**Міністерство освіти і науки України**

**Національний технічний університет України**
**«Київський політехнічний інститут**
**імені Ігоря Сікорського»**

**Навчально-науковий інститут**
**матеріалознавства та зварювання**
**імені Є. О. Патона**

**В. В. Холявко, І. А. Владимирський**

# МЕХАНІЧНІ ВЛАСТИВОСТІ ТА КОНСТРУКЦІЙНА МІЦНІСТЬ МАТЕРІАЛІВ

**Підручник**

*Затверджено Вченою радою КПІ ім. Ігоря Сікорського*
*як підручник для студентів, які навчаються*
*за спеціальністю 132 – Матеріалознавство*

Київ
КПІ ім. Ігоря Сікорського
2023

УДК 669.018.29:539.37](075.8)
Х71

*Затверджено Вченою радою*
*КПІ ім. Ігоря Сікорського*
*(протокол № 5 від 01.05.2023 р.)*

**Рецензенти**: ***Дурягіна Зоя Антонівна***, д-р техн. наук, проф.,
завідувач кафедри прикладної фізики
і наноматеріалознавства,
Національний університет «Львівська політехніка»
***Подрезов Юрій Миколайович***, д-р фіз.-мат. наук,
ст. наук. співроб., завідувач відділу фазових перетворень,
Інститут проблем матеріалознавства
ім. І. М. Францевича НАН України

**Відповідальний редактор**: ***Волошко Світлана Михайлівна***, д-р фіз.-мат. наук,
проф., професор кафедри фізичного матеріалознавства
та термічної обробки,
КПІ ім. Ігоря Сікорського

**Холявко В. В.**

Х71 Механічні властивості та конструкційна міцність матеріалів : підручник / В. В. Холявко, І. А. Владимирський. – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, Вид-во «Політехніка, 2023. – 272 с.

**ISBN 978-966-990-088-3**

Розглянуто поведінку матеріалів під навантаженням у процесі їх деформування та руйнації. Пояснено основні закони пружної та пластичної деформації, руйнування, окрихчення матеріалів унаслідок дії конструкційних факторів. Описано механізми пластичної деформації та руйнування. Окреслено причини зміни рівня міцнісних характеристик матеріалів у конструкції й показано шляхи їх покращення.

Для студентів-матеріалознавців першого рівня вищої освіти, які навчаються за спеціальністю 132 – Матеріалознавство.

**УДК 669.018.29:539.37](075.8)**

ISBN 978-966-990-088-3

© В. В. Холявко, І. А. Владимирський, 2023
© КПІ ім. Ігоря Сікорського
(НН ІМЗ ім. Є. О. Патона), 2023

# ЗМІСТ

**ПЕРЕДМОВА** ..... **9**

**РОЗДІЛ І МЕХАНІЧНІ ВЛАСТИВОСТІ МАТЕРІАЛІВ** ..... **13**

**Тема 1 НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН ТВЕРДОГО ТІЛА** ..... **13**

1.1 Напруження у твердому тілі ..... 13
1.2 Тензор напружень ..... 14
1.3 Властивості тензора напружень ..... 16
1.4 Кульова та девіаторна складові тензора напружень ..... 18
1.5 Тензор напружень для різних типів навантаження ..... 19
1.6 Деформація ..... 20
1.7 Тензор деформації ..... 22
1.8 Зміна об'єму тіла у процесі деформації ..... 25
1.9 Кульова та девіаторна складові тензора деформації ..... 26
1.10 Жорсткість напруженого стану ..... 27
1.10.1 Коефіцієнт «м'якості» ..... 27
1.10.2 Коефіцієнт «тривісності» ..... 28
Контрольні запитання та задачі до теми 1 ..... 29
Перелік теоретичних запитань ..... 29
Перелік задач для самостійного опрацювання ..... 29
Перелік рекомендованої літератури ..... 30

**Тема 2 ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ** ..... **31**

2.1 Елементарний закон Гука ..... 31
2.2 Узагальнений закон Гука для анізотропного середовища ..... 32
2.3 Пружні константи ..... 36
2.4 Властивості констант пружності ..... 37
2.4.1 Вплив параметрів структури ..... 38
2.4.2 Вплив температури ..... 39
2.4.3 Вплив деформації ..... 40
2.5 Зв'язок між модулями пружності та фізичними константами матеріалу ..... 41
2.6 Узагальнений закон Гука для ізотропного тіла ..... 42
2.7 Експериментальні методи визначення пружних констант ..... 43
Контрольні запитання та задачі до теми 2 ..... 43
Перелік теоретичних запитань ..... 43
Перелік задач для самостійного опрацювання ..... 44
Перелік використаної та рекомендованої літератури ..... 45

**Тема 3 ПЛАСТИЧНА ДЕФОРМАЦІЯ ..... 46**
3.1 Загальні поняття про пластичну деформацію та пластичність..... 46
3.2 Дислокації та їх рух у кристалі ..... 46
3.2.1 Крайова дислокація..... 47
3.2.2 Гвинтова дислокація..... 49
3.2.3 Змішана дислокація ..... 51
3.2.4 Вектор Бюргерса дислокації..... 53
3.2.5 Визначення кількості дислокацій у матеріалі..... 54
3.3 Пластична деформація за механізмом ковзання дислокацій..... 55
3.4 Системи переважного ковзання у кристалах різної симетрії ..... 57
3.5 Пластична деформація двійникуванням ..... 60
3.6 Інші механізми пластичної деформації..... 65
3.7 Стадії пластичної деформації..... 66
3.7.1 Стадія легкого ковзання ..... 66
3.7.2 Стадія множного ковзання..... 67
3.7.3 Стадія інтенсивно розвинутого поперечного ковзання ..... 68
3.8 Закон Шміда – Боаса..... 70
3.9 Особливості розвитку дислокаційних процесів у кристалах різної симетрії..... 72
3.10 Залежність критичного напруження зсуву від низки факторів ..... 73
3.11 Пластична деформація полікристалів ..... 75
3.12 Особливості визначення орієнтаційного фактора в полікристалах ..... 77
3.13 «Зуб» та «поличка» плинності ..... 78
3.14 Деформаційне зміцнення матеріалів ..... 82
3.15 Стадії деформаційного зміцнення ..... 83
3.16 Деформаційне зміцнення в монокристалах різних типів та полікристалах ..... 86
3.17 Залежність перебігу пластичної деформації та деформаційного зміцнення від низки факторів..... 89
3.17.1 Тип ґратки..... 89
3.17.2 Орієнтація монокристала відносно зовнішньої дії.... 90
3.17.3 Кількість домішок та легуючих елементів..... 90
3.17.4 Енергія дефектів пакування..... 91
3.17.5 Вплив температури ..... 91

3.17.6 Схема напруженого стану
та особливості процесу навантаження ..... 93
3.18 Деформаційна крива та її складові ..... 94
Контрольні запитання та задачі до теми 3 ..... 100
Перелік теоретичних запитань ..... 100
Перелік задач для самостійного опрацювання ..... 101
Перелік використаної та рекомендованої літератури ..... 102
**Тема 4 ПЛАСТИЧНА ДЕФОРМАЦІЯ МАТЕРІАЛІВ ЗА ПІДВИЩЕНИХ ТЕМПЕРАТУР ..... 104**
4.1 Процеси під час нагрівання деформованого матеріалу ..... 104
4.2 Основні визначення та класифікація механізмів повзучості ..... 107
4.3 Повзучість у процесі дислокаційного ковзання (логарифмічна повзучість) ..... 110
4.4 Дислокаційна повзучість (високотемпературна) ..... 112
4.5 Повзучість, що контролюється дифузією ..... 115
4.5.1 Дифузійна повзучість за моделлю Набарро – Херрінга ..... 115
4.5.2 Дифузійна повзучість за моделлю Кобла ..... 117
4.6 Динамічна рекристалізація ..... 119
4.7 Карти механізмів деформації (карти Ешбі) ..... 119
4.8 Визначення межі повзучості металевих матеріалів ..... 122
Контрольні запитання та задачі до теми 4 ..... 125
Перелік теоретичних запитань ..... 125
Перелік задач для самостійного опрацювання ..... 125
Перелік використаної та рекомендованої літератури ..... 126
**Тема 5. РУЙНУВАННЯ МЕТАЛЕВИХ МАТЕРІАЛІВ ..... 128**
5.1 Загальні відомості про руйнування ..... 128
5.2 Ієрархія структурних рівнів руйнування матеріалів ..... 130
5.3 Класифікація видів руйнування ..... 133
5.4 Класифікація механізмів руйнування ..... 136
5.5 Крихке транскристалітне руйнування ..... 137
5.6 Фізичні основи крихкого руйнування ..... 140
5.6.1 Зародження тріщини ..... 140
5.6.2 Інкубаційний період ..... 141
5.6.3 Критична стадія ..... 141
5.6.4 Закритична стадія ..... 142
5.7 Особливості квазікрихкого руйнування та механізми зародження тріщин ..... 143

5.7.1 Плоскі дислокаційні скупчення ..... 143
5.7.2 Пересічні дислокаційні скупчення..... 145
5.7.3 Зустрічні дислокаційні скупчення ..... 146
5.7.4 Дислокаційні стінки..... 147
5.7.5 Механізм інтрузії та екструзії Коттрелла – Холла..... 147
5.7.6 Скупчення дислокацій біля наночастинки чи іншої тріщини..... 149
5.8 В'язке (ямкове) руйнування ..... 151
5.9 Міжкристалітне руйнування ..... 156
5.9.1 Зародження тріщини..... 158
5.9.2 Поширення тріщини окремою межею зерен ..... 160
5.9.3 Взаємодія тріщини зі стиком меж зерен ..... 161
5.9.4 Стадія катастрофічного поширення тріщини ..... 162
5.10 В'язко-крихкий перехід ..... 164
5.11 Умови реалізації в'язко-крихкого переходу..... 164
5.12 Характеристики температури в'язко-крихкого переходу..... 165
5.13 Феноменологічний опис теорії в'язко-крихкого переходу ..... 166
Контрольні запитання та задачі до теми 5..... 169
Перелік теоретичних запитань ..... 169
Перелік задач для самостійного опрацювання ..... 170
Перелік використаної та рекомендованої літератури..... 171
**Тема 6 МЕХАНІКА ТА ФІЗИКА РУЙНУВАННЯ..... 174**
6.1 Відмінності у підходах механіки та фізики до проблеми руйнування матеріалів ..... 174
6.2 Розвиток тріщини з позиції механіки руйнування..... 175
6.2.1 Напруження біля вершини тріщини..... 175
6.2.2 Енергетичний підхід до теорії руйнування ..... 176
6.2.3 Розподіл напружень біля вершини тріщини ..... 181
6.2.4 Силовий критерій руйнування..... 182
6.3. Розвиток тріщини з позиції фізики руйнування..... 186
6.3.1 Розподіл дислокацій біля вершини тріщини. Дислокаційна теорія Ірвіна – Орована..... 186
6.3.2 Опір мікросколу..... 188
6.3.3 Фізична модель мікросколу..... 189
6.3.3.1 Гомогенний (дислокаційно-зеренний) механізм мікросколу..... 189

6.3.3.2 Гетерогенний механізм мікросколу ..... 190
6.3.4 Методи експериментального визначення опору мікросколу матеріалу ..... 195
6.3.5 Коефіцієнт в'язкості матеріалів..... 196
6.4 Тріщиностійкість матеріалів ..... 196
6.4.1 Концепція тріщиностійкості ..... 197
6.4.2 Фізична природа тріщиностійкості ..... 197
6.4.3 Властивості тріщиностійкості ..... 200
6.4.4 Розрахунок тріщиностійкості ..... 202
6.4.5 Експериментальне визначення тріщиностійкості матеріалу..... 203
Контрольні запитання та задачі до теми 6 ..... 205
Перелік теоретичних запитань..... 205
Перелік задач для самостійного опрацювання..... 206
Перелік використаної та рекомендованої літератури..... 207
**РОЗДІЛ ІІ. КОНСТРУКЦІЙНА МІЦНІСТЬ МАТЕРІАЛІВ ..... 208**
**Тема 7 МІЦНІСТЬ І В'ЯЗКІСТЬ МАТЕРІАЛІВ ЗА УМОВ СКЛАДНОГО НАПРУЖЕНОГО СТАНУ ..... 208**
7.1 Поняття конструкційної міцності матеріалів ..... 208
7.2 Складний напружений стан..... 212
7.2.1 Об'ємний напружений стан..... 213
7.2.2 Плоский напружений стан..... 214
7.3 Складний деформований стан..... 216
7.3.1 Об'ємний деформований стан ..... 216
7.3.2 Плоский деформований стан ..... 216
7.4 Механічні характеристики матеріалу та виробу за умов складного напруженого стану ..... 217
7.4.1 Перенапруження..... 217
7.4.2 Жорсткість напруженого стану ..... 218
7.5 Умови крихкості конструкції у складному напруженому стані ..... 219
7.6 Граничні криві плинності та руйнування за умов плоского напруженого стану ..... 219
7.7 Критерій крихкого руйнування за умов складного напруженого стану ..... 223
7.8 Граничні криві плинності та руйнування за умов перенапруження та градієнта температур ..... 224
7.9 Експериментальні дослідження та випробування за умов складного напруженого стану ..... 228

Контрольні запитання та задачі до теми 7 ..... 231
Перелік теоретичних запитань ..... 231
Перелік задач для самостійного опрацювання ..... 231
Перелік використаної та рекомендованої літератури ..... 232
**Тема 8. МЕХАНІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ МАТЕРІАЛІВ ЗА УМОВ КОНЦЕНТРАЦІЇ НАПРУЖЕНЬ ..... 233**
8.1 Види концентраторів напружень та їх класифікація ..... 233
8.2 Розподіл напружень у зразках за наявності та відсутності концентраторів ..... 235
8.3 Перенапруження в зоні дії концентратора напружень ..... 237
8.4 Поняття ефективного концентратора напружень ..... 238
8.5 Нейберівський коефіцієнт концентрації напружень ..... 239
8.6 Окрихчувальна дія концентратора напружень ..... 242
8.6.1 Фізична природа окрихчення матеріалу концентраторами напружень ..... 242
8.6.2 Окрихчення матеріалу конструктивними концентраторами напружень ..... 244
8.6.3 Окрихчення матеріалу макротріщинами ..... 245
Контрольні запитання та задачі до теми 8 ..... 246
Перелік теоретичних запитань ..... 246
Перелік задач для самостійного опрацювання ..... 247
Перелік використаної та рекомендованої літератури ..... 248
**Тема 9. МЕТОДИ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ СИЛОВОЇ НАДІЙНОСТІ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ ..... 250**
9.1 Коефіцієнт запасу міцності ..... 250
9.2 Коефіцієнт запасу в'язкості ..... 252
9.3 Тримкість і зв'язок між коефіцієнтами запасу в'язкості та міцності матеріалу конструкції ..... 254
9.4 Фізичні передумови вибору матеріалів для складнонапружених елементів конструкцій ..... 256
9.5 Методи зменшення концентрації напружень від конструктивних концентраторів ..... 258
Контрольні запитання та задачі до теми 9 ..... 259
Перелік теоретичних запитань ..... 259
Перелік задач для самостійного опрацювання ..... 259
Перелік використаної та рекомендованої літератури ..... 260
**Термінологічний покажчик ..... 261**
**Іменний покажчик ..... 272**

# ПЕРЕДМОВА

Ми живемо в матеріальному світі. Усі вироби, створені людством, виготовлені з певних матеріалів, до властивостей яких висуваються відповідні вимоги. Де можна застосувати такий матеріал? Як правильно обрати матеріал відповідно до умов його використання? Як створити матеріал з наперед заданими властивостями, необхідними для певного застосування? Це основні запитання, на які відповідає матеріалознавство – сучасна міждисциплінарна галузь, основним завданням якої є створення наукового підґрунтя для підбору, модифікації або отримання таких матеріалів, які завдяки своєму хімічному складу, структурі, технології виготовлення та обробки характеризуються комплексом властивостей, що задовольняють умови експлуатації виробів (рис. П1).

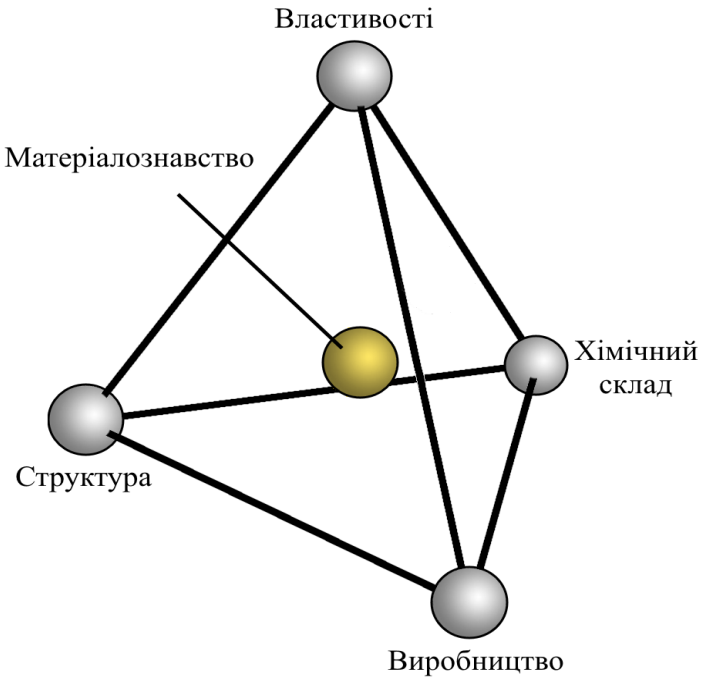



*Рис. П1.* Ілюстрація парадигми матеріалознавства як науки, що вивчає взаємозв'язок між складом, структурою, технологіями отримання й обробки та властивостями матеріалів

Створені новітні матеріали й обумовлюють розвиток численних галузей науки, техніки, промисловості тощо. Складовими цього комплексу є фізичні (щільність, теплопровідність, намагніченість, температура плавлення, електрична провідність, температурний коефіцієнт розширення

та інші), хімічні (розчинність, хімічна активність й інші), механічні (міцність, пластичність, твердість, ударна в'язкість, зносостійкість й інші), технологічні (рідкоплинність, зварюваність, ковкість й інші) та експлуатаційні (корозійна стійкість, жароміцність, холодостійкість, зношуваність, втомна міцність й інші) властивості.

Зокрема, для розуміння загальних основ матеріалознавства необхідно чітко розмежовувати поняття фізичних і механічних властивостей матеріалів, відмінність між якими обумовлена такими ознаками:

– фізичні властивості характеризують безпосередньо матеріал та за певних умов є постійними величинами (наприклад, температура плавлення), тоді як механічні властивості характеризують реакцію матеріалу на зовнішній вплив (наприклад, твердість, міцність) й можуть бути як сталими, так і змінними залежно від низки внутрішніх та зовнішніх факторів (параметри структури, умови проведення випробувань тощо);

– для описання фізичних і механічних властивостей використовуються різні теоретичні підходи: фізичні властивості здебільшого описуються теоріями динаміки кристалічної ґратки та електронної будови твердого тіла, а механічні властивості – теорією дефектів кристалічної будови;

– на відміну від фізичних властивостей, виявлення рівня механічних властивостей вимагає впливу на форму та / або розміри досліджуваних об'єктів.

Відповідно до сучасних уявлень рівень механічних характеристик матеріалів визначається трьома групами факторів:

– «речовиною» – фазовим складом і структурою;

– «тілом» – геометричними розмірами й формою (наявністю розрізів, станом поверхні тощо);

– «умовами навантаження» – запасом пружної енергії, швидкістю й повторюваністю навантаження тощо.

Вплив двох останніх чинників може бути незначним. Тоді вирішальну роль відіграють властивості матеріалу, а для загального випадку потрібно враховувати усі зазначені фактори.

До основних категорій механічних властивостей належать:

– характеристики міцності, що визначають здатність матеріалу чинити опір деформуванню;

– характеристики пластичності, що визначають здатність матеріалу необоротно змінювати свої розміри і форму без руйнування;

– твердість – здатність матеріалу чинити опір вдавлюванню;

– характеристики в'язкості, що визначають здатність матеріалу поглинати зовнішню енергію без руйнування;

– спеціальні механічні характеристики, що більш ґрунтовно розкривають властивості матеріалу.

Цей підручник присвячено вивченню саме механічних властивостей матеріалів. У межах бакалаврської підготовки фахівців з матеріалознавства викладається дисципліна «Механічні властивості та конструкційна міцність матеріалів», предметом якої є основи теоретичних уявлень щодо механічних властивостей матеріалів й закономірностей зміни їх міцності та пластичності залежно від умов навантаження і дії низки зовнішніх факторів. Окрім основних понять щодо міцності, пластичності й руйнування матеріалів, увагу акцентовано на уявленнях щодо фізичної природи впливу зовнішніх факторів на механічні властивості металів і сплавів, оскільки фахівці-матеріалознавці мають чітко розуміти, яким чином змінюється здатність матеріалу чинити опір пластичній деформації та руйнуванню залежно від його напружено-деформованого стану, наявності концентраторів напружень, тріщиноподібних дефектів тощо.

Після вивчення дисципліни студенти набувають компетентностей і здатні продемонструвати результати навчання відповідно до освітньо-професійної програми. Серед них:

**– знання щодо:**

- комплексу характеристик, що визначають механічні властивості матеріалів;
- фізичних основ методів експериментального визначення основних механічних характеристик конструкційних матеріалів;
- закономірностей пластичної деформації та руйнування матеріалів за умов складного напруженого стану і неоднорідності силових полів, створюваних концентраторами напружень;
- методик визначення рівня механічних характеристик матеріалу, придатного для застосування за певних умов експлуатації;

**– уміння:**

- визначати вид напруженого стану матеріалу за умов дії конкретних факторів конструкції;
- проводити дослідження для визначення рівня механічних характеристик матеріалів;

• визначати придатність матеріалу з певним рівнем механічних характеристик до застосування за таких умов експлуатації;

• формулювати вимоги до рівня механічних властивостей матеріалу залежно від умов його навантаження в конструкції;

**– алгоритми дій у стандартних професійних ситуаціях:**

• підготовка зразків і виконання основних механічних випробувань;

• розрахунок рівня основних механічних характеристик матеріалів за результатами механічних випробувань.

Автори висловлюють щиру подяку за допомогу у створенні цього підручника здобувачам вищої освіти кафедри фізичного матеріалознавства та термічної обробки КПІ ім. Ігоря Сікорського – аспіранту Р. В. Педаню та студенту Д. В. Стратою.

# РОЗДІЛ І
# МЕХАНІЧНІ ВЛАСТИВОСТІ МАТЕРІАЛІВ

## Тема 1 НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН ТВЕРДОГО ТІЛА

### 1.1 Напруження у твердому тілі

*Напруження* – це прикладена до тіла сила, віднесена до одиниці площі його перерізу. Таким чином, це питома величина, що не залежить від розмірів тіла. Розмірність напруження:

[сила / площа] = Н/м$^2$ → МПа → кгс/мм$^2$ (1 кгс/мм$^2$ = 9,8 МПа).

Розглянемо випадок одновісного розтягу циліндричного стрижня з поперечним перерізом $F_0$ (рис. 1.1), коли силу $P$ прикладено уздовж осі стрижня. Тоді

$$S = \frac{P}{F_0}. \qquad (1.1)$$

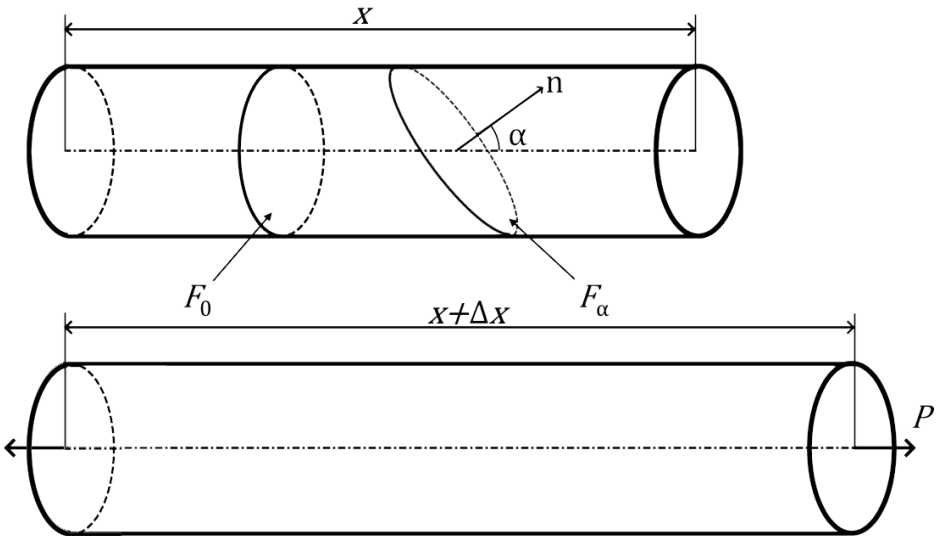



*Рис. 1.1.* Схема одновісного розтягу циліндричного стрижня

Однак для загального випадку сила, що діє на тіло, може бути спрямована в напрямку, який не є перпендикулярним до перерізу і в якому діють напруження. Тоді напруження $S$, що діє в перерізі $F_\alpha$, нормаль до якого перебуває під кутом α до напрямку дії сили, $S = \frac{P}{F_\alpha}$, де $F_\alpha = \frac{F}{\cos\alpha}$. Тому

$$S = \frac{P}{F_0}\cos\alpha. \qquad (1.2)$$

Враховуючи, що сила є векторною величиною, яка має нормальну та дотичні складові, напруження також складається з *нормального* ($S_n$) і *дотичних* ($t$) компонентів. З огляду на рівняння (1.2), ці складові можна розрахувати за формулами

$$S_n = S\cos\alpha = \frac{P}{F_0}\cos^2\alpha, \qquad (1.3)$$

$$t = S\sin\alpha = \frac{P}{F_0}cos\alpha\ sin\alpha = \frac{P}{2F_0}sin2\alpha. \qquad (1.4)$$

Із цих формул можна знайти критичні (максимальні та мінімальні) значення нормального та дотичного напруження:

$$S_{max} = \frac{P}{F_0} \text{ за } \alpha = 0\ °;\quad t_{max} = \frac{P}{2F_0} = \frac{S_{max}}{2} \text{ за } \alpha = 45\ °;$$
$$S_{min} = 0 \text{ за } \alpha = 90\ °;\quad t_{min} = 0 \text{ за } \alpha = 0\ °.$$

Напруження поділяють на *напруження розтягу* ($S > 0$) та *стиску* ($S < 0$); *істинні* ($S; t$ – якщо силу відносять до фактичної на цей момент деформації площі перерізу) та *умовні* ($\sigma;\ \tau$ – якщо зміну площі перерізу не враховують). Фізичний зміст мають лише істинні напруження, але під час розрахунків зручніше використовувати умовні, особливо для випадку малих деформацій, коли зміна площі є незначною.

## 1.2 Тензор напружень

Напружений стан тіла можна описати, якщо задати в будь-якій його точці напруження, що діє на нескінченно малій площинці довільної орієнтації. Враховуючи, що напруження є силою, відведеною до площі перерізу, а сила є векторною величиною, що характеризується не лише модулем, а й напрямком, запишемо вираз для вектора сили в декартовій системі координат *XYZ*:

$$\vec{P} = a\vec{\imath} + b\vec{\jmath} + c\vec{k} = P_x + P_y + P_z, \qquad (1.5)$$

де $\vec{\imath},\ \vec{\jmath},\ \vec{k}$ – одиничні вектори ($\vec{\imath}$ – для осі *X*, $\vec{\jmath}$ – для осі *Y*, $\vec{k}$ – для осі *Z*);

$a, b, c$ – довжини відрізків на відповідних координатних осях;

$P_x, P_y, P_z$ – проєкції вектора сили на відповідну координатну вісь.

У тій самій декартовій системі координат наявні три взаємно перпендикулярні площини *XOY*, *YOZ*, *XOZ*, при цьому площина *XOY* є перпендикулярною координатній осі *Z*, площина *YOZ* – осі *X*, а площина *XOZ* – осі *Y*. Для опису напруженого стану необхідно записати, як будуть діяти на кожну з цих площин кожна із проєкцій вектора сили (а отже й кожне з відповідних напружень). Наприклад, у площині *YOZ* діють напруження $\sigma_{xx}, \sigma_{xy}, \sigma_{xz}$ . Перший індекс у позначенні напруження відповідає нормалі до цієї площини, а другий – координатному напрямку в цій площині (тобто відповідній проєкції сили). Аналогічно отримаємо напруження, що діють в інших двох площинах: $\sigma_{yx}, \sigma_{yy}, \sigma_{yz}$ – для площини *XOZ*, $\sigma_{zx}, \sigma_{zy}, \sigma_{zz}$ – для площини *XOY*.

Таким чином, отримуємо 9 компонентів для запису напруження – матрицю 3×3, кожний рядок якої є напруженням, що діє на одній з координатних площин, а кожний компонент має не лише величину, а й два одиничних вектори: один характеризує нормаль до площини, а другий – проєкцію сили. Отже, напруження в матеріалі описують *тензором II рангу*:

$$\sigma_{ik} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix}. \quad (1.6)$$

Таким чином кожне напруження, яке діє на обрану координатну площину, що проходить крізь обрану точку простору, можна розкласти на одну нормальну та дві дотичні складові (рис. 1.2). Індекс нормальної складової збігається з віссю, яка є перпендикулярною цій площині. Для дотичних напружень перший індекс має той самий зміст, другий – збігається з індексом осі, вздовж якої діє напруження. Отримаємо

$$S_{ij} = \begin{bmatrix} S_x & t_{xy} & t_{xz} \\ t_{yx} & S_y & t_{yz} \\ t_{zx} & t_{zy} & S_z \end{bmatrix}. \quad (1.7)$$

Фізичний зміст компонентів тензора напружень: діагональні компоненти характеризують напруження розтягу або стиску вздовж відповідної площини, а недіагональні компоненти – зсувні напруження у відповідній площині.

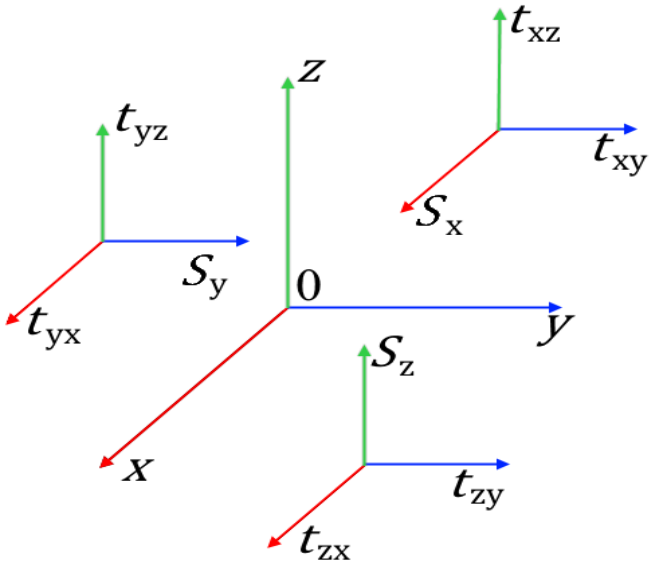



*Рис. 1.2.* Складові тензора напружень

## 1.3 Властивості тензора напружень

Постає питання, чи всі 9 компонентів тензора напружень треба знати для опису напруженого стану в матеріалі? Відомо, що кристалографічна симетрія кристала визначає рівень властивостей матеріалу. Тому, використовуючи знання щодо кристалографічної симетрії, можна, вимірявши лише деякі компоненти тензора властивості, знайти інші за допомогою обчислення. Інколи через симетрію будови кристала деякі компоненти тензора властивості обертаються в нуль. Це також дуже важливо як для інженерних розрахунків, так і для визначення кристалічної структури твердих тіл вимірюванням їхніх фізичних властивостей.

Основою аналізу фізичних властивостей кристалів залежно від їхньої симетрії є *принцип Наймана*: сукупність елементів симетрії фізичної властивості у певному кристалі повинна включати всі елементи симетрії просторової групи цього кристала. Отже, відповідно до принципу Наймана симетрія функції, що описує фізичну властивість кристала, однозначно пов’язана із групою симетрії огранки кристала і не може бути нижчою за просторову симетрію цього кристала.

Для тензора напружень це означає, що він завжди є симетричним тензором, тобто для нього діє *закон парності дотичних напружень*:

$$t_{xy} = t_{yx}, t_{zy} = t_{yz}, t_{xz} = t_{zx}. \quad (1.8)$$

Таким чином, тензор напружень буде мати лише 6 незалежних складових і його можна записати у такому вигляді:

$$S_{ij} = \begin{bmatrix} S_x & t_{xy} & t_{xz} \\ & S_y & t_{yz} \\ & & S_z \end{bmatrix}. \tag{1.9}$$

Симетричні тензори II рангу завжди мають такі три взаємно перпендикулярні напрямки, які в разі обрання їх за віссю координат приводять до такої зміни тензора, що ненульовими залишаються лише діагональні компоненти. Такі напрямки називають головними осями. Діючі вздовж них нормальні напруження називають *головними нормальними напруженнями*. Для полегшення розрахунків доцільно обирати саме таку систему координат. Тоді тензор напружень буде мати вигляд

$$S_{ij} = \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & S_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_1 & 0 & 0 \\ 0 & S_2 & 0 \\ 0 & 0 & S_3 \end{bmatrix}, \tag{1.10}$$

при цьому осі обирають таким чином, щоб $S_x > S_y > S_z$.

*Головні дотичні напруження*, що діють на трьох взаємно перпендикулярних площинках, які перебувають під кутом 45° до головних осей, розраховують за формулами

$$\begin{aligned} t_1 &= \frac{S_2 - S_1}{2}, \\ t_2 &= \frac{S_1 - S_3}{2}, \\ t_3 &= \frac{S_1 - S_2}{2}, \end{aligned} \tag{1.11}$$

звідки випливає, що максимальне дотичне напруження становитиме

$$t_{max} = \frac{S_{max} - S_{min}}{2} = \frac{S_1 - S_3}{2} = t_2. \tag{1.12}$$

## 1.4 Кульова та девіаторна складові тензора напружень

Об'ємний напружений стан може бути розділений на дві складові: перша характеризує лише зміну об'єму без зміни форми тіла, друга – зміну форми без зміни об'єму. Вочевидь, перша складова (зміна об'єму без зміни форми) характеризує всебічне розтягування або стискання. Для цього випадку дотичні напруження компенсують одне одного. Тоді тензор напружень можна записати у вигляді

$$S_{\text{К}} = \begin{bmatrix} S_n & 0 & 0 \\ 0 & S_n & 0 \\ 0 & 0 & S_n \end{bmatrix}, \tag{1.13}$$

$$S_n = \frac{S_1 + S_2 + S_3}{3}. \tag{1.14}$$

Такий тензор називають *кульовим тензором напружень*, а вираз (1.14) характеризує середнє (гідростатичне) напруження.

Якщо напруження, які діють у різних напрямках, дорівнюють одне одному, то такий стан називають гідростатичним стисканням або розтягуванням. Для цього випадку тензор напружень характеризується лише одним числом, тому що головні нормальні напруження $S_1 = S_2 = S_3 = S_n$, а головні дотичні напруження $t_1 = t_2 = t_3 = 0$.

За умов складного об'ємного напруженого стану, коли одночасно змінюються і форма, й об'єм тіла, зміну форми описують *девіатором напружень*, що є різницею між повним тензором напружень та кульовим тензором:

$$S_{\text{д}} = \begin{bmatrix} S_x & t_{xy} & t_{xz} \\ t_{yx} & S_y & t_{yz} \\ t_{zx} & t_{zy} & S_z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} S_n & 0 & 0 \\ 0 & S_n & 0 \\ 0 & 0 & S_n \end{bmatrix} = \\ = \begin{bmatrix} S_x - S_n & t_{xy} & t_{xz} \\ t_{yx} & S_y - S_n & t_{yz} \\ t_{zx} & t_{zy} & S_z - S_n \end{bmatrix}. \tag{1.15}$$

Можна бачити, що вираз (1.15) справді описує лише зміну форми тіла, оскільки кульовий тензор для девіатора напружень буде дорівнювати нулю:

$$\frac{(S_x - S_n) + (S_y - S_n) + (S_y - S_n)}{3} = 0. \qquad (1.16)$$

Прикладом напруженого стану, що спричинює лише зміну форми, є кручення циліндричного стрижня.

## 1.5 Тензор напружень для різних типів навантаження

Загальний вигляд тензора напружень залежить також і від виду напруженого стану. Якщо сила зовнішньої дії направлена лише вздовж однієї осі, то такий стан називають одновісним навантаженням. Для цього випадку ненульовим буде лише один діагональний компонент тензора напружень:

$$S_{ij} = \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$S_x > 0.$

(одновісний розтяг)

$$S_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_z \end{bmatrix};$$

$S_z < 0.$

(одновісний стиск)

Якщо навантаження відбувається вздовж двох напрямків, то не дорівнюватимуть нулю два діагональні компоненти тензора напружень:

$$S_{ij} = \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$S_x > S_y > 0.$

(двовісний розтяг)

$$S_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & S_z \end{bmatrix};$$

$0 > S_y > S_z.$

(двовісний стиск)

$$S_{ij} = \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_z \end{bmatrix};$$

$S_x > 0;\ S_z < 0.$

(різнойменний напружений стан)

Якщо навантаження відбувається вздовж трьох напрямків, то це є тривісний напружений стан:

$$S_{ij} = \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & S_z \end{bmatrix};$$

$S_x > S_y > S_z > 0.$

(тривісний розтяг)

$$S_{ij} = \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & S_z \end{bmatrix};$$

$0 > S_x > S_y > S_z.$

(тривісний стиск)

$$S_{ij} = \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & S_z \end{bmatrix};$$

$S_x > S_y > S_z;$
$S_z < 0$, або $S_y < 0.$

(різнойменний напружений стан)

## 1.6 Деформація

Під дією зовнішніх навантажень усі тіла змінюють свої форму та розміри, тобто деформуються. *Деформацію*, яка зникає після припинення дії навантаження, називають *пружною*, а яка зберігається – *залишковою*. Залишкову деформацію, що не призводить до руйнування тіла, називають *пластичною*.

Існують випадки, коли прикладання навантаження до тіла не приводить до зміни його форми, однак деформація все ж відбувається. Наприклад, кручення циліндричного стрижня не змінює ані його довжини, ані діаметра, але відбувається виражена пружна й залишкова деформація. У процесі гідростатичного стискання форма тіла також не змінюється, але відбувається пружна деформація.

Зміщення в будь-якій точці тіла внаслідок його деформації характеризується вектором, який з'єднує положення цієї точки до та після деформації. Оскільки зміщення в різних точках тіла, що деформується, для загального випадку є різними, то йдеться про векторне поле зміщень. Однак наявність поля зміщень не обов'язково свідчить про появу деформації. Протягом поступального руху всього тіла зміщення точок не залежить від координат, і ці зміщення будуть однаковими для всього тіла. Деформація відбуватиметься лише за умови, що зміщення будуть змінюватися від точки до точки, тобто саме змінне поле зміщень може викликати деформацію. Водночас у процесі обертання поле зміщень змінне, але деформації не відбувається.

Таким чином, деформація визначається:

– не безпосередньо полем зміщень, а лише зміною переміщень від точки до точки;

– не загальною зміною поля переміщень, а лише тією її частиною, яка залишається після вилучення обертального зміщення тіла як цілого.

Розглянемо випадок розтягу циліндричного стрижня вздовж однієї осі – під дією навантаження стрижень деформується, збільшується його довжина та зменшується діаметр (див. рис. 1.1). Якщо $l_0$ – вихідна довжина стрижня, а $l_n$ – кінцева довжина, то *відносне видовження* (*умовну відносну деформацію*) визначають за формулою

$$\delta = \frac{l_n - l_0}{l_0}. \tag{1.17}$$

Таким чином, за величину деформації беруть відношення зміни розміру тіла до його вихідного значення.

Іноді доцільно визначати не умовну, а *істинну деформацію* тіла, тобто враховувати безперервну зміну розмірів тіла у процесі деформування. Для такого випадку отримуємо

$$e = \int_{l_0}^{l_n} \frac{dl}{l} = l_n \frac{l_n}{l_0}. \tag{1.18}$$

Співвідношення між $\delta$ та $e$ задають таким чином:

$$e = \ln(1 + \delta). \tag{1.19}$$

Істинна деформація, на відміну від відносної, має фізичний зміст. За значних деформацій значення умовної та істинної деформації істотно різняться. У процесі зменшення деформації ця відмінність поступово зникає, і за деформації менше 5 % розрахунки забезпечують отримання майже однакового результату. У табл. 1.1 наведено деякі приклади співвідношення між істинною та умовною деформацією.

*Таблиця 1.1.* **Співвідношення між істинною та умовною деформацією**

| Видовження $\Delta l$, % | 5 | 10 | 25 | 50 | 100 | 200 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Умовна деформація $\delta$, % | 5 | 10 | 25 | 50 | 100 | 200 |
| Істинна деформація $e$, % | 4,8 | 9,5 | 22 | 40 | 69 | 110 |

Ще однією характеристикою деформованого тіла є *відносне звуження*, тобто зменшення площі перерізу у процесі деформування:

$$\Psi = \frac{F_0 - l_n}{F_0}. \tag{1.20}$$

Враховуючи безперервність зміни площі перерізу, використовують також істинне звуження:

$$\varphi = \int_{F_0}^{F_n} \frac{dF}{F} = ln \frac{F_0}{F_n}. \tag{1.21}$$

Між всіма величинами, що описують деформацію, існує взаємозв’язок:

$$e = \ln\frac{1}{1-\Psi} = \ln(1+\delta). \qquad (1.22)$$

Видовження тіла відбувається під впливом нормальних напружень. Дотичні напруження викликають зсувні деформації, які характеризуються відносною зміною кута між двома напрямками, що були перпендикулярними до виникнення деформації.

Відносний зсув g дорівнює тангенсу кута зсуву, а за малих деформацій – самому куту, виміряному в радіанах:

$$\begin{gathered} g = \mathrm{tg}\alpha; \\ \alpha \to 0 \;\Rightarrow g \approx \alpha. \end{gathered} \qquad (1.23)$$

## 1.7 Тензор деформації

Будь-який складний деформований стан, аналогічно напруженому стану, може бути поданий у вигляді комбінації зсувів та видовжень. Нехай унаслідок деформації точка $A$ перемістилася в положення $A'$ (рис. 1.3): $A(x, y, z) \to A'(x + u, y + v, z + w)$, де параметри $u$, $v$, $w$ характеризують вектор зміщення. Якщо для всіх частинок тіла вони сталі, то деформації не відбувається.

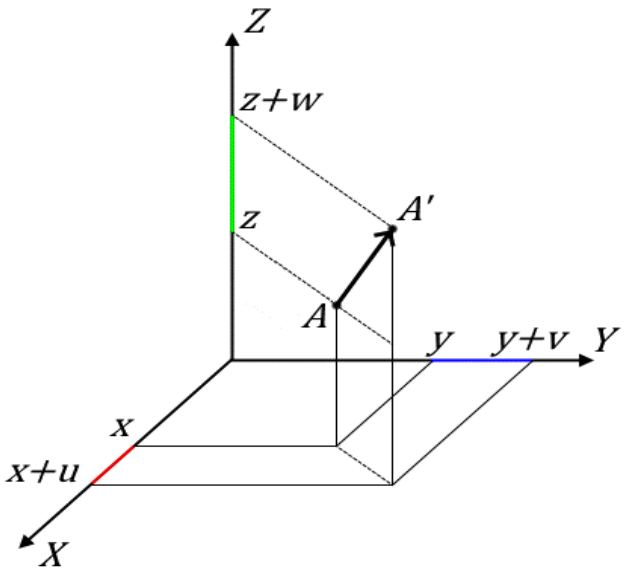
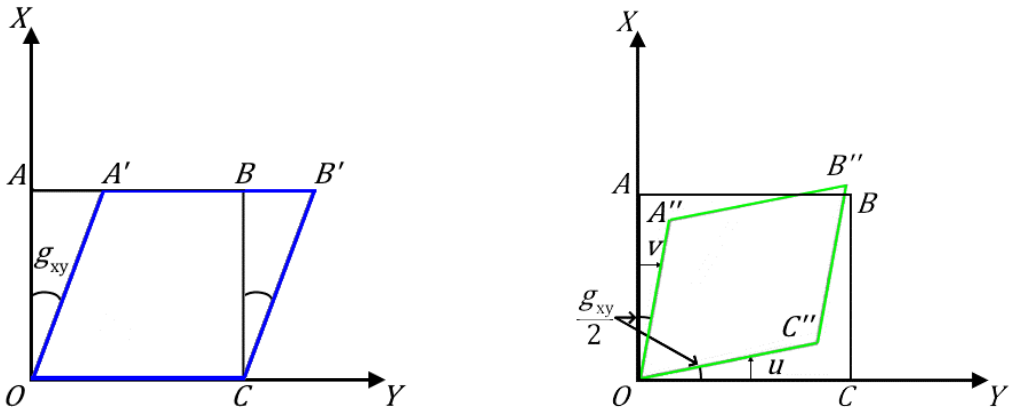



*Рис. 1.3.* Визначення складових вектора зміщення

У процесі деформування тіла зміщення його точок є функцією координати. Для найпростішого випадку ця залежність є лінійною, а відповідний деформований стан називають однорідним. Тоді

$$e_x = \frac{\partial u}{\partial x};\ e_y = \frac{\partial v}{\partial y};\ e_z = \frac{\partial w}{\partial z}. \qquad (1.24)$$

Розглянемо проєкцію малого елемента об'єму кубічної форми на площину *XOY* (рис. 1.4, а). Під дією дотичного напруження $t_{xy}$ прямокутник *OABC* перетворюється на *OA′B′C*, а малий кут *AOA′* визначає зсув $g_{xy}$. У цьому випадку такий зсув характеризується тим, що ребро куба, яке є паралельним осі *X*, зміщується як єдине ціле в напрямку осі *Y*. Такий зсув називають простим. На рис. 1.4, б зображено схему зміни форми, яка аналогічна простому зсуву, лише з тією різницею, що ребра *OA* та *OC* пересуваються назустріч одне одному так, що кути *AOA′′* = *COC′′* = 1 / 2 $g_{xy}$. Таку деформацію називають чистим зсувом.




а б

*Рис. 1.4.* Схематичне зображення зсувів у процесі деформації:
а – простий зсув; б – чистий зсув

Зміщення точки на ребрі *OA* = *v* пропорційне координаті *X*, тобто $\frac{1}{2} g_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x}$. Аналогічно $\frac{1}{2} g_{yx} = \frac{\partial u}{\partial y}$. Таким чином, сумарний зсув у площині *XOY* буде становити $g_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}$. Подібним чином виводяться вирази для зсуву і в інших площинах. У результаті отримаємо:

$$g_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y};\ g_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y};\ g_{xz} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}. \qquad (1.25)$$

Формули (1.25) задають зв'язок зсувних деформацій та переміщень. Використовуючи всі отримані дані, можна скласти *тензор деформації*, який повністю визначає деформований стан у точці та має лише

шість незалежних компонентів (оскільки виконується закон парності дотичних деформацій):

$$e_{ik} = \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} \\ e_{21} & e_{22} & e_{23} \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_{11} & \frac{1}{2}g_{12} & \frac{1}{2}g_{13} \\ \frac{1}{2}g_{21} & e_{22} & \frac{1}{2}g_{23} \\ \frac{1}{2}g_{31} & \frac{1}{2}g_{32} & e_{33} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{\partial U_1}{\partial x_1} & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_1}{\partial x_2} + \frac{\partial U_2}{\partial x_1}\right) & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_1}{\partial x_3} + \frac{\partial U_3}{\partial x_1}\right) \\ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_2}{\partial x_1} + \frac{\partial U_1}{\partial x_2}\right) & \frac{\partial U_2}{\partial x_2} & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_2}{\partial x_3} + \frac{\partial U_3}{\partial x_2}\right) \\ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_3}{\partial x_1} + \frac{\partial U_1}{\partial x_3}\right) & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_3}{\partial x_2} + \frac{\partial U_2}{\partial x_3}\right) & \frac{\partial U_3}{\partial x_3} \end{bmatrix}. \quad (1.26)$$

Отже, кут зсуву чи повний зсув у будь-якій площині дорівнює подвійному відповідному коефіцієнту тензора деформації.

Аналогічно випадку з тензором напружень завжди можна знайти таку систему координат, в якій зсувів немає, а є лише видовження. Такі напрямки називають головними, а видовження – *головними видовженнями*. Деформований стан для такого випадку повністю описується за допомогою головних видовжень $e_1, e_2, e_3$, а тензор деформації матиме вигляд

$$e_{ik} = \begin{bmatrix} e_1 & 0 & 0 \\ 0 & e_2 & 0 \\ 0 & 0 & e_3 \end{bmatrix}. \quad (1.27)$$

Максимальні зсуви відбуваються в напрямках, які мають кути 45° з головними напрямками, а їхні величини становлять:

$$g_1 = e_2 - e_3;\ g_2 = e_1 - e_3;\ g_3 = e_1 - e_2. \quad (1.28)$$

З цього виразу видно, що зсув відбувається лише тоді, коли головні видовження не дорівнюють один одному.

Оскільки тензор деформації є за своїм визначенням симетричним тензором, то це означає, що виконується закон парності дотичних деформацій:

$$e_{ij} = e_{ji}. \quad (1.29)$$

## 1.8 Зміна об’єму тіла у процесі деформації

Можна легко переконатися в тому, що сума діагональних компонентів тензора деформації є *відносною зміною об’єму у процесі деформації*. Щоб довести це, розглянемо елемент об’єму у вигляді куба (рис. 1.5).

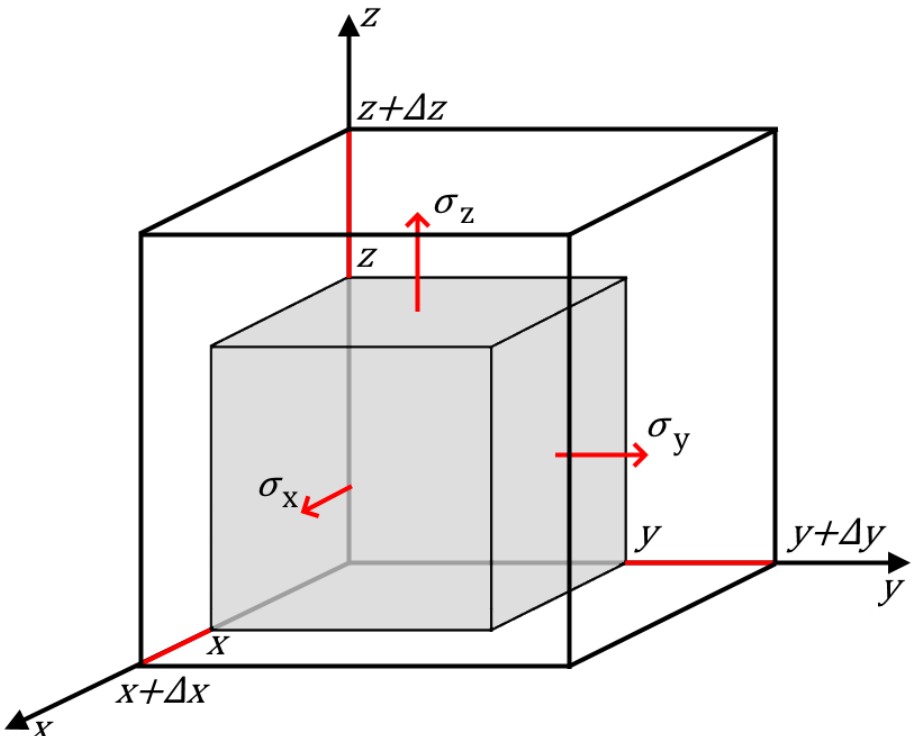



*Рис. 1.5.* Зміна об’єму тіла у процесі деформації

Об’єм розглянутого елемента до деформації – $V$, після деформації – $V + \Delta V$. Відомо, що $V = xyz$. Нехтуючи членами вищих порядків малості (тими, що мають малі величини $\Delta x$, $\Delta y$, $\Delta z$ у ступенях вище першого), для $V + \Delta V$ одержуємо:

$$V + \Delta V = (x + \Delta x)(y + \Delta y)(z + \Delta z) =$$
$$= (xy + x\Delta y + \Delta xy + \Delta x\Delta y)(z + \Delta z) =$$
$$= xyz + xz\Delta y + yz\Delta x + z\Delta x\Delta y + xy\Delta z + x\Delta y\Delta z +$$
$$+y\Delta x\Delta z + \Delta x\Delta y\Delta z = xyz + xz\Delta y + yz\Delta x + xy\Delta z. \qquad (1.30)$$

Звідси

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{(V+\Delta V)-V}{V} = \frac{xyz+xz\Delta y+yz\Delta x+xy\Delta z}{xyz} =$$
$$= \frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta y}{y} + \frac{\Delta z}{z}. \qquad (1.31)$$

Відповідно до фізичного змісту компонентів тензора деформації

$$\frac{\Delta V}{V} = e_{11} + e_{22} + e_{33}. \tag{1.32}$$

## 1.9 Кульова та девіаторна складові тензора деформації

Серед тензорів деформацій різних видів, що відповідають різним станам деформованого тіла, трапляються такі, в яких сума діагональних компонентів дорівнює нулю. У цьому випадку деформація відбувається таким чином, що змінюється лише форма тіла, а не його об'єм. Такі деформації без зміни об'єму називають *деформаціями зсуву*.

Іншим окремим випадком є така деформація тіла, за якої відбувається зміна його об'єму, але не змінюється форма. Таку деформацію називають *всебічним стиском* (*розтягом*). Будь-яку деформацію можна подати у вигляді суперпозиції деформації чистого зсуву і всебічного стиску (розтягу). Це випливає з того, що тензор деформації завжди можна задати у вигляді суми двох тензорів, один із яких буде відповідати чистому зсуву (тобто його компоненти є деформацією чистого зсуву), а інший – всебічному стиску (тобто компоненти тензора – деформації всебічного стиску):

$$e_{ik} = \begin{bmatrix} e_n & 0 & 0 \\ 0 & e_n & 0 \\ 0 & 0 & e_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 - e_n & \frac{1}{2}g_{12} & \frac{1}{2}g_{13} \\ \frac{1}{2}g_{21} & e_2 - e_n & \frac{1}{2}g_{23} \\ \frac{1}{2}g_{31} & \frac{1}{2}g_{32} & e_3 - e_n \end{bmatrix}, \tag{1.33}$$

де $e_n = \frac{e_1+e_2+e_3}{3}$.

Перший тензор є *девіатором деформації*, а другий – *кульовим тензором деформації.*

## 1.10 Жорсткість напруженого стану

### *1.10.1 Коефіцієнт «м'якості»*

Ще однією з важливих характеристик напруженого стану є коефіцієнт «м'якості». Характер (схема) напруженого стану впливає на механічні властивості, а особливо на характеристики деформації (пластичності) через співвідношення напружень стиску та розтягу. Напруження стиску сприяють появі пластичності більшою мірою, ніж напруження розтягу. Наприклад, за умови гідростатичного стискання руйнування взагалі не відбувається. Таким чином, чим більшою є частка напружень стиску, тим більш «м'якою» є схема напруженого стану, а за умови її реалізації деформаційна здатність матеріалу є вищою.

Коефіцієнт «м'якості» визначають співвідношенням максимальних дотичних напружень до максимальних нормальних:

$$\alpha = \frac{t_{max}}{S^n_{max}}, \quad \alpha > 0 \tag{1.34}$$

або

$$\alpha = \frac{S_1 - S_3}{2S_1 - 2\mu(S_2 + S_3)}, \tag{1.35}$$

де μ – коефіцієнт Пуассона.

Величина $t_{max}$ визначає легкість початку пластичної деформації, а $S^n_{max}$ – крихкого відриву.

Якщо $t_{max} > S^n_{max}$, то під час навантажування зразка перш ніж відбудеться крихке руйнування почнеться пластична деформація і вдасться запобігти крихкому відриву. Якщо $t_{max} < S^n_{max}$, то руйнування може відбутися раніше, ніж з'явиться пластична деформація.

Мінімальну «м'якість» має схема навантаження за умови тривісного розтягування. Наприклад:

$$S_1 = S_2 = S;\ S_3 = \frac{S}{2} \rightarrow \alpha = \frac{2}{5}, \quad S_1 = S_2 = S_3 \rightarrow \alpha = 0. \tag{1.36}$$

Максимальна «м'якість» спостерігається за умов тривісного стискання. Наприклад:

$$S_1 = -S;\ S_2 = S_3 = -\frac{7}{3}S; \rightarrow \alpha = 4. \tag{1.37}$$

Таким чином, деякі матеріали, що є крихкими – сірий чавун, загартована сталь, певні інтерметаліди – можуть суттєво деформуватися за більш «м'яких» схем навантаження.

### *1.10.2 Коефіцієнт «тривісності»*

Жорсткість схеми навантаження також характеризується *коефіцієнтом «тривісності»*:

$$\beta = \frac{S_n}{|S_{max}|}, -1 < \beta < 1, \tag{1.38}$$

де $S_n = \frac{S_x+S_y+S_z}{3}$ – середнє нормальне напруження;

$|S_{max}|$ – найбільше (за модулем) головне нормальне напруження.

Чим більшим є коефіцієнт «тривісності», тим складніше проходить пластична деформація, тобто тим меншою буде здатність матеріалу деформуватися.

Деякі значення коефіцієнтів «м'якості» та «тривісності» для певних видів напруженого стану наведено в табл. 1.2.

*Таблиця 1.2.* **Коефіцієнти «м'якості» та «тривісності» для різних видів випробувань**

| **Вид випробувань** | **Головні нормальні напруження** | | | **Коефіцієнти** | |
|---|---|---|---|---|---|
| | $S_1$ | $S_2$ | $S_3$ | $\alpha$ | $\beta$ |
| Тривісне розтягування | $S$ | $S$ | 1/2 $S$ | 2/5 | 5/6 |
| Двовісне розтягування | $S$ | $S$ | 0 | 2/3 | 2/3 |
| Одновісне розтягування | $S$ | 0 | 0 | 1/2 | 1/3 |
| Кручення | $S$ | 0 | $-S$ | 4/5 | 0 |
| Одновісне стискання | 0 | 0 | $-S$ | 2 | −1/3 |
| Тривісне стискання | $-S$ | −7/3 $S$ | −7/3 $S$ | 4 | −17/21 |

Для деяких випадків коефіцієнт $\beta$ краще, ніж $\alpha$, характеризує «жорсткість» схеми навантаження. З табл. 1.2 видно, що двовісне розтягування є «м'якішим» за одновісне, але за величиною $\beta$ – навпаки. На практиці перевірено, що двовісне розтягування є більш «жорсткою» схемою, ніж одновісне, тобто для цього випадку коефіцієнт «тривісності» забезпечує отримання більш коректної інформації.

Треба зауважити, що значення коефіцієнтів «м'якості» та «тривісності» не дозволяють отримати кількісних оцінок деформаційного про-

цесу, вони лише можуть використовуватися для порівняльної оцінки «жорсткості» різних схем випробувань. Зазвичай для оцінювання властивостей крихких матеріалів використовують випробування з великим коефіцієнтом $\alpha$ (та малим коефіцієнтом $\beta$), а властивості пластичних матеріалів визначають за «жорстких» схем випробувань.

## Контрольні запитання та задачі до теми 1

***Перелік теоретичних запитань***

1. Що таке міцність та пластичність матеріалу? Чим вони різняться?
2. Що таке механічне напруження? В яких одиницях його вимірюють?
3. Як описати напружений стан визначеної точки тіла?
4. Якого типу напруження можуть виникати у твердому тілі у процесі навантаження?
5. Який фізичний зміст компонентів тензора напружень?
6. Чи можуть бути одночасно максимальними чи мінімальними нормальні та дотичні напруження?
7. Що таке деформація? Якого типу бувають деформації твердого тіла?
8. Чому умовна деформація тіла більша за істинну?
9. Який фізичний зміст складових тензора деформації твердого тіла?
10. Як визначити зміну об’єму тіла, що виникає внаслідок деформування?
11. Суперпозицією яких видів деформації можна описати будь-який деформований стан? Чому?
12. Чим різняться коефіцієнт «м’якості» від коефіцієнта «тривісності» під час визначення жорсткості напруженого стану?
13. Якими правилами доцільно користуватися у процесі вибору методу механічних випробувань матеріалу?

***Перелік задач для самостійного опрацювання***

1. Проаналізувати зміну величини нормального / дотичного напруження розтягу за збільшення кута нахилу зразка відносно осі наван-

тажування від 0° до 180°. Напруження, що діє в досліджуваному перерізі, вважати рівним 100 МПа.

2. Обґрунтувати вибір величини істинного напруження, якщо після розрахунків істинного та умовного напружень, що відповідають одному видовженню, отримані значення становили 220 МПа та 250 МПа.

3. Якщо площа перерізу зразків, що перебувають під однаковим навантаженням, різниться вдвічі, то чи буде різнитися напруження у цих зразках? Який зразок буде мати більше напруження?

4. Визначити вихідну довжину зразка, якщо після випробувань робоча довжина зразка становить 12 см, а умовне видовження дорівнює 15 %.

5. Обґрунтувати правила вибору типу випробування для дослідження механічних характеристик крихких матеріалів. Для цього треба використати коефіцієнти «тривісності» $\beta$ з табл. 1.2. Для ілюстрації взяти два будь-яких методи.

## Перелік рекомендованої літератури

1.1. Холявко В. В. Фізика металів. Основи тензорного аналізу та елементи теорії пружності : навч. посіб. / В. В. Холявко. – Київ : НТУУ «КПІ», 2010. – 158 с.

1.2. Белоус М. Физика металлов / М. Белоус, М. Браун. – Київ : Вища шк., 1986. – 343 с.

1.3. Stress tensor – Engineering libretexts [Electron resource]. – Access link : https://eng.libretexts.org/Bookshelves/Mechanical_ Engineering/ Structural_Mechanics_(Wierzbicki)/02%3A_The_Concept_of_Stress%2C_Generalized_Stresses_and_Equilibrium/2.01%3A_Stress_Tensor.

1.4. Hashiguchi K. Nonlinear Continuum Mechanics for Finite Elasticity – Plasticity Multiplicative Decomposition with Subloading Surface Model / K. Hashiguchi. – Elsevier Inc, 2020. – 407 p.

1.5. Разумова М. А. Основи векторного і тензорного аналізу : навч. посіб. / М. А. Разумова, В. М. Хотяїнцев. – Київ : Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2011. – 216 с.

# Тема 2 ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ

## 2.1 Елементарний закон Гука

У темі 1 зазначалося, що для випадку, коли після зняття навантаження форма та розміри деформованого тіла відновлюються, таку деформацію класифікують як пружну. Закономірності пружної поведінки матеріалів уперше сформулював Р. Гук у 1678 році досить простим чином: «Яке зміщення, така і сила». Це означає:

– збільшення довжини зразка у процесі розтягування прямо пропорційне навантаженню за постійних вихідних значень довжини та перерізу зразка;

– збільшення довжини прямо пропорційне вихідній довжині зразка за постійних значень навантаження та перерізу;

– збільшення довжини обернено пропорційне перерізу зразка, якщо навантаження та вихідна довжина не змінюються.

Математично це можна виразити таким чином:

$$l_n - l_0 = const P l_0 \frac{1}{F_0} \tag{2.1}$$

або

$$\frac{P}{F_0} = const \frac{l_n - l_0}{l_0}, \tag{2.2}$$

де $l_n$ та $l_0$ – поточна і вихідна довжина зразка відповідно;

$F_0$ – вихідна площа поперечного перерізу зразка;

$P$ – прикладена сила.

Звідки, користуючись визначеннями напруження (1.1) та відносного видовження (1.17), отримаємо *елементарний закон Гука*:

$$\sigma = E\delta \tag{2.3}$$

або

$$S = Ee, \tag{2.4}$$

де $\sigma$ – умовне напруження;

$\delta$ – умовна деформація;

$S$ – істинне напруження;

$e$ – істинна деформація;

$E$ – константа пропорційності.

Графічно закон Гука можна задати прямолінійною залежністю в координатах «напруження – деформація» (рис. 2.1).

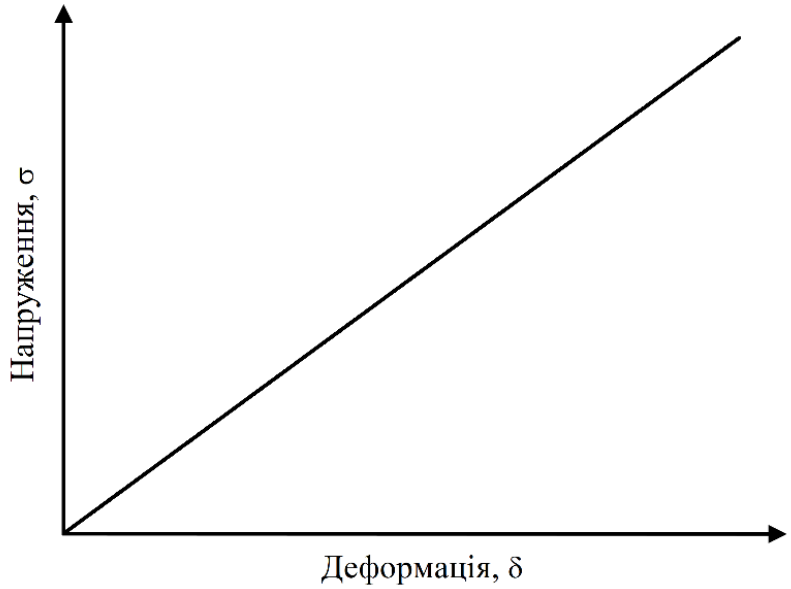



*Рис. 2.1.* Графічне зображення закону Гука

Коефіцієнт пропорційності, який пов’язує напруження та деформацію, називають модулем пружності.

Закон Гука застосовують лише для опису пружної деформації, межі його використання обмежено:

– для крихких тіл – руйнуванням;

– для пластичних тіл – початком пластичної деформації;

– для високопластичних – початком суттєвих відхилень від лінійності залежності «напруження – деформація».

## 2.2 Узагальнений закон Гука для анізотропного середовища

Матеріал є *ізотропним*, якщо його фізичні властивості є однаковими за усіма кристалографічними напрямками, та *анізотропним*, якщо ці властивості різняться за напрямками. Більшості металевих матеріалів, особливо монокристалам, притаманний анізотропний характер механічних властивостей. Анізотропія пружних властивостей матеріалу залежить від його природи, зокрема від типу кристалічної будови. До прикладу, значення сили, прикладання якої потрібне для руйнування кубічних кристалів, може відрізнятися до чотирьох разів для різних кристалографічних напрямків (рис. 2.2).

Таким чином, *узагальнений закон Гука для анізотропного тіла* суттєво ускладнюється і встановлює лінійну залежність між всіма компонентами тензора напружень і тензора деформації:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\delta_{kl}, \tag{2.5}$$

де $\sigma_{ij}$ та $\delta_{kl}$ – тензори напружень і деформації відповідно;

$C_{ijkl}$ – *матриця модулів пружності*, яка є тензором IV рангу та складається з 81 компонента.

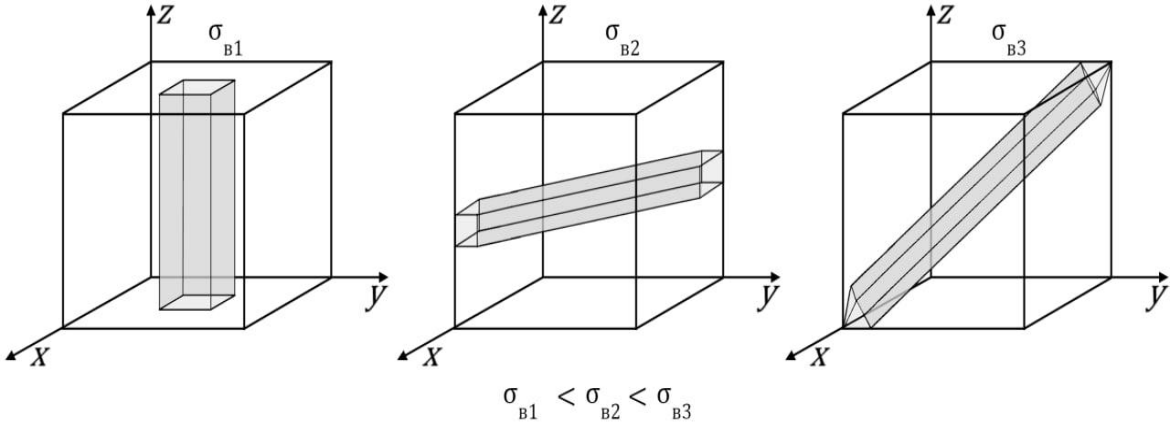



*Рис. 2.2.* Міцність кубічного кристала
за різними кристалографічними напрямками

Аналогічним чином можна встановити обернене співвідношення між тензором деформації та тензором напружень:

$$\delta_{kl} = S_{klij}\sigma_{ij}, \tag{2.6}$$

де коефіцієнт $S_{ijkl}$ є тензором модулів пружної піддатливості.

Як можна побачити з цих виразів, тензор модулів пружності та тензор модулів пружної піддатливості є оберненими один до одного, тобто

$$S_{klij} = \frac{1}{C_{ijkl}}. \tag{2.7}$$

Розглянемо властивості тензорів, що входять до узагальненого закону Гука для анізотропного тіла. Як було показано вище, тензори напруження та деформації є симетричними тензорами. Отже, тензор модулів пружності пов’язує між собою два симетричних тензори, що свідчить про те, що він також є симетричним. Для тензора модулів пружності виконується попарний закон симетрії відносно індексів *i* та *j*, *k* та *l*, тобто

$$C_{ijkl} = C_{jikl};\ C_{ijkl} = C_{ijlk}. \tag{2.8}$$

Тоді з 81 компонента тензора модулів пружності для розрахунків залишається лише 36 незалежних компонентів. Для зручності їх можна записати у вигляді матриці 6×6, але для цього необхідно застосувати *правило Фойгта*. В. Фойгт довів, що незалежні компоненти тензора модулів пружності можуть бути задані матрицею 6×6, якщо використати мнемонічне правило і кожній парі індексів призначити новий індекс $C_{ijkl} \to C_{mp}$:

| $ij(kl)$ | 11 | 22 | 33 | 23; 32 | 31; 13 | 21; 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $m(p)$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |

Введення такого матричного запису сприяє зменшенню кількості компонентів матриці модулів пружності, але викликає необхідність введення додаткових множників:

$C_{ijkl} = C_{mp}$,
якщо m та p дорівнюють 1 або 2, або 3 й рівні між собою;
$2C_{ijkl} = C_{mp}$,
якщо m та p дорівнюють 4 або 5, або 6 й не рівні між собою;
$4C_{ijkl} = C_{mp}$,
якщо m та p дорівнюють 4 або 5, або 6 й рівні між собою.

Тож *узагальнений закон Гука для анізотропного матеріалу* у розгорнутому вигляді можна записати в такій формі:

$$\begin{cases} S_x = C_{11}e_x + C_{12}e_y + C_{13}e_z + C_{14}g_{xy} + C_{15}g_{yz} + C_{16}g_{xz} \\ S_y = C_{21}e_x + C_{22}e_y + C_{23}e_z + C_{24}g_{xy} + C_{25}g_{yz} + C_{26}g_{xz} \\ S_x = C_{31}e_x + C_{32}e_y + C_{33}e_z + C_{34}g_{xy} + C_{35}g_{yz} + C_{36}g_{xz} \\ t_{xy} = C_{41}e_x + C_{42}e_y + C_{43}e_z + C_{44}g_{xy} + C_{45}g_{yz} + C_{46}g_{xz} \\ t_{yz} = C_{51}e_x + C_{52}e_y + C_{53}e_z + C_{54}g_{xy} + C_{55}g_{yz} + C_{56}g_{xz} \\ t_{zx} = C_{61}e_x + C_{62}e_y + C_{63}e_z + C_{64}g_{xy} + C_{65}g_{yz} + C_{66}g_{xz} \end{cases}. \quad (2.9)$$

Не всі з отриманих 36 модулів пружності є різними та незалежними. Перетворений тензор модулів пружності в індексах Фойгта так само пов'язує між собою симетричні тензори напруження та деформації. Завдяки виконанню закону парності недіагональних компонентів симетричного тензора $C_{mp} = C_{pm}$ (симетричності матриці відносно діагоналі $C_{11} - C_{66}$) кількість незалежних модулів зменшується до 21. Отже, для визначення всіх компонентів тензора напруження для загального

випадку потрібно знати тензор деформації та 21 модуль пружності:

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ & & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ & & & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ & & & & C_{55} & C_{56} \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix}. \tag{2.10}$$

Однак для більшості випадків визначати таку кількість модулів пружності не потрібно, оскільки у кристалі діє принцип Наймана: сукупність елементів симетрії фізичної властивості в певному кристалі повинна містити всі елементи симетрії просторової групи цього кристала. Унаслідок цього деякі з компонентів тензора модулів пружності обертаються в нуль, а інші пов'язані між собою визначеними співвідношеннями. Можна показати, наприклад, що в тетрагональних кристалах незалежними є шість модулів пружності – $C_{11}$, $C_{12}, C_{13}$, $C_{33}$, $C_{44}$, $C_{66}$. Для кристалів гексагональної симетрії кількість таких незалежних величин дорівнює п'яти: $C_{11}$, $C_{12}$, $C_{13}$, $C_{33}$, $C_{44}$. Для більш симетричних кристалів кубічної сингонії вона зменшується до трьох – $C_{11}$, $C_{12}$, $C_{44}$ – і тензор буде мати такий вигляд:

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ & & & & C_{44} & 0 \\ & & & & & C_{44} \end{bmatrix}. \tag{2.11}$$

Існують довідникові таблиці, в яких наведено загальний вигляд тензора модулів пружності для кристалів різної симетрії. Таким чином, якщо відома кристалографічна симетрія матеріалу, то розрахунки модулів пружності проводяться лише для незалежних компонентів тензора модулів пружності, однак якщо симетрія матеріалу не встановлена, то необхідно розраховувати всі 21 компонент тензора модулів пружності чи пружної піддатливості.

## 2.3 Пружні константи

З формул (2.5) та (2.6) випливає загальний фізичний зміст модулів пружності: вони характеризують інтенсивність збільшення напруження зі зростанням відносної деформації, тобто визначають тангенс кута нахилу деформаційної кривої в координатах «напруження – деформація» (див. рис. 2.1).

Існує чотири основних пружних модулі, які є сталими величинами для кожного матеріалу: $E,\ G,\ K,\ \mu$ (рис. 2.3).

Модуль $E$ називають *модулем нормальної пружності*, або *модулем Юнга*, модуль $G$ – *модулем дотичної пружності*, або *модулем зсуву*, модуль $K$ – *модулем об'ємної пружності*:

$$E = \frac{S}{e}, \tag{2.12}$$

$$G = \frac{t}{g}, \tag{2.13}$$

$$K = \frac{P}{\aleph}, \tag{2.14}$$

де $S$ – істинне напруження;

$e$ – видовження;

$t$ – дотичне напруження;

$g$ – зсув;

$P$ – гідростатичний тиск;

$\aleph$ – відносне зменшення об'єму.

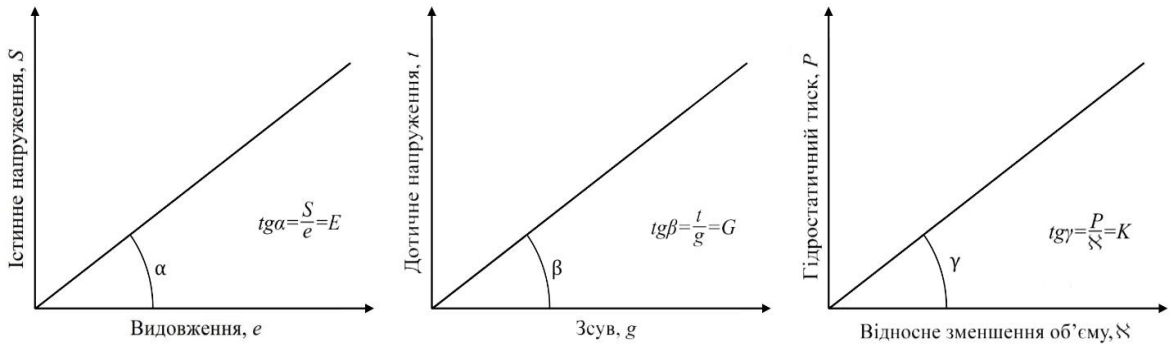
Рівняння (2.12) – (2.14) визначають зв'язок між напруженням та деформацією за одним напрямком.

Однак у процесі одновісного розтягування зразка відбувається не лише його видовження, а й зменшення площі поперечного перерізу, тобто відбувається стискання вздовж двох інших координатних осей. Таким чином, для загального випадку за умови одновісного напруженого стану у твердих тілах відбувається тривісна деформація.

Поперечна деформація за умови пружного розтягування або стискання характеризується *коефіцієнтом Пуассона* μ, який дорівнює відношенню поперечної до повздовжньої відносної деформації, взятому із протилежним знаком:

$$\mu = -\frac{e_y}{e_x}. \tag{2.15}$$

Звідси $e_z = e_y = -\mu e_x e_y$ (за умови, що деформація відбувається вздовж осі *X*). Знак «–» вказує на те, що за поперечним напрямком відбувається стискання матеріалу. Для більшості чистих металів $0{,}25 < \mu < 0{,}35$.




а б в

*Рис. 2.3.* Прямолінійні ділянки деформаційних кривих для визначення пружних модулів за умови: а – одновісного розтягування; б – кручення; в – гідростатичного стискання

Для зручності чотири основних модулі пружності надалі будемо називати константами пружності.

