta) \quad (1.7)$$

Радіус зовнішнього контакту (R_o):

Радіус зовнішнього контакту рахується аналогічно:

$$R_o = R_g + R_b \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \quad (1.8)$$

Після підстановки $\cos(\frac{\pi}{2} - \theta) = \sin(\theta)$, отримуємо:

$$R_o = R_g + R_b \sin(\theta) \quad (1.9)$$

Лінійна швидкість в точках контакту:

Лінійна швидкість в точці внутрішнього контакту:

$$V_{ip} = \omega_s * R_i \quad (1.10)$$

Підставимо значення R_i :

$$V_{ip} = \omega_s (R_g - R_b \sin(\theta)) \quad (1.11)$$

Лінійна швидкість в точці зовнішнього контакту:

$$V_{op} = \omega_s R_o \quad (1.12)$$

Підставимо значення R_o :

$$V_{op} = \omega_s (R_g + R_b \sin(\theta)) \quad (1.13)$$

Кутова швидкість обертання кулі (ω_b)

Кутова швидкість обертання деталі ω_b складає різницю лінійної швидкості точках внутрішнього і зовнішнього контактів на поверхні диску:

$$\omega_b = \frac{V_{op} - V_{ip}}{R_b} \quad (1.14)$$

$$\omega_b = 2 \omega_s \sin(\theta) \quad (1.15)$$

Кут обертання кулі β :

$$\beta = \arctan \left(\frac{V_{op} - V_{ip}}{2 \omega_s R_g} \right) \quad (1.16)$$

Підставимо значення V_{op} та V_{ip} :

$$\beta = \arctan \left(\frac{R_b \sin(\theta)}{R_g} \right) \quad (1.17)$$

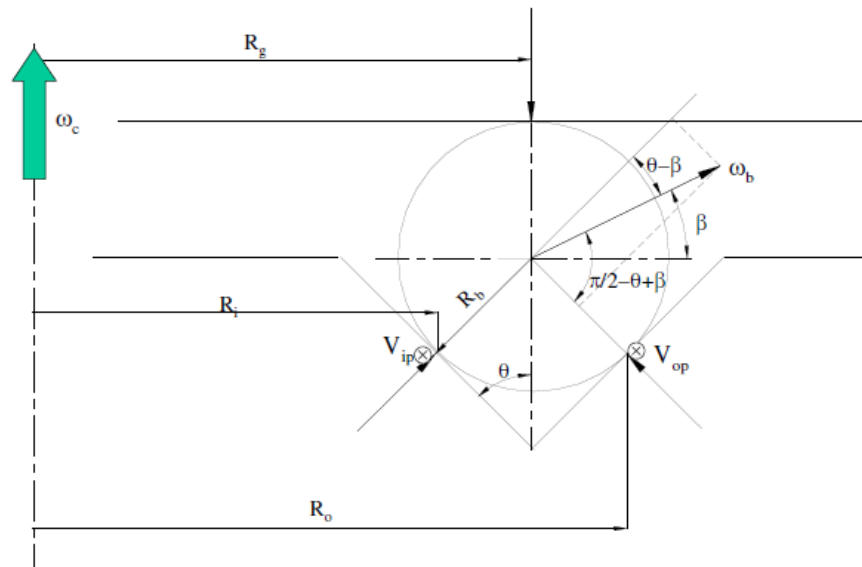


Рис. 1.16. Визначення кінематичних змінних кулі [9].

Визначення кутової швидкості відносно осі обертання:

$$\omega_c = \left(\frac{V_{ip} \sin(\theta) + V_{op} \cos(\theta)}{R_g(1 + \cos(\theta) + \sin(\theta))} \right) \quad (1.18)$$

Висновки:

Оптимальні умови для ексцентрикового притирання включають значення ексцентриситету (E) 8 мм і кут V-паза (θ) 90° (тобто половина кута 45°). Ці параметри були ефективнішими порівняно з меншими значеннями ексцентриситету і різними кутами V-паза. Було випробувано різні конфігурації радіуса V-паза (R_g), і виявилось, що радіус 65 мм, що вміщує 15 кульок, забезпечує кращі швидкості притирання порівняно з більшим радіусом 72 мм, який вміщує 17 кульок [9].

Швидкість зняття матеріалу та обробка поверхні:

Максимальна швидкість зняття матеріалу, досягнута за оптимальних умов (навантаження притирання 4,37 кг/на кулю, швидкість притирання 169 об/хв, розмір абразивних частинок 60 мкм і концентрація алмазної пасту 1 г:30 мл), була значно вищою за традиційні методи.

Зокрема, швидкість механічної обробки становила 68 мкм/год для заготовки кулі і 18 мкм/год для заготовки кулі, що суттєво перевищує швидкість, спостережувану при концентричному шліфуванні [9].

Дослідження показало, що ексцентриситет (E) суттєво впливає на кутову швидкість обертання кульки (ω_b), кут обертання кульки (β) та кутову швидкість циркуляції кульки (ω_c). Зі збільшенням E ці параметри змінюються більш динамічно.

Кут V-паза (θ) має мінімальний вплив на ω_b і ω_c , але впливає на різкість у перехідних точках для ω_b . Швидкість шліфування пропорційно впливає на ω_b і ω_c , але не впливає на β . Збільшення радіуса кругового V-паза (R_g) пропорційно впливає на ω_b , тоді як вплив на β і ω_c схожий на зменшення E [9].

1.7.2 Аналіз кінематики процесу шліфування керамічних куль по V-спіральній траєкторії

В публікації описується обробка високоточних керамічних куль методом спіральної V-подібної канавки. Основними перевагами цього методу є контроль кута обертання кулі та рівномірний розподіл траєкторій притирки по всій поверхні кулі. Результати експериментів підтверджують, що новий метод перевершує традиційні методи за такими показниками, як круглість, шорсткість поверхні, різниця в діаметрі та швидкість зменшення діаметру.

Система притирки складається з верхнього диску зі спіральною V-подібною канавкою, шліфувального круга розташований знизу, механізму завантаження та рециркуляції куль. Вхідний отвір для куль розташований на певній відстані від центру верхньої пластини, а

вихідний отвір — на зовнішньому діаметрі диску. Притирка здійснюється за рахунок комбінації навантаження, обертання та застосування шліфувальної пасту [21].

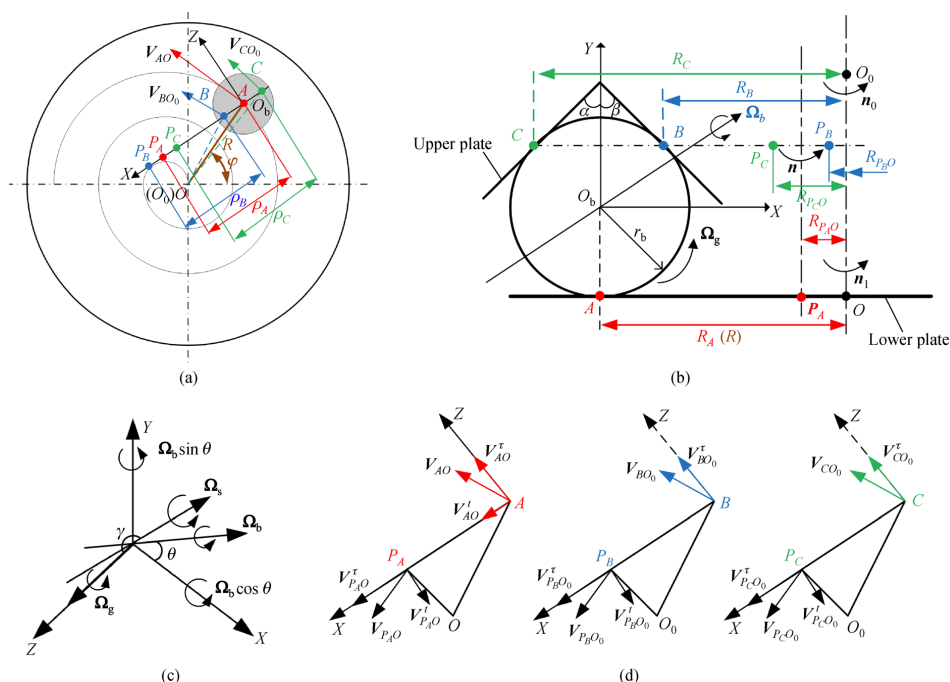


Рис. 1.17. Схема взаємодії кулі, шліфувального круга та диску зі спіральною V-подібною канавкою. а) вид зверху на взаємодію кулі по канавці профілю; б) геометричне співвідношення між кулею, шліфувальним диском та V-подібною канавкою; в) схема для визначення векторів кутової швидкості обертання кулі; г) аналіз швидкостей в різних розташуваннях кулі в Архімедовій спіралі [21].

Аналіз формул з кінематики притирання кулі:

- Ω_s – вектор кутової швидкості обертання кулі, який розділяється на компоненти Ω_b та Ω_g .
- θ та γ – кути обертання кулі навколо осей XY та Z відповідно.
- n_0 та n_1 – кутові швидкості обертання верхньої та нижньої пластин.
- n – кутова швидкість обертання центру кулі навколо осі, яка перпендикулярна шліфувального круга.

Формули кутів обертання кулі

Кут θ залежить від радіуса кривизни ρ_A та кута α :

$$\theta = \arctan\left(\frac{r_b \sin(\alpha)}{\rho_A}\right) \quad (1.19)$$

де, r_b – радіус кулі, α – кут нахилу верхньої пластини, ρ_A – радіус кривизни траєкторії точки контакту кулі з нижньою пластиною.

Кут γ визначається як відношення кутових швидкостей Ω_b та Ω_g :

$$\gamma = \arctan\left(\frac{\Omega_b}{\Omega_g}\right) \quad (1.20)$$

де, Ω_b – кутова швидкість обертання кулі в площині XY, Ω_g – кутова швидкість обертання кулі навколо осі Z.

Виведені кінематичні рівняння для кутів обертання кулі:

$$\begin{cases} \theta = \arctan\left(\frac{r_b \sin(\alpha)}{\rho_A}\right) \\ \Omega_b = -\frac{R_A n_1 \cos(\angle O_A A O) + R_{P_{AO}} n_1 \cos(\angle A O_A O)}{r_b (\sin \alpha + 1)} \\ n = \frac{R_A n_1 \cos(\angle O_A A O) + R_{P_{AO}} n_1 \cos(\angle A O_A O) \sin \alpha}{\rho_A (\sin \alpha + 1)} \\ \Omega_g = \frac{-R_A n_1 \sin(\angle O_A A O) + R_{P_{AO}} n_1 \sin(\angle A O_A O)}{r_b} \end{cases} \quad (1.21)$$

Кінематичний аналіз показав, що в даному методі концентричної V-подібної канавки кут обертання кулі є постійним, а траєкторії притирки утворюють три концентричні кільця на поверхні кулі. Натомість, у методі спіральної V-подібної канавки кути обертання кулі змінні і керовані, а траєкторії притирки рівномірно охоплюють всю поверхню кулі.

У експериментів було досягнуто куль з точністю рівня G3. Типові показники круглості, мінімальної шорсткості поверхні та різниці в діаметрі склали 0.05, 0.0045 та 0.105 мкм відповідно. Ці результати свідчать про можливість застосування цього нового методу для обробки керамічних куль високої точності [21].

1.7.3 Аналіз кінематики процесу шліфування керамічних куль по V-подібній траєкторії з дрібною хвилястістю

Традиційні методи групової доводки заготовок куль такої форми або не можуть бути застосовані через заклинювання куль під час обробки, або є недостатньо ефективними через використання вільного абразивного порошку у складі пасти чи суспензії. Використання елеваторної доводки або сортування за розмірами також ускладнено, оскільки керамічні кулі здебільшого виготовляються невеликими партіями, кількість яких складає від 8 до 30 штук. Отже, технологія групової алмазної доводки повинна забезпечувати можливість обробки невеликих партій керамічних куль з такими відхиленнями форми заготовок [7].

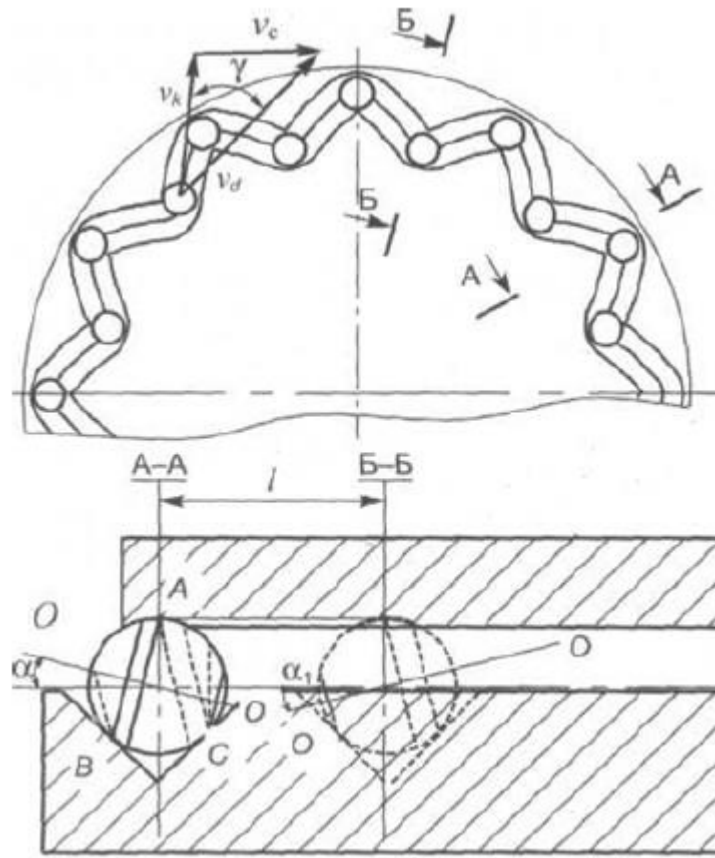


Рис. 1.18. Схема алмазного доведення куль у напрямних канавках зі змінною кривизною [7].

Математичну модель, якою проводили розрахунки включала в себе величину зношування напрямної канавки та реакції опор точок контакту відносно диску та рівняння моментів по дузі контакту диску та шліфувального круга.

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\varphi_B} (P_{Ac} v_{Ac} + \omega_{ш} (M_B + M_C)) &= 0, \\ \frac{d}{d\varphi_C} (P_{Ac} v_{Ac} + \omega_{ш} (M_B + M_C)) &= 0, \\ M_A &= M_B + M_C, \end{aligned}$$

Рис. 2.19. Фрагмент розрахунків зношування напрямної канавки.

де φ_B , φ_C – кути, які визначають положення миттєвої осі обертання; P_{Ac} й v_{Ac} – сила тертя й швидкість ковзання у верхній точці контакту; $\omega_{ш}$ – швидкість обертання кулі навколо своєї осі; M_B , M_C – моменти тертя-обертання в нижніх точках контакту, а також рівняння рівності крутного моменту у верхній точці контакту сумі моментів тертя обертання в нижній [7].

$$\begin{aligned}
M_A &= \mu_d P \cos \gamma_c r \left(\cos\left(\frac{\varphi_C - \varphi_B}{2}\right) + \sin\left(\frac{\varphi_C + \varphi_B}{2}\right) \right), \\
M_B &= \int_{\varphi_{Bn}}^{\varphi_{Bk}} \mu_k dP_B(\varphi_{Bb}) r \left| \sin\left(\frac{\varphi_C + \varphi_B}{2}\right) - \sin\left(\varphi(\varphi_{Bb}) + \frac{\varphi_C - \varphi_B}{2}\right) \right| d\varphi_{Bb}, \\
M_C &= \int_{\varphi_{Cn}}^{\varphi_{Ck}} \mu_k dP_C(\varphi_{Cc}) r \left| \sin\left(\frac{\varphi_C + \varphi_B}{2}\right) - \sin\left(\varphi(\varphi_{Cc}) - \frac{\varphi_C - \varphi_B}{2}\right) \right| d\varphi_{Cc}, \\
dP_B(\varphi_{Bb}) &= K d_0 \sin(\varphi_{Bb} - \varphi_0), \\
dP_C(\varphi_{Cc}) &= K d_0 \sin(\varphi_{Cc} - \varphi_0),
\end{aligned}$$

Рис. 2.20. Фрагмент розрахунків зв'язку моментів із зусиллям притиснення алмазним кругом.

Даним принципом розрахунків досліджували ефективність зрізання шару матеріалу, через моменти обертання відносно поверхонь контакту профілю диску.

Висновки: в попередніх роботах визначались крутні моменти та кути повороту оброблюваної деталі для рівномірного зняття припуску. Специфіка траєкторій дає змогу підвищити ефективність інструмента та дослідити залежність як впливає зміщення осей обертання на оброблюваність деталі. На основі вже відомих методів було запропоновано траєкторію обробки керамічних куль, яка складається із дуг кіл для рівномірного зняття припуску. Буде проведено 3 види дослідів із зміщенням осей траєкторії шліфувального диску відносно траєкторії з V-подібної канавки для отримання різниці швидкостей нормальної та радіальної. Отримуючи нижчий показник K за значенням – буде відображати менший перекося швидкостей та більш рівномірне зняття припуску.

Розділ 2. Розробка моделі траєкторії руху.

Для досягнення рівномірного зняття припуску нормальна та радіальна складові мають забезпечити умови для вирівнювання векторів або наближення до однакових векторних значень швидкості, а їх значення різниці швидкостей прямувати до 0. В такому випадку кут повороту кулі при обробці буде рівномірний, тоді і процес зняття припуску буде рівномірний. Для збільшення шляху переміщення кулі при цьому не збільшуючи діаметр інструмента запропонована траєкторія, яка скрадатиметься із дуг радіусів. Це призведе до підвищення якості та продуктивності обробки по часу та ефективності використання абразивного інструменту.

Розглянемо загальний випадок кінематики запропонованої обробки деталі типу «куля». Загальний вигляд системи координат обробки деталі матиме вигляд (рис. 2.1) Для отримання функції по траєкторії руху оброблюваної деталі по V-подібній канавці, необхідно записати рівняння твірної у вигляді матриці вектора - стовпчик 3×1 [22]:

$$R1 = \begin{Bmatrix} f_x(u) \\ f_y(u) \\ f_z(u) \end{Bmatrix} \quad (2.1)$$

$f_x(u)$, $f_y(u)$, $f_z(u)$ – параметричні функції, що описують рівняння твірної траєкторії. При плоскому шліфуванні деталі вісь обертання навколо Z, тому $f_z(u)=0$ (рис 2.1)

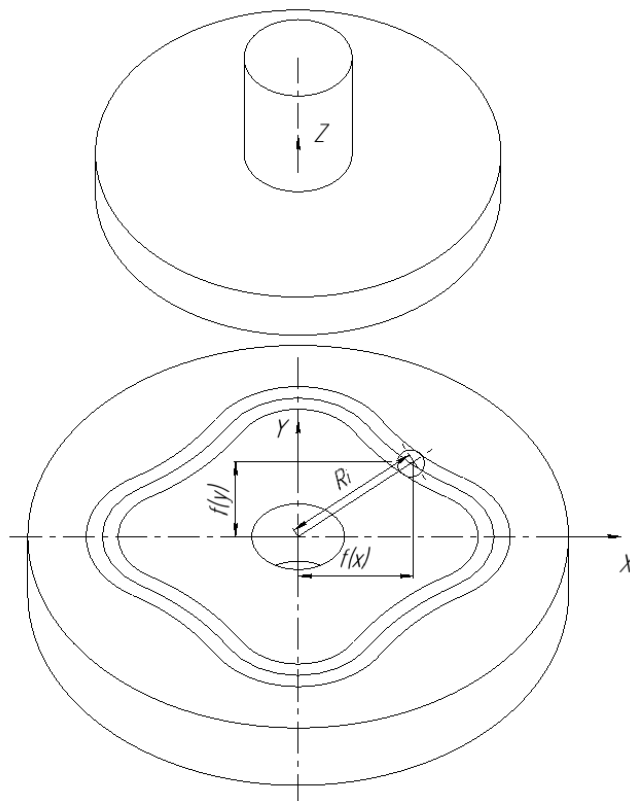


Рис. 2.1. Загальний випадок обробки деталі.

1.1 Координатні перетворення:

Маємо дві системи координат: загальну та відносну зі спільною точкою, яка має 2 поступальні рухи та один обертальний. Координати точки C_1 будуть дорівнювати (рис.2.2) [22]:

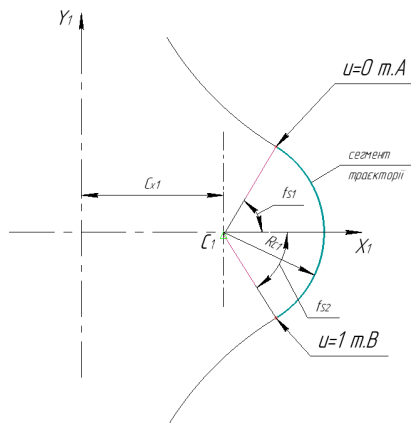


Рис. 2.2. Твірна дуги траєкторії на першій ділянці.

$$R(u) = \begin{pmatrix} cx + R1 \times \cos(fs12 + kf12 \times u) + KXZ \\ cy + R1 \times \sin(fs12 + kf12 \times u) + KYZ \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

R_{C1} – радіус кола дуги віддалений від глобальної системи координат C_{x1} , C_{y1} – координати центру дуги кола C_1 , f_{s1} – кут сектору початку дуги кола в т. А, f_{s2} – кут сектору кінця дуги сектору в т.В, KXZ , KYZ – зміщення системи координат відносно центра обертання (рис. 2.3) [22].

$$f_x(u) = C_{x1} + R_{C1} \cdot \cos(f_{s1} + k_{f12} \cdot u) + KXZ \quad (2.3)$$

$$f_y(u) = C_{y1} + R_{C1} \cdot \sin(f_{s1} + k_{f12} \cdot u) + KYZ \quad (2.4)$$

$$k_{f12} = f_{s2} - f_{s1} \quad (2.5)$$

$u=0 \dots 1$ – параметр, що описує положення точки на прямій і в межах цього відрізка від 0 до 1, що обмежений т. А і до т. В (рис. 2.3).

$k_1 = n-1$ – кількість розрахункових точок на сплайні ;

$j1=0 \dots 1$ проміжок діапазону розрахункових точок;

$$U_{j1} = \frac{j_1}{k_1} \quad (2.6)$$

,змінна, що відповідає за положення точки на профілю в межах визначеної ділянки профілю

$$X_{j1} = R(U_{j1})_{0,0} \quad (2.7)$$

- розрахунок координат точок для ділянок 1-8 по координаті X.

$$Y_{j1} = R(U_{j1})_{1,0} \quad (2.8)$$

- розрахунок координат точок для ділянок 1-8 по координаті Y.

Кутова швидкість в центра обертання в глобальній системі координат:

$$\omega = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

Знайдемо лінійну швидкість за координатними V_x, V_y, V_z Навколо центральної осі обертання.

$$Rg_i(u) = \omega * R12(u) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} cx12 + r12 \times \cos(fs12 + kf12 \times u) + KXZ \\ cy12 + r12 \times \sin(fs12 + kf12 \times u) + KYZ \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

ω – кутова швидкість;

$R12(u)$ – рівняння сектору дуги траєкторії.

Рівняння нормальної швидкості (рис. 2.3):

$$V12(u) = \omega \times Rg12(u) \quad (2.11)$$

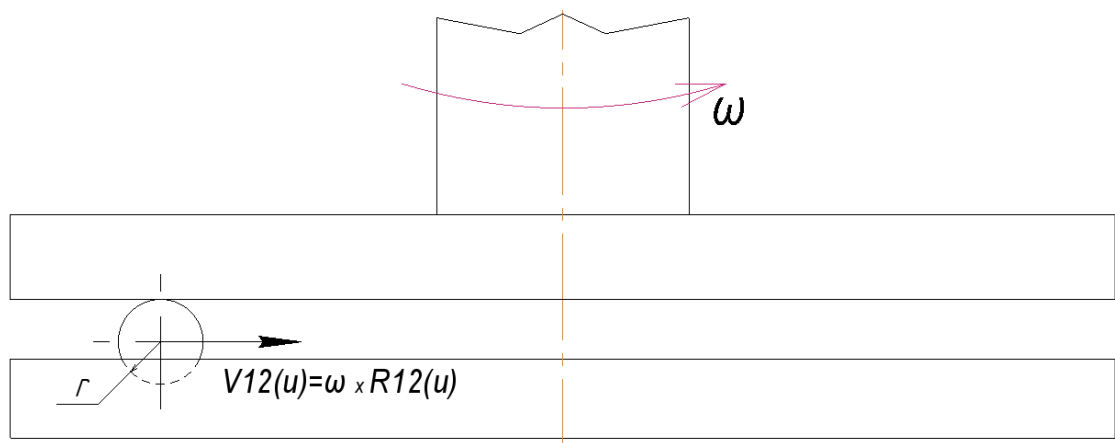


Рис 2.3. Схема нормальної швидкості під час плоского шліфування керамічної кулі.
де, вектор швидкості перпендикулярний до радіусу в точках перегину дуг секторів та спрямована по дотичній траєкторії.

Підставляючи значення лінійної до швидкості матричним методом, рівняння матиме вигляд:

$$V_{12}(u) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} V_{x12} \\ V_{y12} \\ V_{z12} \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

$V_{z12}=1$, оскільки рух по траєкторії здійснюється в площині XOY.

Для рівномірного зняття припуску необхідно знайти кути повороту $\psi_{12}(u)$ та $\psi\psi_{12}(u)$ на кожній з ділянок відповідно для V_n та V_r .