Константи пружності матеріалу можна задати, використовуючи компоненти тензора модулів пружності:

$$G = 3C_{12} + 2C_{44}, \tag{2.16}$$

$$E = \frac{C_{44}(3C_{12} + 2C_{44})}{C_{12} + C_{44}}, \tag{2.17}$$

$$K = C_{12} + \frac{2}{3}C_{44}, \tag{2.18}$$

$$\mu = \frac{C_{12}}{2(C_{12} + C_{44})}. \tag{2.19}$$

## 2.4 Властивості констант пружності

Константи пружності належать до категорії стабільних властивостей, які несуттєво змінюються під впливом різних чинників. Утім, розглянемо вплив деяких з них:

– параметрів структури (тип кристалічної ґратки, її спотворення домішками, розмір зерна);

– температури та перебігу фазових перетворень;

– деформації (швидкість деформування, наявність попередньої пластичної деформації).

### *2.4.1 Вплив параметрів структури*

Унаслідок наявності анізотропії величина модулів пружності для різних кристалографічних напрямків може суттєво різнитися. Так, для деяких кубічних кристалів виконується співвідношення $\frac{E_{[111]}}{E_{[110]}} = 3$. Також ступінь анізотропії має виражену залежність від типу кристалічної ґратки металу. Найбільші та найменші значення констант пружності деяких типових металів у монокристалічному стані наведено в табл. 2.1.

Ступінь анізотропності матеріалу математично можна задати, використовуючи *коефіцієнт анізотропії*:

$$\gamma = \frac{2C_{44}}{C_{11} - C_{12}}. \tag{2.20}$$

Якщо матеріал ізотропний, то коефіцієнт анізотропії дорівнює одиниці, оскільки опір зсуву за всіма напрямками є однаковим (до прикладу, такі властивості має вольфрам).

*Таблиця 2.1.* **Пружні властивості деяких металів у монокристалічному стані [2.1]**

| **Тип ґратки** | **Метал** | **Модуль Юнга, МПа** | | **Модуль зсуву, МПа** | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | **найбільший** | **найменший** | **найбільший** | **найменший** |
| ГЦК | Al | 770 | 640 | 290 | 250 |
| | Cu | 1940 | 680 | 770 | 310 |
| | Ag | 1170 | 440 | 445 | 197 |
| | Au | 1140 | 420 | 410 | 180 |
| ОЦК | Fe | 2900 | 1350 | 1180 | 610 |
| | W | 4000 | 4000 | 1550 | 1550 |
| ГЩП | Mg | 514 | 437 | 184 | 171 |
| | Zn | 1263 | 365 | 497 | 278 |
| | Cd | 830 | 288 | 251 | 184 |

Унаслідок легування металів елементами, що утворюють твердий розчин, модулі пружності змінюються майже лінійно й можуть як збіль-

шуватися, так і зменшуватися. Модулі пружності сплавів однієї кристалографічної системи відрізняються несуттєво, навіть за значної відмінності складу. Наприклад, у латуні зміна концентрації Zn від декількох до сорока відсотків знижує значення модуля Юнга на 5 % – 6 %. Зростання чи зменшення констант пружності залежить від низки чинників:

– вони зменшуються, якщо атоми заміщення зменшують міжатомну відстань;

– збільшуються за рахунок атомів проникнення, які гальмують рух дислокацій;

– збільшуються, якщо сили зв'язку розчинених атомів з атомами основи більші, ніж між атомами в чистому металі;

– збільшуються, якщо в результаті легування формується нова фаза, яка характеризується більшою константою пружності (наприклад, у результаті додавання до Al малорозчинних у ньому Mn, Ni, Be);

– зменшуються, якщо у сплаві зростає кількість фази з меншим модулем пружності (наприклад, фази сірого чавуну і чистого заліза).

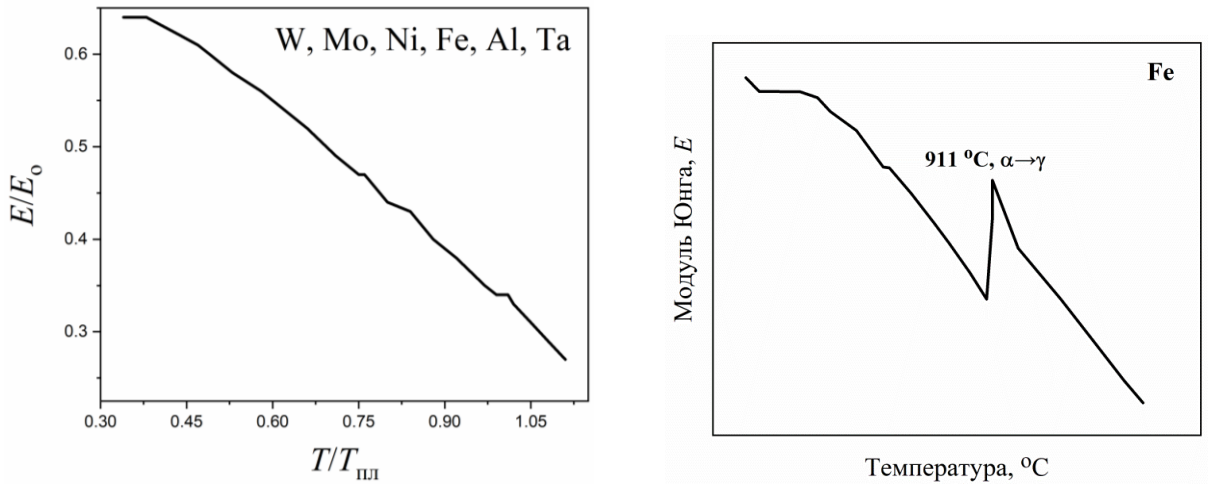
Константи пружності металів є структурно малочутливими, розмір зерен матеріалу майже не впливає на їхні значення.

### *2.4.2 Вплив температури*

З підвищенням температури від 0 К до температури плавлення константи пружності чистих металів і більшості сплавів зменшуються до 2 – 2,5 разів. Ця залежність є нелінійною, оскільки швидкість цього зменшення з наближенням до температури плавлення збільшується. Такі зміни пов'язані з підвищенням рівноважної міжатомної відстані внаслідок термічного розширення. Оскільки $E \approx \frac{k}{a^m}$ ($a$ – міжатомна відстань; $k$ та $m$ – сталі, що характеризують конкретний матеріал), то модуль пружності значною мірою залежить від температурного коефіцієнта розширення матеріалу.

Оскільки константи пружності пов'язані із силою міжатомних зв'язків та міжатомною відстанню, то залежність нормованого модуля Юнга $E/E_0$ ($E_0$ – значення модуля за 0 К) від гомологічної температури ($T/T_{\text{пл}}$) виявляється однаковою для різних металів, що характеризуються різними температурами плавлення (рис. 2.4, а).

Якщо у процесі нагрівання метал зазнає структурних змін (поліморфні, фазові перетворення), то модуль Юнга при цьому стрибкоподібно змінюється (рис. 2.4, б).




а б

*Рис. 2.4*. Залежність модуля Юнга від температури:
а – для низки чистих металів, що не зазнають
структурних перетворень; б – для Fe з α→$\Upsilon$ перетворенням

### *2.4.3 Вплив деформації*

Швидкість деформування не впливає на величину констант пружності. Це обумовлено тим, що швидкість поширення пружної деформації у твердому тілі характеризується швидкістю поширення в ньому звуку:

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \tag{2.21}$$

де ρ – щільність матеріалу.

Таким чином, швидкість пружної деформації є набагато вищою, ніж швидкість навантажування.

Попередня холодна пластична деформація знижує пружні константи, що пояснюється такими механізмами:

– деформація обумовлює виникнення переважної орієнтації зерен (рівень пружних констант при цьому може змінюватися на десятки відсотків);

– холодна деформація обумовлює зміни дефектної структури кристала, які супроводжуються збільшенням міжатомної відстані і, як наслідок, – зниженням сили міжатомного зв’язку.

## 2.5 Зв’язок між модулями пружності та фізичними константами матеріалу

Усі константи пружності пов’язані між собою, тобто якщо відомі дві з цих констант, то можна розрахувати величину інших. Деякі співвідношення між пружними константами наведено в табл. 2.2.

Константи пружності пов’язані з іншими фізичними сталими матеріалу певними співвідношеннями. Так, наприклад, за формулою Річардса можна оцінити модуль об’ємної пружності, знаючи атомну масу $A$, температуру плавлення $T_{\text{пл}}$, $K$, та густину ρ, кг/м$^3$:

$$K = 0{,}00021\frac{A}{\rho^{1{,}25}(T_{\text{пл}} - 50)}. \qquad (2.22)$$

За А. Портвеном модуль Юнга можна розрахувати за формулою

$$E = \frac{kT_{\text{пл}}^{a}}{\nu}, \qquad (2.23)$$

де $k$ – стала Больцмана;

$\nu$ – питомий об’єм;

$a$ – стала, що характеризує природу матеріалу (для більшості металів має значення від 0,6 до 1,7).

*Таблиця 2.2.* **Співвідношення між модулем нормальної пружності $E$, модулем зсуву $G$, модулем об’ємної пружності $K$ та коефіцієнтом Пуассона μ [2.2]**

| | $E$ | $G$ | $K$ | μ |
|---|---|---|---|---|
| $K, E$ | – | $\frac{3KE}{9K-E}$ | – | $\frac{1}{2}-\frac{E}{6K}$ |
| $K, G$ | $\frac{9GK}{G+3K}$ | – | – | $\frac{1}{2}(\frac{3K-2G}{3K+2G})$ |
| $K$, μ | $3K(1-2\mu)$ | $\frac{3}{2}K(\frac{1-2\mu}{1+\mu})$ | – | – |
| $E, G$ | – | – | $\frac{E}{3(3G-E)}$ | $\frac{E}{2G}-1$ |
| $E$, μ | – | $\frac{E}{2(1+\mu)}$ | $\frac{E}{3(1-2\mu)}$ | – |
| $G$, μ | $2G(1+\mu)$ | – | $\frac{3}{2}G(\frac{1+\mu}{1-2\mu})$ | – |

## 2.6 Узагальнений закон Гука для ізотропного тіла

Як вже зазначалося, за узагальненим законом Гука компоненти тензора деформації у визначеній точці тіла є лінійними функціями компонентів тензора напружень у тій самій точці тіла і навпаки.

Найчастіше тверді тіла мають полікристалічну будову. Кожне зерно (кристаліт) може мати певну анізотропію властивостей. Однак для більшості випадків зерна в полікристалі орієнтовані хаотично і, як наслідок, – загальної анізотропії властивостей не спостерігається. Тому полікристали можна вважати квазіізотропними матеріалами. Матриця модулів пружності для ізотропного тіла має лише два незалежних компоненти: $C_{12}$ і $C_{44}$. Таким чином, для полікристалів в області дії закону Гука для визначення тензора деформації за заданого тензора напружень необхідно знати лише два модулі пружності матеріалу.

*Узагальнений закон Гука для ізотропного тіла* (полікристала) у розгорнутому вигляді для визначення деформацій можна записати таким чином:

$$\begin{cases} e_x = \frac{1}{E}\left[S_x - \mu\left(S_y + S_z\right)\right], & g_{xy} = {}^{t_{xy}}/_{G} \\ e_y = \frac{1}{E}\left[S_y - \mu\left(S_x + S_z\right)\right], & g_{yz} = {}^{t_{yz}}/_{G}, \\ e_z = \frac{1}{E}\left[S_z - \mu\left(S_x + S_y\right)\right], & g_{xz} = {}^{t_{xz}}/_{G} \end{cases} \tag{2.24}$$

або для визначення напружень:

$$\begin{cases} S_x = Ke_x + (K - 2G)\left(e_y + e_z\right), & t_{xy} = 2Gg_{xy} \\ S_y = Ke_y + (K - 2G)(e_x + e_z), & t_{yz} = 2Gg_{yz}, \\ S_z = Ke_z + (K - 2G)\left(e_x + e_y\right), & t_{xz} = 2Gg_{xz} \end{cases} \tag{2.25}$$

або з використанням сталої Ляме λ, яка є композицією констант пружності:

$$\begin{cases} S_x = \lambda\aleph + 2Ge_x \\ S_y = \lambda\aleph + 2Ge_y \\ S_z = \lambda\aleph + 2Ge_z, \\ \lambda = \frac{E\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)} \end{cases} \tag{2.26}$$

де $\aleph = e_x + e_y + e_z$ – відносна зміна об’єму.

Отже, запис закону Гука у такому вигляді дозволяє зробити висновок, що для загального випадку кожне нормальне напруження викликає зміни форми та об'єму ізотропного тіла, а дотичні напруження – лише зміну його форми.

## 2.7 Експериментальні методи визначення пружних констант

Швидкість поширення пружної деформації всередині матеріалу порівнянна зі швидкістю звуку в ньому, яка є набагато більшою, ніж швидкість деформування матеріалу за будь-яким методом (наприклад, швидкість звуку у сталі – 5000 м/с, у міді – 3700 м/с). Тому величина пружних констант не залежить від методу їхнього визначення.

Усі експериментальні методики визначення рівня пружних модулів можна розділити на два типи: статичні та динамічні.

За допомогою статичних методик вимірюють пружну деформацію, що виникає у процесі повільного (швидкість навантаження не перевищує $10^{-3}$ $с^{-1}$ – $10^{-10}$ $с^{-1}$), постійного та відомого навантаження. Під час проведення таких досліджень намагаються забезпечити досягнення матеріалом рівноважного стану.

Для визначення чотирьох основних констант пружності використовують одновісне розтягування, закручування, гідростатичне стискання тощо.

Використання динамічних методик визначення пружних модулів передбачає значну швидкість навантажування, хоча рівень загальної деформації матеріалу залишається меншим. Тривалість таких випробувань становить частки секунди. До динамічних випробувань належать, до прикладу, резонансні та імпульсні методики.

## Контрольні запитання та задачі до теми 2

***Перелік теоретичних запитань***

1. Пояснити закон Гука для монокристалів, вказати фізичний зміст складових рівняння, що його описує.
2. Вказати межі застосування закону Гука.
3. Чому механічні властивості монокристалів зазвичай анізотропні?

4. Як встановити ступінь анізотропії матеріалу з кубічною ґраткою?

5. Пояснити суть перетворень тензора модулів пружності за правилом Фойгта.

6. Чому кількість незалежних компонентів тензора модулів пружності зменшується зі збільшенням симетричності кристалічної будови матеріалу?

7. У чому відмінність між модулями та константами пружності матеріалу?

8. Чим вище значення модуля Юнга, тим більш чи менш пластичним є матеріал? Надати пояснення.

9. Який фізичний зміст модуля зсуву?

10. Чим вище значення коефіцієнта Пуассона, тим більш чи менш анізотропним є матеріал? Надати пояснення.

11. Який фізичний зміст модуля об'ємної пружності? В яких одиницях його вимірюють?

12. Охарактеризувати основні властивості констант пружності.

13. Вказати принципові відмінності запису закону Гука для ізотропного та анізотропного матеріалу. Навести приклад.

14. Охарактеризувати основні методи експериментального визначення величини пружних констант.

15. Чи залежить величина пружної константи від методу її експериментального визначення? Пояснити причину.

### *Перелік задач для самостійного опрацювання*

1. Чому дорівнює модуль Юнга заліза, якщо його модуль дотичної пружності становить 88,5 ГПа, а коефіцієнт Пуассона – 0,28? Якщо модуль Юнга міді дорівнює $1{,}25 \times 10^5$ МПа, то який із цих матеріалів – мідь чи залізо – є більш еластичним?

2. Визначити, який sз металів має більшу анізотропію властивостей, якщо модулі пружності алюмінію становлять $C_{11} = 10{,}82$, $C_{12} = 6{,}23$, $C_{44} = 2{,}85$, а модулі пружності міді становлять $C_{11} = = 12{,}89$, $C_{12} = 4{,}83$, $C_{44} = 7{,}61$.

3. Під час пружних випробувань магнію його тензор напружень має вигляд $S_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$. Розрахувати компоненти тензора деформації,

якщо модуль Юнга дорівнює 45,2 ГПа, а коефіцієнт Пуассона – 0,28. Визначити зміну об'єму внаслідок деформування зразка.

4. Гумовий кубик вільно, але без зазорів, вклали у сталеву форму таким чином, що дві його протилежні грані залишилися вільними. Зверху на кубик тиснуть із силою $P$. Визначити напруження та деформації кубика й відносну зміну його об'єму. Модуль пружності гуми становить $E$, коефіцієнт Пуассона – μ. Тертям між кубиком та стінками знехтувати. Сталеву форму вважати за таку, що не деформується.

5. Кристал хлорату натрію розтягували в довільному напрямку із силою $10^4$ Н/см$^2$. До якої температури потрібно нагріти цей кристал, щоб відносна зміна об'єму була аналогічною одновісному деформуванню?

## Перелік використаної та рекомендованої літератури

***Використана література***

2.1. Золоторевский В. Механические свойства металлов / В. Золоторевский. – 3-е изд. – М. : МИСИС, 1998. – 400 с.

2.2. Холявко В. В. Фізика металів. Основи тензорного аналізу та елементи теорії пружності : навч. посіб. / В. В. Холявко. – Київ : НТУУ «КПІ», 2010. – 158 с.

***Рекомендована література***

2.3. Callister W. D. Materials science and engineering / W. D. Callister, D. G. Rethwisch. – Wiley, 2014. – 905 p.

2.4. Писаренко Г. С. Опір матеріалів : підручник / Г. С. Писаренко, О. Л. Квітка, Е. С. Уманський. – Київ : Вища шк., 1993. – 655 с.

2.5. Concepts for integrating plastic anisotropy into metal forming simulations / D. Raabe, P. Klose, B. Engl, K.-P. Imlau, F. Friedel, F. Roters // Advanced Engineering Materials. – 2002. – no 4. – P. 169–180.

2.6. Smallman R. E. Modern physical metallurgy and materials engineering science, process, applications / R. E. Smallman, R. J. Bishop. – Sixth Edition. Butterworth-Heinemann & Reed Educational and Professional Publishing Ltd., 1999. – 438 p.

# Тема 3 ПЛАСТИЧНА ДЕФОРМАЦІЯ

## 3.1 Загальні поняття про пластичну деформацію і пластичність

*Пластична деформація* – це деформація, за якої після зняття навантаження розміри та форма тіла не відновлюються (це називають залишковою деформацією). *Пластичність* – це здатність матеріалу зазнавати значної залишкової деформації без руйнування. Пластична деформація є наслідком необоротних зміщень атомів з положень рівноваги під дією зовнішнього навантаження. Ці зміщення можуть відбуватися внаслідок реалізації одного з чотирьох механізмів: ковзання дислокацій, двійникування, дифузійної повзучості чи ковзання межами зерен.

Найчастіше реалізується механізм ковзання дислокацій, але за певних умов основним може стати і механізм двійникування. За умов дії високих температур пластична деформація може здійснюватися і за двома іншими механізмами. Також досить поширеною ситуацією є реалізація в матеріалі одночасно декількох механізмів пластичної деформації.

## 3.2 Дислокації та їх рух у кристалі

*Дислокація* – це лінійний дефект кристалічної будови. Дислокація може сформуватися в матеріалі внаслідок низки процесів (наприклад, кристалізації, рекристалізації, фазових перетворень, обробки тиском тощо), які супроводжуються викривленнями кристалічної ґратки. Дислокації в матеріалі наявні завжди та у великій кількості. Так, матеріал, який містить дислокації сумарною довжиною до 1000 см у 1 см$^3$, вважається низькодефектним.

Дислокації бувають трьох типів – крайові, гвинтові та змішані (рис. 3.1).

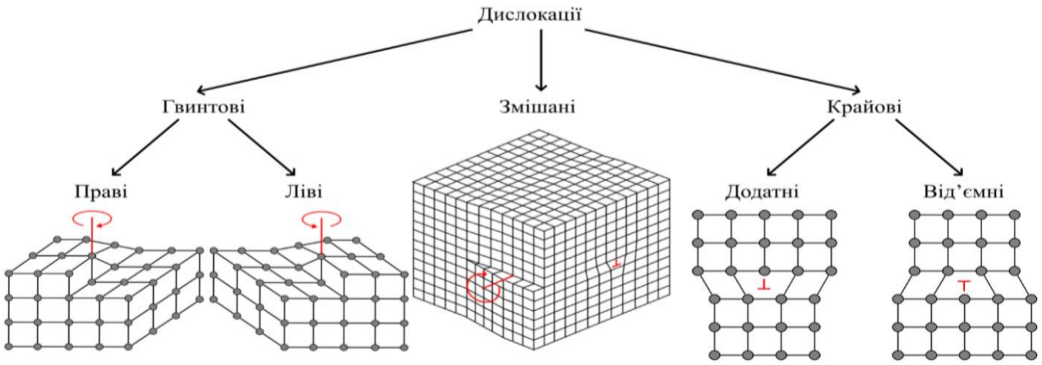



*Рис. 3.1.* Типи дислокацій у кристалічній структурі

### *3.2.1 Крайова дислокація*

*Крайова дислокація* виникає внаслідок зникнення частини атомної площини. Частина, що залишилася, має назву *екстраплощини* (рис. 3.2). Навколо крайнього атома екстраплощини в матеріалі виникають найбільші спотворення кристалічної ґратки. Цю зону називають *ядром дислокації*. Центр ядра дислокації є *віссю крайової дислокації*.

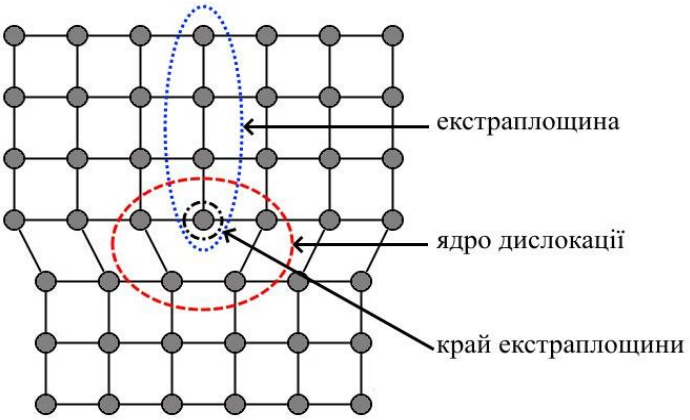



*Рис. 3.2.* Схема крайової дислокації в матеріалі

Крайові дислокації можуть бути двох типів (рис. 3.1): *додатними* (їх позначають ⊥) та *від'ємними* (їх позначають ┬). Цей розподіл є умовним, він потрібний для зручності опису взаємодії дислокацій у зоні спостереження. Якщо зображення перевернути на 180°, то знак дислокації зміниться на протилежний.

Крайова дислокація може рухатися *ковзанням* (розміри екстраплощини при цьому не змінюються) та *переповзанням* (екстраплощина добудовується чи розчиняється). У процесі ковзання крайової дислокації переносу маси не відбувається, а лише змінюються зв'язки між найближчими до краю екстраплощини атомами (рис. 3.3). Крайова дислокація рухається ковзанням в напрямку прикладеної сили. Цей процес не потребує великої енергії для активації і тому є основним механізмом руху крайових дислокацій.

Переповзання крайової дислокації здійснюється внаслідок дифузійних процесів, під час яких край екстраплощини або розчиняється, або добудовується (рис. 3.4). Оскільки це явище контролюється дифузією, то воно є набагато повільнішим за ковзання та вимагає більшої енергії для здійснення.

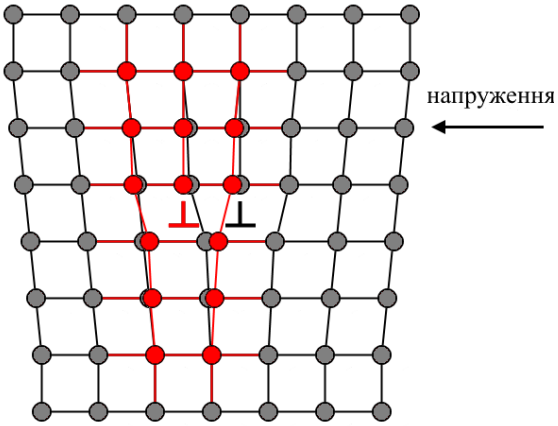



*Рис. 3.3.* Схема процесу ковзання крайової дислокації

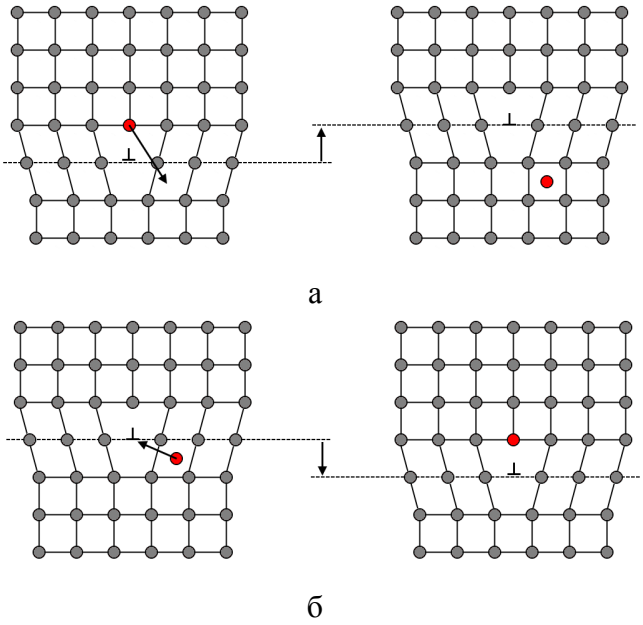



*Рис. 3.4.* Схеми переповзання крайової дислокації:
а – розчинення; б – добудова краю екстраплощини

Іноді у процесі руху крайової дислокації умови для її подальшого переміщення виникають лише на частині *осі дислокації* – тоді на ній виникають викривлення – *пороги* (рис. 3.5). На рис. 3.5, а зображено виникнення такого порогу внаслідок блокування руху частини осі дислокації (наприклад, унаслідок наявності там точкових дефектів). На рис. 3.5, б показано схему крайової дислокації з порогом, який виник унаслідок перетину з іншою дислокацією. Рух дислокації з порогами є ускладненим.

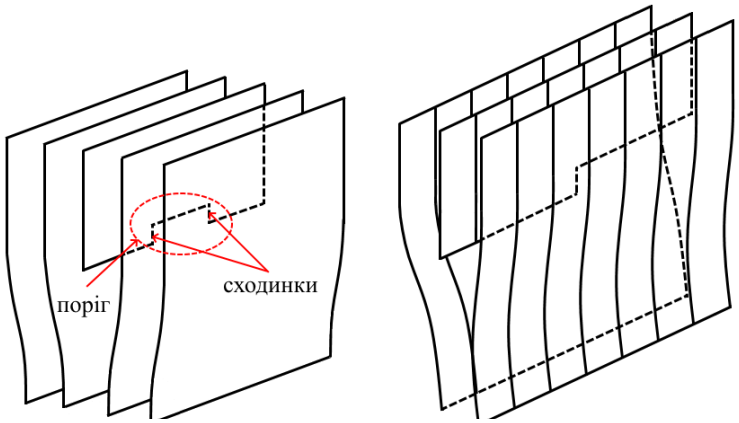



*Рис. 3.5*. Схема крайової дислокації з порогом:
а – виникнення порогу внаслідок місцевого блокування частини екстраплощини; б – виникнення порогу внаслідок перетину двох перпендикулярних крайових дислокацій

### *3.2.2 Гвинтова дислокація*

*Гвинтова дислокація* – лінійний дефект кристалічної будови матеріалу, який виникає внаслідок закручування частини однієї атомної площини навколо осі, яка є віссю дислокації (рис. 3.6). Закручуванню передує зсув частини площини вздовж осі дислокації.

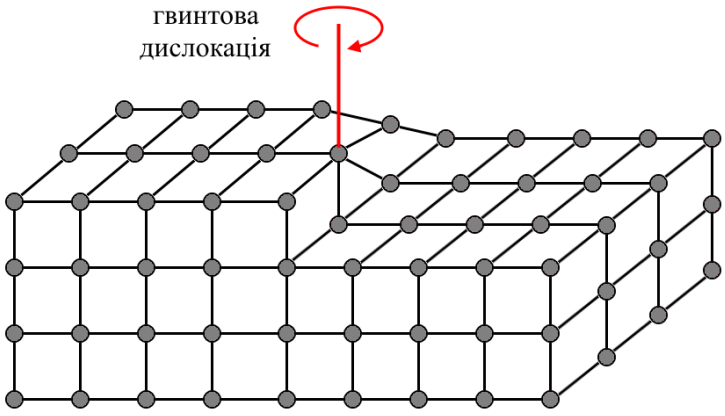



*Рис. 3.6.* Схема гвинтової дислокації

Гвинтова дислокація може рухатися *ковзанням*, при цьому ковзання відбувається в напрямку, що є перпендикулярним до зовнішнього навантаження (рис. 3.7).

Як і для випадку ковзання крайової дислокації, ковзання гвинтової дислокації супроводжується не переносом маси, а зміною зв’язків між атомами, і також є дуже швидким та низькоенергетичним процесом.

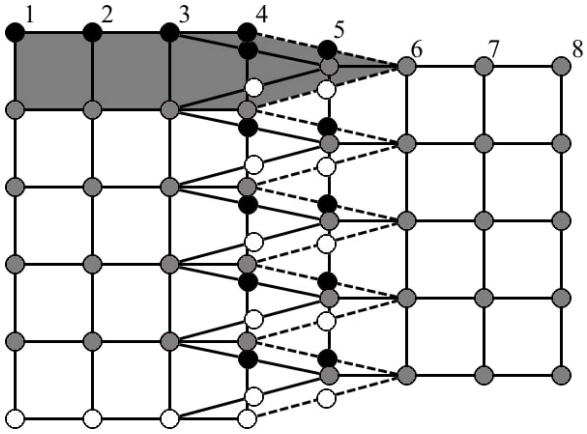



*Рис. 3.7.* Схема ковзання гвинтової дислокації:
чорні кружечки – атоми під площиною рисунку,
білі кружечки – над площиною, сірі кружечки – позиції атомів
над та під площиною рисунку збігаються,
пунктир – міжатомні зв'язки після ковзання дислокації.
До ковзання дислокація перебувала на позиціях 3 – 5,
після – на позиціях 4 – 6

На відміну від крайової, гвинтова дислокація може ковзати в будь-якій площині, яка проходить через її вісь. Якщо немає руху за попереднім напрямком, гвинтова дислокація може продовжити рух ковзанням в іншій площині. Такий рух називають *поперечним ковзанням*. Якщо через деякий час гвинтова дислокація знову змінить площину ковзання та продовжить рух у площині, яка є паралельною вихідній, то такий рух називають *подвійним поперечним ковзанням* (рис. 3.8). Якщо процедура зміни напрямку руху повторюється декілька разів, то це є випадком множного поперечного ковзання.

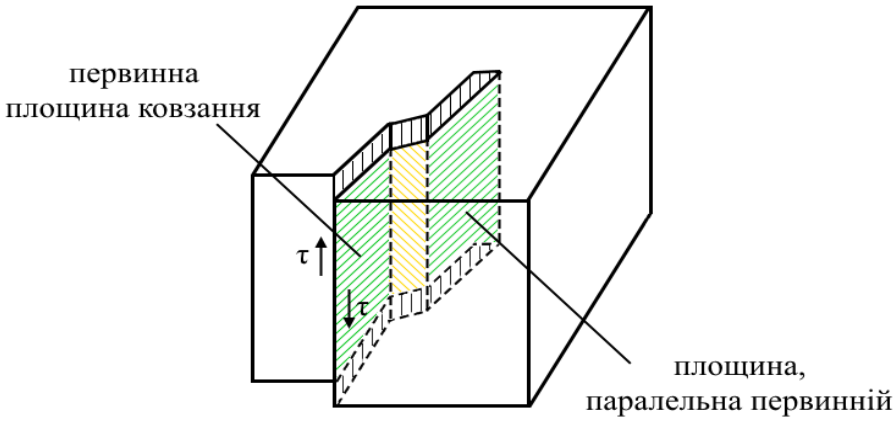



*Рис. 3.8.* Схема подвійного поперечного ковзання
гвинтової дислокації

На відміну від крайової дислокації, гвинтова дислокація не може рухатися дифузійним способом, тобто переповзання гвинтової дислокації неможливе.

### *3.2.3 Змішана дислокація*

*Змішана дислокація* є лінійним дефектом, який складається з пов'язаних між собою крайових та гвинтових дислокацій. Вісь змішаної дислокації є ламаною лінією, кожна із прямолінійних ділянок якої є віссю крайової чи гвинтової дислокації (рис. 3.9).

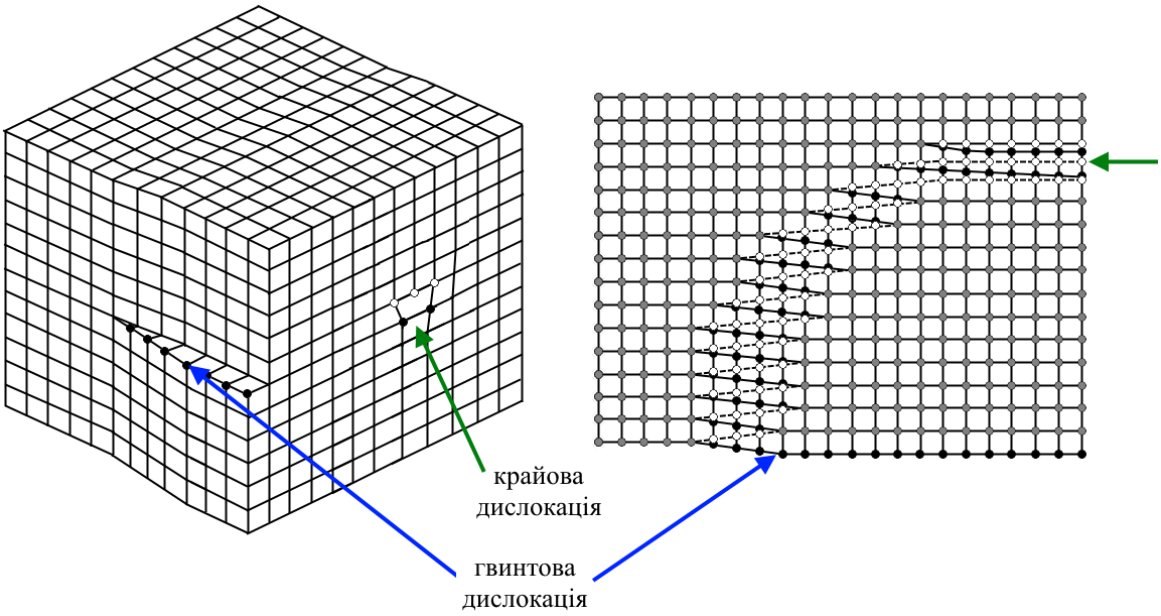



*Рис. 3.9.* Схема змішаної дислокації

Змішана дислокація може формувати замкнене коло, яке називають *дислокаційною петлею* (рис. 3.10).

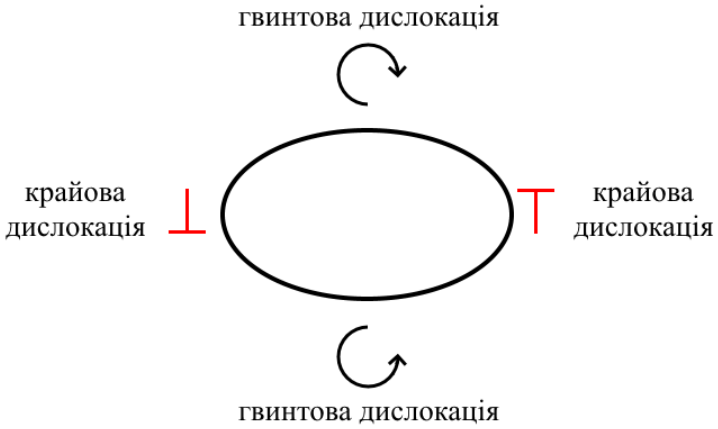



*Рис. 3.10.* Схема дислокаційної петлі

Змішана дислокація може рухатися лише *ковзанням*. Необхідно враховувати те, що крайові та гвинтові частини змішаної дислокації рухаються за різними напрямками щодо дії зсувних напружень.

Також можливе *поперечне ковзання* дислокаційної петлі (рис. 3.11).

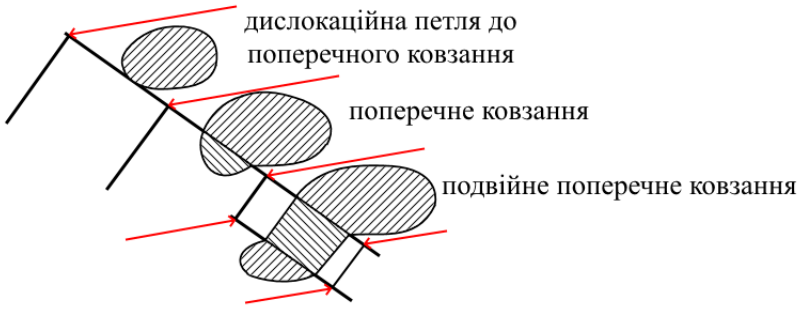
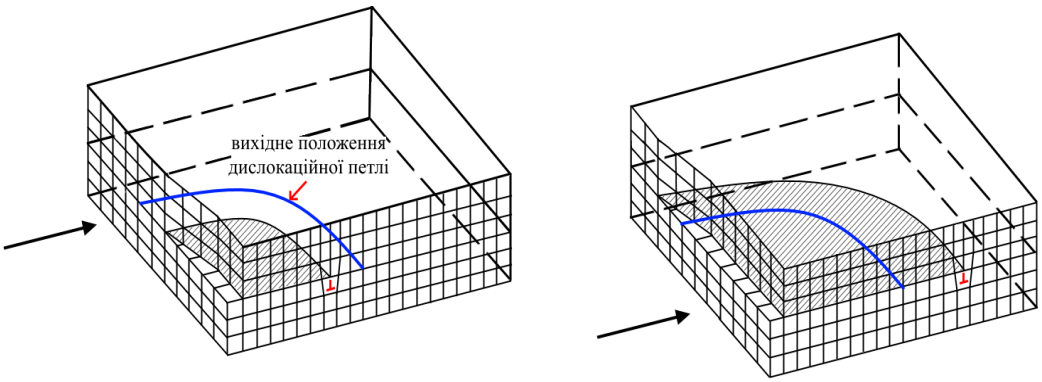



*Рис. 3.11.* Схема подвійного поперечного ковзання дислокаційної петлі

Якщо зсувні напруження прикладені ззовні дислокаційної петлі, то вона буде зменшуватися (рис. 3.12, а), а якщо всередині – збільшуватися у розмірах (рис. 3.12, б).




а б

*Рис. 3.12*. Схема впливу зовнішнього навантаження на дислокаційну петлю (стрілкою показано напрямок дії зсувних напружень):
а – напруження діють ззовні дислокаційної петлі;
б – напруження діють всередині дислокаційної петлі

### *3.2.4 Вектор Бюргерса дислокації*

Охарактеризувати дислокацію можна за допомогою *вектора Бюргерса*. За величиною та напрямком вектора Бюргерса можна описати рівень спотворення кристалічної ґратки, тип дислокації, її енергію та низку інших характеристик.

Для знаходження вектора Бюргерса дислокації будують *контур Бюргерса* – замкнений контур певного розміру в ідеальній ґратці. Якщо такий контур перенести в область ґратки навколо дислокації, то він стане розімкненим. Вектор, який з'єднує точку кінця обходу контуру з його початком, якщо рухатися за годинниковою стрілкою, і є вектором Бюргерса (рис. 3.13).

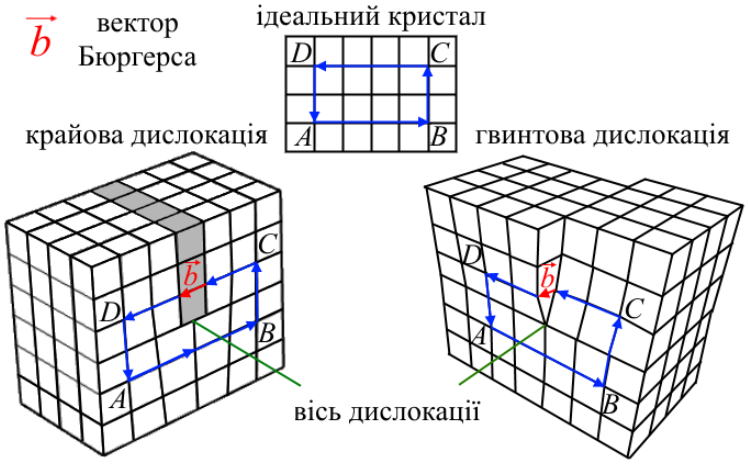



*Рис. 3.13.* Схема для визначення вектора Бюргерса дислокацій

Знайти величину вектора Бюргерса (*потужність дислокації*) можна за формулою

$$|\overline{b}| = na\sqrt{u^2 + v^2 + w^2}, \qquad (3.1)$$

де $a$ – період кристалічної ґратки;

$n$ – кількість періодів ґратки;

$u$, $v$, $w$ – індекси Міллера атома в елементарній комірці, де закінчується вектор Бюргерса.

Вектор Бюргерса є перпендикулярним до осі крайової дислокації та паралельним до осі гвинтової дислокації. Оскільки вектор Бюргерса однаковий вздовж всієї осі дислокації, то вона не може обриватися всередині кристала, а лише на його поверхні або біля іншого плоского чи об'ємного дефекту кристалічної будови матеріалу.

### *3.2.5 Визначення кількості дислокацій у матеріалі*

Кількість дислокацій у матеріалі описується їхньою щільністю. *Щільність* дислокацій – сумарна довжина осей дислокацій в об'ємі матеріалу, що дорівнює 1 см$^3$. Тому щільність дислокацій $\rho$ вимірюється в таких одиницях: $\left[{см}/{см^3}\right]$, тобто $[см^{-2}]$.

Оскільки дислокації з'являються в матеріалі ще на етапі твердіння, то створити зразок матеріалу макроскопічних розмірів повністю вільний від дислокацій неможливо. Зразок, щільність дислокацій в якому менша за величину $10^3$ см$^{-2}$ – $10^4$ см$^{-2}$, вважають бездефектним. У відпалених матеріалах щільність дислокацій у середньому становить $10^4$ см$^{-2}$ – $10^6$ см$^{-2}$, тоді як після холодного деформування, наприклад сталі, – $10^{11}$ см$^{-2}$ – $10^{13}$ см$^{-2}$. Максимальна щільність дислокацій, за якої зберігається кристалічна будова матеріалу, становить близько $10^{15}$ см$^{-2}$.

Кількість дислокацій суттєво впливає на рівень механічних характеристик матеріалів (рис. 3.14).

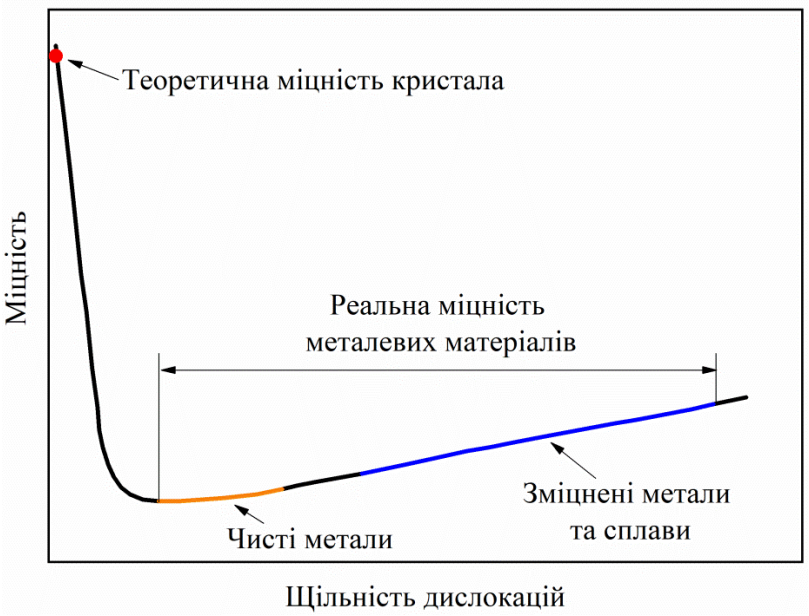
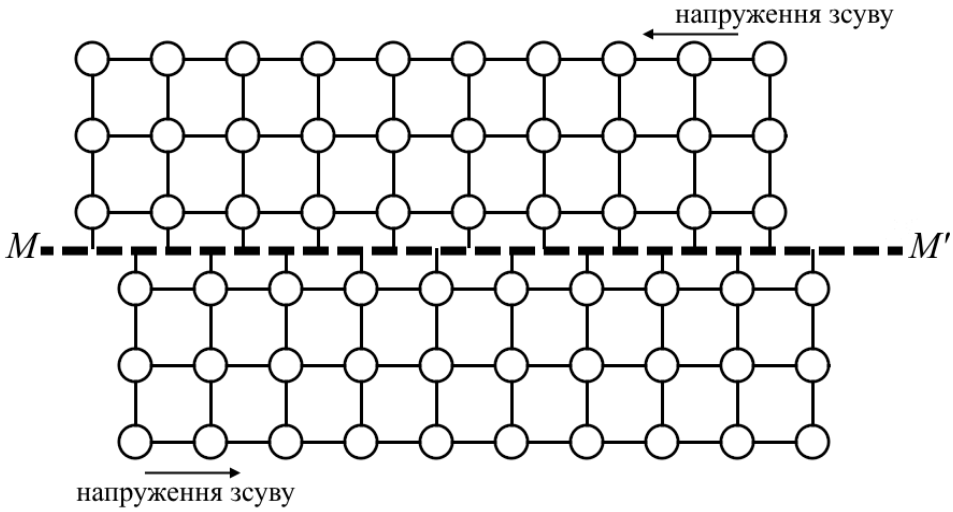



*Рис. 3.14.* Вплив щільності дислокацій на міцність матеріалів

Визначити щільність дислокацій у матеріалі можна або за допомогою аналітичних розрахункових методик, або за допомогою металографічного аналізу електронно-мікроскопічних зображень поверхні зразка.

## 3.3 Пластична деформація за механізмом ковзання дислокацій

Ковзання дислокацій є основним механізмом пластичної деформації на атомному рівні, оскільки вимагає найменшої кількості енергії для своєї реалізації. *Ковзання* – це таке переміщення однієї частини кристала відносно іншої, за якого кристалічна будова обох частин залишається незмінною, тобто у процесі ковзання одна частина переноситься як єдине ціле (транслюється) відносно суміжної їй частини. Це означає, що кожний атом переміщується на однакові відстані, що складають ціле число періодів повторюваності ґратки. Область зсуву звичайно обмежується областю поверхні, товщина якої дорівнює діаметру атома. Цю поверхню називають *площиною ковзання* (рис. 3.15).




*MM* – площина ковзання

*Рис. 3.15.* Модель руху атомів у процесі пластичної деформації

Механізм *зсуву* однієї частини кристала відносно іншої можна подати як результат пробігу крізь нього дислокації, що дорівнює ширині кристала (рис. 3.16). Тоді, чим більшою є кількість рухомих дислокацій і чим довшим є їхній сумарний шлях переміщень, тим більшою є пластична деформація матеріалу.

На поверхні матеріалу в результаті пластичної деформації виникають *сходинки ковзання*, а на мікрошліфах – *лінії ковзання*, сукупність яких формує *смугу ковзання* (рис. 3.17).

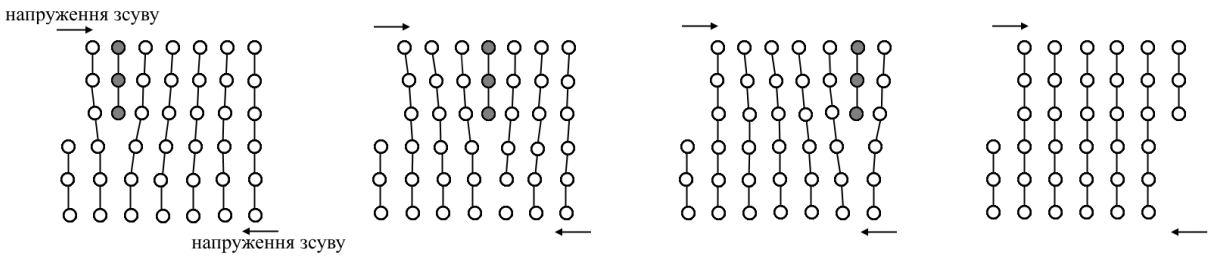



*Рис. 3.16.* Схема процесу пластичної деформації
за рахунок ковзання крайової дислокації

*Рис. 3.17.* Схематичне зображення ліній та смуг ковзання

На рис. 3.18 показано металографічне зображення поверхні мідного зразка після пластичної деформації, яке чітко демонструє наявність сходинок ковзання.

*Рис. 3.18.* Сходинки ковзання
на поверхні полікристалічної Cu [3.1]

Якщо проаналізувати положення ліній ковзання, відстань між ними, а також їхню висоту, можна не тільки якісно, але й кількісно охарактеризувати пластичну деформацію. Використовуючи метод ліній ковзання

вдалося встановити, що ковзання та зсув відбуваються вздовж визначених для кожного типу ґратки площин та напрямків.

## 3.4 Системи переважного ковзання у кристалах різної симетрії

Процес ковзання є *анізотропним*, тобто зміщення атомних шарів відбувається за окремими кристалографічними площинами та напрямками. Напрямок ковзання завжди перебуває у своїй площині ковзання. Сукупність напрямку та площини ковзання називають *системою ковзання*. У металах може діяти як одна, так і декілька систем ковзання одночасно. Напрямки та площини ковзання мають найбільш щільне пакування. Це обумовлено тим, що відстань між двома сусідніми щільно пакованими атомними площинами є більшою, ніж між іншими атомними площинами. Зсув (ковзання) потребує розриву сил взаємодії між атомами, а зі збільшенням міжплощинної відстані ці сили зменшуються.

Правило переважного ковзання у щільнопакованих площинах і напрямках найбільш повно виконується для ГЦК-ґраток. Ковзання відбувається переважно за октаедричними площинами {111} у щільно пакованих напрямках <110>, яких три в кожній площині (рис. 3.19). Оскільки є чотири різноорієнтовані площини {111}, комбінації площин та напрямків ковзання у ГЦК-ґратці забезпечують 12 систем ковзання. Така велика кількість систем пояснює більшу пластичність та легкість формозмінення металів із ГЦК-ґраткою.

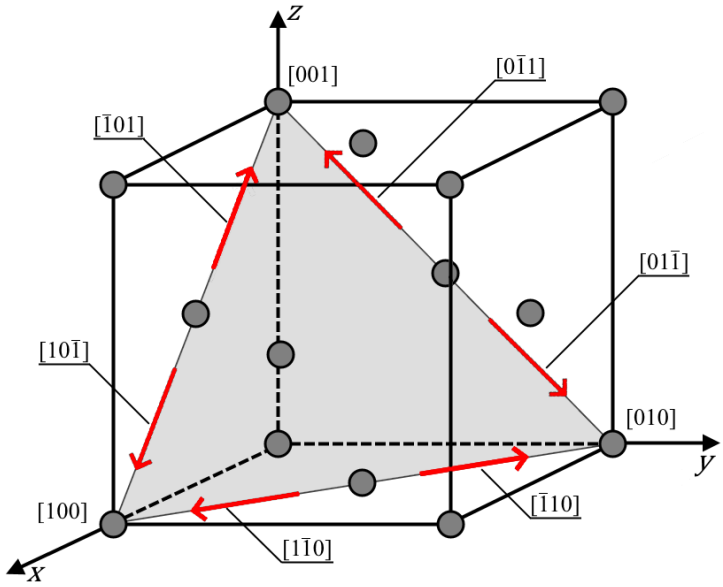



*Рис. 3.19.* Система переважного ковзання у ГЦК-кристалах

Менш визначеними є умови ковзання у кристалах з ОЦК-ґраткою. Напрямком ковзання завжди буде найщільніше упакований напрямок діагоналі куба ⟨111⟩, але при цьому є три площини ковзання {110}, {112}, {123}, кожна з яких має напрямок ⟨111⟩ (рис. 3.20). Найчастіше ковзання відбувається площинами {110}. Наступними підключаються площини {112} та {123}, ковзання якими називають некристалографічним. У процесі деформації може відбутися зміна площин ковзання, що перешкоджає розвитку деформації та призводить до нерівномірного її розподілу та хвилястості слідів ковзання.

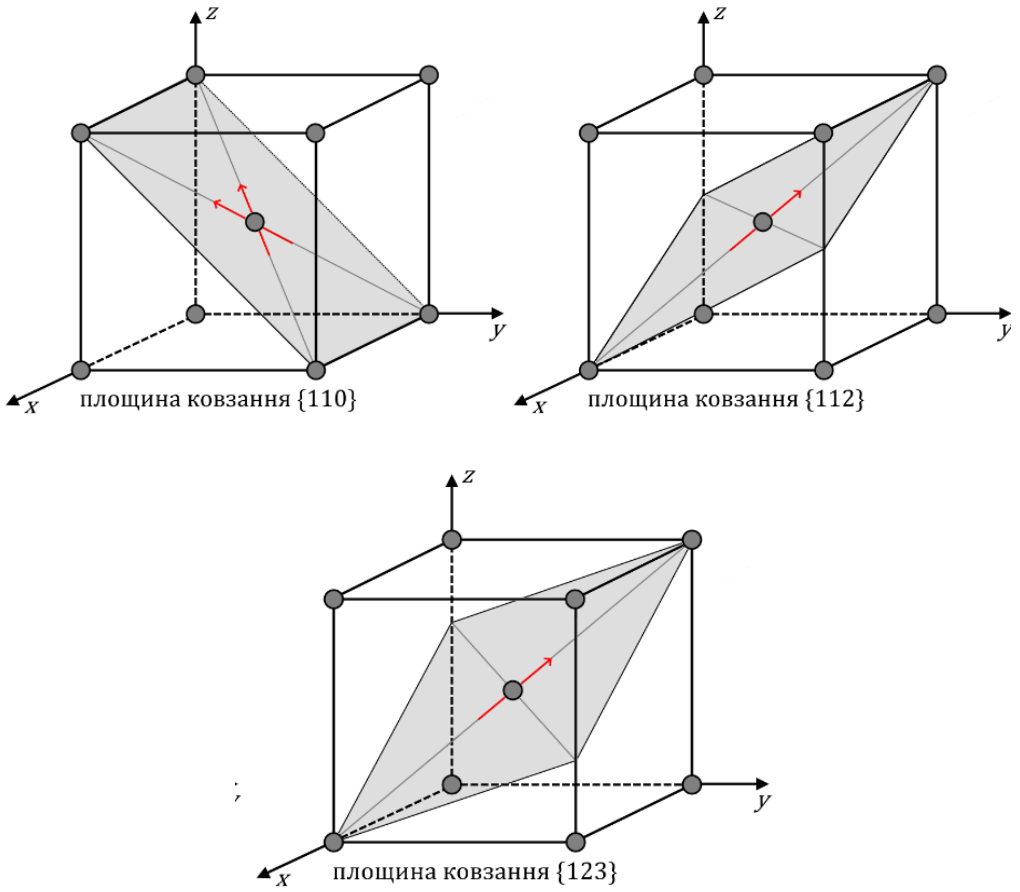



*Рис. 3.20.* Система переважного ковзання в ОЦК-кристалах

У кристалах із ГЩП-структурою ковзання відбувається найчастіше базисною площиною {0001}. Переважне ковзання базисною площиною відбувається у металах із співвідношенням періодів ґратки $c/a \geq 1{,}633$ (Mg, Zn, Cd). Якщо $c/a < 1{,}633$, небазисні площини стають більш щільнопакованими і ковзання відбувається площинами $\{1\bar{1}00\}$ (призматичні) та $\{10\bar{1}1\}$ (пірамідальні) (рис. 3.21).

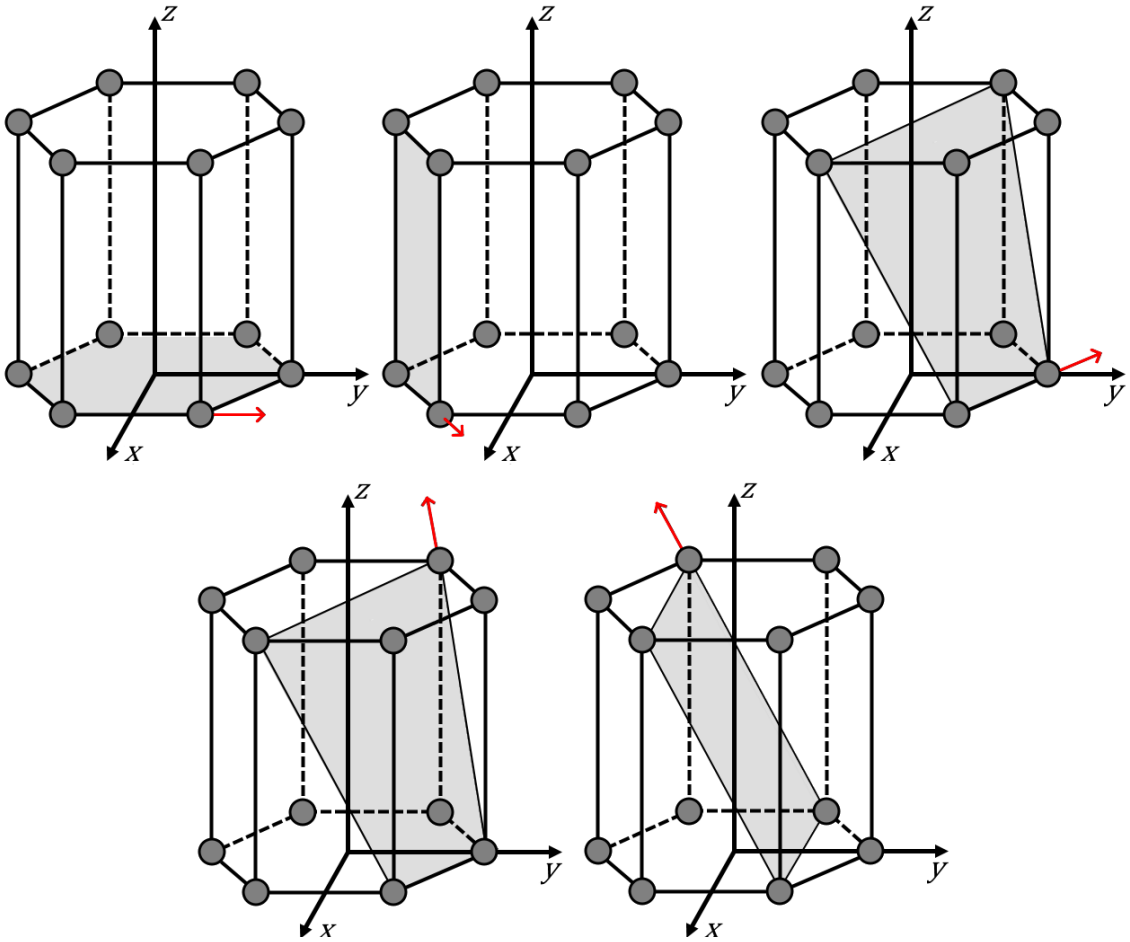



*Рис. 3.21.* Система переважного ковзання у ГЩП-кристалах

Зведені дані щодо систем ковзання для основних типів кристалів наведено в табл. 3.1.

*Таблиця 3.1.* **Площини та напрямки переважного ковзання у кристалах різної будови [3.2]**

| **Тип кристалічної ґратки** | **Напрямок ковзання** | **Площина ковзання** | **Метал** |
|---|---|---|---|
| ГЦК | $< 110 >$ | {111} | Cu, Al, Ni |
| Монокристал ГЩП Полікристал | $< 11\bar{2}0 >$ | {0001} | Zn, Mg, Cd |
| | | $\{1\bar{1}00\}$ | Ti |
| | | $\{10\bar{1}1\}$ | Ti |
| | $< 1\bar{2}13 >$ | $\{11\bar{2}1\}$ | Ti, Be |
| ОЦК | $< 111 >$ | {110} | α-Fe, Mo, Nb |
| | | {112} | Ta |
| | | {123} | Cr |

## 3.5 Пластична деформація двійникуванням

За певних умов деформування конкуренцію дислокаційному механізму можуть становити інші механізми пластичної деформації: двійникування, дифузійна повзучість, міжзеренне ковзання.

У загальному випадку міцність твердого тіла залежить від рівня та швидкості деформації, а також температури, і визначається кінетикою процесів на атомарному рівні, ковзанням окремих дислокацій та їхніх угруповань, переповзанням дислокацій та супутнім рухом окремих атомів, зміною форми зерен внаслідок приграничного ковзання та двійникування.

Пластична деформація за допомогою *двійникування* відбувається тоді, коли вона не може реалізуватися через ковзання. Це такі випадки:

– за дуже швидкого додавання навантаження (удари);

– за багатовісного напруженого стану;

– за низьких температур (нижче 0 °С);

– коли прикладеного навантаження недостатньо для необхідного критичного напруження.

*Двійникування* полягає в тому, що частина кристала зміщується відносно якоїсь площини у нове положення, яке є симетричним залишеній частині кристала. Ці дві частини кристала є віддзеркаленням одна одної. Схематично процес двійникування внаслідок дії дотичного напруження зображено на рис. 3.22.

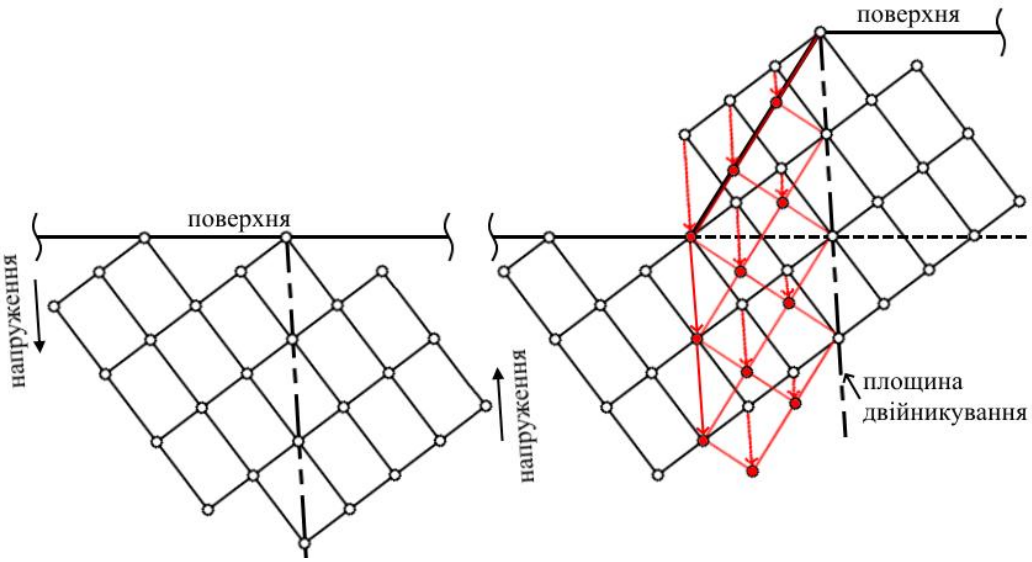



*Рис. 3.22.* Схематичне зображення процесу
пластичної деформації за механізмом двійникування

Мікроскопічні дослідження металів свідчать, що двійник зазвичай перебуває між паралельними або майже паралельними площинами, які відповідають кристалографічним площинам з низькими індексами Міллера. Їх називають *площинами двійникування*. Також зрозуміло, що двійниковий прошарок суттєво відрізняється за орієнтацією від кристаліту, в якому він сформувався (рис. 3.23).

Під час металографічних досліджень кожний двійник деформації можна побачити у вигляді двох паралельних смуг завширшки до 5 мкм із характерним звуженням на кінцях. У полікристалах двійники ніколи не переходять з одного зерна до іншого. Зазвичай вони закінчуються всередині зерна, а якщо доходять до межі, то викликають появу двійника в сусідньому зерні, де він буде мати іншу орієнтацію.

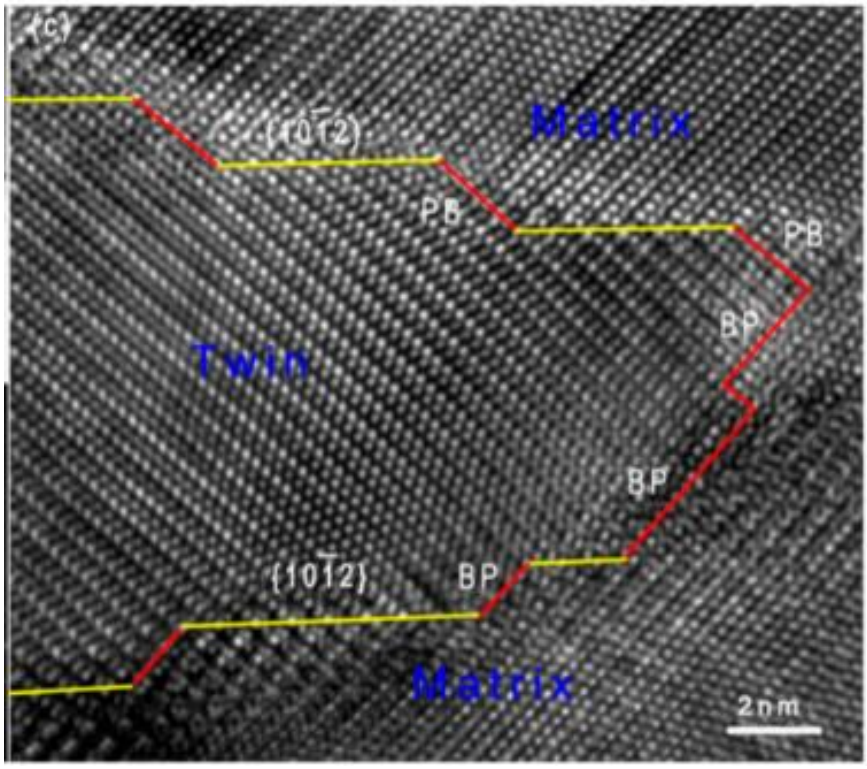



*Рис. 3.23.* Електронно-мікроскопічне зображення високої роздільної здатності атомних площин Mg [3.3]

*Площина двійникування* – це зазвичай кристалографічна площина з малими індексами, яка є площиною симетрії двійника. У табл. 3.2 наведено площини та напрямки деформації двійникуванням. Схематично ці площини також зображено на рис. 3.24 і 3.25.

Найчастіше двійникування відбувається в ГЩП-кристалах, особливо за умови $c/a > 1{,}633$.

*Таблиця 3.2.* **Кристалографічні системи переважного двійникування [3.2]**

| Тип ґратки | Напрямок двійникування | Площина двійникування | Метал |
|---|---|---|---|
| ГЦК | $< 112 >$ | $\{111\}$ | Ni |
| ОЦК | $< 111 >$ | $\{112\}$ | α-Fe, Cr, Mo, W |
| ГЩП | $< 10\bar{1}1 >$ | $\{10\bar{1}2\}$ | Mg, Zn, Be, Ti, |
| | $< 10\bar{1}2 >$ | $\{10\bar{1}1\}$ | |
| | $< 11\bar{2}3 >$ | $\{11\bar{2}2\}$ | |

У процесі зростання двійника упродовж пластичного деформування відбувається зсув атомів у відповідній системі двійникування.

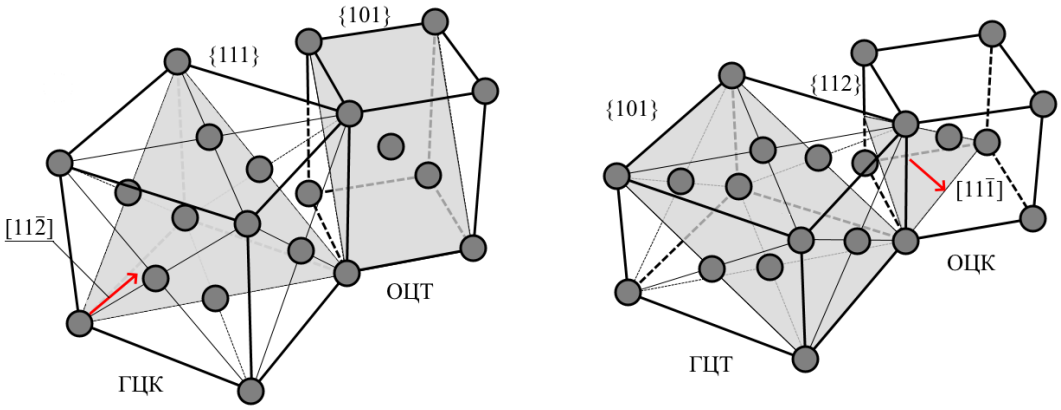



*Рис. 3.24.* Площини двійникування в ГЦК-, ОЦТ-, ГЦТ- та ОЦК-кристалах

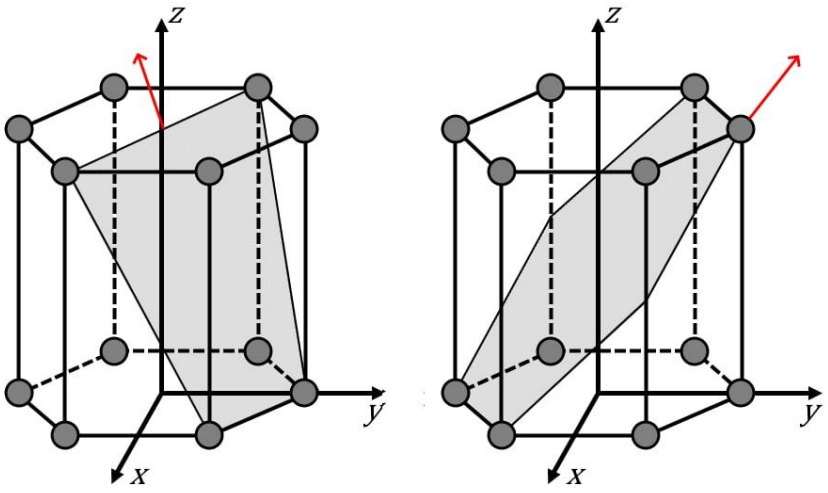



*Рис. 3.25.* Площини двійникування в ГЩП-кристалах

В ОЦК-металах деформаційне двійникування являє собою гомогенний зсув паралельних площин сімейства [112] у напрямку <111> на величину 0,707 від міжатомної відстані. На відміну від дислокаційного зсуву,

який здійснюється однією площиною, двійникування охоплює невеликі, але чітко обмежені об’єми всередині кристала.

Відмінність перетворень кристалічної ґратки у процесі пластичної деформації за механізмами ковзання та двійникування, яку можна зафіксувати навіть неозброєним оком, полягає в такому: якщо деформований матеріал, на поверхні якого з’явилися сходинки ковзання, знову відполірувати, то вони зникнуть, оскільки у процесі ковзання дислокацій кристалічна структура в об’ємі матеріалу не змінюється. Водночас унаслідок двійникування зміни кристалічної будови відбуваються саме всередині кристала й відображаються появою ліній на його поверхні. Тому після процедури повторного полірування на поверхні деформованого зразка так само будуть наявні ознаки пластичної деформації.

*Механізм двійникування* конкурує з механізмом ковзання дислокацій у процесі пластичного деформування за низьких температур. Прояв саме такого механізму обумовлений складністю реалізації процесу дислокаційного ковзання в ОЦК- та ГЩП-кристалах за цих умов. Для такого випадку енергія, яку отримує матеріал унаслідок зовнішнього навантаження, витрачається не на поступову деформацію внаслідок пробігу кожної окремої дислокації, а одночасне деформування досить значного об’єму матеріалу внаслідок формування двійника.

Двійникування в одній площині не може забезпечити суттєвої пластичної деформації, тому що зміщення атомів у кожній площині відбувається одноразово і лише на частину міжатомної відстані. Однак якщо воно повторюється, то відбувається розширення двійника, і, відповідно, зростає ступінь деформації матеріалу (рис. 3.26).

Деформація двійникуванням поширюється з великою швидкістю і супроводжується звуковим ефектом (потріскуванням).

Діаграми в координатах «напруження – деформація» для механізмів ковзання дислокацій та двійникування показано на рис. 3.27. Якщо пластична деформація здійснюється завдяки ковзанню дислокацій, крива має звичайну плавну форму (рис. 3.27, а). Після формування першого двійника одразу чути характерне потріскування, а напруження різко зменшується. Подальша деформація двійникуванням характеризується зубчастою формою діаграми (кожний «зуб» відповідає формуванню нової серії двійників) та слабким зростанням навантаження, яке може збі-

льшуватися, якщо зростатиме внесок ковзання до загального процесу деформування (рис. 3.27, б).

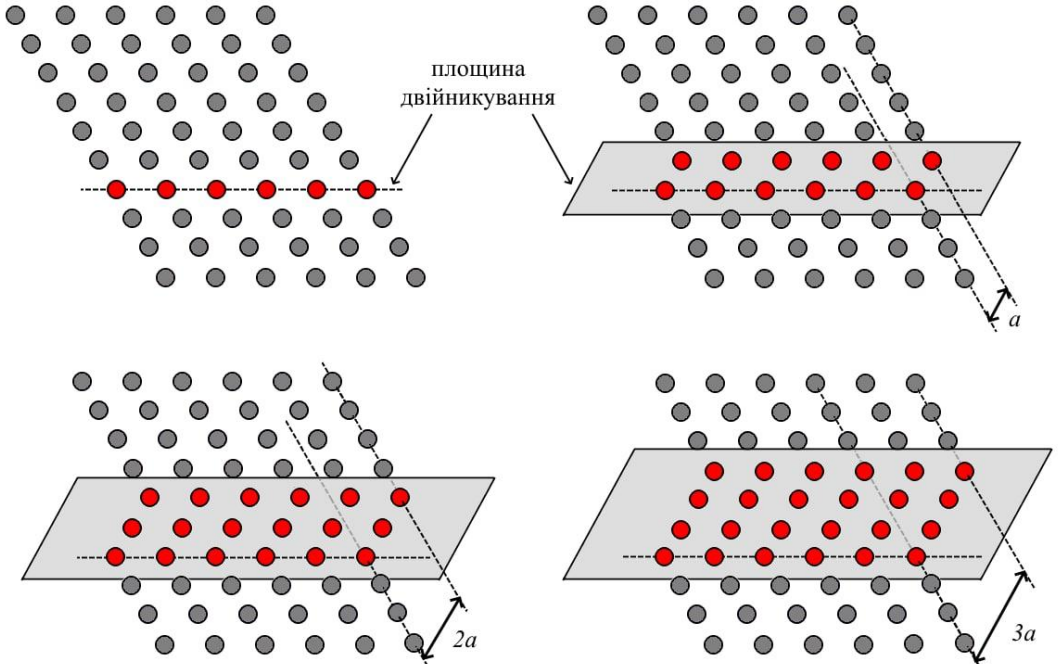
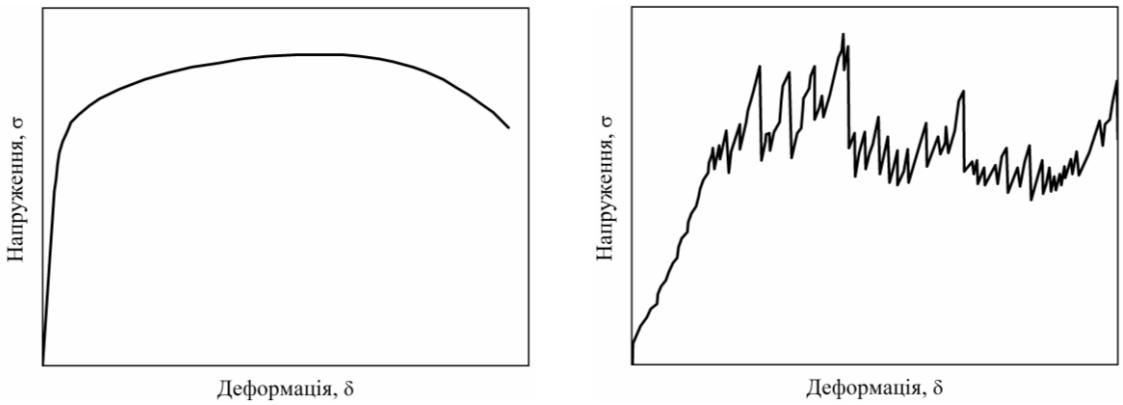



*Рис. 3.26.* Схема формування двійника
у процесі пластичного деформування




а б

*Рис. 3.27.* Деформаційні криві: а – для пластичної деформації
за механізмом ковзання дислокацій; б – за механізмом двійникування

Порівнюючи процеси ковзання і двійникування (рис. 3.28), можна зазначити такі відмінності:

– кристалічна ґратка області двійникування є віддзеркаленням початкової ґратки, тоді як усі частини кристала після ковзання дислокацій мають однакову орієнтацію;

– ковзання дислокацій є зсувним переміщенням частини кристала як цілого, а двійникування – рівномірно розподіленим переміщенням;

– на повторно відполірованій поверхні кристала, в якому відбулося двійникування, чітко простежуються деформаційні лінії, на відміну від кристала, в якому відбулося ковзання;

– механізм двійникування за своєю природою не може забезпечити деформацію, більшу за декілька відсотків, тоді як механізм ковзання дозволяє досягти на порядок більшого рівня деформації.

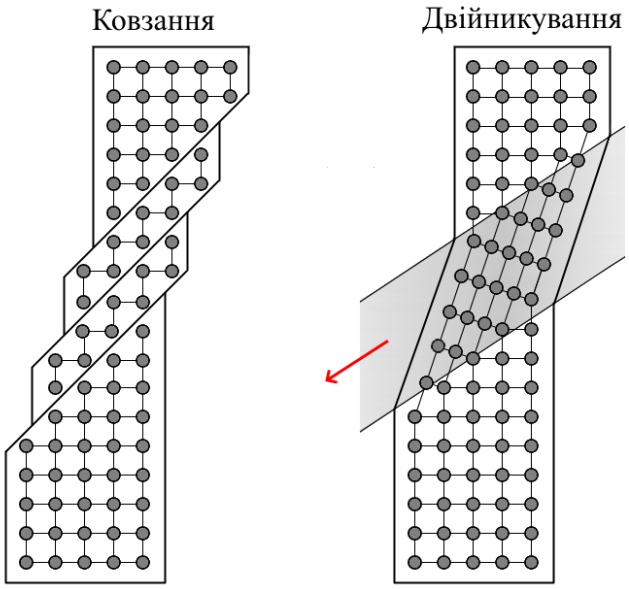



*Рис. 3.28.* Схема пластичної деформації
за механізмами ковзання дислокацій та двійникування

## 3.6 Інші механізми пластичної деформації

За високих температур і малих швидкостей деформації може відбуватися *ковзання межами зерен* полікристалічних матеріалів. У випробуваннях на повзучість чистих металів за малих деформацій майже 30 % від повної деформації можуть бути наслідком ковзання межами зерен.

За температур, близьких до температури плавлення (вище $0{,}7T_{\text{пл}}$), коли наявна висока концентрація вакансій у кристалічній будові й відбувається інтенсивна самодифузія, полікристалічні матеріали можуть деформуватися внаслідок *дифузійної повзучості*. Цей вид деформації реалізується завдяки дифузії атомів до меж, нормальних до напрямку дії сили, і міграції вакансій до меж, паралельних до напрямку дії сили. У результаті дифузійної повзучості кристал подовжується за напрямком прикладення сил.

## 3.7 Стадії пластичної деформації

Протягом дії на матеріал зовнішнього навантаження в ньому відбуваються деформаційні процеси. Після пружної деформації починається *пластична деформація*, яка обумовлює, зокрема, збільшення кількості дислокацій та набуття ними спрямованого руху. Зі зростанням кількості дислокацій частішають випадки їхньої взаємодії та взаємоузгодженого переміщення. Тому розвиток процесу *пластичної деформації* можна розділити на низку *стадій*:

- легке ковзання;
- множне ковзання;
- інтенсивне поперечне ковзання;
- формування дислокаційних ансамблів.

Перші три стадії характеризуються індивідуальним рухом дислокацій. Надалі щільність дислокацій може стати настільки високою, що для подальшого деформування вони формують цілу низку різних ансамблів (наприклад, стінки дислокацій, комірки). Такі ансамблі сприяють зменшенню рівня внутрішніх напружень, що унеможливлює руйнування.

Найбільш повно багатостадійність процесу пластичної деформації спостерігається у ГЦК-матеріалах.

У кристалах з іншою кристалічною структурою деякі стадії можуть бути недостатньо вираженими або взагалі відсутніми. Проаналізуємо більш докладно деформацію за механізмом ковзання у процесі одновісного розтягу за умов холодної деформації ($T < 0{,}25T_{\text{пл}}$).

### *3.7.1 Стадія легкого ковзання*

*Стадія легкого ковзання* характеризується рухом дислокацій переважно в одній *системі ковзання* (рис. 3.29). На поверхні фіксуються тонкі довгі *лінії ковзання* (до 1 мм), які є паралельними одна до одної (рис. 3.30), висота *сходинок ковзання* становить 5 нм – 10 нм. Упродовж збільшення ступеня деформації кількість таких ліній ковзання зростає, проте відстань між ними зменшується (до 10 нм). *Щільність дислокацій* збільшується незначною мірою, не перевищуючи інтервалу значень $10^6$ см$^{-2}$ – $10^7$ см$^{-2}$.

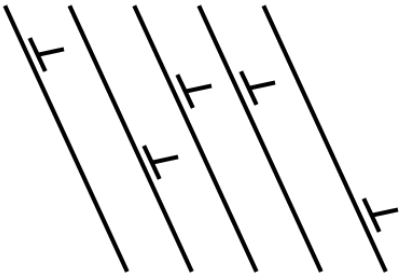


*Рис. 3.29.* Схематичне зображення руху дислокацій на стадії легкого ковзанн

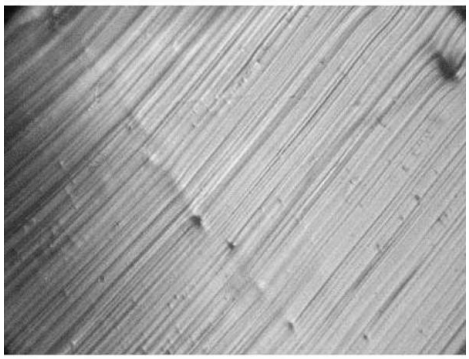


*Рис. 3.30.* Лінії ковзання на поверхні монокристала Mg [3.4]

### *3.7.2 Стадія множного ковзання*

У процесі збільшення ступеня деформації зростає кількість бар'єрів на шляху дислокацій, що рухаються. Таким чином, можливість ковзання в одній системі швидко вичерпується і тому активуються інші системи ковзання. Починається *стадія множного ковзання* і рух дислокацій відбувається у двох і більше системах ковзання (рис. 3.31). Деформація набуває неоднорідного характеру. Починається формування *смуг ковзання* (рис. 3.32), кожна з яких складається з десятків ліній ковзання, відстань між якими є значно меншою (приблизно на порядок величини) порівняно із відстанню між смугами.

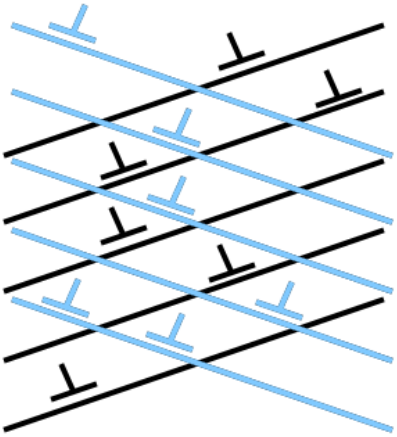


*Рис. 3.31.* Схематичне зображення руху дислокацій на стадії множного ковзання

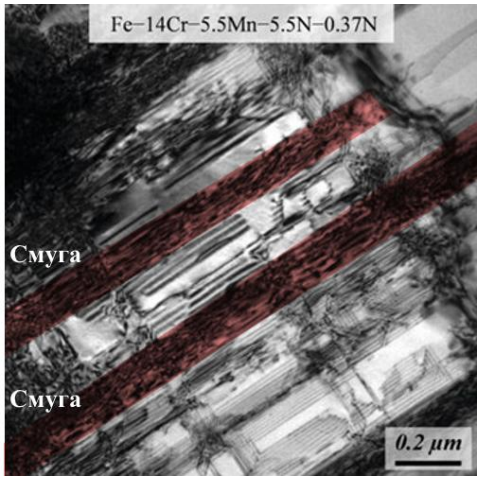



*Рис. 3.32.* Формування смуг ковзання у сталі [3.5]

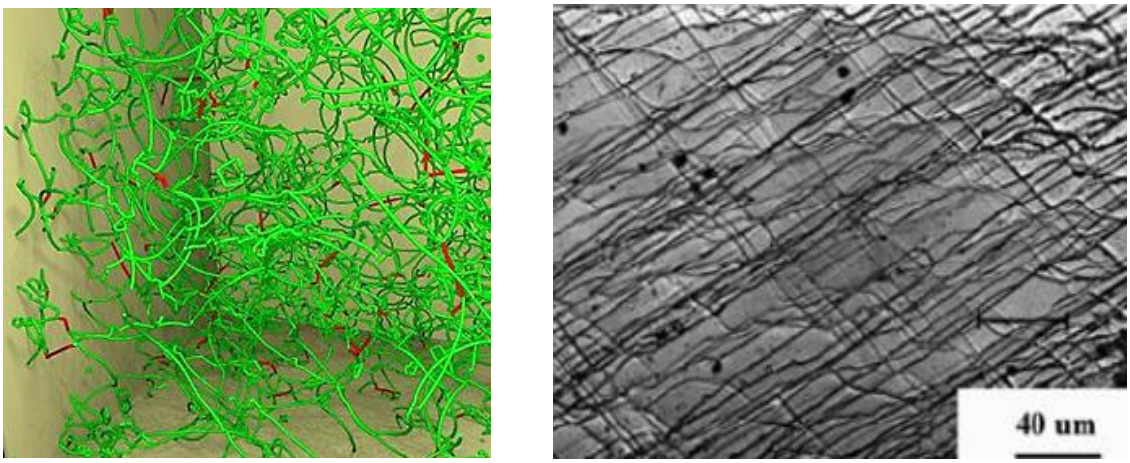
Оскільки рух дислокацій відбувається в різних системах ковзання, то суттєвого значення у процесах деформування набуває взаємодія дисло-

кацій. Взаємний вплив дислокацій пов'язаний із двома факторами:

– наявністю поля пружних напружень навколо кожної з дислокацій, яке зменшується обернено пропорційно квадратному кореню від відстані до осі дислокації;

– гальмуванням руху дислокацій, що перебувають у різних системах ковзання, внаслідок їх перетину між собою або з іншими бар'єрами.

Поступово, з підвищенням рівня діючих навантажень, кількість дислокацій зростає, а відстань між ними зменшується. Довжина ліній стає на два порядки меншою, ніж на стадії легкого ковзання. Щільність дислокацій підвищується на $4-5$ порядків до значень $10^{11}$ см$^{-2}$ – $10^{12}$ см$^{-2}$. Стадія закінчується формуванням сталої просторової сітки дислокацій – *лісу дислокацій* (рис. 3.33).




а б

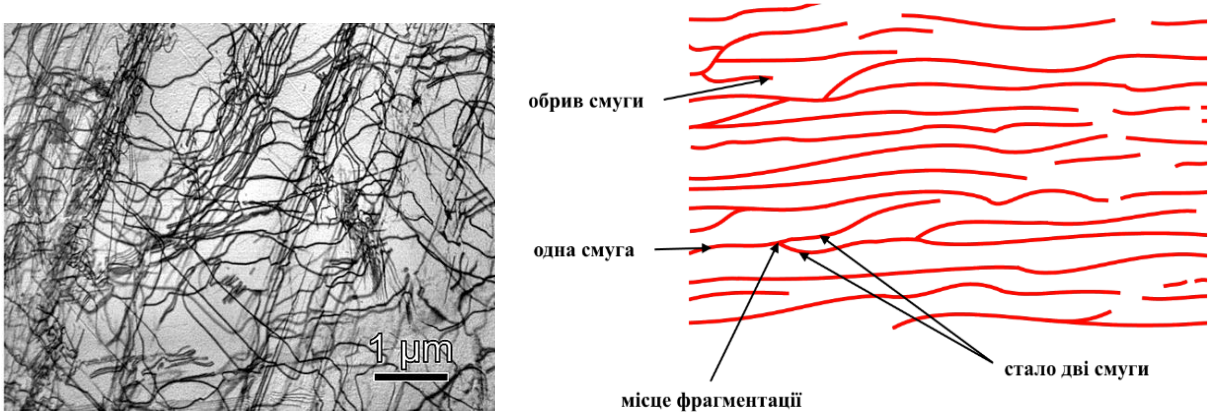
*Рис. 3.33*. Формування лісу дислокацій у процесі пластичної деформації: а – комп'ютерне моделювання [3.6]; б – експериментальне спостереження лісу дислокацій у сталі [3.7]

Кожна дислокація з такого лісу є нерухомою та перебуває на відстані рівноваги від усіх інших дислокацій навколо неї. Така система взаємозв'язаних дислокацій характеризується мінімальною енергією.

### *3.7.3 Стадія інтенсивно розвинутого поперечного ковзання*

*Стадія інтенсивно розвинутого поперечного ковзання* є завершальною стадією пластичного деформування, у процесі якої ще формуються однорідні дислокаційні субструктури. Починається вона тоді, коли унеможливлюється ковзання дислокацій навіть у декількох системах ковзання одночасно. Тоді деформування може продовжуватися

лише за рахунок переповзання чи поперечного ковзання дислокацій. Довжина ліній ковзання стає ще меншою, при цьому відбувається *фрагментація смуг ковзання*, з'являються хвилясті лінії та їх перетинання (рис. 3.34).




а б

*Рис. 3.34.* Стадія інтенсивно розвинутого поперечного ковзання:
а – фрагментація смуг ковзання [3.8];
б – схема процесу фрагментації

Протягом цієї стадії частіше відбувається *поперечне ковзання гвинтових дислокацій*, оскільки воно вимагає меншої кількості енергії. *Переповзання крайових дислокацій* є дифузійно-контрольованим процесом, який відбувається повільніше та є більш енергоємним.

Оскільки максимальна можлива щільність дислокацій за умови збереження кристалічної структури матеріалу становить приблизно $10^{15}$ $см^{-2}$, подальший розвиток деформаційного процесу за рахунок збільшення кількості дислокацій неможливий. У такому випадку починається активний процес їх перерозподілу, формування дислокаційних ансамблів. Після виникнення таких ансамблів у них відбувається низка послідовних змін, особливості яких залежать від внутрішньої будови матеріалу та умов навантаження. Усі ці зміни спрямовані на зменшення рівня напруження в матеріалі та розблокування знерухомлених дислокацій для перешкоджання руйнуванню.

## 3.8 Закон Шміда – Боаса

Пластична деформація відбувається внаслідок ковзання дислокацій у системах ковзання. *Нормальні напруження* майже не впливають на цей процес. Основні зміни у зразку відбуваються внаслідок *зсуву* під дією *дотичних напружень*. Щоб можна було порівнювати деформаційні зміни у кристалітах, орієнтованих різним чином, діючі зовнішні напруження перераховують на напруження вздовж напрямку ковзання у площині ковзання (рис. 3.35).

Якщо площа поперечного перерізу зразка $F_0$, то площа площини ковзання буде $F_\varphi = \frac{F_0}{\cos\varphi}$. Тоді діюче напруження зсуву $\tau$ у площині ковзання за напрямком ковзання становить

$$\tau = \sigma\cos\lambda = \frac{P}{F_0/\cos\varphi}\cos\lambda = \sigma\cos\varphi\cos\lambda, \qquad (3.2)$$

де $\cos\varphi\cos\lambda$ – *фактор Шміда*.

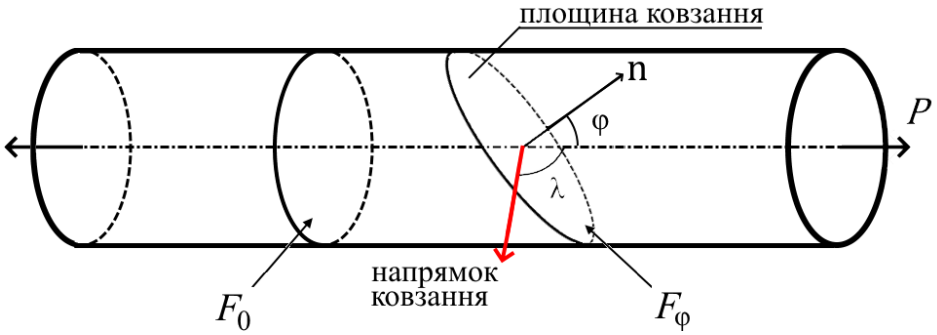



*Рис. 3.35.* Схема до закону Шміда – Боаса:
$\varphi$ – кут між віссю розтягування та нормаллю до площини ковзання;
$\lambda$ – кут між віссю розтягування та напрямком ковзання

Фактор Шміда описує орієнтацію системи ковзання відносно до напрямку зовнішньої дії.

*Закон Шміда – Боаса*, який визначає напруження початку пластичної деформації в матеріалі, формулюється таким чином: кристаліти матеріалу починають пластично деформуватися тоді, коли зведене напруження зсуву за площиною ковзання у напрямку ковзання досягає критичного значення $\tau_{кр}$, що можливо за умови зростання зовнішнього напруження до величини межі плинності ($\sigma_T$):

$$\sigma_T = \frac{\tau_{кр}}{cos\varphi cos\lambda} = M\tau_{кр}. \qquad (3.3)$$

Величина $\tau_{кр}$ є сталою для цього матеріалу,

$$M = \frac{1}{cos\varphi cos\lambda} - \textit{орієнтаційний фактор}. \qquad (3.4)$$

Як видно з формули (3.3), величина напруження на межі плинності (напруження початку пластичної деформації) залежить від кристалографічної орієнтації матеріалу зразка (рис. 3.36).

Напруження початку пластичної деформації набуває мінімального значення, коли $M = 2$, тобто кут між площиною ковзання та напрямком розтягування повинен дорівнювати куту між напрямком ковзання та напрямком розтягування. Це повністю збігається з розглянутим раніше фактом того, що дотичні напруження є максимальними, коли кут з напрямком зовнішньої дії становить 45° (див. формули (1.3) та (1.4)). Тобто за умови $\varphi = \lambda = 45°$ навантаження, яке необхідно прикласти для початку пластичної деформації зразка, буде найменшим. За інших кутів потрібне більше навантаження для початку руху дислокацій, оскільки величина $\tau_{кр}$ не змінюється, а орієнтаційний фактор збільшується ($M > 2$).

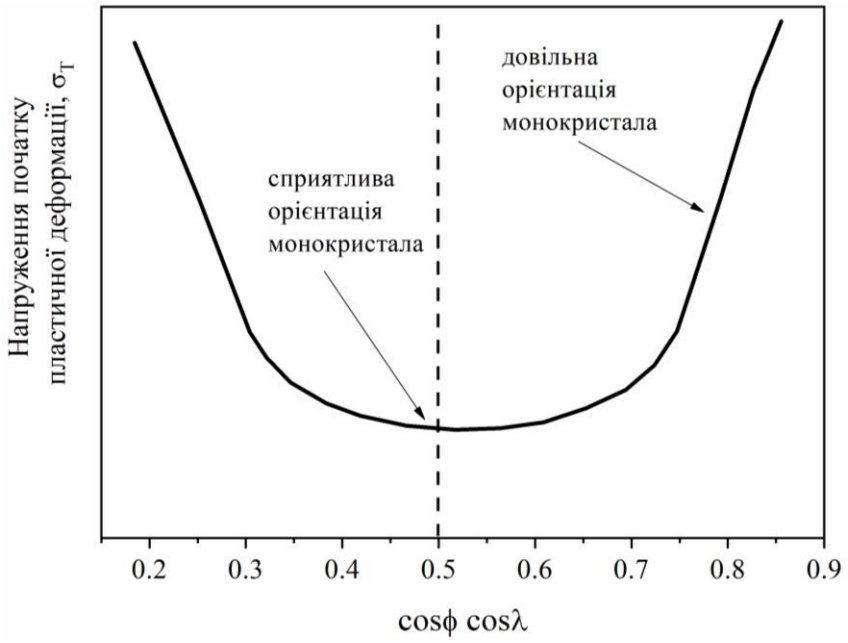



*Рис. 3.36.* Залежність величини напруження початку пластичної деформації від фактора Шміда

Варто зазначити, що зсувні деформації у площинах ковзання, які збігаються з напрямком розтягування чи перпендикулярні йому, будуть відсутні (рис. 3.37).

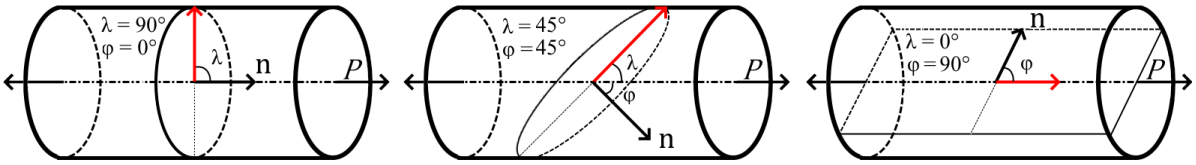



*Рис. 3.37.* Схеми розміщення системи ковзання у зразку для виникнення максимальних та мінімальних значень зсувних напружень

## 3.9 Особливості розвитку дислокаційних процесів у кристалах різної симетрії

Найбільш повно стадійність процесу пластичної деформації проявляється у *сприятливо орієнтованих монокристалах*. Як показано на рис. 3.36, сприятливо орієнтованими є монокристали з мінімальним орієнтаційним фактором. У *вільно орієнтованих монокристалах* пластична деформація починається за більших значень напруження.

У вільно орієнтованому ГЦК-монокристалі стадія легкого ковзання скорочується чи зовсім зникає, якщо діючі напруження приблизно однакові хоча б за двома системами ковзання.

У сприятливо орієнтованих монокристалах із ГЩП-ґраткою стадія легкого ковзання більш тривала, ніж у ГЦК-кристалах. Унаслідок складності переміщення дислокацій за небазисними площинами друга та третя стадії пластичної деформації ускладнюються, оскільки відбуваються процеси двійникування.

У вільно орієнтованих ГЩП-монокристалах стадія легкого ковзання скорочується, а стадія інтенсивно розвинутого поперечного ковзання може взагалі не проявитись унаслідок передчасного руйнування.

Для ОЦК-монокристалів характерна наявність найбільшої кількості систем ковзання й тому ковзання за однією системою ускладнене і, як наслідок, стадія легкого ковзання скорочується порівняно з кристалами інших симетрій. Інша особливість деформації ОЦК-матеріалів полягає у полегшенні поперечного ковзання, тому стадія множного ковзання або значно скорочується, або зовсім зникає. Таким чином, деформаційний процес може відбуватися загалом за механізмом поперечного ковзання.

## 3.10 Залежність критичного напруження зсуву від низки факторів

*Критичне напруження зсуву* – механічна характеристика матеріалу. На відміну від модулів пружності, вона є структурно чутливою, тобто її величина залежить від мікроструктури металу, наявності домішок (легуючих елементів) тощо.

Наведемо приклади залежності критичного напруження зсуву від низки факторів.

1. ***Хімічна чистота монокристала.*** Чим більшою є хімічна чистота матеріалу, тим менше перешкод на шляху руху дислокацій створюють домішки, і, відповідно, меншим стає напруження, необхідне для початку такого руху. Залежність критичного напруження від чистоти монокристалів дуже суттєва: зміна кількості домішок навіть на соті частки відсотка багатократно змінює величину цього параметра. Деякі експериментальні результати наведено в табл. 3.3.

*Таблиця 3.3.* **Величина критичного дотичного напруження для монокристалів чистих металів [3.2]**

| Метал | Чистота, % | $\tau_{кр}$, МПа |
|---|---|---|
| Zn | 99,96 | 0,96 |
| | 99,99 | 0,184 |
| Cd | 99,99 | 0,6 |
| | 99,999 | 0,1 |
| Ag | 99,93 | 1,91 |
| | 99,97 | 0,73 |
| | 99,99 | 0,48 |

2. ***Швидкість деформування.*** Зі зростанням швидкості деформування для зрушення з місця великої кількості дислокацій необхідні вищі напруження, інакше може відбутися руйнування зразка. Унаслідок зростання швидкості деформування $V$ на порядок величини критичне дотичне напруження $\tau_{кр}$ може збільшуватись на декілька порядків, наприклад, для Cd:

$V = 10^{-2}$ с$^{-1}$ $\rightarrow \tau_{кр} = 0{,}2$ МПа;

$V = 10^{-1}$ с$^{-1}$ $\rightarrow \tau_{кр} = 450$ МПа.

Ця залежність проявляється найбільш наочно за високих температур.

3. ***Температура.*** Для монокристалів металів відносно високої чистоти відзначається зростання критичного напруження за низьких температур. Для металів з ОЦК-ґраткою залежність критичного напруження від температури є найбільш вираженою, тоді як для ГЩП-кристалів її майже немає (рис. 3.38).

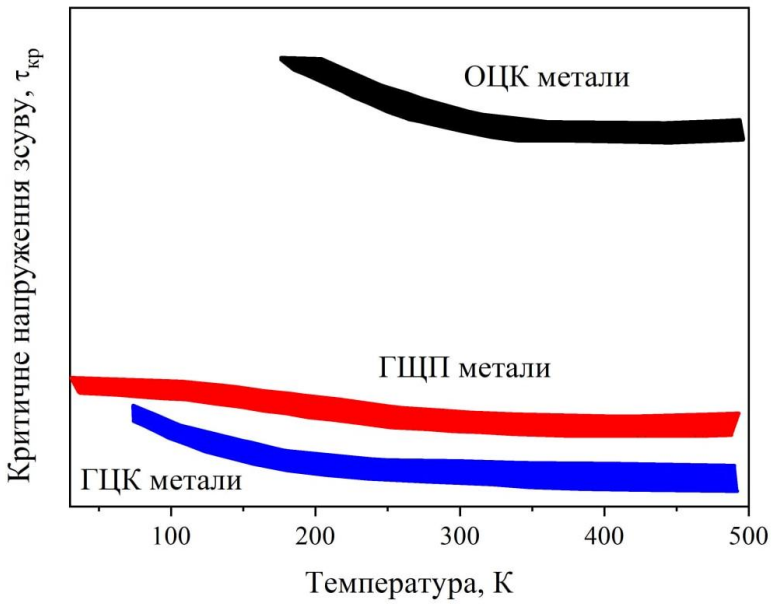



*Рис. 3.38.* Залежність приведеного критичного напруження зсуву від температури для матеріалів з різним типом кристалічної ґратки

Втім, відношення $\tau_{кр}$ до модуля зсуву для монокристалів за температур вищих 200 К залишається приблизно постійним, якщо під час зростання температури буде пригнічене переповзання дислокацій, внаслідок якого можлива фрагментація структури.

Для монокристалів чистих металів температурна залежність критичного напруження є менш вираженою, ніж для сплавів.

4. ***Легування.*** Для монокристалів із ГЦК-ґраткою нахил прямих у координатах «$\tau_{кр}$ – хімічний склад» зазвичай можна описати рівнянням

$$\frac{d\tau_{кр}}{dc} = KA^n, \tag{3.5}$$

де $c$ – атомна концентрація;

$K$ – стала; $A = \frac{1}{a}\left(\frac{da}{dc}\right)$, $a$ – параметр ґратки;

$n \sim 2$ – показник ступеня, визначений експериментально.

Ця залежність для монокристалів твердих розчинів виконується до значень концентрації легуючих елементів $c < 1$ %.

Будують також аналогічну залежність для випадку $\frac{d\tau_{кр}}{dc} = f(\Delta D)$, де $\Delta D$ – різниця між діаметрами атомів розчинника та розчиненого елемента. Однак якщо спотворення ґратки невелике, то лінійність порушується.

## 3.11 Пластична деформація полікристалів

Особливості пластичної деформації полікристалів обумовлені їхньою кристалічною будовою. *Полікристал* є сукупністю вільно орієнтованих монокристалів (зерен), що відділяються одне від одного межами (рис. 3.39). При цьому іншими відмінностями моно- та полікристалів (концентрацією домішок, кількістю макродефектів, наявністю субструктури) у процесі аналізу закономірностей пластичного деформування нехтують.

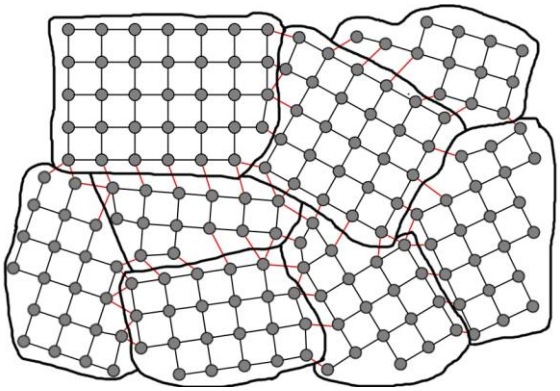


*Рис. 3.39.* Схематичне зображення полікристала

На початковому етапі процесу пластичної деформації розтягуванням такого полікристала всередині кожного із зерен на певній відстані від їхніх меж деформація відбувається так, ніби кожне зерно деформується окремо. Завдяки різній орієнтації зерен відповідно до *закону Шміда – Боаса* деформація в них починається не одночасно та розвивається неоднорідно. У першу чергу ковзання відбувається в тих зернах, орієнтація систем ковзання в яких дозволяє активізувати рух дислокацій за найменшого напруження (рис. 3.40, а).

Кожна з рухомих дислокацій характеризується полем напружень, створеним навколо неї. Унаслідок гальмування дислокацій на межах зерен вони утворюють певні скупчення, що викликає виникнення значних градієнтів напружень (рис. 3.40, б). Ці напруження, коли досягають певного критичного рівня, поширюються на сусіднє зерно (рис. 3.40, в). При цьому самі дислокації перейти в інше зерно не можуть (рис. 3.40, б), але поле

напружень від них активізує системи ковзання, які існують в сусідньому зерні (рис. 3.40, г). Такий механізм поширення пластичної деформації називають *естафетним*.

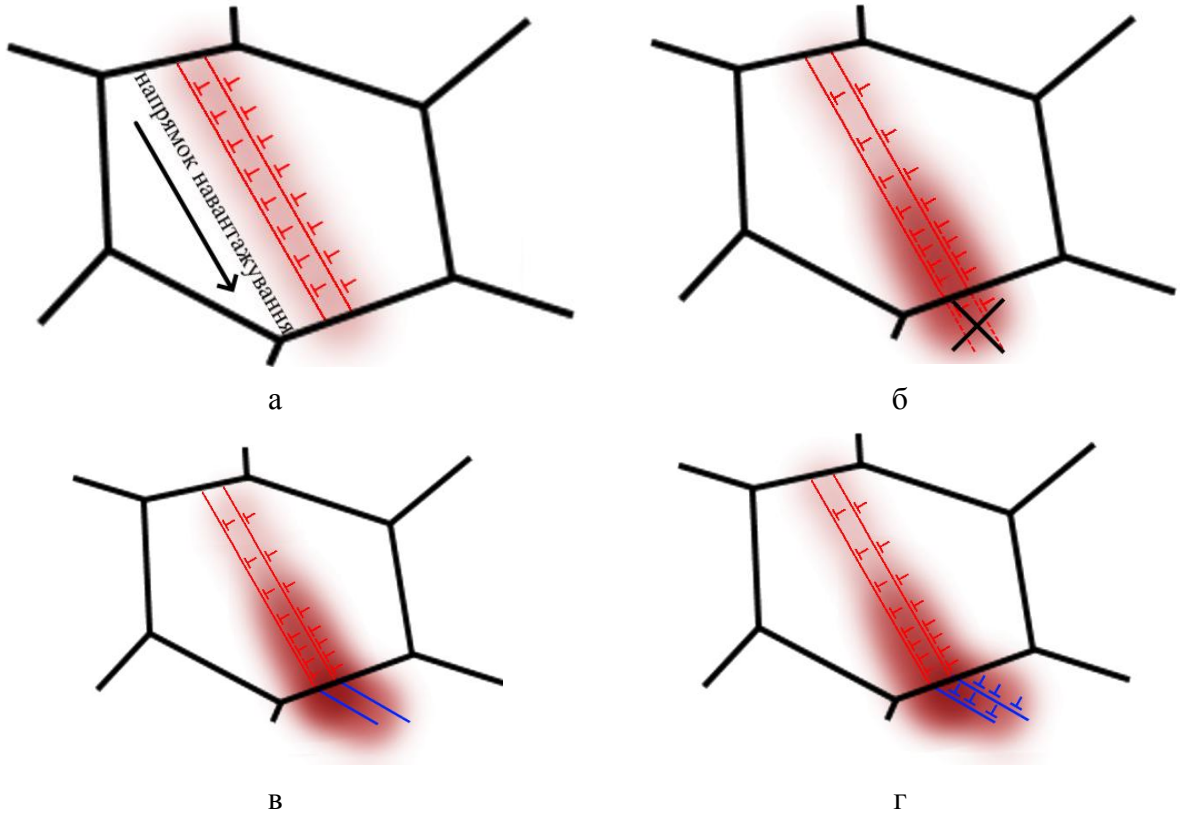



*Рис. 3.40.* Схема естафетного механізму активізації пластичної деформації в сусідніх зернах

У будь-якому полікристалі у процесі пластичної деформації виконується *правило Мізеса*: щоб не порушувалася суцільність матеріалу в областях зерен, близьких до їхніх меж, упродовж пластичного деформування полікристала необхідно, щоб в кожному сусідньому зерні одночасно діяло не менше п’яти незалежних *систем ковзання*.

У ГЦК-кристалах є 12 різних систем ковзання, але лише п’ять із них є незалежними. Для випадку ГЩП-структур лише для сукупності площин та напрямків $< 1\bar{2}13 > \{11\bar{2}1\}$, в яких є шість фізично різних систем, можуть бути п’ять незалежних систем ковзання і можлива загальна деформація полікристала.

Наслідком правила Мізеса є ще одна важлива особливість пластичної деформації полікристалів. Оскільки в різних зернах деформування починається неодночасно, то в той момент, коли у *сприятливо орієнто-*

*ваних зернах* (тобто з мінімальним напруженням початку руху дислокацій) вже відбувається перехід до другої стадії деформування, у *вільно орієнтованих зернах* лише починається стадія легкого ковзання. Тому упродовж пластичного деформування полікристалів стадія легкого ковзання відсутня.

## 3.12 Особливості визначення орієнтаційного фактора в полікристалах

Для випадку полікристала *орієнтаційний фактор M* змінюється від зерна до зерна, і для того, щоб визначити напруження початку пластичної деформації, необхідне усереднення даних, які отримані для монокристалітів різної орієнтації. Проблема ще більше ускладнюється через накладання множного ковзання та інших видів деформації. Отже, *усереднений орієнтаційний фактор* для полікристала можна визначити за формулою

$$M_{\text{р}} = \frac{3(2+3\mu)}{Z_c\sqrt{5(2+\mu^2)}}, \tag{3.6}$$

де $Z_c$ – стала, що залежить від типу та параметрів ґратки;

$\mu$ – коефіцієнт Пуассона.

Д. Тейлор розрахував значення $M_{\text{р}}$ за умови підбору такої комбінації систем ковзання, яка потребує мінімального рівня напружень для досягнення необхідної загальної деформації. Усі інші комбінації, які відповідають умовам неперервності середовища та забезпечують таку саму загальну деформацію, будуть вимагати більш високого рівня діючих напружень.

Д. Тейлор у процесі проведення розрахунків також припускав, що в кожному зерні виконується правило Мізеса (тобто існує п’ять незалежних систем ковзання). Усереднення результатів розрахунку для всіх обраних орієнтацій систем ковзання дозволило отримати значення усередненого орієнтаційного фактора для ГЦК-полікристала:

$$M_{\text{ГЦК}} = 3{,}1.$$

У зв’язку з близькою симетрією систем ковзання в ОЦК- і ГЦК-кристалах можна було б прийняти, що усереднений орієнтаційний фактор для цих матеріалів буде мати близькі значення. Однак відносна легкість поперечного ковзання, за допомогою якого дислокації можуть змінювати сис-

тему ковзання в разі її блокування, приводить до зменшення значення орієнтаційного фактора для ОЦК-полікристалів. За результатами розрахунків середнє значення орієнтаційного фактора для ОЦК-полікристала

$$M_{\text{ОЦК}} = 2.$$

Для випадку полікристалів з ГЩП-пакуванням безпосередні розрахунки за схемою Тейлора неможливі, оскільки монокристали та полікристали деформуються за різними системами ковзання та, зазвичай, за різними механізмами. Для полікристала двійникування й небазисне ковзання є основними, але все ж таки можна навести деякі оціночні розрахунки для випадку, коли $\varphi = \lambda$ і напруження розтягування є постійним за невеликої зміни кута φ в сусідніх зернах. Тоді усереднений орієнтаційний фактор для ГЩП-полікристалів становить приблизно

$$M_{\text{ГЩП}} = 6{,}5.$$

Головною умовою забезпечення достовірності розрахунків усередненого орієнтаційного фактора за Тейлором є однаковий механізм деформування в полі- та монокристалах.

## 3.13 «Зуб» та «поличка» плинності

Для надчистих монокристалів металів під дією поступово зростаючого напруження із досягненням межі плинності характерний плавний перехід від пружної до пластичної деформації. Під час механічних випробувань твердих розчинів та ОЦК-кристалів на деформаційній кривій з'являється *«зуб» плинності* (рис. 3.41): після закінчення пружної деформації зразок раптово пластично деформується зі зниженням напруження, яке приводить до виникнення на деформаційній кривій характерної гострої *верхньої межі плинності* ($\sigma_{\text{Т}}^{\text{В}}$) та *нижньої межі плинності* ($\sigma_{\text{Т}}^{\text{Н}}$). За ними іноді існує горизонтальна ділянка, яку називають *«поличкою» плинності*.

У результаті аналізу кількості та руху дислокацій встановлено, що умови виникнення «зуба» плинності є такими:

– замала початкова щільність рухомих дислокацій на межі плинності (верхня межа плинності відповідає напруженню розблокування достатньої кількості дислокацій);

– швидке збільшення щільності дислокацій зі зростанням деформації (замала кількість дислокацій не забезпечує необхідної швидкості

поширення деформації, тому потрібно підвищити напруження для створення додаткової кількості рухомих дислокацій);

– суттєва залежність швидкості руху дислокацій від прикладених напружень (швидке зростання кількості дислокацій у процесі підвищення напруження до верхньої межі плинності приведе до виникнення надлишкової кількості рухомих дислокацій у момент їх розблокування; цей надлишок рухомих дислокацій створює передумови для більш високої швидкості деформування, ніж це необхідно на початку процесу пластичної деформації, унаслідок чого напруження різко зменшиться до рівня нижньої межі плинності – напруження, необхідного для руху незакріплених дислокацій у певному матеріалі).

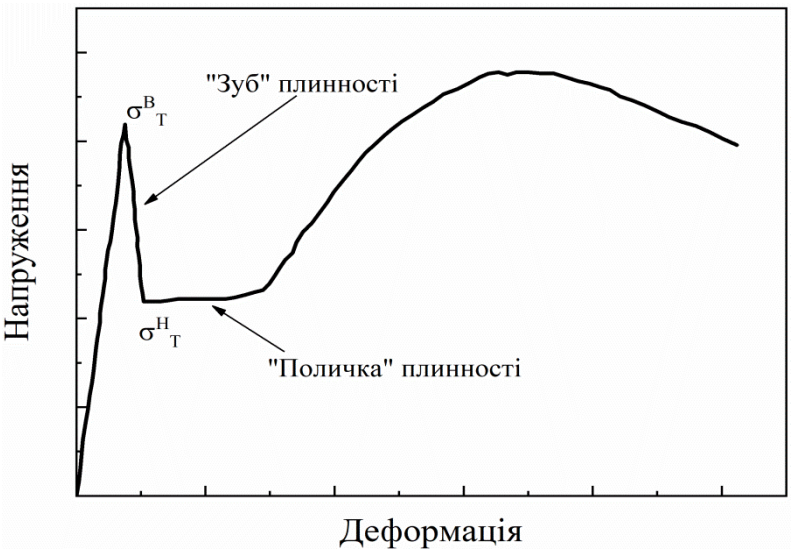



*Рис. 3.41.* Деформаційна крива із «зубом» та «поличкою» плинності

Усі ці фактори відіграють значну роль у процесі розвитку деформації в ОЦК-кристалах, для яких зазвичай характерний чіткий прояв «зуба» плинності.

Оскільки початкова щільність рухомих дислокацій замала, вони з самого початку пластичної деформації за відносно невеликих прикладених напружень не здатні у процесі ковзання забезпечити таку швидкість деформації, яка могла б дозволити досягти заданого ступеня деформації. За даними для деяких ОЦК-кристалів внаслідок закріплення дислокацій у початковому (до пластичної деформації) стані атмосферами домішок або частинками вторинних фаз щільність здатних до руху дислокацій зменшується до $10^2$ см$^{-2}$ – $10^4$ см$^{-2}$. Це означає, що діюче напруження

має бути підвищене до значень, необхідних для швидкого розмноження дислокацій (наприклад, за механізмом подвійного поперечного ковзання), з тим, щоб щільність дислокацій швидко досягла значення, необхідного для забезпечення заданої швидкості деформування. Верхня межа «зуба» відповідає напруженню «виривання» заблокованих дислокацій та початку їхнього руху в достатній кількості.

У реальних кристалах рухомі дислокації можуть бути закріплені з різною силою. Якщо дислокації закріплені слабо, плинність починається в результаті їх зриву; якщо ж вони міцно заблоковані, то плинність настає внаслідок генерації нових дислокацій у місцях концентрації напружень.

Швидкість пластичної деформації $\dot{e}$ визначають загальною довжиною рухомих дислокацій $L_0$ з вектором Бюргерса $b$ і швидкістю руху дислокацій $v$, тобто

$$\dot{e} = ML_0bv, \tag{3.7}$$

де $M$ – орієнтаційний фактор.

Універсального зв'язку між щільністю дислокацій $\rho$ та загальною довжиною рухомих дислокацій $L_0$ не існує, оскільки взаємодія дислокацій з різними бар'єрами упродовж деформування призводить до блокування рухомих дислокацій різною мірою. За деякими даними, для нових рухомих дислокацій, які з'явилися у процесі пластичної деформації, можна прийняти, що $L_0 \approx 0{,}1\rho$.

Під час подальшого деформування щільність дислокацій зростає дуже істотно, збільшуючись приблизно до $10^{10}$ см$^{-2}$.

Одночасний рух великої кількості нових рухомих дислокацій дещо зменшує напруження в матеріалі до рівня $\sigma_{\text{т}}^{\text{н}}$. Цей рівень відповідає напруженню початку пластичної деформації, розрахованому за рівнянням Шміда – Боаса. Якщо при цьому кількість рухомих дислокацій, які виникли протягом зростання напружень до рівня $\sigma_{\text{т}}^{\text{в}}$, перевищує необхідну для відтворення швидкості деформування зразка, то в матеріалі спостерігається неперервна деформація за постійного навантаження. Це явище на деформаційній кривій відображається горизонтальною ділянкою, яку називають *«поличкою» плинності*.

Після вичерпування дислокаціями надлишку енергії, отриманої внаслідок дії на них напруження $\sigma_{\text{т}}^{\text{в}}$, та зменшення (внаслідок блокування) кількості рухомих дислокацій до необхідного рівня пластична деформація буде відбуватися за звичайним механізмом.

Залежно від дії певної низки факторів *«зуб» плинності* може набувати специфічної форми:

– якщо після навантаження вище за межу плинності матеріал розвантажити, а потім знову навантажити, то «зуб» плинності не виникне внаслідок формування під час першого навантаження достатньої кількості дислокацій; але якщо кристал достатньо довго витримувати за кімнатної температури або менший час за підвищеної, тоді після навантаження «зуб» плинності з'явиться знову внаслідок релаксації напружень та зникнення частини утворених дислокацій;

– «зуб» плинності тим більший, чим нижчим є параметр $m$ у виразі швидкості руху дислокацій v залежно від дотичного напруження у площині ковзання $v = (\frac{\tau}{\tau_0})^m$, де $\tau_0$ – дотичне напруження за швидкості 1 см/с, $m$ – показник ступеня, який залежить від матеріалу та умов випробування (рис. 3.42);

– за повільного підвищення температури випробувань «зуб» плинності на деформаційній кривій поступово зникає;

– чим нижче значення початкової щільності дислокацій, тим більш гострим буде «зуб» плинності; зі збільшенням вихідної щільності дислокацій він поступово зменшується та зникає.

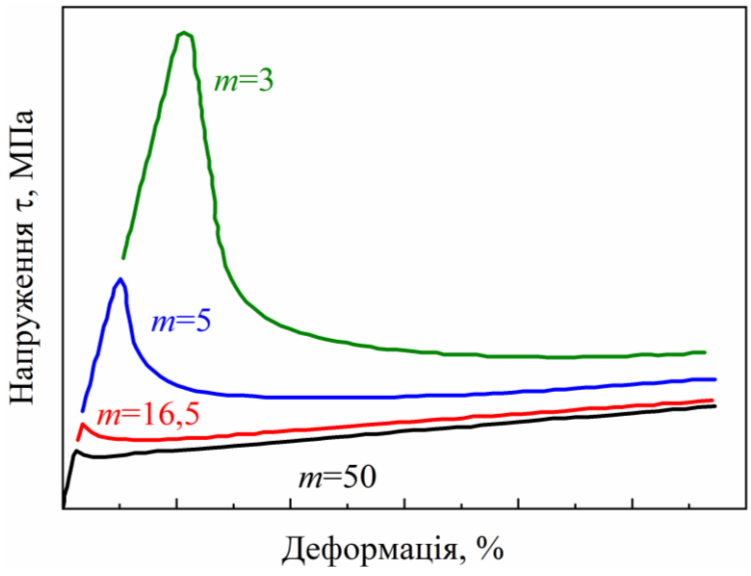



*Рис. 3.42.* Зміна форми «зуба» плинності залежно від швидкості руху дислокацій

## 3.14 Деформаційне зміцнення матеріалів

Явище зростання напруження зі збільшенням ступеня деформації називають *деформаційним зміцненням*. Визначити величину деформаційного зміцнення за будь-якого ступеня деформації матеріалу можна за допомогою діаграми деформації, побудованої в координатах «істинне напруження – істинна деформація», як різницю між значенням деформуючого напруження та межі плинності (рис. 3.43). Швидкість зміцнення матеріалу описують за допомогою коефіцієнта деформаційного зміцнення $\frac{\partial e}{\partial S}$, де $S$ – істинне напруження, $e$ – істинна деформація.

Фізична природа зміцнення полягає у процесі гальмування руху дислокацій завдяки створенню різного типу перешкод. Існує декілька механізмів, за якими матеріал може зміцнюватися: дислокаційне зміцнення (збільшення кількості дислокацій різного типу, що створюють перешкоди для руху), твердорозчинне зміцнення (спотворення кристалічної ґратки завдяки легуванню елементами, що здатні формувати твердий розчин), дисперсійне зміцнення (введення дрібнодисперсних частинок, які гальмують рух дислокацій), зернограничне зміцнення (подрібнення зерна, що збільшує протяжність меж зерен, які є нездоланними перешкодами для рухомих дислокацій), особливі методи (фазові перетворення, хімічна взаємодія тощо).

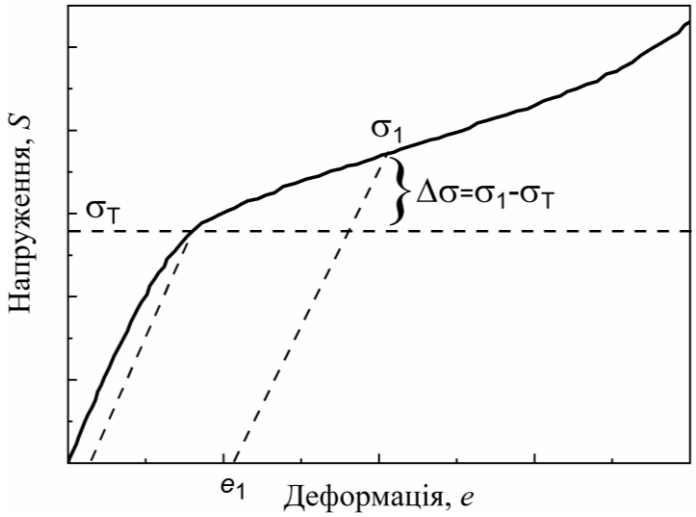
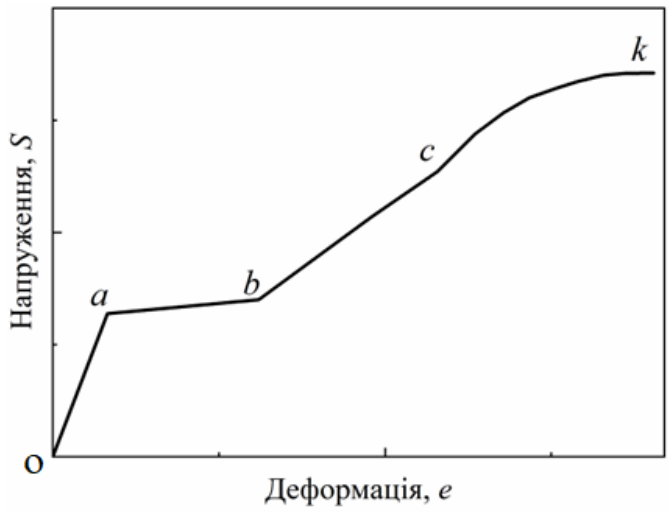



*Рис. 3.43.* Визначення величини деформаційного зміцнення $\Delta\sigma$ за допомогою істинної деформаційної кривої

## 3.15 Стадії деформаційного зміцнення

*Деформаційне зміцнення* здебільшого є наслідком взаємодії рухомих дислокацій, які забезпечують пластичну деформацію матеріалу, з нерухомими дислокаціями, що накопичуються в матеріалі під час деформування. Вигляд деформаційної кривої матеріалу залежить від закономірностей формування дислокаційної субструктури та законів взаємодії рухомих дислокацій з нерухомими.

Найбільш повною мірою *стадійність процесу деформаційного зміцнення* проявляється для *сприятливо орієнтованих* ГЦК-монокристалів. Загальний вигляд кривої деформаційного зміцнення такого матеріалу зображено на рис. 3.44.




*oa* – пружна деформація (оборотне зміцнення);

*ab* – стадія слабкого зміцнення;

*a* – початок пластичної деформації;

*bc* – стадія лінійного зміцнення;

*b* – початок множного ковзання;

*ck* – стадія динамічного повернення;

*c* – початок поперечного ковзання;

*k* – руйнування матеріалу

*Рис. 3.44.* Загальний вигляд кривої деформаційного зміцнення сприятливо орієнтованого ГЦК-монокристала

На ділянці пружної деформації коефіцієнт деформаційного зміцнення визначається модулем пружності, а зміцнення матеріалу є оборотним. Зазвичай ділянка *oa* майже збігається з віссю напружень.

Цей етап вважають *нульовою стадією деформаційного зміцнення*. Пластична деформація матеріалу починається в точці $a$, напруження в якій дорівнює межі плинності.

Перша стадія деформаційного зміцнення (*стадія слабкого зміцнення*) характеризується полегшеним ковзанням, розвиток якого значною мірою залежить від орієнтації кристала відносно зовнішнього напруження і від наявності домішок.

Цей період характеризується приблизно лінійною залежністю деформації від напруження і малою величиною коефіцієнта зміцнення (приблизно $10^{-4}G$). Ковзання на цій стадії визначається переміщенням дислокацій за найбільш сприятливо орієнтованими системами ковзання і зазвичай відповідає першій стадії пластичної деформації (*стадії легкого ковзання*).

Для ГЩП-кристалів, в яких ковзання дислокацій відбувається переважно за однією системою, перша стадія характерна для всієї деформаційної кривої, якщо не відбувається деформації за механізмом двійникування. У цьому разі загальна деформація матеріалу може досягати 200 % – 300 %.

На стадії слабкого зміцнення коефіцієнт зміцнення залежить від довжини вільного пробігу дислокацій, яка визначається перешкодами, що утворені початковим станом металу, наприклад межами зерен або наявними включеннями (дрібнодисперсними частинками). Оскільки взаємодії дислокацій на цьому етапі деформування матеріалу немає, то кількість перешкод у процесі пластичної деформації не змінюється і коефіцієнт зміцнення не повинен залежати від орієнтації кристала.

Таким чином, перша стадія можлива лише за умови відсутності перешкод, які характерні для множного ковзання. Процес зміцнення проходить повільно, у кристалі накопичується незначна кількість дислокацій, а відстані між ними є достатньо великими.

У разі підвищення рівня напружень активуються додаткові системи ковзання і процес ковзання набуває множного характеру (точка $b$ на рис. 3.44), що передбачає рух дислокацій площинами ковзання, які перетинаються, з утворенням (за умови їх зустрічі) додаткової кількості ефективних перешкод для їхнього переміщення. Настає друга стадія деформаційного зміцнення – *стадія лінійного зміцнення*. Ця стадія відповідає найбільш протяжній ділянці на деформаційній кривій,

а коефіцієнт зміцнення для неї є значно більшим, ніж для першої стадії, і зберігається приблизно постійним упродовж усього етапу.

У цьому разі відношення коефіцієнта зміцнення до модуля зсуву (або до іншої константи пружності) майже не залежить від величини прикладеного напруження і від температури, а також несуттєво залежить від орієнтації кристала та кількості домішок. Для більшості металів з ГЦК-ґраткою величина відношення коефіцієнта зміцнення до модуля пружності становить приблизно $4 \cdot 10^{-3} G$.

Чим важче відбувається поперечне ковзання або інші процеси, які визначають вихід дислокацій зі своєї площини, тим більшим є деформаційне зміцнення. Залежність напруження від щільності дислокацій описують співвідношенням $\sigma \sim \sqrt{\rho}$ та є однаковою для другої стадії деформаційного зміцнення всіх металів.

За відносно високих напружень можливими є зміни розподілу дислокацій: під час другої стадії вони можуть, наприклад, починати обходити перешкоди, які їх утримували; між дислокаціями протилежних знаків можуть відбуватися дислокаційні реакції з їх взаємною *анігіляцією* та зменшенням поля внутрішніх напружень. Унаслідок цих процесів зменшується коефіцієнт зміцнення й активується третя стадія деформаційного зміцнення – стадія динамічного повернення.

Паралельні лінії (або смуги) ковзання на третій стадії поєднуються між собою лініями поперечного ковзання, у результаті спостерігається фрагментація смуг ковзання. Таким чином, деформація на третій стадії зміцнення характеризується розвиненим поперечним ковзанням, яке і є основним механізмом оминання дислокаціями бар'єрів для їхнього руху, які виникають на другій стадії.

У результаті дислокаційних взаємодій та перетворень нахил кривої зміцнення на третій стадії зменшується (як і коефіцієнт деформаційного зміцнення). Деформуючі напруження на цій стадії суттєво залежать від температури і формується новий розподіл дислокацій за об'ємом кристала.

Процеси, які пов'язані з перерозподілом дислокацій під впливом високих напружень, називають *динамічним поверненням*. Необхідно зауважити, що динамічне повернення може відбуватися за відносно низьких температур, за яких швидкість термічного повернення дефор-

мованого металу – процесу релаксації напружень під впливом підвищених температур – є вкрай обмеженою. Це пояснюється тим, що на третій стадії деформаційного зміцнення рух гвинтових дислокацій та їх перехід до площини поперечного ковзання відбуваються під впливом одразу трьох факторів: деформуючих напружень, внутрішніх напружень навколо загальмованих біля перешкод дислокацій та енергії теплового руху. Якщо перші два фактори є суттєвими, то перехід гвинтової дислокації біля перешкоди до сусідньої площини та здійснення поперечного ковзання можливі навіть за відсутності інтенсивної термічної активації.

## 3.16 Деформаційне зміцнення в монокристалах різних типів та полікристалах

Орієнтація монокристалів суттєво впливає на перебіг процесів деформаційного зміцнення.

Зазвичай для деяких *довільно орієнтованих* ГЦК-кристалів, у яких швидко активується множне ковзання, перша стадія зміцнення практично не спостерігається. Якщо ця стадія все ж таки реалізується, то зазвичай вона не є тривалою і завершується після досягнення зовсім невеликого ступеня деформації. Також для довільно орієнтованих монокристалів збільшується коефіцієнт зміцнення на першій та другій стадіях, зростає рівень напруження на межі плинності. На третій стадії зміцнення є майже однаковим для кристалів будь-якої орієнтації, оскільки вже наприкінці другої стадії у кристалі виникає дислокаційна структура, яка майже не залежить від його первинної орієнтації. Приклад відмінності форми деформаційної кривої для ГЦК-монокристала за сприятливої та довільної орієнтацій показано на рис. 3.45.

У ГЩП-кристалах за умови $c/a \geq 1{,}633$ ковзання відбувається за базисними площинами і для випадку *сприятливої орієнтації* монокристала стадія легкого ковзання триває до суттєвих значень деформації. Значення коефіцієнта деформаційного зміцнення на першій та другій стадіях подібне до того, що характерне для ГЦК-кристалів. Руйнування ГЩП-монокристала відбувається зазвичай наприкінці другої стадії деформаційного зміцнення.

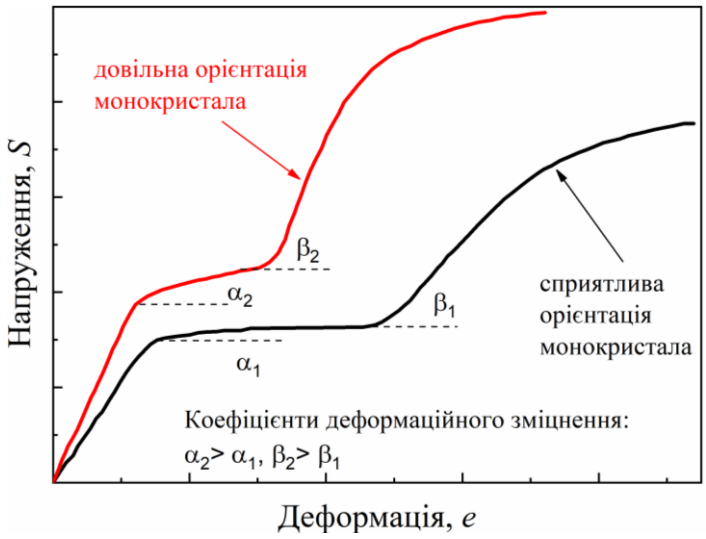



*Рис. 3.45.* Схематичне зображення деформаційних кривих ГЦК-монокристала за сприятливої та довільної орієнтацій відносно осі розтягування

За умови *довільної орієнтації* ГЩП-монокристалів залежність напруження від орієнтації є набагато більш суттєвою, ніж для ГЦК-кристалів. Зі зменшенням співвідношення $c/a$ полегшується небазисне ковзання, тому зменшується тривалість стадії легкого ковзання. За малих $c/a$ стадія легкого ковзання може взагалі зникнути, оскільки небазисне ковзання спостерігатиметься з самого початку пластичної деформації.

Приклади деформаційних кривих сприятливо та довільно орієнтованих ГЩП-монокристалів показано на рис. 3.46.

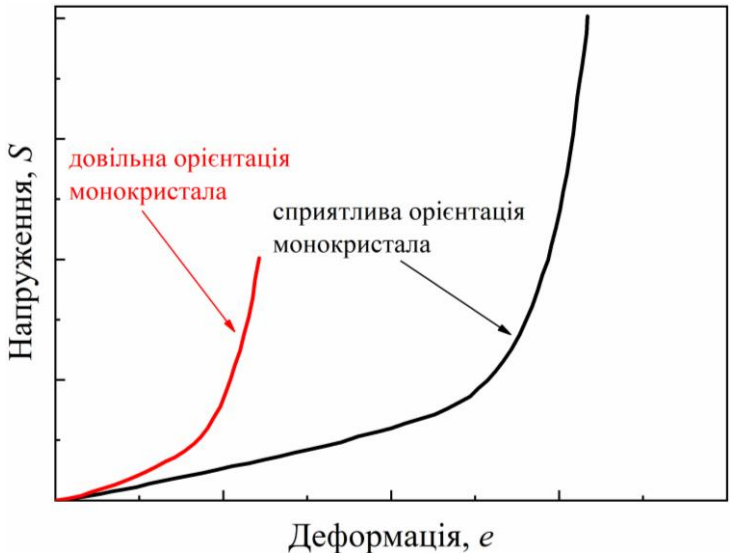



*Рис. 3.46.* Схематичне зображення деформаційних кривих ГЩП-монокристала ($c/a = 1{,}886$) за сприятливої та довільної орієнтацій відносно осі розтягування

Для ОЦК-монокристалів перша та друга стадії деформаційного зміцнення скорочуються. Більша частина деформаційної кривої належить до третьої стадії, тому середній коефіцієнт деформаційного зміцнення таких кристалів є меншим, ніж кристалів інших типів.

Для випадку полікристалів деформаційне зміцнення після пружної деформації можна приблизно описати параболічним законом:

$$\sigma = \sigma_0 + Ae^n, \tag{3.8}$$

де $A$ – стала;

$n$ – показник, що змінюється від 0 до 1.

Полікристали матеріалів з гетерогенною (багатофазною) структурою характеризуються більш істотним деформаційним зміцненням, ніж гомогенні полікристали, внаслідок суттєвої неоднорідності деформаційних процесів у зернах різних фаз.

Якщо зіставити деформаційні криві для моно- та полікристала одного матеріалу, то можна побачити, що більша частина кривої полікристала відповідає напруженням, які перевищують ті, що необхідні для початку третьої стадії зміцнення для монокристала (точка *c* на рис. 3.47).

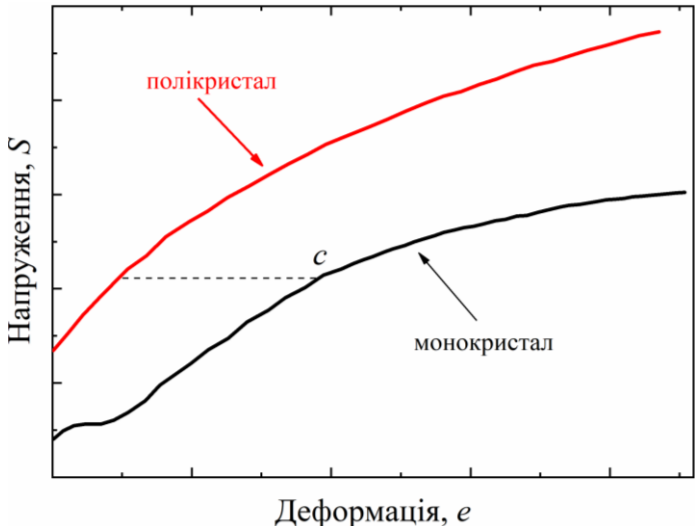



*Рис. 3.47*. Деформаційні криві для моно- та полікристала одного матеріалу

Оскільки стадії легкого ковзання в полікристалах не спостерігається, то і стадії слабкого зміцнення також не буває. Особливості кривих деформаційного зміцнення полікристалів пов’язані передусім з наявністю в них великокутових меж зерен як найбільш ефективних перешкод для руху дислокацій.

Коефіцієнт деформаційного зміцнення полікристалів є вищим порівняно з монокристалами. Особливо стрімке збільшення коефіцієнта зміцнення спостерігається на початкових етапах деформування. Після досягнення незначного ступеня деформування криві для моно- та полікристалів стають майже паралельними одна до одної. Це відбувається з початком інтенсивного множного ковзання дислокацій.

Проте металеві матеріали можуть суттєво відрізнятися між собою за схильністю до реалізації процесу деформаційного зміцнення. За величиною деформаційного зміцнення всі матеріали поділяють на низько-, середньо- та високоміцні. Схильність до деформаційного зміцнення можна визначити за формою деформаційної кривої на ділянці рівномірної пластичної деформації. Чим більшою є різниця між рівнями межі плинності $\sigma_T$ та межі міцності $\sigma_B$, тим матеріал є більш схильним до деформаційного зміцнення. Ранжування можна провести відповідно до таких граничних значень:

$\frac{\sigma_T}{\sigma_B}$ ~ (1 – 0,7) – низькозміцнювані матеріали;

$\frac{\sigma_T}{\sigma_B}$ ~ (0,7 – 0,5) – середньозміцнювані матеріали;

$\frac{\sigma_T}{\sigma_B}$ ~ (<0,5) – високозміцнювані матеріали.

## 3.17 Залежність перебігу пластичної деформації та деформаційного зміцнення від низки факторів

Процес пластичної деформації та деформаційне зміцнення, яке при цьому відбувається, буде реалізовуватися з певними особливостями залежно від дії низки факторів.

### *3.17.1 Тип ґратки*

На рис. 3.48 показано три характерні типи деформаційних кривих для матеріалів з різними кристалічними ґратками.

Матеріали з ГЩП-ґраткою демонструють лінійне зміцнення, для якого характерний невеликий постійний до самого руйнування коефіцієнт деформаційного зміцнення.

Для випадку кубічних кристалів неминучим є ковзання за площинами та напрямками, які перетинаються, у результаті чого ковзання з легкого переходить до множного і відбувається взаємодія дислокацій

з утворенням їхніх складних конфігурацій та ефективних бар'єрів для їхнього руху. Усі ці фактори обумовлюють більший рівень деформаційного зміцнення таких матеріалів.

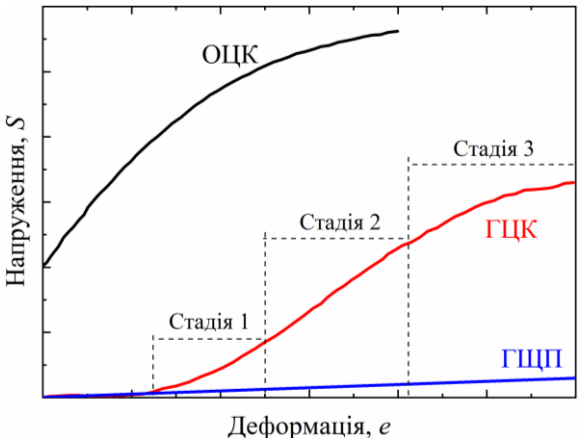



*Рис. 3.48.* Криві деформаційного зміцнення для матеріалів з різними типами кристалічних ґраток

Дослідження кристалів з ГЦК-ґраткою, в яких найбільш легко здійснюється множне ковзання, засвідчили, що деформаційна крива для цього класу матеріалів має складний вигляд, а коефіцієнт деформаційного зміцнення не є постійним на різних ділянках деформаційної кривої.

Для матеріалів з ОЦК-ґраткою характерне рівномірне зниження величини зміцнення у всьому діапазоні деформацій. Це є типовим прикладом матеріалу з параболічним деформаційним зміцненням.

### *3.17.2 Орієнтація монокристала відносно зовнішньої дії*

Оскільки відповідно до закону Шміда – Боаса напруження початку пластичної деформації залежить від орієнтаційного фактора, то процес пластичної деформації суттєво залежить від орієнтації монокристала щодо зовнішнього навантаження. Деформаційне зміцнення також є наслідком руху дислокацій, тому залежність цього процесу від орієнтації буде аналогічною. Для полікристалів такої залежності немає.

### *3.17.3 Кількість домішок та легуючих елементів*

Розчинені домішки обумовлюють збільшення межі плинності внаслідок блокування роботи деяких дислокаційних джерел (наприклад, джерела Франка – Ріда). Енергія дефектів пакування внаслідок легування знижується (тим більше, чим більшою є різниця у валентностях елементів), також змінюється характер ковзання дислокацій на третій стадії деформації та зростає загальний коефіцієнт деформаційного зміцнення.

Вплив легування на коефіцієнт деформаційного зміцнення полягає у підвищенні критичного напруження зсуву, напруження переходу до другої та третьої стадій зміцнення, коефіцієнта деформаційного зміцнення на третій стадії.

Легування елементами, здатними до формування нових фаз, або нерозчинними елементами підвищує коефіцієнт деформаційного зміцнення, при цьому стадія легкого ковзання може взагалі зникнути. Якщо дислокації під час пересування перерізають частинки нової фази, то можливим є передчасне руйнування матеріалу. Якщо ж дислокації здатні обминати перешкоди, деформаційна здатність підвищується.

### *3.17.4 Енергія дефектів пакування*

Чим більшою є енергія дефектів пакування, тим раніше починається поперечне ковзання дислокацій. Як наслідок – скорочуються стадії легкого та множного ковзання, а також знижується коефіцієнт деформаційного зміцнення на третій стадії. У металах з високою енергією дефектів лінії ковзання набувають хвилястості із самого початку деформаційного процесу, спостерігається більш чітка фрагментація смуг ковзання. У металах з низькою енергією дефектів дислокації є більш рівномірно розподіленими за об’ємом зразка, внаслідок чого стадії множного ковзання подовжуються.

### *3.17.5 Вплив температури*

Розрізняють такі температурні інтервали деформаційного процесу:

– холодна деформація: від 0 до 0,25 $T_{пл}$;

– тепла деформація: від 0,25 до 0,6 $T_{пл}$;

– гаряча деформація: від 0,6 до 1 $T_{пл}$.

За умови холодного деформування зниження температури обумовлює подовження стадії легкого ковзання дислокацій. З підвищенням температури (але в межах зазначеного температурного інтервалу) знижується рівень межі плинності, скорочуються перша та друга стадії деформаційного зміцнення, відповідно збільшується тривалість третьої стадії, а коефіцієнт деформаційного зміцнення на цій стадії зменшується завдяки полегшенню поперечного ковзання. Чим легше відбувається поперечне ковзання, тим меншим є вплив нагрівання на коефіцієнт деформаційного зміцнення.

Особливості деформаційного процесу під час теплого деформування суттєво змінюються порівняно з холодною деформацією. Зникає нерівномірність густини дислокацій, щільність їх зменшується, формуються стінки або сітки дислокацій – відбувається динамічна полігонізація. Знижуються межа плинності та коефіцієнт деформаційного зміцнення. Чим вища температура, тим більш інтенсивно відбувається термічне повернення, яке сприяє знеміцненню. Однак за умови теплої деформації зміцнення хоч і є незначним, але відбувається на всіх стадіях деформаційного процесу. Поступово зі збільшенням температури окремі стадії зміцнення зникають і загалом процес можна віднести до третьої стадії.

У процесі гарячого деформування відбувається повне термічне повернення. Стадійність деформування та деформаційного зміцнення порушується, а коефіцієнт деформаційного зміцнення при цьому приблизно дорівнює нулю. На поверхні можна спостерігати зміщення зерен одне відносно одного (міжзеренна деформація).

Зміну деформаційних кривих за різних температур випробування на прикладі монокристала ГЦК-матеріалу показано на рис. 3.49. Можна чітко спостерігати зміну співвідношення між процесами деформаційного зміцнення та знеміцнення. За більш низьких температур домінуючим є процес деформаційного зміцнення, тоді як за високих температур процес зміцнення майже повністю пригнічується.

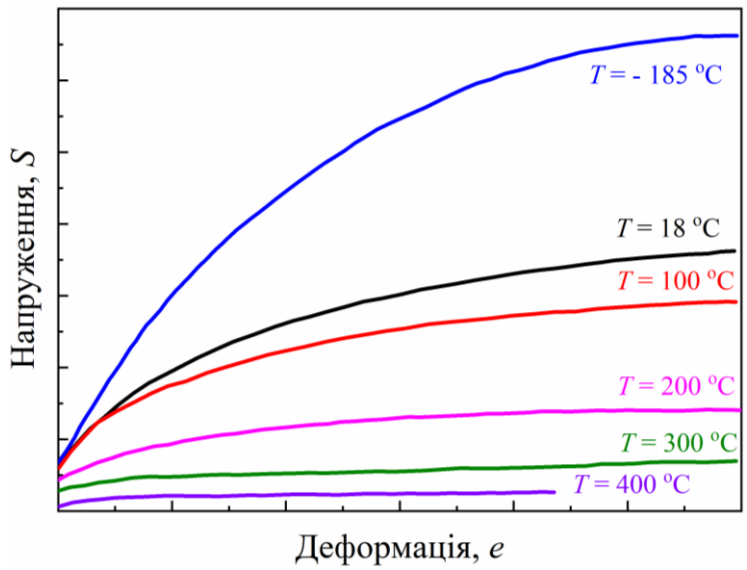



*Рис. 3.49.* Зміна характеру деформаційного зміцнення ГЦК-монокристала зі зміною температури

### *3.17.6 Схема напруженого стану та особливості процесу навантаження*

Якісно опис процесів деформації та зміцнення для різних схем навантаження не змінюється, крім розподілу дислокаційних ліній та смуг на другій та третій стадіях деформації, який ускладнюється. Зміна схеми напруженого стану також впливає на перебіг деформаційних процесів, хоча від виду навантаження параметри пружної деформації не залежать.

Важливо зауважити, що знеміцнення є процесом, характеристики якого залежать від часу. На рис. 3.50 показано відмінність процесів знеміцнення монокристалів цинку для випадків, коли після додавання навантаження проводиться повне розвантаження, а через деякий час – чергове навантаження. Так, за умови повного розвантаження на півхвилини (рис. 3.50, а), за подальшого навантаження пластична деформація починається в точці *B* та збільшується за абсолютним значенням. За умови повного розвантаження на 24 години (рис. 3.50, б) із подальшим навантаженням пластична деформація починається в точці *D* та майже не змінюється під час наступних циклів. Отже, для релаксації внутрішніх напружень у матеріалі достатньо доби.

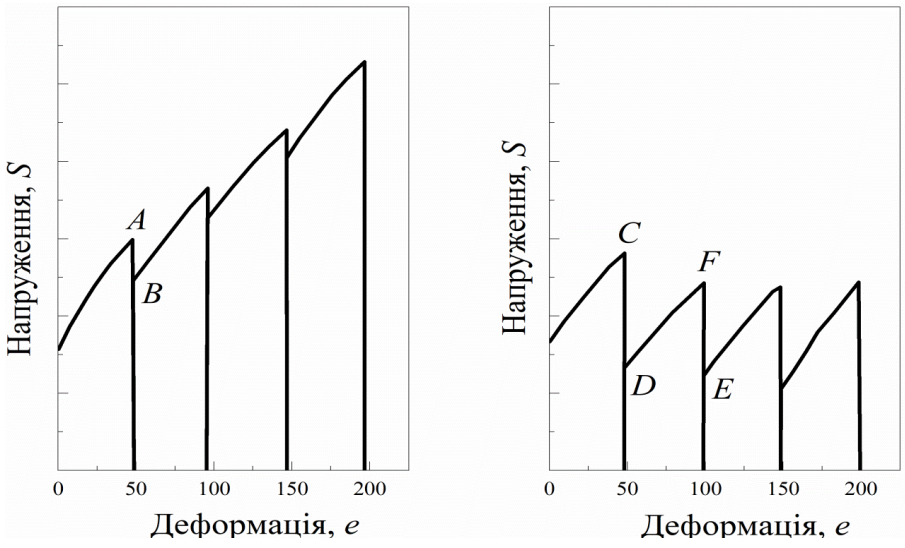



*Рис. 3.50.* Залежність напруження від деформації для монокристала цинку для різних інтервалів до повторного навантаження: а – повне розвантаження в точці *A* на 30 с, із подальшим навантаженням пластична деформація починається в точці *B*; б – повне розвантаження в точці *C* на 24 години, із подальшим навантаженням пластична деформація починається в точці *D*

Швидкість деформування визначається щільністю дислокацій та швидкістю їх ковзання. Тому чим меншою є швидкість деформування, тим сильніше проявляється термічне зневіцнення. За умов нагрівання цей вплив ще посилюється.

У результаті зростання швидкості деформування збільшується межа плинності. Цей ефект називають *явищем швидкісного зміцнення*.

## 3.18 Деформаційна крива та її складові

Для забезпечення надійної роботи будь-якого обладнання необхідно вирішити одну з фундаментальних задач матеріалознавства: правильно обрати матеріал, який здатний витримати конкретні умови експлуатації. Як дізнатися властивості матеріалів? Можна скористатися довідниками. А якщо це новий матеріал або умови недостатньо визначені? Для цього існує велика кількість механічних випробувань, але видів таких випробувань настільки багато, що постає питання, а який з них обрати?

Нині найбільш поширеним з механічних випробувань є одновісний розтяг, який дозволяє у межах одного методу отримати механічні характеристики матеріалу за умов пружного та пластичного деформування, а також значення напруження руйнування та величини критичної деформації.

Безпосередньо у процесі випробувань вимірювальні прилади фіксують навантаження $P$, яке діє на зразок, і видовження $U$, яке виникає внаслідок розтягування. За цими даними записуються первинні діаграми розтягу зразка в координатах «навантаження – видовження». Залежно від рівня механічних властивостей матеріалів усі можливі форми цих кривих поділяють на три типи (рис. 3.51). Діаграма типу I (рис. 3.51, а) характерна для зразків, що руйнуються без суттєвої пластичної деформації. Діаграма типу II (рис. 3.51, б) характерна для зразків, що рівномірно деформуються аж до руйнування. Діаграма типу III (рис. 3.51, в) є найпоширенішою і характерна для зразків, в яких перед руйнуванням відбувається локалізація пластичної деформації – формується шийка.

Первинні діаграми є вихідними для побудови деформаційних кривих і визначення характеристик міцності та пластичності, які, залежно від методики обробки експериментальних даних, поділяються на умовні та істинні. В разі одновісного розтягування істинні напруження завжди перевищують умовні, оскільки у процесі їх визначення враховується зменшення

площі поперечного перерізу зразка. Проте за малих пружно-пластичних деформацій істинні та умовні напруження майже збігаються.

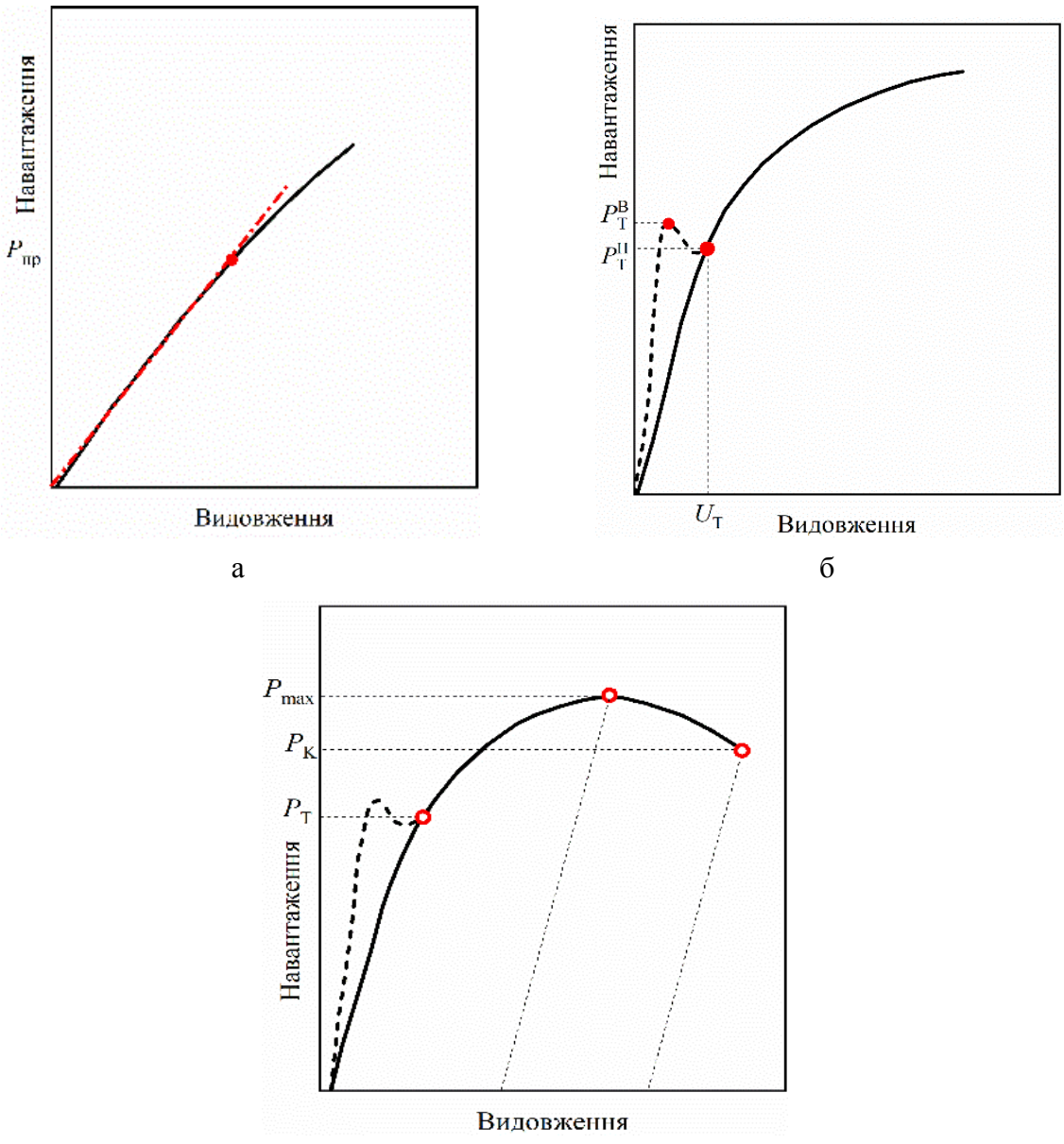



*Рис. 3.51*. Типи первинних діаграм розтягу матеріалу
(пунктиром показано «зуб» та «поличку» плинності):
а – руйнування майже без пластичної деформації;
б – рівномірна пластична деформація зразка до руйнування;
в – руйнування зразка після локалізації пластичної деформації в шийці

Механічні характеристики, які можуть бути визначені за результатами випробувань на розтягування, поділяють на три основні групи: характеристики міцності, пластичності та в’язкості. Загальний вигляд

деформаційної кривої з усіма відповідними характеристиками подано на рис. 3.52.