Для цього попередньо знайдемо кут $\psi_{12}(u)$ для V_n на ділянках 1-8:

$$\psi_{12}(u) = \operatorname{atan}\left(\frac{Rg_{12}(u)_Y}{Rg_{12}(u)_X}\right) \quad (2.13)$$

Відповідно $\psi_{12}(u)$ для V_r на ділянках 1-8:

$$\psi_{12}(u) = \operatorname{atan}\left(\frac{\frac{d}{du}R_{12}(u)_Y}{\frac{d}{du}R_{12}(u)_X}\right) \quad (2.14)$$

Тоді різниця кутів повороту матиме вигляд:

$$\psi_1(u) = \psi_{12}(u) - \psi_{12}(u) \quad (2.15)$$

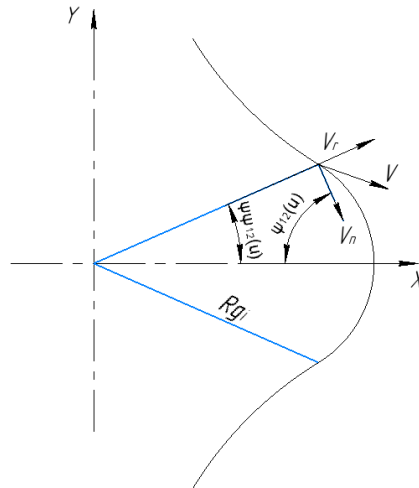


Рис. 2.4. Схема швидкостей на першій ділянці.

$$V_{r12}(u) = |V_{12}(u)| * \cos(\psi_1(u)) \quad (2.16)$$

$$V_{n12}(u) = |V_{12}(u)| * \sin(\psi_1(u)) \quad (2.17)$$

Введемо інтегральний кінематичний критерій К. При нижчому значенні К буде забезпечуватись рівномірне зрізання припуску.

$$K_1 = \int_0^1 (V_{r12}(u))^2 - V_{n12}(u)^2 \quad (2.18)$$

Для знаходження загальної різниці швидкостей на ділянках 1-8 коефіцієнт К матиме вигляд:

$$\Sigma K = K_1 + K_2 + K_3 + K_4 + K_5 + K_6 + K_7 + K_8 \quad (2.19)$$

Для досягнення рівномірного зняття припуску дослідимо три траєкторії та вирахуємо їх показник К. В першому випадку інструмент та центр траєкторії будуть співвісні $X - 0$ мм, по $Y - 0$ мм. В другому випадку зміщення осей відносно траєкторії по $X - 10$ мм, по $Y - 0$ мм. В третьому випадку зміщення осей відносно траєкторії по $X - 10$ мм, по $Y - 10$ мм. Детальний розрахунок загальної траєкторії в додатках А, Б, В.

Варіант 1. Траєкторія V - подібної канавки співвісна з інструментом та центр координат X - 0 мм, по Y - 0 мм.

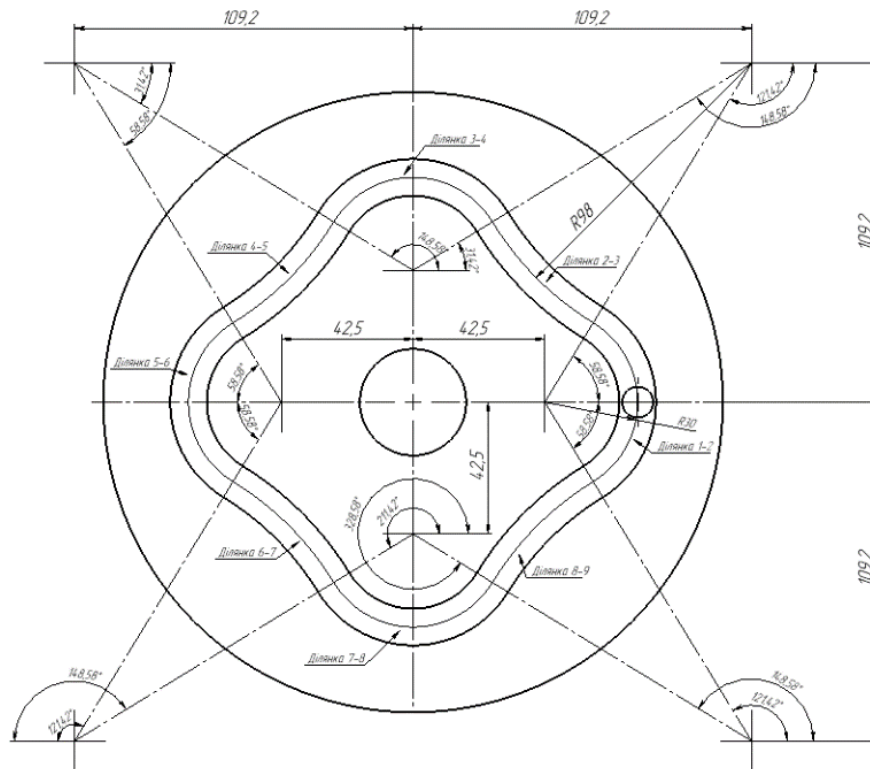


Рис 2.5. Траєкторія обробки деталі типу «куля» між диском з V-канавкою та алмазним диском.

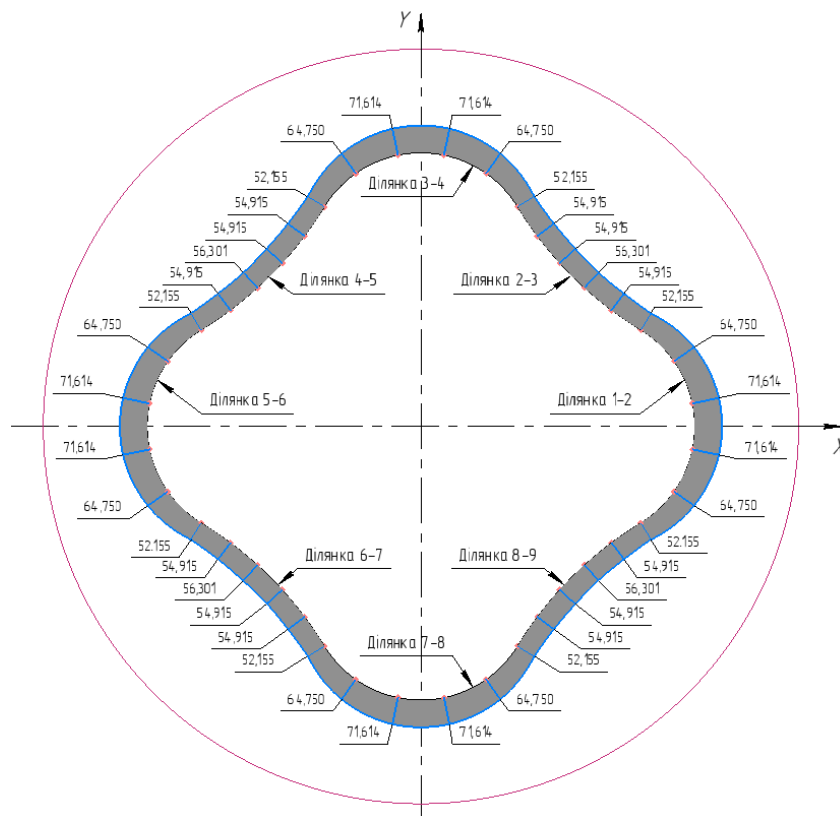


Рис 2.6. Еюра швидкостей V_r на ділянці 1-8 з розташуванням канавки траєкторії - по центру.

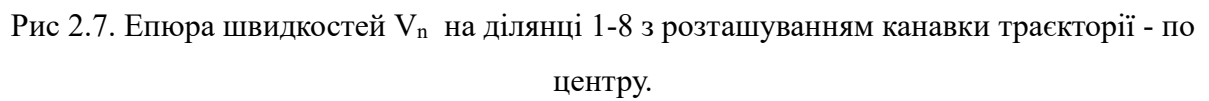


Рис 2.8. Траєкторія обробки деталі типу «куля» між диском з V-канавкою та алмазним диском з ексцентриситетом $X=10$ мм $Y=0$ мм.

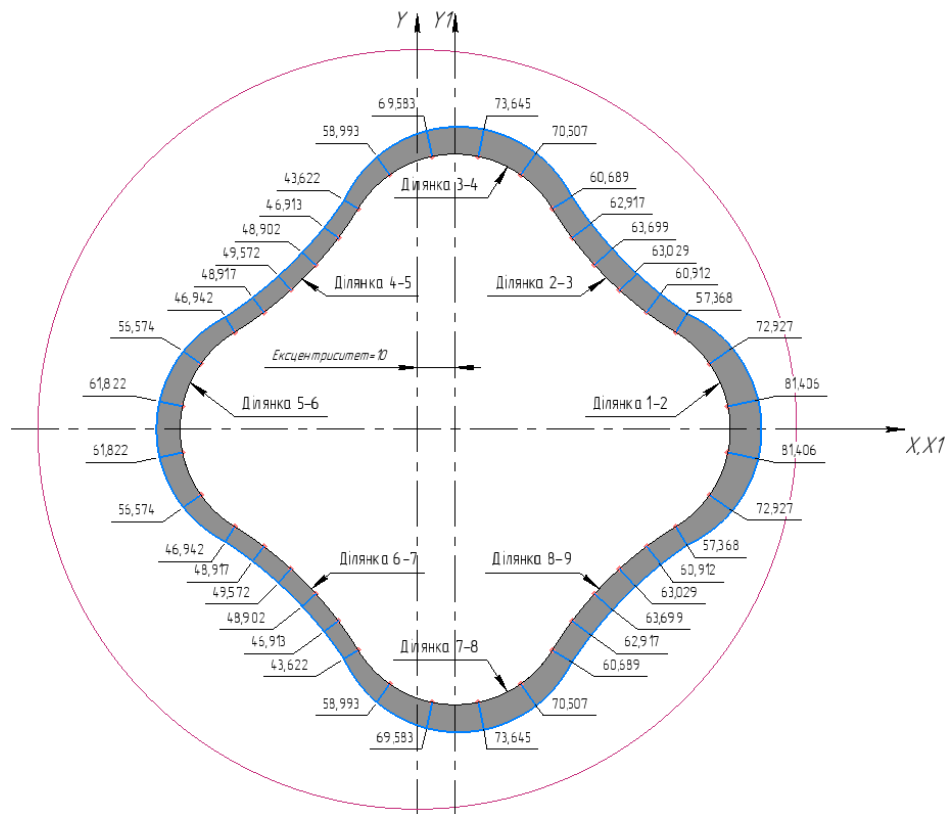


Рис 2.9. Епюра швидкостей V_r на ділянці 1-8 з розташуванням канавки траєкторії - з ексцентриситетом $X=10$ мм $Y=0$ мм.

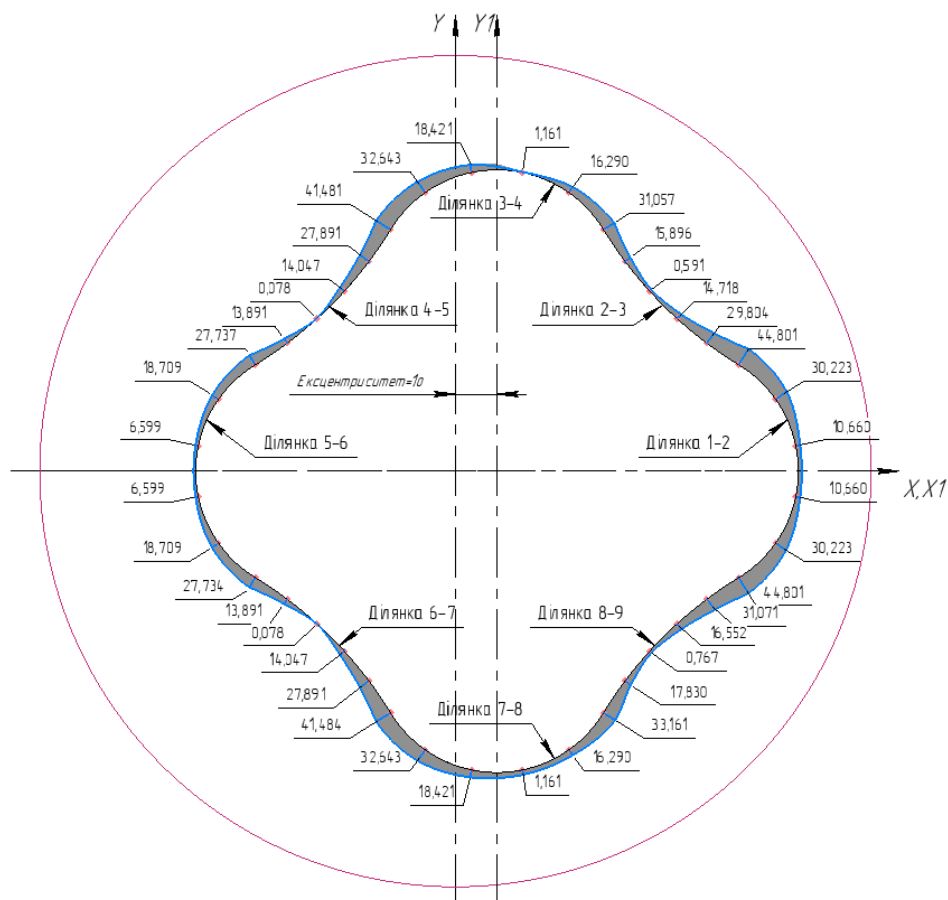


Рис 2.10. Епюра швидкостей V_n на ділянці 1-8 з розташуванням канавки траєкторії - з ексцентриситетом $X=10$ мм $Y=0$ мм.

Варіант 3. Траєкторія V - подібної канавки з ексцентриситетом X - 10 мм, по Y – 10 мм відносно інструмента.

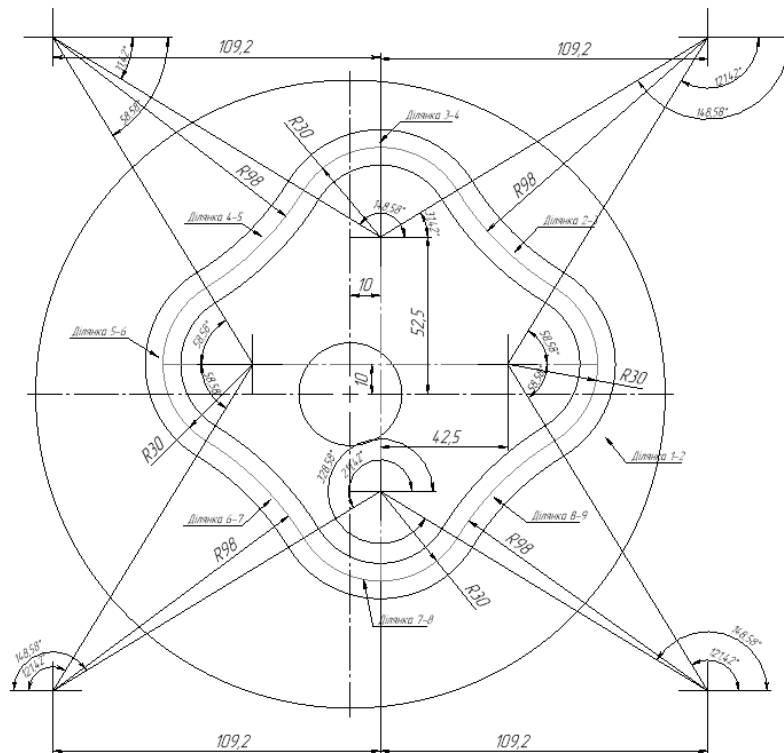


Рис 2.11. Траєкторія обробки деталі типу «куля» між диском з V-канавкою та алмазним диском з ексцентриситетом X=10 мм Y=10 мм.

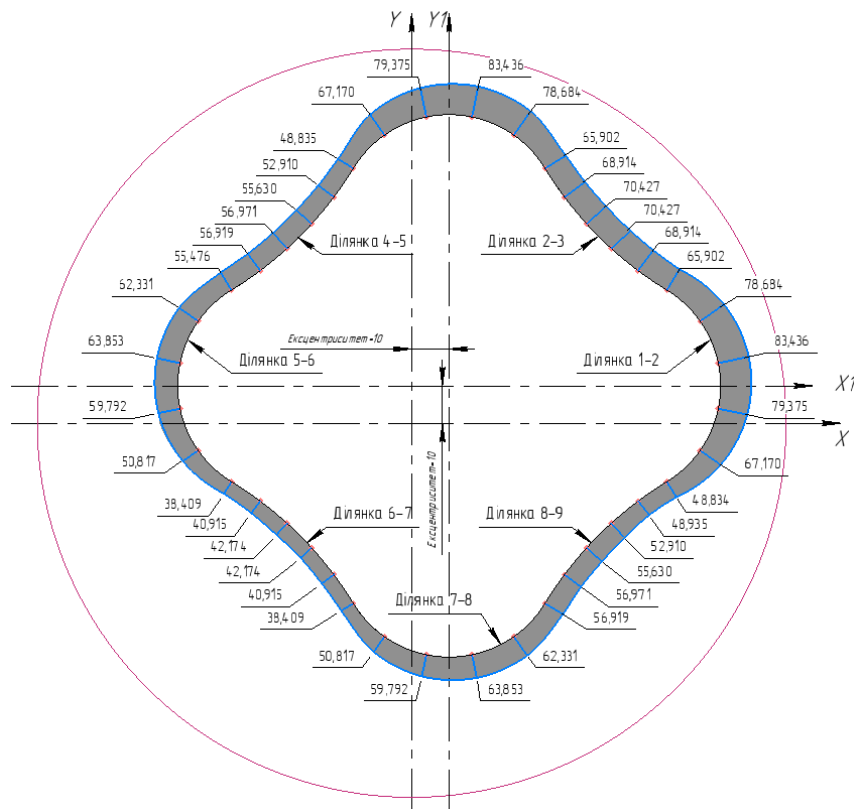


Рис 2.12. Епюра швидкостей V_r на ділянці 1-8 з розташуванням канавки траєкторії - з ексцентриситетом X=10 мм Y=10 мм.

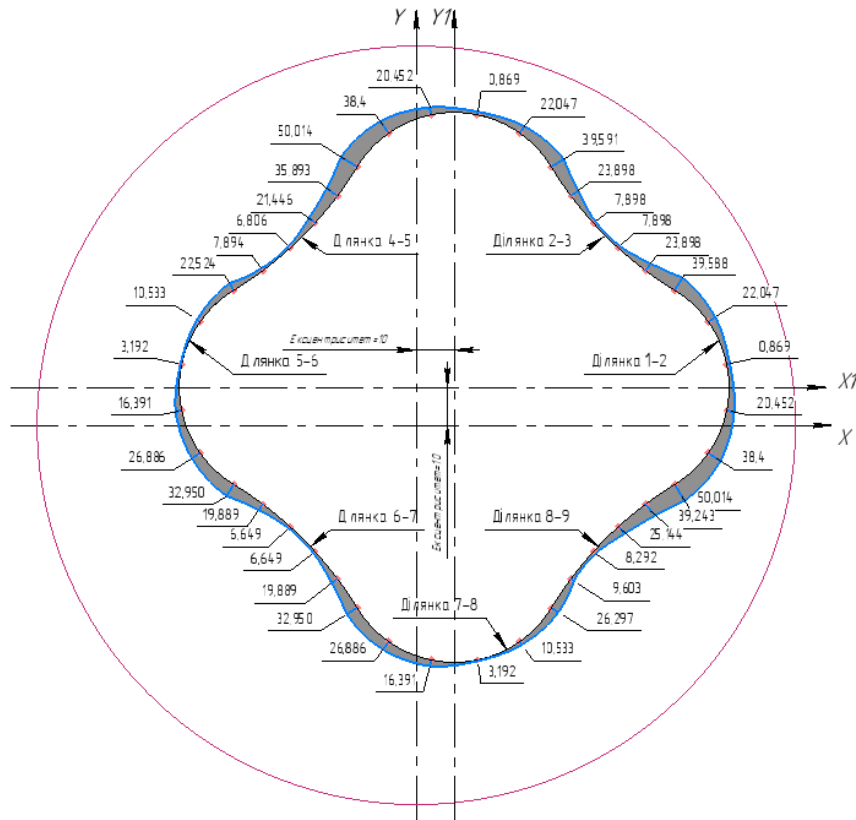


Рис 2.13. Епюра швидкостей V_n на ділянці 1-8 з розташуванням канавки траєкторії - з ексцентриситетом $X=10$ мм $Y=10$ мм.

Висновки: В розділі була спроектована траєкторія для збільшення шляху проходження кулі не збільшуючи діаметр інструменту. Її кривизна обумовлена збільшенням площею робочої поверхні для підвищення ефективності використання інструменту. Рівняння дуг на окремих ділянках були перевірені шляхом побудови графіку в додатках А,Б,В.

Інтегральний кінематичний критерій K для першого випадку:

$$K_1 = 26836,677$$

Інтегральний кінематичний критерій K для другого випадку:

$$K_2 = 26062,456$$

Інтегральний кінематичний критерій K для третього випадку:

$$K_3 = 26158,626$$

Виходячи з обчислень найефективніша обробка деталі буде зі зміщенням відносно глобальної системи координат по $X=10$ мм $Y=0$ мм. Тому для даного виду обробки проведемо експеримент.

Розділ 3. Дослідна частина

Для дослідження обробки кулі застосуємо програмне забезпечення SolidWorks та змоделюємо процес обробки.

Траєкторія профілю на диску по якій буде проходити деталь під час обробки зображено на рис. 3.1. Лінійна довжина траєкторії складає 431,2 мм.

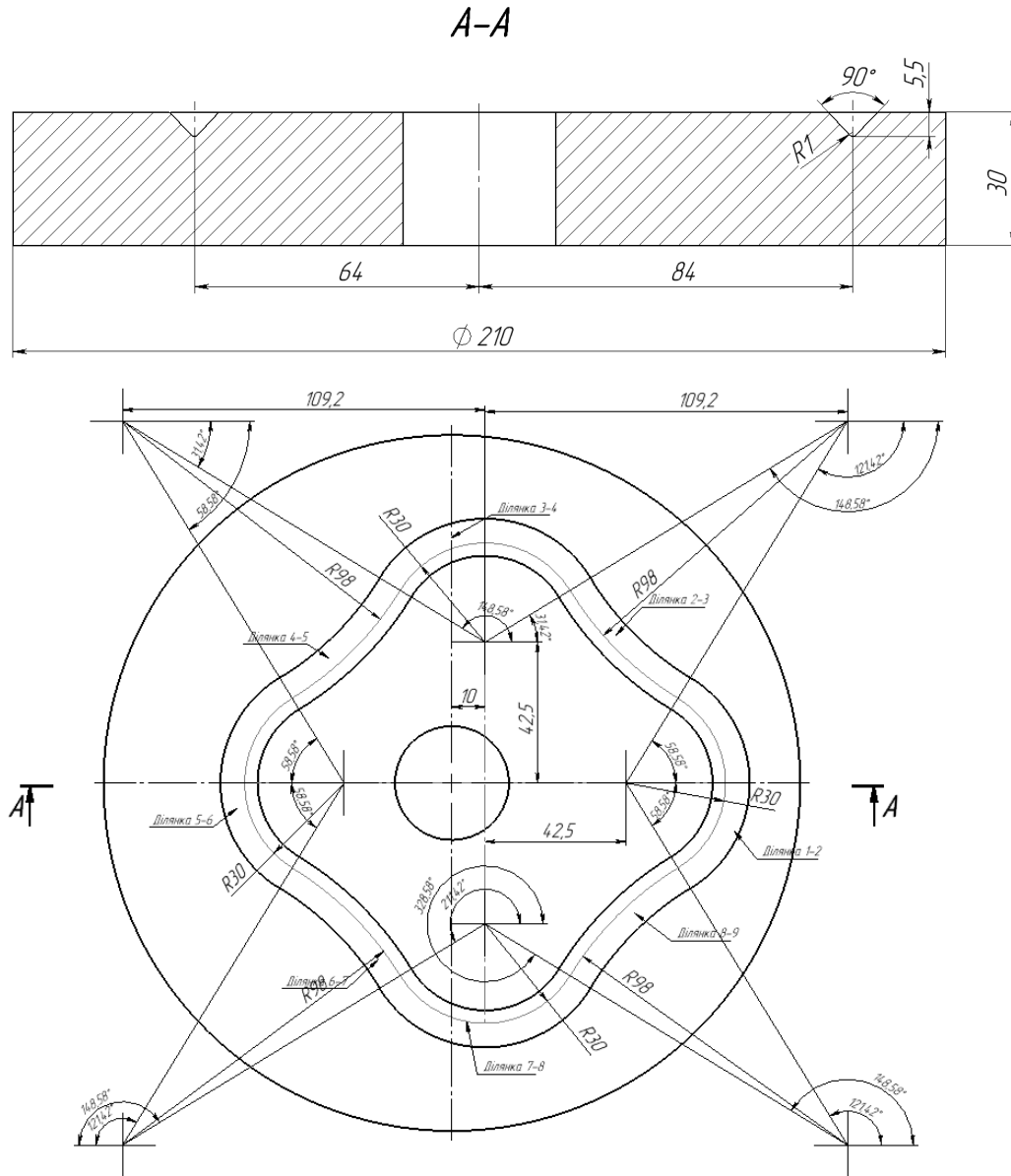


Рис. 3.1. Ескіз диску із заданою траєкторією.

Параметри шліфувального диску та схематичне зображення вказано на рис 3.2.

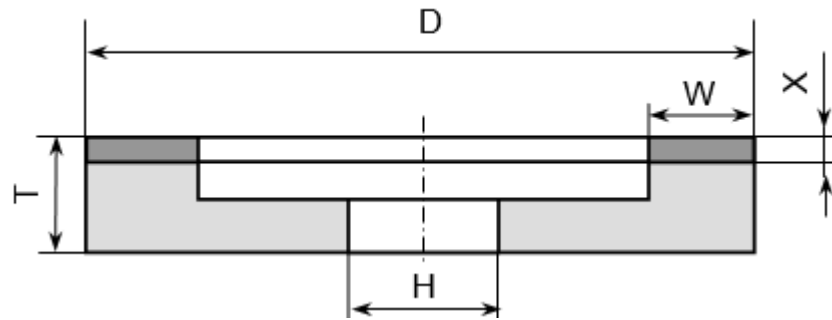


Рис. 3.2. Схема геометричних характеристик інструмента.

Алмазний круг:

- Зовнішній діаметр $D = 200$ мм;
- Ширина напильника алмазної крошки $W = 40$ мм;
- Товщина напильника алмазної крошки $X = 5$ мм;
- Висота алмазного диску $T = 25$ мм;
- Діаметр посадочного отвору $H = 25$ мм;
- Марки 6A2T ;
- Зернистість 200/160 зі 100 % алмазною концентрацією;
- На керамічній зв'язці KM1100 % концентрації;

Керамічна куля діаметром 10 мм.

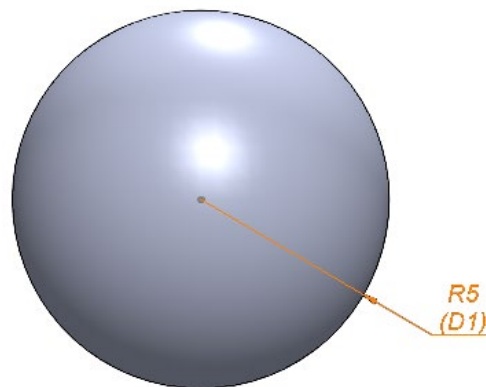


Рис. 3.3. Куля із нітрид кремнію

Побудуємо симуляцію обробки деталі типу «куля» по V-подібному профілю на диску та алмазним шліфувальним кругом вказано на рис 3.4.