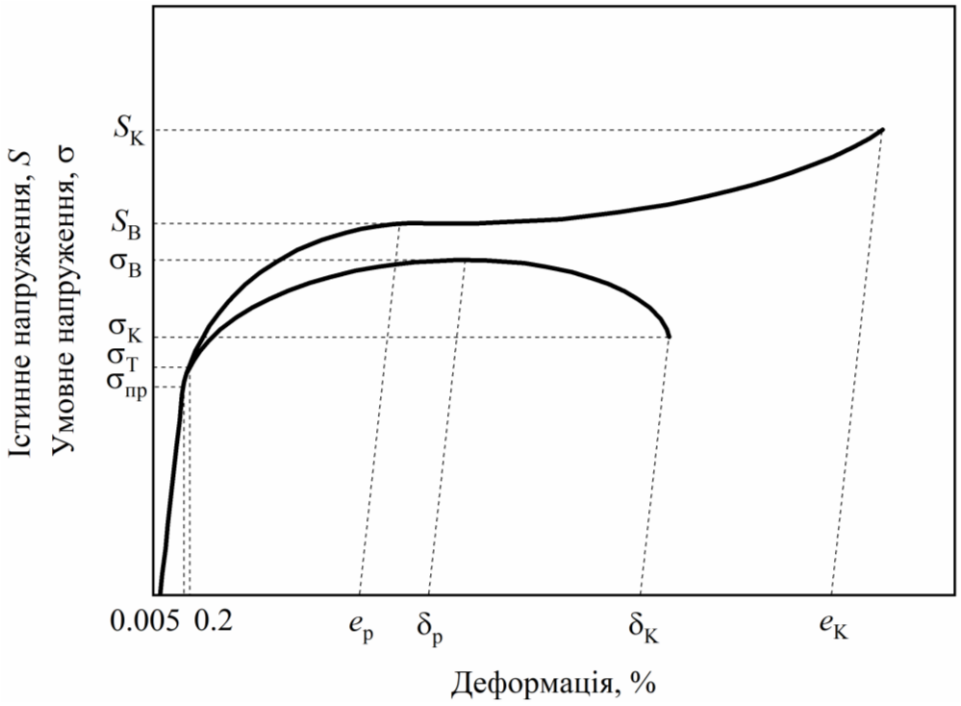



*Рис. 3.52*. Деформаційна крива матеріалу,
отримана за результатами випробувань на одновісний розтяг

Перехід від пружної до пластичної деформації матеріалу характеризується двома критичними рівнями напружень, а саме:

– межею пружності $\sigma_{пр}$;

– межею плинності $\sigma_Т$.

Для матеріалів, в яких проявляються «зуб» та «поличка» плинності, використовують верхню $\sigma_Т^В$ та нижню $\sigma_Т^Н$ межі плинності.

*Межа пружності* $\sigma_{пр}$ – найбільше напруження, за якого ще виконується закон Гука. Після зняття навантаження у зразку залишкової деформації майже не спостерігається (величина залишкової деформації зазвичай становить 0,005 %).

Величину напруження $\sigma_{пр}$, яке відповідає межі пружності, розраховують за формулою

$$\sigma_{пр} = \frac{P_{пр}}{F_0}, \qquad (3.9)$$

де $P_{пр}$ – навантаження, за якого спостерігається залишкова деформація 0,005 %.

*Верхня* $\sigma_{\text{T}}^{\text{B}}$ *та нижня* $\sigma_{\text{T}}^{\text{H}}$ *межі плинності* характеризують рівні напружень, за яких спостерігаються «зуб» (верхня межа) та «поличка» (нижня межа) плинності.

Значення верхньої та нижньої меж плинності розраховують таким чином:

$$\sigma_{\text{T}}^{\text{B}} = \frac{P_{\text{T}}^{\text{B}}}{F_0}; \tag{3.10}$$

$$\sigma_{\text{T}}^{\text{H}} = \frac{P_{\text{T}}^{\text{H}}}{F_0}, \tag{3.11}$$

де $P_{\text{T}}^{\text{B}}$ та $P_{\text{T}}^{\text{H}}$ – навантаження, за якого досягаються «зуб» та «поличка» плинності відповідно. «Поличка» плинності зазвичай продовжується до деформації 0,2 %.

Якщо ці особливості на діаграмах розтягування відсутні, то для таких матеріалів межу плинності визначають як напруження, за якого величина деформації становить 0,2 %. Тому іноді замість позначення $\sigma_{\text{T}}$ можуть використовувати позначення $\sigma_{0,2}$.

Якщо необхідно визначити *межу плинності* $\sigma_{\text{T}}$, використовують залежність

$$\sigma_{\text{T}} = \sigma_{0,2} = \frac{P_{0,2}}{F_0}, \tag{3.12}$$

де $P_{0,2}$ ($P_{\text{T}}$) – навантаження, якому на діаграмі розтягу відповідає величина залишкової деформації 0,2 %.

Напруження, що відповідають межі плинності (чи нижній межі плинності), є напруженнями початку пластичного деформування матеріалу. Частину деформаційної кривої на ділянці рівномірної пластичної деформації можна апроксимувати квадратичним законом.

Механічні властивості матеріалу за деформацій поза межею плинності характеризуються:

– істинною $S_{\text{B}}$ та умовною $\sigma_{\text{B}}$ межами міцності;

– рівномірною деформацією $e_{\text{p}}$;

– істинним $S_{\text{K}}$ та умовним $\sigma_{\text{K}}$ напруженнями руйнування;

– максимальною істинною деформацією $e_{\text{K}}$ та умовним видовженням $\delta_{\text{K}}$;

– відносним звуженням $\psi$.

*Межа міцності* $\sigma_{\text{B}}$ – максимальний рівень напружень, який матеріал може витримати без руйнування. За цього навантаження почина-

ється утворення шийки, тобто відбувається локалізація пластичної деформації в певному перерізі зразка. Якщо у процесі розрахунків напруження враховувати зменшення площі поперечного перерізу зразка упродовж пластичної деформації, то на діаграмі «напруження – деформація» зникає максимум, який відповідає $\sigma_{\text{В}}$. Це означає, що межа міцності характеризує не механічні властивості самого матеріалу, а найбільше навантаження, яке зможе витримати цей зразок до початку руйнування. Відповідно до визначення, $\sigma_{\text{В}}$ розраховують як

$$\sigma_{\text{В}} = \frac{P_{\max}}{F_0}, \tag{3.13}$$

де $P_{\max}$ – максимальне навантаження на первинній діаграмі розтягування зразка.

Умовну деформацію зразка (видовження), яке буде відповідати межі міцності, можна розрахувати за формулою

$$\delta_{\text{р}} = \frac{U_{\text{Р}}}{l_0}, \tag{3.14}$$

де $U_{\text{Р}}$, – абсолютне значення видовження зразка;

$l_0$ – довжина робочої частини зразка.

Зверніть увагу, що для побудови цієї точки на деформаційній кривій пунктир до перетину з відповідним напруженням проводять не вертикально, а паралельно до ділянки пружної деформації (рис. 3.52).

*Рівномірна деформація* $e_{\text{р}}$ визначає граничну величину пластичної деформації, за якої починається її локалізація в шийці, тобто відбувається перехід від рівномірної до локалізованої деформації зразка. Рівномірну деформацію розраховують за формулою

$$e_{\text{р}} = \ln(1 + \delta_{\text{р}}). \tag{3.15}$$

Істинне напруження у точці $S_{\text{В}}$ можна розрахувати таким чином:

$$S_{\text{В}} = \frac{P_{\max}}{F_0}(1 + \delta_{\text{р}}). \tag{3.16}$$

Місце на графіку знаходять так само, як і для межі міцності.

*Умовне напруження руйнування* $\sigma_{\text{К}}$ – напруження, яке відповідає точці на умовній діаграмі розтягу, в якій відбувається руйнування зразка. Визначається як відношення величини навантаження в момент руйнування до початкової площі поперечного перерізу зразка:

$$\sigma_{\text{К}} = \frac{P_{\text{К}}}{F_0}, \tag{3.17}$$

де $P_{\text{К}}$ – навантаження в момент руйнування зразка.

У момент руйнування площа поперечного перерізу може бути суттєво меншою за початкову, тому ця характеристика не має певного фізичного змісту. І саме тому умовна деформаційна крива, на відміну від істинної, після досягнення межі міцності знижується. Місце цієї точки на діаграмі деформації знаходять так само, як і для межі міцності.

*Максимальну умовну деформацію* $\delta_К$ визначають як відповідне видовження зруйнованого зразка та розраховують за формулою

$$\delta_К = \frac{U_К}{l_0}, \tag{3.18}$$

де $U_К$ – абсолютне значення видовження, отримане вимірюванням параметрів уже зруйнованого зразка.

*Істинне напруження руйнування* $S_К$ – середнє значення напружень у шийці, за яких порушується цілісність зразка, розраховують його за формулою

$$S_К = \frac{P_К}{F_К}, \tag{3.19}$$

де $F_К$ – площа зразка у місці зламу.

*Відносне звуження* $\psi_К$ – міра пластичної деформації матеріалу в шийці у момент руйнування. Відносне звуження розраховують за формулою

$$\psi_К = 1 - (\frac{d_К}{d_0})^2, \tag{3.20}$$

де $d_0$ – вихідний діаметр робочої частини зразка;

$d_К$ – діаметр зразка у місці зламу.

Для побудови істинної деформаційної кривої необхідно також розрахувати величину *деформації в шийці зразка* $e_К$ за формулою

$$e_К = \ln\left(\frac{1}{1-\psi_К}\right). \tag{3.21}$$

Як видно з рис. 3.52, істинна деформаційна крива набагато довша за умовну. Це пояснюється тим, що вона враховує всю деформацію зразка, а не лише видовження, як умовна деформація.

Підсумовуючи, можна зробити висновок, що за результатами випробувань на одновісне розтягування можна встановити рівень пластичності (визначити напруження початку пластичної деформації, звуження та максимальну деформацію) та міцності (визначити межу міцності, зміцнення, коефіцієнт деформаційного зміцнення) матеріалу та обґрун-

тувати максимально допустимий рівень навантажень для конкретного виробу з підібраного матеріалу. Деякі обмеження, які накладаються на експлуатаційні параметри конструкцій, будуть розглянуті в розд. II.

## Контрольні запитання та задачі до теми 3

***Перелік теоретичних запитань***

1. Що таке пластична деформація?
2. Які основні механізми пластичної деформації в матеріалах?
3. Які властивості крайової дислокації?
4. Описати властивості гвинтової дислокації.
5. Що таке вектор Бюргерса? Як його знайти та визначити його величину?
6. На яку частину періоду ґратки переміщуються атоми у процесі пластичної деформації ковзанням і двійникуванням?
7. Як можна спостерігати процес пластичної деформації на поверхні шліфа?
8. Як за допомогою мікрошліфа встановити основний механізм пластичної деформації зразка?
9. Що таке система ковзання? Скільки систем ковзання може бути в матеріалі?
10. Описати процес пластичної деформації ковзанням.
11. Пояснитти процес двійникування в матеріалі.
12. Описати процес пластичної деформації двійникуванням.
13. За яким більш імовірним механізмом відбудеться пластична деформація за умови деформування матеріалу на сильному морозі або за передплавильних температур?
14. Які основні особливості першої стадії пластичної деформації?
15. Які основні особливості другої стадії пластичної деформації?
16. Які основні особливості третьої стадії пластичної деформації?
17. Скільки систем ковзання одночасно можуть діяти у кристалі?
18. Сформулювати закон Шміда – Боаса.
19. Описати вплив температури, структури та параметрів навантаження на величину критичного напруження зсуву.
20. Для якого процесу необхідне виконання критерію Мізеса?
21. Які особливості застосування правила Тейлора для опису пластичної деформації в полікристалах?

22. Які особливості процесу пластичної деформації в полікристалах?

23. Які передумови виникнення «зуба» плинності?

24. Для яких матеріалів характерна поява «зуба» плинності?

25. Що таке «поличка» плинності? Коли вона виникає?

26. Що таке деформаційне зміцнення?

27. Чим відрізняється процес деформаційного зміцнення від пластичної деформації?

28. Як визначити схильність матеріалу до деформаційного зміцнення?

29. Які два типи пластичної деформації спостерігаються на кривій деформування матеріалів?

30. Як структура матеріалу впливає на перебіг процесу пластичного деформування моно- та полікристалів?

31. Чому умовна деформаційна крива має ділянку, яка іде вниз, а істинна – ні?

32. Чому істинна деформаційна крива, отримана під час розтягування, вища за умовну? А при стисканні буде так само?

33. Чому максимальна умовна деформація зразка після пластичної деформації набагато менша за істинну деформацію?

***Перелік задач для самостійного опрацювання***

1. Обґрунтувати, який із матеріалів за однакових умов навантаження легше піддається пластичному деформуванню, якщо критичне дотичне напруження магнію становить 0,4 МПа й орієнтаційний фактор дорівнює 10, а для заліза критичне дотичне напруження становить 28 МПа й орієнтаційний фактор дорівнює 2,5.

2. Визначити напруження початку пластичної деформації у сріблі, якщо напруження діє вздовж напрямку $[1\bar{1}0]$, а дислокації рухаються в системі ковзання $(1\overline{11})[0\bar{1}1]$. Критичне дотичне напруження дорівнює 6 МПа.

3. Порівняти, в якому матеріалі пластична деформація почнеться раніше, якщо межа плинності сталі 45 становить 277 МПа, а в зразка зі сталі 09Г2Д з початковим діаметром 6 мм пластична деформація починається за навантаження 15,1 кН.

4. Проаналізувати, який із матеріалів витримає більше навантаження, якщо у сталі 65 межа міцності становить 1022 МПа, а в зразку із хромонікелевої сталі формування шийки починається за навантаження 57,45 кН. Початковий діаметр зразків є однаковим і становить 8 мм.

5. Який з матеріалів більше схильний до деформаційного зміцнення, якщо після випробувань на одновісний розтяг встановлено такий рівень їхніх основних механічних характеристик:

| Матеріал | $\sigma_{\text{Т}}$, МПа | $\sigma_{\text{В}}$, МПа |
|---|---|---|
| сталь 20ГФТЛ | 534 | 647 |
| сталь 45 | 277 | 611 |

6. Визначити, який із досліджуваних матеріалів є більш пластичним, якщо після випробувань на розтяг зразок з латуні ЛЖС58-1-1 має максимальне звуження 35 %, а бронзовий зразок БрОф6.5-0.1 – 83 %. Розрахутати діаметр більш пластичного зразка у місці зламу, якщо початковий діаметр становив 7 мм.

## Перелік використаної та рекомендованої літератури

***Використана література***


3.1. Vieira M. F. Complex strain paths in polycrystalline copper: microstructural aspects / M. F. Vieira, J. V. Fernandes // Materials Research. – 1999. – Vol. 2. – no 3. – P. 185–189.

3.2. Золоторевский В. Механические свойства металлов / В. Золоторевский. – 3-е изд., перераб. и доп. – М. : МИСИС, 1998. – 400 с.

3.3. Callister W. D. Fundamentals of materials science and engineering: an integrated approach / W. D. Callister, D. G. Rethwisch. – 4th Edition. – Wiley, 2011. – 936 p.

3.4. Ostapovets A. Review of non-classical features of deformation twinning in hcp metals and their description by disconnection mechanisms / A. Ostapovets, A. Serra // Metals. – 2020. – Vol. 10. – no 9. – P. 1134 – 1154.

3.5. Sułkowski B. Analysis of crystallographic orientation changes during deformation of magnesium single crystals / B. Sułkowski // Acta Physica Polonica A. – 2014. – Vol. 126. – no 3. – P. 768 – 772.

3.6. Mola J. Consideration in the design of formable austenitic stainless steels based on deformaton-induced processes. Austenitic stainless steels / Ed. by W. Borek, T. Tanski and Z. Brytan. – 2017. – P. 8 – 28.

3.7. ParaDiS: Dislocation Simulations [Electron. resource] – Access link : http://paradis.stanford.edu/site/about – Назва з екрана.

3.8. Caillard D. Glide of dislocations in non-octahedral planes of fcc metals : a review / D. Caillard, J.-L. Martin // International Journal of Materials Research. – 2009. – Vol. 100. – no 10. – P. 1403–1410.

3.9. Transmission electron microscopy characterization of dislocation structure in a face-centered cubic high-entropy alloy $Al_{0.1}CoCrFeNi$ / X. D. Xu, P. Liu, Z. Tang, at al. // Acta Materialia. – 2018. – Vol. 144. – P. 107–115.

***Рекомендована література***

3.10. Багмут А. Г. Несовершенства кристаллических решеток. Сб. задач с подробными решениями / А. Г. Багмут, В. М. Косевич. – Харків : Изд-во «Підручник НТУ «ХПІ», 2015. – 72 с.

3.11. Дяченко С. С. Фізичні основи міцності та пластичності металів : навч. посіб. / С. С. Дяченко. – Харків : Вид-во ХНАДУ, 2003. – 226 с.

3.12. Schmid E. Plasticity of crystals with special reference to metals / E. Schmid, W. Boas // J. Appl. Cryst. – 1969. – Vol. 2. – Is. 3. – P. 147.

3.13. Taylor G. I. The mechanism of plastic deformation of crystals. Part I. Theoretical / G. I. Taylor // Proceedings of the Royal Society of London, series A. – 1934. – Vol. 145. – P. 362–387.

3.14. Taylor G. I. The mechanism of plastic deformation of crystals. Part II. Comparison with observations / G. I. Taylor // Proceedings of the Royal Society of London, series A. – 1934. – Vol. 145. – Is. 855. – P. 388 – 404.

3.15. Mugge O. Uber kunstliche Zwillingsbildung durch Druck an Antimon, Wismuth und Diopsid / O. Mugge // Neues Jahrb. Mineral. Geol. – 1886. – B. 1. – P. 183 –187.

# Тема 4 ПЛАСТИЧНА ДЕФОРМАЦІЯ МАТЕРІАЛІВ ЗА ПІДВИЩЕНИХ ТЕМПЕРАТУР

## 4.1 Процеси під час нагрівання деформованого матеріалу

Залежно від температури нагріву в деформованому матеріалі відбуваються різноманітні процеси (рис. 4.1), загальним результатом яких є те, що *запасена енергія* зменшується, а матеріал повертається до більш рівноважного стану.

Запасена енергія – це енергія, що накопичується у кристалі у процесі його деформування унаслідок збільшення густини дислокацій і точкових дефектів. З підвищенням рівня деформації запасена енергія спочатку швидко зростає, а потім досягає постійного рівня унаслідок процесів динамічного повернення.

*Рис. 4.1.* Класифікація процесів, що відбуваються в матеріалах за підвищених температур

Кількість запасеної енергії залежить від низки факторів, зокрема:

– температури;

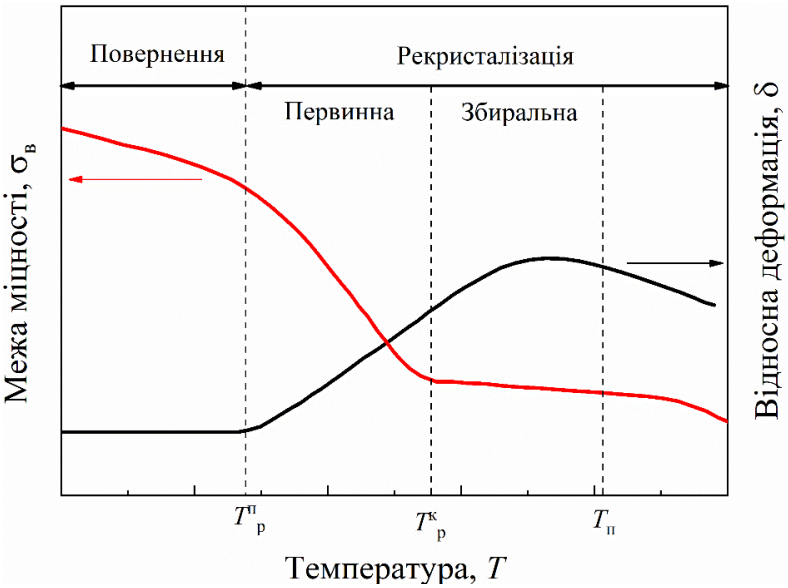
– типу ґратки;

– розміру зерна;

– кількості та типу домішкових атомів;

– виду деформації.

Такі процеси, як дифузія та активний рух дислокацій, повернення (відпочинок, полігонізація) та рекристалізації (первинна, збиральна, вторинна), що відбуваються під час нагрівання, обумовлюють термодинамічно більш рівноважний стан матеріалу. Особливості зміни механічних характеристик матеріалів зі зростанням температури схематично показано на рис. 4.2.




$T_p^n$ – температура початку рекристалізації,

$T_p^к$ – температура кінця рекристалізації,

$T_n$ – температура перегріву

*Рис. 4.2.* Схема зміни властивостей холоднодеформованого металу у процесі нагрівання

Під *поверненням* розуміють сукупність процесів, що підвищують структурну досконалість матеріалу без зміни форми та розмірів деформованих зерен. *Відпочинок* (до 0,25 $T_{пл}$) – найбільш низькотемпературна стадія повернення, яка полягає в перерозподілі та зменшенні концентрації точкових дефектів і дислокацій без утворення нових меж зерен. Зменшення кількості точкових дефектів відбувається завдяки їх анігіля-

ції на дислокаціях і межах зерен або рекомбінації міжвузлових атомів та вакансій. Перерозподіл дислокацій та їх анігіляція (за умови взаємодії дислокацій різного знака) ускладнений унаслідок закріплення їх домішковими атомами.

*Полігонізація* (0,27 – 0,35 $T_{пл}$) – більш високотемпературна стадія повернення – процес перерозподілу дислокацій унаслідок їх ковзання та переповзання з утворенням кристалітів, розподілених малокутовими межами. Вільні від дислокацій кристаліти називають *полігонами*. Полігонізація після значних ступенів деформації здійснюється за рахунок перебудови об'ємних дислокаційних сіток (*лісу дислокацій*).

Рекристалізація розпочинається за різних температур: від 0,4 $T_{пл}$ для технічних металів, до 0,6 $T_{пл}$ для твердих розчинів й до 0,8 $T_{пл}$ для гетерофазних багатокомпонентних сплавів. Подальший перебіг рекристалізації визначається характером утвореної полігональної структури. Утворення стійких полігонів із плоскими малокутовими межами затримує перебіг рекристалізації. Таку полігонізацію називають *стабілізуючою*. Утворення полігонів з комірок може розглядатися як початкова стадія первинної рекристалізації, її називають *передрекристалізаційною*.

Саме *стабілізуюча полігонізація* забезпечує найбільш ефективне підвищення жароміцності сплавів (наприклад, для сплавів нікелю – майже вдвічі). Полігонізація сприяє збереженню деформаційного зміцнення за наступної термічної обробки.

Нагрівання загартованої сталі до температури, яка не перевищує температуру утворення аустеніту, витримку її за цієї температури з наступним повільним охолодженням до кімнатної температури називають *відпуском*. Відпуск значно зменшує внутрішні напруження, спричинені гартуванням та/або механічною обробкою. Швидкість охолодження у процесі відпуску істотно впливає на величину залишкових напружень. Чим повільніше відбувається охолодження, тим меншими є значення залишкових напружень. Однак основний вплив на властивості сталей чинить температура відпуску, а тому залежно від цієї температури розрізняють низький, середній і високий відпуск.

*Відпал* – це такий процес термічної обробки, за якого матеріал нагрівається до визначеної температури (наприклад, для сталі це температура, вища за температуру утворення аустеніту), а потім повільно охоло-

джується разом із піччю після витримки упродовж певного періоду часу з метою отримання фактично рівноважної структури. Відповідно до температури нагріву відпал можна поділити на відпал першого роду (гомогенізуючий, рекристалізаційний або релаксаційний), другого роду (повний, ізотермічний або неповний) та нормалізацію.

Рекристалізаційні процеси також значно впливають на механічні властивості матеріалів. *Первинна рекристалізація* обумовлює різке зменшення густини дислокацій і майже повне знеміцнення деформованого металу з відповідним збільшенням його пластичності до вихідного значення. Суттєвий ріст зерен у разі дуже розвиненої *збиральної рекристалізації* (нагрівання вище $T_{\text{п}}$ на рис. 4.2) може супроводжуватися як знеміцненням, так і погіршенням пластичності. Ще більш несприятливо на властивості може вплинути різнозернистість, яка виникає у процесі *вторинної рекристалізації*.

У процесі теоретичного розгляду особливостей пластичної деформації зазвичай вважається, що кожному значенню напруження відповідає чітко визначена величина деформації. За реальних умов будь-який матеріал під дією постійного напруження може за визначених умов деформуватися із плином часу.

## 4.2 Основні визначення та класифікація механізмів повзучості

Явище безупинної деформації під дією постійного напруження називають *повзучістю*, воно є кількісною характеристикою жароміцності. *Жароміцність* – це здатність металів витримувати напруження за умов дії підвищених температур без помітної залишкової деформації та руйнування (або, інакше кажучи, – це здатність не втрачати тримкості під напруженням за умов дії підвищених температур).

За підвищених температур одночасно реалізуються декілька механізмів деформації, тому сумарну швидкість деформації визначають як суму швидкостей деформацій за кожним із таких механізмів. Механічні властивості матеріалу визначатимуться саме тим механізмом, який забезпечує найбільший внесок до швидкості деформації.

Залежно від температури і рівня прикладеного зовнішнього напруження повзучість забезпечується за різними механізмами. Найбільш відомими є чотири види повзучості (рис. 4.3), області реалізації яких

показано на рис. 4.4. На цій діаграмі для наочності порівняння властивостей різних металів і сплавів за віссю абсцис відкладено гомологічну температуру ($T/T_{\text{пл}}$), а за віссю ординат – відношення прикладеного напруження зсуву до модуля зсуву ($\tau/G$).

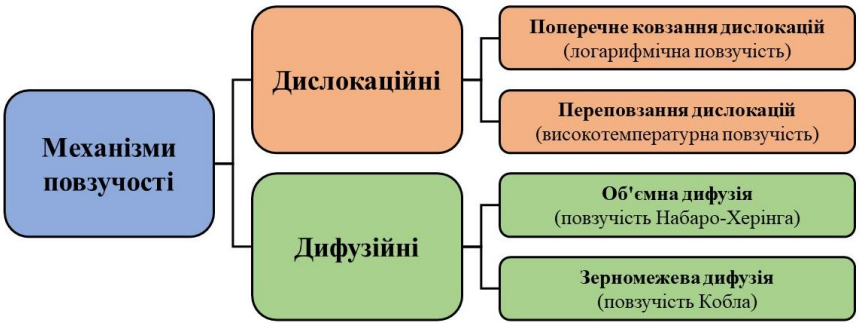



*Рис. 4.3.* Класифікація основних видів повзучості

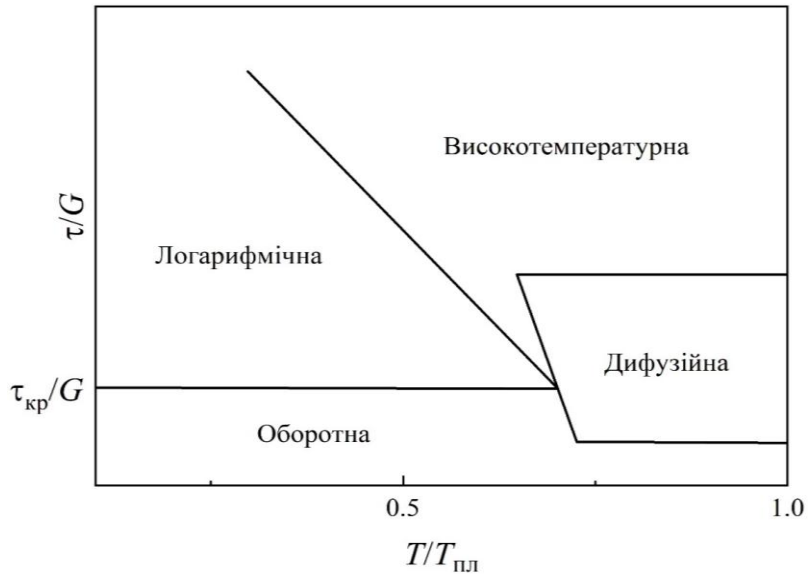
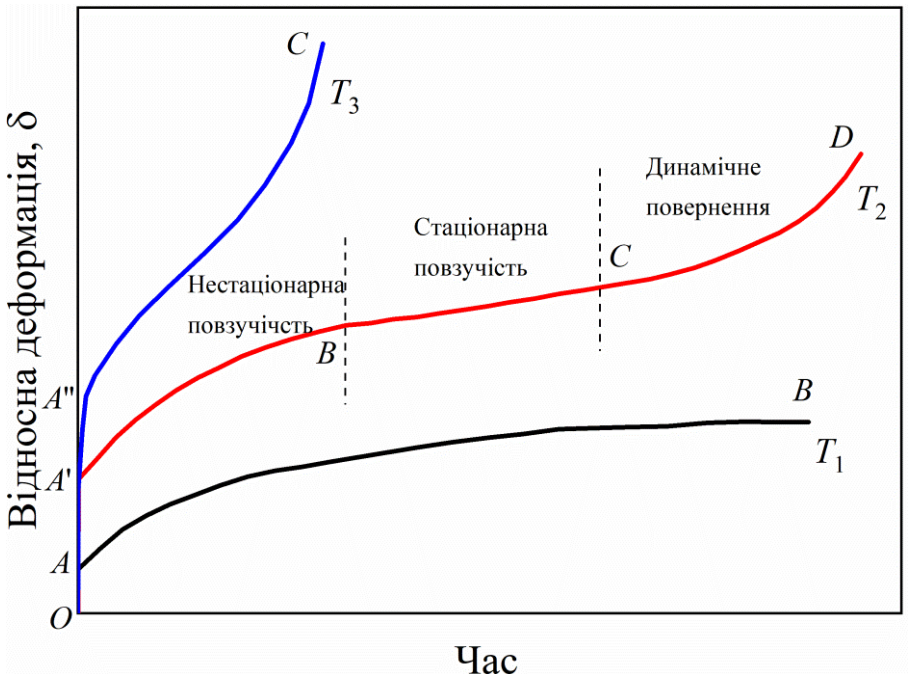



*Рис. 4.4.* Області реалізації різних механізмів повзучості в координатах «температура – напруження»

*Непружна оборотна* повзучість характерна для випадку дії напружень, нижчих за критичне напруження зсуву $\tau_{\text{кр}}$ (див. закон Шміда – Боаса). Оскільки вона є оборотною, то зазвичай цілком безпечна для конструкцій. Тому спеціальних випробувань на повзучість за напружень, нижчих від $\tau_{\text{кр}}$, не проводять.

За напружень, вищих від $\tau_{\text{кр}}$, в області відносно низьких температур відбувається *логарифмічна*, а за підвищених температур (понад $0{,}6T_{\text{пл}}$) – високотемпературна повзучість. Для практичних застосувань найбільш важливою є *високотемпературна повзучість*, тому стандартні випробування матеріалів на жароміцність проводять саме в цій області. Нарешті, за високих температур (понад $0{,}8T_{\text{пл}}$) і низьких напружень реалізується *дифузійна повзучість*.

Для аналізу напружено-деформованого стану матеріалу за підвищених температур використовують криву повзучості, побудовану в координатах «відносна деформація – час». Зміни характеру кривих для різного виду повзучості показано на рис. 4.5.




$T_1 < T_2 < T_3$

*Рис. 4.5.* Загальний вигляд кривих повзучості
за різних температур

Крива типу *OAB* спостерігається за умов низькотемпературної (логарифмічної) повзучості, *OA'BCD* й *OA''C* – за умов високотемпературної.

За будь-якого механізму діаграма повзучості має три стадії (рис. 4.5, крива $T_2$): *A'B* – стадія нестаціонарної (первинної) повзучості (швидкість повзучості на цій стадії змінна); *BC* – стадія стаціонарної (вторинної) повзучості (стала швидкість деформації); *CD* – стадія деградації (третинної повзучості) матеріалу та його наближення до руйнування (швидкість деформації значно зростає). Під час теоретичного аналізу процесу повзучості головна увага приділяється другій стадії, за якої швидкість деформації є сталою величиною. З ростом температури швидкість деформації буде збільшуватися.

За дуже високих температур або за великих навантажень стаціонарна стадія повзучості може зникнути (крива OA″*C* на рис. 4.5).

У процесі аналізу механізмів повзучості встановлюється зв'язок між швидкістю деформації, напруженням зсуву та температурою або часом і відносною деформацією. Проаналізуємо деякі механізми повзучості.

## 4.3 Повзучість у процесі дислокаційного ковзання (логарифмічна повзучість)

Дислокаційне ковзання (*логарифмічна повзучість*) зазичай відбувається за низьких температур. Напруження, яке необхідне для руху дислокацій, залежить від концентрації перешкод і суттєво знижується з підвищенням температури за рахунок термічної активації процесів подолання перешкод. За кімнатної температури, якщо гвинтові чи крайові дислокації у процесі свого руху під дією зовнішнього навантаження зустрічають перешкоду, це викликає їх зупинку. Надалі рух дислокацій можливий за механізмом поперечного ковзання для гвинтової дислокації чи переповзання для крайової. Однак ці процеси вимагають прикладання додаткового напруження. Втім, повзучість у матеріалі спостерігається за умов постійного рівня напружень. Чому ж за умов повзучості в матеріалі відбувається подальше деформування? Це стає можливим внаслідок наявності у дислокацій за підвищених температур додаткової запасеної енергії внаслідок інтенсивнішого термічно активованого коливання атомів у вузлах кристалічної ґратки. Це дозволяє здійснити поперечне ковзання (рис. 4.6, а) чи переповзання (рис. 4.6, б) за умов сталого напруження.

За кінетичною теорією в разі дислокаційної повзучості, що контролюється перешкодами, рівняння для швидкості деформації $\dot{e}$ за діючого напруження $\sigma$ та температури $T$ записують у вигляді

$$\dot{e} = B\sigma^n \exp\left[-\frac{\Delta F}{kT}\right], \qquad (4.1)$$

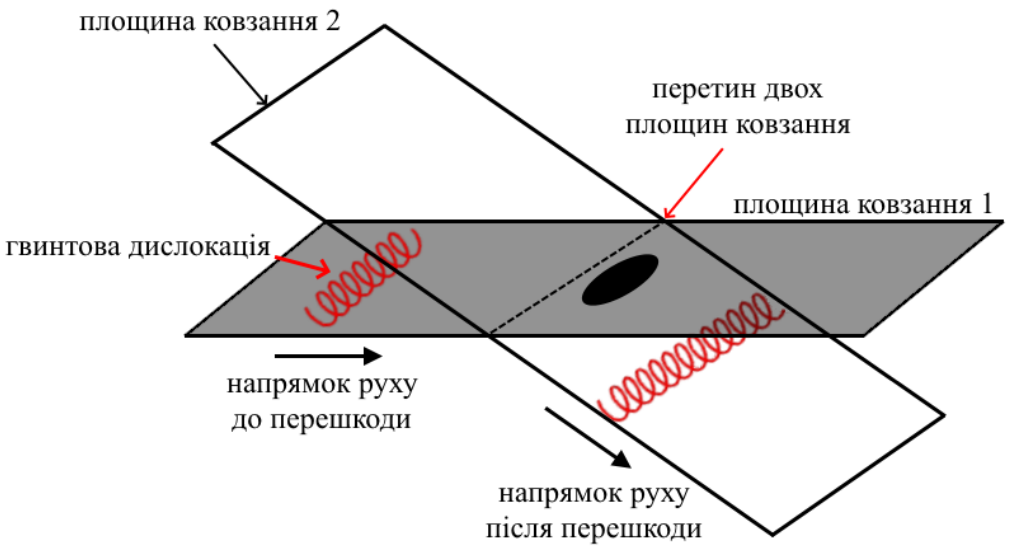
де $B$ – константа;

$n$ – показник деформаційного зміцнення;

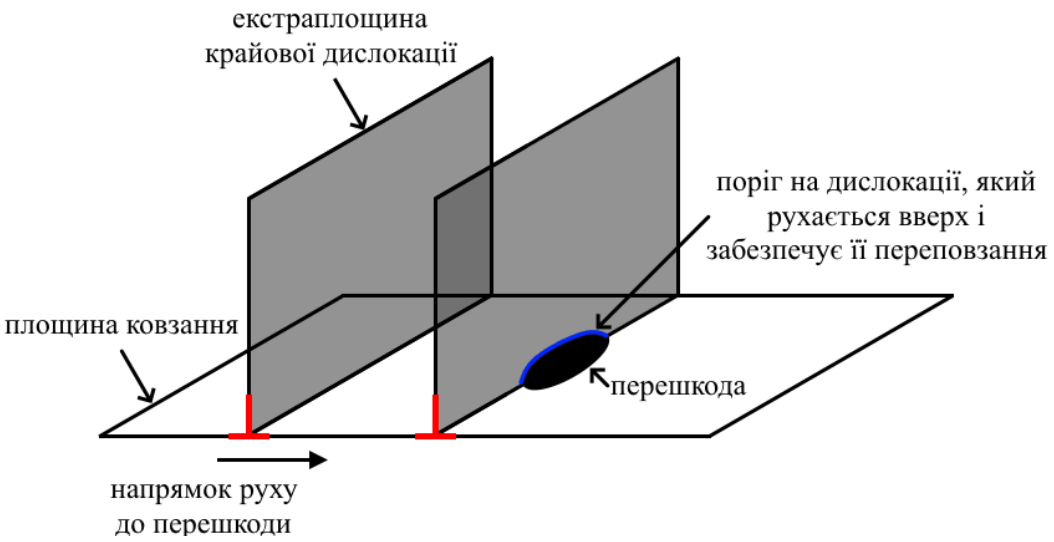
$\Delta F$ – енергія активації ковзання;

$k$ – стала Больцмана.

Одним із наслідків цієї залежності є відносно слабка чутливість напруження плинності до швидкості деформації за низьких температур.




а




б

*Рис. 4.6.* Схема термічно активованого руху дислокацій за умов повзучості: а – поперечне ковзання гвинтової дислокації; б – переповзання крайової дислокації

Залежність відносного видовження $\delta$ від часу $t$ за низькотемпературної повзучості добре апроксимується для багатьох металів рівнянням

$$\delta = a\ln(1+\alpha t) + b, \qquad (4.2)$$

де $a, b, \alpha$ – константи.

Саме тому низькотемпературна повзучість й одержала назву логарифмічної. З часом логарифмічна повзучість швидко загасає.

Вважається, що за логарифмічної повзучості досить повне термічне повернення не встигає відбутися. Тоді прогресуюче зниження швидкості

повзучості зі збільшенням часу можна пояснити *моделлю «виснаження» дислокацій Мотта – Набарро*. Уявімо собі, що у зразку наявна певна кількість дислокацій, кожна з яких може переміститися один раз (до зупинки біля деякої перешкоди). Після навантаження і пружного видовження зразка (рис. 4.5, ділянка *OA*) найбільш сприятливо орієнтовані дислокації змінять своє положення і відбудеться пластична деформація. За умов сталості прикладеного напруження дислокації, що загальмувалися, будуть утримуватися перешкодами. За кімнатних температур повторна активація їх руху неможлива, але внаслідок дії підвищених температур вони матимуть вищу запасену енергію. З часом це приведе до повторного руху більшості з цих дислокацій (переважно за рахунок поперечного ковзання). Така повторна активізація руху великої кількості дислокацій забезпечить відповідний приріст видовження. Поступово термічно активоване ковзання буде загасати (виснажуватися) внаслідок зменшення кількості дислокацій, здатних переміщуватися і викликати додаткову деформацію. У результаті швидкість приросту відносного видовження загасає.

Логарифмічна повзучість слабко залежить від температури випробування і прикладеного напруження. Її практичне значення є обмеженим, оскільки величина видовження за реальних для конструкцій напружень зазвичай мала, швидко стабілізується у часі й не може істотно збільшитися навіть за дуже тривалої витримки матеріалу під навантаженням (рис. 4.5, крива *OAB*).

## 4.4 Дислокаційна повзучість (високотемпературна)

Із неусталеної стадії починається і *високотемпературна повзучість* (рис. 4.5, ділянка *A'B*). Наступною є стадія сталої повзучості *BC*, протягом якої швидкість деформації є постійною. Закінчується крива високотемпературної повзучості ділянкою руйнування *CD*, до якої під час випробувань на повзучість найчастіше не доходять. Криві, подібні до *OA'BCD*, є типовими для умов стандартних випробувань на повзучість.

За температур вище 0,5 $T_{пл}$ дислокації здобувають додаткових степенів вільності – вони стають здатними не тільки до ковзання, але і до переповзання між сусідніми площинами, що дозволяє їм легше обходити перешкоди в системах ковзання. Механізм деформації, що складається з послідовних елементарних актів ковзання та переповзання, називають дислокаційною повзучістю (*повзучість за моделлю Андраде*).

Основна відмінність високотемпературної повзучості від логарифмічної полягає в більш повному перебігу процесу повернення, що забезпечується не стільки поперечним ковзанням, скільки переповзанням дислокацій. За високотемпературної повзучості можливі також деякі рекристалізаційні процеси.

Зміну швидкості високотемпературної повзучості на несталій стадії описують рівнянням

$$\dot{e} = A\tau^n, \tag{4.3}$$

де $\tau$ – зсувні напруження;

$A$ – узагальнююча константа;

$n$ – показник ступеня, для більшості випадків близький до 2/3 замість 1, характерного для логарифмічної повзучості.

Якщо $n = 2/3$, то залежність видовження $\delta$ від тривалості витримки матеріалу під навантаженням $t$ буде описуватися співвідношенням типу

$$\delta = \beta t^{\frac{1}{3}}, \tag{4.4}$$

де $\beta$ – узагальнююча константа.

Зменшення показника $n$ у результаті переходу від логарифмічної до несталої високотемпературної повзучості можна зрозуміти з позицій *моделі виснаження*. Справді, якщо процеси повернення встигають проходити більш повно, то принаймні частина дислокацій після першої термічної реактивації може стати здатною до ще одного повторного переміщення, яке викликає додаткову деформацію і приріст швидкості загального деформування матеріалу.

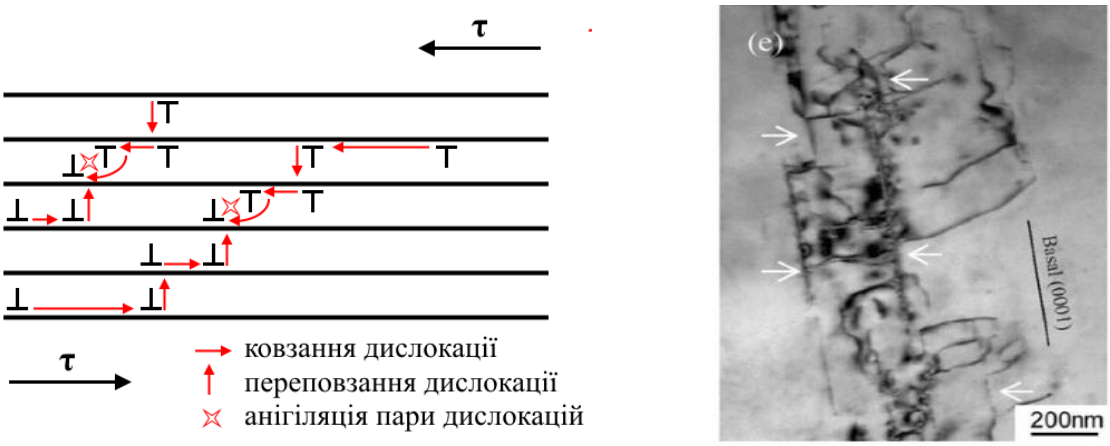
Пластична деформація у процесі повзучості викликає збільшення щільності дислокацій і деформаційне зміцнення. Водночас повернення призводить до зменшення щільності дислокацій і знеміцнення металу. У металах швидкість сталої повзучості контролюється зазвичай найбільш повільним процесом переповзання дислокацій.

Принципово повзучість на сталій стадії не відрізняється від несталої. Стала стадія розглядається як деякий рівноважний стан, досягнутий у результаті перебігу несталої повзучості. Елементарні процеси, що відбуваються на обох стадіях, однакові, відмінним є тільки ступінь їхньої завершеності.

Основні процеси, що визначають повернення, – поперечне ковзання і переповзання дислокацій. За відносно малої тривалості витримки, коли дифузійно-контрольоване переповзання дислокацій ще не встигає стати

масовим явищем, повернення відбувається переважно внаслідок поперечного ковзання. Для цього випадку повзучість виявляється несталою: швидкість її весь час зменшується через прогресуюче деформаційне зміцнення (кількість анігілюючих дислокацій менша за кількість виникаючих у результаті деформації). Потім настає момент, починаючи з якого кількість переповзаючих крайових дислокацій стає достатньою для повного повернення (кількість дислокацій, що утворюються, дорівнює кількості дислокацій, що зникають). Із цього моменту і спостерігається стадія сталої повзучості.

На рис. 4.7 показано схему руху дислокацій у процесі повзучості за моделлю Андраде та відповідне електронно-мікроскопічне зображення.




а б

*Рис. 4.7.* Високотемпературна повзучість: а – схема механізму Андраде; б – електронно-мікроскопічне зображення відповідної ділянки матеріалу [4.1]

Якщо не акцентувати увагу на окремих стадіях високотемпературної повзучості, то процес переповзання дислокацій можна описати в термінах дифузії вакансій вздовж ядра дислокації. Тоді швидкість цього процесу розраховують за формулою

$$\dot{e} = A\frac{\sigma^n}{RT}D_{\text{мв}}\exp\left[-\frac{Q_f + Q_m}{RT}\right], \qquad (4.5)$$

де $A$ – константа;

$n$ – показник степеня, що зазвичай змінюється від 3 до 8 (якщо він близький до 3, то швидкості зміцнення та переповзання дорівнюють одна одній);

$R$ – газова стала;

$T$ – температура;

$D_{\text{мв}}$ – коефіцієнт дифузії вакансій;

$Q_f$ та $Q_m$ – енергія формування та міграції вакансій відповідно.

## 4.5 Повзучість, що контролюється дифузією

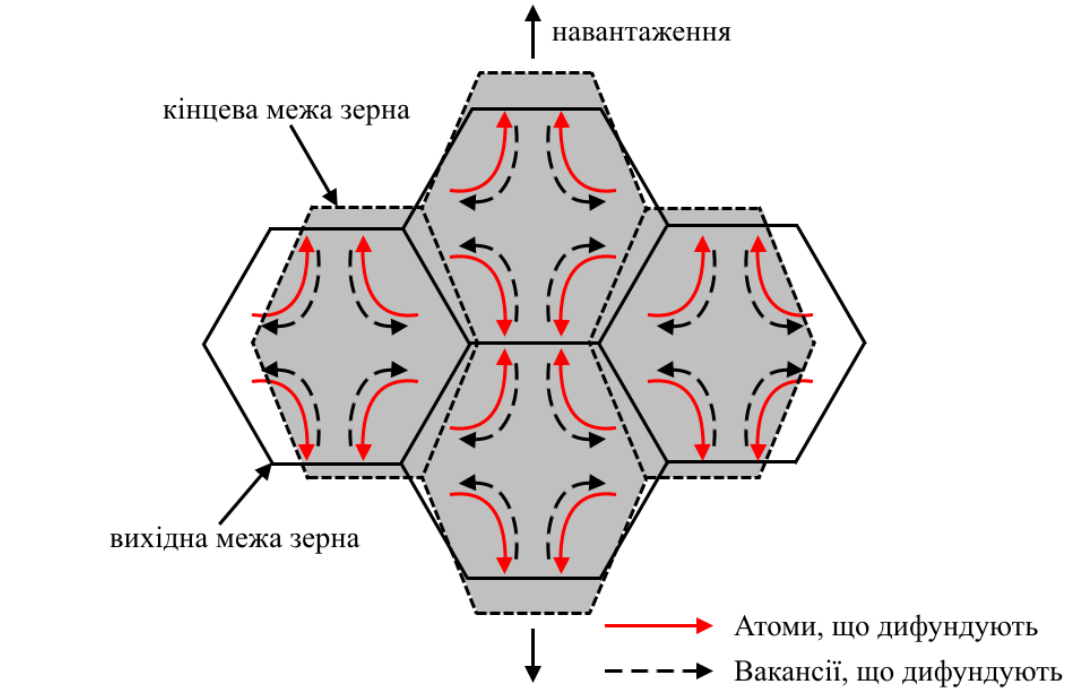
За високих температур під дією напруження ініціюється дифузія атомів в об'єм зерен та уздовж внутрішніх поверхонь їхніх меж. Цей потік супроводжується переміщеннями у площині самих меж, що сприяє деформації зразка. Для більшості високотемпературних моделей вважається, що процес повзучості матеріалу контролюється дифузією.

Коли здебільшого процес контролює об'ємна дифузія, то механізм деформації називають *повзучістю за моделлю Набарро – Херрінга*. Цей механізм характерний для високих температур. За більш низьких температур обмежуючим чинником повзучості є зерномежова дифузія, а відповідний механізм отримав назву *повзучість за моделлю Кобла*.

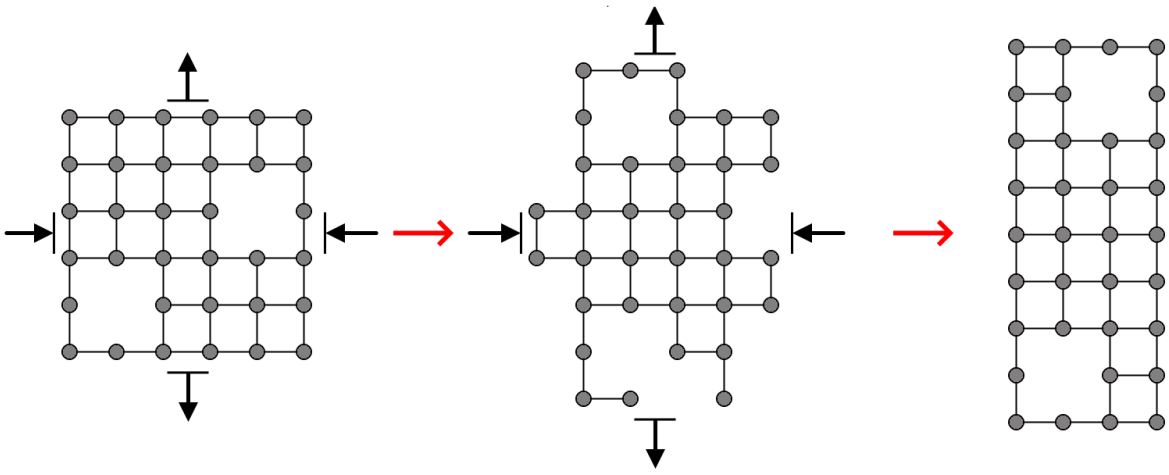
### *4.5.1. Дифузійна повзучість за моделлю Набарро – Херрінга*

Дифузійна повзучість за моделлю *Набарро – Херрінга* є результатом спрямованого дифузійного масопереносу. За відсутності зовнішніх напружень переважного переносу атомів у визначених напрямках не відбувається. Однак якщо зерно перебуває в полі напружень, для якого характерні компоненти розтягу і стиску, то концентрація вакансій буде неоднаковою на розтягнутих і стиснутих поверхнях, що викликає спрямований потік вакансій і протилежно спрямований потік атомів, які в результаті обумовлюють макроскопічну зміну форми зерна.

Розглянемо кубічне зерно в полікристалі з ребром $d$, що перебуває у плосконапруженому стані (рис. 4.8). Припустимо, що всередині зерна немає дислокацій, а тому місцями стоку вакансій можуть служити тільки його межі. На горизонтальних межах, які перебувають під дією напруження розтягу, енергія утворення вакансій знижена, а на вертикальних (що перебувають під впливом стискання) межах ця енергія підвищена на ту саму величину. В результаті концентрація вакансій на розтягнутих межах виявиться вищою, ніж на стиснутих – виникне градієнт концентрації вакансій, що приведе до їх спрямованого переміщення від горизонтальних до вертикальних меж. Зустрічний потік атомів (вздовж червоних стрілок на рис. 4.8, а) викликає видовження і відповідне звуження зерна.




а



б

*Рис. 4.8.* Схема перебігу дифузійної повзучості:
а – напрямки руху атомів та вакансій, відповідна
зміна форми зерен за дифузійної повзучості
за моделлю Набарро – Херрінга;
б – схема перебудови ґратки

Видовження кристала в результаті виходу на його розтягнуту поверхню площею $d^2$ одного атома об'ємом $b^3$ становитиме $\Delta\delta = \frac{b^3}{d^2}$.

Таким чином, швидкість дифузійної повзучості визначають за виразом

$$\dot{e} = A\frac{\sigma b^3}{RT}\frac{1}{d^2}D_v, \quad (4.6)$$

де $A$ – константа, що враховує форму зерна та тип матеріалу;

$\sigma$ – діюче напруження;

$b$ – вектор Бюргерса;

$R$ – газова стала;

$T$ – температура;

$d$ – діаметр зерна;

$D_v$ – коефіцієнт об'ємної самодифузії.

В останні роки модель Набарро – Херрінга була вдосконалена з урахуванням геометрії зерен. Однак загальний вигляд рівняння для швидкості повзучості залишився незмінним (у ньому змінився тільки коефіцієнт $A$, який залежить від форми зерна).

### *4.5.2 Дифузійна повзучість за моделлю Кобла*

Крім повзучості за моделлю Набарро – Херрінга, що враховує перенос речовини через об'єм кристалів, велике значення надається дифузійній повзучості за моделлю Кобла, який припустив, що переважними є дифузійні потоки не за об'ємом, а вздовж меж зерен. *Повзучість за моделлю Кобла*, порівняно з повзучістю за моделлю Набарро – Херрінга, відбувається за менших навантажень і в більш дисперсних структурах.

Добре відомо, що дифузія межами зерен відбувається набагато швидше за об'ємну дифузію. Саме тому за умов інтенсивного термічно активованого руху атомів і вакансій межами зерен відбувається процес їх видовження в напрямку дії напружень розтягу. Цей процес «ковзання» меж можна спостерігати експериментально. Якщо на поверхню матеріалу нанести певну мітку, яка перетинає декілька меж зерен (рис. 4.9, а), то після завершення процесу *повзучості за моделлю Кобла* (тобто дифузійного переміщення атомів та вакансій) ця мітка вже не буде виглядати як неперервна лінія, а буде мати розриви (рис. 4.9, б).

Швидкість повзучості за моделлю Кобла

$$\dot{e} = A\frac{\sigma\Omega}{RT}\frac{\omega}{d^3}D_{gb}, \quad (4.7)$$

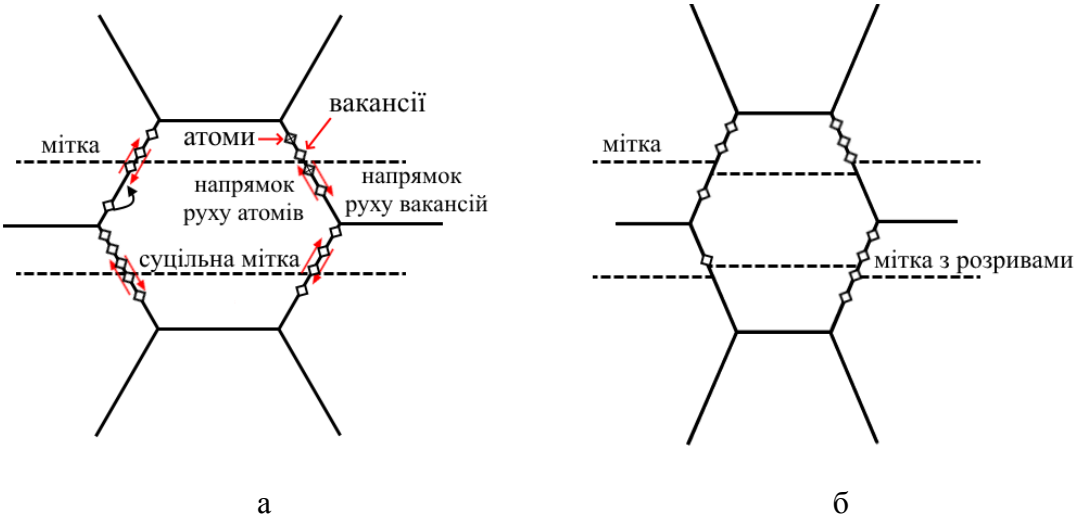
де $D_{gb}$ – коефіцієнт зерномежевої дифузії;

ω – ширина межі зерна, через яку проходить дифузійний потік;

Ω – об'єм атома;

$A$ – коефіцієнт, що залежить від форми зерна.

Спрямований масоперенос за об’ємом і межами зерен проходить одночасно, а внесок цих механізмів у загальну деформацію буде різним залежно від температури, напруження і розміру зерна, що випливає із зіставлення формул для швидкості повзучості за моделями Набарро – Херрінга та Кобла.




а б

*Рис. 4.9.* Повзучість за механізмом Кобла:
а – схема дифузійних переміщень та вихідне положення мітки; б – положення мітки після реалізації повзучості за моделлю Кобла

Зерномежева дифузія відбувається значно швидше, ніж об’ємна, а її енергія активації становить всього 0,35 – 0,7 від енергії активації об’ємної дифузії. Тому значення $D_{gb}$ менш суттєво зменшується в результаті зниження температури, ніж величина коефіцієнта об’ємної дифузії, тобто відносний внесок *повзучості за моделлю Кобла* до загальної дифузійної повзучості є тим більшим, чим нижчою є температура. Якщо раніше вважали, що дифузійна повзучість істотна тільки за дуже високих температур (вище 0,8 $T_{\text{пл}}$ – 0,9 $T_{\text{пл}}$), то нині встановлено її велике практичне значення (передусім повзучості за моделлю Кобла) у всьому температурному інтервалі високотемпературної повзучості, тобто вище 0,4 $T_{\text{пл}}$ – 0,6 $T_{\text{пл}}$. Внесок дифузійної повзучості в загальне видовження є тим більшим, чим вища температура, нижче напруження і менший розмір зерна.

На сьогодні експериментально встановлено, що для кожного матеріалу характерне певне значення граничного напруження $S_0$, нижче якого дифузійна повзучість не проявляється:

$$S_0 = \frac{A}{d} \exp\left[\frac{U}{kT}\right], \tag{4.8}$$

де $A$ та $U$ – константи матеріалу.

Із цього рівняння випливає, що граничне напруження зменшується з підвищенням температури та укрупненням зерна. В області високих гомологічних температур величина $S_0$ зменшується настільки, що її величину фактично неможливо зафіксувати експериментально.

## 4.6 Динамічна рекристалізація

За високих температур (вище 0,7 $T_{пл}$) повзучість зазвичай супроводжується *динамічною рекристалізацією*, яка періодично повторюється та локалізується в місцях найбільшої щільності дислокацій (потрійних стиках зерен, межах зерен, міжфазних межах тощо). Динамічна рекристалізація істотно впливає на процес деформації, оскільки низька щільність дислокацій у нових зернах обумовлює повернення до початкової стадії нестаціонарної повзучості і, як результат, – періодичне прискорення повзучості. Початок динамічної рекристалізації визначається спільною дією кількох факторів, але передусім це ступінь деформації та температура, котрі задають критичну щільність дислокацій та дифузійну рухливість.

## 4.7 Карти механізмів деформації (карти Ешбі)

З наведеного вище аналізу характеристик повзучості випливає, що основними факторами, які визначають механізм і швидкість деформації, є температура, напруження і розмір зерна. М. Ешбі запропонував карти механізмів деформації, зазвичай побудовані у координатах «напруження – температура» за постійного розміру зерна. Для зручності порівняння металів з різними температурами плавлення і модулями пружності використовують також нормовані координати «$\tau/G - T/T_{пл}$», або «$\sigma/E - T/T_{пл}$». Загальну схему розподілу механізмів повзучості зображено на рис. 4.10.

*Карти механізмів деформації* дозволяють звести до єдиної логічної системи поглядів чисельні результати в галузі пластичної деформації. Проста наочна форма демонстрації взаємозв'язку між механізмами деформації та рівняннями, що описують механічну поведінку матеріалів

у широкому діапазоні температур, дозволяє встановити основний механізм деформації для кожного з температурних інтервалів. Карти поділені на декілька ділянок, для кожної з яких характерний свій особливий механізм повзучості (тобто такий механізм, який забезпечує найвищу швидкість деформації порівняно з іншими процесами). Межі сполучення сусідніх областей на карті – це геометричне місце точок температур і напружень, що забезпечують однаковий внесок двох конкуруючих механізмів деформації до загальної повзучості, а точки сполучення трьох областей відповідають рівності внесків трьох механізмів деформації. Положення меж областей розраховують за рівняннями швидкості різних видів повзучості.

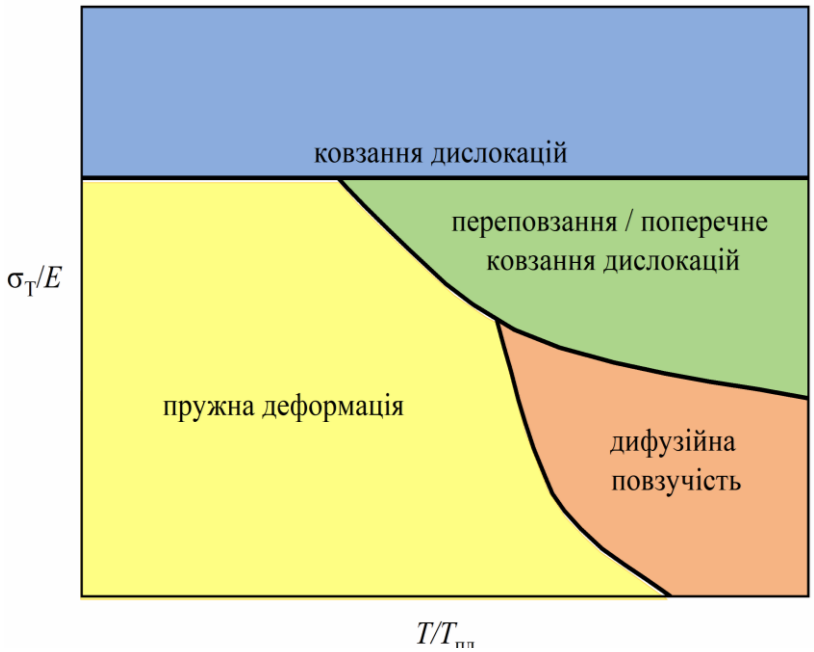



*Рис. 4.10.* Загальна схема розподілу механізмів повзучості (узагальнена карта Ешбі)

Карти механізмів деформації створені для великої кількості чистих металів, сталей та інших сплавів, що використовуються за підвищених температур експлуатації (рис. 4.11). Вони зазвичай встановлюють зв’язок між трьома змінними: температурою випробувань, швидкістю деформації (повзучості) та напруженням, при цьому на двох осях координат відкладаються напруження, а третя змінна – швидкість деформації – зображується для кожного випадку у вигляді ліній однакового рівня. Якщо для якогось матеріалу механізми повзучості нечутливі до швидкості деформування, то відповідних ліній немає.

Залежно від властивостей матеріалу на картах може бути наявна досить велика зона пружної деформації (тобто еластичної поведінки матеріалу) (рис. 4.12).

У цьому разі *карти Ешбі* дозволяють отримати подвійну інформацію: по-перше, вони є механічним «паспортом» матеріалу, а по-друге, – відокремлюють області реалізації різних механізмів деформації.

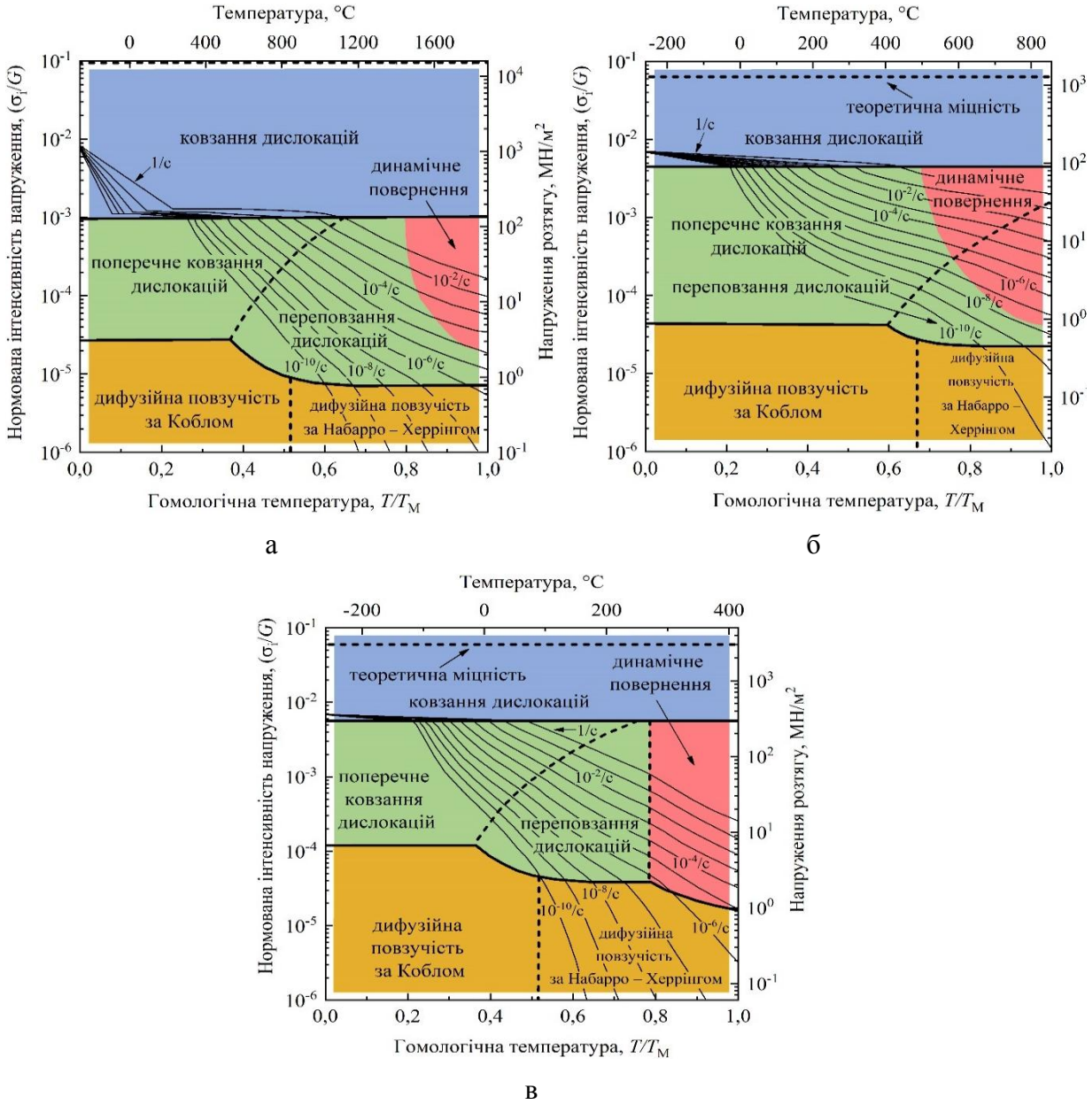



*Рис. 4.11.* Карти механізмів повзучості матеріалів [4.2]:
а – срібло з розміром зерна 1 мм; б – хром з розміром зерна 0,1 мм;
в – цинк з розміром зерна 0,1 мм

Карти механізмів деформації також можна будувати в нормованих координатах $\sigma_{\text{Т}}/\sigma - T/T_{\text{пл}}$ або $\ln(\sigma_{\text{Т}}/\sigma) - T/T_{\text{пл}}$. Це дозволяє за допомогою експериментальних даних методом послідовних наближень обрати константи, що входять до емпіричних рівнянь для швидкості деформації у процесі ковзання та повзучості, а потім знайти межі областей, в яких проявляються різні механізми деформації.

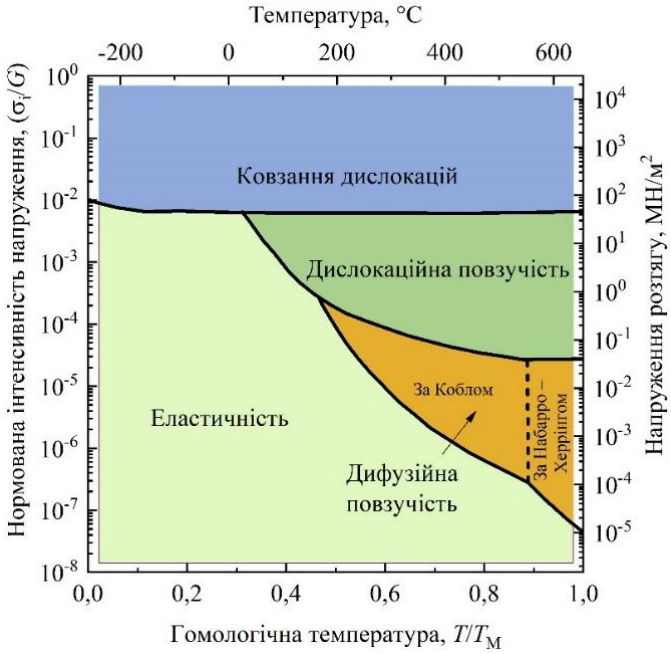



*Рис. 4.12.* Карта повзучості для алюмінію [4.2]

Узагальнення даних, наведених М. Ешбі та Г. Фростом, свідчить, що для матеріалів з однаковою кристалічною структурою і схожим типом міжатомного зв'язку карти механізмів деформації є подібними. Нормування даних для полікристалічних твердих тіл дозволяє класифікувати їх за ізомеханічними групами. Матеріали, що належать до однієї групи, мають однотипні механічні властивості, які суттєво різняться від механічних властивостей інших груп матеріалів.

## 4.8 Визначення межі повзучості металевих матеріалів

Для оцінювання поведінки металів і сплавів за умов повзучості зазвичай проводять стандартні механічні випробування на розтягування за температур вище $0{,}6\,T_{\text{пл}}$, що відповідають робочим температурам жароміцних металевих матеріалів. Найчастіше за таких умов реалізуються високотемпературна і дифузійна повзучість.

Основною метою випробувань на повзучість є визначення величини напружень, за якої упродовж встановленого умовами експлуатації проміжку часу виникає задана (допустима для виробу) величина пластичної деформації матеріалу. Таким чином знаходять межу повзучості цього матеріалу. *Межа повзучості* – це найбільше умовне напруження розтягу, за якого швидкість деформації повзучості за визначений час досягає заданої величини. Для випадку високотемпературної повзучості мається на увазі швидкість деформації для стаціонарної стадії процесу.

Зазвичай межа повзучості виявляється меншою за *межу пружності*, визначену за тієї самої температури.

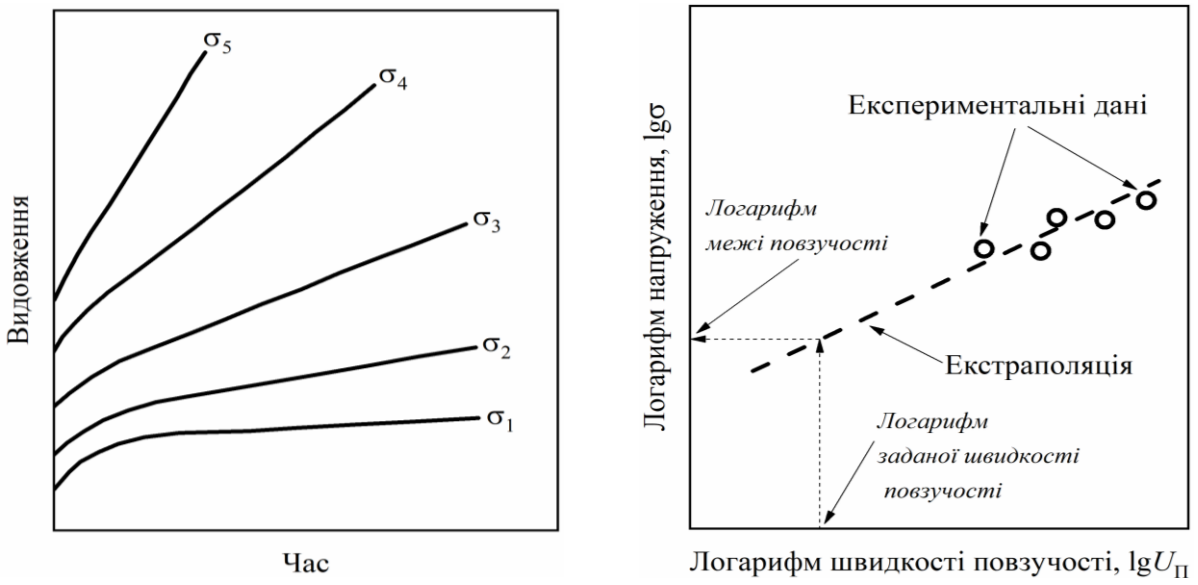
Межу повзучості позначають $\sigma^{\mathrm{T}}_{U_{\mathrm{п}}}$ – нижній індекс відповідає заданій швидкості повзучості $U_{\mathrm{п}}$ (%/год.), а верхній – температурі випробування (°С). Наприклад, $\sigma^{1100}_{1\cdot10^{-4}}$ – це межа повзучості за температури 1100 °С та швидкості повзучості $U_{\mathrm{п}} = 1 \cdot 10^{-4}\,{}^{\%}/_{\mathrm{год}}$. Якщо задають відносне видовження і час його досягнення, то в позначення вводять три індекси: один верхній відповідає температурі випробування, а два нижні – деформації і часу. Наприклад, $\sigma^{800}_{1/1000}$ – межа повзучості за температури 800 °С, коли видовження в 1 % досягається за 1000 годин.

Термін експлуатації окремих деталей широкого кола виробів становить тисячі та десятки тисяч годин, упродовж яких пластична деформація не повинна перевищувати частки відсотка. У зв’язку з цим експериментальне визначення межі повзучості за робочих навантажень не є можливим. Тому застосовують більші навантаження з меншою тривалістю дослідження та наступною екстраполяцію експериментальних даних до області робочих режимів експлуатації.

Зазвичай одночасно випробовують серію із 4 – 5 зразків за однакової температури. Межу повзучості визначають в інтервалі деформацій 0,1 % – 1,0 % за тривалості випробування 100, 300, 500, 1000, 3000, 5000 або 10 000 год., якщо за технічними умовами не потрібні інші тривалість або величина деформації. Наприклад, для жароміцних матеріалів, що використовуються в енергомашинобудуванні, ця тривалість може бути збільшена до 100 000 год. Якщо межа повзучості визначається за її швидкістю, то тривалість випробування має бути не меншою 2500 год. за умови тривалості стадії сталої повзучості не менше 500 год.

Отримані первинні дані (рис. 4.13, а) використовують для побудови діаграм у координатах «напруження – швидкість повзучості» або «напруження – видовження протягом заданого часу». Для зручності математичної обробки результатів використовують логарифмічні координати (рис. 4.13, б). Знаючи швидкість повзучості для стаціонарної стадії кожної кривої на рис. 4.13, а, отримані експериментальні точки можна апроксимувати прямою лінією, після чого провести її екстраполяцію до області менших значень напружень та швидкостей повзучості (пунктирна лінія на рис. 4.13, б). Далі, для заданого умовами експлуатації значення $U_{\text{п}}$ визначають відповідне напруження, яке і є межею повзучості.

Для отримання достовірних результатів випробувань потрібно, щоб експериментальні зразки мали постійний поперечний переріз за усією робочою довжиною.




а б

*Рис. 4.13.* Схема визначення межі повзучості:
а – криві повзучості за різних напружень ($\sigma_1 < \sigma_2 < \sigma_3 < \sigma_4 < \sigma_5$);
б – залежність швидкості сталої повзучості від напруження

## Контрольні запитання та задачі до теми 4

### *Перелік теоретичних запитань*

1. Що таке жароміцність матеріалу? Що відбувається в матеріалі після втрати ним жароміцності?

2. Чи може відбуватися повзучість за моделлю Андраде за температур, менших 0,5 $T_{\text{пл}}$? Пояснити відповідь.

3. Чи може дифузійна повзучість бути основним механізмом деформування за температур до 500 °С?

4. Дифузійна повзучість може розвиватися за будь-якого навантаження?

5. Чому модель Мотта – Набарро описує нестаціонарну стадію повзучості?

6. Чому дифузійна повзучість за моделлю Кобла може реалізовуватися за менших температур, ніж дифузійна повзучість за моделлю Набарро – Херрінга?

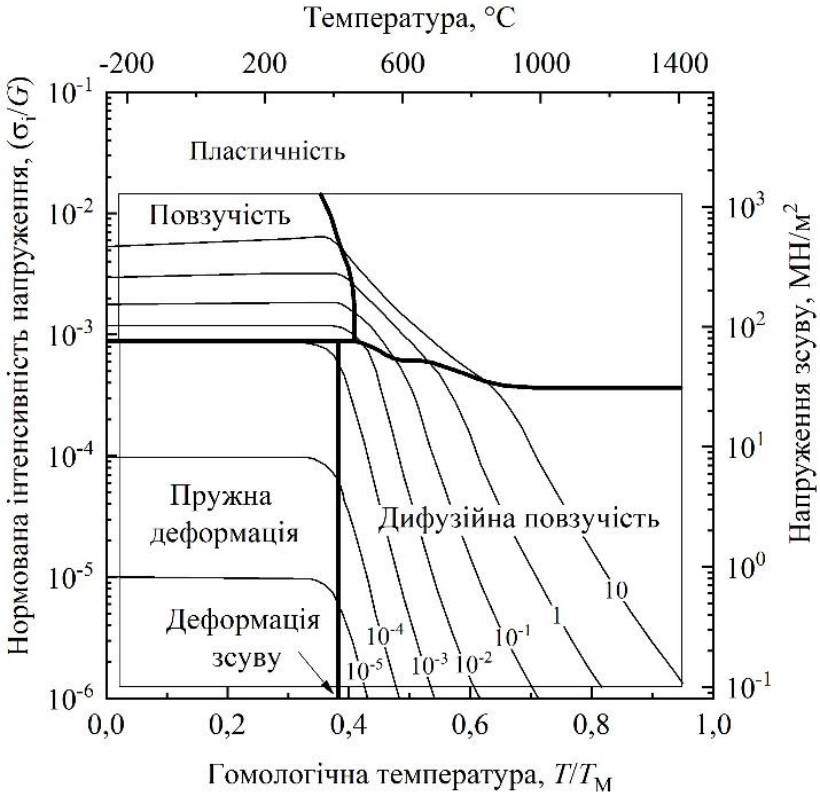
7. Як можуть допомогти карти Ешбі у визначенні придатності застосування певного матеріалу за підвищених температур?

### *Перелік задач для самостійного опрацювання*

1. Розрахувати швидкість дифузійної повзучості за моделлю Кобла в полікристалічному алюмінії з розміром зерна 100 мкм за температури 400 °С під дією напруження 1 МПа.

2. У матеріалі з розміром зерна 10 мкм швидкість дифузійної повзучості за моделлю Кобла описується рівнянням $\dot{\varepsilon} = \frac{1{,}282 \cdot 10^{-20}}{\mathrm{T} d^3} \sigma \cdot exp\left(-\frac{104 \cdot 10^3}{RT}\right)$, а дифузійна повзучість за моделлю Набарро – Херрінга – рівнянням $\dot{\varepsilon} = \frac{5{,}127 \cdot 10^{-11}}{\mathrm{T} d^2} \sigma \cdot exp\left(-\frac{205 \cdot 10^3}{RT}\right)$. Який механізм буде основним за температури 600 °С? Якою буде межа повзучості за температури 1000 °С, якщо напруження становить 1 МПа? Який механізм буде основним у цьому випадку?

3. Визначити механізм повзучості для маловуглецевої сталі, користуючись нижченаведеною картою, за температури 600 °С, напруження 1 МПа та швидкості повзучості 1 %/год.




# Перелік використаної та рекомендованої літератури

### *Використана література*

4.1. A review of different creep mechanisms in Mg alloys based on stress exponent and activation energy / K. R. Athul, U. Th. S. Pillai, A. Srinivasan, B. Ch. Pai // Advanced Engineering Materials. – 2015. – Vol. 18. – no 5. – P. 770 – 794.

4.2. Frost H. J. Deformation-mechanism maps: The plasticity and creep of metals and ceramics / H. J. Frost, M. F. Ashby. – Oxford [Oxfordshire]: Pergamon Press, 1982. – 166 p.

### *Рекомендована література*

4.3. Дяченко С. С. Фізичні основи міцності та пластичності металів : навч. посіб. / С. С. Дяченко. – Харків : Вид-во ХНАДУ, 2003. – 226 с.

4.4. Callister W. D. Fundamentals of materials science and engineering: an integrated approach / W. D. Callister, D. G. Rethwisch. – 4th Edition. – Wiley, 2011. – 936 p.

4.5. Totten G. E. Steel heat treatment. Metallurgy and technologies / G. E. Totten. – CRC Press is an imprint of Taylor & Francis Group, 2007. – 836 p.

4.6. Porter D. A. Phase transformations in metals and alloys / D. A. Porter, K. E. Easterling and M. Y. Sherif. – Third Edition. – CRC Press is an imprint of Taylor & Francis Group, 2009. – 520 p.

4.7. Smallman R. E. Modern physical metallurgy and materials engineering science, process, applications / R. E. Smallman, R. J. Bishop. – Sixth Edition. – Butterworth-Heinemann & Reed Educational and Professional Publishing Ltd, 1999. – 438 p.

# Тема 5 РУЙНУВАННЯ МЕТАЛЕВИХ МАТЕРІАЛІВ

## 5.1 Загальні відомості про руйнування

*Руйнування* – це порушення суцільності тіла, сумірне з прийнятим масштабом структурної неоднорідності. Руйнування може бути повним або неповним. *Неповне руйнування* – це порушення суцільності певної області об'єму тіла, що відбувається внаслідок виникнення та кінцевого розвитку тріщини. *Повне руйнування* – це розділення тіла на частини.

Рушійною силою руйнування можуть бути механічні, термічні, електричні, магнітні або фізико-хімічні напруження, які виникають унаслідок обробки тиском, зварювання, пресування, кристалізації, термообробки та інших процесів. Руйнування є завершальною стадією майже всіх деформаційних процесів.

Джерелом руйнування є тріщина. *Тріщина* – це дефектна область матеріалу зі зруйнованими міжатомними зв'язками. Бокові поверхні тріщини з повністю розірваними зв'язками називають *фронтами тріщини*, а місце, де починається розрив – *вершиною тріщини* (рис. 5.1).

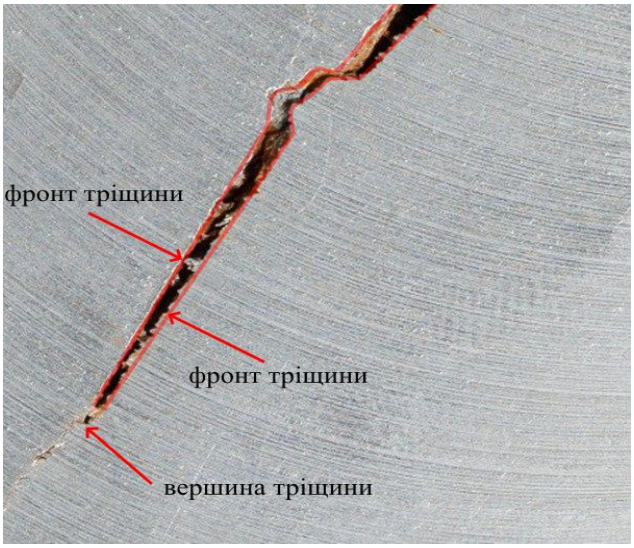



*Рис. 5.1.* Зовнішній вигляд тріщини

На відміну від деформації, яка охоплює весь об'єм зразка, руйнування є набагато більш локальним процесом. Воно починається із зародження тріщини, розвиток якої надалі визначається процесами, що відбуваються попереду та в околі її вершини. Повне руйнування спостерігається після того, як тріщина досягає критичного розміру

та створюються сприятливі умови для подальшого зростання. Таким чином, значна частина об'єму зразка не задіяна у процесі руйнування.

Руйнування відбувається за площинами з найменшою щільністю пакування атомів, що пояснюється мінімальними витратами енергії для розриву меншої кількості міжатомних зв'язків у цьому випадку. Такі площини називають *площинами спайності.*

Процес руйнування можна поділити на три стадії:

1) стадію підготовки, яка складається:
   – із зародження тріщини;
   – інкубаційного періоду (швидкість росту тріщини повільно збільшується);
   – періоду гальмування росту тріщини;
2) критичної стадії (швидкість росту тріщини постійна);
3) закритичної стадії (лавиноподібний ріст тріщини до повного руйнування тіла).

Загальна енергія руйнування матеріалу складається з роботи зародження та роботи розвитку тріщини. Закритичний розвиток тріщини відбувається без додаткових витрат енергії. Докритичний розвиток тріщини може вимагати різної кількості енергії, яка і визначає тип руйнування.

Кожна стадія руйнування характеризується власним механізмом порушення цілісності твердого тіла та критеріями руйнування (тобто певними параметрами, досягнення яких супроводжується руйнуванням матеріалу).

На атомному рівні руйнування являє собою розрив міжатомних зв'язків (рис. 5.2).

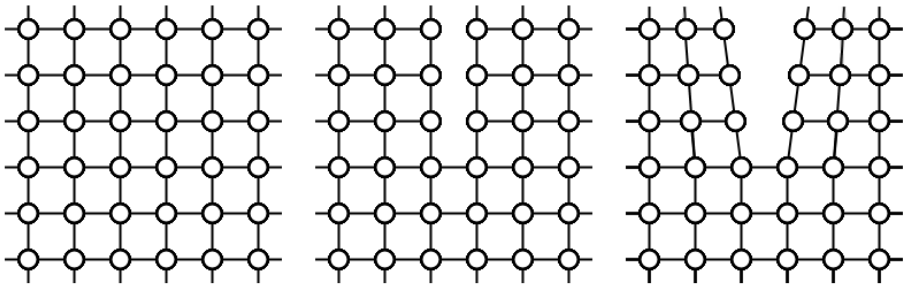



*Рис. 5.2.* Послідовність процесу руйнування на атомному рівні:
а – ідеальний матеріал без тріщини;
б – розрив декількох міжатомних зв'язків;
в – формування фронтів тріщини

Зазвичай розглядають дві схеми руйнування міжатомних зв'язків: під дією нормальних та дотичних напружень. Відповідно, руйнування може бути двох типів: *відрив* (тріщина розвивається за напрямком, що є перпендикулярним до напрямку дії максимальних напружень) та *зріз* (тріщина розвивається під кутом 45° до напрямку дії максимальних напружень) (рис. 5.3).

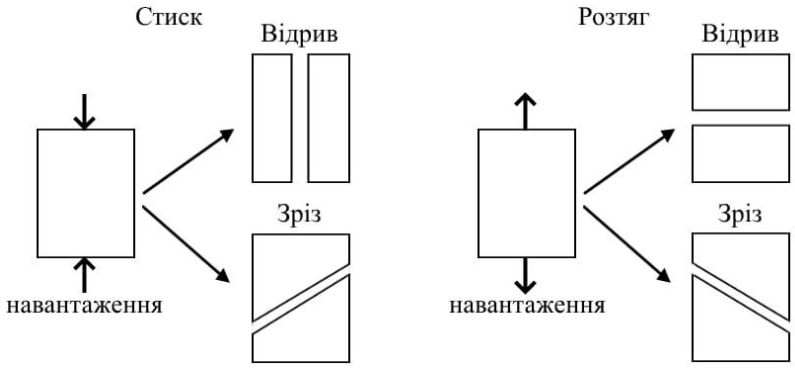



*Рис. 5.3.* Схеми розміщення зруйнованих поверхонь внаслідок відриву та зрізу під дією напружень розтягу та стиску

## 5.2 Ієрархія структурних рівнів руйнування матеріалів

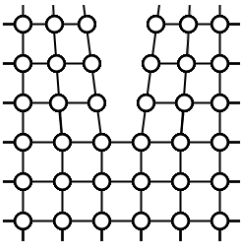
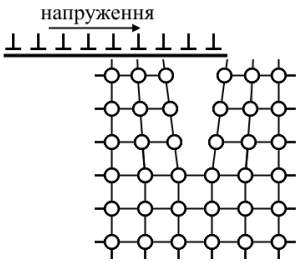
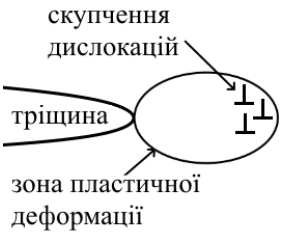
Тріщина як дефект твердого тіла за розмірним масштабом може бути трьох видів: макротріщина, мікротріщина та субмікротріщина. *Макро-* та *мікротріщини* є механічно стабільними дефектами, заліковування яких є можливим лише за певних сприятливих умов, наприклад комбінації високотемпературного дифузійного відпалу із пластичною деформацією гідростатичним стисканням.

*Субмікротріщина* має набагато менші розміри та є механічно нестабільною. Фактично – це наддислокація, яка перебуває у стані пружної рівноваги з полем напружень розтягу біля вершини та полем напружень стиску в околі фронту тріщини. Ці напруження з легкістю релаксують у процесі низькотемпературного відпалу, внаслідок чого субмікротріщини заліковуються.

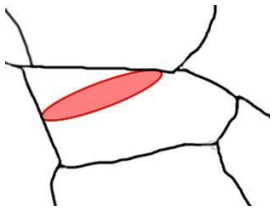
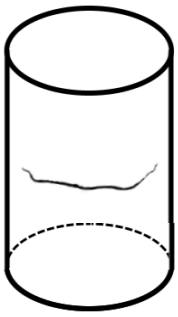
Відповідно до такої класифікації тріщин можна розглядати декілька масштабних рівнів руйнування структури матеріалу (табл. 5.1).

Не кожна з наявних суб- та мікроскопічних тріщин може стати *зародковою*. Порівняльний аналіз характеристик зародкової та мікротріщини наведено в табл. 5.2.

*Таблиця 5.1.* **Ієрархія структурно-масштабних рівнів руйнування**

| Рівень | Масштаб | Основний об'єкт | Візуалізація | Характеристики |
|---|---|---|---|---|
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
| Атомний | 1 Å – 10 Å | Розрив міжатомних зв'язків |  | На напруження розриву міжатомних зв'язків впливають:<br>– атомно-кристалічна структура металу (сили зв'язку у ґратці);<br>– тип та щільність дефектів кристалічної будови;<br>– наявність атомів легуючих елементів та домішок |
| Субмікроскопічний | 10 Å – 100 Å | Зародкова тріщина у крихкому матеріалі |  | 1. Довжина тріщини ($c$): $c = n^2b$,<br>де $n$ – кількість дислокацій у джерелі тріщини;<br>$b$ – вектор Бюргерса.<br>2. Процес зростання субмікротріщини не залежить від нормальних напружень.<br>3. Має атомно гостру вершину |
| | до 1000 Å | Зародкова тріщина у в'язкому матеріалі |  | 1. Довжина тріщини приблизно становить $^1/_{70}$ діаметра зерна.<br>2. Тріщина перебуває у стані пружної рівноваги з полями зовнішніх та внутрішніх напружень.<br>3. Має гостру вершину.<br>4. У зоні пластичної деформації біля вершини тріщини відбувається рух дислокацій від вершини тріщини до її протилежного краю, що обумовлює підвищення напружень, які провокують зростання тріщини |

*Закінчення табл. 5.1*

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|
| Мікроскопічний | 10 мкм – 100 мкм | Мікротріщина |  | 1. Розмір мікротріщини приблизно дорівнює розміру зерна.<br>2. Квазістабільний дефект – заліковування ускладнене.<br>3. Зростає під дією нормальних напружень.<br>4. У процесі росту навколо тріщини відбувається релаксація напружень у матеріалі |
| Макроскопічний | до 1 мм | Макротріщина | | 1. Квазістабільний дефект – заліковування надскладне.<br>2. Біля вершини має значну зону пластичної деформації.<br>3. Вершина не гостра, має еліптичну форму |
| | 10 мм – 100 мм і більше | Дефект конструкції |  | 1. Стабільний дефект у матеріалі – заліковування неможливе.<br>2. Може відбуватися втрата рівноваги та катастрофічне поширення макротріщини.<br>3. За чинними нормами дозволяється експлуатація конструкцій виключно з тріщинами на докритичній стадії розвитку |

*Таблиця 5.2.* **Характеристики зародкової та мікротріщини**

| **Критерій порівняння** | **Мікротріщина** | **Зародкова тріщина** |
|---|---|---|
| Розміри | До кількох мкм | До 500 нм |
| Форма | Еліпсоподібна з негострими вершинами | Клиноподібна з гострими вершинами |
| Механічна стабільність | Стабільний дефект | Нестабільний дефект, перебуває у стані пружної рівноваги між зовнішніми напруженнями розтягу та внутрішніми напруженнями стиску |
| Напруження, що контролює зростання | Зростає під дією зовнішніх нормальних напружень | Зростає під дією внутрішніх дотичних напружень |
| Місце виникнення | Виникає та росте в місцях концентрації напружень | З'являється на кінці смуги ковзання дислокацій, що зупинилися біля бар'єра |
| Заліковування | Заліковується досить складно комбінацією високотемпературного дифузійного відпалу із пластичною деформацією стисканням | Заліковується низькотемпературним відпалом унаслідок зняття внутрішніх напружень |

## 5.3 Класифікація видів руйнування

На сьогодні існує велика кількість критеріїв, за якими можна класифікувати процес руйнування матеріалів, зокрема:

1) кількість енергії, необхідної для руйнування:
   – крихке руйнування – низькоенергетичне ($e_T < 0{,}002$);
   – квазікрихке руйнування – середньоенергетичне (на макроскопічному рівні руйнування є крихким, але спостерігаються ознаки пластичної деформації на деяких локальних ділянках; орієнтація поверхні руйнування подібна до тієї, що спостерігається внаслідок відриву, однак безпосередньо злам має вигляд зрізу);
   – в'язке руйнування – високоенергетичне ($e_T = 0{,}3 – 0{,}5$);
2) орієнтація поверхні руйнування:
   – відрив – поверхня руйнування, орієнтована перпендикулярно до дії максимальних нормальних напружень (нормальні напруження стають більшими за критичне напруження відриву раніше, ніж дотичні напруження стають більшими за критичне напруження початку пластичної деформації, а саме руйнування відбувається майже без попередньої пластичної деформації);

– зріз – поверхня руйнування орієнтована під кутом 45° до дії максимальних нормальних напружень (дотичні напруження стають більшими за критичне напруження початку пластичної деформації раніше, ніж нормальні напруження стають більшими за критичне напруження відриву, а саме руйнування відбувається після деякої пластичної деформації);

3) структурне положення поверхні руйнування:
– транскристалітне – тріщина поширюється всередині зерна;
– міжкристалітне – тріщина поширюється межами зерен;
– змішане – містить ознаки як транскристалітного, так і міжкристалітного руйнування;

4) характер силової дії:
– короткочасне одноразове статичне – навантаження монотонно змінюється, періоду постійного навантаження немає;
– довготривале одноразове статичне – період постійного навантаження сумірний з періодом руйнування;
– статичне повторне – циклічне навантаження;
– втомне – навантаження періодично та багаторазово змінюється, при цьому максимальне навантаження завжди менше за межу міцності (чи межу плинності);
– ударне – динамічне навантаження, відбувається з великою швидкістю;

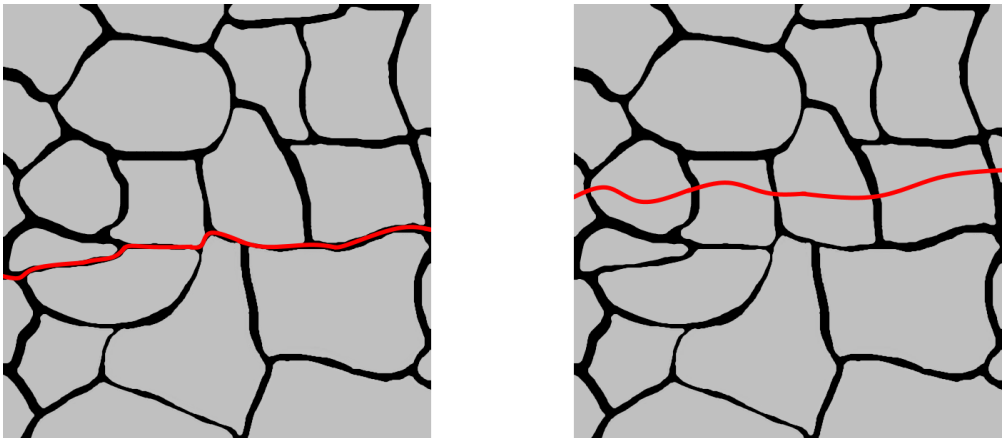
5) морфологія поверхні руйнування:
– скол – поверхня складається із гладких фасеток (відбувається без пластичної деформації);
– квазіскол – поверхня подібна до тієї, що спостерігається для сколу, однак наявні ознаки пластичної деформації в деяких локальних ділянках;
– ямковий злам – на поверхні спостерігаються ямки, які є наслідком злиття пор у процесі значної пластичної деформації;

6) вплив зовнішнього середовища:
– руйнування у захисному середовищі (вакуумі, інертному газі тощо);
– руйнування у нейтральному середовищі (за нормальних умов);
– руйнування в агресивному середовищі (кислотне або лужне середовище, вологе повітря тощо);

7) ступінь розвитку руйнування:
– зародження тріщини;
– поширення тріщини:
а) докритичний етап – розміри тріщини є значно меншими за розміри зерна;
б) критичний етап – швидкість поширення тріщини є сталою;
д) закритичний етап (лавиноподібне руйнування) – відбувається остаточне руйнування тіла, зростання розміру тріщини є дуже швидким і має некерований характер;
8) швидкість поширення тріщини:
– швидке поширення – за крихкого руйнування швидкість поширення тріщини становить до половини швидкості звуку в певному матеріалі;
– повільне поширення – за в'язкого руйнування швидкість поширення тріщини відповідає швидкості деформування;
9) стан матеріалу:
– надпластичний стан – немає ані макро-, ані мікротріщин ($\sigma_{\text{Т}} < \sigma_{\text{зар}}$; $\sigma_{\text{зар}}$ – напруження зародження тріщини);
– пластичний стан – після появи початкових мікротріщин розвивається пластична деформація ($\sigma_{\text{зар}} < \sigma_{\text{Т}} < \sigma_{\text{розв}}$; $\sigma_{\text{розв}}$ – напруження розвитку тріщини);
– малопластичний (квазікрихкий) стан – крихке руйнування за напружень, що приблизно відповідають межі плинності ($\sigma_{\text{Т}} > \sigma_{\text{розв}}$);
– крихкий стан – пластична деформація має виключно локальний характер ($\sigma_{\text{Т}} >> \sigma_{\text{розв}}$);
10) вид випробувань:
– руйнування в результаті розтягування;
– руйнування в результаті стискання;
– руйнування в результаті закручування;
– руйнування в результаті згинання;
– руйнування в результаті комбінованого впливу.

Найбільш усталеною на сьогодні є класифікація за енергетичними витратами (руйнування поділяють на *крихке* (низькоенергетичне), квазікрихке (проміжне) і *в'язке* (високоенергетичне)) та за структурним по-

ложенням поверхні руйнування (руйнування поділяють на *транскристалітне* (за об'ємом зерен) та *міжкристалітне* (за межами зерен)) (рис. 5.4).



а б

*Рис. 5.4.* Схеми міжкристалітного (а) та транскристалітного (б) руйнування

У процесі руйнування реальних деталей конструкцій вони піддаються комплексній дії багатьох вищеназваних факторів.

## 5.4 Класифікація механізмів руйнування

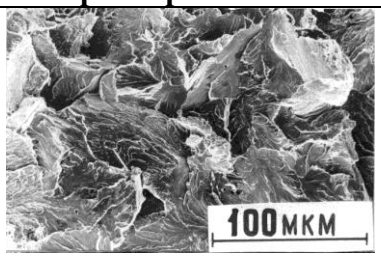
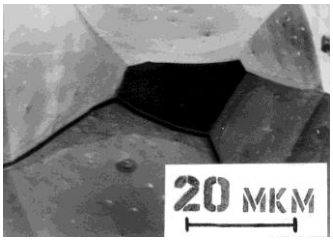
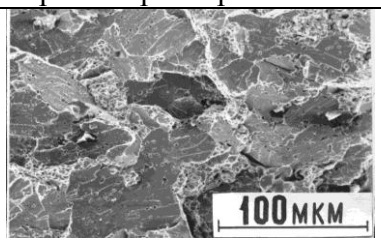
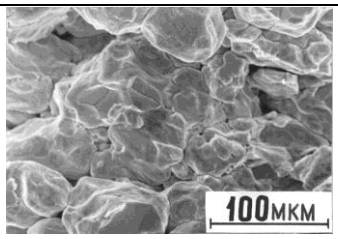
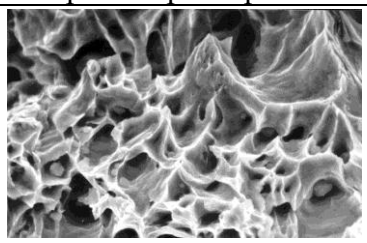
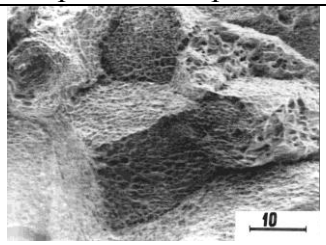
Характерні металографічні (фрактографічні) зображення поверхонь, сформованих унаслідок руйнування за шістьма основними механізмами, наведено в табл. 5.3.

Багатоваріантність структури матеріалу обумовлює різні можливі шляхи розвитку процесів його деградації та остаточного руйнування. Як було показано раніше, в основу найбільш поширеної класифікації механізмів руйнування покладено енергетичні витрати і структурні ознаки. Оскільки ці два головні чинники можуть траплятись у будь-якому сполученні, така класифікація визначає саме шість механізмів руйнування.

Вигляд поверхні руйнування (*фрактографічної поверхні*) залежить від низки факторів:

– властивостей матеріалу;
– виду та напрямку навантаження;
– температури випробувань;
– навколишнього середовища.

*Таблиця 5.3.* **Класифікація механізмів руйнування і відповідні характерні фрактографічні зображення**

| Руйнування | Транскристалітне | Міжкристалітне |
|---|---|---|
| Крихке |  Крихке транскристалітне |  Крихке міжкристалітне |
| Квазікрихке |  Квазікрихке транскристалітне |  Квазікрихке міжкристалітне |
| В'язке |  В'язке транскристалітне |  В'язке міжкристалітне |

## 5.5 Крихке транскристалітне руйнування

*Крихким руйнуванням* називають розщеплення кристалітів за атомними площинами під дією нормального напруження без ознак пластичної деформації. Крихке руйнування в ОЦК-металах частіше за все відбувається за площинами [100], хоча в деяких випадках відбувається руйнування і за іншими площинами (наприклад, [110]).

За визначенням В. Фінкеля, руйнування називають крихким, якщо для його перебігу та завершення достатньо пружної енергії конструкції, що руйнується, тобто:

– енергопостачання процесу забезпечується за рахунок пружного розвантаження самого тіла;

– руйнування відбувається з великою швидкістю – до половини швидкості звуку в матеріалі;

– руйнування відбувається відривом (рис. 5.5);

– напруження руйнування не перевищує межу плинності ($\sigma_р < \sigma_Т$);

– макропластична деформація відсутня.

Зупинити розвиток крихкої тріщини можливо лише на ранній докритичній стадії (на стадії утворення зародкової тріщини). Після досягнення критичного розміру тріщина росте за рахунок внутрішньої пружної енергії, тому зниження зовнішніх напружень на цей процес не впливає.

Оскільки крихке руйнування відбувається внаслідок сколу за площиною з найменшою щільністю атомів, то поверхня руйнування буде блискучою та складатиметься з *фасеток сколу*. Крихке руйнування може відбуватися як унаслідок поширення однієї тріщини, так і в результаті виникнення декількох тріщин. Зазвичай виріб (зразок, конструкція або інший об’єкт) розділяється на велику кількість частин (рис. 5.6).

*Рис. 5.5.* Зразок, зруйнований за крихким механізмом

*Рис. 5.6.* Промислова конструкція,
зруйнована за крихким механізмом [5.1]

Характерною особливістю фрактографічної поверхні, що утворилася за механізмом транскристалітного крихкого руйнування, є наявність сходинок ковзання. Такі сходинки утворюються внаслідок об'єднання тріщин, що зародилися в різних кристалографічних площинах. Виникнення сходинок можливе також у результаті долання тріщиною структурних дефектів (двійників, гвинтових дислокацій, частинок фази тощо).

У результаті об'єднання багатьох тріщин та відповідного йому злиття сходинок сколу формує *«струмковий візерунок»* (рис. 5.7). Напрямок, за яким зливаються сходинки сколу, зумовлюється напрямком поширення тріщини. Місце сходження найближчих елементів «струмкового візерунка» є джерелом руйнування.

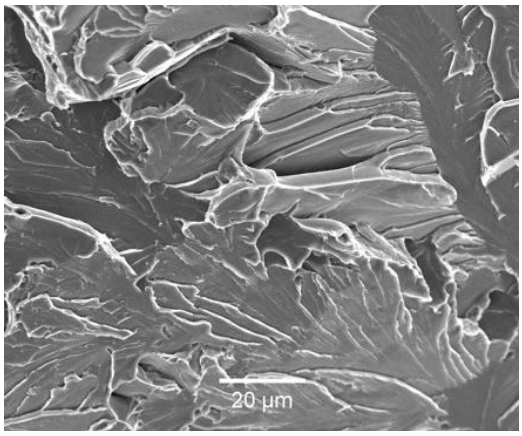



*Рис. 5.7.* «Струмковий візерунок» на фрактографічній поверхні крихкого руйнування [5.2]

Місце зародження тріщини називають *фокусом зламу* (рис. 5.8). Чим вищою є швидкість виникнення тріщин і меншою швидкість їх поширення, тим більшою є кількість фокусів.

Навколо фокуса розміщена гладенька поверхня початкової стадії руйнування – *«дзеркало» зламу*. Сходинки в цій зоні невисокі й тонкі. Вони віялоподібно розходяться від фокуса зламу. В результаті підвищення температури розміри «дзеркала» зламу зростають.

*Зовнішня зона зламу* має інший кут нахилу відносно «дзеркала» зламу та вкрита грубими рубцями, які також віялоподібно розходяться від фокуса. Ця зона відповідає лавиноподібному руйнуванню. Розвиток тріщини в такому випадку залежить від факторів, які визначають швидкість руйнування, і не залежить від стану поверхні та сили зовнішнього навантаження.

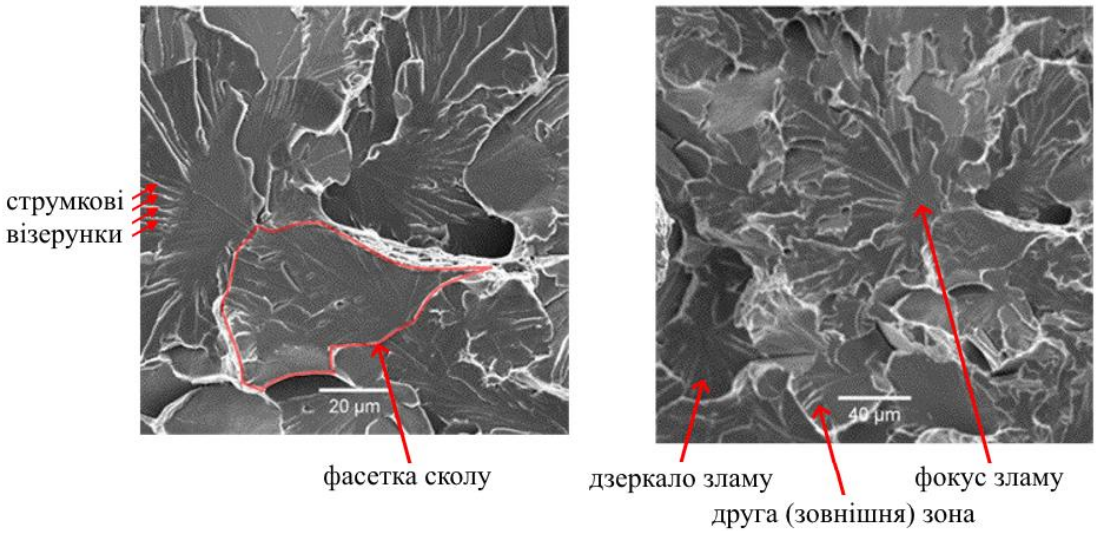



*Рис. 5.8.* Елементи фрактографічної поверхні крихкого транскристалітного руйнування [5.2]

Якщо фокусів дуже багато, то зовнішні зони від різних фокусів можуть перекриватися, унаслідок чого рубці на них будуть мати менш виражений рельєф.

## 5.6 Фізичні основи крихкого руйнування

Для випадку крихкого руйнування, коли рух дислокацій неможливий і, як наслідок, неможливі дислокаційні механізми зародження тріщини, джерелом руйнування стають наявні технологічні дефекти (тріщини або пори), які виникали у процесі створення матеріалу чи виробу.

Крихке руйнування відбувається найчастіше відповідно до положень кінетичної теорії Гріффітса – Ребіндера, згідно з якими на підготовчій стадії руйнування тріщина зароджується за *активаційним термофлуктуаційним механізмом* розриву міжатомних зв'язків, а критична та закритична стадії відбуваються за безактиваційним атермічним механізмом.

### *5.6.1 Зародження тріщини*

На цій стадії дія зовнішнього навантаження розтягування сприяє розриву міжатомних зв'язків та перешкоджає їх відновленню. Оскільки будь-які два атоми зі зруйнованим унаслідок прикладеного зовнішнього навантаження зв'язком взаємодіють не тільки між собою, а й з багатьма іншими сусідніми атомами, то енергія, портібна для розриву зв'язку, насправді виявляється меншою за енергію міжатомної взаємодії.

У процесі підвищення напруження розтягу ймовірність розриву міжатомних зв'язків зростатиме, а їх відновлення – зменшуватиметься. У результаті перебігу цих процесів відбудеться формування *зародкової тріщини*. За умови подальшого навантаження матеріалу під дією дотичного напруження тріщина збільшуватиметься. На фрактографічних зображеннях усі вищеописані процеси проявляються у вигляді *фокуса зламу*. Температура пришвидшує ці процеси, саме тому вищеописаний механізм називають *активаційним термофлуктуаційним механізмом.*

### *5.6.2 Інкубаційний період*

Збільшення довжини зародкової тріщини відбувається поступово упродовж певного періоду, який називають інкубаційним. Кількість розірваних міжатомних зв'язків у цьому разі поступово зростає і в результаті формується власне поле напружень тріщини, внаслідок чого вплив амплітуди коливання атомів у вузлах кристалічної ґратки (термофлуктуацій) на ймовірність руйнування зменшується. Так само енергія активації процесу розриву міжатомних зв'язків зменшуватиметься зі збільшенням довжини тріщини. Це сприятиме пришвидшенню росту тріщини. Однак напруження стиску, які виникають навколо фронтальних поверхонь тріщини внаслідок зміщення атомів з вузлів кристалічної ґратки, навпаки, гальмуватимуть її ріст. Конкуренція між цими двома процесами забезпечує наявність інкубаційного періоду, упродовж якого підтримується стала швидкість руйнування. Сумарний рівень внутрішніх напружень навколо тріщини при цьому ще не перевищує критичного, необхідного для макроруйнування (щонайменше подолання енергії межі зерна). Результати фрактографії підтверджують формування «*дзеркала» зламу*.

### *5.6.3 Критична стадія*

Поступово на вістрі тріщини внутрішні напруження досягають певного критичного рівня, який відповідає ініціалізації процесу макроруйнування, швидкість росту тріщини зростає – починається критична стадія руйнування. Зародкова тріщина перетворюється на *магістральну мікротріщину*, напрямок її поширення змінюється і подальше зростання відбувається під дією вже нормальних (а не дотичних, як раніше) напружень зі швидкістю, близькою до швидкості поширення поперечних пружних хвиль у матеріалі. Температура не впливає на ці процеси, тому всі зазначені зміни відбуваються за *безактиваційним атермічним механізмом.*

### *5.6.4 Закритична стадія*

Після критичної стадії розмір тріщини може у декілька разів перевищувати діаметр зерна матеріалу. В такому випадку тріщина може поширюватися навіть за умови відсутності зовнішнього навантаження завдяки достатній кількості енергії. Ріст тріщини прискорюється.

На закритичній стадії руйнування, як і на критичній, ріст тріщини відбувається за *безактиваційним атермічним механізмом*. Зміна механізму обумовлюється тим, що енергія активації розриву між атомних зв'язків зменшується до нуля внаслідок зростання внутрішнього напруження навколо тріщини вище рівня міцності матеріалу. Коливання атомів також перестає відігравати суттєву роль, оскільки масштаб процесів переходить з атомного на мікроскопічний рівень. Надалі зростання тріщини відбувається під впливом внутрішнього напруження, накопиченого на попередніх етапах навантаження. Фрактографічно це відображається у формуванні *зовнішньої зони зламу*.

Схематично стадійність процесу розвитку тріщини за кінетичною теорією Гріффітса – Ребіндера показано на рис. 5.9.

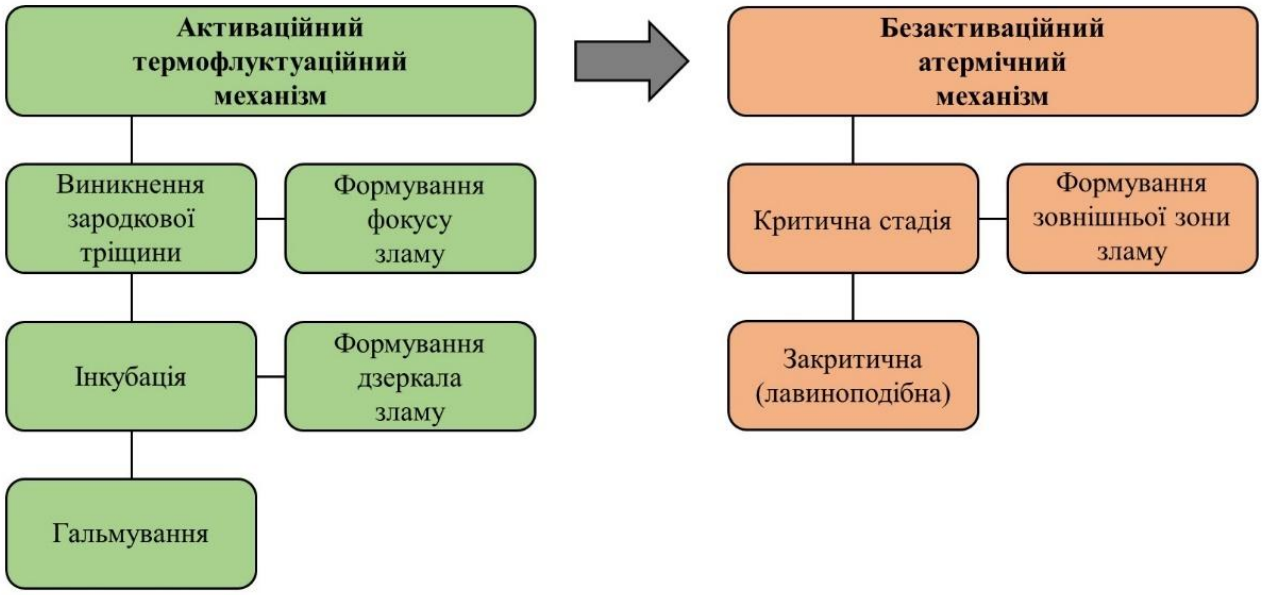



*Рис. 5.9*. Схематичне зображення стадійності процесу розвитку тріщини за кінетичною теорією Гріффітса – Ребіндера

## 5.7 Особливості квазікрихкого руйнування та механізми зародження тріщин

У процесі *квазікрихкого руйнування*, на відміну від крихкого руйнування, завжди виникає велика кількість тріщин. Деякі з них зливаються в магістральну тріщину, інші розкидані біля фронтальних поверхонь магістральної тріщини, що забезпечує зменшення загального рівня напружень у матеріалі. Зона пластичної деформації є невеликою і може бути порівняна з розмірами зародкової тріщини.

Оскільки квазікрихке руйнування супроводжується локальною пластичною деформацією, максимальний рівень якої спостерігається саме біля вершини тріщини, то теоретичні пояснення формування зародкової тріщини спираються на дислокаційні моделі, пов'язані зі скупченням дислокацій одного знака або їх комбінаціями.

Моделі зародження тріщини можна розподілити за типом взаємодії дислокацій:

– плоскі дислокаційні скупчення (модель Зінера – Стро);

– пересічні дислокаційні скупчення (модель Коттрелла);

– зустрічні дислокаційні скупчення (модель зустрічних смуг, анігіляційна модель);

– дислокаційні стінки (модель транскристалітного руйнування, модель інтрузії-екструзії);

– скупчення біля некогерентної частинки чи іншої тріщини (модель де Броека).

### *5.7.1 Плоскі дислокаційні скупчення*

*Модель Зінера – Стро* є найпростішою та найпоширенішою моделлю зародження квазікрихкої тріщини. У межах цієї моделі розглядається скупчення крайових дислокацій біля межі зерна або іншої нездоланної перешкоди, у результаті чого у зразку формується сумарне поле напружень, яке значно перевищує середнє поле. Унаслідок цього відбувається розрив міжатомних зв'язків під головною дислокацією скупчення. Поглинання новоутвореним дефектом кристалічної будови двох наступних дислокацій у скупченні супроводжується виникненням клиноподібної зародкової тріщини, розміри якої надалі збільшуються одночасно за двома напрямами: розкриття тріщини за рахунок поглинання наступних дислокацій скупчення та подовження тріщини за рахунок розриву міжатомних зв'язків у вершині тріщини (рис. 5.10).

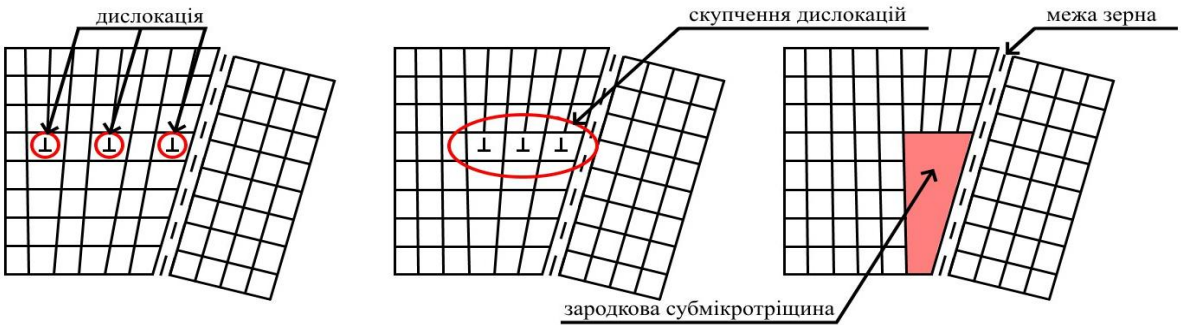



*Рис. 5.10.* Схема формування зародкової тріщини
за моделлю Зінера – Стро

Уточнення цієї моделі полягало в тому, що напруження розтягу, яке відповідає виникненню тріщини, має максимальне значення під кутом 70,5° до площини ковзання (рис. 5.11).

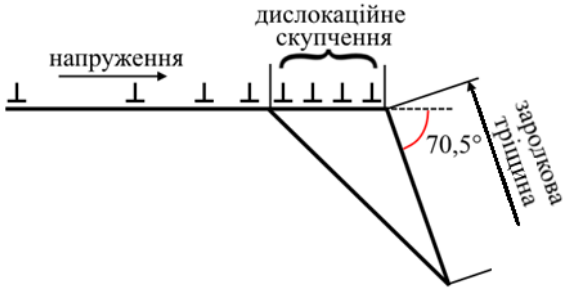



*Рис. 5.11.* Модель тріщини за Зінером – Стро

Умову формування тріщини за моделлю Зінера – Стро визначають таким виразом:

$$n\tau > \frac{12\alpha G}{1+\mu} \approx 0{,}7G, \qquad (5.1)$$

де $n$ – кількість дислокацій у скупченні;

$\tau$ – прикладене напруження зсуву;

$\alpha$ – стала величина, $\alpha \sim 0{,}06$;

$\mu$ – коефіцієнт Пуассона;

$G$ – модуль зсуву.

Якщо до цього виразу підставити значення пружних констант для визначеного матеріалу, то розрахована кількість дислокацій дорівнюватиме $10^2 - 10^3$ і є близькою до реальної кількості дислокацій, яка спостерігається у скупченнях експериментально.

Довжина зародкової тріщини $C$ пов'язана з кількістю дислокацій, що увійшли до її площини, таким рівнянням:

$$C = \frac{n^2 b^2 G}{\pi(1-\mu)\gamma} \approx n^2 b, \qquad (5.2)$$

де $b$ – вектор Бюргерса;

$\gamma$ – поверхнева енергія тріщини.

Також тріщини у плоских дислокаційних скупченнях можуть зароджуватися внаслідок викривлення міжатомних площин ґратки, або тріщина може зростати не під кутом, як у моделі Зінера – Стро, а в напрямку дислокаційного скупчення. Виникнути тріщина може і у скупченні гвинтових дислокацій.

### *5.7.2 Пересічні дислокаційні скупчення*

Механізм формування зародкової тріщини на перетині напрямків ковзання дислокацій (*модель Коттрелла*) не потребує великої кількості дислокацій у скупченні і, відповідно, бар'єрів, які здатні втримати таке скупчення. Після зустрічі поодиноких дислокацій, які рухаються за різними напрямками ковзання однієї кристалографічної площини, формується нерухома крайова дислокація, яку називають *вершинною дислокацією Ломер – Коттрелла* (рис. 5.12, а). Усі наступні дислокації, які рухаються за напрямками, аналогічними першим двом, будуть гальмуватися вершинною дислокацією з формуванням скупчень. Коли в деякому місці сумарне напруження від скупчень дислокацій перевищить критичний рівень, виникне тріщина (рис. 5.12).

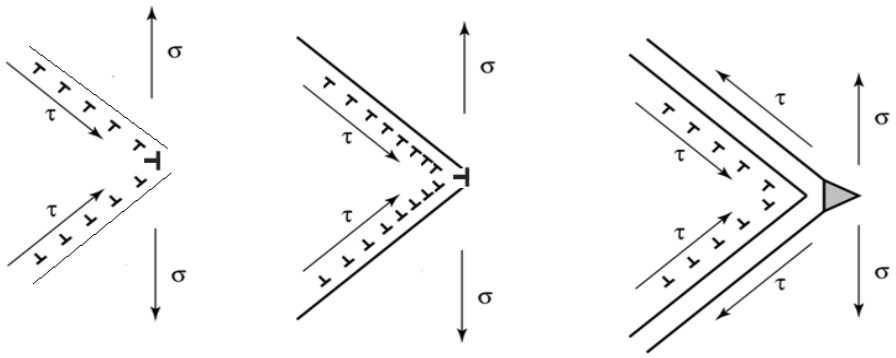



*Рис. 5.12.* Схема формування зародкової тріщини за моделлю Коттрелла

Енергетичний аналіз вказує на те, що для утворення тріщини в дуже крихких матеріалах може вистачити двох дислокацій, які й формують вершинну крайову дислокацію, яка, як клин, розриває міжатомні зв'язки.

За аналогічним механізмом може виникнути зародкова тріщина у процесі взаємодії двійників (модель Холла).

### *5.7.3 Зустрічні дислокаційні скупчення*

У процесі руху та взаємодії крайові дислокації можуть анігілювати чи рекомбінувати. На цьому побудована ще одна модель формування тріщини – *анігіляційна модель Фудзіта*. Уявімо, що два дислокаційних скупчення рухаються в паралельних кристалографічних площинах, які перебувають на невеликій відстані одна від одної (менше 5 – 7 векторів Бюргерса). Тоді із наближенням вершин обох скупчень сформовані під краями екстраплощин зони напружень розтягу перекриваються. Це сприяє розриву найбільш розтягнутих міжатомних зв'язків з формуванням ланцюжка вакансій (субмікропори), при цьому відбувається анігіляція відповідних дислокацій. До поверхні сформованої субмікропори притягуються наступні дислокації скупчень, унаслідок чого процес збільшення її розміру спонтанно прискорюється. Послідовна анігіляція 5 – 10 дислокацій у кожному зі скупчень формує пору, розмір якої достатній для її перетворення на зародкову тріщину (рис. 5.13).

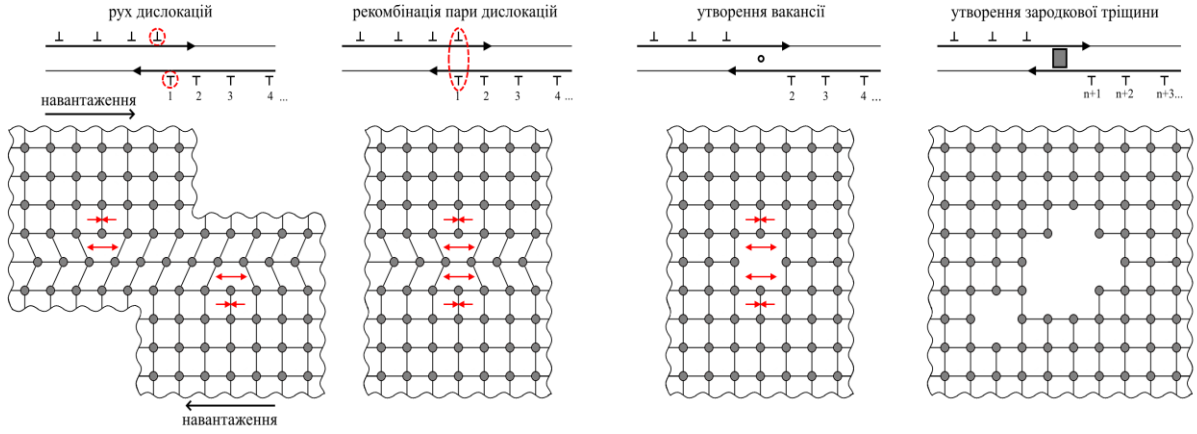



*Рис. 5.13*. Схема формування зародкової тріщини
за моделлю анігіляції Фудзіта

*Модель Орована* пояснює виникнення тріщин взаємодією дислокаційних скупчень, що рухаються назустріч одне одному в атомних площинах, які містяться на великій відстані та розділені перешкодою (наприклад, межею зерна) (рис. 5.14). Процес зародження тріщини в цьому випадку аналогічний описаному в моделі Зінера – Стро, але якщо відстань між головними дислокаціями у скупченнях менша за довжину скупчення, то з обох боків перешкоди діятиме поле напружень від двох скупчень. Це сприятиме зростанню тріщини, яка може виникнути як в одному із зерен, так і в області межі зерна.

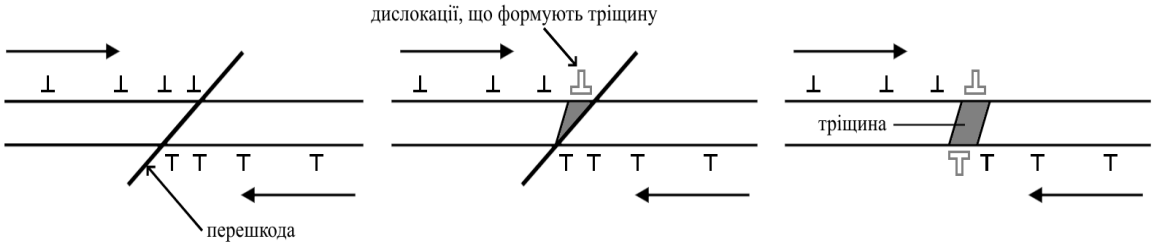



*Рис. 5.14*. Схема формування зародкової тріщини за моделлю Орована

### *5.7.4 Дислокаційні стінки*

Зародження квазікрихкої тріщини можливе і за моделлю *міжкристалітного дислокаційного руйнування.* У процесі пластичної деформації монокристала наявні рухомі дислокації можуть утворювати дислокаційні стінки, що є енергетично вигідним, оскільки зменшує поле напружень у матеріалі. Якщо в результаті деформації утворюється декілька паралельних стінок дислокацій, то такий матеріал можна подати як бікристал, розділений межею нахилу. Якщо довжина стінок є меншою ніж розмір монокристала за цим напрямком, то стінки дислокацій можуть ініціювати виникнення мікротріщини на їхньому нижньому кінці (рис. 5.15). Це і є модель міжкристалітного дислокаційного руйнування.

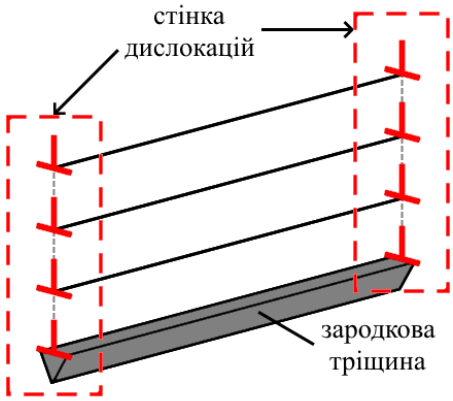



Рис. 5.15. Схема формування зародкової тріщини
за моделлю міжкристалітного дислокаційного руйнування

Експериментально встановлено, що зсувні деформації у 50 % є достатніми для появи за таким механізмом тріщини на межі бікристалів.

### *5.7.5 Механізм інтрузії та екструзії Коттрелла – Холла*

Детальне дослідження поверхні матеріалів після втомного руйнування (тобто руйнування після значної кількості циклів деформування наван-

таженням, меншим за критичне) забезпечило можливість виявити невеликі та дуже тонкі, ніби видавлені з металу, стрічки (*явище екструзії*). Спостерігалося і протилежне явище (*інтрузії*). Інтрузія є фактично малою тріщиною, що закінчується на поверхні кристала (рис. 5.16).

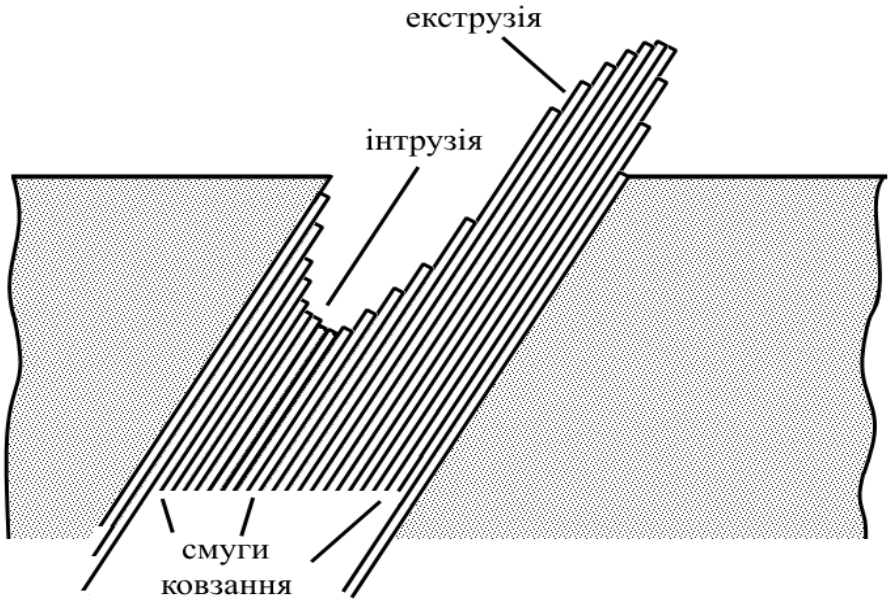



*Рис. 5.16*. Схема утворення інтрузії
та екструзії у смугах ковзання

Щоб пояснити виявлені процеси екструзії та інтрузії, А. Коттрелл і Е. Холл запропонували *дислокаційний механізм*, відповідно до якого два джерела дислокацій сприяють послідовному зміщенню приповерхневих шарів матеріалу (рис. 5.17). На першому етапі одне із приповерхневих джерел генерує дислокації, які спрямовано рухаються до поверхні матеріалу, внаслідок чого формується дислокаційна сходинка (рис. 5.17, а, б). На другому етапі активізується інше джерело дислокацій у своїй площині ковзання, що формує сходинку ковзання в іншому місці поверхні (рис. 5.17, в). Під час ковзання дислокацій від другого джерела у протилежному до руху дислокацій від першого джерела напрямку на поверхні кристала біля першої сходинки ковзання утворюється інтрузія (рис. 5.17, г), а біля другої – екструзія (рис. 5.17, д).

Надалі місця інтрузії можуть перетворитися на *зародкові тріщини*.

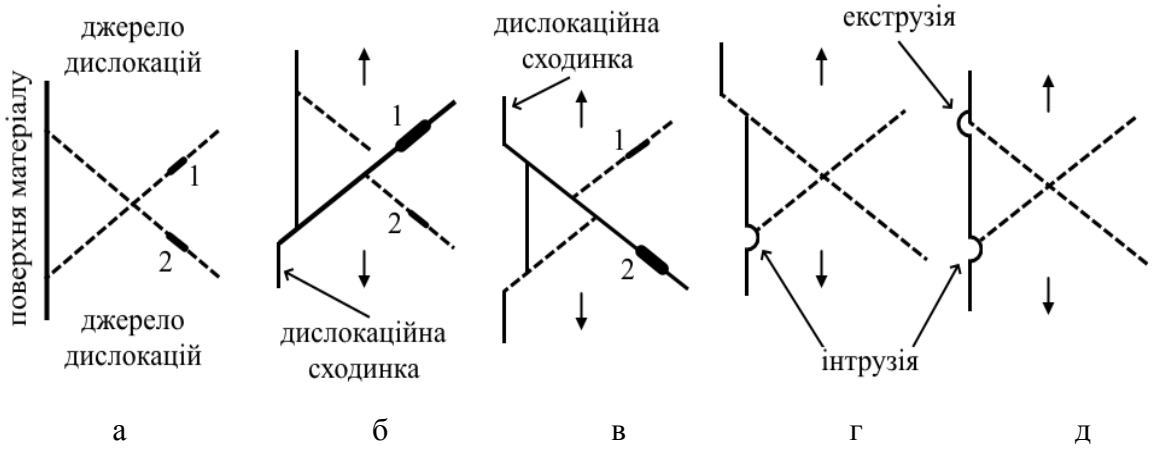



*Рис. 5.17.* Схема формування зародкової тріщини за моделлю Коттрелла – Холла

### *5.7.6 Скупчення дислокацій біля наночастинки чи іншої тріщини*

Для опису зародження тріщин унаслідок скупчення дислокацій біля наночастинок чи іншої тріщини використовують моделі де Броека, Екоборі – Серована та модель розгалуження тріщини.

Найбільш узагальненою є дислокаційна модель зародження та росту тріщин на межі «матеріал – нанорозмірна частинка», яка розроблена де Броеком. Відповідно до *моделі де Броека* внаслідок взаємодії рухомих дислокацій з частинками навколо них виникають дислокаційні петлі (рис. 5.18, а).

Після утворення навколо частинки декількох дислокаційних петель перша петля перебуває під дією двох протилежно направлених сил: під дією зовнішніх сил петля відштовхується від частинки (червоні стрілки на рис. 5.18, б), тоді як наступні петлі також відштовхують від себе першу петлю (сині стрілки на рис. 5.18, б), змушуючи її наближатися до частинки. Якщо зовнішня сила буде більшою за силу відштовхування, це призведе до виникнення між дислокаційною петлею та частинкою пори (рис. 5.18, в). Частина першої дислокаційної петлі буде поглинена порою (рис. 5.18, г). Суттєвим наслідком цього процесу буде значне зменшення сил відштовхування, що діють на наступні петлі, завдяки чому більша частина дислокаційних петель буде поглинатися порою і збільшувати її із формуванням зародкової тріщини (рис. 5.18, д).

*Модель Екоборі – Серована* аналогічна *моделі де Броека* з тією різницею, що дислокації не формують дислокаційні петлі навколо

частинки, а утримуються нею як перешкодою, внаслідок чого біля їхньої поверхні виникає дислокаційне скупчення. Залежно від рівня крихкості обох матеріалів тріщина буде формуватися або в основному матеріалі, або в частинці (рис. 5.19).

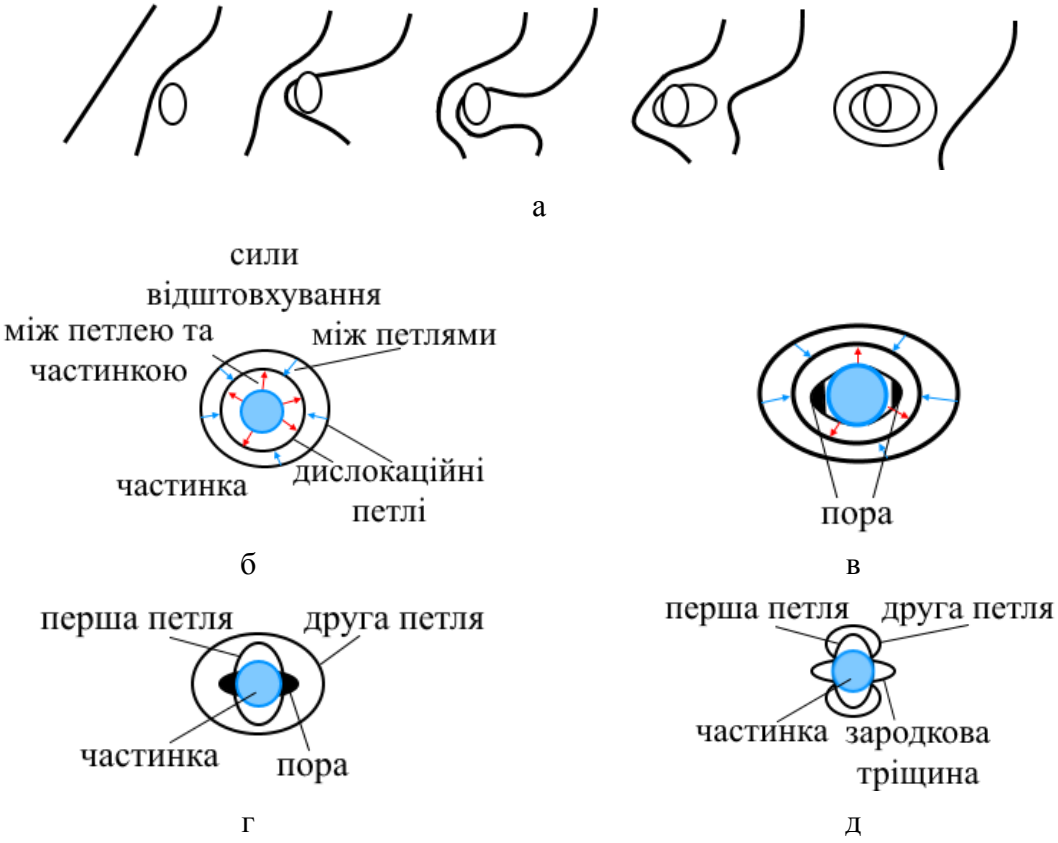



Рис. 5.*18*. Схема формування зародкової тріщини за моделлю де Броека

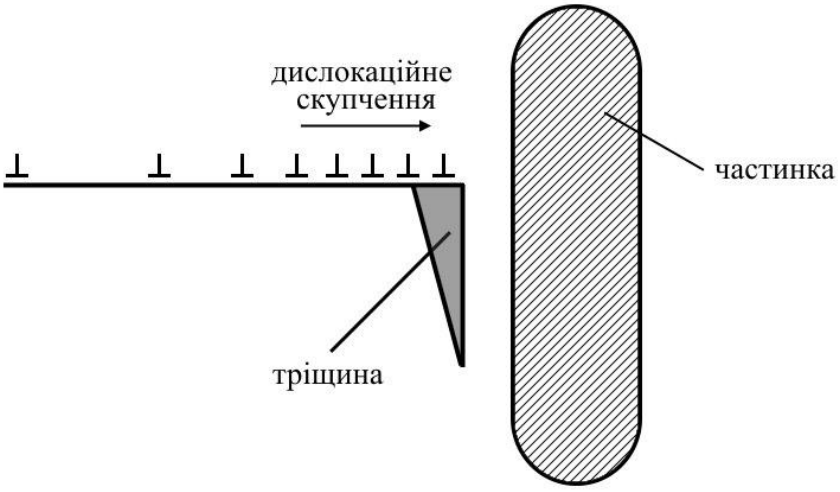



*Рис. 5.19*. Схема формування зародкової тріщини за моделлю Екоборі – Серована

У процесі зростання тріщина може розгалужуватися з формуванням нових тріщин, які оточують основну. Таку її властивість описує *модель розгалуження тріщини*, в якій передбачається, що розмір наявної тріщини повинен удвічі перевищувати початковий розмір зародкової тріщини, а виділення енергії пружної деформації – удвічі перевищувати опір росту тріщини. Це означає, що вивільняється достатньо енергії для зростання двох тріщин, внаслідок чого і може статися розгалуження тріщини (рис. 5.20). За умов подальшого зростання тріщини аж до потрійного збільшення її вихідного розміру інтенсивне виділення енергії сприятиме ще одному розгалуженню. Таким чином виникає багаторазове розгалуження квазікрихкої тріщини.

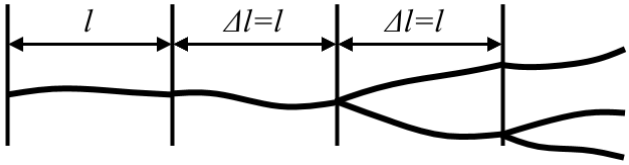



*Рис. 5.20.* Схема формування зародкової тріщини
за моделлю розгалуження

## 5.8 В’язке (ямкове) руйнування

*В’язке руйнування* відбувається зазвичай після значної пластичної деформації матеріалу. Його головною особливістю є повільний розвиток тріщини та висока енергоємність, обумовлена необхідністю реалізації значної пластичної деформації у вершині тріщини. Енергоємність процесу визначається площею під деформаційною кривою (рис. 5.21).

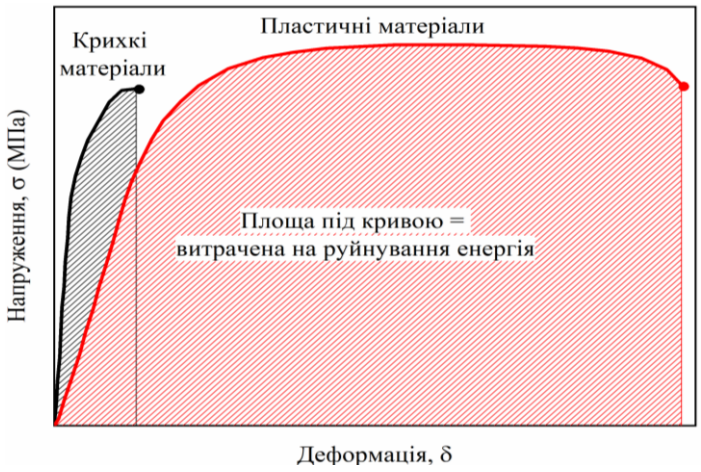
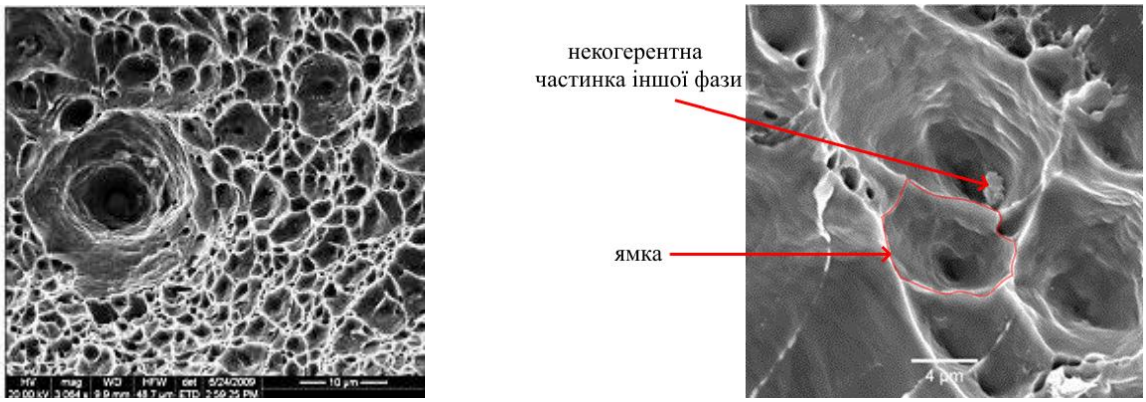



*Рис. 5.21.* Вид деформаційної кривої
за умови крихкого та в’язкого руйнування

На відміну від крихкого руйнування, для реалізації якого достатньо виникнення однієї тріщини, за умов в'язкого руйнування відбувається зародження та розвиток великої кількості субмікротріщин, деякі з яких можуть зливатися з утворенням однієї великої магістральної тріщини. *Фрактографічна поверхня* в'язкого руйнування є матовою, нерівною, зі слідами пластичної деформації у вигляді грубих смуг. Рельєф поверхні має вигляд окремих *ямок* діаметром 0,5 мкм – 20 мкм та глибиною до декількох мікрометрів (рис. 5.22). З рис. 5.22, б чітко видно, що вся поверхня складається з ямок, витягнутих уздовж напрямку доламування. Ямки є наслідком виникнення, зростання та злиття множини мікропор. Деякі сусідні ямки після злиття формують *магістральну тріщину* (рис. 5.22, а – найбільша ямка).




а б

*Рис. 5.22.* Фрактографічна поверхня в'язкого руйнування матеріалу:
а – загальний вигляд [5.3]; б – складові фрактографічної поверхні [5.2]

Залежно від кристалічної будови матеріалу та форми зразка у процесі в'язкого руйнування можуть реалізовуватися різні типи ямкового зламу (рис. 5.23):

а) *зріз* характерний для ГЩП-кристалів прямокутної форми внаслідок базисного ковзання (поверхня має форму однобокого клина), а в ГЦК-кристалах зріз утворюється після інтенсивного ковзання з формуванням грубих сходинок деформації;

б) в ОЦК-матеріалах та низці ГЦК-матеріалів можливе формування великої за розміром *шийки*, при цьому для високопластичних матеріалів звуження може наближатися до 100 %;

в) якщо пластичний зразок із ГЦК-ґраткою має прямокутну форму, то можливе формування «*леза ножа*»;

г) якщо у структурі матеріалу наявні частинки іншої фази, може спостерігатися *волокнистий злам*. Для такого випадку тріщина розвивається за міжфазною поверхнею чи за тілом частинок, якщо вони більш крихкі за основний матеріал;

д) найпоширенішим механізмом в'язкого руйнування є *«чашковий злам»*, який є результатом зародження, зростання та об'єднання великої кількості мікропор до однієї тріщини.

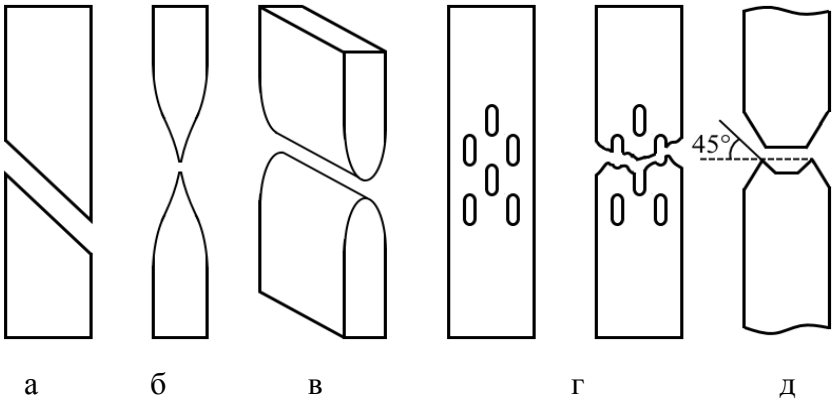



*Рис. 5.23*. Форми зламів, утворених у результаті в'язкого руйнування:
а – зріз; б – формування шийки; в – «лезо ножа»;
г – волокнистий злам; д – «чашковий злам»

В'язке руйнування за механізмом «*чашкового зламу*» розвивається поступово за трьома стадіями: зародження пор, зростання магістральної тріщини та формування конічної частини зламу (рис. 5.24).

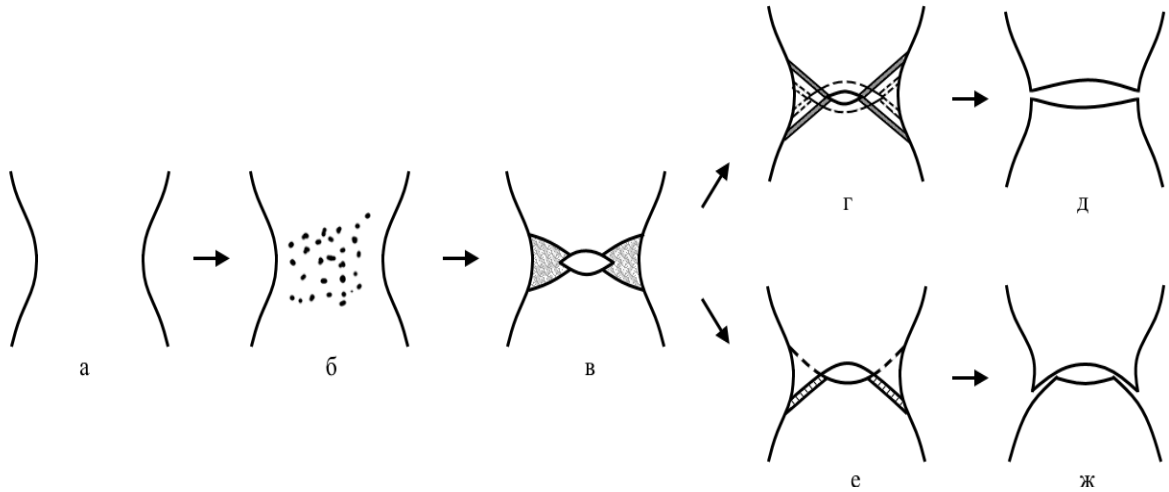



*Рис. 5.24.* Стадії в'язкого руйнування: а – формування шийки;
б – виникнення мікропор; в – формування магістральної тріщини;
г-ж – формування конічної частини зламу (г, д – форма «подвійна чашка»;
е, ж – форма «чашка з конусом»)

На першій стадії руйнування зразка відбувається формування *шийки* (рис. 5.24, а, 5.25) унаслідок локалізації пластичної деформації в одному з поперечних перерізів зразка. Основним механізмом деформації в шийці є зсуви у смугах ковзання. На поверхні зразка зв'язок між атомами міцніший і розвиток пластичної деформації у приповерхневій області ускладнюється, тому активізується самоузгоджений зсув смуг ковзання з розворотом у напрямку об'єму зразка. У результаті такого стрімкого руху і виникає шийка.

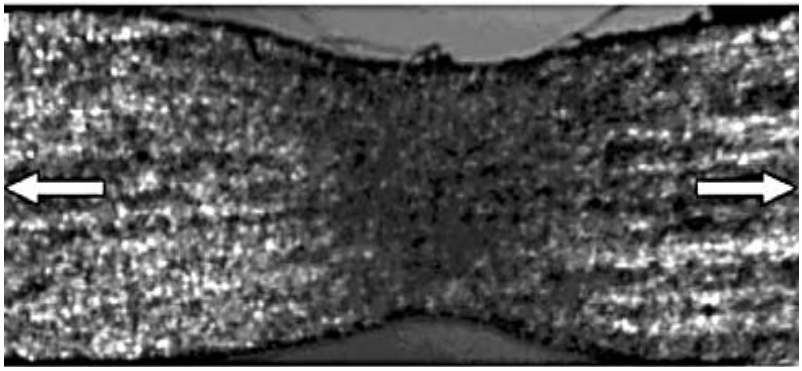


*Рис. 5.25*. Мікрофотографія шийки у холоднокатаному зразку титанового сплаву [5.4]

Поступово ці процеси поширюються за усім поперечним перерізом зразка. Коли можливості такого руху дислокацій вичерпуються, виникають передумови до макрозсуву вздовж осі зразка. Внаслідок цього на поверхні починають утворюватися сходинки, зразок різко видовжується і поперечний переріз в цьому місці стрімко зменшується – виникає *шийка*.

На другій стадії в'язкого руйнування виникає велика кількість пор у центральній частині зразка, в якій діють максимальні напруження (рис. 5.24, б). Зі збільшенням навантаження розтягу пори витягуються вздовж напрямку дії зовнішньої сили. Ослаблений порами матеріал руйнується, пори зливаються між собою і в центральній частині зразка виникає *магістральна тріщина*, що є перпендикулярною до осі зразка.

Далі відбувається поширення магістральної тріщини, тобто іде процес *формування «дна чашки»* (рис. 5.24, в). Цей процес реалізується завдяки приєднанню нових пор внаслідок підвищеної концентрації напруження біля вершини магістральної тріщини. Швидкість цього процесу є невеликою.

Третя стадія в'язкого руйнування, або *формування конічної частини зламу*, починається, коли магістральна тріщина досягає перифе-

рійних зон зразка. Швидкість її руху збільшується до 10 разів, при цьому змінюється напрямок поширення (рис. 5.24, г-ж). Процес може здійснюватися за двома варіантами:

1) якщо кількість дефектів з обох боків магістральної тріщини є однаковою, то подальше зростання тріщини відбувається під дією дотичних напружень (під кутом 45°), а внаслідок появи нових смуг зсуву фронт тріщини виходить на поверхню і злам має форму «*подвійної чашки*» (рис. 5.24, г-д);

2) якщо після початку формування конічної частини зламу в периферійних областях шийки з одного боку від магістральної тріщини з'являються нові мікротріщини, то подальша деформація буде локалізована саме в цих ослаблених місцях матеріалу і кінцеве доламування відбудеться шляхом зрізу вздовж новоутворених тріщин – виникне «*чашка з конусом*» (рис. 5.24, е-ж).

Зруйнований зразок циліндричної форми буде мати вигляд подібний до того, що показаний на рис. 5.26.