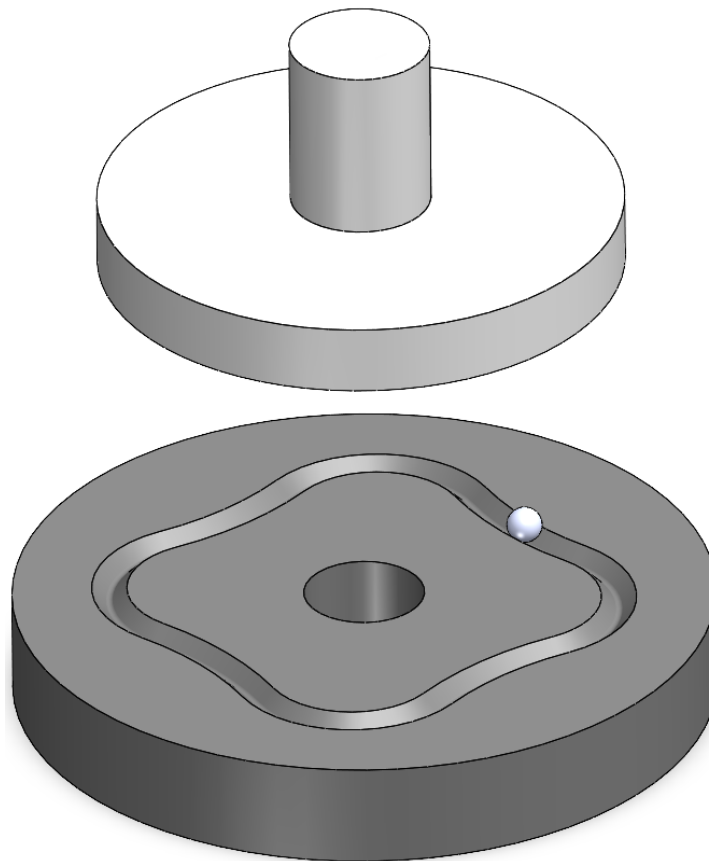


Рис. 3.4. Складальна одиниця для дослідження кінематики руху кулі.

Накладемо умови взаємодії між деталлю та інструментом для подальших розрахунків.

- Співвісність осей обертання диску з V-подібною канавкою та заданою траєкторією (рис. 3.5).

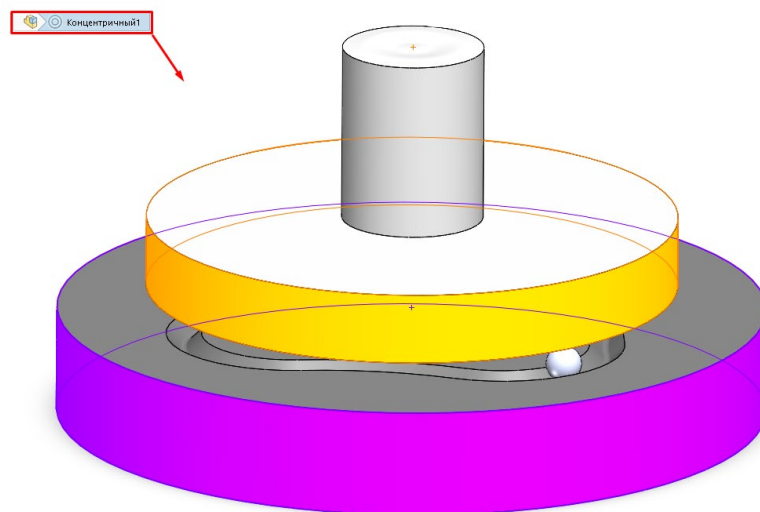


Рис. 3.5. Співвісність осей обертання диску з V- подібною канавкою та заданою траєкторією (рис. 3.6).

- Контакт між шліфувальним диском та деталлю типу «куля», із нітрид кремнію

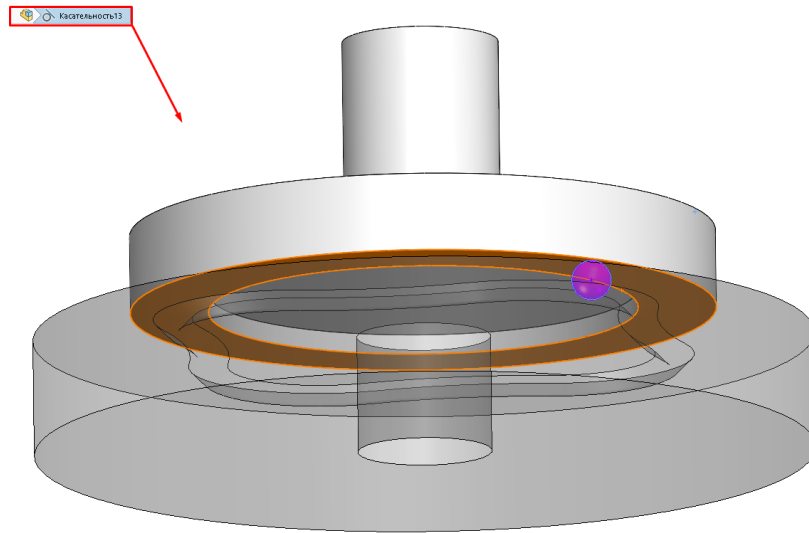


Рис. 3.6. Дотичність між шліфувальним диском та деталлю типу «куля», із нітрид кремнію.

- Контакт профілю канавки на диску та керамічною кулею (рис. 3.7).

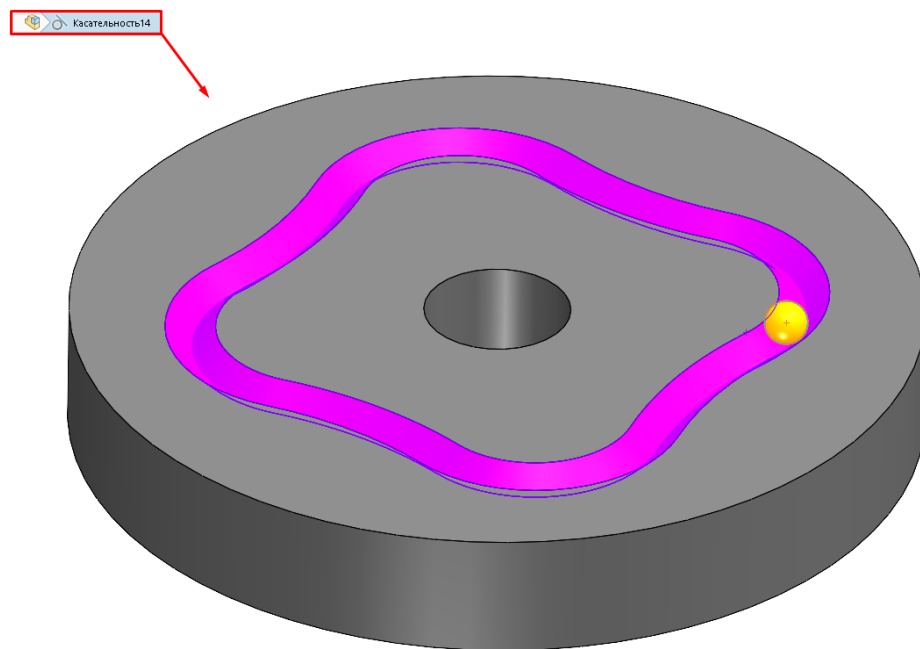


Рис. 3.7. Контакт профілю канавки на диску та керамічною кулею.

Розташування керамічної кулі кулі на поверхні пазу - довільна. Для аналізу руху кулі по траєкторії у SolisWorks додаємо модуль Motion, я якому задаємо вхідні для диску, керамічної кулі та шліфувального диску параметри для обробки деталі та сили взаємодії між тілами:

- до шліфувального круга накладемо умову обертання зі сталою швидкістю у 175 об/хв (рис. 3.8).

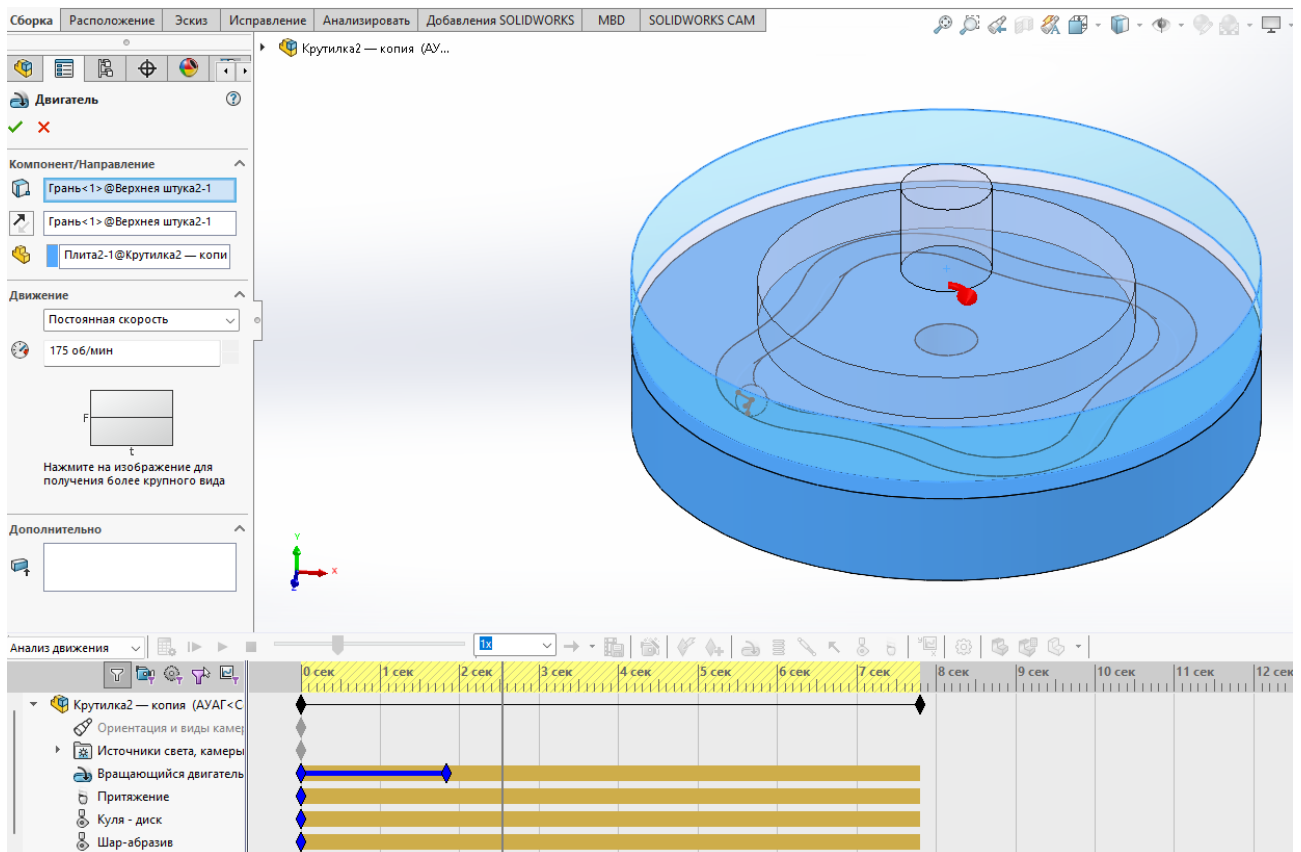


Рис. 3.8. Умова обертання шліфувального диску зі сталою швидкістю.

- додаємо силу тяжіння до інструменту та оброблюваної деталі (рис. 3.9).

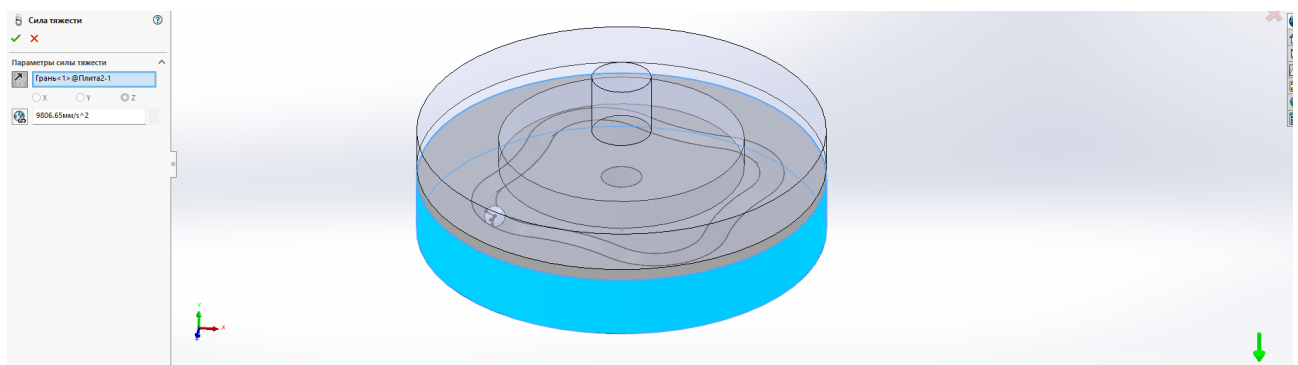


Рис. 3.9. Схематичне зображення сили тяжіння.

- Накладаємо умови контакту та взаємодії між диском з заданою траєкторією та оброблюваної деталі. Вказуємо властивості взаємодії матеріалів в індивідуальних налаштуваннях (рис. 3.10).

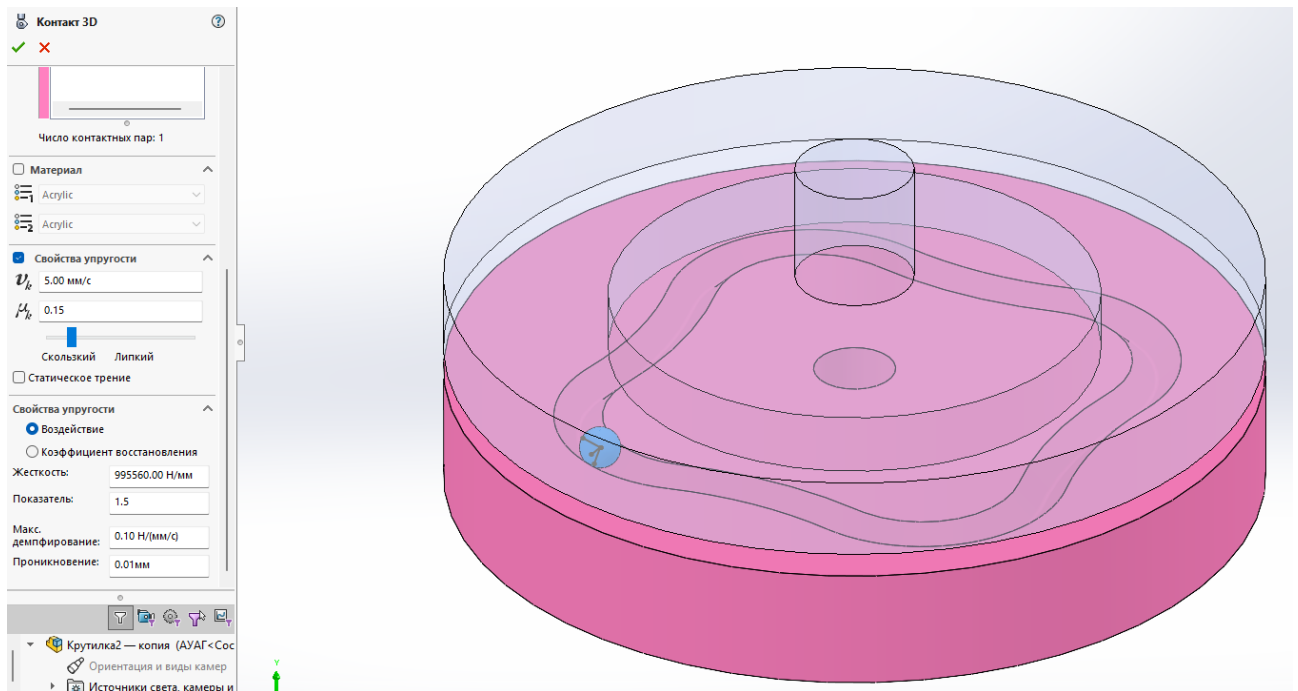


Рис. 3.10. Контакт між диском та деталлю типу «куля».

- Накладаємо умови контакту та взаємодії між абразивним кругом та оброблюваної деталі. Вказуємо властивості взаємодії матеріалів в індивідуальних налаштуваннях (рис. 3.11).

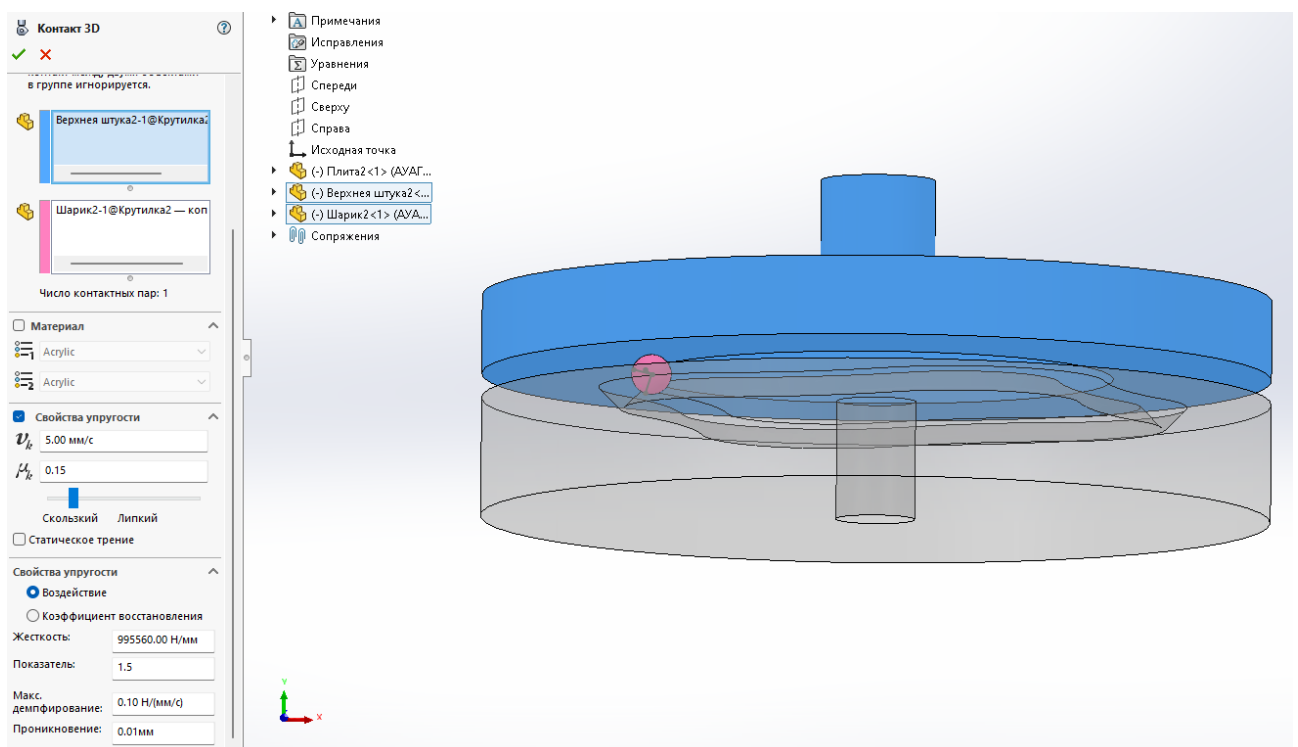


Рис. 3.11. Контакт між абразивним інструментом та деталлю типу «куля».

Для порівняння теоретичних розрахунків в **Додатку Б**, необхідно провести симуляцію обробки деталі та порівняти результати.

- Для лінійного переміщення вилучимо фактичні точки координат по площині по якій обробляється куля. Координата X (рис. 3.12).

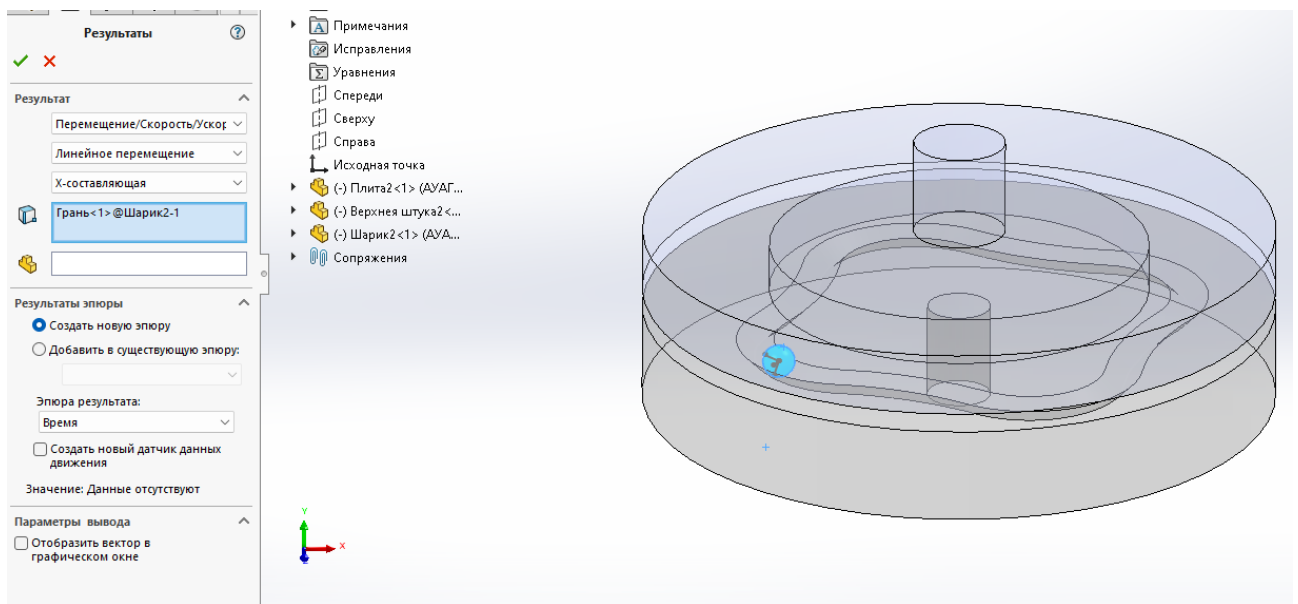


Рис. 3.12. Вивід даних лінійного переміщення по координаті X.

- Для лінійного переміщення вилучимо фактичні точки координат по площині по якій обробляється куля. Координата Y (рис. 3.13).

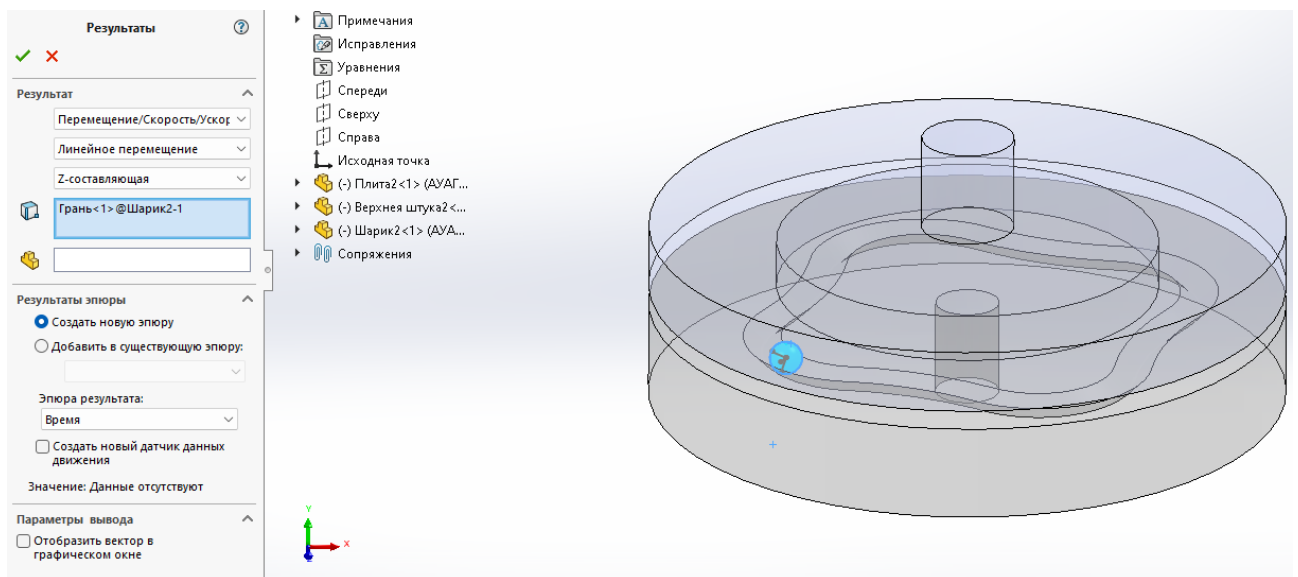


Рис. 3.13. Вивід даних лінійного переміщення по координаті Y.

В результаті отримали дві епюри із залежністю лінійне переміщення від часу рис 3.14.

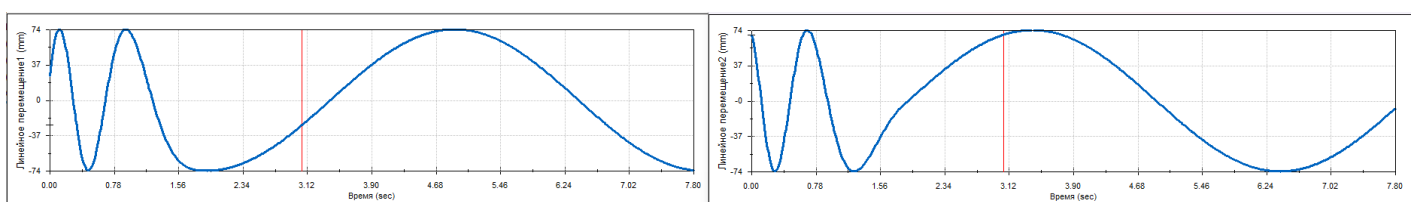


Рис. 3.14. Лінійне переміщення по X.

Лінійне переміщення по Y.