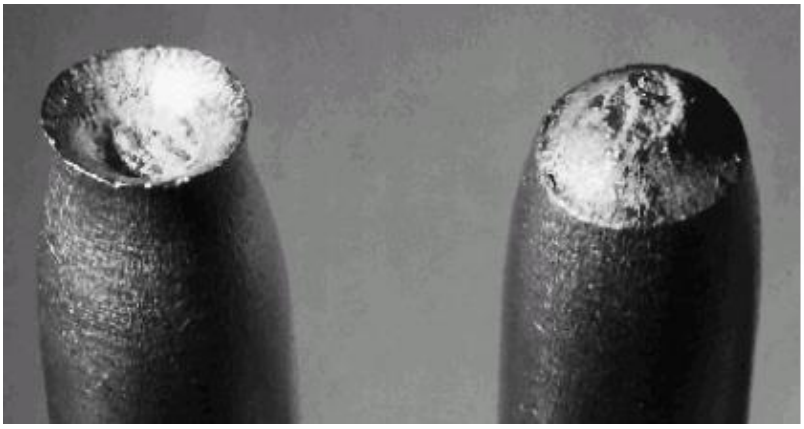


*Рис. 5.26*. Поверхня в'язкого руйнування
у вигляді «чашкового зламу»

У табл. 5.4 наведено порівняння основних характеристик крихкого та в'язкого руйнування. За цими характеристиками можна однозначно встановити тип та причину руйнування зразка, і, як наслідок, запропонувати запобіжні заходи для безпечної експлуатації виробів з обраного матеріалу.

*Таблиця 5.4.* **Порівняльний аналіз характеристик крихкого та в'язкого руйнування**

| Характеристика | Крихке руйнування | В'язке руйнування |
|---|---|---|
| Небезпечність | Дуже висока | Не дуже висока |
| Можливість зупинити ріст тріщини | Виключно на докритичній стадії за певних умов | На будь-якій стадії за умов зниження напружень до $\sigma_T$ |
| Швидкість поширення тріщини | Велика, до половини швидкості звуку | Мала, дорівнює швидкості навантаження |
| Величина напруження руйнування | Мала, $\sigma_B < \sigma_T$ | Велика, $\sigma_B > \sigma_T$ |
| Енергоємність | Мала | Велика |
| Величина пластичної деформації | Незначна, до 1 – 3 % | Значна, більше 10 % |
| Кількість тріщин | Поодинока | Багато, виникає одночасно декілька тріщин |
| Положення поверхні руйнування (тип) | Транс- та міжкристалітне | Найчастіше транскристалітне |
| Структурна одиниця поверхні зламу | Фасетка | Ямка |
| Вигляд поверхні зламу | Блискуча або відповідає кольору фазових складових | Матова |
| Рельєфність та особливості будови поверхні зламу | Шорстка, сходинки, струмкові візерунки | Не гладка, зі смугами пластичної деформації та включеннями на дні ямок |
| Кромки | Гладкі, рівні, розміри зразка не змінюються | Нерівні, виникає шийка |
| Примітки | Зі збільшенням жорсткості схеми випробування зростає ймовірність руйнування | Навіть якщо тріщина виникає на межі зерна, вона охоплює об'єм зерна, а не поширюється через межу, як за крихкого руйнування |

## 5.9 Міжкристалітне руйнування

*Міжкристалітне руйнування* (його також називають міжзеренним, інтеркристалітним) є одним з найбільш небезпечних і небажаних типів руйнування. Руйнування за міжкристалітними межами суттєво знижує механічні характеристики матеріалу та обмежує можливості його використання.

Умови реалізації механізму міжкристалітного руйнування:

– збагачені окрихчуючими домішками межі зерен;

– насичення меж воднем (воднева корозія);

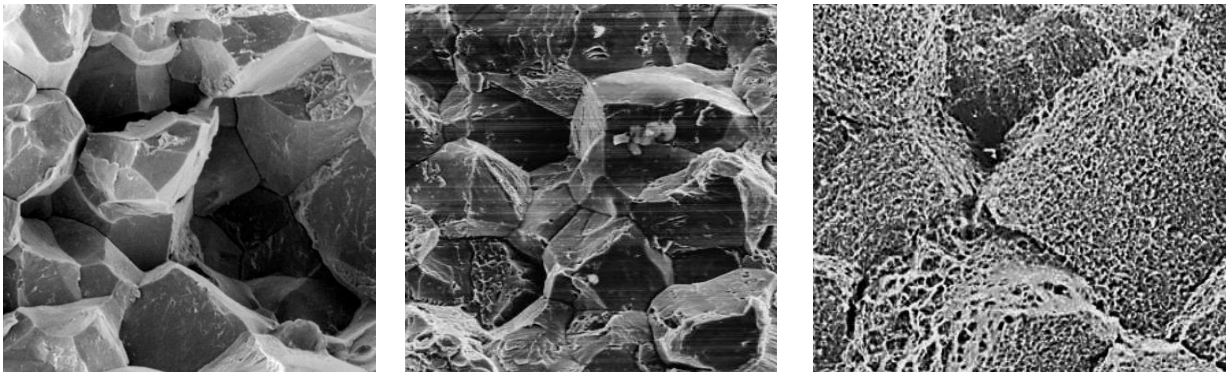
– реалізація механізму двійникування пластичної деформації;

– зерномежова корозія;

– високотемпературна повзучість.

У сталях механізм міжкристалітного руйнування зазвичай реалізується за умов корозії, водневої крихкості. Також схильна до такого типу руйнування мартенситна структура внаслідок пластичного *деформування двійникуванням*, а не *ковзанням дислокацій*. У сплавах крихке міжкристалітне руйнування спостерігається у випадку сегрегації на межах зерен шкідливих домішок, частинок інших фаз, формування ланцюжка пор унаслідок високотемпературної повзучості.

*Фрактографічна поверхня* зламу залежить від типу міжкристалітного руйнування: поверхня крихкого руйнування складається з *фасеток сколу*, в'язкого руйнування – з *ямок* (рис. 5.27).



а б в

*Рис. 5.27.* Фрактографічні поверхні міжкристалітного зламу:
а – крихке руйнування [5.5]; б – квазікрихке руйнування [5.6];
в – в'язке руйнування [5.7]

Основні характеристики фрактографічної поверхні (рис. 5.28):

– шорстка;

– чітко простежуються грані кристалітів;

– можуть бути наявні ознаки пластичної деформації.

У процесі аналізу міжкристалітного руйнування слід враховувати, що це багатостадійний процес, який складається з низки етапів:

– зародження тріщини;

– поширення тріщини за окремою межею зерна;

– взаємодія тріщини із стиком меж зерен;

– катастрофічне поширення тріщини.

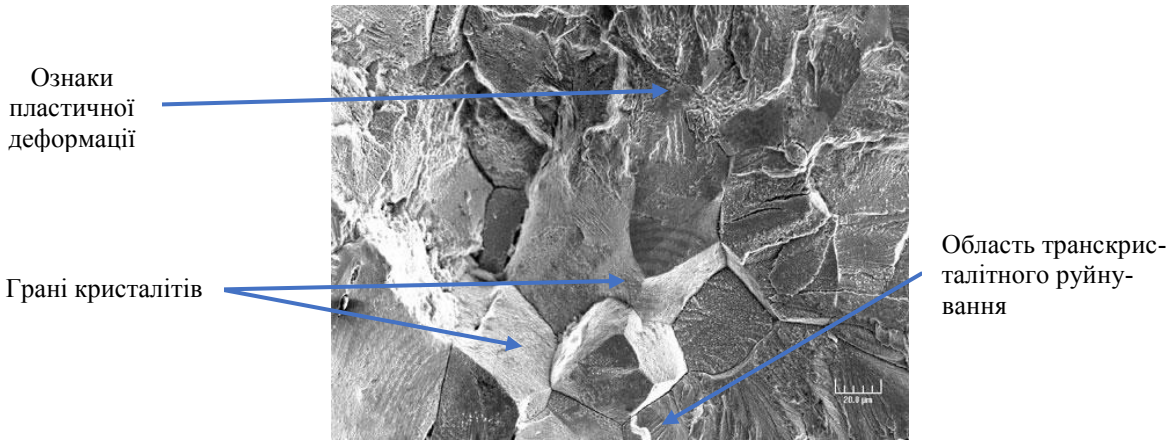



*Рис. 5.28.* Фрактографічна поверхня міжзеренного зламу [5.8]

### *5.9.1 Зародження тріщини*

Зародження тріщини можливе внаслідок гальмування дислокацій на межі зерна за механізмом, подібним до моделі Зінера – Стро (рис. 5.29), або у процесі двійникування внаслідок виникнення високої концентрації напружень біля межі зерна.

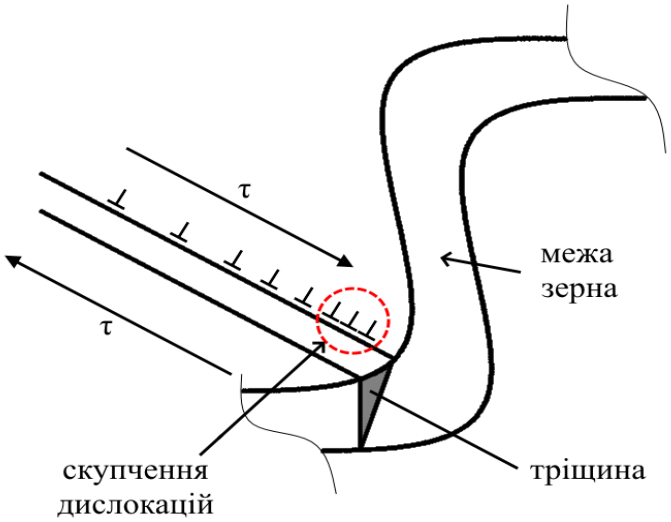
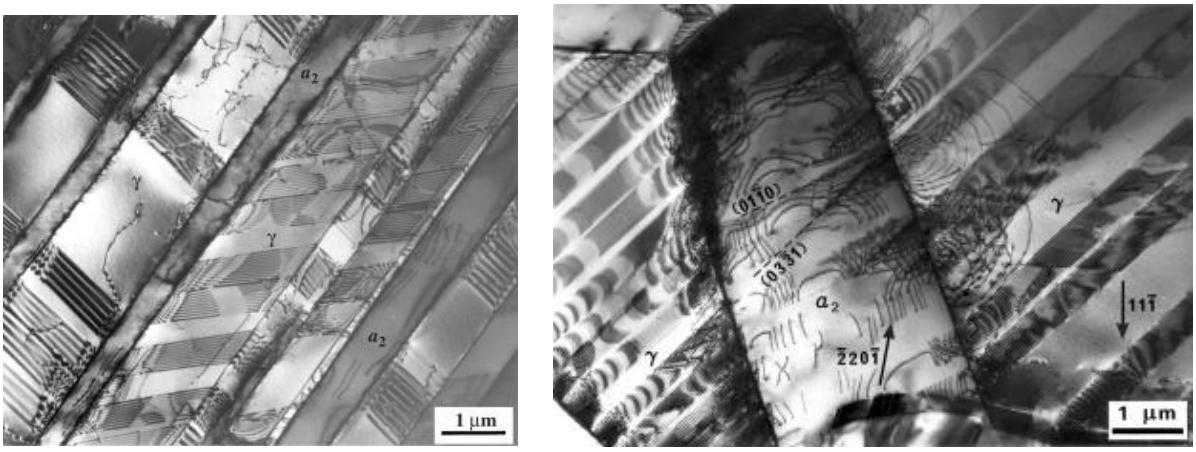



*Рис. 5.29.* Схема виникнення тріщини у процесі міжкристалітного руйнування

Розглянемо детальніше зародження міжкристалітної тріщини унаслідок *пластичної деформації двійникуванням*. У процесі металографічних досліджень кожний двійник деформації виявляється у вигляді двох паралельних смуг (рис. 5.30, а) завширшки до 5 мкм та з характерним звуженням на кінцях.

У полікристалах двійники ніколи не переходять з одного зерна до іншого. Зазвичай вони закінчуються в об’ємі зерна, а якщо доходять до

його межі, то викликають появу двійника в сусідньому зерні, де він буде мати іншу орієнтацію (рис. 5.30, б). Можливість передачі пластичної деформації з одного зерна до іншого залежить від геометричного узгодження систем ковзання і двійникування у двох сусідніх зернах.




а б

*Рис. 5.30.* Деформація двійникуванням в алюмініді титану [5.9]:
а – двійники в різних системах двійникування в монокристалі;
б – двійники в полікристалі

Якщо пластична деформація відбувається двійникуванням, передача деформації ускладнена через малу кількість дозволених систем двійникування та недостатню мобільність двійників. Тому двійники деформації створюють напруження розтягу поблизу межі зерна, що супроводжується утворенням мікротріщини в найбільш деформованому зерні (рис. 5.31).

а б

*Рис. 5.31.* Утворення тріщини на межі зерна в γ-TiAl:
а – електронно-мікроскопічне зображення мікроструктури;
б – схема процесу [5.10]

У результаті подальшого зростання навантаження відбувається ріст вже наявної мікротріщини (рис. 5.32, а) та поява нових тріщин за периметром зерна, які зменшують напруження, створене двійниками. Їхній розмір збільшується не миттєво, а мірою концентрації напружень, викликаних двійниками деформації на межі зерна. Завдяки їх об'єднанню формується *магістральна тріщина* (рис. 5.32, б).

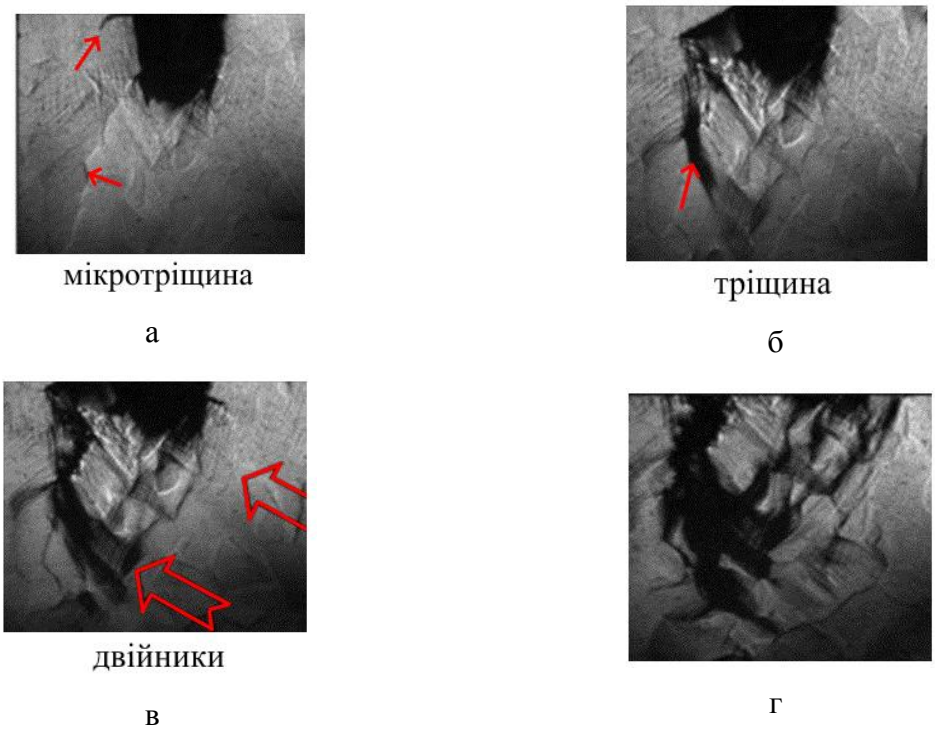



*Рис. 5.32*. Процес поширення тріщини в γ-TiAl [5.11]

### *5.9.2 Поширення тріщини окремою межею зерен*

У найпростішому випадку поширення тріщини окремою межею зерен необхідно враховувати одночасну дію кількох чинників:

– атомної структури межі зерен;

– впливу домішок;

– внеску від пластичної деформації.

Вплив структури меж зерен на енергію руйнування досліджено за допомогою статистичного аналізу результатів механічних випробувань кількох меж зерен одного матеріалу. За результатами таких досліджень встановлено, що у більшості з них розбіжність у тріщиностійкості становить не більше 20 % і лише незначна кількість меж зерен має значно більшу тріщиностійкість. Кристалографічний аналіз дозволив виявити, що вищу тріщиностійкість мають спеціальні межі Кронберга – Вілсона

внаслідок своєї більшої впорядкованості і значно меншої здатності до поглинання домішок.

Вплив домішок на схильність до міжкристалітного руйнування описує термодинамічна теорія сегрегацій. Ця теорія стала основою для розроблення наукових принципів раціонального легування матеріалів, за допомогою якого вдається запобігти виникненню міжкристалітного руйнування. Експерименти засвідчили, що для виникнення всередині межі зерен моношарової сегрегації домішки інколи достатньо ввести її до матеріалу у кількості 0,1 %.

Внесок пластичної деформації до енергетичного балансу руйнування меж зерен залежить від рухливості дислокацій біля вершини тріщини. Вплив цього чинника аналізується аналогічно випадку квазікрихкого транскристалітного руйнування.

### *5.9.3 Взаємодія тріщини зі стиком меж зерен*

Рух тріщини вздовж межі зупиняється стиком меж зерен (рис. 5.33).

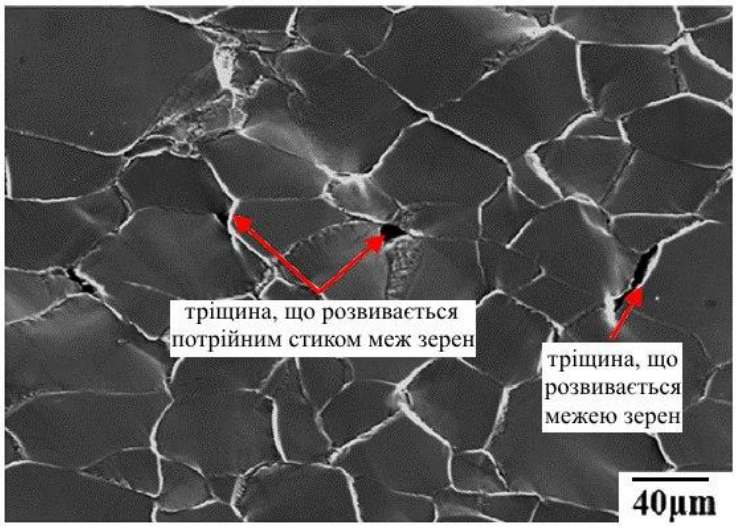
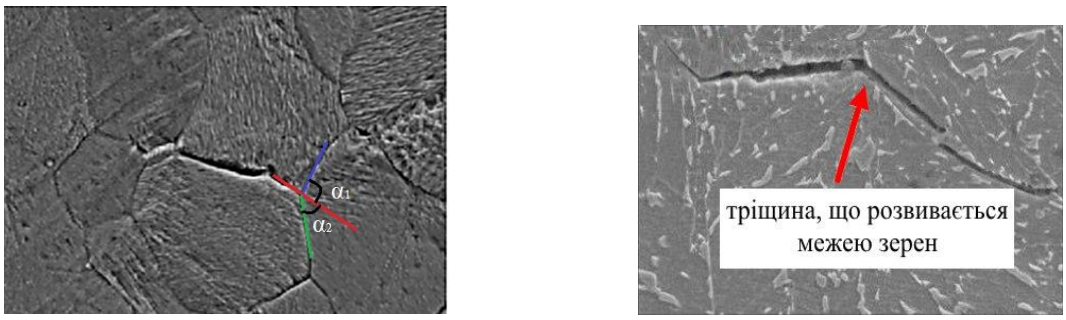



*Рис. 5.33.* Електронно-мікроскопічне зображення міжзеренних тріщин на стику меж зерен [5.12]

Взаємодія тріщини зі стиком меж зерен потребує додаткових витрат енергії. Після досягнення тріщиною стику подальший напрямок її росту залежить від величини кута, на який потрібно розвернутися тріщині для продовження руху вздовж межі зерен. Чим більшим є цей кут, тим більшими будуть витрати енергії. На рис. 5.34, а показано схему визначення подальшого напрямку росту тріщини. Відповідно до фундаментальних законів фізики продовження руху буде здійснюватися

вздовж межі, позначеної зеленим кольором, оскільки кут $\alpha_2$ є меншим за кут $\alpha_1$. На рис. 5.34, б проілюстровано саме таку поведінку тріщини у сталі бейнітного класу Х90.




а б

*Рис. 5.34.* Взаємодія тріщини з потрійним стиком меж зерен:
а – схема процесу [5.13]; б – результат взаємодії тріщини
з потрійним стиком меж зерен у сталі бейнітного класу Х90 [5.14]

### *5.9.4 Стадія катастрофічного поширення тріщини*

Остаточний характер зламу в матеріалі формується на стадії катастрофічного поширення тріщини, оскільки на цій стадії тріщина має такий запас енергії, який дозволяє їй долати будь-яку перешкоду.

Окрім виключно міжкристалітного механізму руйнування, для деяких матеріалів характерна ситуація, коли частина зерен руйнується міжкристалітно, а частина транскристалітно. Таке руйнування називають *змішаним*. Приклад фрактографічної поверхні змішаного руйнування показано на рис. 5.28.

Оскільки в матеріалах, які схильні до *транскристалітного* або змішаного руйнування, тріщина поширюється вздовж межі зерна лише за малих кутів відхилення від прямолінійної траєкторії, то після досягнення деякого *критичного кута відхилення* $\varphi_{\text{кр}}$ енергія транскристалітного руйнування (за прямолінійною траєкторією) стає меншою за енергію поширення тріщини вздовж довільно орієнтованих меж. Для кожного сплаву існує своя величина критичного кута. Для кутів відхилення, більших за критичний, тріщина продовжить поширюватися за тим самим прямолінійним напрямком, але вже транскристалітно (рис. 5.35).

Чим більшим є значення критичного кута відхилення, тим більш вірогідним стає міжкристалітне руйнування.

Оскільки тріщина, що поширюється у полікристалі, перетинає на своєму шляху межі, які розгорнуті на різний кут щодо напрямку

її поширення, то для визначення внеску міжкристалітного руйнування треба побудувати гістограму розподілу меж зерен за кутами (рис. 5.36). Частина площини зліва від критичного кута відповідає міжкристалітній складовій, справа – транскристалітній. Схильність до міжкристалітного руйнування залежить від співвідношення тріщиностійкості тіла зерна та його межі.

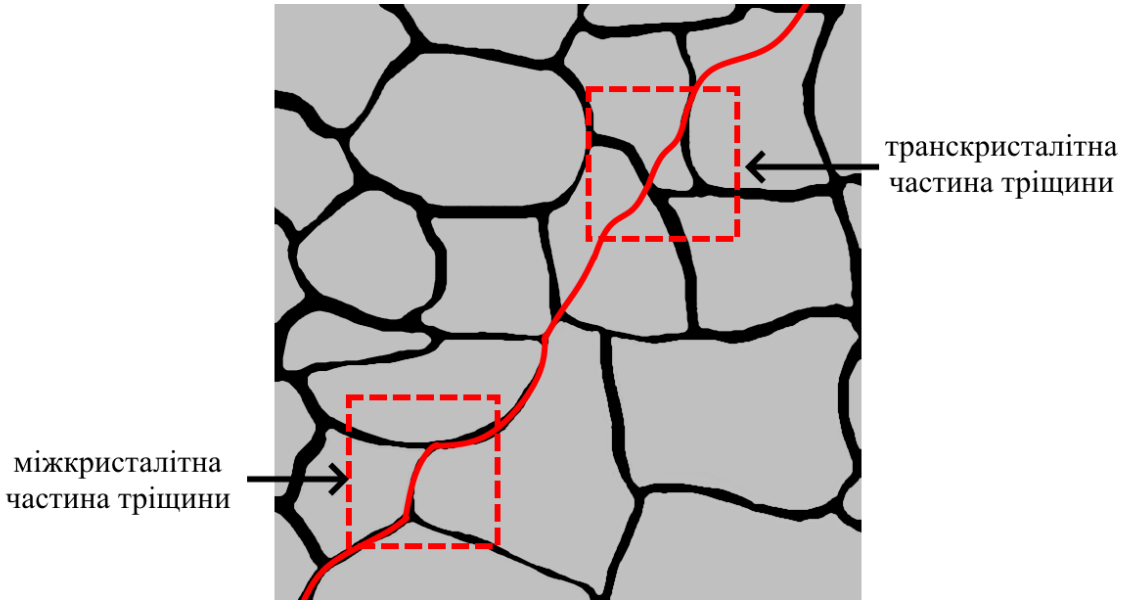



*Рис. 5.35.* Схема зміни характеру поширення тріщини

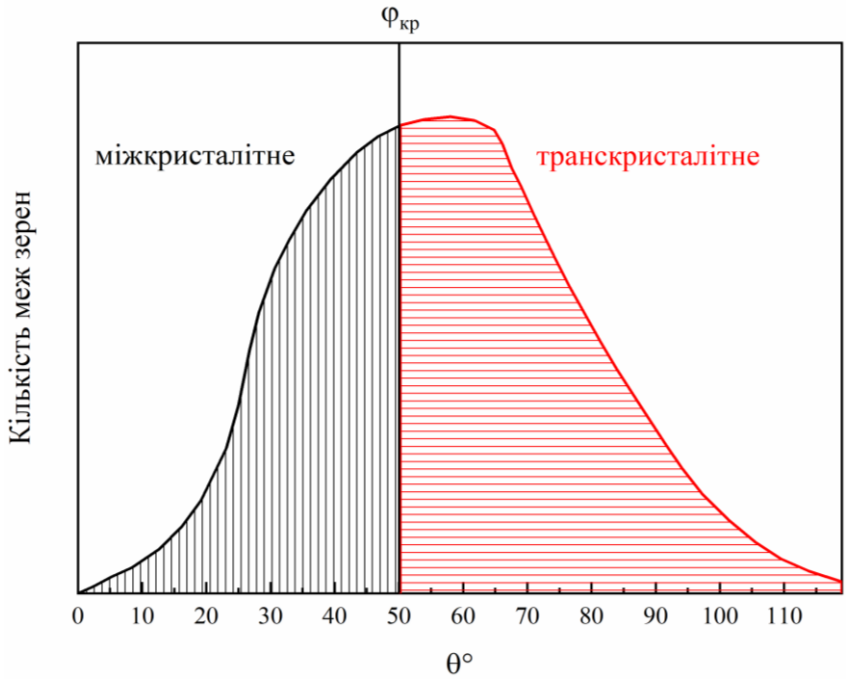



*Рис. 5.36*. Схема визначення
міжкристалітної частки зламу

## 5.10 В’язко-крихкий перехід

Механізм руйнування матеріалу, окрім інших параметрів, визначається кількістю енергії, яка необхідна для поширення тріщини. У процесі зниження температури зовнішнього середовища ймовірність крихкого руйнування різко зростає. Для низки матеріалів енергія руйнування істотно залежить від температури, тоді як для інших вона незначно зменшується під час охолодження матеріалу.

Особливу увагу у процесі вибору матеріалу для виробів, що працюють за низьких та наднизьких температур, варто приділяти саме наявності передумов раптового окрихчення зі зниженням температури. Нехтування цими особливостями матеріалу може призвести до втрати виробом тримкості та вимушеної перерви в роботі. Таке раптове окрихчення називають *в’язко-крихким переходом* (рис. 5.37).

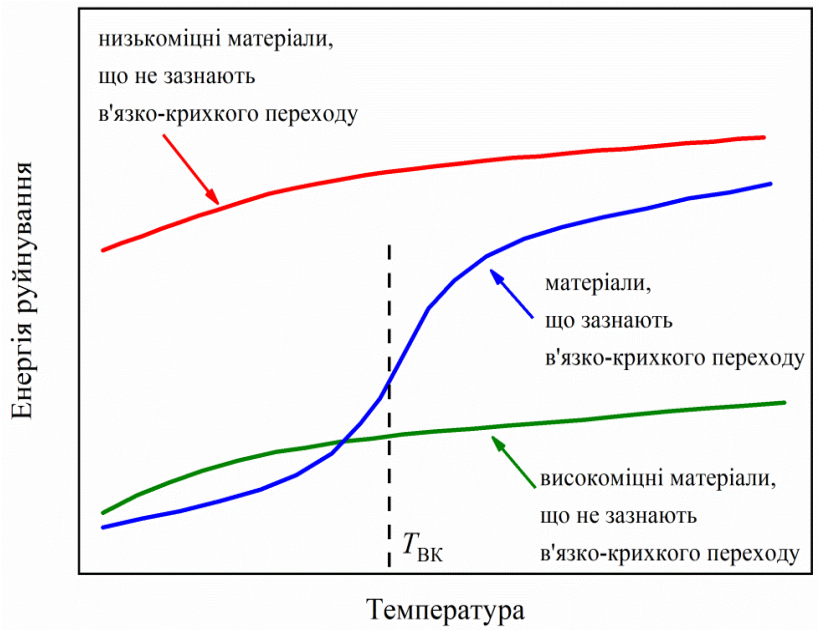



*Рис. 5.37.* Схема температурної залежності енергії руйнування для матеріалів різного типу

## 5.11 Умови реалізації в’язко-крихкого переходу

Явище в’язко-крихкого переходу спостерігається в ОЦК- та ГЩП-матеріалах в інтервалі температур 293 К – 50 К та пов’язано з різкими змінами рівня механічних характеристик унаслідок зниження температури. Виділяють температурний інтервал, в якому відбуваються стрибкоподібні зміни рівня таких механічних характеристик, як межа плинності, напруження руйнування, звуження. В’язко-крихкий перехід відбувається в інтер-

валі температур, в якому спостерігаються такі ефекти:

– напруження руйнування зменшується в 1,5 разу;

– відносне звуження зменшується на порядок (від 0,5 – 0,8 до 0,02 – 0,05);

– відбувається зміна морфології фрактографічної поверхні (від ямок до фасеток сколу).

Відповідні зміни зображено на рис. 5.38, а. Характер температурної залежності межі плинності не змінюється, але різниця між мінімальним та максимальним значеннями цієї характеристики є істотною (у 1,5 – 2 рази). Для чистих ГЦК-металів та сплавів характерна монотонна зміна механічних характеристик з температурою, тобто в'язко-крихкий перехід для цього класу матеріалів не спостерігається (рис. 5.38, б).

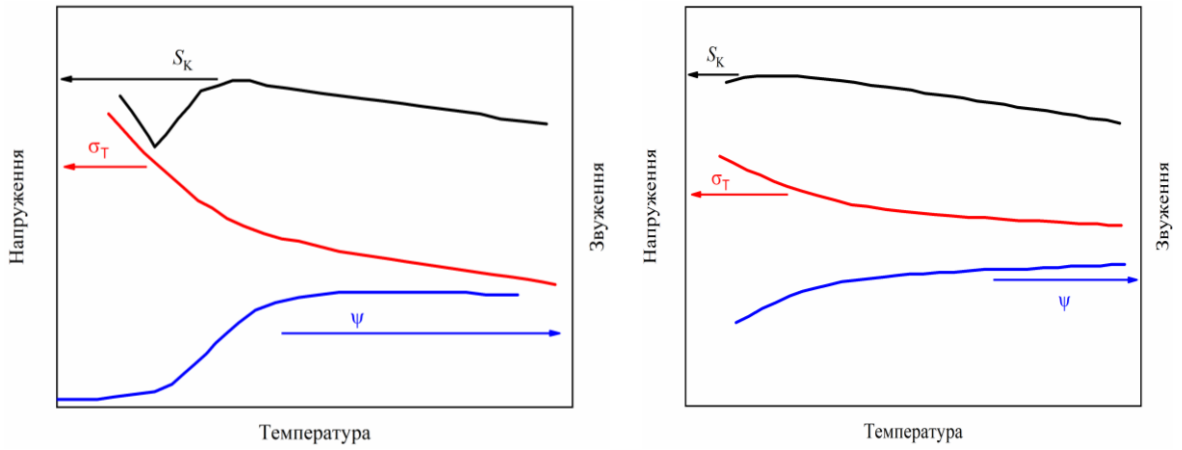



*Рис. 5.38.* Температурна залежність механічних характеристик матеріалів, для яких в'язко-крихкий перехід:
а – спостерігається; б – не спостерігається

## 5.12 Характеристики температури в'язко-крихкого переходу

Для опису в'язко-крихкого переходу використовують температурний інтервал структурних перетворень. Однак найчастіше як характеристику беруть середину цього інтервалу, яку називають *температурою в'язко-крихкого переходу*. Це, зазвичай, температура, за якої для зламу характерні ознаки як в'язкого, так і крихкого руйнування. Нижню температуру в'язко-крихкого переходу називають *температурою холодноламкості*.

Температура в'язко-крихкого переходу ($T_{ВК}$) суттєво залежить від структури матеріалу та умов випробувань:

– чим меншим є коефіцієнт в'язкості, тим вищою є $T_{ВК}$ (оскільки легше здійснюється крихке руйнування);

– збільшення швидкості деформування підвищує $T_{ВК}$ (оскільки матеріал за умов ударного навантаження не встигає поглинути всю надану енергію, внаслідок чого створюються умови для крихкого руйнування);

– покращення якості поверхні знижує $T_{ВК}$ (оскільки неоднорідності шорсткої поверхні можуть відігравати роль тріщин, сприяючи виникненню крихкого руйнування);

– збільшення розміру зерен підвищує $T_{ВК}$ (оскільки матеріал з більшим розміром зерен легше зруйнувати). Згідно з уявленнями В. І. Трефілова,

$$\frac{1}{T_{ВК}} = K1 - K2\ln d, \tag{5.3}$$

де $K_1$ та $K_2$ – константи;

$d$ – діаметр зерна.

## 5.13 Феноменологічний опис теорії в'язко-крихкого переходу

Одним із перших умови крихкого руйнування сформулював Людвіг у 1909 році. Він припустив, що крихке руйнування настає внаслідок дії нормальних напружень, які досягають критичного рівня. Перехід від в'язкого руйнування до крихкого в результаті збільшення швидкості навантаження Людвіг пов'язував зі збільшенням опору матеріалу пластичному деформуванню і, як наслідок, – з досягненням критичного рівня напруження за меншої пластичності матеріалу.

Здатність матеріалів проявляти крихкість унаслідок зниження температури називають *холодноламкістю*. Вперше явище холодноламкості пояснив А. Йоффе у 1924 році на основі дослідження кристалічної солі. Він також розробив схему, згідно з якою критична температура переходу від в'язкого до крихкого руйнування визначається точкою перетину двох кривих: критичного напруження крихкого руйнування $\sigma_{кр}$, яке майже не залежить від температури, і температурно-залежної характеристики – межі плинності $\sigma_T$ (рис. 5.39, а).

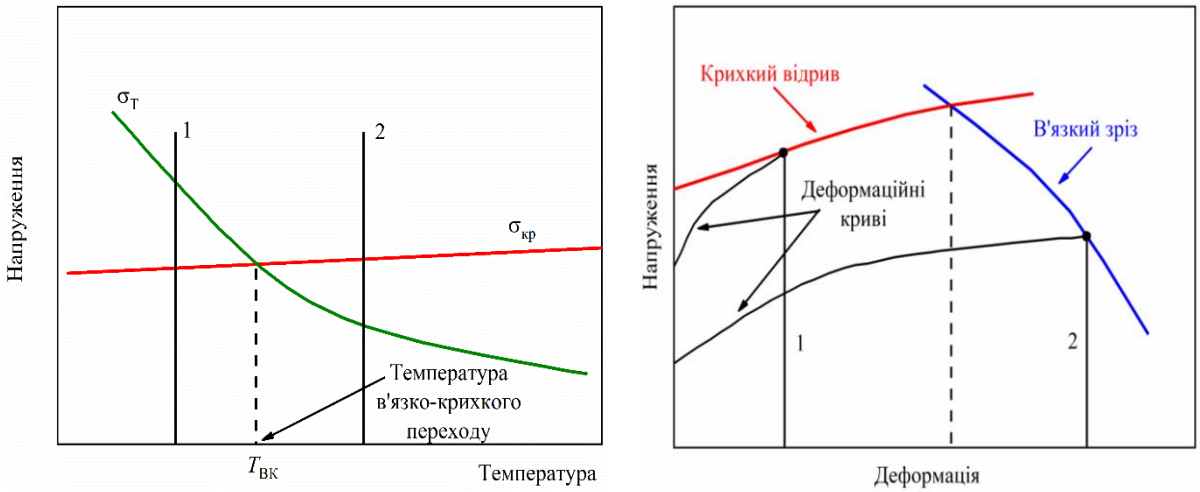
Аналіз процесу навантаження матеріалу за температури 1 (рис. 5.39, а) свідчить, що напруження крихкого руйнування досягається

раніше, ніж починається пластична деформація. Таким чином, матеріал зруйнується крихко. Матеріал за температури 2 (рис. 5.39, а) спочатку буде деформуватися пластично, а вже після того, як напруження досягнуть критичного рівня, зруйнується в'язко. У точці перетину обох кривих ($\sigma_{кр}$ та $\sigma_{т}$) різні механізми руйнування є рівноімовірними. Температуру цієї точки і називають температурою в'язко-крихкого переходу.

Застосування схеми Йоффе для металевих матеріалів обґрунтував також М. Давиденков. Він використовував деформаційні криві в координатах «напруження – деформація» та температурно-незалежну характеристику опору крихкому відриву (рис. 5.39, б). За М. Давиденковим, матеріал може руйнуватися за одним із двох механізмів:

– крихке руйнування можливе для випадку перетину деформаційною кривою лінії крихкого відриву (лінія 1 на рис. 5.39, б);

– в'язке руйнування відбудеться за умови, якщо крива навантаження спершу перетнеться з лінією в'язкого зрізу (лінія 2 на рис. 5.39, б).




а б

1 – крихке руйнування, 2 – в'язке руйнування

*Рис. 5.39.* Феноменологічні схеми визначення переходу від крихкого до в'язкого руйнування: а – схема Йоффе; б – схема Давиденкова

Як пояснити за допомогою схеми Йоффе відсутність в'язко-крихкого переходу в деяких матеріалах? Схема Йоффе не враховує можливості додаткової концентрації напружень на вістрі тріщини. Саме тому, якщо навколо вершини тріщини рівень напружень є вищим, ніж у середньому за об'ємом матеріалу, то зміна механізму руйнування може відбутися дещо за іншої температури. На рис. 5.40, а

показано схему Йоффе для матеріалу зі слабкою залежністю межі плинності від температури. Величину додаткових напружень на вістрі тріщини позначено синіми стрілками. Тонка чорна лінія позначає напруження, за якого криві $T_T$ та $T_{TTTT}$ перетинаються. Як видно, стрілка 1 на рис. 5.40, а не перетинає пряму $T_T$, що означає, що навіть за умови збільшення напруження на вістрі тріщини крихкий механізм руйнування не зміниться, але звуження зразка проявиться краще завдяки поглинанню більшої кількості енергії (тобто зростання його в'язкості). Стрілка 2 на рис. 5.40, а доторкається до червоної лінії, а значить обидва механізми руйнування рівноімовірні. Як наслідок, температура в'язко-крихкого переходу локально досягається вже за менших температур. Стрілка 3 на рис. 5.40, а перевищує напруження межі плинності, тобто у вершині тріщини створюються умови для в'язкого руйнування, хоча в інших місцях зразка рівень напружень відповідає крихкому руйнуванню. Отже, якщо аналізувати звуження зразка в інтервалі температур до $T_{TT}$, то воно є менш суттєвим ніж, як, наприклад, показано на рис. 5.38, а. Аналіз процесів, позначених стрілками 4 – 6, дає аналогічні результати: стрілка 4 показує зміну механізму руйнування, тобто матеріал окрихчується і звуження буде не таким значним, стрілка 5 – механізми руйнування рівноімовірні, стрілка 6 – в'язкий механізм руйнування зберігається, але звуження буде меншим.

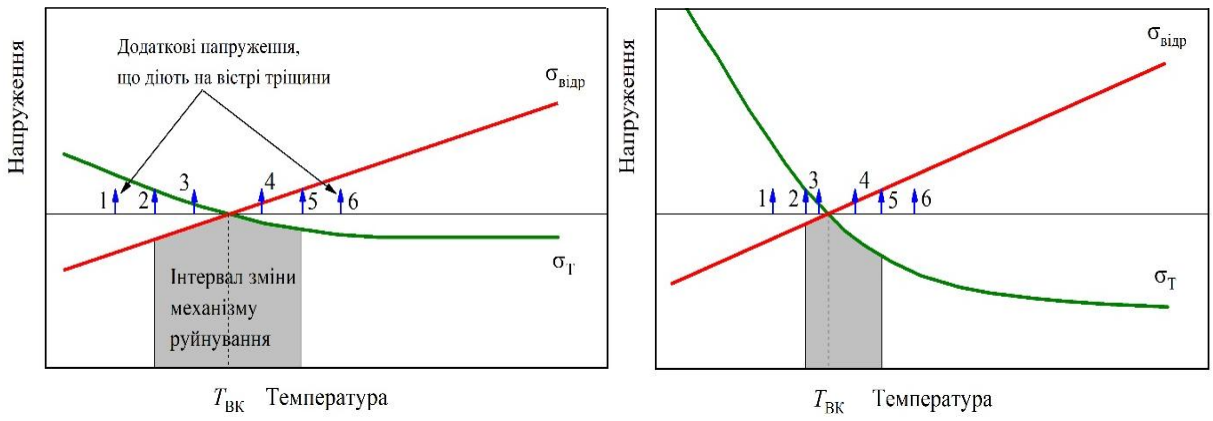



*Рис. 5.40.* Схема Йоффе для визначення імовірності в'язко-крихкого переходу

Таким чином, унаслідок наявності додаткових напружень у широкому діапазоні температур напруження біля вістря тріщини відповідають іншому механізму руйнування, ніж у матеріалі загалом. За температур, менших за $T_{ВК}$, на вістрі тріщини реалізуються умови для початку пластичної деформації (вершина стрілок перетинає криву межі плинності), одночасно в інших областях матеріалу діють умови для крихкого руйнування. За температур, вищих за $T_{ВК}$, на вістрі тріщини створюються умови для крихкого руйнування (вершина стрілок перетинає криву напруження відриву), тоді як в інших областях матеріалу відбувається пластична деформація. За такої ситуації в'язко-крихкий перехід унеможливлюється, оскільки матеріал подалі від вершини тріщини перешкоджатиме розвитку тріщини, звуження зразка різких змін не зазнає. Це означає, що різкої зміни механізму руйнування не відбудеться.

Якщо межа плинності суттєво залежить від температури, то в'язко-крихкий перехід у матеріалі наявний. Як видно з рис. 5.40, б, для такого випадку температурний інтервал, в якому внаслідок локального підвищення напружень біля вершини тріщини створюються інші умови для руйнування, досить обмежений (пояснення аналогічні рис. 5.40, а). Таким чином, вираженого впливу напружень на зміну загального звуження зразка з температурою немає, зміна звуження аналогічна до рис. 5.38, а. Інтервал в'язко-крихкого переходу можна чітко визначити.

Отже, ще однією умовою наявності в'язко-крихкого переходу згідно з теорією А. Йоффе є істотна залежність межі плинності від температури.

## Контрольні запитання та задачі до теми 5

***Перелік теоретичних запитань***

1. Чи може відбутися руйнування за повної відсутності пластичної деформації зразка?
2. Який із процесів – руйнування чи пластична деформація – є більш локальним? Чому?
3. Що таке тріщина? Які тріщини бувають?
4. Чи будь-яка тріщина може стати зародковою? Чому?
5. Охарактеризувати крихке руйнування матеріалу.
6. Охарактеризувати в'язке руйнування матеріалу.
7. На якій стадії крихкого руйнування формується «дзеркало зламу»?

8. Як називають структурні одиниці поверхонь в’язкого та крихкого руйнування? Чому?

9. Унаслідок яких процесів виникає шийка під час деформування зразка?

10. Чи залежить форма поверхні в’язкого зламу від параметрів зразка та матеріалу? Чому?

11. Якщо потрібно зробити запобіжник у вигляді пластини, яка зруйнується у результаті перевищення зовнішнім навантаженням визначеного критичного рівня, то з якого матеріалу він має бути виготовлений?

12. Назвіть передумови міжкристалітного руйнування матеріалу.

13. Чи може змінюватися вид руйнування (із транскристалітного на міжкристалітний і навпаки) під час розвитку тріщини? Чому?

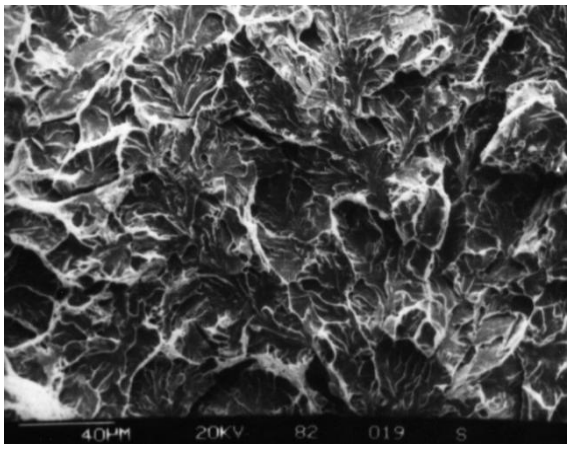
14. Чи характерний для ГЦК-матеріалів в’язко-крихкий перехід? Чому?

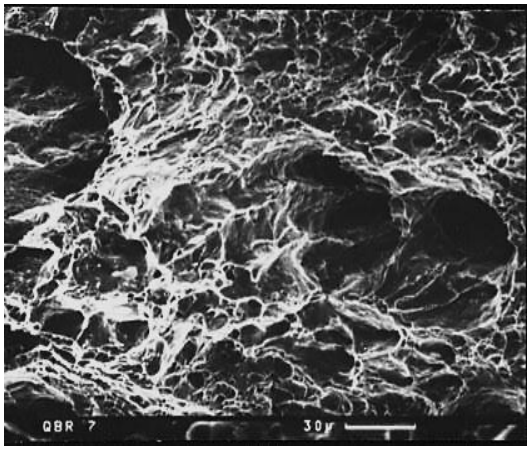
15. Назватти ознаки в’язко-крихкого переходу.

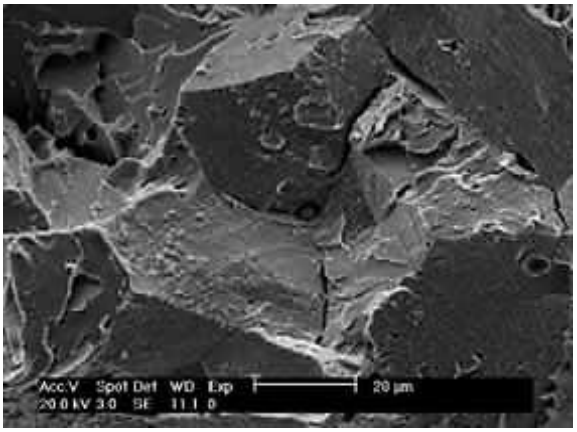
### *Перелік задач для самостійного опрацювання*

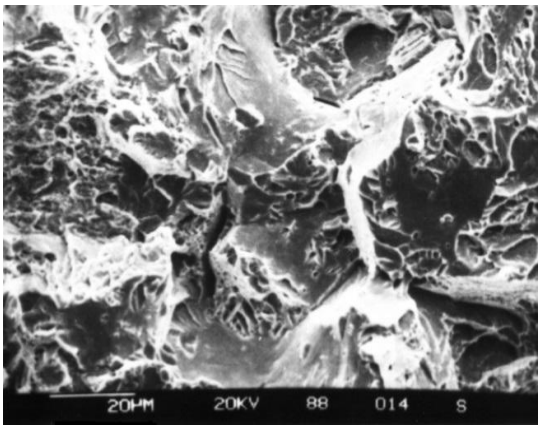
1. Визначити, в якому матеріалі руйнування відбудеться раніше, якщо в сталі 40Х5МФ воно відбулося за 1400 МПа, навантаження в момент руйнування зразка зі сталі 65 було 23 кН, а кінцевий діаметр становив 4 мм.

2. Визначити вид руйнування за даними фрактографічної поверхні. Які вам відомі елементи поверхні руйнування?






3. Розрахувати напруження початку формування шийки у зразку діаметром 5 мм зі сталі 20ГФТЛ, якщо зовнішня сила на межі міцності становила 11,5 кН.

4. Користуючись наведеними даними, визначити температуру в'язко-крихкого переходу в сталі 65. Чи доцільно з неї виготовити деталь, яка буде працювати за температури −70 °С?

| Температура, К | 77 | 90 | 101 | 118 | 133 | 175 | 215 | 232 | 293 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Звуження, % | 0,8 | 1,2 | 1,6 | 2,3 | 12,4 | 20,2 | 31,3 | 33,1 | 35,0 |

## Перелік використаної та рекомендованої літератури

### *Використана література*

5.1. Reynolds J. 99 diseases of pressure equipment: brittle fracture / J. Reynolds // Inspectioneering Journal. – January/February. – 2007.

5.2. Sherif M. Fractographs. Low-alloy steel [Electron resource] / M. Sherif, H. K. D. H. Bhadeshia. – Access link : https://www.phase-trans.msm.cam.ac.uk/2011/Fractography/Fractographs.html

5.3. Pineau A. Failure of metals I: Brittle and ductile fracture / A.Pineau, A.A.Benzerga, T.Pardoen // Acta Materialia. – 2016. – Vol. 107. – P. 424–483.

5.4. Киселев С. П. Дислокационная природа полос сдвига в кристаллах / С. П. Киселев // Прикладная механика и техническая физика. – 2006. – Т. 47. – № 6. – С. 102–113.

5.5. SEM image of brittle intergranular fracture indicative of hydrogen embrittlement and some forms of stress corrosion cracking in high strength steel [Electron resource]. – Access link : https://www.thomasnet.com/profile/00989096/metallurgical-technologies-inc.html – Назва з екрана Metallurgical Technologies, Inc.

5.6. Bažant P. Z. Quasibrittle fracture mechanics and size effect : a first course / P. Z. Bažant, Le Jia-Liang, M. Salviato. – Oxford University Press, 2021. – 336 p.

5.7. Mechanism of intermediate temperature embrittlement of Ni and Ni-based superalloys / L. Zheng, G. Schmitz, Y. Meng, R. Chellali, R. Schlesiger // Critical Reviews in Solid State and Materials Sciences. – 2012. – Vol. 37. – no 3. – P. 181–214.

5.8. Fracture surface morphology of 304 stainless steel in high-dissolved oxygen environment. Foto by Dr K. Natesan. Argonne National Laboratory [Electron resource]. – Access link : Нержавеющая сталь AISI 304. – Википедия (wikipedia.org). – Назва з екрану.

5.9. Gibson M. A. Slip transfer across microstructural interfaces in duplex titanium aluminides / M. A. Gibson // Encyclopedia of Materials: Science and Technology. – 2016.

5.10. The role of mechanical twinning on microcrack nucleation and crack propagation in a near-g TiAl alloy / B. C. Ng, B. A. Simkin, M. A. Crimp, T. R. Bieler // Intermetallics. – 2004. – no 12. – P. 1317–1323.

5.11. Дослідження механізмів руйнування сплавів на основі інтерметаліду $Ti_3Sn$ / О. М. Іванова, Ю. М. Подрезов, І. Д. Горна та ін. // ЕМММ. – 2013. – № 13 – С. 94–106.

5.12. Analysis of slip activity and heterogeneous deformation in tension and tension-creep of Ti–5Al–2.5Sn (wt %) using in-situ SEM experiments / H. Li, C. J. Boehlert, T. R. Bieler, M. A. Crimp // Philosophical Magazine. – 2012. – Vol. 92. – no 23. – P. 2923–2946.

5.13. Majumdar S. On the micromechanism of fatigue damage in an interstitial-free steel sheet / S. Majumdar, D. Bhattacharjee, K. K. Ray // Metallurgical And Materials Transactions A. – 2008. – Vol. 39 (7). – P. 1676–1690.

5.14. The role of the bainitic packet in control of impact toughness in a simulated CGHAZ of X90 pipeline steel / B. Guo, L. Fan, Q. Wang, Z. Fu, W. Qingfeng and Z. Fucheng // Metals. – 2016. – no 6 (11). – 256 p.

***Рекомендована література***

5.15. Bhadeshia H. Steels: microstructure and properties / H. Bhadeshia, R. Honeycombe. – 4th Edition. – Butterworth-Heinemann is an imprint of Elsevier, 2017. – 462 p.

5.16. Дяченко С. С. Фізичні основи міцності та пластичності металів : навч. посіб. / С. С. Дяченко. – Харків : Вид-во ХНАДУ, 2003. – 226 с.

5.17. Callister W. D. Fundamentals of materials science and engineering : an integrated approach / W. D. Callister, D. G. Rethwisch. – 4th Edition. – Wiley, 2011. – 936 p.

5.18. Smallman R. E. Modern physical metallurgy and materials engineering science, process, applications / R. E. Smallman, R. J. Bishop. – Sixth Edition. – Butterworth-Heinemann & Reed Educational and Professional Publishing Ltd, 1999. – 438 p.

5.19. Бялік О. М. Структурний аналіз металів. Металографія. Фрактографія : підручник / О. М. Бялік, С. Є. Кондратюк, М. В. Кіндрачук, В. С. Черненко. – Київ : ВПІ ВПК «Політехніка», 2006. – 328 с.

5.20. Courtney T. H. Mechanical behavior of materials / T. H. Courtney. – 2nd ed. – Waveland Press, 2005. – 733 p.

# Тема 6 МЕХАНІКА ТА ФІЗИКА РУЙНУВАННЯ

## 6.1 Відмінності у підходах механіки та фізики до проблеми руйнування матеріалів

Міцність металевих виробів як основна характеристика їхньої експлуатаційної надійності перебувала у центрі уваги упродовж всієї історії розвитку техніки. Втім, нині актуальність цієї проблеми зростає внаслідок нового етапу розвитку технологій, який передбачає здатність конструкцій витримувати високе силове навантаження за мінімального робочого перерізу або ваги елементів.

Підвищення питомих навантажень спричинило низку техногенних катастроф різного масштабу, пов'язаних із раптовим руйнуванням конструкцій (рис. 6.1).

*Рис. 6.1*. Приклади техногенних аварій, що відбулися внаслідок руйнування металевих конструкцій

До середини XX століття дослідженням проблем міцності був присвячений один із розділів класичної механіки – *механіка руйнування*, в якому матеріал розглядається як однорідне пружно-пластичне тверде тіло, а розвиток *фізики руйнування* дозволив аналізувати матеріал із застосуванням теорії атомно-кристалічної будови та особливостей мікроструктури. Наразі в розрахунках з позицій фізики руйнування використовують не лише загальні металографічні характеристики (параметри зерна, фази, включення), а й враховують особливості атомно-кристалічної будови та дефектної структури досліджуваних елементів.

Між тим і до сьогодні аналіз розрахункової міцності конструкцій виконують з позицій механіки руйнування, а потім проводять серію лабораторних випробувань матеріалів та елементів конструкцій.

Така ситуація, коли одне явище розглядається окремо з різних позицій, склалася внаслідок відсутності єдиної теорії, яка б об'єднувала механіку та фізику руйнування. Однак неможливо вирішити «проблему руйнування» простим поєднанням різних предметів дослідження – це може відбутися лише на основі такої моделі процесу руйнування, до якої одночасно залучаються основні принципи як фізики, так і механіки руйнування. Прикладом узагальненого об'єкта дослідження в цьому випадку може стати зародкова тріщина в металі, оскільки процеси її зародження та розвитку охоплюють усі аспекти явища руйнування загалом.

Особливість підходу механіки до проблеми руйнування – оперування лише зовнішніми факторами впливу у процесі розгляду властивостей міцності та пластичності матеріалу, які насправді не є інваріантними до структурного стану. Основне положення механіки руйнування – макроскопічне руйнування тіла є наслідком розвитку тріщин, що виникли або у процесі виготовлення, або внаслідок пластичної деформації під час експлуатації.

Однак достатньо часто руйнування відбувається внаслідок катастрофічного розвитку зародкової тріщини, а цей процес вже не піддається коректному опису із позицій лише механіки руйнування. Подібну задачу можна розв'язати лише за допомогою методичних підходів фізики руйнування, які дозволяють аналізувати дислокаційну картину та зеренну мікроструктуру матеріалу.

## 6.2 Розвиток тріщини з позиції механіки руйнування

### *6.2.1 Напруження біля вершини тріщини*

Англійський науковець Ч. Інгліс з'ясував, що чим більша довжина та гостріше кут біля вершини *тріщини*, тим більші напруження виникають у цій області за того самого зовнішнього напруження σ:

$$\sigma_1^{max} = \sigma\left(1 + 2\sqrt{c/\rho}\right), \qquad (6.1)$$

де $c$ – напівдовжина тріщини;

$\rho$ – радіус при вершині тріщини.

Як було показано у темі 1, напружений стан у тілі задається тензором, який за головними напрямками складається із трьох діагональних компонентів – $\sigma_1$, $\sigma_2$ та $\sigma_3$, причому найбільше значення має напруження $\sigma_1$. Саме тому у формулі (1.1) для позначення максимального напруження біля вершини тріщини використовують $\sigma_1^{max}$. За певних значень $\sigma$, $c$ та $\rho$ виникне ситуація, коли $\sigma_1^{max}$ перевищить рівень напружень, необхідний для розриву міжатомних зв'язків, унаслідок чого тріщина почне рости.

У табл. 6.1 наведено результати розрахунків напружень біля вершини тріщини залежно від її розмірних параметрів та діючого напруження.

*Таблиця 6.1.* **Приклад розрахунків за рівнянням Інгліса**

| **Зовнішнє навантаження, МПа** | **Довжина тріщини, мкм** | **Радіус вістря тріщини, нм** | **Напруження біля вершини тріщини, МПа** |
|---|---|---|---|
| 400 | 20 | 100 | 8400 |
| 400 | 20 | 200 | 6057 |
| 800 | 20 | 100 | 12 114 |
| 600 | 20 | 10 000 | 1800 |
| 400 | 0,5 | 50 000 | 457 |

Якщо проаналізувати дані табл. 6.1, можна побачити, що гостра тріщина може мати на вершині у 20 разів більше напруження, ніж зовнішнє. Подвійне збільшення радіуса тріщини супроводжується зменшенням напруження біля її вершини на чверть, а двократне збільшення зовнішнього навантаження – аналогічним збільшенням напруження. За максимального радіуса тріщини зростання напруження відбувається лише втричі, а якщо напруження будуть діяти вздовж тріщини, то на її вершині вони майже зникнуть.

### *6.2.2 Енергетичний підхід до теорії руйнування*

З одного боку, у процесі навантажування в матеріалі накопичується пружна енергія, яка вивільняється під час зростання тріщини, із другого, створення нових поверхонь (*фронтів тріщини*) під час руйнування потребує енергетичних витрат. А. Гріффітс сформулював енергетичний критерій крихкого руйнування матеріалів на основі аналізу енергетичного балансу

процесу поширення тріщини, що дозволяє встановити ймовірність руйнування та визначити рівень руйнуючих напружень.

Основні положення *теорії Гріффітса* є такими:

– наявність в абсолютно пружному тілі вихідного дефекту у вигляді тріщини;

– тріщина має форму еліпса завдовжки 2c та радіусом вістря $\rho$;

– закон Гука виконується скрізь, навіть на вістрі тріщини;

– у процесі розвитку тріщини зберігається енергетичний баланс між:

а) енергією прикладених сил (сприяє розвитку тріщини);

б) поверхневою енергією тріщини (перешкоджає розвитку тріщини);

в) пружною енергією деформованого тіла (може діяти в обох напрямках).

Для графічного зображення та моделювання процесу руйнування використовують *ізотропну* пластину завширшки $a$ та завтовшки $b$, яка рівномірно розтягується (рис. 6.2). У пластині є тріщина, перпендикулярна до напрямку розтягування. Розмір тріщини є набагато меншим за ширину пластини ($2c << a$), радіус вістря наближається до нуля ($\rho \to 0$).

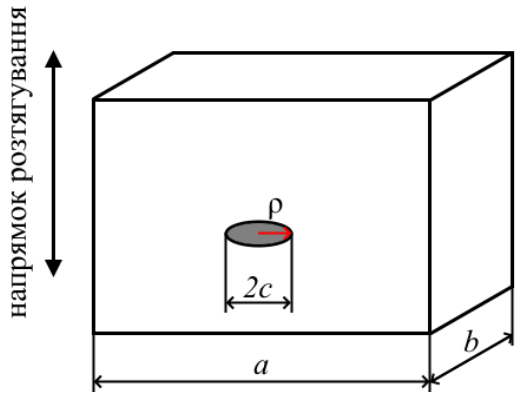



*Рис. 6.2.* Схема до пояснення теорії Гріффітса

Як відомо з курсу загальної фізики, пружна енергія одиниці об'єму становить $0{,}5\sigma^2/E$, а об'єм еліпсоїдної тріщини – $2\pi c^2$. Тоді енергія пружної деформації у процесі росту тріщини становитиме

$$U_E = -\frac{1}{2}\frac{\sigma^2}{E}2\pi c^2, \tag{6.2}$$

де $c$ – напівдовжина тріщини;

$\sigma$ – діюче напруження;

$E$ – модуль Юнга.

Знак «–» використовується для того, щоб підкреслити, що рівняння описує процес вивільнення енергії.

Поява тріщини супроводжується формуванням нових вільних поверхонь. За довжини тріщини $2c$ енергія виникнення кожної з поверхонь буде $\gamma$, а повна енергія поверхонь тріщини

$$U_S = 4\gamma c. \tag{6.3}$$

Критерій Гріффітса полягає в тому, що тріщина поширюється в тому випадку, якщо збільшення поверхневої енергії не перевищить зменшення енергії пружної деформації, тобто у стані рівноваги загальна енергія системи не повинна змінюватися. Умову рівноваги записують у вигляді

$$\frac{dU}{dc} = \frac{d(U_S - U_E)}{dc} = \left(4\gamma - \frac{2\pi c\sigma^2}{E}\right) = 0, \tag{6.4}$$

звідки отримаємо *рівняння Гріффітса*:

$$\sigma_p = \sqrt{\frac{2\gamma E}{\pi c}}, \tag{6.5}$$

де $\sigma_p$ – руйнівне напруження.

Формула (6.5) визначає *енергетичний критерій руйнування* матеріалів, оскільки відповідає всім положенням теорії Гріффітса і дозволяє визначити напруження, за якого в матеріалі почнеться крихке руйнування.

Вперше цю залежність опублікував А. Гріффітс у 1921 році в роботі «Явища розриву і плинності в твердих тілах» [6.1]. Зокрема, в цій роботі зазначалось, що для випадку, коли товщина пластини із тріщиною є достатньо великою, то вид напруженого стану змінюється за її товщиною і це обумовлює необхідність враховувати *коефіцієнт Пуассона*. Тоді рівняння Гріффітса буде мати вигляд

$$\sigma_p = \sqrt{\frac{2\gamma E}{\pi c(1-\mu^2)}}. \tag{6.6}$$

Відзначимо дві важливі особливості рівняння (6.5), які є основою механіки крихкого руйнування:

– напруження руйнування обернено пропорційне квадратному кореню з довжини тріщини;

– коефіцієнт пропорційності враховує енергію створення нових поверхонь.

В експериментах, які виконав А. Гріффітс для підтвердження своєї теорії, використовувалось скло. Підставляючи до рівняння (6.5) відповідні експериментальні дані, він одержав значення поверхневої енергії скла, яке добре узгоджувалось зі значеннями цієї величини, вже відомими з інших незалежних експериментів. Більшість експериментів, що підтверджують теорію Гріффітса, виконані з використанням аморфних матеріалів в інтервалі низьких температур, що забезпечувало пригнічення пластичної деформації.

Рівняння Гріффітса тривалий час не отримувало широкого визнання, його не застосовували внаслідок низки причин:

– залишалось незрозумілим, чи можна поширювати результати, отримані для скла, на металеві матеріали (порівняйте: за однакового зовнішнього навантаження розмір зародкової тріщини, яка за рівнянням Гріффітса ініціює руйнування, для скла становить 16,4 мкм, для сталі 40Х – 42,7 мкм, а для сталі У8 – 1370 мкм);

– вирішення практичних завдань стикалося зі значними математичними труднощами, пов’язаними із визначенням енергії виникнення одиничної поверхні;

– питання прогнозування поведінки матеріалу з тріщиною було не настільки актуальними, як на сьогодні.

Експерименти, що були виконані з використанням більш пластичних матеріалів, також демонстрували підпорядкованість руйнівного напруження обернено пропорційній залежності від кореня квадратного з довжини тріщини для широкого діапазону довжини. Проте розрахована з рівняння Гріффітса енергія у багато разів перевищувала ту енергію, яка необхідна для створення нових поверхонь. Враховуючи цей результат, Е. Орован запропонував ввести до умови енергетикного балансу, окрім пружної поверхневої енергії, яку використано в рівнянні Гріффітса, енергію пластичної деформації. Тоді рівняння енергетичного критерію руйнування набуває такого вигляду:

$$\sigma_{\text{р}} = \sqrt{\frac{2E(\gamma + \gamma_{\text{п}})}{\pi c}}, \qquad (6.7)$$

де $\gamma_{\text{п}}$ – енергія пластичної деформації.

У результаті подальшого вдосконалення енергетичного критерію було запропоновано використовувати й інші складові енергетичного

балансу руйнування. У результаті енергія крихкого руйнування реального полікристалічного матеріалу $\gamma_p$ може бути розрахована як сума:

$$\gamma_p = (\gamma + \gamma_п + \gamma_c - \frac{1}{2}\gamma_г)\psi, \qquad (6.8)$$

де $\gamma_c$ – енергія виникнення сходинок сколу під час перетину тріщиною гвинтових дислокацій та меж кручення;

$\gamma_г$ – енергія меж та субмеж зерен, що вивільняється під час руху ними тріщини;

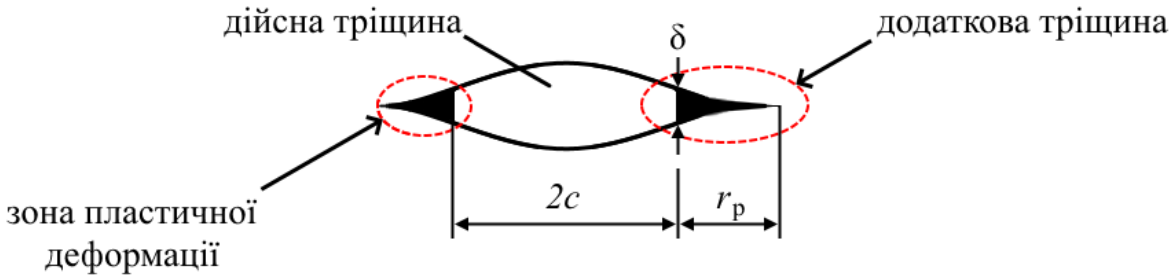
$\psi$ – фактор нерівності поверхні руйнування, значення якого залежить від шорсткості поверхні (змінюється в діапазоні від 1 до 6).

Дж. Ірвін та Е. Орован також показали, що рівняння Гріффітса дає змогу з достатньою точністю прогнозувати напруження руйнування, якщо характерний розмір області пластично-деформованого металу біля вершини тріщини є набагато меншим за її довжину. Це дозволяє застосовувати його для опису в'язкого руйнування, яке, втім, характеризується наявністю локальної плинності біля вершини тріщини.

Показано, що зона пластичної деформації достатньо мала, поки виконується умова

$$\sigma_1^{max} < 0{,}6\sigma_T. \qquad (6.9)$$

Для опису тріщин, біля вершини яких виникає велика зона пластичної деформації, запропоновано декілька моделей. Наприклад, згідно з моделлю Дагдейла, тріщину можна представити як таку, що складається з декількох частин: «дійсної» тріщини, де діють пружні навантаження, та «додаткової» тріщини, де діють напруження, вищі за межу плинності. «Дійсна» тріщина має вільні поверхні, а «додаткова» є зоною дії пластичних напружень (рис. 6.3).




*2c* – повний розмір тріщини Гріффітса,
$r_p$ – розмір зони пластичної деформації біля її вершини,
δ – розкриття тріщини

*Рис. 6.3*. Модель опису тріщини за Дагдейлом

Розширення зони пластичної деформації у результаті збільшення зовнішнього навантаження пов'язане з *розкриттям тріщини* ($\delta$, вимірюється в одиницях довжини), яке можна розрахувати за формулою

$$\delta = \frac{8\sigma_{\text{T}}c}{\pi E} ln\left(\frac{1}{\cos\left(\pi\sigma/2\sigma_{\text{T}}\right)}\right). \tag{6.10}$$

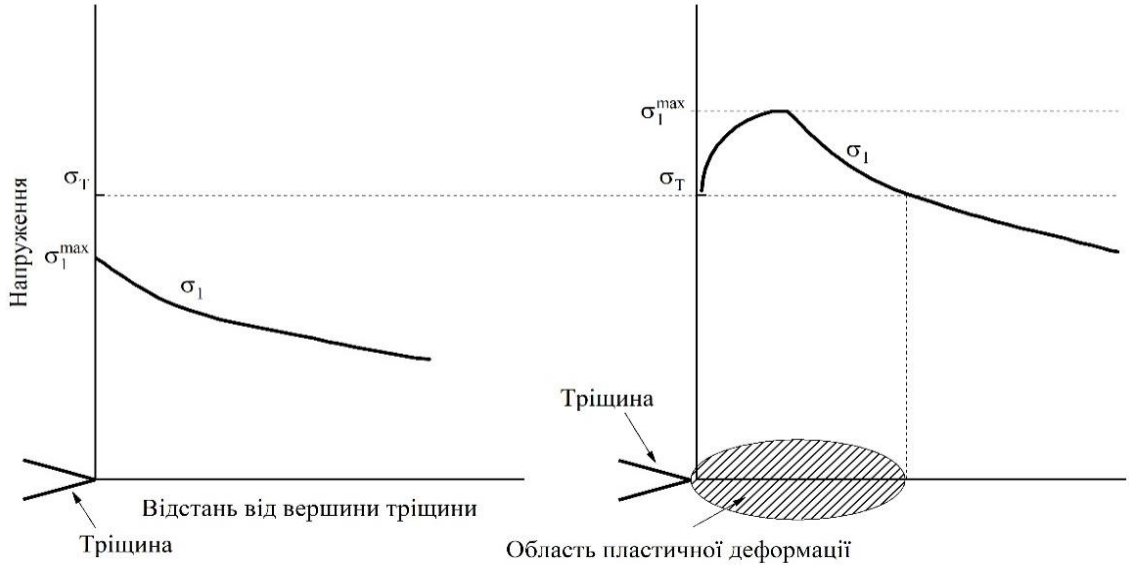
У момент переходу розвитку тріщини до лавинного механізму *розкриття тріщини називають критичним* ($\delta_c$).

Рівняння Гріффітса для такого випадку має вигляд

$$\sigma_{\text{p}} = \sqrt{\frac{E\sigma_{\text{T}}\delta_c}{\pi c}}. \tag{6.11}$$

### *6.2.3 Розподіл напружень біля вершини тріщини*

Розподіл напружень у зразках із тріщиною залежить від рівня максимальних діючих напружень, розрахованих за рівнянням Інгліса (6.1). Якщо $\sigma_1^{max} < \sigma_{\text{T}}$, то максимум напружень буде спостерігатися біля *вершини тріщини* (рис. 6.4, а). У міру віддалення від вершини рівень напружень зменшуватиметься.




а б

*Рис. 6.4.* Розподіл напружень навколо вершини тріщини:
а – без локальної пластичної деформації;
б – за наявності зони пластичної деформації

Якщо біля вершини тріщини максимальні напруження виявляться більшими за *межу плинності* ($\sigma_1^{max} > \sigma_T$), то виникає пластична деформація (рис. 6.4, б). Тоді розподіл напружень різко змінюється. Всередині пластичної зони напруження $\sigma_1$ збільшуватиметься від $\sigma_T$ до $\sigma_1^{max}$ за квадратичним законом. Після досягнення напруженнями рівня $\sigma_1^{max}$ подальші зміни напружень відбуватимуться аналогічно попередньо описаному випадку. Зона пластичної деформації закінчиться тоді, коли рівень напружень зменшиться до значень межі плинності.

Дж. Ірвін та Е. Орован з'ясували, що розподіл напружень біля вершини тріщини у пружно-деформованому безперервному середовищі може бути записаний у такому вигляді:

$$\sigma = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f(\theta), \qquad (6.12)$$

де $r$ – відстань від вершини тріщини;

$f(\theta)$ – кутова функція розподілу напруження;

$K$ – коефіцієнт інтенсивності напружень.

Особливість функції $f(\theta)$ полягає в тому, що у площині тріщини ($\theta = 0$) вона досягає максимального значення, яке дорівнює одиниці. Таким чином, якщо зафіксувати кут $\theta$, то рівень напружень у кожній точці вздовж напрямку поширення тріщини буде повністю визначатися коефіцієнтом $K$, який називають коефіцієнтом інтенсивності напружень.

Перевага визначення концентрації напруження через єдиний параметр $K$ полягає у тому, що залежність $\sigma \sim \frac{1}{\sqrt{2\pi r}}$ спостерігається для різних систем прикладення навантаження. Тому за одночасної дії декількох сил сумарне напруження визначають як $\sigma = \frac{K_{P1}+K_{P2}+K_{P3}+\cdots}{\sqrt{2\pi r}}$, де $K_{P1}$, $K_{P1}$, ... – коефіцієнти, що діють у кожній із систем прикладання навантаження.

### *6.2.4 Силовий критерій руйнування*

В основі *силового критерію руйнування* перебувають ті самі співвідношення між руйнівним напруженням та довжиною тріщини, що і в енергетичному критерії, але є принципові відмінності підходу до аналізу процесу руйнування.

Розглянемо наскрізну тріщину завдовжки $2c$ у нескінченній тонкій пластині, яку розтягують з напруженням $\sigma$. Як було показано вище, за умови пружного стану навколо вістря тріщини напруження є обернено

пропорційним до кореня квадратного з відстані від тріщини та прагне досягти максимального значення із наближенням цієї відстані до нуля.

Коефіцієнт, який входить до формули (6.12), є *коефіцієнтом інтенсивності напружень* і визначає рівень напружень біля вістря тріщини та інтерпретується як напруження, що діє попереду тріщини вздовж напрямку її поширення на відстані π/2 (мм) від вершини:

$$K = Y\sigma\sqrt{\pi c}, \tag{6.13}$$

де $Y$ – поправковий коефіцієнт, який враховує вплив геометрії зразка та розміщення в ньому тріщини.

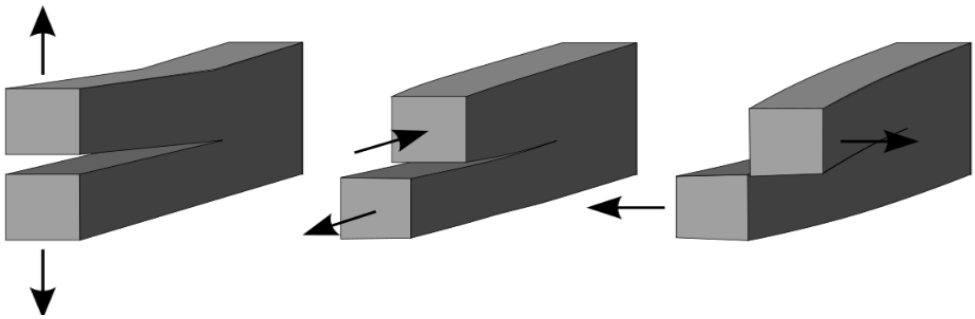
У табл. 6.2 наведено значення поправкового коефіцієнта для тріщин різного розміру.

*Таблиця 6.2.* **Залежність величини поправкового коефіцієнта від розміру тріщини (2*c* – розмір тріщини, *a* – ширина зразка)**

| $2c/a$ | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 |
|---|---|---|---|---|---|
| $Y$ | 1,026 | 1,05 | 1,12 | 1,18 | 1,302 |

Коефіцієнт інтенсивності напружень вимірюють в МПа·м$^{1/2}$. Фізичний зміст $K$ характеризує локальне підвищення рівня напружень розтягу біля вершини тріщини.

Існує три типи зміщення поверхонь одна відносно одної у процесі зростання тріщини. Таким чином, є три *моди* параметра $K$ (рис. 6.5): $K_I$, $K_{II}$, $K_{III}$. Найпоширенішою є мода $K_I$.



$K_I$ $K_{II}$ $K_{III}$

$K_I$ – тріщина відриву, $K_{II}$ – тріщина зрізу, $K_{III}$ – тріщина кручення

*Рис. 6.5.* Моди коефіцієнта інтенсивності напружень

Коефіцієнт інтенсивності напружень іноді називають *силовим критерієм руйнування*, оскільки він, на відміну від енергетичного

критерію Гріффітса, не містить жодних енергетичних параметрів руйнування, а залежить від силового поля, що діє навколо тріщини.

Зі збільшенням товщини зразка коефіцієнт інтенсивності напружень зменшується, досягаючи певного постійного рівня, і за подальшого потовщення зразка залишається незмінним. Значення $K$ стає постійним і є константою матеріалу тоді, коли виконується така умова:

$$b \geq \beta \left( {}^{K_I}/_{\sigma_T} \right)^2, \qquad (6.14)$$

де $b$ – товщина зразка;

$\beta$ – коефіцієнт, величина якого залежить від матеріалу.

Для низьковуглецевих та титанових сплавів $\beta$ = 2,5; для аустенітних сталей $\beta$ = 5; для чавунів $\beta$ = 0,6.

У табл. 6.3 наведено значення такої товщини зразка для низки матеріалів з різними механічними властивостями (різним відношенням межі плинності до модуля Юнга).

*Таблиця 6.3.* **Товщина, за якої коефіцієнт інтенсивності напружень зразка для матеріалів з різними механічними властивостями набуває сталого значення**

| $\left(\frac{\sigma_T}{E}\right) 10^{-2}$, МПа | b, мм |
|---|---|
| 0,50 та менше | 100 |
| 0,50 – 0,57 | 75 |
| 0,57 – 0,62 | 63 |
| 0,62 – 0,65 | 50 |
| 0,65 – 0,68 | 44 |
| 0,68 – 0,71 | 38 |
| 0,71 – 0,75 | 32 |
| 0,75 – 0,8 | 25 |
| 0,80 – 0,85 | 20 |
| 0,85 – 1,0 | 12 |
| 1,0 та більше | 6 |

Разом із $K_I$ змінюється і геометрія зламу. За малої товщини $b$ зразка злам переважно є косим. Із потовщенням зразка зростає внесок прямого зламу $x$ (рис. 6.6) і в результаті руйнування відбувається відривом, а не зрізом.