Підставимо фактичні значення лінійних переміщень по координатам X та Y із симуляції (кількість координатних точок 2264 шт.) (рис. 2.15)

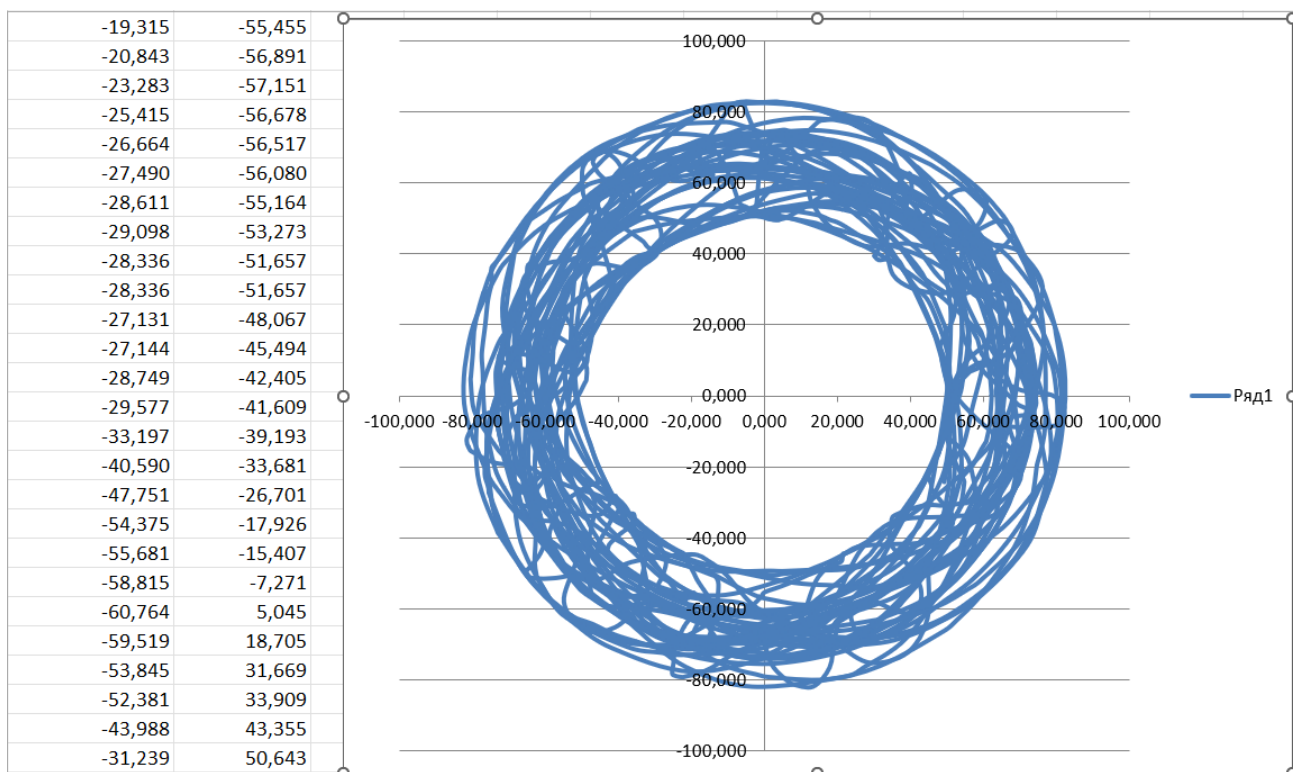


Рис. 3.15. Фактичне лінійне переміщення по координатам X та Y.

Порівнявши епюри складової V_r швидкості теоретично розрахованої (в додатку Б) та фактичної - максимальні відхилення становлять на Ділянці 6-7.

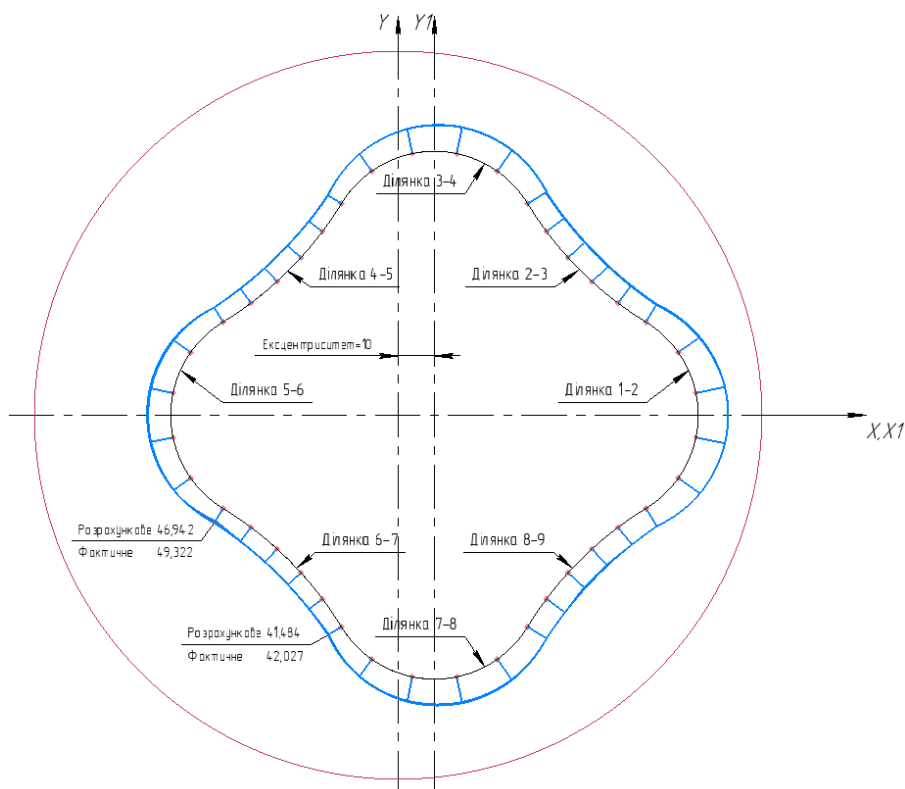


Рис. 3.16. Порівняльна епюра швидкостей V_r розрахункової відносно експериментальної з розташуванням канавки траєкторії - з ексцентриситетом $X=10$ мм $Y=0$ мм.

Максимальна похибка відхилення складає 4,82%.

Порівнявши епюри V_n швидкості теоретично розрахованої (в додатку Б) та фактичної - максимальні відхилення становлять на Ділянці 1-2 та Ділянці 5-6.

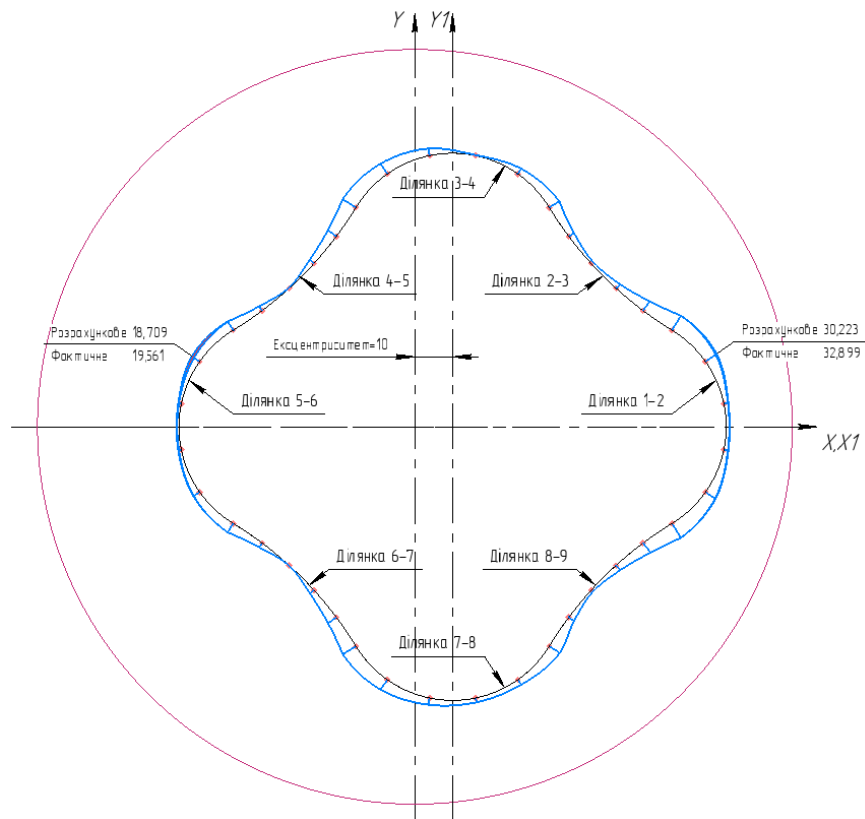


Рис. 3.16. Порівняльна епюра швидкостей V_n розрахункової відносно експериментальної з розташуванням канавки траєкторії - з ексцентриситетом $X=10$ мм $Y=0$ мм.

Максимальна похибка відхилення складає 8,13%.

Висновок:

Таким чином симуляція процесу обробки деталі типу «куля» по запропонованій траєкторії показала що теоретична модель обертання можлива для рівномірного зняття припуску. Лінійні переміщення збіглися з теоретичними, тому коефіцієнт K розрахований вірно. Похибка експериментального дослідження відносно розрахункового показала менше 10 %, тому можна вважати що траєкторія побудована адекватно.

Загальні висновки

1. В роботі визначено спрощеним шляхом кінематику руху кулі при її обробці торцевим шліфуванням.
2. Запропоновано порівняльний інтегральний кінематичний критерій ефективності траєкторій обробки сферичних кульок методом торцевого шліфування
3. За результатами дослідження кінематики руху кулі при обробці встановлено що зміщення траєкторії обробки вздовж однієї з осей значно впливає ефективність обробки згідно запропонованого кінематичного критерію ефективності траєкторій.
4. За результатами розрахунків визначили що обробка з ексцентриситетом по $X = 10$ мм. та $Y = 0$ мм. виявилась більш ефективна ніж без із зміщенням по координатам $X = 10$ мм. та $Y = 10$ мм. При відсутності зміщення осей значення радіальної швидкості значно переважає значення нормальної швидкості що може привести до значних відхилень поверхні кульки від сферичності.
5. Порівняльний аналіз даних по кінематиці руху сферичної кульки по оброблюваній траєкторії отриманих за розробленою моделлю та проведенням віртуальним експериментом в середовищі SolidWorks Motion показав адекватність розробленої моделі.

Література

1. W B. R. Principles of Modern Grinding Technology [Електронний ресурс] / Rowe W // ResearchGate. – 2013. – Режим доступу до ресурсу:
https://www.researchgate.net/publication/265164497_Principles_of_Modern_Grinding_Technology.
2. Ч.1. Кулькові підшипники [Електронний ресурс] : навч. наоч. посіб. для студентів спеціальності 131 «Прикладна механіка», 133 «Галузеве машинобудування» / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад. А. К. Скуратовський. – Електронні текстові дані (1 файл: 2,94 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. – 51 с.
3. Schulz M. Nano Si₃N₄ composites with improved tribological properties / M Schulz, M.Herrmann, I. Endler et al. // Lubrication Science. – 2009. – Vol. 21. – P. 69–81.
4. Інтерактивний інженерний каталог SKF, 2006. -1129- Режим доступу до ресурсу:
<c.chromeextension://efaidnbmnnnibpcajpcgclefindmkaj/https://galp.com.ua/supload/cms/Catalogs/Bearing/Podshipniki-Katalog-SKF-Ru-2006.pdf>.
5. «Інноваційні технології кераміки» [Електронний ресурс] : навч. посіб. для студ. спеціальності 161 «Хімічні технології та інженерія» / КПІ ім. Ігоря Сікорського; уклад.: І.С. Суббота, Л.М. Спасьонова – Електронні текстові дані (1 файл: 1,49 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. – 65 с.
6. ДСТУ ГОСТ 3722:2018,
https://online.budstandart.com/ua/catalog/document.html?id_doc=77370.
7. Технології формоутворення сучасних складно профільних деталей [Електронний ресурс] : навч. посіб. для студ. спеціальності 131 «Прикладна механіка» спеціалізацій «Технології виготовлення літальних апаратів», «Технології машинобудування» / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: Ю.В. Петраков, С.В. Сохань, В.К. Фролов, В.М. Кореньков. – Електронні текстові дані (1 файл: 22,5 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. – 379 с.
8. Нитридкремниевые керамические материалы для подшипников авиационных ГТД и способы их получения (обзор) [Електронний ресурс] / [О. Б. И., Е. Щ. Н., С. Ч. А. та ін.] // ТРУДЫ ВИАМ №7. – 2019. – Режим доступу до ресурсу:
<https://cyberleninka.ru/article/n/nitridokremnievye-keramicheskie-materialy-dlya-podshipnikov-aviatsionnyh-gtd-i-sposoby-ih-polucheniya-obzor/viewer>
9. Jinsheng K. A novel eccentric lapping machine for finishing advanced ceramic balls [Електронний ресурс] / K. Jinsheng, H. M. // ResearchGate. – 2001. – Режим доступу до

ресурсу:

https://www.researchgate.net/publication/49400110_A_novel_eccentric_lapping_machine_for_finishing_advanced_ceramic_balls.

10. С. В. Сохань*, В. В. Возний, В. Г. Сороченко, М. П. Гаманюк. Алмазне шліфування керамічних куль з круговою подачею. Інститут надтвердих матеріалів ім. В. М. Бакуля НАН України, м. Київ, Україна .
11. Lv C.C., Sun Y.L., Zuo D.W. A novel eccentric lapping method with two rotatable lapping plates for finishing cemented carbide balls. *Int. J. Mechanical Mechatr. Eng.* 2015. Vol. 9, no. 5. P. 684–691.
12. Zhou F., Yuan J., Lyu B., Yao W., Zhao P. Kinematics and trajectory in processing precisionballs with eccentric plate and variable-radius V-groove. *Int. J. Adv. Manufact. Technol.* 2016. Vol. 84, no. 9. P. 2167–2178.
13. Feng M., Wu Y., Yuan J., Ping Zh. Processing of high-precision ceramic balls with a spiral V-groove plate. *Front. Mech. Eng.* 2017, Vol. 12, no. 1. P. 132–142.
14. Pedroso M.P.G., Fortulan C.A. Model biased design applied to ceramic balls grinding. *CIRP.* 2019. Vol. 81. P. 306–309.
15. Xiao-lan Xiao, Guang-xian Li, Hai-juan Mei, Qiu-sheng Yan, Hua-tay Lin, Feng-lin Zhang. Polishing of silicon nitride ceramic balls by clustered magnetorheological finish micromachines. *Micromachines (Basel).* 2020. Vol. 11, no. 3. P. 304.
16. С. В. Сохань*, В. В. Возний, А. С. Редькін, В. Г. Сороченко, Є. М. Зубанєв, М. П. Гаманюк. Зношування алмазного круга при шліфуванні керамічних куль з карбіду кремнію. Інститут надтвердих матеріалів ім. В. М. Бакуля НАН України, м. Київ, Україна.
17. A Review on Surface Finishing Techniques for Difficult-to-Machine Ceramics by Non-Conventional Finishing Processes [Електронний ресурс] / L.Heng, J. Su Kim, J. Song, S. Mun // ResearchGate. – 2022. – Режим доступу до ресурсу: https://www.researchgate.net/publication/358437996_A_Review_on_Surface_Finishing_Techniques_for_Difficult-to-Machine_Ceramics_by_Non-Conventional_Finishing_Processes.
18. Wei Y. Wear Model of Silicon Nitride Ceramic Balls in Three-Body Coupling Grinding Mode [Електронний ресурс] / Y. Wei, L. Binghai, Y. Julong // MDPI. – 2023. – Режим доступу до ресурсу: <https://www.mdpi.com/2076-3417/13/9/5796>.
19. Childs, T.H.C.; Jones, D.A.; Mahmood, S.; Zhang, B.; Kato, K.; Umehara, N. Magnetic fluid grinding mechanics. *Wear* **1994**, 175, 189–198. [[Google Scholar](#)] [[CrossRef](#)]

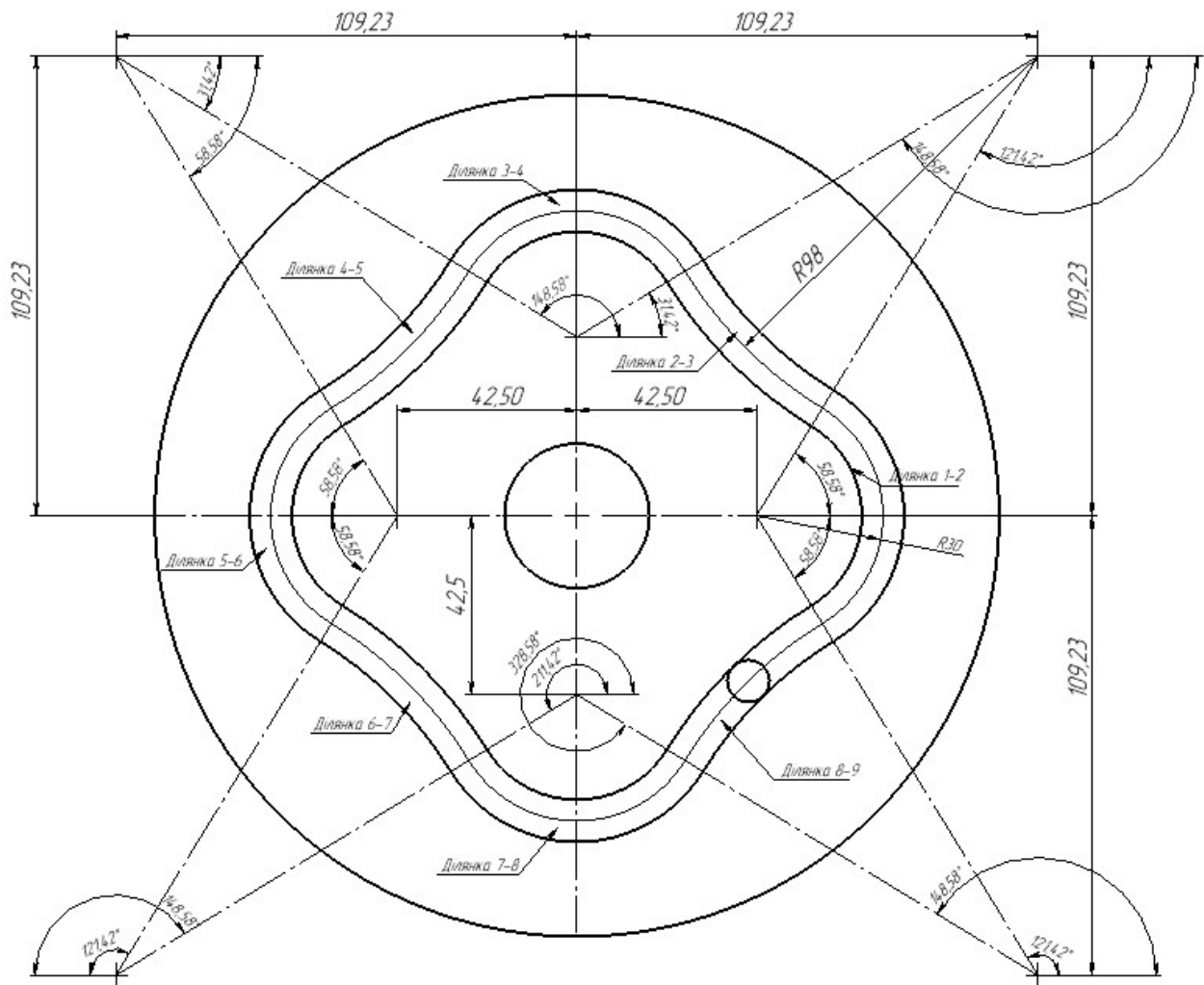
20. Childs, T.H.C.; Mahmood, S.; Yoon, H.J. Magnetic fluid grinding of ceramic balls. *Tribol. Int.* **1995**, 28, 341–348. [[Google Scholar](#)] [[CrossRef](#)]

21. Norbert P. Optimization of Single-Sided Lapping Kinematics Based on Statistical Analysis of Abrasive Particles Trajectories [Електронний ресурс] / P. Norbert, L. Binghai, Y. Julong // ResearchGate. – 2017. – Режим доступу до ресурсу: https://www.researchgate.net/publication/321959951_Optimization_of_Single-Sided_Lapping_Kinematics_Based_on_Statistical_Analysis_of_Abrasive_Particles_Trajectories.

22. Основи формоутворення поверхонь. [Електронний ресурс]: Методичні вказівки до виконання практичної роботи «Координатні перетворення, кінематичний спосіб утворення поверхонь» для студентів напряму підготовки 6.050503 – Машинобудування / О.А. Охріменко / , К.: <<КПІ ім. Ігоря Сікорського>>, 2017. – 29 с.

Додатки

Додаток А



Функції, що описують ділянки профілю в межах від T1 до T9

$$KXZ := 0$$

зміщення профілю відносно центра

$$KYZ := 0$$

Ділянка 12 координати центру дуги кола R=30 $cx12 := 42.5$ $cy12 := 0$ радіус кола $r12 := 30$
 початковий і кінцеві кут сектора дуги $fs12 := -58.58\text{-deg}$ $fe12 := 58.58\text{-deg}$ $kf12 := fe12 - fs12$
 кола

$$R12(u) := \begin{pmatrix} cx12 + r12 \cdot \cos(fs12 + kf12 \cdot u) + KXZ \\ cy12 + r12 \cdot \sin(fs12 + kf12 \cdot u) + KYZ \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{рівняння ділянки 12 в параметричному вигляді}$$

Ділянка 23 координати центру дуги кола R=98 $cx23 := 109.23$ $cy23 := 109.23$ радіус кола $r23 := 98$
 початковий і кінцеві кут сектора дуги $fs23 := -121.42\text{-deg}$ $fe23 := -148.58\text{-deg}$ $kf23 := fe23 - fs23$
 кола

$$R23(u) := \begin{pmatrix} cx23 + r23 \cdot \cos(fs23 + kf23 \cdot u) + KXZ \\ cy23 + r23 \cdot \sin(fs23 + kf23 \cdot u) + KYZ \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{рівняння ділянки 23 в параметричному вигляді}$$

Ділянка 34 координати центру дуги кола R=30 $cx_{34} := 0$ $cy_{34} := 42.5$ радіус кола $r_{34} := 30$
 початковий і кінцеві кут сектора дуги $fs_{34} := 31.42 \cdot \text{deg}$ $fe_{34} := 148.58 \cdot \text{deg}$ $kf_{34} := fe_{34} - fs_{34}$
 кола

$$R_{34}(u) := \begin{pmatrix} cx_{34} + r_{34} \cdot \cos(fs_{34} + kf_{34} \cdot u) + KXZ \\ cy_{34} + r_{34} \cdot \sin(fs_{34} + kf_{34} \cdot u) + KYZ \\ 0 \end{pmatrix} \text{ рівняння ділянки 34 в параметричному вигляді}$$

Ділянка 45 координати центру дуги кола R=98 $cx_{45} := -109.23$ $cy_{45} := 109.23$ радіус кола $r_{45} := 98$
 початковий і кінцеві кут сектора дуги $fs_{45} := -31.42 \cdot \text{deg}$ $fe_{45} := -58.58 \cdot \text{deg}$ $kf_{45} := fe_{45} - fs_{45}$
 кола

$$R_{45}(u) := \begin{pmatrix} cx_{45} + r_{45} \cdot \cos(fs_{45} + kf_{45} \cdot u) + KXZ \\ cy_{45} + r_{45} \cdot \sin(fs_{45} + kf_{45} \cdot u) + KYZ \\ 0 \end{pmatrix} \text{ рівняння ділянки 45 в параметричному вигляді}$$

Ділянка 56 координати центру дуги кола R=30 $cx_{56} := -42.5$ $cy_{56} := 0$ радіус кола $r_{56} := 30$
 початковий і кінцеві кут сектора дуги $fs_{56} := -58.58 \cdot \text{deg}$ $fe_{56} := 58.58 \cdot \text{deg}$ $kf_{56} := fe_{56} - fs_{56}$
 кола

$$R_{56}(u) := \begin{pmatrix} cx_{56} - r_{56} \cdot \cos(fs_{56} + kf_{56} \cdot u) + KXZ \\ cy_{56} - r_{56} \cdot \sin(fs_{56} + kf_{56} \cdot u) + KYZ \\ 0 \end{pmatrix} \text{ рівняння ділянки 56 в параметричному вигляді}$$

Ділянка 67 координати центру дуги кола R=98 $cx_{67} := -109.23$ $cy_{67} := -109.23$ радіус кола $r_{67} := 98$
 початковий і кінцеві кут сектора дуги $fs_{67} := -121.42 \cdot \text{deg}$ $fe_{67} := -148.58 \cdot \text{deg}$ $kf_{67} := fe_{67} - fs_{67}$
 кола

$$R_{67}(u) := \begin{pmatrix} cx_{67} - r_{67} \cdot \cos(fs_{67} + kf_{67} \cdot u) + KXZ \\ cy_{67} - r_{67} \cdot \sin(fs_{67} + kf_{67} \cdot u) + KYZ \\ 0 \end{pmatrix} \text{ рівняння ділянки 67 в параметричному вигляді}$$

Ділянка 78 координати центру дуги кола R=30 $cx_{78} := 0$ $cy_{78} := -42.5$ радіус кола $r_{78} := 30$
 початковий і кінцеві кут сектора дуги $fs_{78} := 211.42 \cdot \text{deg}$ $fe_{78} := 328.58 \cdot \text{deg}$ $kf_{78} := fe_{78} - fs_{78}$
 кола

$$R_{78}(u) := \begin{pmatrix} cx_{78} + r_{78} \cdot \cos(fs_{78} + kf_{78} \cdot u) + KXZ \\ cy_{78} + r_{78} \cdot \sin(fs_{78} + kf_{78} \cdot u) + KYZ \\ 0 \end{pmatrix} \text{ рівняння ділянки 78 в параметричному вигляді}$$

Ділянка 89 координати центру дуги кола R=98 $cx_{89} := 109.23$ $cy_{89} := -109.23$ радіус кола $r_{89} := 98$
 початковий і кінцеві кут сектора дуги $fs_{89} := 148.58 \cdot \text{deg}$ $fe_{89} := 121.42 \cdot \text{deg}$ $kf_{89} := fe_{89} - fs_{89}$
 кола

$$R_{89}(u) := \begin{pmatrix} cx_{89} + r_{89} \cdot \cos(fs_{89} + kf_{89} \cdot u) + KXZ \\ cy_{89} + r_{89} \cdot \sin(fs_{89} + kf_{89} \cdot u) + KYZ \\ 0 \end{pmatrix} \text{ рівняння ділянки 89 в параметричному вигляді}$$

Кількість розрахункових точок (5) на кожній ділянці профілю

$$k1 := 5 \quad j1 := 0..k1$$

Змінна, що відповідає за положення точки на профілю в межах визначеної ділянки профілю

$$U_{j1} := j1 \cdot \frac{1}{k1}$$

Розрахункові координати точок кожної ділянки профілю

Ділянка 12

$$Y_{12,j1} := R_{12}(U_{j1})_{1,0}$$

$$X_{12,j1} := R_{12}(U_{j1})_{0,0}$$

$$X_{12} = \begin{pmatrix} 58.13923 \\ 67.03003 \\ 71.87498 \\ 71.87498 \\ 67.03003 \\ 58.13923 \end{pmatrix}$$

$$Y_{12} = \begin{pmatrix} -25.60107 \\ -17.27071 \\ -6.09182 \\ 6.09182 \\ 17.27071 \\ 25.60107 \end{pmatrix}$$