Якщо у процесі збільшення навантаження коефіцієнт інтенсивності напруження досягає критичної позначки $K_{IC}$, у матеріалі починається поширення тріщини. Найчастіше коефіцієнт $K_{IC}$ називають *тріщиностійкістю.*

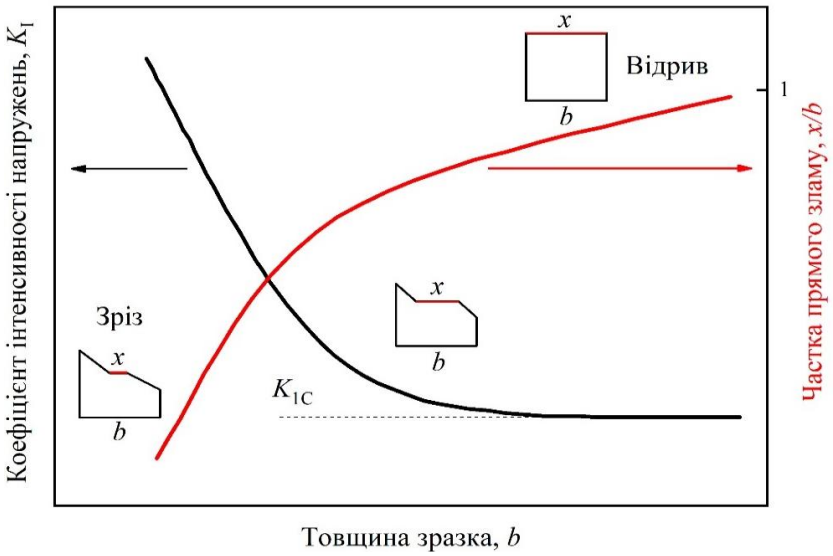



*Рис. 6.6.* Зміна геометрії зламу ($x$) та коефіцієнта інтенсивності напружень ($K_I$) з товщиною зразка ($b$)

Тріщиностійкість є основною характеристикою *механіки руйнування*. Вона характеризує здатність матеріалу до опору процесу поширення тріщини і визначається з рівняння Ірвіна:

$$K_{IC} = \sigma_{\text{р}}\sqrt{\pi c}. \tag{6.15}$$

Отже, тріщиностійкість матеріалу характеризується критичним коефіцієнтом концентрації напруження.

За допомогою $K_{IC}$ можна визначити деякі основні характеристики матеріалу, використовуючи рівняння, що застосовуються в механіці руйнування пластичних матеріалів. Так, розмір *зони пластичної деформації* біля вершини тріщини $r_{\text{р}}$ визначають за таким співвідношенням:

$$r_{\text{р}} = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{K_{IC}}{\sigma_{\text{Т}}}\right)^2. \tag{6.16}$$

У момент переходу розвитку тріщини до лавинного механізму у високопластичному матеріалі *критичне розкриття тріщини* розраховують за формулою

$$\delta_{\text{с}} = \frac{{K_{IC}}^2}{\sigma_{\text{Т}}E}. \tag{6.17}$$

Вираз (6.17) називають *критерієм* Панасюка – Уельса. Фізичний зміст критичного розкриття тріщини – кількість енергії, що витрачається на розвиток тріщини за наявності пластичної деформації у зоні квазікрихкого руйнування.

Рівняння Гріффітса для такого випадку можна записати у вигляді (6.11).

Таким чином, для прогнозування небезпеки руйнування виробу необхідно за відомою довжиною тріщини та рівнем навантаження розрахувати коефіцієнт інтенсивності напружень та порівняти його з відомою тріщиностійкістю матеріалу. Крім того, за відомих значень тріщиностійкості та рівня діючих напружень завжди можна визначити безпечну довжину тріщини (тобто таку, за якої тріщина не буде розвиватися). Вирішення цих завдань становить одну з основних задач механіки руйнування.

## 6.3 Розвиток тріщини з позиції фізики руйнування

### *6.3.1 Розподіл дислокацій біля вершини тріщини. Дислокаційна теорія Ірвіна – Орована*

Аналіз процесу квазікрихкого руйнування неможливий без врахування поведінки дислокацій у зоні пластичного деформування. Цей підхід запропонував у 1948 році Дж. Ірвін, а на рік пізніше – Е. Орован.

Відповідно до фізичної теорії руйнування формування пластичної зони біля вершини тріщини пов'язане з особливостями поведінки дислокацій, що імітуються з вершини тріщини. Згідно з дислокаційною *теорією Ірвіна – Орована* поле внутрішніх напружень біля вершини тріщини створюється сукупністю таких сил:

– зовнішньою силою з урахуванням концентрації напруження біля цієї вершини. Відповідне напруження описане формулою (6.12);

– силою, що діє на дислокації з боку вільних поверхонь тріщини, відповідне напруження описують залежністю

$$\sigma_m = \frac{Gb}{4\pi r}, \tag{6.18}$$

де $G$ – модуль зсуву;

$b$ – вектор Бюргерса;

– силою тертя кристалічної ґратки, яка для кожного матеріалу є постійною (виникає напруження $\sigma_{fr}$).

Схематично суперпозиції сил, що створюють поле напружень біля вершини тріщини, показано на рис. 6.7.

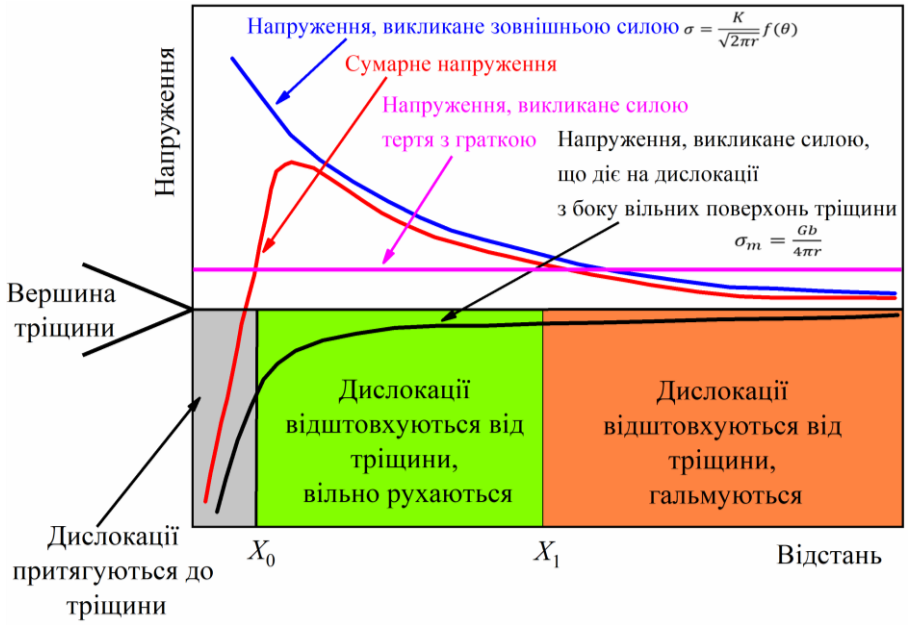



*Рис. 6.7.* Схематичне подання суперпозиції сил,
що створюють поле напружень біля вершини тріщини

Аналізуючи схему на рис. 6.7 можна дійти висновку, що на відстанях від вершини тріщини, менших за значення $X_0$, дислокації мають притягуватися до тріщини та *анігілювати*; на відстанях $X_0 < X < X_1$ – відштовхуватися та вільно рухатися у силовому полі, а за умови $X > X_1$ – гальмуватися силами тертя ґратки. За малих зовнішніх навантажень вивільнення дислокацій з вершини тріщини не відбувається доти, доки відстань $X_0$ не стане більшою за радіус ядра дислокації. Із досягненням необхідного навантаження дислокації виходять з вершини тріщини та переміщуються на відстань $X > X_1$, у результаті біля вершини тріщини формується зона, вільна від дислокацій. Далі дислокації, що вийшли з вершини, згруповуються. Щільність дислокацій у такому скупченні зменшується з віддаленням від вершини тріщини. Такі скупчення можуть спостерігатися в результаті навантаження зразка із тріщиною у процесі *in-situ* дослідження методом електронної мікроскопії (рис. 6.8).

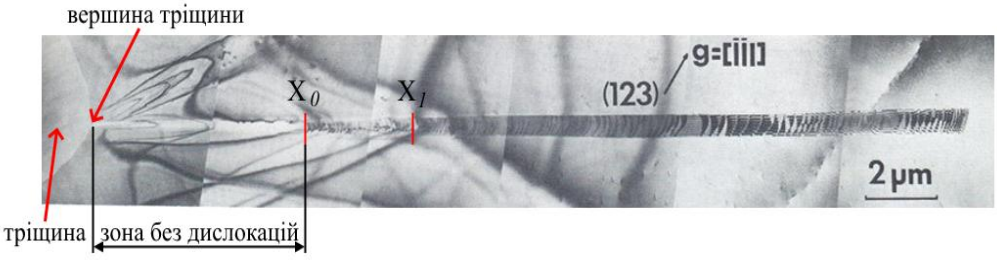



*Рис. 6.8.* Електронно-мікроскопічне зображення
пластичної зони біля вершини тріщини в міді

Такі скупчення можна розглядати як простішу дислокаційну модель пластичної зони на вершині тріщини, що придатна для розрахунку енергетичних витрат у процесі поширення тріщини за умов квазікрихкого руйнування.

### *6.3.2 Опір мікросколу*

Критичний момент у процесі зростання зародкової тріщини настає тоді, коли її енергія є достатньою для подолання такої значної перешкоди, як межа зерна. Тоді тріщина лавиноподібно (тобто пришвидшено) зростає і відбувається повне руйнування.

*Мікроскол* – це лавиноподібний етап зростання зародкової тріщини в бездефектних мікрообластях кристала під дією зовнішнього напруження розтягування за механізмом руйнування атомних зв'язків без ефектів супутньої пластичної деформації. Проаналізуємо це визначення.

За теорією Гріффітса, тріщина у крихкому матеріалі розвивається без супутньої пластичної деформації, але в реальних металевих матеріалах такий стан є неможливим. Навіть навколо субмікротріщини малих розмірів існує зона пластичної деформації. За оцінками, її розмір не менш ніж на порядок є меншим за розмір самої тріщини. До того ж, у зоні пластичної деформації дислокації збираються біля її зовнішньої межі. Таким чином, в областях навколо вершини тріщини ґратку матеріалу можна вважати бездефектною.

Отже, на початку стабільного зростання субмікротріщини під дією зовнішнього навантаження руйнування відбувається шляхом розриву міжатомних зв'язків. Зовнішнє напруження, за якого на вістрі тріщини розриваються міжатомні зв'язки, називають напруженням мікросколу або опором мікросколу.

Напруження зародження крихкого руйнування (мікросколу) – *опір мікросколу* ($R_{MC}$) – це важлива характеристика, яка описує здатність супротиву матеріалу крихкому руйнуванню. Фізичний зміст опору мікросколу – це напруження початку руйнування на межі плинності.

Можна розрахувати, що за напруження мікросколу зародкова тріщина, розміри якої дорівнюють розмірам зерна, має достатньо енергії, щоб перетнути межу зерна без зупинки та зростати до повного руйнування зразка. Мікротріщина може подолати межу зерна тільки якщо її ефективна поверхнева енергія є меншою за пружну енергію, що виділяється у процесі релаксації матеріалу навколо тріщини.

Враховуючи фізичний зміст $R_{MC}$, можна подати *аналітичний критерій мікросколу* у вигляді

$$\begin{cases} \sigma_1 = R_{MC} \\ \sigma_i = \sigma_{\text{T}} \end{cases}. \tag{6.19}$$

Перше рівняння у (6.19) описує максимальні діючі нормальні напруження під час руйнування, а друге – умову початку плинності, де $\sigma_i$ – *інтенсивність напружень*:

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2}. \tag{6.20}$$

Опір мікросколу залежить від структурних характеристик матеріалу (розмір зерна, товщина пластин цементиту тощо) та визначається константами матеріалу ($E$, $G$, μ, γ (енергія ґратки), $K_{\text{T}}$ (константа Холла – Петча)), при цьому розміри зразка, вид напруженого стану та параметри випробування на величину $R_{MC}$ не впливають.

### *6.3.3 Фізична модель мікросколу*

Для правильного розрахунку опору мікросколу потрібно знати структуру матеріалу. Структурний стан мікросколу може бути різним. Існує два типи мікросколу: гомогенний (*дислокаційно-зеренний*) та *гетерогенний*.

*Гомогенна структура* – це однофазна структура матеріалу із зернами приблизно однакового розміру. *Гетерогенна структура* – багатофазна, зерна можуть мати різну форму та різні властивості. Для цього випадку опір мікросколу буде визначатися параметрами найбільш крихкої фази.

#### *6.3.3.1 Гомогенний (дислокаційно-зеренний) механізм мікросколу*

Найчастіше зародкова тріщина виникає у скупченні дислокацій. Розвиток дислокаційної моделі зародження тріщини для випадку полікристала сприяв створенню моделі мікросколу (модель Котречко – Мешкова). Відповідно до цієї моделі довжина *зародкової тріщини* залежить від розміру зерна. Для того випадку, коли матеріал руйнується на *межі плинності* ($\sigma_{\text{P}} = \sigma_{\text{T}}$), розмір тріщини пов’язаний із розміром зерна співвідношенням

$$c_{\text{зар}} = \frac{\alpha_1 \pi^2 (1-\mu)^2 K_{\text{т}}^2 d}{4G^2 b}, \tag{6.21}$$

де $\alpha_1$ – коефіцієнт ~ 0,25;

$\mu$ – коефіцієнт Пуассона;

$K_{\text{т}}$ – константа Холла – Петча;

$d$ – діаметр зерна;

$G$ – модуль зсуву;

$b$ – вектор Бюргерса.

Підставивши до рівняння (6.21) конкретні значення величин, отримуємо для заліза та сталей співвідношення між розмірами тріщини та зерна у вигляді $c_{\text{зар}} = {}^{d}/_{70}$.

Тоді критичне напруження мікросколу (за теорією Гріффітса з урахуванням формули (6.21)) становитиме

$$\sigma_{\text{р}} = \sqrt{\frac{2\gamma E}{\pi\, c_{\text{зар}}/2}} = \sqrt{\frac{4\gamma E \cdot 4G^2 b}{\pi \cdot \alpha_1 \pi^2 (1-\mu)^2 K_{\text{т}}^2 d}} =$$

$$= \frac{4G}{\pi(1-\mu)K_{\text{т}}} \sqrt{\frac{\gamma E b}{\alpha_1 \pi}}\, d^{-\frac{1}{2}} = \frac{4G\sqrt{\gamma E b}}{\alpha\pi(1-\mu)K_{\text{т}}}\, d^{-\frac{1}{2}} = K_{\text{р}} d^{-\frac{1}{2}}, \tag{6.22}$$

де $K_{\text{р}}$ – константа руйнування, яка буде залежною від типу зародження мікросколу.

Для простого випадку одновісного розтягу та враховуючи, що $d/c_{\text{зар}} \approx 70$, отримуємо:

$$R_{MC} = \sqrt{\frac{300\gamma E}{\pi c}}\, d^{-\frac{1}{2}} = 180 d^{-\frac{1}{2}}. \tag{6.23}$$

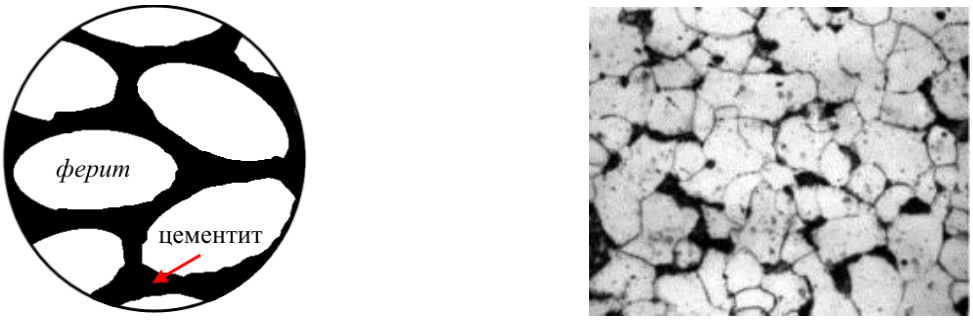
Цей вираз і є критерієм руйнування за дислокаційно-зеренним механізмом.

### *6.3.3.2 Гетерогенний механізм мікросколу*

У матеріалах з гетерогенною структурою умови для мікросколу формуються передусім у місцях розміщення більш крихких фаз. Наприклад, у сталях такою фазою є цементит. Оскільки у сталях різного класу цементит перебуває як у вигляді включень на межах зерен (маловуглецеві сталі), так і у формі пластин (перліт в евтектоїдних сталях) чи глобулів (багато-

вуглецеві сталі, чавун), то і критичний розмір тріщини буде суттєво різним. Розглянемо умови реалізації гетерогенного механізму мікросколу.

*Руйнування маловуглецевих сталей.* Маловуглецеві сталі складаються із двох фаз – фериту (твердий розчин вуглецю в залізі) та цементиту ($Fe_3C$), що перебуває на межах феритних зерен (рис. 6.9).




а б

*Рис. 6.9.* Мікроструктура маловуглецевої сталі:
а – схематичне зображення;
б – електронно-мікроскопічне зображення

Крихкі частинки цементиту можуть відігравати роль ініціаторів руйнування, конкуруючи з дислокаційно-зеренним механізмом. Критична довжина зародкової тріщини в маловуглецевих сталях буде дорівнювати подвійній товщині прошарку цементиту ($t_{\text{ц}}$): $c_{\text{зар}} = 2t_{\text{ц}}$. Тоді *опір мікросколу* можна визначити за такою формулою:

$$R_{MC} = \sqrt{\frac{4\gamma E}{2\pi t_{\text{ц}}}} = 11 t_{\text{ц}}^{-\frac{1}{2}}. \qquad (6.24)$$

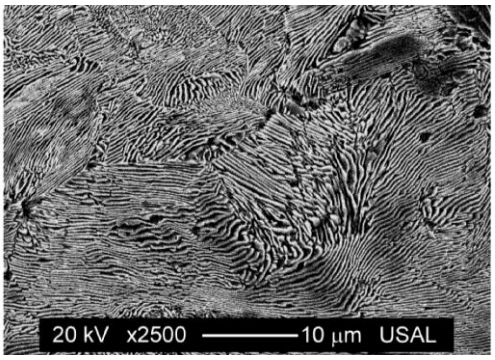
Знайдемо умову переходу від дислокаційно-зеренного до цементитного механізму руйнування. Для цього потрібно порівняти вирази (6.23) та (6.24). Звідси і знаходимо співвідношення

$$\frac{t_{\text{ц}}}{d} = \frac{1}{140}. \qquad (6.25)$$

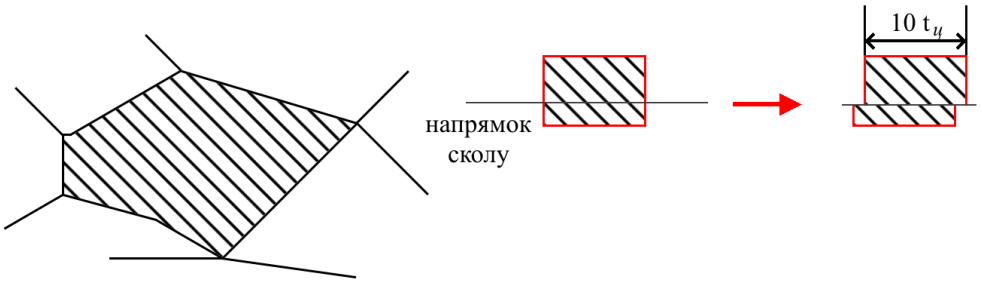
Згідно з виразом (6.25) за умови $t_{ц} > d/140$ відбувається руйнування за *цементитним механізмом*, а якщо $d > 140\, t_{ц}$, реалізується *дислокаційно-зеренний механізм.*

*Руйнування сталей евтектоїдного класу.* Сплави евтектоїдного класу мають перлітну структуру, що складається із пластин фериту та цементиту, які чергуються (рис. 6.10). Усі феритні прошарки одного перлітного зерна мають однакову кристалографічну орієнтацію, а товщина прошарку цемен-

титу $t_ц$ залежить від товщини феритних пластин. Розмір зародкової тріщини становить $c_{зар} = 10t_ц$. Вона виникає внаслідок сколу пластин цементиту у процесі пластичної деформації зразка (рис. 6.10, б).




а




б

*Рис. 6.10*. Мікроструктура евтектоїдної сталі:
а – електронно-мікроскопічне зображення, збільшення ×970 [6.2];
б – схема виникнення мікросколу

Опір мікросколу для цього випадку розраховують за такою формулою:

$$R_{MC} = n\sqrt{\frac{4\gamma E}{\pi 10 t_ц}} = 7{,}8 t_ц^{-\frac{1}{2}}, \qquad (6.26)$$

де $n$ = 1,15 – фактор орієнтації пластин.

Знайдемо умови переходу від дислокаційно-зеренного до цементитного механізму руйнування. Для цього потрібно порівняти вирази (6.23) та (6.26). Звідси й знаходимо співвідношення між розмірами перлітної колонії $d_п$ та пластини цементиту $t_ц$:

$$\frac{t_ц}{d_П} = \frac{1}{550}, \qquad (6.27)$$

Згідно з виразом (6.27) за умови $t_{ц} > d_{п}/550$ відбувається руйнування за *цементитним механізмом*, а якщо $d_{п} > 550\, t_{ц}$, реалізується *дислокаційно-зеренний механізм.*

*Руйнування сталей із зернистим цементитом.* Є низка сталей, в яких цементит перебуває у формі глобули (кулі) всередині або на межі феритного зерна (рис. 6.11, а). Для такого випадку руйнування відбувається за тілом цементитної глобули, внаслідок чого у феритній матриці виникає дископодібна область розірваних атомних зв'язків, яка і є зародковою тріщиною (рис. 6.11, б).

Для розрахунку опору мікросколу використовують рівняння Зака (модифікований варіант рівняння Гріффітса).

При цьому якщо глобула перебуває всередині зерна, це рівняння має вигляд

$$R_{MC} = \sqrt{\frac{\pi\gamma E}{2}}\, d_{\text{гл}}^{-\frac{1}{2}} = 25 d_{\text{гл}}^{-\frac{1}{2}}, \tag{6.28}$$

а якщо глобула перебуває на межі зерна, то, відповідно, такий вигляд:

$$R_{MC} = \sqrt{\frac{\pi\gamma E}{2}}\, d_{\text{гл}}^{-\frac{1}{2}} = 35 d_{\text{гл}}^{-\frac{1}{2}}. \tag{6.29}$$

Розглянемо умову зміни механізмів руйнування.

Якщо глобула перебуває всередині зерна, то ця умова така:

$$\frac{d_{\text{зер}}}{d_{\text{гл}}} = \sim 50, \tag{6.30}$$

- за $d_{\text{зер}} > 50 d_{\text{гл}}$ – діє *дислокаційно-зеренний механізм*;
- за $d_{\text{гл}} > d_{\text{зер}}/50$ – діє *глобульний механізм*.

Якщо глобула перебуває на межі зерна, то умова змінюється:

$$\frac{d_{\text{зер}}}{d_{\text{гл}}} = \sim 25, \tag{6.31}$$

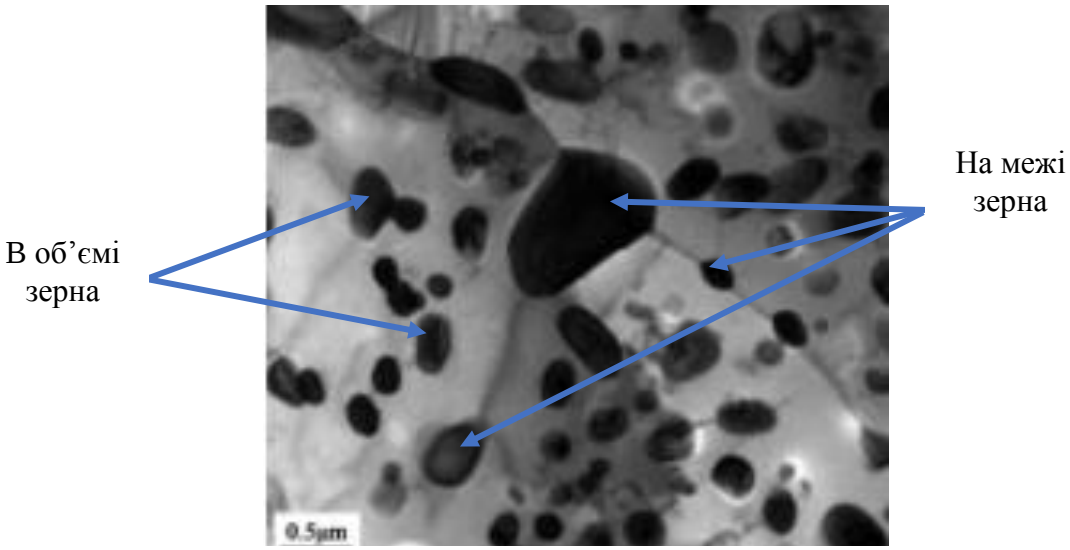
- за $d_{\text{зер}} > 25 d_{\text{гл}}$ – діє дислокаційно-зеренний механізм;
- за $d_{\text{гл}} > d_{\text{зер}}/25$ – діє глобульний механізм.

*Руйнування сталей зі змішаною структурою.* Якщо структура матеріалу гетерогенна (тобто присутні фази з відмінними властивостями та розміром зерен), то опір мікросколу визначають за формулою,

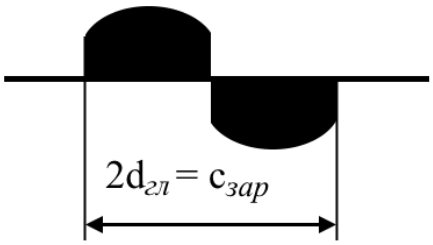
отриманою на основі кореляційно-регресивного аналізу:

$$R_{MC} = 40 + 6{,}6d_{\text{зер}}^{-\frac{1}{2}}, \tag{6.32}$$

де $d_{\text{зер}}$ – розмір зерна найбільшої за кількістю структурної складової.




а




б

*Рис. 6.11.* Мікроструктура сталі із глобулярним цементитом:
а – електронно-мікроскопічне зображення [6.3];
б – схема виникнення мікросколу

Усі умови руйнування експериментально підтверджено для сталей з відповідною структурою.

Підсумовуючи вищевикладене, можна зробити висновок, що збільшити опір мікросколу матеріалу можна декількома способами:

– зменшити розміри зерен (термообробка тощо);
– змінити склад сталей (легування);
– зменшити рівень внутрішніх напружень (відпал тощо).

### *6.3.4 Методи експериментального визначення опору мікросколу матеріалу*

Експериментальна процедура визначення $R_{MC}$ – напруження крихкого руйнування на межі плинності – достатньо зрозуміла. Виконують серію стандартних механічних випробувань на одновісний розтяг за температур, нижчих за кімнатну, при цьому вимірюють межу плинності $\sigma_{\text{Т}}$, напруження руйнування в шийці зразка $S_k$ та звуження $\psi$ (рис. 6.12). Температура випробувань знижується до рівня, який відповідає холодноламкості (тобто матеріал повністю втрачає пластичність і руйнується крихко без попереднього звуження). Опір мікросколу тоді визначають як напруження, за якого виконується умова

$$R_{MC} = \sigma_{\text{Т}} = S_k. \tag{6.33}$$

Є також багато інших методів визначення величини опору мікросколу матеріалів:

– статичне згинання зразків з надрізом (за Ноттом);

– випробування зразків з кільцевим надрізом (за Ужиком);

– випробування на ударний згин;

– розтягування дротових зразків з вузлом;

– розрахунок за результатами визначення інших механічних характеристик за кімнатної температури:

$$R_{MC} = \sigma_{\text{В}} \frac{1}{1 - \psi^2}. \tag{6.34}$$

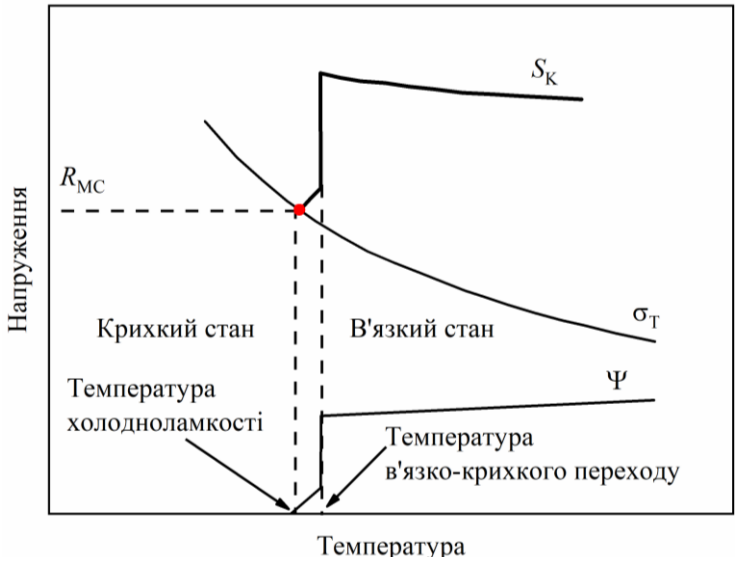



*Рис. 6.12.* Схема експериментального визначення опору мікросколу

### *6.3.5 Коефіцієнт в'язкості матеріалів*

Користуючись *аналітичним критерієм мікросколу*, можна знайти ще одну важливу характеристику матеріалів – *коефіцієнт в'язкості* $K_{\text{В}}$:

$$K_{\text{В}} = \frac{R_{MC}}{\sigma_{\text{Т}}}. \tag{6.35}$$

Фізичний зміст коефіцієнта в'язкості показує, до якої межі потрібно збільшити напруження плинності, щоб максимальне діюче напруження досягло рівня $R_{MC}$ й виникли умови для мікросколу.

Якщо $K_{\text{В}} = 1$, матеріал стає крихким і мікроскол, що виникає на межі плинності, забезпечує руйнування. Якщо $K_{\text{В}} > 1$, то в матеріалі спочатку починається пластична деформація, яка супроводжується зміцненням матеріалу, а лише після цього відбувається в'язке руйнування. За $K_{\text{В}} < 1$ матеріал є переокрихченим. Таким чином, чим більший коефіцієнт в'язкості, тим більш стійким є матеріал до виникнення мікросколу.

Для приблизного оцінювання рівня коефіцієнта в'язкості можна скористатися виразом

$$K_{\text{В}} = \frac{\sigma_{\text{В}}}{\sigma_{\text{Т}}}\left(\frac{1}{1-\psi^2}\right). \tag{6.36}$$

Розрахунки за цією формулою проводять за температур, далеких від температури в'язко-крихкого переходу.

## 6.4 Тріщиностійкість матеріалів

З позиції матеріалознавства проблематика тріщиностійкості матеріалів має два основні аспекти.

Перший обумовлений необхідністю відповідної атестації створюваних матеріалів. Щоб коректно проводити випробування на тріщиностійкість, необхідно розуміти фізичний зміст цієї характеристики матеріалу та орієнтуватися в особливостях методики її визначення.

Другий аспект полягає в тому, що основним завданням сучасного матеріалознавства є створення матеріалів з наперед заданим рівнем експлуатаційних властивостей, для чого теж треба мати уявлення щодо фізичної природи тріщиностійкості матеріалу. Тоді, цілеспрямовано впливаючи на структуру, можна забезпечити високий рівень тріщиностійкості нового матеріалу.

### *6.4.1 Концепція тріщиностійкості*

Одна із задач прогнозування напруження руйнування матеріалу, який містить тріщину, полягає у визначенні критичного рівня діючих напружень, який зумовить катастрофічний ріст тріщини відомих розмірів. Цю задачу можна розв'язати за допомогою рівняння Гріффітса (6.5) – (6.6), однак користування цією залежністю вимагає аналізу стану всього тіла, що викликає певні математичні та фізичні складнощі. Тому Дж. Ірвін та Е. Орован запропонували інший підхід до вирішення цієї проблеми, який передбачає аналіз напружень, що діють безпосередньо біля вершини тріщини, тобто у місці, де відбувається руйнування матеріалу. Тоді критичний стан матеріалу можна визначити за допомогою коефіцієнта інтенсивності напружень, який розраховують за формулою (6.13).

Крім того, Дж. Ірвін та Е. Орован показали, що з достатньою точністю прогнозувати за цим методом напруження руйнування можна лише для випадку, якщо розмір зони пластичної деформації біля вершини тріщини є набагато меншим за її довжину. Це можливо, якщо виконується умова сталості коефіцієнта інтенсивності напружень, що досягається за великої товщини матеріалу, яка може бути визначена за формулою (6.14).

Отже, тріщиностійкість можна вважати критерієм руйнування лише для матеріалів, які мають велику товщину.

Принциповою перевагою $K_{IC}$ порівняно з іншими характеристиками міцності (наприклад, межею міцності чи істинним напруженням руйнування) є те, що тріщиностійкість враховує також і довжину тріщини. Будь-який критерій руйнування, виражений лише через напруження, ґрунтується на припущенні, що руйнування відбувається миттєво в момент досягнення цього напруження. Насправді будь-яке руйнування є результатом процесу розвитку тріщини і тому характеристика граничної здатності до гальмування руйнування повинна враховувати не тільки напруження, але й довжину тріщини.

### *6.4.2 Фізична природа тріщиностійкості*

Відповідно до сучасних уявлень є два типи руйнування матеріалу біля вершини тріщини: декогезійний та коалесцентний.

За *декогезійного типу руйнування* відбувається без посередній розрив міжатомних зв'язків у вершині тріщини (рис. 6.13). Таким чином тріщина поширюється у крихких матеріалах (скло, кераміка тощо).

Декогезійному руйнуванню притаманні дуже низькі рівні тріщиностійкості. Нормована гранична величина тріщиностійкості для таких матеріалів становить $\frac{K_{IC}}{E} = 3 \cdot 10^{-6}$ м$^{1/2}$.

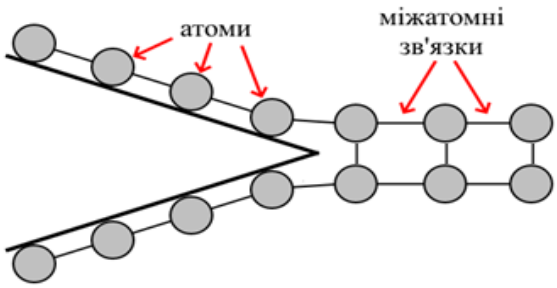



*Рис. 6.13*. Схема декогезійного типу руйнування

Руйнування більш в’язких матеріалів відбувається за допомогою утворення зародкових тріщин на певній відстані (*характеристична відстань* $X_C$) від вершини *магістральної тріщини*. У цьому випадку магістральна тріщина зростає за рахунок злиття (коалесценції) із зародковими тріщинами. Схему такого процесу (*коалесцентного механізму руйнування*) показано на рис. 6.14.

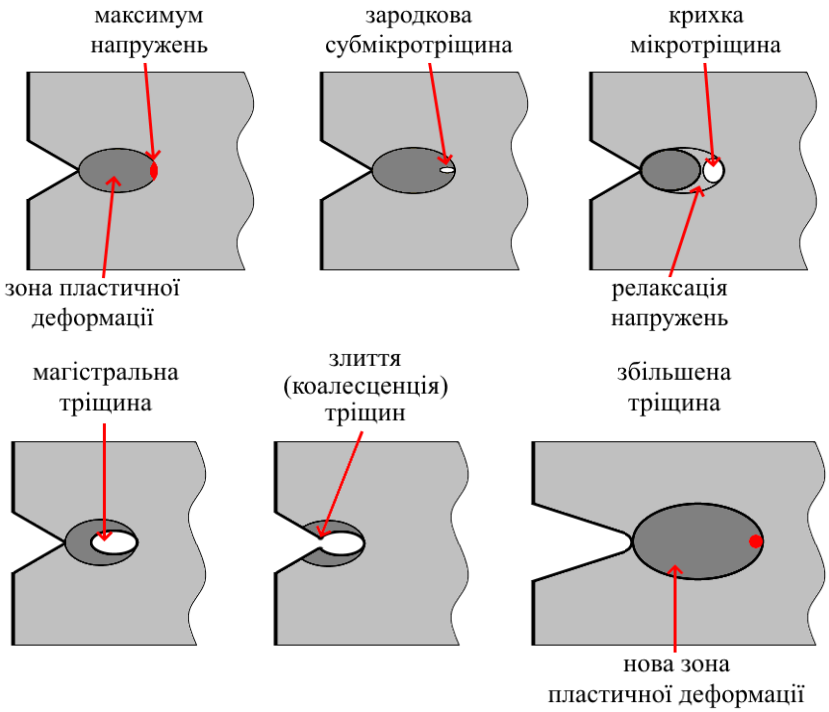



*Рис. 6.14.* Схема процесу розвитку тріщини
за коалесцентним механізмом руйнування

За такого типу руйнування мінімальний рівень тріщиностійкості на два порядки вищий, ніж за декогезійного, і становить в нормованому вигляді $\frac{K_{IC}}{E} = 3 \cdot 10^{-4}$ м$^{1/2}$ за порядком величини.

Значення тріщиностійкості типових конструкційних матеріалів подано на рис. 6.15. Відповідно до цих даних величина тріщиностійкості змінюється в широкому інтервалі – від 0,01 МПа·м$^{1/2}$ для пластмас до 300 МПа·м$^{1/2}$ для сталей і сплавів.

Для багатьох випадків можливість застосування матеріалу в тому чи іншому виробі визначається саме рівнем тріщиностійкості. Так, наприклад, створення керамічних матеріалів з $K_{IC} = 5 - 10$ МПа·м$^{1/2}$ дозволило їх використовувати в поршневих двигунах та газових турбінах. Для конструкційних сплавів мінімальний рівень $K_{IC} = 20 - 30$ МПа·м$^{1/2}$.

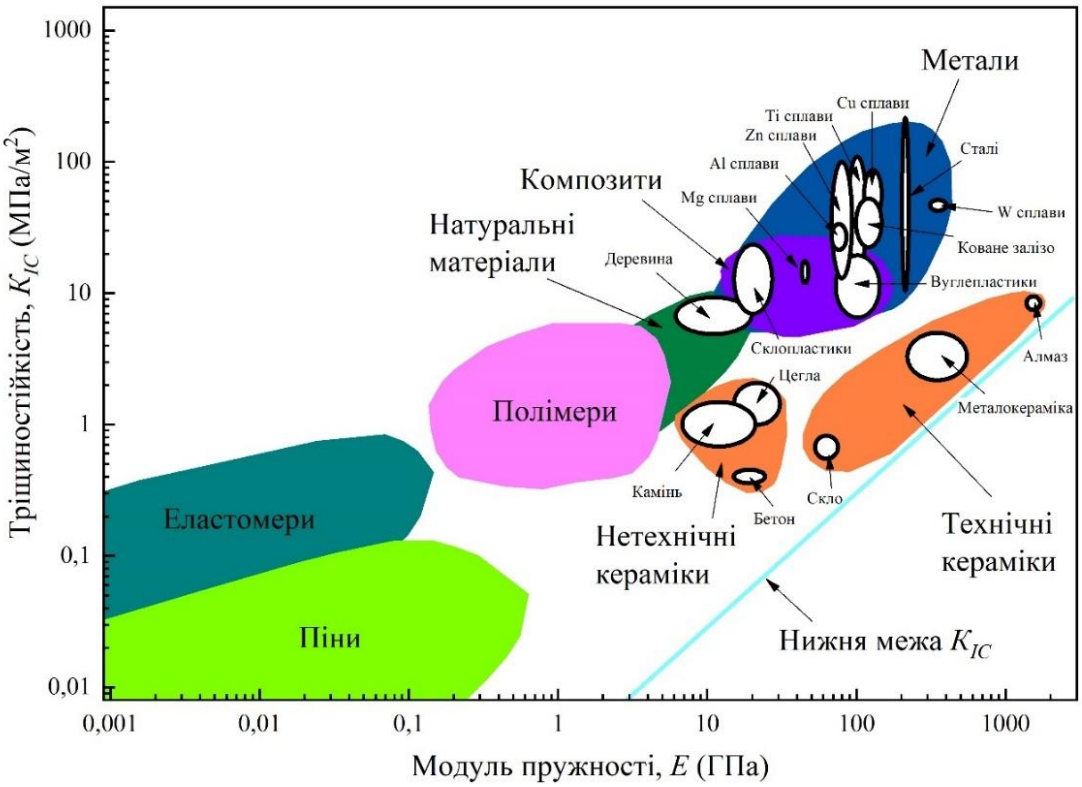



*Рис. 6.15.* Рівні тріщиностійкості типових конструкційних матеріалів

Таким чином, рівень тріщиностійкості визначається типом руйнування та рівнем в'язкості матеріалу. Отже, якщо за результатами *фрактографічного аналізу* визначити вид руйнування, то можна оцінити імовірний рівень тріщиностійкості матеріалу і спрогнозувати доцільність його використання за заданих умов експлуатації виробу.

### *6.4.3 Властивості тріщиностійкості*

Тріщиностійкість матеріалу залежить не лише від властивостей матеріалу, а і від низки факторів:

– температури – чим вища температура, тим більша $K_{IC}$;

– швидкості навантажування – чим більша швидкість, тим менша $K_{IC}$;

– жорсткості навантажування – чим більша жорсткість, тим менша $K_{IC}$;

– пористості матеріалу – чим більша пористість, тим менша $K_{IC}$.

Температурна залежність тріщиностійкості характеризується наявністю верхнього та нижнього «плато» (ділянок, паралельних до осі абсцис), а також перехідної зони (рис. 6.16). На верхньому «плато» руйнуванню передує значна пластична деформація, тому в цій області неможливе коректне визначення рівня тріщиностійкості й тому використовується умовна характеристика $K_Q$. Нижнє «плато» характеризується крихким руйнуванням за мінімального для конструкційних металевих матеріалів рівня тріщиностійкості.

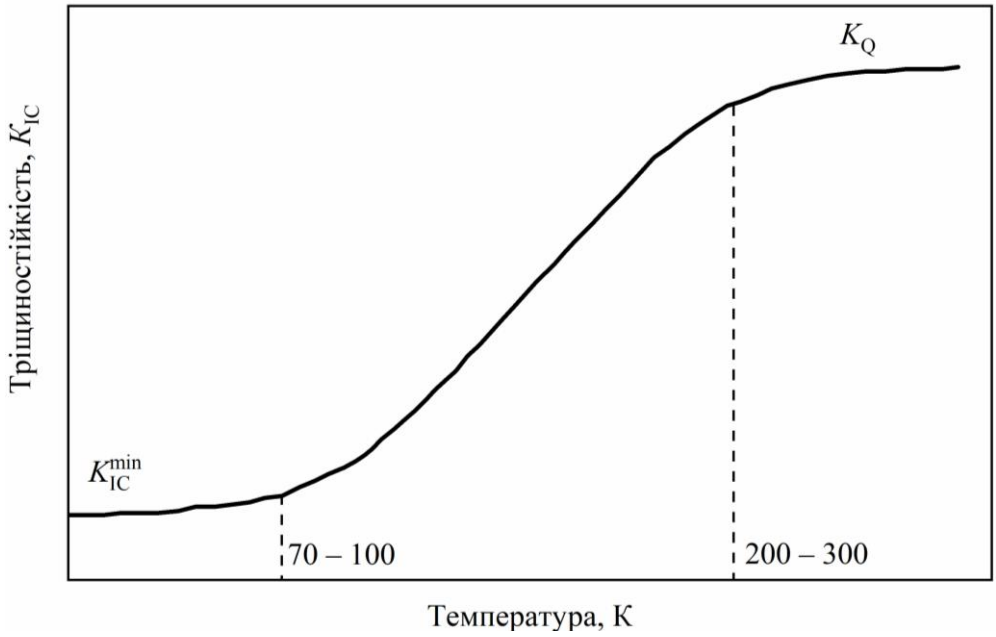



*Рис. 6.16.* Температурна залежність тріщиностійкості

Здатність матеріалу протидіяти зростанню тріщини залежить від швидкості навантажування таким чином: чим більшою є швидкість, тим меншою є тріщиностійкість матеріалу, проте мінімальний рівень тріщиностійкості зберігається постійним (рис. 6.17).

Жорсткість схеми навантаження суттєво впливає на рівень тріщиностійкості. Чим більшим є внесок напружень розтягу, тим більш жорсткою

є схема. Напруження розтягу сприяють прояву крихкості матеріалів, тому збільшення жорсткості схеми навантажування призводить до зниження рівня тріщиностійкості.

Пористість матеріалу суттєво впливає на рівень тріщиностійкості. З ростом пористості тріщиностійкість може зменшуватися на порядок величини. Для великої кількості порошкових матеріалів залежність тріщиностійкості від пористості має вигляд, подібний до зображеного на рис. 6.18.

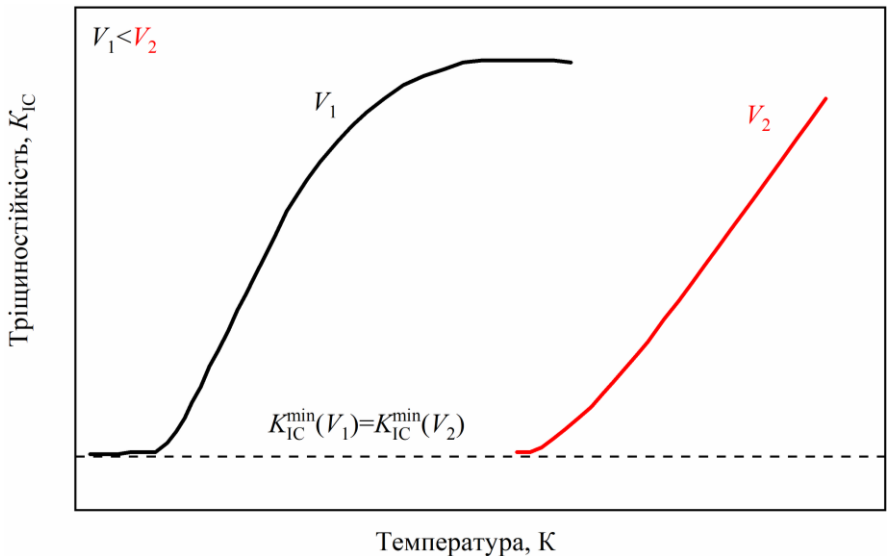



*Рис. 6.17.* Температурна залежність тріщиностійкості за різної швидкості деформування

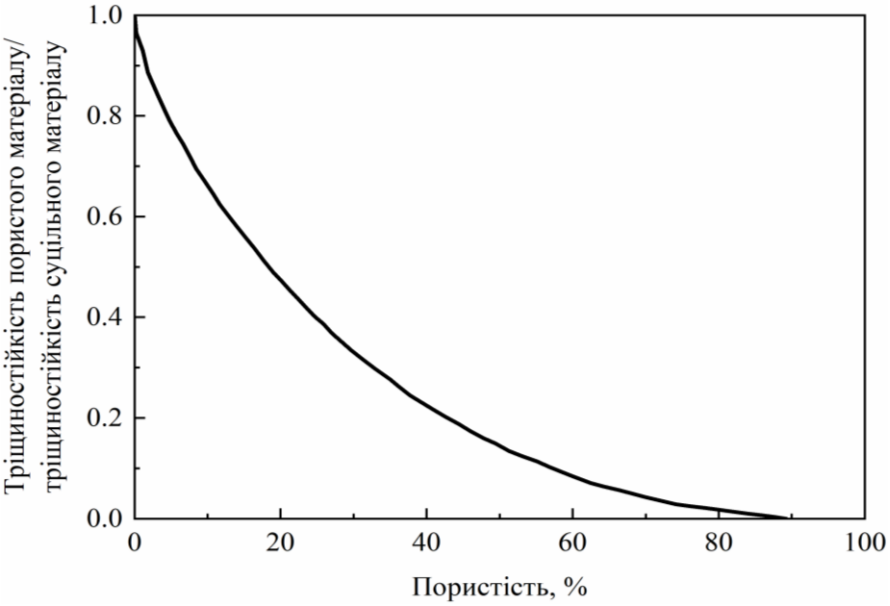



*Рис. 6.18.* Типова залежність ударної в'язкості порошкових матеріалів від їхньої пористості

### *6.4.4 Розрахунок тріщиностійкості*

Як було показано вище, мінімальний рівень напружень розтягу, за яких починається втрата зародковими тріщинами рівноваги, визначається величиною опору мікросколу $R_{MC}$. Таким чином, тріщиностійкість повинна залежати від *опору мікросколу*, *в'язкості матеріалу* та *деформаційного зміцнення.*

Розрахувати значення тріщиностійкості можна за формулою

$$K_{IC} \approx \sqrt{X_C} R_{MC} K_{\text{B}}^{\frac{2-n}{2n}}, \tag{6.37}$$

де $X_C$ – характеристична відстань, $d < X_C < 10d$;

$d$ – розмір зерна;

$R_{MC}$ – опір мікросколу;

$K_{\text{B}}$ – коефіцієнт в'язкості; $n$ – показник деформаційного зміцнення.

Згідно з моделлю Хана та Розенфілда, тріщиностійкість матеріалу за ямкового характеру руйнування описують таким виразом:

$$K_{IC} = 3nk(E\sigma_{\text{T}}e_r)^{1/2}, \tag{6.38}$$

де $k$ – стала величина;

$n$ – показник деформаційного зміцнення;

$E$ – модуль Юнга;

$\sigma_{\text{T}}$ – межа плинності;

$e_r$ – гранична деформація.

Підвищення тріщиностійкості матеріалу можливе завдяки зміні рівня будь-якої величини, що входить до формули (6.38). Відповідно до цієї залежності основним засобом підвищення тріщиностійкості є подрібнення зерна, оскільки $R_{MC} \sim 1/\sqrt{d}$. На зв'язок між $K_{\text{B}}$ та $K_{IC}$ істотно впливає схильність до деформаційного зміцнення, яка характеризується показником $n$. Як показано на рис. 6.19, високі рівні тріщиностійкості низькоміцних сталей обумовлені їх значною в'язкістю.

Високоміцні сталі мають значно меншу в'язкість $K_{\text{B}}$, проте й значно меншу схильність до деформаційного зміцнення. Останнє дозволяє підвищити рівень тріщиностійкості таких сталей за допомогою зменшення їхньої схильності до деформаційного зміцнення. Однак підвищення межі плинності за рахунок твердорозчинного зміцнення обумовлює зменшення $K_{\text{B}}$ і відповідне зменшення тріщиностійкості.

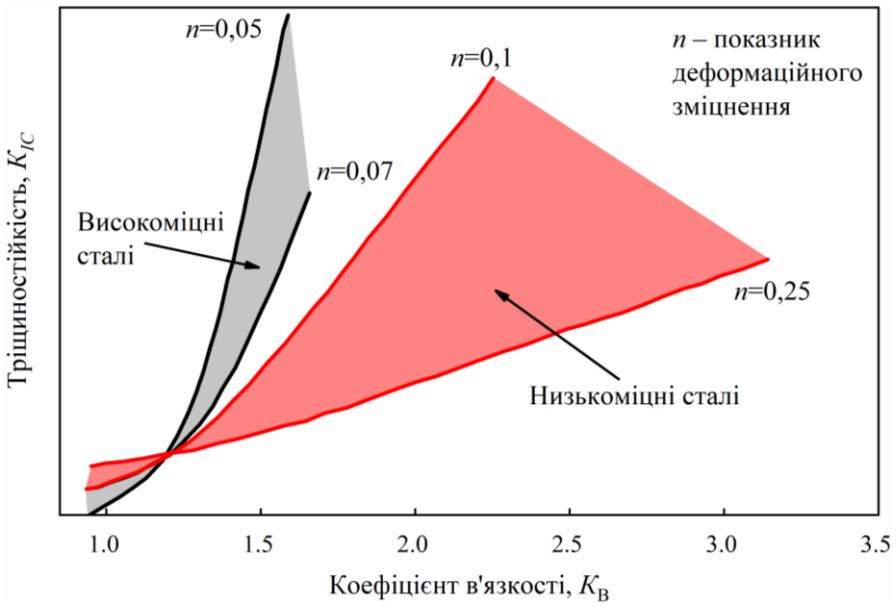


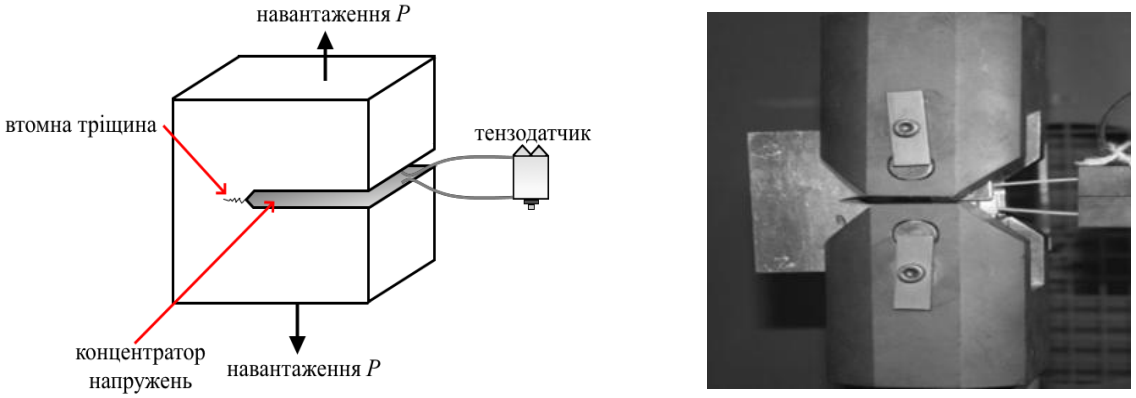

*Рис. 6.19.* Рівні тріщиностійкості сталей

### *6.4.5 Експериментальне визначення тріщиностійкості матеріалу*

Визначення $K_{IC}$ проводять або за методикою одновісного розтягування циліндричного зразка з концентратором напружень (рис. 6.20), або методом позацентрового розтягування зразка з концентратором (рис. 6.21), або згинанням зразка з концентратором за триточковою схемою (рис. 6.22).

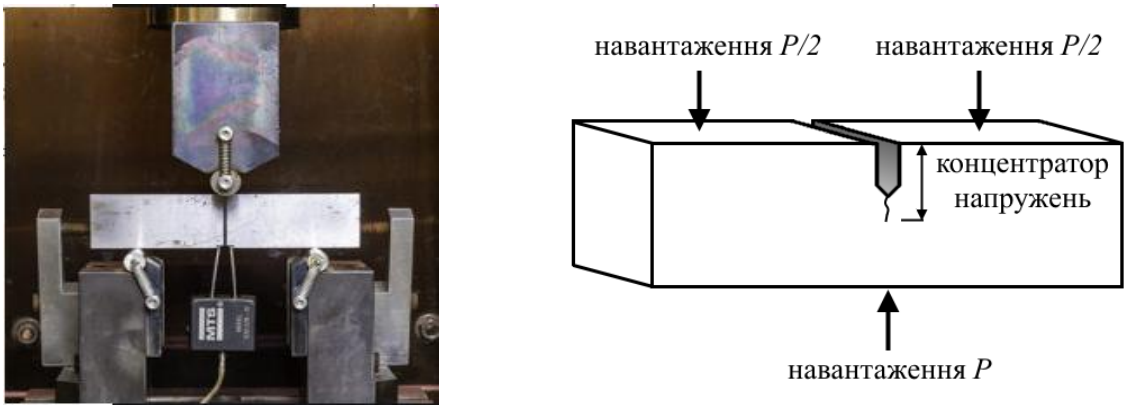
а б

*Рис. 6.20*. Проведення випробувань для визначення тріщиностійкості за методикою одновісного навантажування циліндричного зразка з концентратором напружень: а – розривна машина; б – зразок з кільцевим надрізом




а б

*Рис. 6.21*. Проведення випробувань для визначення тріщиностійкості за методикою позацентрового розтягування зразка із *Т*-концентратором: а – схема проведення випробувань; б – кріплення зразка в затискачах машини




а б

*Рис. 6.22*. Проведення випробувань для визначення тріщиностійкості за методикою триточкового згинання зразка з концентратором: а – випробувальна машина; б – схема проведення випробувань

Співвідношення усіх розмірів зразка, надрізу і тріщини мають для цих випробувань особливе значення, оскільки вони повинні забезпечити умови плоскої деформації біля вершини тріщини і пружно-напружений стан подалі від неї. Тільки в цьому випадку можливе коректне визначення $K_{IC}$.

Механічні випробування для встановлення рівня тріщиностійкості можна проводити на будь-яких універсальних розривних машинах для статичних випробувань.

## Контрольні запитання та задачі до теми 6

***Перелік теоретичних запитань***

1. У чому полягає основна відмінність механіки та фізики руйнування?
2. Які основні положення теорії Гріффітса?
3. З ростом радіуса вершини тріщини напруження в цьому місці збільшується чи зменшується? Чому?
4. Для товстої пластини критичне напруження за рівнянням Гріффітса буде меншим, ніж для тонкої, чи більшим? Чому?
5. На якій відстані від вершини тріщини спостерігається найбільша щільність дислокацій? Обґрунтувати відповідь.
6. Чи є коефіцієнт інтенсивності напружень константою матеріалу? Обґрунтувати відповідь.
7. За яких умов можна використовувати критерій Гріффітса для пластичних матеріалів?
8. Що таке опір мікросколу?
9. Як визначити величину опору мікросколу в матеріалі? Описати одну з експериментальних та розрахункових методик.
10. Якщо в евтектоїдній сталі товщина цементитної пластини становить 1/500 діаметра зерна, то за якою методикою розраховують опір мікросколу?
11. Що таке коефіцієнт в'язкості матеріалу? Який його мінімальний рівень для матеріалів конструкцій? Чому?
12. Дати визначення поняттю тріщиностійкості.
13. Чи можна вважати тріщиностійкість критерієм руйнування для двовимірних об'єктів? Чому?
14. Чому коалесцентний механізм поширення тріщини характерний для пластичних матеріалів?
15. Пористий шоколад порівняно із суцільною плиткою ламається легше чи складніше? Обґрунтувати відповідь.
16. Скільки експериментальних кривих треба побудувати для визначення опору мікросколу і тріщиностійкості?
17. Якщо внаслідок обробки матеріалу розмір зерен зменшиться, але рівень напружень не зміниться, то як зміниться його тріщиностійкість?

***Перелік задач для самостійного опрацювання***

1. Розрахувати максимально допустиме навантаження, що не призведе до руйнування зразка із тріщиною, якщо довжина тріщини – $4\times10^{-3}$ см, радіус її верхівки – 0,005 мм, тріщиностійкість матеріалу – 140 МПа·м$^{1/2}$.

2. Визначити тип руйнування матеріалу, якщо його тріщиностійкість – 140 МПа·м$^{1/2}$, межа плинності – 700 МПа, розмір зерна – 535 мкм.

3. Розрахувати товщину зразка з низьковуглецевої сталі, за якої коефіцієнт інтенсивності напружень є константою, якщо тріщиностійкість матеріалу – 140 МПа м$^{1/2}$, межа плинності – 700 МПа.

4. Розрахувати критичне розкриття тріщини (критерій Панасюка – Уельса) та максимальні напруження, що виникають біля її вершини, для матеріалу з тріщиностійкістю – 140 МПа·м$^{1/2}$, межею плинності – 700 МПа, модулем Юнга – 210 ГПа.

5. Визначити середній розмір зерен у матеріалі з гомогенною структурою, якщо відомо, що критичне напруження початку руйнування становить 980 МПа.

6. Порівняти опір мікросколу матеріалу з попереднього завдання та сплаву зі змішаною структурою з таким самим розміром зерна.

7. Порівняти, в якому матеріалі раніше почнеться руйнування, якщо залізо має коефіцієнт в'язкості $K_B$ = 3,4 та межу плинності 184 МПа, а сталь 45 має межу міцності 611 МПа та відносне звуження 44 %. Пояснити, який із цих матеріалів є більш крихким.

8. Порівняти здатність протидіяти крихкому руйнуванню технічно чистого заліза та сталі 50, якщо критичне напруження початку руйнування для них становить 625 МПа та 1300 МПа відповідно, межа плинності сталі 50 дорівнює 750 МПа, а пластична деформація технічно чистого заліза починається за напруження 185 МПа.

9. Визначити тріщиностійкість матеріалу, якщо межа плинності дорівнює 1150 МПа, показник деформаційного зміцнення $n$ = 0,1, опір мікросколу – 2120 МПа, діаметр зерна 150 мкм, характеристична відстань – 5$d$.

# Перелік використаної та рекомендованої літератури

***Використана література***

6.1. Griffith A. A. The phenomenon of rupture and flow in solids / A. A. Griffith // Phil. Trans. Roy. Soc., ser. A. – 2000. – Vol. 221. – P. 163–198.

6.2. Influence of microstructure on strength and ductility in fully pearlitic steels. / J. Toribio, B. González, J.-C. Matos and F.-J. Ayaso // Metals. – 2016. – Vol. 6 (12). – 318 p.

6.3. Alcántara V. Spheroidizing in steels: processes, mechanisms, kinetic and microstructure – a Review / V. Alcántara // IOSR Journal of Mechanical and Civil Engineering. – 2021. – Vol. 18 (3). – P. 63–81.

***Рекомендована література***

6.4. Новый подход к оценке опасности коротких усталостных трещин / С. А. Котречко, Ю. Я. Мешков, Г. С. Меттус, Д. И. Никоненко // Проблемы прочности. – 2000. – № 3. – С. 106–114.

6.5. Bhadeshia H. Steels: microstructure and properties / H. Bhadeshia, R. Honeycombe. – 4th. Edition. – Butterworth-Heinemann is an imprint of Elsevier, 2017. – 462 p.

6.6. Callister W. D. Fundamentals of materials science and engineering: an integrated approach / W. D. Callister, D. G. Rethwisch. – 4th Edition. – Wiley, 2011. – 936 p.

6.7. Orowan E. Condition for dislocation passage of precipitation / E. Orowan // Proc. symp. intern. stresses in metals. – 1948. – P. 451–454.

# РОЗДІЛ ІІ
# КОНСТРУКЦІЙНА МІЦНІСТЬ МАТЕРІАЛІВ

## Тема 7 МІЦНІСТЬ І В'ЯЗКІСТЬ МАТЕРІАЛІВ ЗА УМОВ СКЛАДНОГО НАПРУЖЕНОГО СТАНУ

### 7.1 Поняття конструкційної міцності матеріалів

Руйнування металевих виробів та конструкцій завжди було не винятково механічною, а й соціальною проблемою, оскільки стосувалося не тільки виробничо-економічних інтересів суспільства, а було пов'язане з проблемою безпеки людини у сфері її виробничо-технічної діяльності (рис. 7.1). Проблема надійності виробів та їх безпечної експлуатації обмежує можливості реалізації багатьох значних та унікальних проєктів, тому зрозуміло, чому питання міцності та руйнування матеріалів не втрачають актуальності та є складовою багатьох загальнодержавних і міжнародних наукових програм.

а б

*Рис. 7.1.* Приклади руйнування великогабаритних виробів у процесі експлуатації: а – нафтовий танкер [7.1]; б – вантажний літак [7.2]

В ідеальному кристалі міцність визначається силою міжатомних зв'язків. Реальні матеріали мають меншу міцність унаслідок спотворення кристалічної ґратки точковими та лінійними дефектами, наявності меж зерен, дисперсних частинок іншої фази тощо. Також рівень міцності зменшується внаслідок відмінного розподілу навантажень у процесі роботи реальної конструкції порівняно з лабораторним зразком із певного матеріалу та дії низки зовнішніх факторів.

Також є суттєва відмінність між міцністю матеріалу, розрахованою за результатами лабораторних випробувань (лабораторна міцність),

визначеною за допомогою спеціальних випробувань за певних умов (конструктивна міцність) та в конкретних конструкціях (конструкційна міцність).

*Конструкційна міцність* – це міцність матеріалу конкретного виробу у вигляді номінального напруження, яке потрібне для втрати *тримкості* за цього напруженого стану, внаслідок реалізації загального чи локального мікросколу або розвитку загальної плинності.

У процесі роботи матеріалу конструкції під навантаженням його міцність та пластичність виявляються нижчими за ті значення, що встановлюються за умов лабораторних випробувань. У зв'язку з цим виникає проблема визначення конструкційної міцності матеріалу. Основні складові цього поняття показано на рис. 7.2.

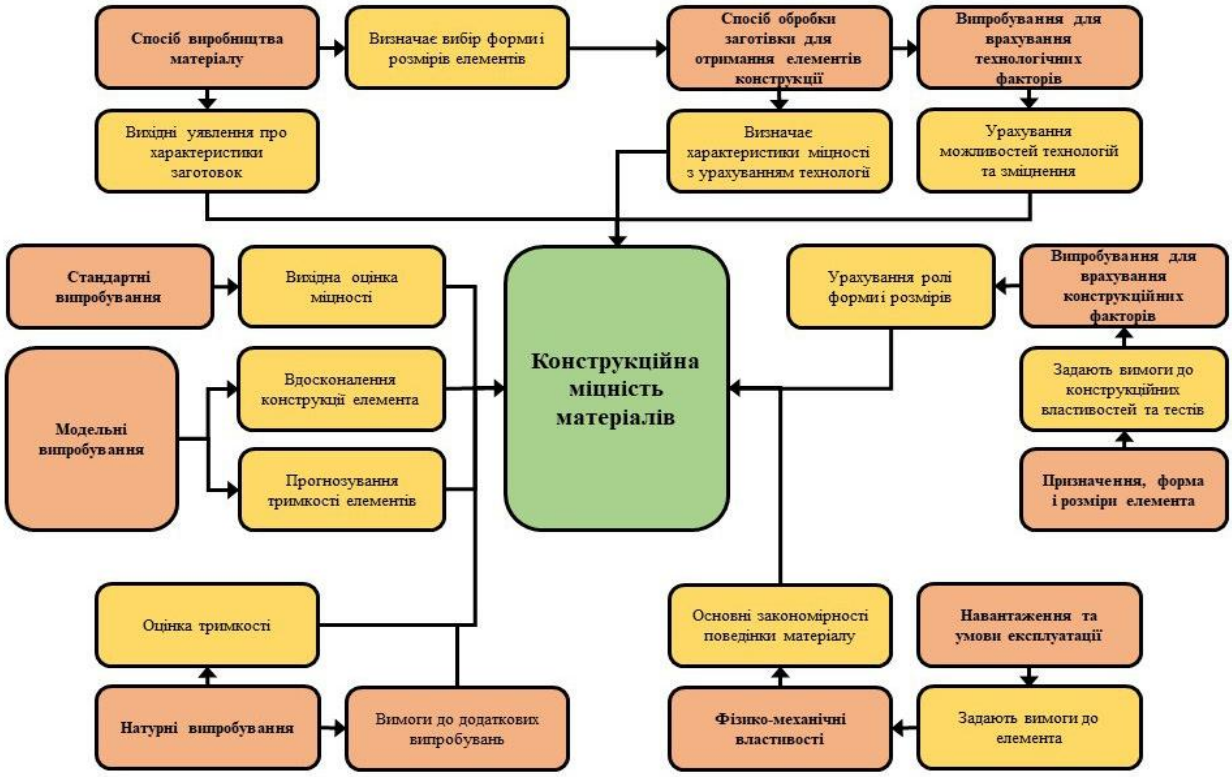



*Рис. 7.2*. Складові, що формують конструкційну міцність, та методики їх визначення

Вплив на міцність матеріалу можна поділити на три групи. Перша з них – властивості матеріалу за заданої швидкості та температури навантаження. Передусім необхідно знати діаграму деформації та зміну властивостей на різних стадіях навантажування. Цей розподіл властивостей можна назвати полем супротиву $\sigma_{оп}$. Друга група – харак-

теристика деталі або зразка. Їх форма та розміри переважно визначають розподіл та вид напружено-деформованого стану. Сукупність напружених станів у різних точках тіла називають полем напружень $\sigma_{\text{н}}$. До третьої групи належать умови навантаження: швидкість та повторюваність навантаження, температура, параметри зовнішнього середовища.

Наскільки у виробі вдається використати характеристики міцності матеріалу можна визначити за допомогою коефіцієнта використання міцності:

$$\theta_{\text{м}} = \frac{\text{дійсна тримкість конструкції}}{\text{тримкість конструкції за заданих умов навантаження і максимального використанні міцності матеріалу}}.$$

Зазвичай $0 < \theta_{\text{м}} < 1$. У реальних конструкціях $\theta_{\text{м}} \leq 0{,}5$. Підвищення коефіцієнта використання міцності досягається як завдяки раціональній зміні виду напруженого стану, так і завдяки зміні властивостей матеріалу виробу. Наприклад, наближення епюр $\sigma_{\text{оп}}$ та $\sigma_{\text{н}}$ може суттєво збільшити $\theta_{\text{м}}$. Для цього, приміром, у конструкціях з тонких труб під внутрішнім тиском зварні шви розміщують спірально, а не прямолінійно.

Найбільш суттєво на конструкційну міцність впливають два фактори:

– складний напружений стан (передусім дво- чи тривісне розтягування);

– неоднорідність полів напружень та деформацій, обумовлена наявністю різного типу концентраторів напружень:

а) конструктивних (отвори, вирізи, галтельні переходи);

б) дефектів металургійного та технологічного походження (непровари, дефекти оброблення поверхні, неметалеві включення);

в) експлуатаційних дефектів (тріщини втоми тощо).

Інші фактори, що викликають відмінності між конструкційною та теоретичною міцністю матеріалів:

– масштабний – відмінності у розмірах і формі лабораторних зразків та реальних деталей;

– градієнт температур в межах однієї деталі виробу;

– наявність у деталей залишкових технологічних напружень за відсутності або іншого їхнього розподілу в лабораторних зразках;

– різна анізотропія властивостей деталей та лабораторних зразків;

– різний стан поверхні деталей та лабораторних зразків;

– вплив зовнішнього середовища;

– різні режими навантаження.

Підвищення рівня конструкційної міцності досягається за допомогою раціональної зміни впливу всіх факторів, які діють на конструкцію. У процесі створення виробу рекомендовано дотримуватися таких загальних правил конструювання:

– уникати високих концентрацій напружень:

а) збільшувати радіуси надрізів та заокруглень;

б) не допускати різких перепадів жорсткості;

в) за можливості зменшувати шорсткість поверхні;

г) не кріпити інші елементи конструкції в зоні дії максимальних напружень;

д) не з'єднувати деталі з істотно різними коефіцієнтами термічного розширення у конструкціях, що працюють за високих температур чи умов змінних температур;

– підвищувати усереднену рівномірність напружень та деформацій:

а) зменшувати концентрацію напружень у зварних швах;

б) здійснювати пластифікуючу обробку поверхонь деталей у зоні концентрації напружень;

в) захищати поверхню від корозії, зношування та інших пошкоджень;

– зменшувати внесок напружень розтягу:

а) не використовувати болтові та клепані з'єднання деталей, що працюють на розтяг;

б) не розтягувати виріб перпендикулярно волокнам, з яких він складається;

в) за можливості заміняти розтягування стисканням в інших напрямках;

– збільшувати різницю між максимальною власною частотою коливань матеріалу та частотою зовнішнього навантаження (для запобігання виникненню умов резонансу);

– зменшити градієнт температур, що діють на одну деталь виробу;

– включити до системи «попереджувальні сигнали» – додаткові елементи конструкції, які розміщують паралельно до найбільш навантажених

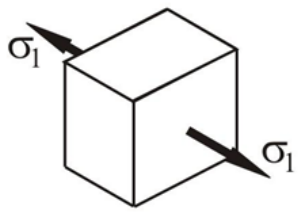
деталей, наприклад уздовж крила літака (якщо у процесі роботи обладнання в такому місці виникає перевантаження, то з ладу виходять додаткові елементи, а відповідна інформація надходить до загальної системи керування; при цьому для перешкоджання руйнуванню основних деталей достатньо змінити параметри навантаження, а не аварійно припиняти дію всієї конструкції, що іноді взагалі є неможливим);

– встановити «вимикачі» – деталі виробу, які в разі перевантаження конструкції виходять з ладу, зупиняючи роботу устаткування (такі елементи є дешевими у виробництві та встановлюються в місцях, де їх заміну можна виконати швидко й без необхідності розбирати велику кількість деталей). Наприклад, таку деталь встановлюють на основній шестерні прокатного стану, щоб завадити подачі на прокатні валки надвисокого навантаження, що може призвести до викривлення їхньої поверхні.

## 7.2 Складний напружений стан

*Складний напружений стан* (СНС) – це такий стан матеріалу, за якого два або три *головні нормальні напруження* є відмінними від нуля.

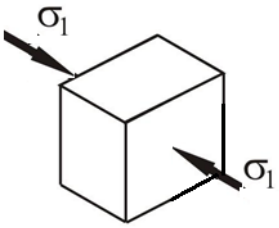
Нагадаємо, що *простий напружений стан* (одновісний) описується одним ненульовим компонентом тензора напружень за головними напрямками (рис. 7.3).




$$\begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

одновісний розтяг

а



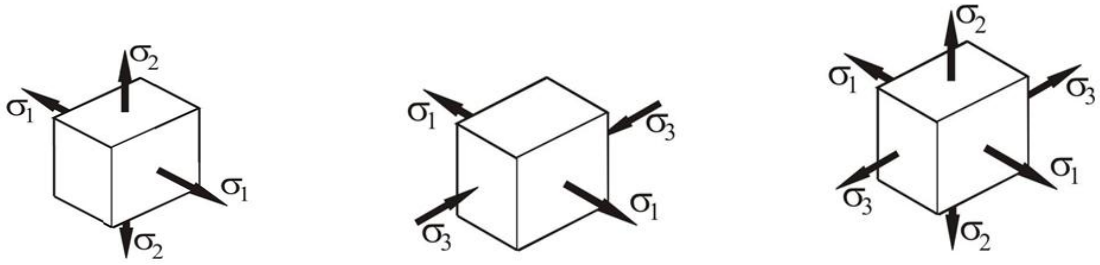

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_1 \end{bmatrix}$$

одновісний стиск

б

*Рис. 7.3.* Схема та вигляд тензора напружень за умов одновісного напруженого стану: а – одновісний розтяг; б – одновісний стиск

Для випадку складного напруженого стану ненульовими є два (*плоский напружений стан*) чи три (*об'ємний напружений стан*) компоненти (рис. 7.4).



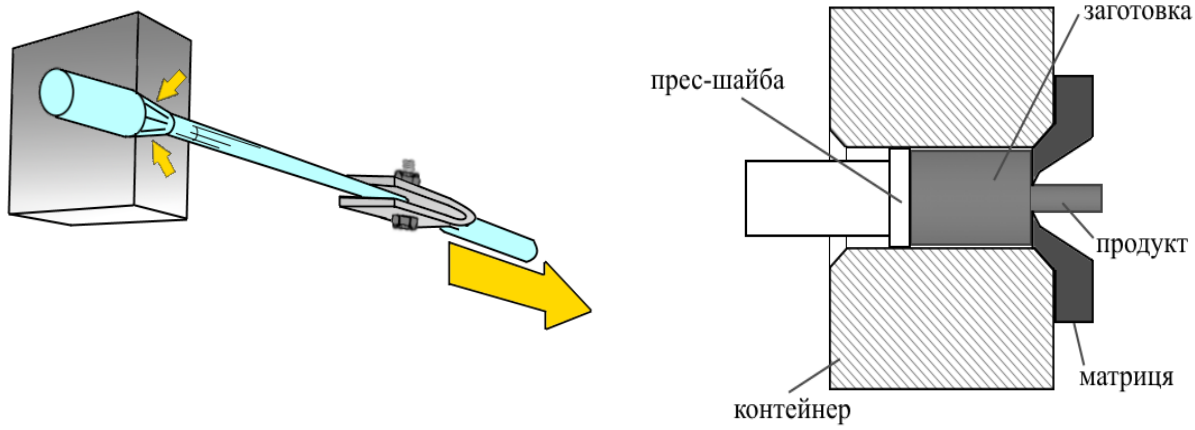

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix}$$

двовісний розтяг | різнойменний напружений стан | об'ємний напружений стан

а б в

*Рис. 7.4.* Схема та вигляд тензора напружень за умов складного напруженого стану: а – двовісний розтяг; б – різнойменний напружений стан; в – об'ємний напружений стан

Прикладом реалізації складного напруженого стану у виробничих процесах можуть бути волочіння (рис. 7.5, а) та пресування (рис. 7.5, б).




а б

*Рис. 7.5*. Приклади реалізації складного напруженого стану у виробничих процесах: а – волочіння; б – пресування

### *7.2.1 Об'ємний напружений стан*

За об'ємного (тривісного) напруженого стану всі складові тензора напружень не дорівнюють нулю і зв'язок між головними напруженнями та напруженнями у вільноорієнтованій площинці описується кубічним рівнянням, корені якого – це головні нормальні напруження:

$$\sigma^3 - I_1\sigma^2 + I_2\sigma, -I_3 = 0, \tag{7.1}$$

де $I_1$, $I_2$, $I_3$ – інваріанти, тобто величини, що не залежать від вибору системи координат. Значення інваріантів можна знайти за формулами

$$\begin{aligned} I_1 &= \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3; \\ I_2 &= \sigma_x\sigma_y + \sigma_y\sigma_z + \sigma_x\sigma_z - \tau_{xy}^2 - \tau_{yz}^2 - \tau_{xz}^2 = \\ &= \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3; \\ I_3 &= \sigma_x\sigma_y\sigma_z + 2\tau_{xy}\tau_{yz}\tau_{xz} - \sigma_x\tau_{yz}^2 - \sigma_y\tau_{xz}^2 - \sigma_z\tau_{xy}^2 = \sigma_1\sigma_2\sigma_3. \end{aligned} \tag{7.2}$$

У цьому разі індекси *1*, *2*, *3* відповідають запису тензора напружень за головними напрямками, а *x*, *y*, *z* – у довільній (*кристалофізичній*) системі координат. Такий запис інваріантів є можливим унаслідок виконання правила постійності суми діючих напружень:

$$\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = const. \tag{7.3}$$

Для узгодження питання взаємодії напружень, що діють за умови складного напруженого стану за всіма трьома напрямками, зазвичай використовують величину, яку називають інтенсивністю напружень та розраховують за формулою (6.20).