Ділянка 23

$$Y_{23,j1} := R_{23}(U_{j1})_{1,0}$$

$$X_{23,j1} := R_{23}(U_{j1})_{0,0}$$

$$X_{23} = \begin{pmatrix} 58.14186 \\ 50.45449 \\ 43.29502 \\ 36.72774 \\ 30.81164 \\ 25.59985 \end{pmatrix}$$

$$Y_{23} = \begin{pmatrix} 25.59985 \\ 30.81164 \\ 36.72774 \\ 43.29502 \\ 50.45449 \\ 58.14186 \end{pmatrix}$$

Ділянка 34

$$Y_{34,j1} := R_{34}(U_{j1})_{1,0}$$

$$X_{34,j1} := R_{34}(U_{j1})_{0,0}$$

$$X_{34} = \begin{pmatrix} 25.60107 \\ 17.27071 \\ 6.09182 \\ -6.09182 \\ -17.27071 \\ -25.60107 \end{pmatrix}$$

$$Y_{34} = \begin{pmatrix} 58.13923 \\ 67.03003 \\ 71.87498 \\ 71.87498 \\ 67.03003 \\ 58.13923 \end{pmatrix}$$

Ділянка 45

$$Y_{45,j1} := R_{45}(U_{j1})_{1,0}$$

$$X_{45,j1} := R_{45}(U_{j1})_{0,0}$$

$$X_{45} = \begin{pmatrix} -25.59985 \\ -30.81164 \\ -36.72774 \\ -43.29502 \\ -50.45449 \\ -58.14186 \end{pmatrix}$$

$$Y_{45} = \begin{pmatrix} 58.14186 \\ 50.45449 \\ 43.29502 \\ 36.72774 \\ 30.81164 \\ 25.59985 \end{pmatrix}$$

Ділянка 56

$$Y_{56,j1} := R_{56}(U_{j1})_{1,0}$$

$$X_{56,j1} := R_{56}(U_{j1})_{0,0}$$

$$X_{56} = \begin{pmatrix} -58.13923 \\ -67.03003 \\ -71.87498 \\ -71.87498 \\ -67.03003 \\ -58.13923 \end{pmatrix}$$

$$Y_{56} = \begin{pmatrix} 25.60107 \\ 17.27071 \\ 6.09182 \\ -6.09182 \\ -17.27071 \\ -25.60107 \end{pmatrix}$$

Ділянка 67

$$Y_{67,j1} := R_{67}(U_{j1})_{1,0}$$

$$X_{67,j1} := R_{67}(U_{j1})_{0,0}$$

$$X_{67} = \begin{pmatrix} -58.14186 \\ -50.45449 \\ -43.29502 \\ -36.72774 \\ -30.81164 \\ -25.59985 \end{pmatrix}$$

$$Y_{67} = \begin{pmatrix} -25.59985 \\ -30.81164 \\ -36.72774 \\ -43.29502 \\ -50.45449 \\ -58.14186 \end{pmatrix}$$

Ділянка 78

$$Y_{78,j1} := R_{78}(U_{j1})_{1,0}$$

$$X_{78,j1} := R_{78}(U_{j1})_{0,0}$$

$$X_{78} = \begin{pmatrix} -25.60107 \\ -17.27071 \\ -6.09182 \\ 6.09182 \\ 17.27071 \\ 25.60107 \end{pmatrix}$$

$$Y_{78} = \begin{pmatrix} -58.13923 \\ -67.03003 \\ -71.87498 \\ -71.87498 \\ -67.03003 \\ -58.13923 \end{pmatrix}$$

Ділянка 89

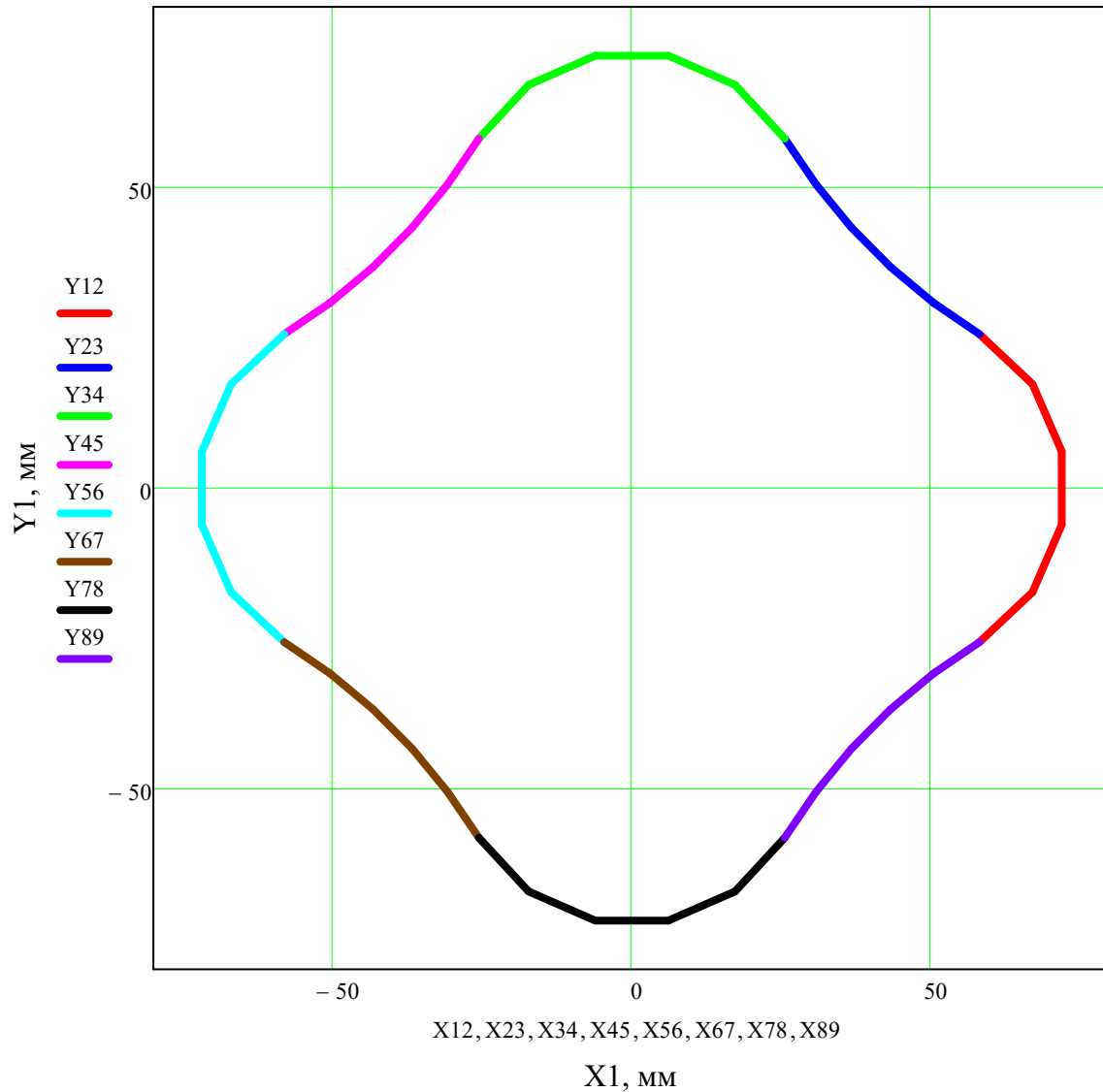
$$Y_{89,j1} := R_{89}(U_{j1})_{1,0}$$

$$X_{89,j1} := R_{89}(U_{j1})_{0,0}$$

$$X_{89} = \begin{pmatrix} 25.59985 \\ 30.81164 \\ 36.72774 \\ 43.29502 \\ 50.45449 \\ 58.14186 \end{pmatrix}$$

$$Y_{89} = \begin{pmatrix} -58.14186 \\ -50.45449 \\ -43.29502 \\ -36.72774 \\ -30.81164 \\ -25.59985 \end{pmatrix}$$

Графік профілю деталі отриманий по розрахунковим точкам (X12, Y12, X23, Y23, X34, Y34, X45, Y45, X56, Y56, X67, Y67, X78, Y78, X89, Y89)



Щоб знайти лінійну швидкість за координатами Vx, Vy, Vz навколо центральної осі обертання матричним способом потрібно використовувати ротаційні матриці.

Змінний радіус при обертанні відносно абсолютної системи координат

$$\omega := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{Кутова швидкість в центрі обертання}$$

Функція зміни положення радіусу в декартовій системі координат відносно X, Y та Z на ділянках 12,23,34,45,56,67,78,89:

$$R_{g12}(u) := \omega \times R_{12}(u) \rightarrow \begin{pmatrix} 30 \cdot \sin(-58.58 \cdot \text{deg} + 117.16 \cdot \text{deg} \cdot u) \\ -30 \cdot \cos(-58.58 \cdot \text{deg} + 117.16 \cdot \text{deg} \cdot u) - 42.5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$R_{g23}(u) := \omega \times R_{23}(u) \rightarrow \begin{pmatrix} 98 \cdot \sin(-121.42 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u) + 109.23 \\ -98 \cdot \cos(-121.42 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u) - 109.23 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$Rg34(u) := \omega \times R34(u) \rightarrow \begin{bmatrix} 30 \cdot \sin(31.42 \cdot \text{deg} + 117.16 \cdot \text{deg} \cdot u) + 42.5 \\ -30 \cdot \cos[u \cdot (-31.42 \cdot \text{deg} + 148.58 \cdot \text{deg}) + 31.42 \cdot \text{deg}] \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$Rg45(u) := \omega \times R45(u) \rightarrow \begin{pmatrix} 98 \cdot \sin(-31.42 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u) + 109.23 \\ 109.23 - 98 \cdot \cos(-31.42 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u) \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$Rg56(u) := \omega \times R56(u) \rightarrow \begin{pmatrix} -30 \cdot \sin(-58.58 \cdot \text{deg} + 117.16 \cdot \text{deg} \cdot u) \\ 30 \cdot \cos(-58.58 \cdot \text{deg} + 117.16 \cdot \text{deg} \cdot u) + 42.5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$Rg67(u) := \omega \times R67(u) \rightarrow \begin{pmatrix} -98 \cdot \sin(-121.42 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u) - 109.23 \\ 98 \cdot \cos(-121.42 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u) + 109.23 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$Rg78(u) := \omega \times R78(u) \rightarrow \begin{bmatrix} 30 \cdot \sin(211.42 \cdot \text{deg} + 117.16 \cdot \text{deg} \cdot u) - 42.5 \\ -30 \cdot \cos[u \cdot (328.58 \cdot \text{deg} + -211.42 \cdot \text{deg}) + 211.42 \cdot \text{deg}] \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$Rg89(u) := \omega \times R89(u) \rightarrow \begin{pmatrix} 98 \cdot \sin(148.58 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u) - 109.23 \\ -98 \cdot \cos(148.58 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u) - 109.23 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Знаходження нормальної швидкості

перпендикулярна до радіусу в точках перегибу між дугами траєкторії і спрямована по дотичній дузі до траєкторії. Вектор тангенціальної швидкості можна знайти за допомогою векторного твору кутової швидкості та радіус-вектора:

$$V12(u) := \omega \times Rg12(u) \quad V56(u) := \omega \times Rg56(u)$$

$$V23(u) := \omega \times Rg23(u) \quad V67(u) := \omega \times Rg67(u)$$

$$V34(u) := \omega \times Rg34(u) \quad V78(u) := \omega \times Rg78(u)$$

$$V45(u) := \omega \times Rg45(u) \quad V89(u) := \omega \times Rg89(u)$$

Швидкість на ділянках 1-8 По координатам X,Y,Z

$$V12(1) = \begin{pmatrix} -58.13923 \\ -25.60107 \\ 0 \end{pmatrix} \quad V56(1) = \begin{pmatrix} 58.13923 \\ 25.60107 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$V23(1) = \begin{pmatrix} -25.59985 \\ -58.14186 \\ 0 \end{pmatrix} \quad V67(1) = \begin{pmatrix} 25.59985 \\ 58.14186 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$V34(1) = \begin{pmatrix} 25.60107 \\ -58.13923 \\ 0 \end{pmatrix} \quad V78(1) = \begin{pmatrix} -25.60107 \\ 58.13923 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$V45(1) = \begin{pmatrix} 58.14186 \\ -25.59985 \\ 0 \end{pmatrix} \quad V89(1) = \begin{pmatrix} -58.14186 \\ 25.59985 \\ 0 \end{pmatrix}$$

кут повороту ψ_1 для V_n на ділянках 1-8

$$\psi_{12}(u) := \operatorname{atan}\left(\frac{R_{g12}(u)_{1,0}}{R_{g12}(u)_{0,0}}\right)$$

$$\psi_{56}(u) := \operatorname{atan}\left(\frac{R_{g56}(u)_{1,0}}{R_{g56}(u)_{0,0}}\right)$$

$$\psi_{23}(u) := \operatorname{atan}\left(\frac{R_{g23}(u)_{1,0}}{R_{g23}(u)_{0,0}}\right)$$

$$\psi_{67}(u) := \operatorname{atan}\left(\frac{R_{g67}(u)_{1,0}}{R_{g67}(u)_{0,0}}\right)$$

$$\psi_{34}(u) := \operatorname{atan}\left(\frac{R_{g34}(u)_{1,0}}{R_{g34}(u)_{0,0}}\right)$$

$$\psi_{78}(u) := \operatorname{atan}\left(\frac{R_{g78}(u)_{1,0}}{R_{g78}(u)_{0,0}}\right)$$

$$\psi_{45}(u) := \operatorname{atan}\left(\frac{R_{g45}(u)_{1,0}}{R_{g45}(u)_{0,0}}\right)$$

$$\psi_{89}(u) := \operatorname{atan}\left(\frac{R_{g89}(u)_{1,0}}{R_{g89}(u)_{0,0}}\right)$$

$$\frac{\psi_{12}(1)}{\deg} = -66.23415$$

$$\frac{\psi_{56}(1)}{\deg} = -66.23415$$

$$\frac{\psi_{23}(1)}{\deg} = -23.76388$$

$$\frac{\psi_{67}(1)}{\deg} = -23.76388$$

$$\frac{\psi_{34}(1)}{\deg} = 23.76585$$

$$\frac{\psi_{78}(1)}{\deg} = 23.76585$$

$$\frac{\psi_{45}(1)}{\deg} = 66.23612$$

$$\frac{\psi_{89}(1)}{\deg} = 66.23612$$

кут повороту ψ_2 для V_n на ділянках 1-8

$$\psi\psi_{12}(u) := \operatorname{atan}\left(\frac{\frac{d}{du}R_{12}(u)_{1,0}}{\frac{d}{du}R_{12}(u)_{0,0}}\right)$$

$$\psi\psi_{56}(u) := \operatorname{atan}\left(\frac{\frac{d}{du}R_{56}(u)_{1,0}}{\frac{d}{du}R_{56}(u)_{0,0}}\right)$$

$$\psi\psi_{23}(u) := \operatorname{atan}\left(\frac{\frac{d}{du}R_{23}(u)_{1,0}}{\frac{d}{du}R_{23}(u)_{0,0}}\right)$$

$$\psi\psi_{67}(u) := \operatorname{atan}\left(\frac{\frac{d}{du}R_{67}(u)_{1,0}}{\frac{d}{du}R_{67}(u)_{0,0}}\right)$$

$$\psi\psi_{34}(u) := \operatorname{atan}\left(\frac{\frac{d}{du}R_{34}(u)_{1,0}}{\frac{d}{du}R_{34}(u)_{0,0}}\right)$$

$$\psi\psi_{78}(u) := \operatorname{atan}\left(\frac{\frac{d}{du}R_{78}(u)_{1,0}}{\frac{d}{du}R_{78}(u)_{0,0}}\right)$$

$$\psi\psi_{45}(u) := \operatorname{atan}\left(\frac{\frac{d}{du}R_{45}(u)_{1,0}}{\frac{d}{du}R_{45}(u)_{0,0}}\right)$$

$$\psi\psi_{89}(u) := \operatorname{atan}\left(\frac{\frac{d}{du}R_{89}(u)_{1,0}}{\frac{d}{du}R_{89}(u)_{0,0}}\right)$$

$$\frac{d}{du} R_{12}(u)_{1,0} \rightarrow -\frac{1.0 \cdot \cos(-58.58 \cdot \text{deg} + 117.16 \cdot \text{deg} \cdot u)}{\sin(-58.58 \cdot \text{deg} + 117.16 \cdot \text{deg} \cdot u)}$$

$$\frac{d}{du} R_{12}(u)_{0,0}$$

$$\frac{d}{du} R_{56}(u)_{1,0} \rightarrow -\frac{1.0 \cdot \cos(-58.58 \cdot \text{deg} + 117.16 \cdot \text{deg} \cdot u)}{\sin(-58.58 \cdot \text{deg} + 117.16 \cdot \text{deg} \cdot u)}$$

$$\frac{d}{du} R_{56}(u)_{0,0}$$

$$\frac{d}{du} R_{23}(u)_{1,0} \rightarrow -\frac{1.0 \cdot \cos(-121.42 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u)}{\sin(-121.42 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u)}$$

$$\frac{d}{du} R_{23}(u)_{0,0}$$

$$\frac{d}{du} R_{67}(u)_{1,0} \rightarrow -\frac{1.0 \cdot \cos(-121.42 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u)}{\sin(-121.42 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u)}$$

$$\frac{d}{du} R_{67}(u)_{0,0}$$

$$\frac{d}{du} R_{34}(u)_{1,0} \rightarrow -\frac{1.0 \cdot \cos(31.42 \cdot \text{deg} + 117.16 \cdot \text{deg} \cdot u)}{\sin(31.42 \cdot \text{deg} + 117.16 \cdot \text{deg} \cdot u)}$$

$$\frac{d}{du} R_{34}(u)_{0,0}$$

$$\frac{d}{du} R_{78}(u)_{1,0} \rightarrow -\frac{1.0 \cdot \cos(211.42 \cdot \text{deg} + 117.16 \cdot \text{deg} \cdot u)}{\sin(211.42 \cdot \text{deg} + 117.16 \cdot \text{deg} \cdot u)}$$

$$\frac{d}{du} R_{78}(u)_{0,0}$$

$$\frac{d}{du} R_{45}(u)_{1,0} \rightarrow -\frac{1.0 \cdot \cos(-31.42 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u)}{\sin(-31.42 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u)}$$

$$\frac{d}{du} R_{45}(u)_{0,0}$$

$$\frac{d}{du} R_{89}(u)_{1,0} \rightarrow -\frac{1.0 \cdot \cos(148.58 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u)}{\sin(148.58 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u)}$$

$$\frac{d}{du} R_{89}(u)_{0,0}$$

$$\frac{\psi_{12}(1)}{\text{deg}} = -31.42$$

$$\frac{\psi_{56}(1)}{\text{deg}} = -31.42$$

$$\frac{\psi_{23}(1)}{\text{deg}} = -58.58$$

$$\frac{\psi_{67}(1)}{\text{deg}} = -58.58$$

$$\frac{\psi_{34}(1)}{\text{deg}} = 58.58$$

$$\frac{\psi_{78}(1)}{\text{deg}} = 58.58$$

$$\frac{\psi_{45}(1)}{\text{deg}} = 31.42$$

$$\frac{\psi_{89}(1)}{\text{deg}} = 31.42$$

Різниця кутів повороту між швидкостями лінійної та радіальної

$$\psi_1(u) := \psi_{12}(u) + \psi_{12}(u) \quad \psi_5(u) := \psi_{56}(u) - \psi_{56}(u)$$

$$\psi_2(u) := \psi_{23}(u) - \psi_{23}(u) \quad \psi_6(u) := \psi_{67}(u) - \psi_{67}(u)$$

$$\psi_3(u) := \psi_{34}(u) - \psi_{34}(u) \quad \psi_7(u) := \psi_{78}(u) - \psi_{78}(u)$$

$$\psi_4(u) := \psi_{45}(u) - \psi_{45}(u) \quad \psi_8(u) := \psi_{89}(u) - \psi_{89}(u)$$

$$\frac{\psi_1(1)}{\text{deg}} = -34.81415$$

$$\frac{\psi_5(1)}{\text{deg}} = 34.81415$$

$$\frac{\psi_2(1)}{\text{deg}} = -34.81612$$

$$\frac{\psi_6(1)}{\text{deg}} = -34.81612$$

$$\frac{\psi_3(1)}{\text{deg}} = 34.81415$$

$$\frac{\psi_7(1)}{\text{deg}} = 34.81415$$

$$\frac{\psi_4(1)}{\text{deg}} = -34.81612$$

$$\frac{\psi_8(1)}{\text{deg}} = -34.81612$$

$$V_{r12}(u) := |V_{12}(u)| \cdot \cos(\psi_1(u))$$

$$V_{r56}(u) := |V_{56}(u)| \cdot \cos(\psi_5(u))$$

$$V_{r23}(u) := |V_{23}(u)| \cdot \cos(\psi_2(u))$$

$$V_{r67}(u) := |V_{67}(u)| \cdot \cos(\psi_6(u))$$

$$V_{r34}(u) := |V_{34}(u)| \cdot \cos(\psi_3(u))$$

$$V_{r78}(u) := |V_{78}(u)| \cdot \cos(\psi_7(u))$$

$$V_{r45}(u) := |V_{45}(u)| \cdot \cos(\psi_4(u))$$

$$V_{r89}(u) := |V_{89}(u)| \cdot \cos(\psi_8(u))$$

$$V_{n12}(u) := |V_{12}(u)| \cdot \sin(\psi_1(u)) \quad V_{n56}(u) := |V_{56}(u)| \cdot \sin(\psi_5(u))$$

$$V_{n23}(u) := |V_{23}(u)| \cdot \sin(\psi_2(u)) \quad V_{n67}(u) := |V_{67}(u)| \cdot \sin(\psi_6(u))$$

$$V_{n34}(u) := |V_{34}(u)| \cdot \sin(\psi_3(u)) \quad V_{n78}(u) := |V_{78}(u)| \cdot \sin(\psi_7(u))$$

$$V_{n45}(u) := |V_{45}(u)| \cdot \sin(\psi_4(u)) \quad V_{n89}(u) := |V_{89}(u)| \cdot \sin(\psi_8(u))$$

$$|V_{12}(u)| \rightarrow \sqrt{(-30 \cdot \cos(-58.58 \cdot \text{deg} + 117.16 \cdot \text{deg} \cdot u) - 42.5)^2 + 900 \cdot (\sin(-58.58 \cdot \text{deg} + 117.16 \cdot \text{deg} \cdot u))^2}$$

$$|V_{23}(u)| \rightarrow \sqrt{(-98 \cdot \cos(-121.42 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u) - 109.23)^2 + (-98 \cdot \sin(-121.42 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u) - 109.23)^2}$$

$$|V_{34}(u)| \rightarrow \sqrt{900 \cdot [\cos[u \cdot (-31.42 \cdot \text{deg} + 148.58 \cdot \text{deg}) + 31.42 \cdot \text{deg}]]^2 + (-30 \cdot \sin(31.42 \cdot \text{deg} + 117.16 \cdot \text{deg} \cdot u) - 42.5)^2}$$

$$|V_{45}(u)| \rightarrow \sqrt{(|109.23 - 98 \cdot \cos(-31.42 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u)|)^2 + (-98 \cdot \sin(-31.42 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u) - 109.23)^2}$$

$$|V_{56}(u)| \rightarrow \sqrt{(30 \cdot \cos(-58.58 \cdot \text{deg} + 117.16 \cdot \text{deg} \cdot u) + 42.5)^2 + 900 \cdot (\sin(-58.58 \cdot \text{deg} + 117.16 \cdot \text{deg} \cdot u))^2}$$

$$|V_{67}(u)| \rightarrow \sqrt{(98 \cdot \cos(-121.42 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u) + 109.23)^2 + (98 \cdot \sin(-121.42 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u) + 109.23)^2}$$

$$|V_{78}(u)| \rightarrow \sqrt{(42.5 - 30 \cdot \sin(211.42 \cdot \text{deg} + 117.16 \cdot \text{deg} \cdot u))^2 + 900 \cdot [\cos[u \cdot (328.58 \cdot \text{deg} + -211.42 \cdot \text{deg}) + 211.42 \cdot \text{deg}]]^2}$$

$$|V_{89}(u)| \rightarrow \sqrt{(-98 \cdot \cos(148.58 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u) - 109.23)^2 + (109.23 - 98 \cdot \sin(148.58 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u))^2}$$

Виводимо різницю швидкостей коефіцієнт К для ділянок 1-8

$$K1 := \int_0^1 (V_{r12}(u)^2 - V_{n12}(u)^2) d(u)$$

$$K1 = 3814.31178$$

$$V_{T12}_{j1} := V_{r12}(U_{j1})$$

$$V_{N12}_{j1} := V_{n12}(U_{j1})$$

$$K2 := \int_0^1 V_{r23}(u)^2 - V_{n23}(u)^2 d(u)$$

$$K2 = 2588.37286$$

$$V_{T23}_{j1} := V_{r23}(U_{j1})$$

$$V_{N23}_{j1} := V_{n23}(U_{j1})$$

$$V_{T12}_{j1} =$$

52.15557
64.75088
71.61456
71.61456
64.75088
52.15557

$$V_{N12}_{j1} =$$

36.26818
24.46684
8.63008
-8.63008
-24.46684
-36.26818

$$V_{T23}_{j1} =$$

52.15591
54.91517
56.30102
56.30102
54.91517
52.15591

$$V_{N23}_{j1} =$$

36.27106
21.89377
7.31984
-7.31984
-21.89377
-36.27106

$$K3 := \int_0^1 (V_{r34}(u)^2 - V_{n34}(u)^2) d(u)$$

$$K3 = 3814.31178$$

$$V_{T34}_{j1} := V_{r34}(U_{j1})$$

$$V_{N34}_{j1} := V_{n34}(U_{j1})$$

$$K4 := \int_0^1 V_{r45}(u)^2 - V_{n45}(u)^2 d(u)$$

$$K4 = 2588.37286$$

$$V_{T45}_{j1} := V_{r45}(U_{j1})$$

$$V_{N45}_{j1} := V_{n45}(U_{j1})$$

$$V_{T34}_{j1} =$$

52.15557
64.75088
71.61456
71.61456
64.75088
52.15557

$$V_{N34}_{j1} =$$

-36.26818
-24.46684
-8.63008
8.63008
24.46684
36.26818

$$V_{T45}_{j1} =$$

52.15591
54.91517
56.30102
56.30102
54.91517
52.15591

$$V_{N45}_{j1} =$$

36.27106
21.89377
7.31984
-7.31984
-21.89377
-36.27106

$$K5 := \int_0^1 \left(V_{r56}(u)^2 - V_{n56}(u)^2 \right) d(u)$$

$$K6 := \int_0^1 V_{r67}(u)^2 - V_{n67}(u)^2 d(u)$$

$$K5 = 3814.31178$$

$$VT56_{j1} := Vr56(U_{j1}) \quad VN56_{j1} := Vn56(U_{j1})$$

$$K6 = 2588.37286$$

$$VT67_{j1} := Vr67(U_{j1}) \quad VN67_{j1} := Vn67(U_{j1})$$

$$VT56_{j1} =$$

52.15557
64.75088
71.61456
71.61456
64.75088
52.15557

$$VN56_{j1} =$$

-36.26818
-24.46684
-8.63008
8.63008
24.46684
36.26818

$$VT67_{j1} =$$

52.15591
54.91517
56.30102
56.30102
54.91517
52.15591

$$VN67_{j1} =$$

36.27106
21.89377
7.31984
-7.31984
-21.89377
-36.27106

$$K7 := \int_0^1 \left(V_{r78}(u)^2 - V_{n78}(u)^2 \right) d(u)$$

$$K8 := \int_0^1 V_{r89}(u)^2 - V_{n89}(u)^2 d(u)$$

$$K7 = 3814.31178$$

$$VT78_{j1} := Vr78(U_{j1}) \quad VN78_{j1} := Vn78(U_{j1})$$

$$K8 = 2546.0734$$

$$VT89_{j1} := Vr89(U_{j1}) \quad VN89_{j1} := Vn89(U_{j1})$$

$$VT78_{j1} =$$

52.15557
64.75088
71.61456
71.61456
64.75088
52.15557

$$VN78_{j1} =$$

-36.26818
-24.46684
-8.63008
8.63008
24.46684
36.26818

$$VT89_{j1} =$$

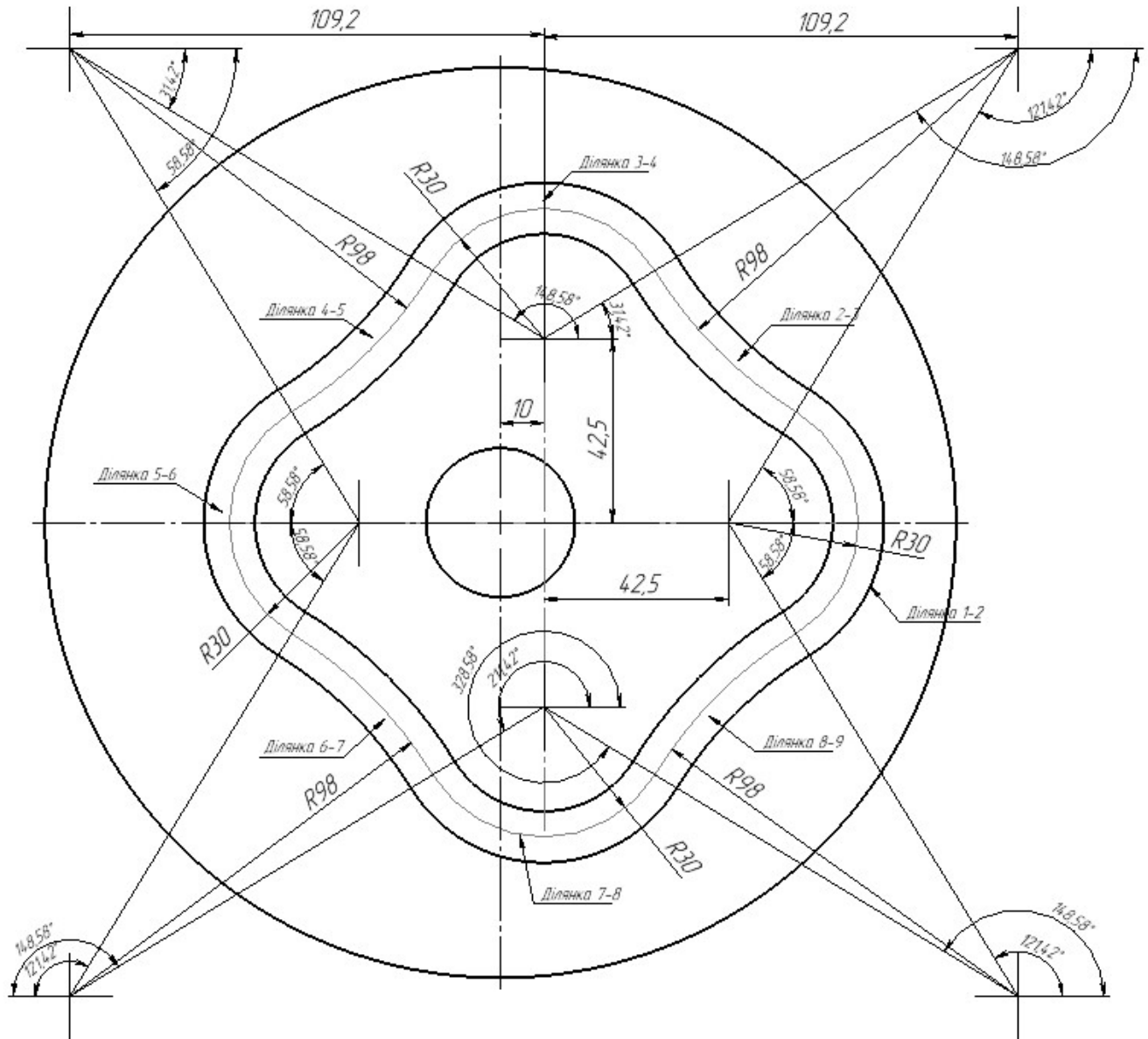
52.15591
54.91517
56.30102
56.30102
54.91517
52.15591

$$VN89_{j1} =$$

36.27106
23.52678
8.19052
-8.19052
-23.52678
-36.27106

$$K := K1 + K2 + K3 + K4 + K5 + K6 + K7 + K7 = 26836.67751$$

Додаток Б



Функції, що описують ділянки профілю в межах від T1 до T9

$$KXZ := 10$$

зміщення профілю відносно центра

$$KYZ := 0$$

Ділянка 12 координати центру дуги кола R=30 $cx12 := 42.5$ $cy12 := 0$ радіус кола $r12 := 30$
 початковий і кінцеві кут сектора дуги $fs12 := -58.58\text{-deg}$ $fe12 := 58.58\text{-deg}$ $kf12 := fe12 - fs12$
 кола

$$R12(u) := \begin{pmatrix} cx12 + r12 \cdot \cos(fs12 + kf12 \cdot u) + KXZ \\ cy12 + r12 \cdot \sin(fs12 + kf12 \cdot u) + KYZ \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{рівняння ділянки 12 в параметричному вигляді}$$

Ділянка 23 координати центру дуги кола R=98 $cx23 := 109.23$ $cy23 := 109.23$ радіус кола $r23 := 98$
 початковий і кінцеві кут сектора дуги $fs23 := -121.42\text{-deg}$ $fe23 := -148.58\text{-deg}$ $kf23 := fe23 - fs23$
 кола

$$R23(u) := \begin{pmatrix} cx23 + r23 \cdot \cos(fs23 + kf23 \cdot u) + KXZ \\ cy23 + r23 \cdot \sin(fs23 + kf23 \cdot u) + KYZ \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{рівняння ділянки 23 в параметричному вигляді}$$

Ділянка 34 координати центру дуги кола R=30 $cx_{34} := 0$ $cy_{34} := 42.5$ радіус кола $r_{34} := 30$
 початковий і кінцеві кут сектора дуги $fs_{34} := 31.42 \cdot \text{deg}$ $fe_{34} := 148.58 \cdot \text{deg}$ $kf_{34} := fe_{34} - fs_{34}$
 кола

$$R_{34}(u) := \begin{pmatrix} cx_{34} + r_{34} \cdot \cos(fs_{34} + kf_{34} \cdot u) + KXZ \\ cy_{34} + r_{34} \cdot \sin(fs_{34} + kf_{34} \cdot u) + KYZ \\ 0 \end{pmatrix} \text{ рівняння ділянки 34 в параметричному вигляді}$$

Ділянка 45 координати центру дуги кола R=98 $cx_{45} := -109.23$ $cy_{45} := 109.23$ радіус кола $r_{45} := 98$
 початковий і кінцеві кут сектора дуги $fs_{45} := -31.42 \cdot \text{deg}$ $fe_{45} := -58.58 \cdot \text{deg}$ $kf_{45} := fe_{45} - fs_{45}$
 кола

$$R_{45}(u) := \begin{pmatrix} cx_{45} + r_{45} \cdot \cos(fs_{45} + kf_{45} \cdot u) + KXZ \\ cy_{45} + r_{45} \cdot \sin(fs_{45} + kf_{45} \cdot u) + KYZ \\ 0 \end{pmatrix} \text{ рівняння ділянки 45 в параметричному вигляді}$$

Ділянка 56 координати центру дуги кола R=30 $cx_{56} := -42.5$ $cy_{56} := 0$ радіус кола $r_{56} := 30$
 початковий і кінцеві кут сектора дуги $fs_{56} := -58.58 \cdot \text{deg}$ $fe_{56} := 58.58 \cdot \text{deg}$ $kf_{56} := fe_{56} - fs_{56}$
 кола

$$R_{56}(u) := \begin{pmatrix} cx_{56} - r_{56} \cdot \cos(fs_{56} + kf_{56} \cdot u) + KXZ \\ cy_{56} - r_{56} \cdot \sin(fs_{56} + kf_{56} \cdot u) + KYZ \\ 0 \end{pmatrix} \text{ рівняння ділянки 56 в параметричному вигляді}$$

Ділянка 67 координати центру дуги кола R=98 $cx_{67} := -109.23$ $cy_{67} := -109.23$ радіус кола $r_{67} := 98$
 початковий і кінцеві кут сектора дуги $fs_{67} := -121.42 \cdot \text{deg}$ $fe_{67} := -148.58 \cdot \text{deg}$ $kf_{67} := fe_{67} - fs_{67}$
 кола

$$R_{67}(u) := \begin{pmatrix} cx_{67} - r_{67} \cdot \cos(fs_{67} + kf_{67} \cdot u) + KXZ \\ cy_{67} - r_{67} \cdot \sin(fs_{67} + kf_{67} \cdot u) + KYZ \\ 0 \end{pmatrix} \text{ рівняння ділянки 67 в параметричному вигляді}$$

Ділянка 78 координати центру дуги кола R=30 $cx_{78} := 0$ $cy_{78} := -42.5$ радіус кола $r_{78} := 30$
 початковий і кінцеві кут сектора дуги $fs_{78} := 211.42 \cdot \text{deg}$ $fe_{78} := 328.58 \cdot \text{deg}$ $kf_{78} := fe_{78} - fs_{78}$
 кола

$$R_{78}(u) := \begin{pmatrix} cx_{78} + r_{78} \cdot \cos(fs_{78} + kf_{78} \cdot u) + KXZ \\ cy_{78} + r_{78} \cdot \sin(fs_{78} + kf_{78} \cdot u) + KYZ \\ 0 \end{pmatrix} \text{ рівняння ділянки 78 в параметричному вигляді}$$

Ділянка 89 координати центру дуги кола R=98 $cx_{89} := 109.23$ $cy_{89} := -109.23$ радіус кола $r_{89} := 98$
 початковий і кінцеві кут сектора дуги $fs_{89} := 148.58 \cdot \text{deg}$ $fe_{89} := 121.42 \cdot \text{deg}$ $kf_{89} := fe_{89} - fs_{89}$
 кола

$$R_{89}(u) := \begin{pmatrix} cx_{89} + r_{89} \cdot \cos(fs_{89} + kf_{89} \cdot u) + KXZ \\ cy_{89} + r_{89} \cdot \sin(fs_{89} + kf_{89} \cdot u) + KYZ \\ 0 \end{pmatrix} \text{ рівняння ділянки 89 в параметричному вигляді}$$

Кількість розрахункових точок (5) на кожній ділянці профілю

$$k1 := 5 \quad j1 := 0..k1$$

Змінна, що відповідає за положення точки на профілю в межах визначеної ділянки профілю

$$U_{j1} := j1 \cdot \frac{1}{k1}$$

Розрахункові координати точок кожної ділянки профілю

Ділянка 12

$$Y_{12,j1} := R_{12}(U_{j1})_{1,0}$$

$$X_{12,j1} := R_{12}(U_{j1})_{0,0}$$

$$X_{12} = \begin{pmatrix} 68.13923 \\ 77.03003 \\ 81.87498 \\ 81.87498 \\ 77.03003 \\ 68.13923 \end{pmatrix}$$

$$Y_{12} = \begin{pmatrix} -25.60107 \\ -17.27071 \\ -6.09182 \\ 6.09182 \\ 17.27071 \\ 25.60107 \end{pmatrix}$$

Ділянка 23

$$Y_{23,j1} := R_{23}(U_{j1})_{1,0}$$

$$X_{23,j1} := R_{23}(U_{j1})_{0,0}$$

$$X_{23} = \begin{pmatrix} 68.14186 \\ 60.45449 \\ 53.29502 \\ 46.72774 \\ 40.81164 \\ 35.59985 \end{pmatrix}$$

$$Y_{23} = \begin{pmatrix} 25.59985 \\ 30.81164 \\ 36.72774 \\ 43.29502 \\ 50.45449 \\ 58.14186 \end{pmatrix}$$

Ділянка 34

$$Y_{34,j1} := R_{34}(U_{j1})_{1,0}$$

$$X_{34,j1} := R_{34}(U_{j1})_{0,0}$$

$$X_{34} = \begin{pmatrix} 35.60107 \\ 27.27071 \\ 16.09182 \\ 3.90818 \\ -7.27071 \\ -15.60107 \end{pmatrix}$$

$$Y_{34} = \begin{pmatrix} 58.13923 \\ 67.03003 \\ 71.87498 \\ 71.87498 \\ 67.03003 \\ 58.13923 \end{pmatrix}$$

Ділянка 45

$$Y_{45,j1} := R_{45}(U_{j1})_{1,0}$$

$$X_{45,j1} := R_{45}(U_{j1})_{0,0}$$

$$X_{45} = \begin{pmatrix} -15.59985 \\ -20.81164 \\ -26.72774 \\ -33.29502 \\ -40.45449 \\ -48.14186 \end{pmatrix}$$

$$Y_{45} = \begin{pmatrix} 58.14186 \\ 50.45449 \\ 43.29502 \\ 36.72774 \\ 30.81164 \\ 25.59985 \end{pmatrix}$$

Ділянка 56

$$Y_{56,j1} := R_{56}(U_{j1})_{1,0}$$

$$X_{56,j1} := R_{56}(U_{j1})_{0,0}$$

$$X_{56} = \begin{pmatrix} -48.13923 \\ -57.03003 \\ -61.87498 \\ -61.87498 \\ -57.03003 \\ -48.13923 \end{pmatrix}$$

$$Y_{56} = \begin{pmatrix} 25.60107 \\ 17.27071 \\ 6.09182 \\ -6.09182 \\ -17.27071 \\ -25.60107 \end{pmatrix}$$

Ділянка 67

$$Y_{67,j1} := R_{67}(U_{j1})_{1,0}$$

$$X_{67,j1} := R_{67}(U_{j1})_{0,0}$$

$$X_{67} = \begin{pmatrix} -48.14186 \\ -40.45449 \\ -33.29502 \\ -26.72774 \\ -20.81164 \\ -15.59985 \end{pmatrix}$$

$$Y_{67} = \begin{pmatrix} -25.59985 \\ -30.81164 \\ -36.72774 \\ -43.29502 \\ -50.45449 \\ -58.14186 \end{pmatrix}$$

Ділянка 78

$$Y_{78,j1} := R_{78}(U_{j1})_{1,0}$$

$$X_{78,j1} := R_{78}(U_{j1})_{0,0}$$

$$X_{78} = \begin{pmatrix} -15.60107 \\ -7.27071 \\ 3.90818 \\ 16.09182 \\ 27.27071 \\ 35.60107 \end{pmatrix}$$

$$Y_{78} = \begin{pmatrix} -58.13923 \\ -67.03003 \\ -71.87498 \\ -71.87498 \\ -67.03003 \\ -58.13923 \end{pmatrix}$$

Ділянка 89

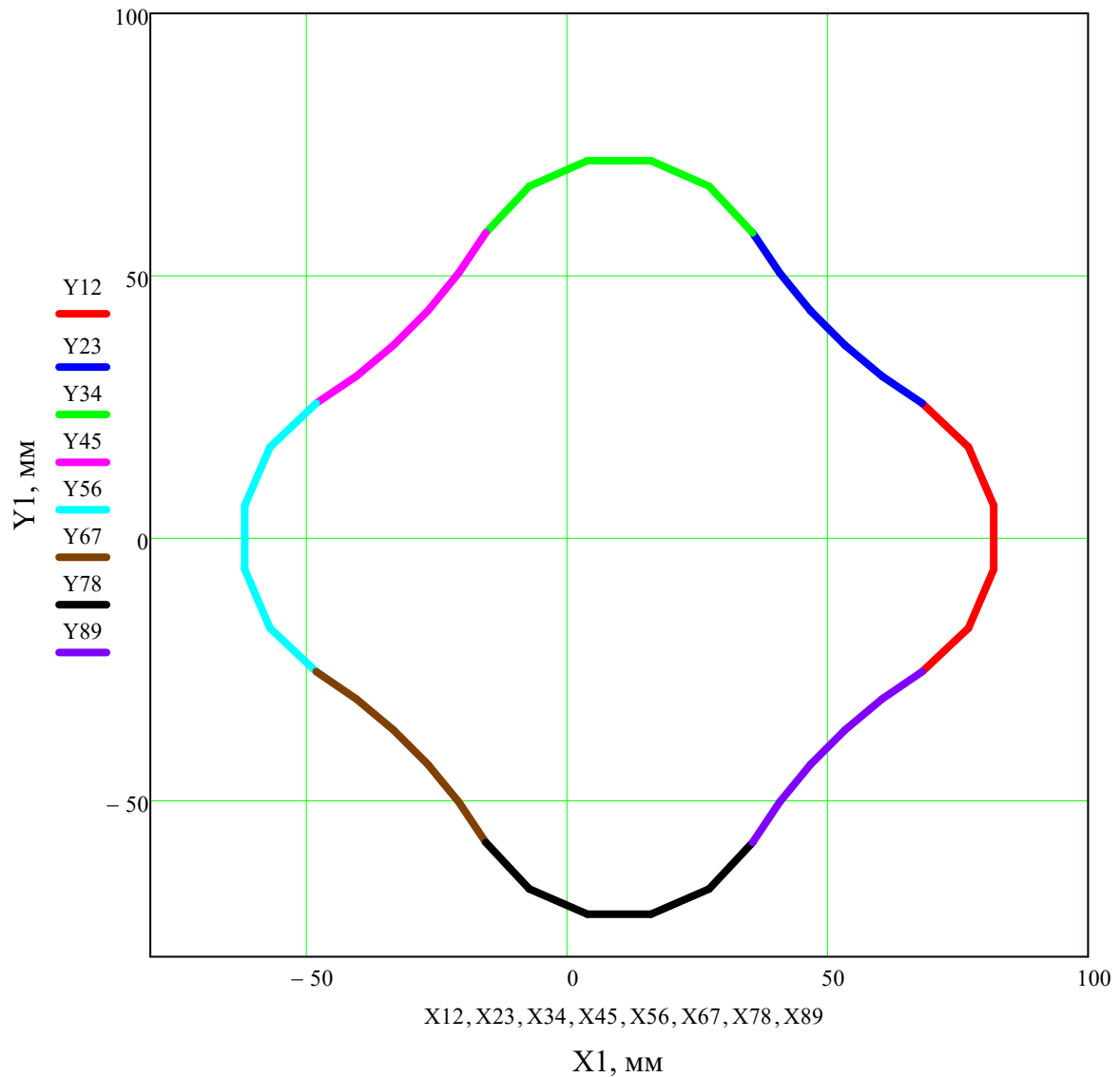
$$Y_{89,j1} := R_{89}(U_{j1})_{1,0}$$

$$X_{89,j1} := R_{89}(U_{j1})_{0,0}$$

$$X_{89} = \begin{pmatrix} 35.59985 \\ 40.81164 \\ 46.72774 \\ 53.29502 \\ 60.45449 \\ 68.14186 \end{pmatrix}$$

$$Y_{89} = \begin{pmatrix} -58.14186 \\ -50.45449 \\ -43.29502 \\ -36.72774 \\ -30.81164 \\ -25.59985 \end{pmatrix}$$

Графік профілю деталі отриманий по розрахунковим точкам (X12, Y12, X23, Y23, X34, Y34, X45, Y45, X56, Y56, X67, Y67, X78, Y78, X89, Y89)



Щоб знайти лінійну швидкість за координатами Vx, Vy, Vz навколо центральної осі обертання матричним способом потрібно використовувати ротаційні матриці.

Змінний радіус при обертанні відносно абсолютної системи координат

$$\omega := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{Кутова швидкість в центрі обертання}$$

Функція зміни положення радіусу в декартовій системі координат відносно X, Y та Z на ділянках 12, 23, 34, 45, 56, 67, 78, 89:

$$R_{g12}(u) := \omega \times R_{12}(u) \rightarrow \begin{pmatrix} 30 \cdot \sin(-58.58 \cdot \text{deg} + 117.16 \cdot \text{deg} \cdot u) \\ -30 \cdot \cos(-58.58 \cdot \text{deg} + 117.16 \cdot \text{deg} \cdot u) - 52.5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$R_{g23}(u) := \omega \times R_{23}(u) \rightarrow \begin{pmatrix} 98 \cdot \sin(-121.42 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u) + 109.23 \\ -98 \cdot \cos(-121.42 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u) - 119.23 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$Rg34(u) := \omega \times R34(u) \rightarrow \begin{bmatrix} 30 \cdot \sin(31.42 \cdot \text{deg} + 117.16 \cdot \text{deg} \cdot u) + 42.5 \\ -30 \cdot \cos[u \cdot (-31.42 \cdot \text{deg} + 148.58 \cdot \text{deg}) + 31.42 \cdot \text{deg}] - 10 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$Rg45(u) := \omega \times R45(u) \rightarrow \begin{pmatrix} 98 \cdot \sin(-31.42 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u) + 109.23 \\ 99.23 - 98 \cdot \cos(-31.42 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u) \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$Rg56(u) := \omega \times R56(u) \rightarrow \begin{pmatrix} -30 \cdot \sin(-58.58 \cdot \text{deg} + 117.16 \cdot \text{deg} \cdot u) \\ 30 \cdot \cos(-58.58 \cdot \text{deg} + 117.16 \cdot \text{deg} \cdot u) + 32.5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$Rg67(u) := \omega \times R67(u) \rightarrow \begin{pmatrix} -98 \cdot \sin(-121.42 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u) - 109.23 \\ 98 \cdot \cos(-121.42 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u) + 99.23 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$Rg78(u) := \omega \times R78(u) \rightarrow \begin{bmatrix} 30 \cdot \sin(211.42 \cdot \text{deg} + 117.16 \cdot \text{deg} \cdot u) - 42.5 \\ -30 \cdot \cos[u \cdot (328.58 \cdot \text{deg} + -211.42 \cdot \text{deg}) + 211.42 \cdot \text{deg}] - 10 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$Rg89(u) := \omega \times R89(u) \rightarrow \begin{pmatrix} 98 \cdot \sin(148.58 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u) - 109.23 \\ -98 \cdot \cos(148.58 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u) - 119.23 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Знаходження нормальної швидкості

перпендикулярна до радіусу в точках перегибу між дугами траєкторії і спрямована по дотичній дузі до траєкторії. Вектор тангенціальної швидкості можна знайти за допомогою векторного твору кутової швидкості та радіус-вектора:

$$V12(u) := \omega \times Rg12(u) \quad V56(u) := \omega \times Rg56(u)$$

$$V23(u) := \omega \times Rg23(u) \quad V67(u) := \omega \times Rg67(u)$$

$$V34(u) := \omega \times Rg34(u) \quad V78(u) := \omega \times Rg78(u)$$

$$V45(u) := \omega \times Rg45(u) \quad V89(u) := \omega \times Rg89(u)$$

Швидкість на ділянках 1-8 По координатам X,Y,Z

$$V12(1) = \begin{pmatrix} -68.13923 \\ -25.60107 \\ 0 \end{pmatrix} \quad V56(1) = \begin{pmatrix} 48.13923 \\ 25.60107 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$V23(1) = \begin{pmatrix} -35.59985 \\ -58.14186 \\ 0 \end{pmatrix} \quad V67(1) = \begin{pmatrix} 15.59985 \\ 58.14186 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$V34(1) = \begin{pmatrix} 15.60107 \\ -58.13923 \\ 0 \end{pmatrix} \quad V78(1) = \begin{pmatrix} -35.60107 \\ 58.13923 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$V45(1) = \begin{pmatrix} 48.14186 \\ -25.59985 \\ 0 \end{pmatrix} \quad V89(1) = \begin{pmatrix} -68.14186 \\ 25.59985 \\ 0 \end{pmatrix}$$

кут повороту ψ_1 для V_n на ділянках 1-8

$$\psi_{12}(u) := \operatorname{atan}\left(\frac{R_{g12}(u)_{1,0}}{R_{g12}(u)_{0,0}}\right)$$

$$\psi_{56}(u) := \operatorname{atan}\left(\frac{R_{g56}(u)_{1,0}}{R_{g56}(u)_{0,0}}\right)$$

$$\psi_{23}(u) := \operatorname{atan}\left(\frac{R_{g23}(u)_{1,0}}{R_{g23}(u)_{0,0}}\right)$$

$$\psi_{67}(u) := \operatorname{atan}\left(\frac{R_{g67}(u)_{1,0}}{R_{g67}(u)_{0,0}}\right)$$

$$\psi_{34}(u) := \operatorname{atan}\left(\frac{R_{g34}(u)_{1,0}}{R_{g34}(u)_{0,0}}\right)$$

$$\psi_{78}(u) := \operatorname{atan}\left(\frac{R_{g78}(u)_{1,0}}{R_{g78}(u)_{0,0}}\right)$$

$$\psi_{45}(u) := \operatorname{atan}\left(\frac{R_{g45}(u)_{1,0}}{R_{g45}(u)_{0,0}}\right)$$

$$\psi_{89}(u) := \operatorname{atan}\left(\frac{R_{g89}(u)_{1,0}}{R_{g89}(u)_{0,0}}\right)$$

$$\frac{\psi_{12}(1)}{\deg} = -69.40795$$

$$\frac{\psi_{56}(1)}{\deg} = -61.99537$$

$$\frac{\psi_{23}(1)}{\deg} = -31.47884$$

$$\frac{\psi_{67}(1)}{\deg} = -15.01911$$

$$\frac{\psi_{34}(1)}{\deg} = 15.02088$$

$$\frac{\psi_{78}(1)}{\deg} = 31.48087$$

$$\frac{\psi_{45}(1)}{\deg} = 61.9978$$

$$\frac{\psi_{89}(1)}{\deg} = 69.40957$$

кут повороту ψ_2 для V_n на ділянках 1-8

$$\psi\psi_{12}(u) := \operatorname{atan}\left(\frac{\frac{d}{du}R_{12}(u)_{1,0}}{\frac{d}{du}R_{12}(u)_{0,0}}\right)$$

$$\psi\psi_{56}(u) := \operatorname{atan}\left(\frac{\frac{d}{du}R_{56}(u)_{1,0}}{\frac{d}{du}R_{56}(u)_{0,0}}\right)$$

$$\psi\psi_{23}(u) := \operatorname{atan}\left(\frac{\frac{d}{du}R_{23}(u)_{1,0}}{\frac{d}{du}R_{23}(u)_{0,0}}\right)$$

$$\psi\psi_{67}(u) := \operatorname{atan}\left(\frac{\frac{d}{du}R_{67}(u)_{1,0}}{\frac{d}{du}R_{67}(u)_{0,0}}\right)$$

$$\psi\psi_{34}(u) := \operatorname{atan}\left(\frac{\frac{d}{du}R_{34}(u)_{1,0}}{\frac{d}{du}R_{34}(u)_{0,0}}\right)$$

$$\psi\psi_{78}(u) := \operatorname{atan}\left(\frac{\frac{d}{du}R_{78}(u)_{1,0}}{\frac{d}{du}R_{78}(u)_{0,0}}\right)$$

$$\psi\psi_{45}(u) := \operatorname{atan}\left(\frac{\frac{d}{du}R_{45}(u)_{1,0}}{\frac{d}{du}R_{45}(u)_{0,0}}\right)$$

$$\psi\psi_{89}(u) := \operatorname{atan}\left(\frac{\frac{d}{du}R_{89}(u)_{1,0}}{\frac{d}{du}R_{89}(u)_{0,0}}\right)$$

$$\frac{d}{du} R_{12}(u)_{1,0} \rightarrow -\frac{1.0 \cdot \cos(-58.58 \cdot \text{deg} + 117.16 \cdot \text{deg} \cdot u)}{\sin(-58.58 \cdot \text{deg} + 117.16 \cdot \text{deg} \cdot u)}$$

$$\frac{d}{du} R_{12}(u)_{0,0}$$

$$\frac{d}{du} R_{56}(u)_{1,0} \rightarrow -\frac{1.0 \cdot \cos(-58.58 \cdot \text{deg} + 117.16 \cdot \text{deg} \cdot u)}{\sin(-58.58 \cdot \text{deg} + 117.16 \cdot \text{deg} \cdot u)}$$

$$\frac{d}{du} R_{56}(u)_{0,0}$$

$$\frac{d}{du} R_{23}(u)_{1,0} \rightarrow -\frac{1.0 \cdot \cos(-121.42 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u)}{\sin(-121.42 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u)}$$

$$\frac{d}{du} R_{23}(u)_{0,0}$$

$$\frac{d}{du} R_{67}(u)_{1,0} \rightarrow -\frac{1.0 \cdot \cos(-121.42 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u)}{\sin(-121.42 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u)}$$

$$\frac{d}{du} R_{67}(u)_{0,0}$$

$$\frac{d}{du} R_{34}(u)_{1,0} \rightarrow -\frac{1.0 \cdot \cos(31.42 \cdot \text{deg} + 117.16 \cdot \text{deg} \cdot u)}{\sin(31.42 \cdot \text{deg} + 117.16 \cdot \text{deg} \cdot u)}$$

$$\frac{d}{du} R_{34}(u)_{0,0}$$

$$\frac{d}{du} R_{78}(u)_{1,0} \rightarrow -\frac{1.0 \cdot \cos(211.42 \cdot \text{deg} + 117.16 \cdot \text{deg} \cdot u)}{\sin(211.42 \cdot \text{deg} + 117.16 \cdot \text{deg} \cdot u)}$$

$$\frac{d}{du} R_{78}(u)_{0,0}$$

$$\frac{d}{du} R_{45}(u)_{1,0} \rightarrow -\frac{1.0 \cdot \cos(-31.42 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u)}{\sin(-31.42 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u)}$$

$$\frac{d}{du} R_{45}(u)_{0,0}$$

$$\frac{d}{du} R_{89}(u)_{1,0} \rightarrow -\frac{1.0 \cdot \cos(148.58 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u)}{\sin(148.58 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u)}$$

$$\frac{d}{du} R_{89}(u)_{0,0}$$

$$\frac{\psi_{12}(1)}{\text{deg}} = -31.42$$

$$\frac{\psi_{56}(1)}{\text{deg}} = -31.42$$

$$\frac{\psi_{23}(1)}{\text{deg}} = -58.58$$

$$\frac{\psi_{67}(1)}{\text{deg}} = -58.58$$

$$\frac{\psi_{34}(1)}{\text{deg}} = 58.58$$

$$\frac{\psi_{78}(1)}{\text{deg}} = 58.58$$

$$\frac{\psi_{45}(1)}{\text{deg}} = 31.42$$

$$\frac{\psi_{89}(1)}{\text{deg}} = 31.42$$

Різниця кутів повороту між швидкостями лінійної та радіальної

$$\begin{aligned} \psi_1(u) &:= \psi_{12}(u) + \psi_{12}(u) & \psi_5(u) &:= \psi_{56}(u) - \psi_{56}(u) \\ \psi_2(u) &:= \psi_{23}(u) - \psi_{23}(u) & \psi_6(u) &:= \psi_{67}(u) - \psi_{67}(u) \\ \psi_3(u) &:= \psi_{34}(u) - \psi_{34}(u) & \psi_7(u) &:= \psi_{78}(u) - \psi_{78}(u) \\ \psi_4(u) &:= \psi_{45}(u) - \psi_{45}(u) & \psi_8(u) &:= \psi_{89}(u) - \psi_{89}(u) \end{aligned}$$

$$\frac{\psi_1(1)}{\text{deg}} = -37.98795$$

$$\frac{\psi_5(1)}{\text{deg}} = 30.57537$$

$$\frac{\psi_2(1)}{\text{deg}} = -27.10116$$

$$\frac{\psi_6(1)}{\text{deg}} = -43.56089$$

$$\frac{\psi_3(1)}{\text{deg}} = 43.55912$$

$$\frac{\psi_7(1)}{\text{deg}} = 27.09913$$

$$\frac{\psi_4(1)}{\text{deg}} = -30.5778$$

$$\frac{\psi_8(1)}{\text{deg}} = -37.98957$$

$$V_{r12}(u) := |V_{12}(u)| \cdot \cos(\psi_1(u)) \quad V_{r56}(u) := |V_{56}(u)| \cdot \cos(\psi_5(u))$$

$$V_{r23}(u) := |V_{23}(u)| \cdot \cos(\psi_2(u)) \quad V_{r67}(u) := |V_{67}(u)| \cdot \cos(\psi_6(u))$$

$$V_{r34}(u) := |V_{34}(u)| \cdot \cos(\psi_3(u)) \quad V_{r78}(u) := |V_{78}(u)| \cdot \cos(\psi_7(u))$$

$$V_{r45}(u) := |V_{45}(u)| \cdot \cos(\psi_4(u)) \quad V_{r89}(u) := |V_{89}(u)| \cdot \cos(\psi_8(u))$$

$$V_{n12}(u) := |V_{12}(u)| \cdot \sin(\psi_1(u)) \quad V_{n56}(u) := |V_{56}(u)| \cdot \sin(\psi_5(u))$$

$$V_{n23}(u) := |V_{23}(u)| \cdot \sin(\psi_2(u)) \quad V_{n67}(u) := |V_{67}(u)| \cdot \sin(\psi_6(u))$$

$$V_{n34}(u) := |V_{34}(u)| \cdot \sin(\psi_3(u)) \quad V_{n78}(u) := |V_{78}(u)| \cdot \sin(\psi_7(u))$$

$$V_{n45}(u) := |V_{45}(u)| \cdot \sin(\psi_4(u)) \quad V_{n89}(u) := |V_{89}(u)| \cdot \sin(\psi_8(u))$$

$$|V_{12}(u)| \rightarrow \sqrt{(-30 \cdot \cos(-58.58 \cdot \text{deg} + 117.16 \cdot \text{deg} \cdot u) - 52.5)^2 + 900 \cdot (\sin(-58.58 \cdot \text{deg} + 117.16 \cdot \text{deg} \cdot u))^2}$$

$$|V_{23}(u)| \rightarrow \sqrt{(-98 \cdot \sin(-121.42 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u) - 109.23)^2 + (-98 \cdot \cos(-121.42 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u) - 119.23)^2}$$

$$|V_{34}(u)| \rightarrow \sqrt{(-30 \cdot \sin(31.42 \cdot \text{deg} + 117.16 \cdot \text{deg} \cdot u) - 42.5)^2 + [-30 \cdot \cos[u \cdot (-31.42 \cdot \text{deg} + 148.58 \cdot \text{deg}) + 31.42 \cdot \text{deg}] - 10]^2}$$

$$|V_{45}(u)| \rightarrow \sqrt{(99.23 - 98 \cdot \cos(-31.42 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u))^2 + (-98 \cdot \sin(-31.42 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u) - 109.23)^2}$$

$$|V_{56}(u)| \rightarrow \sqrt{900 \cdot (\sin(-58.58 \cdot \text{deg} + 117.16 \cdot \text{deg} \cdot u))^2 + (30 \cdot \cos(-58.58 \cdot \text{deg} + 117.16 \cdot \text{deg} \cdot u) + 32.5)^2}$$

$$|V_{67}(u)| \rightarrow \sqrt{(98 \cdot \cos(-121.42 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u) + 99.23)^2 + (98 \cdot \sin(-121.42 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u) + 109.23)^2}$$

$$|V_{78}(u)| \rightarrow \sqrt{(42.5 - 30 \cdot \sin(211.42 \cdot \text{deg} + 117.16 \cdot \text{deg} \cdot u))^2 + [-30 \cdot \cos[u \cdot (328.58 \cdot \text{deg} + -211.42 \cdot \text{deg}) + 211.42 \cdot \text{deg}] - 1]^2}$$

$$|V_{89}(u)| \rightarrow \sqrt{(-98 \cdot \cos(148.58 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u) - 119.23)^2 + (109.23 - 98 \cdot \sin(148.58 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u))^2}$$

Виводимо різницю швидкостей коефіцієнт К для ділянок 1-8

$$K1 := \int_0^1 (V_{r12}(u)^2 - V_{n12}(u)^2) d(u)$$

$$K1 = 4728.46759$$

$$VT_{12,j1} := V_{r12}(U_{j1})$$

$$VN_{12,j1} := V_{n12}(U_{j1})$$

$$K2 := \int_0^1 V_{r23}(u)^2 - V_{n23}(u)^2 d(u)$$

$$K2 = 3319.08221$$

$$VT_{23,j1} := V_{r23}(U_{j1})$$

$$VN_{23,j1} := V_{n23}(U_{j1})$$

$$VT_{12,j1} =$$

57.36865
72.92756
81.40622
81.40622
72.92756
57.36865

$$VN_{12,j1} =$$

44.80187
30.22375
10.66069
-10.66069
-30.22375
-44.80187

$$VT_{23,j1} =$$

57.36898
60.91267
63.02908
63.69921
62.91704
60.68959

$$VN_{23,j1} =$$

44.80475
29.89564
14.71803
-0.59178
-15.89627
-31.05798

$$K3 := \int_0^1 (V_{r34}(u)^2 - V_{n34}(u)^2) d(u)$$

$$K3 = 3770.80028$$

$$VT_{34,j1} := V_{r34}(U_{j1})$$

$$VN_{34,j1} := V_{n34}(U_{j1})$$

$$K4 := \int_0^1 V_{r45}(u)^2 - V_{n45}(u)^2 d(u)$$

$$K4 = 1857.66352$$

$$VT_{45,j1} := V_{r45}(U_{j1})$$

$$VN_{45,j1} := V_{n45}(U_{j1})$$

$$VT_{34,j1} =$$

60.68926
70.50778
73.64517
69.58395
58.99397
43.62188

$$VN_{34,j1} =$$

-31.0551
-16.29017
1.16158
18.42174
32.64352
41.48125

$$VT_{45,j1} =$$

43.62222
46.91329
48.90283
49.57296
48.91767
46.94283

$$VN_{45,j1} =$$

41.48413
27.89127
14.0479
0.07835
-13.89189
-27.73737

$$K5 := \int_0^1 \left(V_{r56}(u)^2 - V_{n56}(u)^2 \right) d(u)$$

$$K6 := \int_0^1 V_{r67}(u)^2 - V_{n67}(u)^2 d(u)$$

$$K5 = 2987.17898$$

$$VT56_{j1} := Vr56(U_{j1})$$

$$VN56_{j1} := Vn56(U_{j1})$$

$$K6 = 1857.66352$$

$$VT67_{j1} := Vr67(U_{j1}) \quad VN67_{j1} := Vn67(U_{j1})$$

$$VT56_{j1} =$$

46.9425
56.5742
61.8229
61.8229
56.5742
46.9425

$$VN56_{j1} =$$

-27.73449
-18.70994
-6.59947
6.59947
18.70994
27.73449

$$VT67_{j1} =$$

46.94283
48.91767
49.57296
48.90283
46.91329
43.62222

$$VN67_{j1} =$$

27.73737
13.89189
-0.07835
-14.0479
-27.89127
-41.48413

$$K7 := \int_0^1 \left(V_{r78}(u)^2 - V_{n78}(u)^2 \right) d(u)$$

$$K8 := \int_0^1 V_{r89}(u)^2 - V_{n89}(u)^2 d(u)$$

$$K7 = 3770.80028$$

$$VT78_{j1} := Vr78(U_{j1})$$

$$VN78_{j1} := Vn78(U_{j1})$$

$$K8 = 3248.82188$$

$$VT89_{j1} := Vr89(U_{j1})$$

$$VN89_{j1} := Vn89(U_{j1})$$

$$VT78_{j1} =$$

43.62188
58.99397
69.58395
73.64517
70.50778
60.68926

$$VN78_{j1} =$$

-41.48125
-32.64352
-18.42174
-1.16158
16.29017
31.0551

$$VT89_{j1} =$$

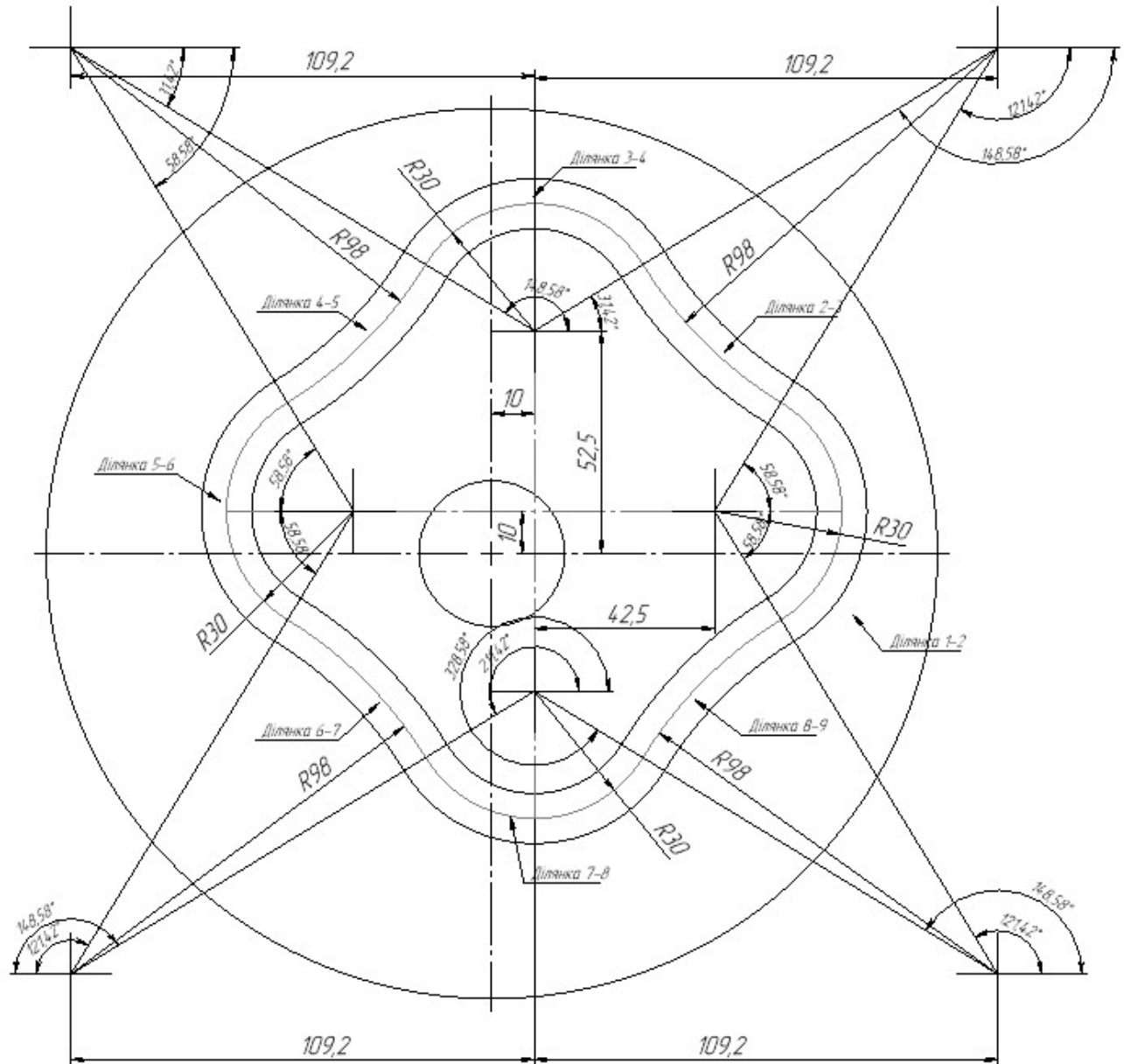
60.68959
62.91704
63.69921
63.02908
60.91267
57.36898

$$VN89_{j1} =$$

33.16131
17.83089
0.67622
-16.55247
-32.07145
-44.80475

$$K := K1 + K2 + K3 + K4 + K5 + K6 + K7 + K7 = 26062.45666$$

Додаток В



Функції, що описують ділянки профілю в межах від T1 до T9

$$KXZ := 10$$

зміщення профілю відносно центра

$$KYZ := 10$$

Ділянка 12 координати центру дуги кола R=30 $cx12 := 42.5$ $cy12 := 0$ радіус кола $r12 := 30$
 початковий і кінцеві кут сектора дуги $fs12 := -58.58\text{-deg}$ $fe12 := 58.58\text{-deg}$ $kf12 := fe12 - fs12$
 кола

$$R12(u) := \begin{pmatrix} cx12 + r12 \cdot \cos(fs12 + kf12 \cdot u) + KXZ \\ cy12 + r12 \cdot \sin(fs12 + kf12 \cdot u) + KYZ \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{рівняння ділянки 12 в параметричному вигляді}$$

Ділянка 23 координати центру дуги кола R=98 $cx23 := 109.23$ $cy23 := 109.23$ радіус кола $r23 := 98$
 початковий і кінцеві кут сектора дуги $fs23 := -121.42\text{-deg}$ $fe23 := -148.58\text{-deg}$ $kf23 := fe23 - fs23$
 кола

$$R23(u) := \begin{pmatrix} cx23 + r23 \cdot \cos(fs23 + kf23 \cdot u) + KXZ \\ cy23 + r23 \cdot \sin(fs23 + kf23 \cdot u) + KYZ \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{рівняння ділянки 23 в параметричному вигляді}$$

Ділянка 34 координати центру дуги кола R=30 cx34 := 0 cy34 := 42.5 радіус кола r34 := 30
 початковий і кінцеві кут сектора дуги fs34 := 31.42·deg fe34 := 148.58·deg kf34 := fe34 – fs34
 кола

$$R34(u) := \begin{pmatrix} cx34 + r34 \cdot \cos(fs34 + kf34 \cdot u) + KXZ \\ cy34 + r34 \cdot \sin(fs34 + kf34 \cdot u) + KYZ \\ 0 \end{pmatrix} \text{ рівняння ділянки 34 в параметричному вигляді}$$

Ділянка 45 координати центру дуги кола R=98 cx45 := -109.23 cy45 := 109.23 радіус кола r45 := 98
 початковий і кінцеві кут сектора дуги fs45 := -31.42·deg fe45 := -58.58·deg kf45 := fe45 – fs45
 кола

$$R45(u) := \begin{pmatrix} cx45 + r45 \cdot \cos(fs45 + kf45 \cdot u) + KXZ \\ cy45 + r45 \cdot \sin(fs45 + kf45 \cdot u) + KYZ \\ 0 \end{pmatrix} \text{ рівняння ділянки 45 в параметричному вигляді}$$

Ділянка 56 координати центру дуги кола R=30 cx56 := -42.5 cy56 := 0 радіус кола r56 := 30
 початковий і кінцеві кут сектора дуги fs56 := -58.58·deg fe56 := 58.58·deg kf56 := fe56 – fs56
 кола

$$R56(u) := \begin{pmatrix} cx56 - r56 \cdot \cos(fs56 + kf56 \cdot u) + KXZ \\ cy56 - r56 \cdot \sin(fs56 + kf56 \cdot u) + KYZ \\ 0 \end{pmatrix} \text{ рівняння ділянки 56 в параметричному вигляді}$$

Ділянка 67 координати центру дуги кола R=98 cx67 := -109.23 cy67 := -109.23 радіус кола r67 := 98
 початковий і кінцеві кут сектора дуги fs67 := -121.42·deg fe67 := -148.58·deg kf67 := fe67 – fs67
 кола

$$R67(u) := \begin{pmatrix} cx67 - r67 \cdot \cos(fs67 + kf67 \cdot u) + KXZ \\ cy67 - r67 \cdot \sin(fs67 + kf67 \cdot u) + KYZ \\ 0 \end{pmatrix} \text{ рівняння ділянки 67 в параметричному вигляді}$$

Ділянка 78 координати центру дуги кола R=30 cx78 := 0 cy78 := -42.5 радіус кола r78 := 30
 початковий і кінцеві кут сектора дуги fs78 := 211.42·deg fe78 := 328.58·deg kf78 := fe78 – fs78
 кола

$$R78(u) := \begin{pmatrix} cx78 + r78 \cdot \cos(fs78 + kf78 \cdot u) + KXZ \\ cy78 + r78 \cdot \sin(fs78 + kf78 \cdot u) + KYZ \\ 0 \end{pmatrix} \text{ рівняння ділянки 78 в параметричному вигляді}$$

Ділянка 89 координати центру дуги кола R=98 cx89 := 109.23 cy89 := -109.23 радіус кола r89 := 98
 початковий і кінцеві кут сектора дуги fs89 := 148.58·deg fe89 := 121.42·deg kf89 := fe89 – fs89
 кола

$$R89(u) := \begin{pmatrix} cx89 + r89 \cdot \cos(fs89 + kf89 \cdot u) + KXZ \\ cy89 + r89 \cdot \sin(fs89 + kf89 \cdot u) + KYZ \\ 0 \end{pmatrix} \text{ рівняння ділянки 89 в параметричному вигляді}$$

Кількість розрахункових точок (5) на кожній ділянці профілю

$$k1 := 5 \quad j1 := 0..k1$$

Змінна, що відповідає за положення точки на профілю в межах визначеної ділянки профілю

$$U_{j1} := j1 \cdot \frac{1}{k1}$$

Розрахункові координати точок кожної ділянки профілю

Ділянка 12

$$Y_{12,j1} := R_{12}(U_{j1})_{1,0}$$

$$X_{12,j1} := R_{12}(U_{j1})_{0,0}$$

$$X_{12} = \begin{pmatrix} 68.13923 \\ 77.03003 \\ 81.87498 \\ 81.87498 \\ 77.03003 \\ 68.13923 \end{pmatrix}$$

$$Y_{12} = \begin{pmatrix} -15.60107 \\ -7.27071 \\ 3.90818 \\ 16.09182 \\ 27.27071 \\ 35.60107 \end{pmatrix}$$

Ділянка 23

$$Y_{23,j1} := R_{23}(U_{j1})_{1,0}$$

$$X_{23,j1} := R_{23}(U_{j1})_{0,0}$$

$$X_{23} = \begin{pmatrix} 68.14186 \\ 60.45449 \\ 53.29502 \\ 46.72774 \\ 40.81164 \\ 35.59985 \end{pmatrix}$$

$$Y_{23} = \begin{pmatrix} 35.59985 \\ 40.81164 \\ 46.72774 \\ 53.29502 \\ 60.45449 \\ 68.14186 \end{pmatrix}$$

Ділянка 34

$$Y_{34,j1} := R_{34}(U_{j1})_{1,0}$$

$$X_{34,j1} := R_{34}(U_{j1})_{0,0}$$

$$X_{34} = \begin{pmatrix} 35.60107 \\ 27.27071 \\ 16.09182 \\ 3.90818 \\ -7.27071 \\ -15.60107 \end{pmatrix}$$

$$Y_{34} = \begin{pmatrix} 68.13923 \\ 77.03003 \\ 81.87498 \\ 81.87498 \\ 77.03003 \\ 68.13923 \end{pmatrix}$$

Ділянка 45

$$Y_{45,j1} := R_{45}(U_{j1})_{1,0}$$

$$X_{45,j1} := R_{45}(U_{j1})_{0,0}$$

$$X_{45} = \begin{pmatrix} -15.59985 \\ -20.81164 \\ -26.72774 \\ -33.29502 \\ -40.45449 \\ -48.14186 \end{pmatrix}$$

$$Y_{45} = \begin{pmatrix} 68.14186 \\ 60.45449 \\ 53.29502 \\ 46.72774 \\ 40.81164 \\ 35.59985 \end{pmatrix}$$

Ділянка 56

$$Y_{56,j1} := R_{56}(U_{j1})_{1,0}$$

$$X_{56,j1} := R_{56}(U_{j1})_{0,0}$$

$$X_{56} = \begin{pmatrix} -48.13923 \\ -57.03003 \\ -61.87498 \\ -61.87498 \\ -57.03003 \\ -48.13923 \end{pmatrix}$$

$$Y_{56} = \begin{pmatrix} 35.60107 \\ 27.27071 \\ 16.09182 \\ 3.90818 \\ -7.27071 \\ -15.60107 \end{pmatrix}$$

Ділянка 67

$$Y_{67,j1} := R_{67}(U_{j1})_{1,0}$$

$$X_{67,j1} := R_{67}(U_{j1})_{0,0}$$

$$X_{67} = \begin{pmatrix} -48.14186 \\ -40.45449 \\ -33.29502 \\ -26.72774 \\ -20.81164 \\ -15.59985 \end{pmatrix}$$

$$Y_{67} = \begin{pmatrix} -15.59985 \\ -20.81164 \\ -26.72774 \\ -33.29502 \\ -40.45449 \\ -48.14186 \end{pmatrix}$$

Ділянка 78

$$Y_{78,j1} := R_{78}(U_{j1})_{1,0}$$

$$X_{78,j1} := R_{78}(U_{j1})_{0,0}$$

$$X_{78} = \begin{pmatrix} -15.60107 \\ -7.27071 \\ 3.90818 \\ 16.09182 \\ 27.27071 \\ 35.60107 \end{pmatrix}$$

$$Y_{78} = \begin{pmatrix} -48.13923 \\ -57.03003 \\ -61.87498 \\ -61.87498 \\ -57.03003 \\ -48.13923 \end{pmatrix}$$

Ділянка 89

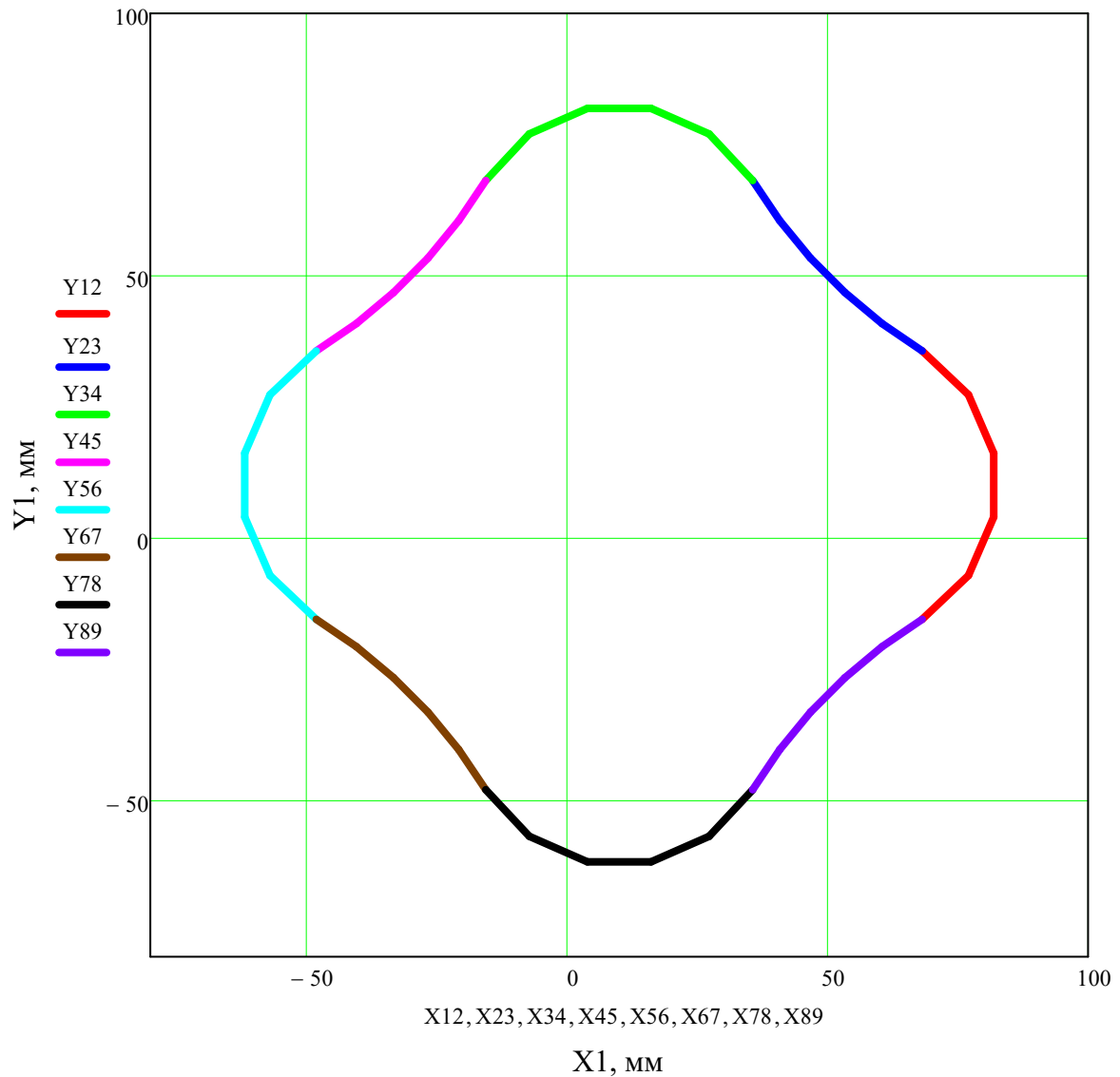
$$Y_{89,j1} := R_{89}(U_{j1})_{1,0}$$

$$X_{89,j1} := R_{89}(U_{j1})_{0,0}$$

$$X_{89} = \begin{pmatrix} 35.59985 \\ 40.81164 \\ 46.72774 \\ 53.29502 \\ 60.45449 \\ 68.14186 \end{pmatrix}$$

$$Y_{89} = \begin{pmatrix} -48.14186 \\ -40.45449 \\ -33.29502 \\ -26.72774 \\ -20.81164 \\ -15.59985 \end{pmatrix}$$

Графік профілю деталі отриманий по розрахунковим точкам (X12, Y12, X23, Y23, X34, Y34, X45, Y45, X56, Y56, X67, Y67, X78, Y78, X89, Y89)



Щоб знайти лінійну швидкість за координатами Vx, Vy, Vz навколо центральної осі обертання матричним способом потрібно використовувати ротаційні матриці.

Змінний радіус при обертанні відносно абсолютної системи координат

$$\omega := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{Кутова швидкість в центрі обертання}$$

Функція зміни положення радіусу в декартовій системі координат відносно X, Y та Z на ділянках 12,23,34,45,56,67,78,89:

$$Rg12(u) := \omega \times R12(u) \rightarrow \begin{pmatrix} 30 \cdot \sin(-58.58 \cdot \text{deg} + 117.16 \cdot \text{deg} \cdot u) + 10 \\ -30 \cdot \cos(-58.58 \cdot \text{deg} + 117.16 \cdot \text{deg} \cdot u) - 52.5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$Rg23(u) := \omega \times R23(u) \rightarrow \begin{pmatrix} 98 \cdot \sin(-121.42 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u) + 119.23 \\ -98 \cdot \cos(-121.42 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u) - 119.23 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$Rg34(u) := \omega \times R34(u) \rightarrow \begin{bmatrix} 30 \cdot \sin(31.42 \cdot \text{deg} + 117.16 \cdot \text{deg} \cdot u) + 52.5 \\ -30 \cdot \cos[u \cdot (-31.42 \cdot \text{deg} + 148.58 \cdot \text{deg}) + 31.42 \cdot \text{deg}] - 10 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$Rg45(u) := \omega \times R45(u) \rightarrow \begin{pmatrix} 98 \cdot \sin(-31.42 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u) + 119.23 \\ 99.23 - 98 \cdot \cos(-31.42 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u) \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$Rg56(u) := \omega \times R56(u) \rightarrow \begin{pmatrix} 10 - 30 \cdot \sin(-58.58 \cdot \text{deg} + 117.16 \cdot \text{deg} \cdot u) \\ 30 \cdot \cos(-58.58 \cdot \text{deg} + 117.16 \cdot \text{deg} \cdot u) + 32.5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$Rg67(u) := \omega \times R67(u) \rightarrow \begin{pmatrix} -98 \cdot \sin(-121.42 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u) - 99.23 \\ 98 \cdot \cos(-121.42 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u) + 99.23 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$Rg78(u) := \omega \times R78(u) \rightarrow \begin{bmatrix} 30 \cdot \sin(211.42 \cdot \text{deg} + 117.16 \cdot \text{deg} \cdot u) - 32.5 \\ -30 \cdot \cos[u \cdot (328.58 \cdot \text{deg} + -211.42 \cdot \text{deg}) + 211.42 \cdot \text{deg}] - 10 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$Rg89(u) := \omega \times R89(u) \rightarrow \begin{pmatrix} 98 \cdot \sin(148.58 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u) - 99.23 \\ -98 \cdot \cos(148.58 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u) - 119.23 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Знаходження нормальної швидкості

перпендикулярна до радіусу в точках перегибу між дугами траєкторії і спрямована по дотичній дузі до траєкторії. Вектор тангенціальної швидкості можна знайти за допомогою векторного твору кутової швидкості та радіус-вектора:

$$V12(u) := \omega \times Rg12(u) \quad V56(u) := \omega \times Rg56(u)$$

$$V23(u) := \omega \times Rg23(u) \quad V67(u) := \omega \times Rg67(u)$$

$$V34(u) := \omega \times Rg34(u) \quad V78(u) := \omega \times Rg78(u)$$

$$V45(u) := \omega \times Rg45(u) \quad V89(u) := \omega \times Rg89(u)$$

Швидкість на ділянках 1-8 По координатам X,Y,Z

$$V12(1) = \begin{pmatrix} -68.13923 \\ -35.60107 \\ 0 \end{pmatrix} \quad V56(1) = \begin{pmatrix} 48.13923 \\ 15.60107 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$V23(1) = \begin{pmatrix} -35.59985 \\ -68.14186 \\ 0 \end{pmatrix} \quad V67(1) = \begin{pmatrix} 15.59985 \\ 48.14186 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$V34(1) = \begin{pmatrix} 15.60107 \\ -68.13923 \\ 0 \end{pmatrix} \quad V78(1) = \begin{pmatrix} -35.60107 \\ 48.13923 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$V45(1) = \begin{pmatrix} 48.14186 \\ -35.59985 \\ 0 \end{pmatrix} \quad V89(1) = \begin{pmatrix} -68.14186 \\ 15.59985 \\ 0 \end{pmatrix}$$

кут повороту ψ_1 для V_n на ділянках 1-8

$$\psi_{12}(u) := \operatorname{atan}\left(\frac{R_{g12}(u)_{1,0}}{R_{g12}(u)_{0,0}}\right)$$

$$\psi_{56}(u) := \operatorname{atan}\left(\frac{R_{g56}(u)_{1,0}}{R_{g56}(u)_{0,0}}\right)$$

$$\psi_{23}(u) := \operatorname{atan}\left(\frac{R_{g23}(u)_{1,0}}{R_{g23}(u)_{0,0}}\right)$$

$$\psi_{67}(u) := \operatorname{atan}\left(\frac{R_{g67}(u)_{1,0}}{R_{g67}(u)_{0,0}}\right)$$

$$\psi_{34}(u) := \operatorname{atan}\left(\frac{R_{g34}(u)_{1,0}}{R_{g34}(u)_{0,0}}\right)$$

$$\psi_{78}(u) := \operatorname{atan}\left(\frac{R_{g78}(u)_{1,0}}{R_{g78}(u)_{0,0}}\right)$$

$$\psi_{45}(u) := \operatorname{atan}\left(\frac{R_{g45}(u)_{1,0}}{R_{g45}(u)_{0,0}}\right)$$

$$\psi_{89}(u) := \operatorname{atan}\left(\frac{R_{g89}(u)_{1,0}}{R_{g89}(u)_{0,0}}\right)$$

$$\frac{\psi_{12}(1)}{\deg} = -62.41404$$

$$\frac{\psi_{56}(1)}{\deg} = -72.04341$$

$$\frac{\psi_{23}(1)}{\deg} = -27.58425$$

$$\frac{\psi_{67}(1)}{\deg} = -17.95436$$

$$\frac{\psi_{34}(1)}{\deg} = 12.89609$$

$$\frac{\psi_{78}(1)}{\deg} = 36.48455$$

$$\frac{\psi_{45}(1)}{\deg} = 53.51789$$

$$\frac{\psi_{89}(1)}{\deg} = 77.10537$$

кут повороту ψ_2 для V_r на ділянках 1-8

$$\psi\psi_{12}(u) := \operatorname{atan}\left(\frac{\frac{d}{du}R_{12}(u)_{1,0}}{\frac{d}{du}R_{12}(u)_{0,0}}\right)$$

$$\psi\psi_{56}(u) := \operatorname{atan}\left(\frac{\frac{d}{du}R_{56}(u)_{1,0}}{\frac{d}{du}R_{56}(u)_{0,0}}\right)$$

$$\psi\psi_{23}(u) := \operatorname{atan}\left(\frac{\frac{d}{du}R_{23}(u)_{1,0}}{\frac{d}{du}R_{23}(u)_{0,0}}\right)$$

$$\psi\psi_{67}(u) := \operatorname{atan}\left(\frac{\frac{d}{du}R_{67}(u)_{1,0}}{\frac{d}{du}R_{67}(u)_{0,0}}\right)$$

$$\psi\psi_{34}(u) := \operatorname{atan}\left(\frac{\frac{d}{du}R_{34}(u)_{1,0}}{\frac{d}{du}R_{34}(u)_{0,0}}\right)$$

$$\psi\psi_{78}(u) := \operatorname{atan}\left(\frac{\frac{d}{du}R_{78}(u)_{1,0}}{\frac{d}{du}R_{78}(u)_{0,0}}\right)$$

$$\psi\psi_{45}(u) := \operatorname{atan}\left(\frac{\frac{d}{du}R_{45}(u)_{1,0}}{\frac{d}{du}R_{45}(u)_{0,0}}\right)$$

$$\psi\psi_{89}(u) := \operatorname{atan}\left(\frac{\frac{d}{du}R_{89}(u)_{1,0}}{\frac{d}{du}R_{89}(u)_{0,0}}\right)$$

$$\frac{d}{du} R_{12}(u)_{1,0} \rightarrow -\frac{1.0 \cdot \cos(-58.58 \cdot \text{deg} + 117.16 \cdot \text{deg} \cdot u)}{\sin(-58.58 \cdot \text{deg} + 117.16 \cdot \text{deg} \cdot u)}$$

$$\frac{d}{du} R_{12}(u)_{0,0}$$

$$\frac{d}{du} R_{56}(u)_{1,0} \rightarrow -\frac{1.0 \cdot \cos(-58.58 \cdot \text{deg} + 117.16 \cdot \text{deg} \cdot u)}{\sin(-58.58 \cdot \text{deg} + 117.16 \cdot \text{deg} \cdot u)}$$

$$\frac{d}{du} R_{56}(u)_{0,0}$$

$$\frac{d}{du} R_{23}(u)_{1,0} \rightarrow -\frac{1.0 \cdot \cos(-121.42 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u)}{\sin(-121.42 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u)}$$

$$\frac{d}{du} R_{23}(u)_{0,0}$$

$$\frac{d}{du} R_{67}(u)_{1,0} \rightarrow -\frac{1.0 \cdot \cos(-121.42 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u)}{\sin(-121.42 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u)}$$

$$\frac{d}{du} R_{67}(u)_{0,0}$$

$$\frac{d}{du} R_{34}(u)_{1,0} \rightarrow -\frac{1.0 \cdot \cos(31.42 \cdot \text{deg} + 117.16 \cdot \text{deg} \cdot u)}{\sin(31.42 \cdot \text{deg} + 117.16 \cdot \text{deg} \cdot u)}$$

$$\frac{d}{du} R_{34}(u)_{0,0}$$

$$\frac{d}{du} R_{78}(u)_{1,0} \rightarrow -\frac{1.0 \cdot \cos(211.42 \cdot \text{deg} + 117.16 \cdot \text{deg} \cdot u)}{\sin(211.42 \cdot \text{deg} + 117.16 \cdot \text{deg} \cdot u)}$$

$$\frac{d}{du} R_{78}(u)_{0,0}$$

$$\frac{d}{du} R_{45}(u)_{1,0} \rightarrow -\frac{1.0 \cdot \cos(-31.42 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u)}{\sin(-31.42 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u)}$$

$$\frac{d}{du} R_{45}(u)_{0,0}$$

$$\frac{d}{du} R_{89}(u)_{1,0} \rightarrow -\frac{1.0 \cdot \cos(148.58 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u)}{\sin(148.58 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u)}$$

$$\frac{d}{du} R_{89}(u)_{0,0}$$

$$\frac{\psi_{12}(1)}{\text{deg}} = -31.42$$

$$\frac{\psi_{56}(1)}{\text{deg}} = -31.42$$

$$\frac{\psi_{23}(1)}{\text{deg}} = -58.58$$

$$\frac{\psi_{67}(1)}{\text{deg}} = -58.58$$

$$\frac{\psi_{34}(1)}{\text{deg}} = 58.58$$

$$\frac{\psi_{78}(1)}{\text{deg}} = 58.58$$

$$\frac{\psi_{45}(1)}{\text{deg}} = 31.42$$

$$\frac{\psi_{89}(1)}{\text{deg}} = 31.42$$

Різниця кутів повороту між швидкостями лінійної та радіальної

$$\psi_1(u) := \psi_{12}(u) + \psi_{12}(u) \quad \psi_5(u) := \psi_{56}(u) - \psi_{56}(u)$$

$$\psi_2(u) := \psi_{23}(u) - \psi_{23}(u) \quad \psi_6(u) := \psi_{67}(u) - \psi_{67}(u)$$

$$\psi_3(u) := \psi_{34}(u) - \psi_{34}(u) \quad \psi_7(u) := \psi_{78}(u) - \psi_{78}(u)$$

$$\psi_4(u) := \psi_{45}(u) - \psi_{45}(u) \quad \psi_8(u) := \psi_{89}(u) - \psi_{89}(u)$$

$$\frac{\psi_1(1)}{\text{deg}} = -30.99404$$

$$\frac{\psi_5(1)}{\text{deg}} = 40.62341$$

$$\frac{\psi_2(1)}{\text{deg}} = -30.99575$$

$$\frac{\psi_6(1)}{\text{deg}} = -40.62564$$

$$\frac{\psi_3(1)}{\text{deg}} = 45.68391$$

$$\frac{\psi_7(1)}{\text{deg}} = 22.09545$$

$$\frac{\psi_4(1)}{\text{deg}} = -22.09789$$

$$\frac{\psi_8(1)}{\text{deg}} = -45.68537$$

$$V_{r12}(u) := |V_{12}(u)| \cdot \cos(\psi_1(u))$$

$$V_{r56}(u) := |V_{56}(u)| \cdot \cos(\psi_5(u))$$

$$V_{r23}(u) := |V_{23}(u)| \cdot \cos(\psi_2(u))$$

$$V_{r67}(u) := |V_{67}(u)| \cdot \cos(\psi_6(u))$$

$$V_{r34}(u) := |V_{34}(u)| \cdot \cos(\psi_3(u))$$

$$V_{r78}(u) := |V_{78}(u)| \cdot \cos(\psi_7(u))$$

$$V_{r45}(u) := |V_{45}(u)| \cdot \cos(\psi_4(u))$$

$$V_{r89}(u) := |V_{89}(u)| \cdot \cos(\psi_8(u))$$

$$V_{n12}(u) := |V_{12}(u)| \cdot \sin(\psi_1(u)) \quad V_{n56}(u) := |V_{56}(u)| \cdot \sin(\psi_5(u))$$

$$V_{n23}(u) := |V_{23}(u)| \cdot \sin(\psi_2(u)) \quad V_{n67}(u) := |V_{67}(u)| \cdot \sin(\psi_6(u))$$

$$V_{n34}(u) := |V_{34}(u)| \cdot \sin(\psi_3(u)) \quad V_{n78}(u) := |V_{78}(u)| \cdot \sin(\psi_7(u))$$

$$V_{n45}(u) := |V_{45}(u)| \cdot \sin(\psi_4(u)) \quad V_{n89}(u) := |V_{89}(u)| \cdot \sin(\psi_8(u))$$

$$|V_{12}(u)| \rightarrow \sqrt{(-30 \cdot \cos(-58.58 \cdot \text{deg} + 117.16 \cdot \text{deg} \cdot u) - 52.5)^2 + (-30 \cdot \sin(-58.58 \cdot \text{deg} + 117.16 \cdot \text{deg} \cdot u) - 10)^2}$$

$$|V_{23}(u)| \rightarrow \sqrt{(-98 \cdot \cos(-121.42 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u) - 119.23)^2 + (-98 \cdot \sin(-121.42 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u) - 119.23)^2}$$

$$|V_{34}(u)| \rightarrow \sqrt{(-30 \cdot \sin(31.42 \cdot \text{deg} + 117.16 \cdot \text{deg} \cdot u) - 52.5)^2 + [-30 \cdot \cos[u \cdot (-31.42 \cdot \text{deg} + 148.58 \cdot \text{deg}) + 31.42 \cdot \text{deg}] - 10]^2}$$

$$|V_{45}(u)| \rightarrow \sqrt{(99.23 - 98 \cdot \cos(-31.42 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u))^2 + (-98 \cdot \sin(-31.42 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u) - 119.23)^2}$$

$$|V_{56}(u)| \rightarrow \sqrt{(30 \cdot \sin(-58.58 \cdot \text{deg} + 117.16 \cdot \text{deg} \cdot u) - 10)^2 + (30 \cdot \cos(-58.58 \cdot \text{deg} + 117.16 \cdot \text{deg} \cdot u) + 32.5)^2}$$

$$|V_{67}(u)| \rightarrow \sqrt{(98 \cdot \cos(-121.42 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u) + 99.23)^2 + (98 \cdot \sin(-121.42 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u) + 99.23)^2}$$

$$|V_{78}(u)| \rightarrow \sqrt{[-30 \cdot \cos[u \cdot (328.58 \cdot \text{deg} + -211.42 \cdot \text{deg}) + 211.42 \cdot \text{deg}] - 10]^2 + (32.5 - 30 \cdot \sin(211.42 \cdot \text{deg} + 117.16 \cdot \text{deg} \cdot u))^2}$$

$$|V_{89}(u)| \rightarrow \sqrt{(-98 \cdot \cos(148.58 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u) - 119.23)^2 + (99.23 - 98 \cdot \sin(148.58 \cdot \text{deg} + -27.16 \cdot \text{deg} \cdot u))^2}$$

Виводимо різницю швидкостей коефіцієнт К для ділянок 1-8

$$K1 := \int_0^1 (V_{r12}(u)^2 - V_{n12}(u)^2) d(u)$$

$$K1 = 4684.95609$$

$$V_{T12,j1} := V_{r12}(U_{j1})$$

$$V_{N12,j1} := V_{n12}(U_{j1})$$

$$K2 := \int_0^1 V_{r23}(u)^2 - V_{n23}(u)^2 d(u)$$

$$K2 = 4242.38507$$

$$V_{T23,j1} := V_{r23}(U_{j1})$$

$$V_{N23,j1} := V_{n23}(U_{j1})$$

$$V_{T12,j1} =$$

48.83496
67.17065
-79.37562
83.43683
78.68446
65.90233

$$V_{N12,j1} =$$

50.01494
38.40043
-20.45235
-0.86903
-22.04707
-39.58879

$$V_{T23,j1} =$$

65.90267
68.91454
70.42727
70.42727
68.91454
65.90267

$$V_{N23,j1} =$$

39.59167
23.89814
7.98997
-7.98997
-23.89814
-39.59167

$$K3 := \int_0^1 (V_{r34}(u)^2 - V_{n34}(u)^2) d(u)$$

$$K3 = 4684.95609$$

$$V_{T34,j1} := V_{r34}(U_{j1})$$

$$V_{N34,j1} := V_{n34}(U_{j1})$$

$$K4 := \int_0^1 V_{r45}(u)^2 - V_{n45}(u)^2 d(u)$$

$$K4 = 2395.77935$$

$$V_{T45,j1} := V_{r45}(U_{j1})$$

$$V_{N45,j1} := V_{n45}(U_{j1})$$

$$V_{T34,j1} =$$

65.90233
78.68446
83.43683
79.37562
67.17065
48.83496

$$V_{N34,j1} =$$

-39.58879
-22.04707
-0.86903
20.45235
38.40043
50.01494

$$V_{T45,j1} =$$

48.83529
52.9108
55.63089
56.97115
56.91954
55.47652

$$V_{N45,j1} =$$

50.01782
35.89314
21.44609
6.80641
-7.89439
-22.5243

$$K5 := \int_0^1 \left(V_{r56}(u)^2 - V_{n56}(u)^2 \right) d(u)$$

$$K6 := \int_0^1 V_{r67}(u)^2 - V_{n67}(u)^2 d(u)$$

$$K5 = 2943.66748$$

$$VT56_{j1} := Vr56(U_{j1})$$

$$VN56_{j1} := Vn56(U_{j1})$$

$$K6 = 1319.54768$$

$$VT67_{j1} := Vr67(U_{j1}) \quad VN67_{j1} := Vn67(U_{j1})$$

$$VT56_{j1} =$$

55.47618
62.33111
63.85351
-59.79229
50.8173
38.40881

$$VN56_{j1} =$$

-22.52141
-10.53326
3.19219
-16.39114
26.88662
32.94756

$$VT67_{j1} =$$

38.40914
40.91579
42.17477
42.17477
40.91579
38.40914

$$VN67_{j1} =$$

32.95045
19.88939
6.64971
-6.64971
-19.88939
-32.95045

$$K7 := \int_0^1 \left(V_{r78}(u)^2 - V_{n78}(u)^2 \right) d(u)$$

$$K8 := \int_0^1 V_{r89}(u)^2 - V_{n89}(u)^2 d(u)$$

$$K7 = 2943.66748$$

$$VT78_{j1} := Vr78(U_{j1})$$

$$VN78_{j1} := Vn78(U_{j1})$$

$$K8 = 2276.86664$$

$$VT89_{j1} := Vr89(U_{j1})$$

$$VN89_{j1} := Vn89(U_{j1})$$

$$VT78_{j1} =$$

38.40881
50.8173
59.79229
63.85351
62.33111
55.47618

$$VN78_{j1} =$$

-32.94756
-26.88662
-16.39114
-3.19219
10.53326
22.52141

$$VT89_{j1} =$$

55.47652
56.91954
56.97115
55.63089
52.9108
48.83529

$$VN89_{j1} =$$

26.29746
9.60343
-8.29263
-25.14497
-39.24365
-50.01782

$$K := K1 + K2 + K3 + K4 + K5 + K6 + K7 + K7 = 26158.62672$$