### *7.2.2 Плоский напружений стан*

За плоского напруженого стану ненульовими залишаються два головних напруження ($\sigma_1 \neq 0;\ \sigma_2 \neq 0;\ \sigma_3 = 0$). Напружений стан можна описувати як за головними напрямками, так і за допомогою кристалофізичної системи координат (рис. 7.6).

Тоді діючі напруження можна розрахувати за формулами

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \sigma_1 \cos^2\alpha + \sigma_2 \sin^2\alpha; \\ \sigma_y &= \sigma_1 \sin^2\alpha + \sigma_2 \cos^2\alpha; \\ \tau_{xy} &= \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin^2 2\alpha, \end{aligned} \tag{7.4}$$

а напруження в будь-якому напрямку:

$$\begin{aligned} \sigma_\alpha &= \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_z}{2} \cos 2\alpha - \tau_{xz} \sin 2\alpha; \\ \tau_\alpha &= \frac{\sigma_x - \sigma_z}{2} \sin 2\alpha + \tau_{xz} \cos 2\alpha. \end{aligned} \tag{7.5}$$

За плоского напруженого стану також зберігається правило сталої суми діючих нормальних напружень:

$$\sigma_x + \sigma_z = \sigma_1 + \sigma_3 = \sigma_\alpha + \tau_\alpha + \frac{\pi}{2} = const. \tag{7.6}$$

У техніці найчастіше реалізовується рівновісний ($\sigma_1 = \sigma_2$) або нерівновісний ($\sigma_1 \neq \sigma_2$) плоский напружений стан.

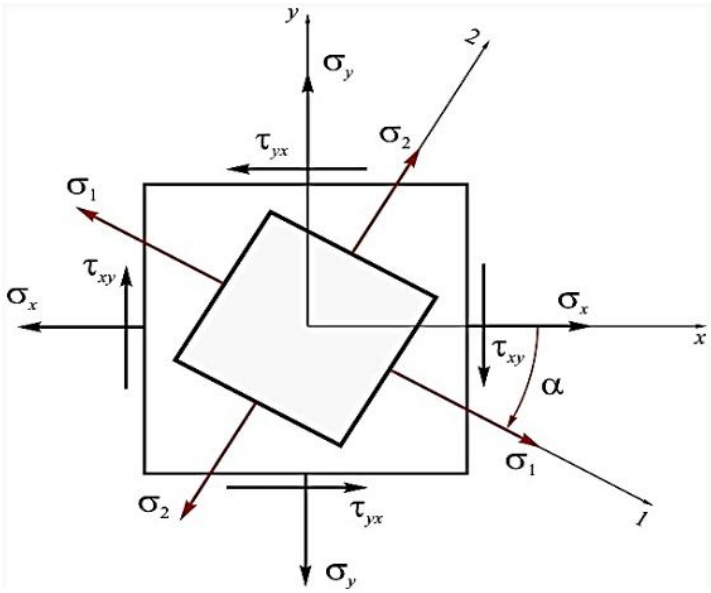



*Рис. 7.6*. Схема розміщення осей у кристалофізичній системі координат (осі *x*, *y*, *z*) та в головних напрямках (осі 1, 2, 3)

Прикладом реалізації плоского напруженого стану можуть бути тонкостінні труби чи кульки з наявністю чи відсутністю внутрішнього тиску (рис. 7.7). При цьому, якщо на кулю діє внутрішній тиск, то зазвичай досягається рівновісний напружений стан.

а

б

в

г

*Рис. 7.7.* Приклади реалізації плоского напруженого стану для кулі (а – без внутрішнього тиску; б – під внутрішнім тиском) та тонкостінної труби (в – без внутрішнього тиску; г – під внутрішнім тиском)

Для тонкостінної труби рівновісний напружений стан реалізується для випадку комбінації внутрішнього тиску та розтягування. Нерівновісний плоский напружений стан буде спостерігатися у трубі, яка перебуває лише під внутрішнім тиском (тоді найчастіше $\sigma_1 = 2\sigma_2$).

## 7.3 Складний деформований стан

За аналогією з напруженим станом, деформований стан також може бути лінійним, плоским чи об'ємним.

### *7.3.1 Об'ємний деформований стан*

*Об'ємний деформований стан* описують кубічним рівнянням, коренем якого є головні видовження:

$$e^3 - \theta_1\sigma^2 + \theta_2 e, -\theta_3 = 0, \tag{7.7}$$

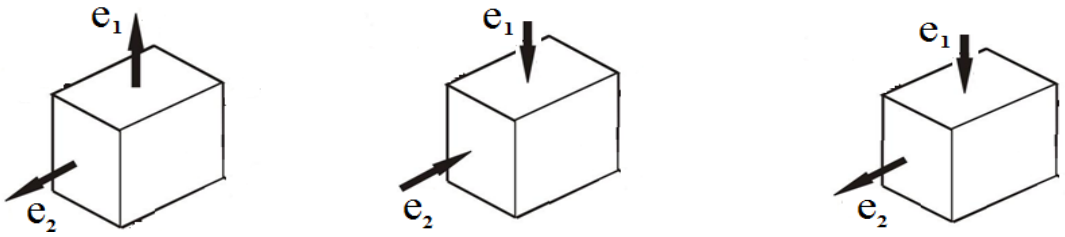
де $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ – інваріанти рівняння деформованого стану:

$$\begin{aligned}
&\theta_1 = e_x + e_y + e_z = e_1 + e_2 + e_3;\\
&\theta_2 = e_x e_y + e_y e_z + e_x e_z - \\
&\quad -1/4(g_{xy}^2 + g_{yz}^2 + g_{xz}^2) = e_1 e_2 + e_2 e_3 + e_1 e_3;\\
&\theta_3 = e_1 e_2 e_3 = e_x e_y e_z + \frac{1}{4(g_{xy}g_{yz}g_{xz} - e_x g_{yz}^2 - e_y g_{xz}^2 - e_z g_{xy}^2)};
\end{aligned} \tag{7.8}$$

$$\theta_1 = \frac{\Delta V}{V}.$$

### *7.3.2 Плоский деформований стан*

Окрім об'ємного деформованого стану, в техніці дуже часто трапляється *плоский деформований стан*. Він може бути як однойменним, так і різнойменним (рис. 7.8).




двовісний розтяг — а

двовісний стиск — б

різнойменний деформований стан — в

*Рис. 7.8.* Схема напрямків деформування за умовиодноймeнного (а, б) і різнойменного (в) плоского деформованого стану

Моделлю реалізації плоского деформованого стану є стіна, що має значну товщину (рис. 7.9, а). У цьому випадку зовнішній тиск за товщиною стіни не змінюється, його можна вважати постійним і зміною поля деформацій за цим напрямком можна знехтувати. Тоді за наявності напружень $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ будуть діяти лише дві деформації – $e_1$ та $e_2$, а деформація $e_3$ буде комбінацією двох попередніх:

$$e_3 = \mu(e_1 + e_2). \tag{7.9}$$

Одновісного (лінійного) деформованого стану в реальних конструкціях не трапляється.

а б

*Рис. 7.9.* Приклади реалізації плоского деформованого стану:
а – товста опорна стіна; б – товстостінні труби

## 7.4 Механічні характеристики матеріалу та виробу за умов складного напруженого стану

За умови *простого напруженого стану* головними характеристиками матеріалу для безпечного використання виробу з нього є опір мікросколу $R_{MC}$ та коефіцієнт в'язкості $K_{\text{В}}$. За умови *складного напруженого стану* перелік критично важливих механічних характеристик матеріалу розширюється. До опору мікросколу та коефіцієнта в'язкості додаються перенапруження та жорсткість напруженого стану.

### *7.4.1 Перенапруження*

Розділимо перше рівняння, що входить до аналітичного критерію мікросколу (6.19), на $\sigma_{\text{Т}}$:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_{\text{Т}}} = \frac{R_{MC}}{\sigma_{\text{Т}}}. \tag{7.10}$$

За визначенням, $\frac{R_{MC}}{\sigma_T} = K_B$ – *коефіцієнт в'язкості*, що характеризує схильність матеріалу за певних умов до опору крихкому руйнуванню. Інша частина рівняння (7.10) є силовою характеристикою напруженого стану:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_T} = Q, \qquad (7.11)$$

де $Q$ – пружне перенапруження.

Фізичний зміст $Q$ – ступінь пружного перенапруження матеріалу над межею плинності, тобто у скільки разів головне напруження розтягу перевищує межу плинності.

За умови простого напруженого стану перенапруження немає, $Q = 1$. За умови складного напруженого стану перенапруження може виникнути й тоді $Q \geq 1$:

– двовісний напружений стан, $1 \leq Q \leq 1{,}4$:

а) рівномірний ($\sigma_1 = \sigma_2, \sigma_3 = 0$) – $Q = 1$;

б) нерівномірний ($\sigma_1 = 2\sigma_2, \sigma_3 = 0$) – $Q = 1{,}15$;

– тривісний напружений стан, $Q \geq 1{,}4$.

Перенапруження виникає також навколо дефектів: чим меншим є радіус на верхівці дефекту, тим більше перенапруження: для сферичного дефекту $Q \approx 1{,}1$, для тріщини $Q \approx 2{,}6$.

### *7.4.2 Жорсткість напруженого стану*

Також складний напружений стан можна охарактеризувати жорсткістю:

$$j = \frac{\sigma_i}{\sigma_1}. \qquad (7.12)$$

За фізичним змістом *жорсткість напруженого стану* характеризується співвідношенням між октаедричним дотичним напруженням $\tau_{окт} = \frac{\sqrt{2}}{3}\sigma_i$, що характеризує дію лише дотичних напружень, та найбільшим нормальним напруженням розтягу $\sigma_1$, яке відповідає за розкриття зародкової тріщини.

За «м'яких» напружених станів $j > 1$, за одновісного розтягу $j = 1$, а за «жорстких» навантажень $j < 1$:

– двовісний стиск – розтяг: $j = 1{,}3$ за $\sigma_1 > 0, \sigma_2 = 0, \sigma_3 = -0{,}5\sigma_1$;

– тривісний розтяг: $j = 0{,}5$ за $\sigma_1 = \sigma_2, \sigma_3 = 0{,}5\sigma_1$ .

Жорсткість напруженого стану обернено пропорційна до пружного перенапруження:

$$j = \frac{1}{Q}. \tag{7.13}$$

Чим вища жорсткість, тим більш ускладненою є плинність, а відповідно, й більше перенапруження. Напруження, за якого почнеться плинність в області з певною жорсткістю, можна розрахувати за формулою

$$\sigma_{\text{T}}^{\text{СНС}} = Q\sigma_{\text{T}} = \frac{\sigma_{\text{T}}}{j}. \tag{7.14}$$

За досить жорстких схем випробувань напруження $\sigma_{\text{T}}^{\text{СНС}}$ може у 2-3 рази перевищити межу плинності й забезпечити умови крихкості навіть для дуже в'язких матеріалів.

## 7.5 Умови крихкості конструкції у складному напруженому стані

Як було показано у темі 6, руйнування буде в'язким, якщо напруження руйнування перевищуватиме межу плинності. Перше рівняння аналітичного критерію мікросколу (6.19) є критерієм крихкості за умов одновісного стану. За умов складного напруженого стану необхідно враховувати пружне перенапруження. Тоді з рівняння (7.10) можна отримати *критерій крихкості матеріалу для певної конструкції*:

$$Q = K_{\text{B}}. \tag{7.15}$$

Це рівняння дозволяє дуже просто оцінити схильність до крихкого руйнування матеріалу із заданим коефіцієнтом в'язкості за умов складного напруженого стану. Якщо проаналізувати рівняння (7.15), то можна констатувати, що за наявності перенапруження крихкий стан конструкції можливий за в'язкого стану матеріалу. Якщо виконується умова $Q < K_{\text{B}}$, то матеріал конструкції буде в'язким за певних умов складного напруженого стану.

## 7.6 Граничні криві плинності та руйнування за умов плоского напруженого стану

Упродовж експлуатації виробу для забезпечення його надійної роботи важливо, щоб робочі навантаження не наближалися до критичних значень, за яких починаються пластична деформація чи руйнування матеріалу. Як вже зазначалося, напруження та деформації, які діють

у кожній точці тіла, задають за допомогою тензорів напружень та деформацій. За умов довільної системи напружень критерій переходу матеріалу до пластичного деформування чи руйнування можна записати у вигляді деякої функції, що залежить від виду складного напруженого стану та характеристик матеріалу:

$$F(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, m_i,) \leq K, \qquad (7.16)$$

де $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ – головні напруження; $m_i$ – константи;

$K$ – критерій міцності, який для кожного випадку має конкретне визначення (максимальне нормальне напруження, максимальне видовження тощо).

Умова (7.16) для випадку граничного навантаження перетворюється на рівняння, яке у тривимірному просторі напружень $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ інтерпретується поверхнею, що обмежує область безпечних станів.

*Граничні криві плинності та руйнування* – це геометричне місце точок, яке відповідає області переходу матеріалу із пружного стану до пластичного або його руйнуванню, при цьому одновісний напружений стан характеризується граничною точкою на осі напруження, двовісний – граничною кривою, тривісний – граничною поверхнею.

Відомо, що граничні умови плинності краще описуються поверхнями обертання, а граничні умови руйнування – багатогранниками.

На сьогодні граничні умови визначають за результатами випробувань тонкостінних трубчастих зразків, які навантажуються внутрішнім тиском та осьовими зусиллями (рис. 7.10).

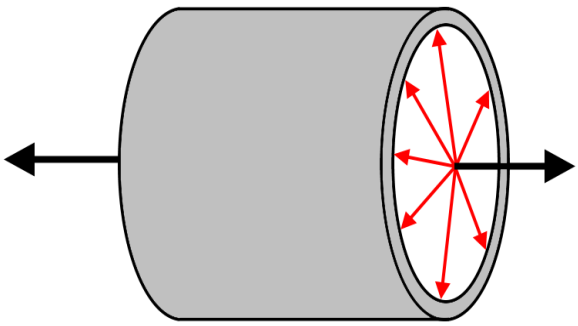


*Рис. 7.10.* Схема навантаження зразка для визначення граничних станів

Найбільш узагальнену граничну теорію руйнування запропонували Г. Галілей, Г. Лейбніц та У. Ренкін. За цією теорією граничний стан спостерігається за умови рівності головних нормальних напружень межі

міцності, яку визначають з найпростіших дослідів:

$$\sigma_c \leq \sigma_1 \leq \sigma_p, \tag{7.17}$$

де $\sigma_c$ та $\sigma_p$ – граничні напруження за умов стискання та розтягування відповідно;

$\sigma_1$ – найбільше нормальне напруження.

Графічно гранична поверхня – це куб, а за умов плоского напруженого стану – квадрат (рис. 7.11). Ця теорія найбільш придатна для опису крихких матеріалів, які руйнуються без попередньої пластичної деформації.

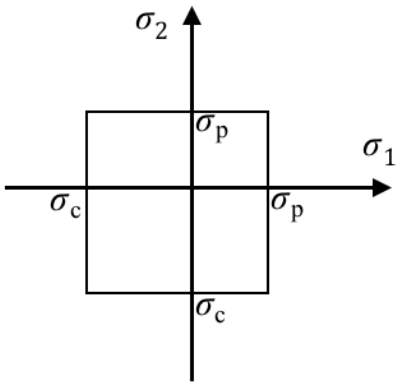



*Рис. 7.11*. Схема граничної поверхні
за теорією Галілея – Лейбніца – Ренкіна

Втім, для пластичних матеріалів граничний стан під час руйнування краще описується багатогранником Кулона. За цією теорією із граничним напруженням руйнування необхідно порівнювати максимальні дотичні напруження:

$$\sigma_c \leq \sigma_1 - \sigma_3 \leq \sigma_p. \tag{7.18}$$

Геометрично така гранична поверхня – це правильна шестигранна призма (призма Кулона) (рис. 7.12).

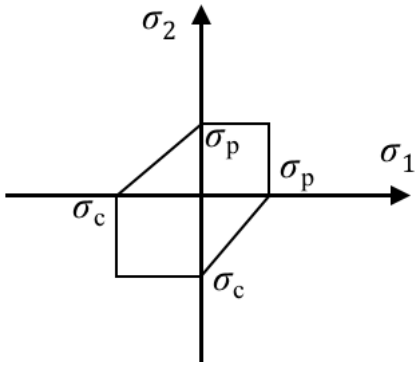



*Рис. 7.12*. Схема граничної поверхні
за теорією Кулона

Математичну інтерпретацію граничної поверхні пластичної деформації вперше запропонували Е. Бельтрамі та Б. Хейг. За теорією Бельтрамі – Хейга руйнування матеріалу настає тоді, коли питома потенціальна енергія досягає певної межі:

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3) = \sigma_т^2. \qquad (7.19)$$

У цьому випадку гранична поверхня – це еліпсоїд обертання із центром на початку координат. До речі, замкнена форма поверхні вказує на непридатність теорії для опису крихких матеріалів.

Те, що матеріали здатні витримувати значні гідростатичні стискання, у подальшому врахував М. Губер, який запропонував для випадку від'ємного *кульового тензора* як критерій міцності обирати не повну потенціальну енергію, а лише енергію формозмінення:

$$(\sigma_1-\sigma_2)^2 + (\sigma_2-\sigma_3)^2 + (\sigma_3-\sigma_1)^2 = 2\sigma_т^2. \qquad (7.20)$$

Надалі Р. Мізес, вивчаючи граничну поведінку матеріалів під час пластичного деформування, визначив, що рівність (7.20) виконується як за додатного, так і за від'ємного кульового тензора. Тому це рівняння називають *умовою Губера – Мізеса для початку плинності* в ізотропних пластичних матеріалах. Найбільш достовірним цей критерій є для матеріалів із ГЦК-ґраткою, тоді як для випадку ОЦК-ґратки – виконується за кімнатних температур. Також його можна задати через інтенсивність напружень у вигляді $\sigma_i = \sigma_т$. Тоді його називають критерієм плинності Мізеса [7.3].

У просторі напружень $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ умова початку плинності визначає поверхню кульового циліндра із рівними кутами нахилу до осей, що описаний навколо призми Кулона. За умов плоского СНС гранична крива має вигляд еліпса (рис. 7.13).

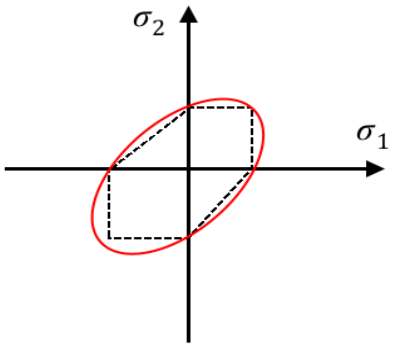



*Рис. 7.13.* Схема граничної кривої за теорією Губера – Мізеса

## 7.7 Критерій крихкого руйнування за умов складного напруженого стану

Для простого напруженого стану крихке руйнування виникає тоді, коли реалізуються умови *мікросколу*. За умов складного напруженого стану для крихкого руйнування необхідне одночасне виконання двох умов:

– критерій плинності Мізеса для зародження тріщини $\sigma_{\text{і}} \geq \sigma_{\text{Т}}$;

– критерій поширення зародкової тріщини Гріффітса $\sigma_1 \geq \sigma_{\text{кр}}$, де $\sigma_{\text{кр}}$ – критичне напруження руйнування за умов складного напруженого стану.

Об'єднання цих двох умов та врахування перенапруження дозволяє отримати *узагальнений критерій крихкого руйнування за умов складного напруженого стану*:

$$\sigma_{\text{і}} \geq \frac{1}{Q}\sigma_{\text{кр}}. \tag{7.21}$$

*Критичне напруження крихкого руйнування за умов СНС* не є постійною величиною для певного матеріалу. Воно залежить від низки факторів, першим з яких є розмір зерна. Критичне напруження руйнування можна визначити за формулою

$$\sigma_{\text{кр}} = K_{\text{р}} d^{-1/2}, \tag{7.22}$$

де $K_{\text{р}}$ – константа руйнування;

$d$ – діаметр зерна.

З рівняння (7.17) можна отримати структурний критерій крихкого руйнування за умов СНС:

$$\sigma_{\text{кр}} = 180\, j\, d^{-1/2}. \tag{7.23}$$

Враховуючи залежність (7.18), можна зробити висновок, що зі збільшенням розміру зерна значення $\sigma_{\text{кр}}$ буде зменшуватися. Для матеріалів з великими зернами крихке руйнування за умов складного напруженого стану полегшується, тому подрібнення зерна перешкоджає крихкому руйнуванню.

Другим фактором є вид напруженого стану та анізотропія матеріалу. Оскільки за умов СНС з'являється додаткове напруження розтягу, критичне напруження $\sigma_{\text{кр}}$ змінюється порівняно з його величиною

за умов одновісного навантажування залежно від інтервалу значень коефіцієнта Пуассона:

– якщо $\mu < 0{,}25$, то $\sigma_{кр}$ зростає до $1{,}5\sigma_{кр}$;

– якщо $0{,}25 < \mu < 0{,}33$, то $\sigma_{кр} \sim const \pm 10$ %;

– якщо $\mu > 0{,}33$, то $\sigma_{кр}$ зменшується до $0{,}6\sigma_{кр}$.

Таким чином, для більшості металевих матеріалів, у яких коефіцієнт Пуассона становить 0,3-0,4, критичне напруження руйнування за умов СНС можна вважати незалежним від виду СНС.

Третім фактором є розмірні параметри надрізів на поверхні виробів. Критичне напруження руйнування зростає зі зменшенням радіуса надрізу, що обумовлене впливом розмірного фактора, цей вплив полягає у значному зменшенні об'єму матеріалу, в якому ініціюється руйнування за малого значення радіуса надрізів, унаслідок чого розвиток руйнування можливий за більших напружень.

І нарешті, мінімальний рівень критичного напруження руйнування за умов СНС дорівнює опору мікросколу $R_{MC}$.

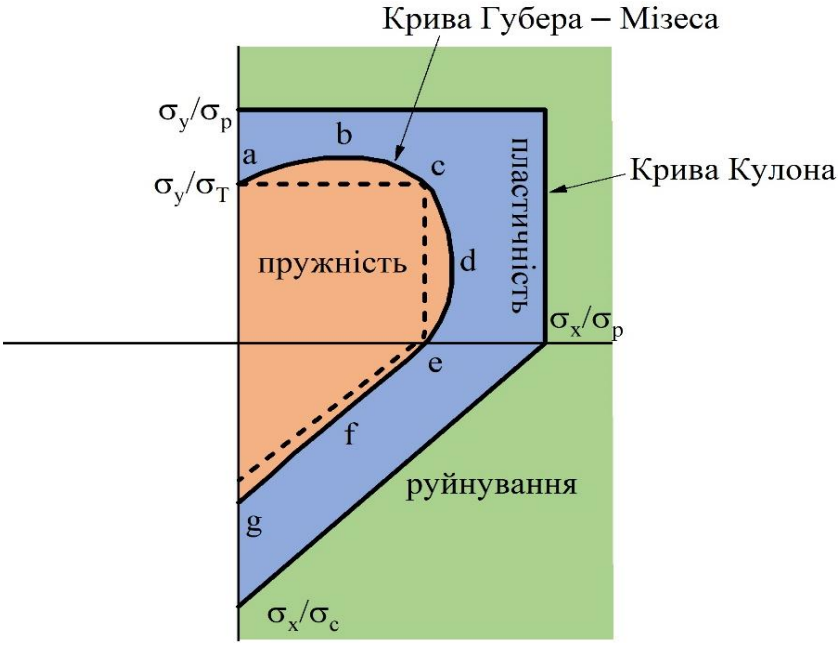
## 7.8 Граничні криві плинності та руйнування за умов перенапруження та градієнта температур

Як було показано в п. 7.4, складний напружений стан викликає в матеріалі перенапруження, яке можна визначити за формулою (7.11): $\frac{\sigma_1}{\sigma_T} = Q$. Крім цього специфіку напруженого стану можна описати за допомогою критерію жорсткості (7.12): $j = \frac{\sigma_i}{\sigma_1}$. Нагадаємо, що за умов одновісного навантажування (наприклад, $\sigma_1 \neq 0$, $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$) перенапруження немає і жорсткість напруженого стану дорівнює одиниці: $j_{1\text{ в.н.}} = 1$. За умов СНС жорсткість буде більшою чи меншою за одиницю залежно від співвідношення напружень стиску та розтягу:

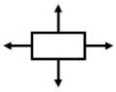
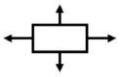
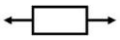
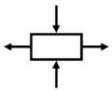
$$j_{2\text{ в.розтяг}}(\sigma_1 > 0,\ \sigma_2 > 0,\ \sigma_3 = 0\ ) < 1;$$

$$j_{2\text{ в.стиск}-\text{розтяг}}(\sigma_1 > 0,\ \sigma_2 = 0,\ \sigma_3 < 0\ ) > 1.$$

Проаналізуємо умови граничного стану для різних видів двовісного навантажування та визначимо ступінь перенапруження. Для цього побудуємо граничні криві в узагальнених координатах (рис. 7.14). Крива Губера – Мізеса обмежує зону пружних напружень, крива Кулона – зону пластичної деформації, а зовнішньою є область руйнування. Позначимо на граничній кривій початку плинності точки, що відповідають різним видам напруженого стану (точки $a$ – $g$ на рис. 7.14).




а

| | | |
|---|---|---|
| точка *a* | | $\sigma_x = 0, \sigma_y > 0$<br>одновісний розтяг<br>$j = Q = 1$ |
| точка *b* | | $\sigma_x > 0,\ \sigma_x < \sigma_y, \sigma_y > 0$<br>двовісний нерівномірний розтяг<br>$Q = 1{,}15; j < 1$ |
| точка *c* |  | $\sigma_x > 0,\ \sigma_x = \sigma_y, \sigma_y > 0$<br>двовісний рівномірний розтяг<br>$j = Q = 1$ |
| точка *d* |  | $\sigma_x > 0, \sigma_x < \sigma_y$<br>двовісний нерівномірний розтяг<br>$Q = 1{,}15; j < 1$ |
| точка *e* |  | $\sigma_x \neq 0, \sigma_y = 0$<br>одновісний розтяг<br>$j = Q = 1$ |
| точка *f* |  | $\sigma_x > 0, \sigma_y < 0$<br>двовісний стиск – розтяг<br>$j = 0{,}6$ |
| точка *g* | | $\sigma_x = 0,\ \sigma_y < 0$<br>одновісний стиск<br>$j = Q = 1$ |

б

*Рис. 7.14*. Граничні області плинності та руйнування
за умов плоского напруженого стану: а – зовнішній вигляд;
б – опис характерних точок

Точка $a$ відповідає одновісному розтягу вздовж вертикальної осі $Y$ ($\sigma_x = 0,\ \sigma_y > 0$), а це означає відсутність перенапруження ($Q = j = 1$). Аналогічна ситуація характерна для точки $e$, лише з тією відмінністю, що розтягування відбувається вздовж горизонтальної осі $X$ ($\sigma_x > 0,\ \sigma_y = 0$). У точці $g$ також діє одновісне навантаження, але оскільки $\sigma_y < 0$, то спостерігатиметься одновісний стиск уздовж вертикальної осі $Y$, який так само не створює перенапруження. У точці $c$ напружений стан двовісний, але $\sigma_x = \sigma_y > 0$, отже відбувається рівномірний двовісний розтяг, який не сприяє виникненню перенапруження (як це показано в п. 7.4.1). У точці $b$ двовісний розтяг є нерівномірним ($\sigma_x > 0,\ \sigma_y > 0,\ \sigma_x < \sigma_y$ ),, тому виникає деяке перенапруження ($Q > 1,\ j < 1$). У точці $d$ ситуація аналогічна точці $b$, з тією відмінністю, що напруження вздовж горизонтальної осі $X$ є більшим ($\sigma_x > \sigma_y$). У точці $f$ напружений стан також є двовісним та нерівномірним ($\sigma_x > 0, \sigma_y < 0, \sigma_x \neq \sigma_y$), але оскільки вздовж вертикальної осі діють напруження стиску, то перенапруження буде відрізнятися від того, що виникає в точках $d$ та $b$ ($Q > 1,\ j > 1$).

Таким чином, з аналізу граничних кривих видно, що навіть за умов СНС перенапруження виникає не завжди, при цьому за величиною жорсткості напруженого стану $j$ оцінювання впливу СНС на матеріал є більш точними, ніж за допомогою перенапруження $Q$.

Граничні криві плинності та руйнування для різних матеріалів різним чином змінюються в результаті коливання температури. Розмір області всередині кривої Кулона зі зниженням температури зменшується, а область всередині кривої Губера – Мізеса, навпаки, зростає. Внаслідок цього за низьких температур зона пластичності зменшується аж до повного зникнення у матеріалах, для яких характерний в'язко-крихкий перехід. Схему таких змін для середньовуглецевих сталей показано на рис. 7.15.

Якщо в'язко-крихкого переходу немає, то процеси зміни розмірів областей всередині граничних кривих відрізнятимуться. Для деяких матеріалів зона пластичної деформації може навіть зростати (рис. 7.16).

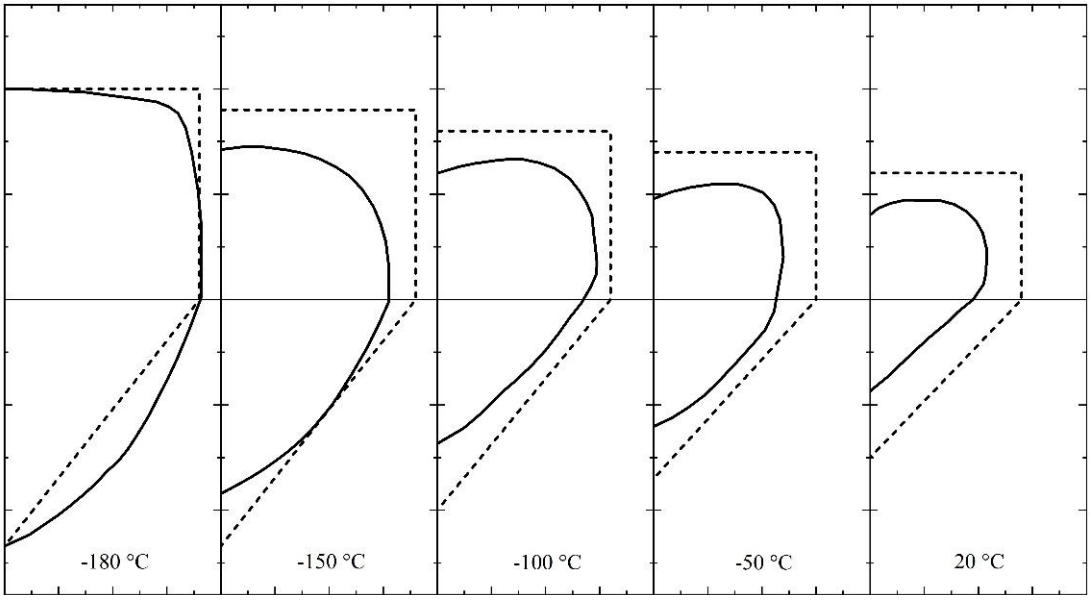



*Рис. 7.15*. Схема температурних змін граничних кривих для середньовуглецевої сталі

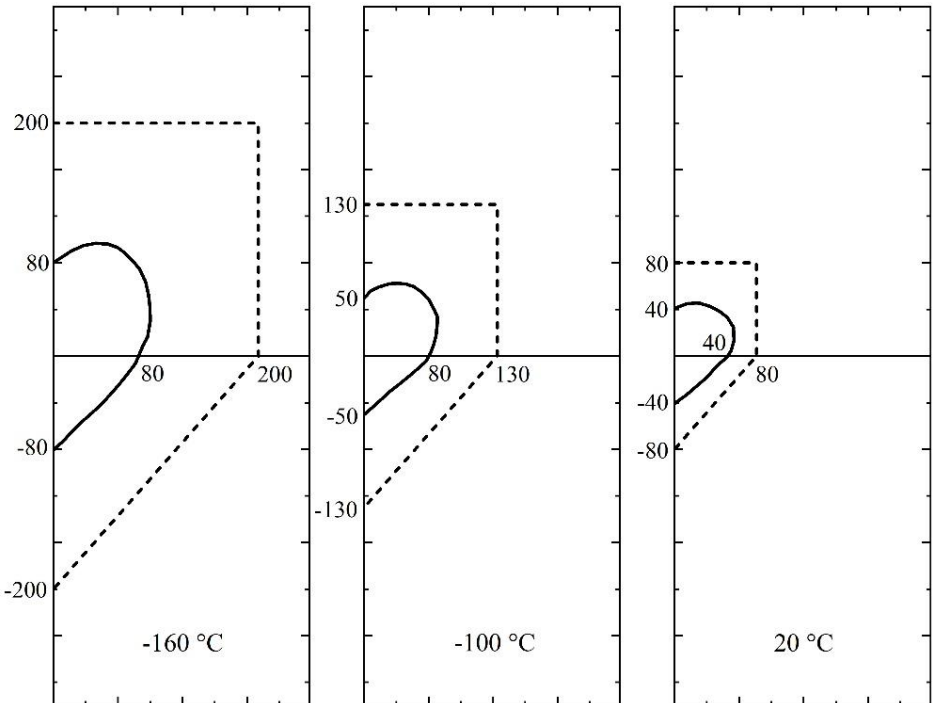



*Рис. 7.16.* Схема температурних змін граничних кривих для хромонікелевої сталі

Отже, після аналізу граничних кривих плинності та руйнування для досліджуваного матеріалу можна робити обґрунтований прогноз щодо можливості його застосування за певних умов експлуатації обладнання.

## 7.9 Експериментальні дослідження та випробування за умов складного напруженого стану

Дослідження матеріалів за умов складного напруженого стану вимагають особливої форми зразків для створення рівномірного напруження в їхній робочій частині.

Для проведення випробувань за умов *тривісного навантажування* використовують зразки кубічної форми (для дослідження впливу напружень стиску) або трубчасті під внутрішнім тиском (для дослідження розтягування) (рис. 7.17). Випробування за умов гідростатичного стискання проводять шляхом занурення зразка у поліграфічну суміш або епоксидний клей.

*Рис. 7.17.* Трубчастий зразок для випробувань під внутрішнім тиском

Зовнішній вигляд відповідних експериментальних установок показано на рис. 7.18.

а

б

*Рис. 7.18*. Експериментальні установки для досліджень за умов тривісного навантажування: а – зовнішній вигляд установки для гідростатичного стискання; б – зовнішній вигляд установки для тривісного навантажування

Зазвичай для створення *плоского напруженого стану* використовують зразки із плоскими гранями. Випробування на розтягування плоских зразків для отримання достовірних результатів проводять на хрестоподібних пластинках (рис. 7.19). Велика кількість отворів на кожній частині хреста забезпечує рівномірне розтягування робочої частини, до якої можна прикріпити тензодатчики для реєстрації деформації.

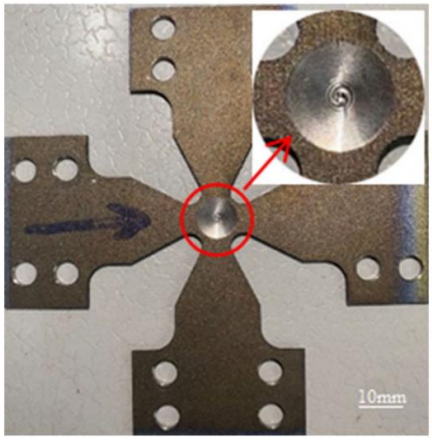



*Рис. 7.19*. Зразок для випробувань
за умови двовісного розтягування

Для створення двовісного напруженого стану використовують установки з реверсорами, кінематичну схему яких зображено на рис. 7.20, а їх зовнішній вигляд – на рис. 7.21.

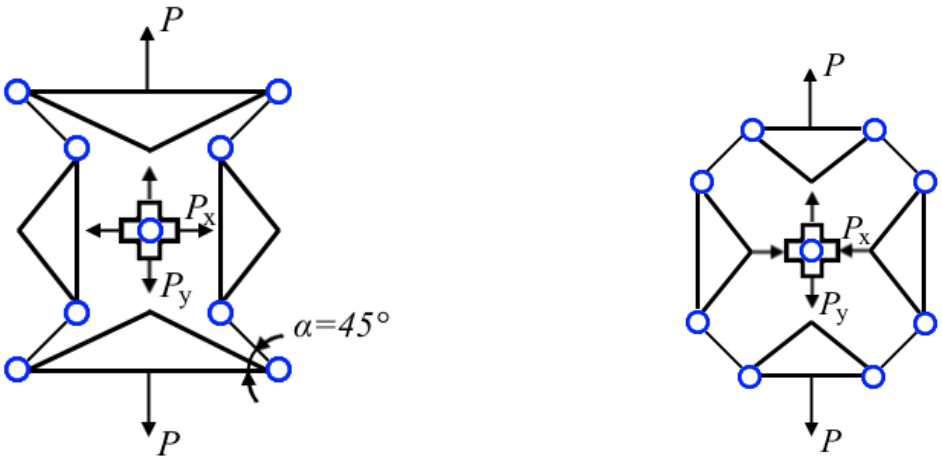
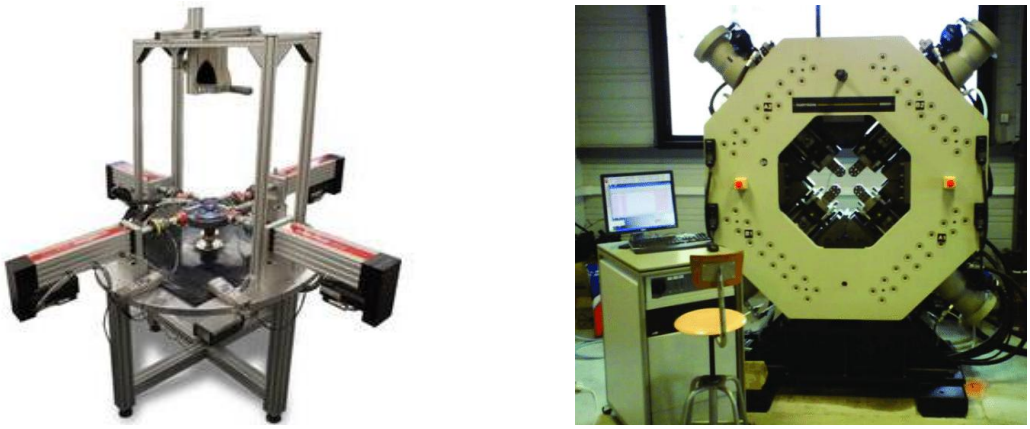



*Рис. 7.20*. Кінематична схема експериментальної установки
для двовісного навантажування плоских зразків:
а – схема двовісного розтягування;
б – схема створення різнойменного навантажування



а б

*Рис. 7.21.* Зовнішній вигляд експериментальних установок для випробування плоских зразків за умов двовісного навантажування: а – з горизонтальним розміщенням зразка; б – з вертикальним розміщенням зразка

Для моделювання напруженого стану за умов роботи реальних конструкцій використовують специфічні випробування. Так, для прогнозування поведінки матеріалу в цистернах, щоб не виготовляти складний виріб, можна використовувати випробування на випучування матеріалу, за якого плоский зразок продавлюють крізь еліпсоїдний отвір з відношенням сторін 0,6 (рис. 7.22, а). Також у процесі проведення натурних випробувань можуть виконуватись дослідження на зминання (рис. 7.22, б), продавлювання (рис. 7.22, в) тощо.

а б в

*Рис. 7.22.* Установки для проведення натурних випробувань: а – випробування на випучування; б – випробування на зминання ажурних конструкцій; в – випробування на продавлювання суцільних конструкцій

## Контрольні запитання та задачі до теми 7

### *Перелік теоретичних запитань*

1. У чому полягає відмінність між лабораторною та конструкційною міцністю матеріалів?
2. Чи може бути міцність матеріалу в конструкції більшою за лабораторну міцність? Чому?
3. Охарактеризувати основні фактори впливу на величину конструкційної міцності.
4. Навести приклади складного напруженого стану.
5. Дорослий тягне за руку дитину. Який вид складного напруженого стану створений у дитячій ручці?
6. У скільки разів може змінитися межа плинності за умов складного напруженого стану порівняно з одновісним навантаженням?
7. Чи може крихко зруйнуватися конструкція з матеріалу, коефіцієнт в'язкості якого дорівнює 1,3? Чому?
8. Чи відбувається в матеріалі в'язко-крихкий перехід, якщо за кріогенних температур граничні криві плинності та руйнування збіглися? Чому?
9. Чи можна використовувати для випробувань на двовісний розтяг зразки, які були виготовлені для одновісних випробувань? Чому?
10. З якою метою проводять натурні випробування?

### *Перелік задач для самостійного опрацювання*

1. Розрахувати межу плинності за умов складного напруженого стану, якщо межа плинності матеріалу становить 500 МПа, тензор напружень у головних напрямках має вигляд $\begin{bmatrix} 12 & 0 & 0 \\ 0 & -7 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$ МПа.
2. Визначити мінімальний рівень критичного напруження руйнування, необхідний для того, щоб матеріал з межею плинності 30 МПа не зруйнувався за умов складного напруженого стану, який заданий тензором $\begin{bmatrix} 150 & 0 & 0 \\ 0 & 50 & 0 \\ 0 & 0 & 30 \end{bmatrix}$ МПа.
3. Розрахувати критичний розмір зерна для матеріалу за умов попередньої задачі.

# Перелік використаної та рекомендованої літератури

***Використана література***

7.1. A Final Farewell to Oil Tankers with Single Hulls [Electron resource]. – Access link : https://response.restoration.noaa.gov/about/media/final-farewell-oil-tankers-single-hulls.html – Назва з екрана.

7.2. Damage from baggage handling vehicle hitting A320 at LGW. [Electron resource]. – Access link : https://www.reddit.com/r/aviation/comments/f87b4/damage_from_baggage_handling_vehicle_hitting_a320/ – Назва з екрана.

7.3. Лебедев А. А. Механические свойства конструкционных материалов при сложном напряженном состоянии / А. А. Лебедев, Б. И Ковальчук, Ф. Ф. Гигиняк, В. П. Ламашевский. – Киев : Изд. дом «Ин Юре», 2003. – 540 с.

***Рекомендована література***

7.4. Розрахунки на міцність стержнів при складному деформуванні : навч.-метод. посіб. / Уклад. : Б. М. Киркач, В. І. Конюхов, В. Л. Хавін, С. Ю. Шергін. – Харків : НТУ «ХПІ», 2010. – 120 с.

7.5. Калюжний В. Л. Випробування малопластичних матеріалів в умовах гідростатичних тисків / В. Л. Калюжний, О. В. Калюжний, В. В Піманов // Вісник Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут», Серія «Машинобудування». – 2009. – № 57. – С. 88–91.

7.6. Мильніков О. В. Опір матеріалів / О. В. Мильніков – Тернопіль : Вид-во ТНТУ, 2010. – 257 с.

7.7. Дяченко С. С. Фізичні основи міцності та пластичності металів : навч. посіб. / С. С. Дяченко. – Харків : Вид-во ХНАДУ, 2003. – 226 с.

# Тема 8 МЕХАНІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ МАТЕРІАЛІВ ЗА УМОВ КОНЦЕНТРАЦІЇ НАПРУЖЕНЬ

## 8.1 Види концентраторів напружень та їх класифікація

*Концентратори напружень* – це локальні різкі зміни однорідності конструкції, що суттєво підвищують рівень напружень.

Усі концентратори можна поділити на три види:

– *конструктивні* – це особливості форми конструкцій (отвори, надрізи, виточки, різкі зміни діаметра тощо);

– *технологічні* – це макродефекти, що виникають у процесі виготовлення виробу (пори, ліквації, дефекти обробки тощо);

– *мікроструктурні* – пов'язані з неоднорідностями будматеріалу або є наслідком експлуатації (пори, мікротріщини, сегрегації домішок).

Конструктивні концентратори порівняно з мікроструктурними є менш небезпечними унаслідок передбачуваності їх дії на матеріал та більшого радіуса вершини концентратора. Їх дію враховують у процесі розроблення та проєктування конструкції. Приклади конструктивних концентраторів показано на рис. 8.1.

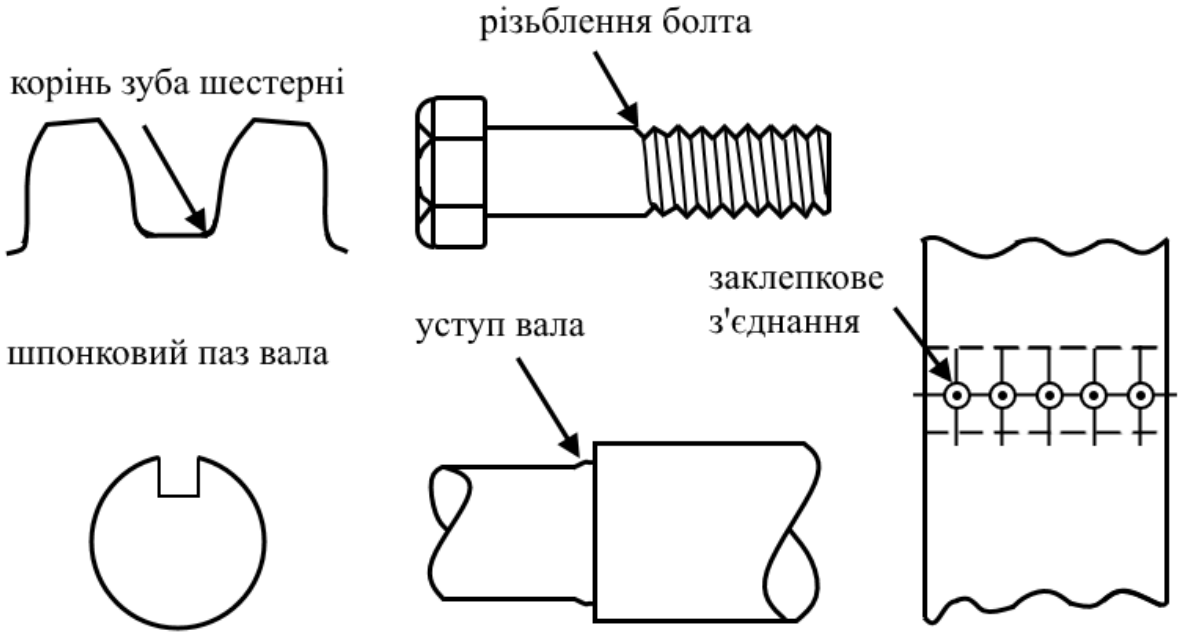



*Рис. 8.1.* Приклади конструктивних концентраторів напружень

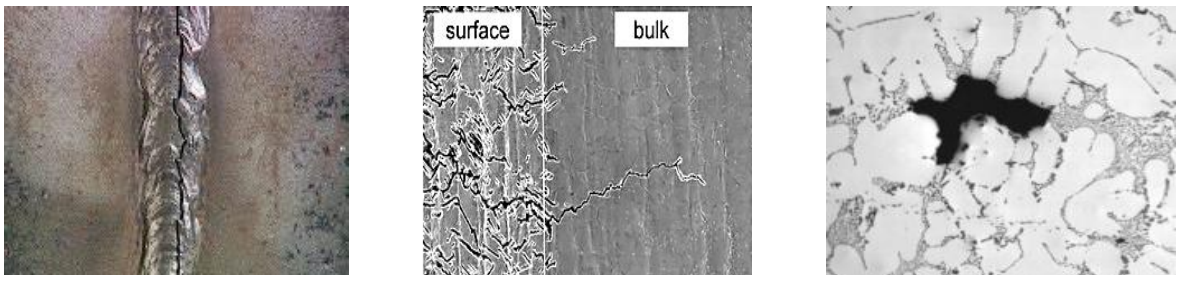
Дію технологічних концентраторів також можна врахувати у процесі створення технології отримання та обробки виробу. Деякі приклади технологічних концентраторів показано на рис. 8.2. У більш загальних (промислових, а не матеріалознавчих) класифікаціях технологічні концентратори відносять до конструктивних, оскільки їх дію так само можна спрогнозувати і врахувати у процесі розроблення технологій виготовлення виробів.

а б в

*Рис. 8.2.* Приклади технологічних концентраторів напружень:
а – зварний шов [8.1]; б – газові раковини [8.2]; в – подряпини,
утворені внаслідок абразивного зношування поверхні виробу [8.3]

Оскільки мікроструктурні концентратори (рис. 8.3) мають випадкову природу, їх вплив досить важко передбачити та врахувати, тому особливого значення набуває жорсткий контроль за дотриманням технологічних режимів виготовлення й оброблення матеріалів, неруйнівний контроль якості готового виробу після виготовлення та у процесі експлуатації.

Наявність концентратора напружень може по-різному впливати на матеріал: крихкі матеріали руйнуються за нижчих навантажень порівняно з теоретичними значеннями для суцільного зразка.




а б в

*Рис. 8.3*. Мікроструктурні концентратори напружень:
а – тріщина біля зварного шва [8.4];
б – розтріскування покриття [8.5]; в – пора [8.6]

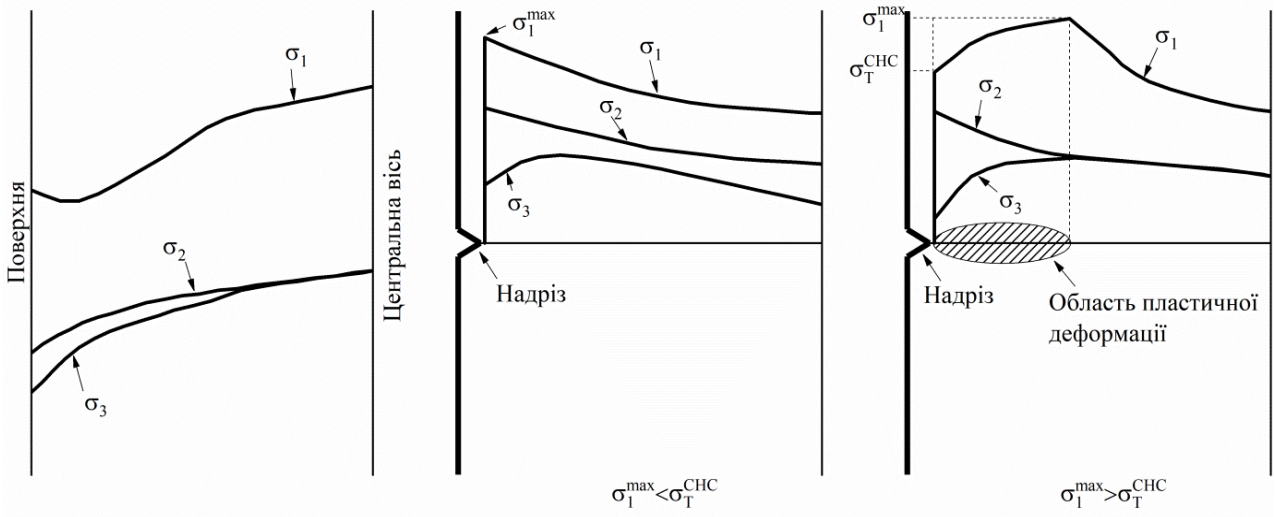
В’язкі матеріали із концентраторами, навпаки, можуть витримати більші навантаження, ніж за відсутності концентраторів. Таку властивість в’язких матеріалів враховують під час конструювання виробів, а для забезпечення вищих робочих навантажень навіть спеціально створюють додаткові конструкційні концентратори напружень.

## 8.2 Розподіл напружень у зразках за наявності та відсутності концентраторів

Вплив концентратора напружень проявляється через суттєвий перерозподіл напружень за перерізом зразка порівняно з тим розподілом, що спостерігається у такому самому зразку, але без концентратора.

Характер змін діючих напружень схематично зображено на рис. 8.4 для циліндричного зразка без концентратора та з концентратором у формі кільцевого надрізу.

У зразках без концентраторів нормальні та дотичні напруження із наближенням до осі зразка поступово збільшуються (рис. 8.4, а), що й обумовлює початок руйнування саме в об’ємних областях (див., наприклад, стадії зародження в’язкої тріщини).




а б в

*Рис. 8.4.* Розподіл напружень у циліндричних зразках:
а – без концентратора; б – з концентратором, без локальної плинності;
в – із концентратором та зоною локальної плинності

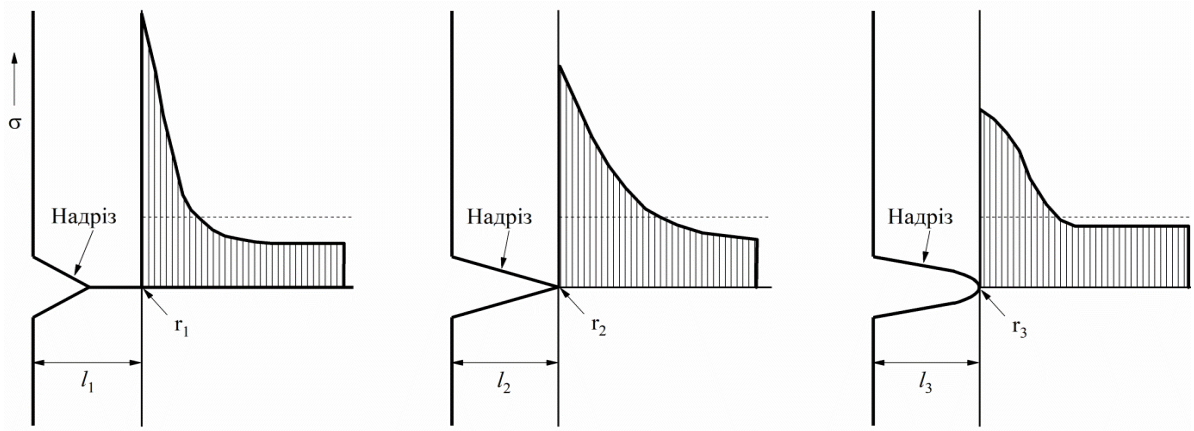
Розподіл напружень у зразках із концентратором залежить від рівня максимальних діючих напружень. Детально його розглянуто раніше у п. 6.2.3. Для всіх випадків у приповерхневих шарах матеріалу до глибини надрізу напруження зменшаться. Максимум напружень спостерігатиметься:

– або на рівні вершини надрізу (рис. 8.4, б),

– або на протилежному від вершини тріщини боці області пластичної деформації (рис. 8.4, в). Це визначається рівнем максимальних напружень $\sigma_1^{max}$ відповідно до рівняння Інгліса (6.1) та величиною межі плинності $\sigma_{\text{T}}^{\text{СНС}}$ (7.14).

Для випадку наявності зони пластичної деформації зародження тріщини за коалесцентним механізмом буде відбуватися саме в місці концентрації напружень.

Оскільки концентрацію напружень біля вершини концентратора визначають, відповідно до рівняння Інгліса, його параметрами, то надрізи однакової глибини, але з різним радіусом вершини, будуть продукувати суттєво різну концентрацію напружень (рис. 8.5).




а б в

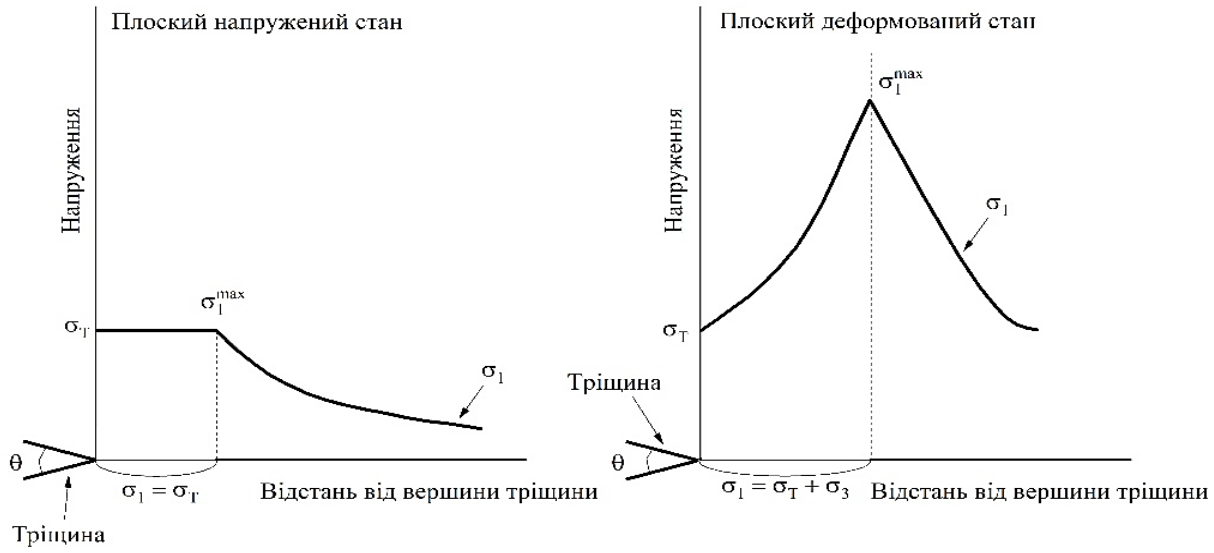
*Рис. 8.5.* Розподіл напружень на вістрі концентратора
залежно від радіуса при його вершині ($l_1 = l_2 = l_3, r_1 < r_2 < r_3$):
а – тріщина (атомно гострий радіус); б – гострий надріз;
в – «м'який» надріз

Але для всіх випадків біля вершини надрізу напруження є набагато вищими, ніж в об'ємі. Крім цього, реалізуються умови складного напруженого стану та виникає перенапруження, що фактично зумовлює передчасне руйнування матеріалу за наявності концентраторів напружень.

## 8.3 Перенапруження в зоні дії концентратора напружень

Розподіл напружень у зоні дії концентратора суттєво залежить від геометрії надрізу та виду напруженого стану. Дж. Нотт у 1978 році встановив теоретичні основи параметрів в'язкості руйнування для випадків плоского напруженого (ПНС) та плоского деформованого (ПДС) станів (рис. 8.6).

За ПНС $\sigma_1^{max}$ обмежене рівнем $\sigma_\text{Т}$, а за ПДС додатково діє ще одне напруження $\sigma_3$, що спричиняє зростання $\sigma_1^{max}$, і максимальний рівень напружень спостерігається на деякій відстані від вершини надрізу, а критерій плинності $\sigma_\text{і} = \sigma_\text{Т}$ також буде виконуватися за більшого напруження.




а б

*Рис. 8.6.* Розподіл напружень поблизу вершини надрізу за умов складного напруженого стану: а – плоский напружений стан; б – плоский деформований стан

Розрахунки критичних параметрів для різних надрізів дозволили з'ясувати, що максимальний рівень діючих напружень можна визначити за формулою

$$\sigma_1^{max} = \sigma_\text{Т}\left(1 + \frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2}\right), \tag{8.1}$$

де $\theta$ – кут розкриття тріщини (у радіанах).

Таким чином, найбільше значення $\sigma_1^{max}$ за умов СНС та абсолютно гострого надрізу буде становити $\sigma_1^{max} = \sigma_\text{Т}\left(1 + \frac{\pi}{2}\right) = 2{,}57\sigma_\text{Т}$. Отже, $Q = 2{,}57$ є максимальним *перенапруженням*, яке можливе за умови СНС.

Як було показано вище, у зразках однакових висоти та ширини за однакового типу концентратора залежно від їх товщини реалізується різний напружено-деформований стан, тому перенапруження також буде різним:

– для плоского напруженого стану ($\sigma_1 > 0, \sigma_2 > 0, \sigma_3 = 0$):

$$Q = \frac{1}{j} = \frac{\sigma_1}{\sigma_i} = \frac{\sigma_1}{\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + {\sigma_1}^2 + {\sigma_2}^2}} \rightarrow Q_{max} = 1{,}15; \qquad (8.2)$$

– для плоского деформованого стану ($\sigma_1 > 0, \sigma_2 > 0, \sigma_3 = \mu(\sigma_1 + \sigma_2)$):

$$Q = \frac{1}{j} = \frac{\sigma_1}{\sigma_i} = \frac{\sigma_1}{\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \mu(\sigma_1 + \sigma_2))^2 + (\sigma_2 - \mu(\sigma_1 + \sigma_2))^2}}. \qquad (8.3)$$

$$\rightarrow Q_{max} = 1{,}7\text{–}2{,}5.$$

## 8.4 Поняття ефективного концентратора напружень

*Ефективним концентратором напружень* називають такий концентратор, за наявності якого максимальні діючі напруження збільшуються до рівня, який забезпечує *повне руйнування* зразка з надрізом.

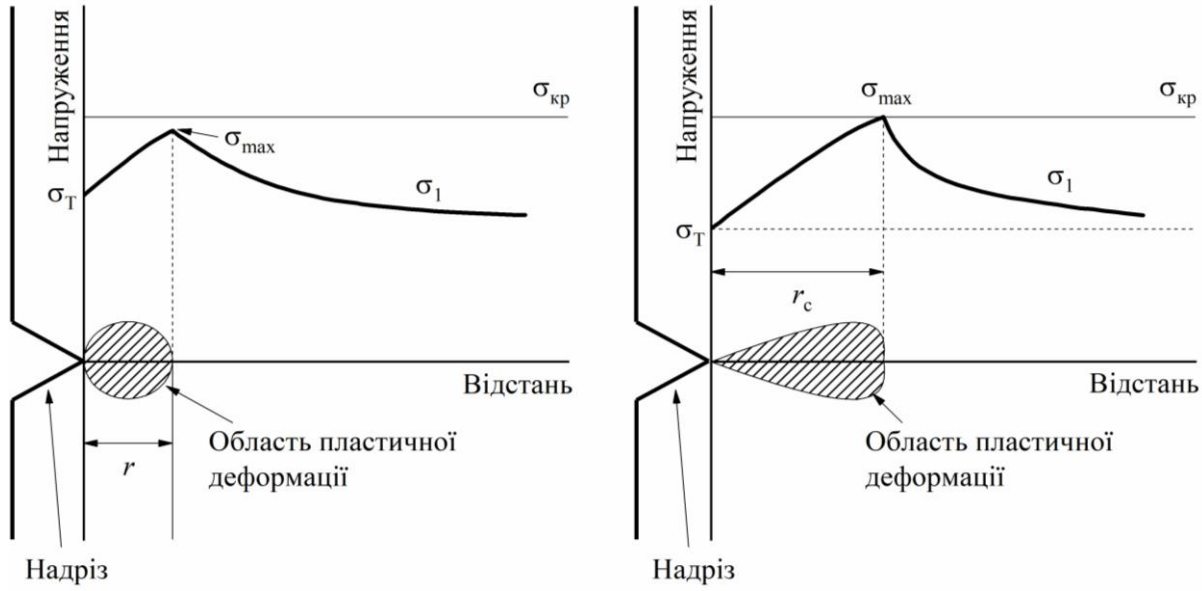
Мікроскол у матеріалі виникає на зовнішній межі зони пластичної деформації біля вершини тріщини. Межа плинності є верхньою межею можливих пружних напружень на вістрі тріщини.

Для крихких матеріалів, якщо максимальне напруження розтягу $\sigma_1^{max}$ досягає значень $\sigma_\text{Т}^\text{СНС}$, то в зоні пластичної деформації на вершині тріщини виникають зародкові тріщини, які поширюються за умови рівності $\sigma_1^{max} = \sigma_\text{кр}$, але для в'язких матеріалів виконується умова $\sigma_\text{Т} < \sigma_\text{кр}$, і, відповідно, $\sigma_1^{max} = \sigma_\text{Т}$. Тому умови для повного руйнування виникнуть лише за наявності перенапруження, яке збільшить межу плинності настільки, що дозволить їй досягти рівня напружень руйнування.

Графічно дію ефективного концентратора показано на рис. 8.7.

Крихке руйнування зразка можливе за умови $\sigma_1^{max} \geq \sigma_\text{кр}$. Якщо надріз недостатньо глибокий, тобто на його вершині створюється ПНС,

перевищення $\sigma_1^{max}$ рівня $\sigma_{\text{Т}}$ може виявитися недостатнім унаслідок незначного перенапруження або підвищеної в'язкості матеріалу. Руйнування від такого концентратора розвиватися не буде і лише для випадку ПДС або більшої жорсткості напруженого стану значення $\sigma_1^{max}$ досягне рівня $\sigma_{\text{кр}}$ і тоді відбудеться руйнування зразка.




а б

*Рис. 8.7.* Зміна рівня діючих напружень у матеріалі за наявності концентратора напружень: а – неефективний концентратор; б – ефективний концентратор

Розмір зони пластичної деформації біля вістря тріщини збільшується зі зростанням ефективності концентратора. *Критичний розмір зони пластичної деформації*, за якого $\sigma_1^{max} = \sigma_{\text{кр}}$, можна знайти з виразу

$$r_{\text{с}} = 0{,}15\left(\frac{K_{IC}}{\sigma_{\text{Т}}}\right)^2, \qquad (8.4)$$

де $K_{IC}$ –тріщиностійкість.

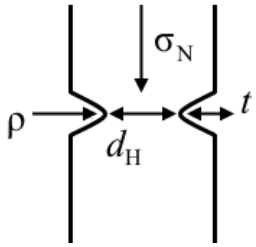
## 8.5 Нейберівський коефіцієнт концентрації напружень

Оскільки у зразках з концентраторами відбувається суттєвий перерозподіл напружень порівняно зі зразками без концентраторів, то інформація щодо характеру такого перерозподілу є надзвичайно важливою. Ступінь перерозподілу та концентрації напружень біля надрізу

визначають Нейберівським *коефіцієнтом концентрації напружень*, який можна розрахувати за формулою (див. також рис. 8.8)

$$K_t = \frac{\sigma_1^{max}}{\sigma_N}, \tag{8.5}$$

де $\sigma_N$ – номінальне напруження, яке діє в мінімальному перерізі зразка.




$\sigma_N$ – номінальне напруження, яке діє в мінімальному перерізі $d_N$ зразка, $t$ – глибина надрізу, $\rho$ – радіус при вершині надрізу

*Рис. 8.8.* Схема до розрахунку Нейберівського коефіцієнта концентрації напружень

Величина Нейберівського коефіцієнта концентрації напружень суттєво залежить від геометрії концентратора (надрізу). Застосовують таку класифікацію надрізів за розмірами:

– малий надріз: $(\frac{2t}{d_N})$ до (0,1 – 0,3);

– середній надріз: $(\frac{2t}{d_N}) \approx$ (0,3 – 1,0);

– великий надріз: $(\frac{2t}{d_N}) \approx$ (0,6 – 3,0).

Для малих надрізів, глибина яких набагато менша за діаметр зразка ($\frac{2t}{d_N} <$ 0,3), Нейберівський коефіцієнт концентрації напружень розраховують за формулою

$$\text{К}_t^{\text{мал}} = 1 + 2\sqrt{\frac{t}{\rho}}. \tag{8.6}$$

Для концентраторів великих розмірів (глибоких) коефіцієнт концентрації залежить від параметрів надрізу більш складним чином:

$$\text{К}_t^{\text{гл}} = \frac{B - \alpha C}{cos V_o} + \frac{B - A}{cos^3 V_o}, \tag{8.7}$$

при цьому $\cos V_o = \sqrt{\frac{\rho}{\alpha+\rho}}$, $\alpha = 2(1-\mu)$, $C = \frac{1+\cos V_o}{2[1+(2-\alpha)\cos V_o + \cos^3 V_o]}$,

$$A = (\alpha - 1)(1 + \cos V_o)C, B = A - C\cos^2 V_o,$$

де μ – коефіцієнт Пуассона;

ρ – радіус біля вершини надрізу;

$t$ – довжина надрізу.

Г. Ужик ретельно проаналізував залежність напруженого стану від параметрів кільцевого концентратора напружень із врахуванням результатів розрахунків Нейбера щодо розподілу напружень в ідеально пружному ізотропному тілі. Виявилося, що характер напружень суттєво залежить від глибини надрізу. За надмалих та надвеликих надрізів напружений стан наближається до лінійного, а найбільш ефективним з точки зору реалізації тривісного напруження є надріз із параметрами $\frac{2t}{d_N} \sim (0{,}3 - 2)$. Для цього випадку можна використовувати інтерполяційну формулу розрахунку:

$$K_t = 1 + \frac{(\mathrm{K}_t^{\text{гл}} - 1)(\mathrm{K}_t^{\text{мал}} - 1)}{\sqrt{(\mathrm{K}_t^{\text{гл}} - 1)^2 + (\mathrm{K}_t^{\text{мал}} - 1)^2}}. \qquad (8.8)$$

Зазвичай на практиці як найбільш *ефективний концентратор* використовують той, для якого $\frac{2t}{d_N} \sim (0{,}3 - 1)$. При цьому можна вважати, що концентрація напружень залежить від радіуса вершини надрізу та не залежить від його глибини.

Схематично зміну рівня Нейберівського коефіцієнта концентрації напружень для малих та глибоких надрізів показано на рис. 8.9.

Як видно з рис. 8.9, якщо параметри надрізу більші за $\frac{2t}{d_N} \sim 0{,}6$, криві збігаються.

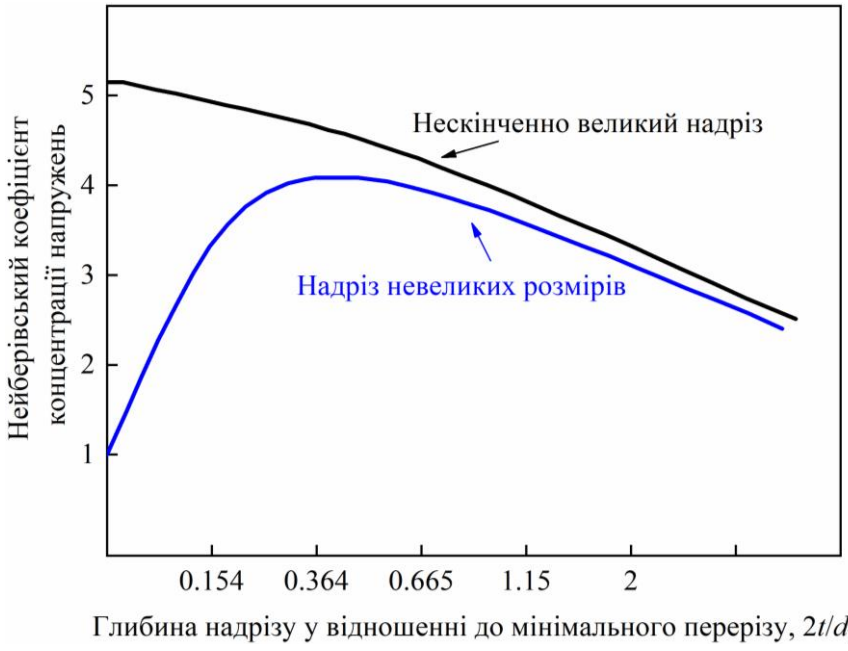



*Рис. 8.9.* Зміна Нейберівського коефіцієнта концентрації напружень біля вершини надрізу
(діаметр зразка 15 мм, радіус вершини надрізу 0,3 мм)

## 8.6 Окрихчувальна дія концентратора напружень

### *8.6.1 Фізична природа окрихчення матеріалу концентраторами напружень*

Унаслідок пластичного деформування в матеріалі виникають *зародкові тріщини*, тому характер руйнування матеріалу у процесі його деформування буде залежати від стійкості цих тріщин. Отже, співвідношення напруження, за якого зародкові тріщини починають зростати, та діючого зовнішнього напруження є макроскопічною характеристикою механічного стану матеріалу:

$$P_S = \frac{\sigma_{\text{кр}}}{\sigma_1^{\text{e}}}, \tag{8.9}$$

де $\sigma_{\text{кр}}$ – критичне напруження крихкого руйнування за умови СНС;

$\sigma_1^{\text{e}}$ – рівень нормальних напружень, що діють у матеріалі, деформованому на ступінь $e_{\text{i}}^{\text{p}}$ (максимальна інтенсивність рівномірної пластичної деформації).

Якщо $P_S > 1$, то зародкові тріщини будуть стійкими і руйнування можливе лише після дуже значної пластичної деформації або внаслідок злиття великої кількості зародкових тріщин. Якщо $P_S \leq 1$, то зародкова тріщина після утворення швидко розвивається із наступним крихким руйнуванням матеріалу. Встановлено, що для ОЦК-металів в інтервалі температур 77 К – 400 К характерний перехід від $P_S \leq 1$ до $1 < P_S \leq 3$, тобто можливе *окрихчення* завдяки концентраторам напружень. Для типових ГЦК-металів в інтервалі температур 1,6 К – 293 К значення $P_S \geq 5$, тому ці матеріали не піддаються окрихченню у зв'язку зі зниженням температури, підвищенням швидкості деформування або наявністю концентраторів напружень.

Зазвичай напруження $\sigma_1^{\text{e}}$ розраховують за формулою

$$\sigma_1^{\text{e}} = Q\sigma_{\text{T}}\left(\frac{e_{\text{i}}^{\text{p}}}{e_{\text{T}}}\right)^n, \tag{8.10}$$

де $\sigma_{\text{T}}$ та $e_{\text{T}}$ – межа плинності й величина залишкової деформації, яка їй відповідає;

$e_{\text{i}}^{\text{p}}$ – інтенсивність рівномірної пластичної деформації;

$n$ – показник деформаційного зміцнення.

Величина *критичного напруження крихкого руйнування* залежить не лише від мікроструктури матеріалу, але й від локальної деформації та виду напруженого стану. Вона змінюється нелінійно, досягаючи мінімального значення за температури в'язко-крихкого переходу (майже збігаючись з величиною $R_{MC}$ зразка без концентратора за умов одновісного розтягу), тому логічно визначати $\sigma_{\text{кр}}$ саме через опір мікросколу:

$$\sigma_{\text{кр}} = K_{ss} R_{MC}, \tag{8.11}$$

де $K_{ss}$ – коефіцієнт, який характеризує вплив напружено-деформованого стану.

Підставляючи знайдені вирази у рівняння (8.9), отримуємо:

$$P_S = \frac{\sigma_{\text{кр}}}{\sigma_1^{\text{e}}} = \frac{K_{ss}}{Q\left(e_{\text{i}}^{\text{p}}/e_T\right)^n} \frac{R_{MC}}{\sigma_{\text{T}}} = \frac{K_{\text{B}}}{E_m}, \tag{8.12}$$

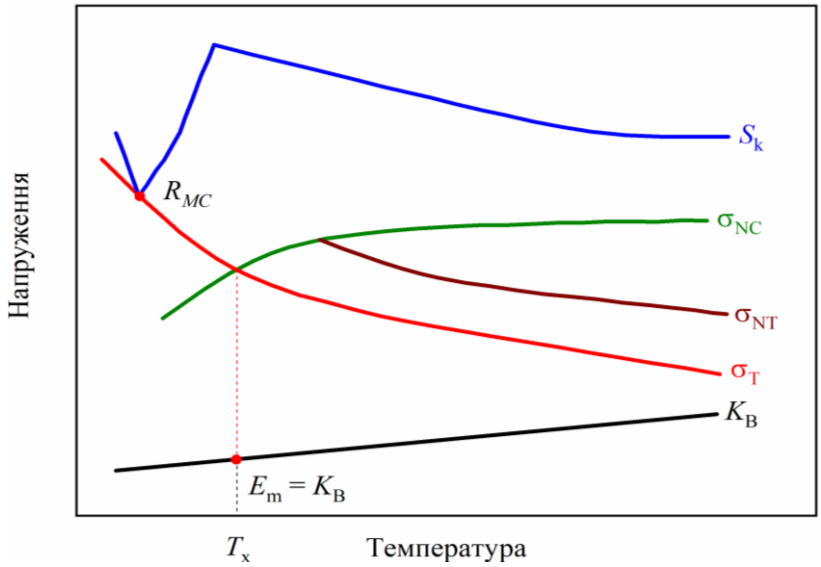
де $E_m = \frac{Q\left(e_{\text{i}}^{\text{p}}/e_{\text{T}}\right)^n}{K_{ss}}$ – окрихчувальна дія концентратора напружень.

Фізичний зміст *окрихчувальної дії концентратора напружень* $E_m$ характеризує, у скільки разів зменшується рівень в'язкості в області дії концентратора напружень по відношенню до $K_{\text{B}}$ матеріалу за умови одновісного навантаження за напруження $\sigma_{\text{T}}$.

Згідно з формулою (8.12) руйнування за одновісного навантаження матеріалу без концентратора після досягнення межі плинності ($e_{\text{i}}^{\text{p}} = e_{\text{T}}$) відбувається за умови $K_{\text{B}} = 1$. У вершині концентратора напружень $E_m > 1$, тому крихке руйнування буде спостерігатися для в'язких матеріалів. Якщо $K_{\text{B}}$ матеріалу вище рівня $E_m$, то в такому випадку наявність концентратора не викликає руйнування за заданої величини залишкових деформацій $e_{\text{i}}^{\text{p}}$.

Експериментально величину $E_m$ визначають за результатами випробувань стандартних зразків на одновісний розтяг (рис. 8.10).

При цьому спочатку будують температурні залежності межі плинності зразка без концентратора та коефіцієнта в'язкості. Після цього проводять випробування зразків з концентратором та визначають температуру холодноламкості $T_{\text{x}}$, за якої напруження руйнування зразка з концентратором дорівнює межі плинності: $\sigma_{NC} = \sigma_{\text{T}}$. Значення $K_{\text{B}}$ за цієї температури й дорівнює окрихчуючій дії концентратора напружень.




$\sigma_{NC}$ – температурна залежність напруження руйнування зразка з концентратором,
$\sigma_T$ – температурна залежність межі плинності зразка без концентратора,
$\sigma_{NT}$ – температурна залежність межі плинності зразка з концентратором,
$K_B$ – температурна залежність коефіцієнта в'язкості

*Рис. 8.10.* Схема експериментального визначення окрихчуючої дії концентратора напружень

### *8.6.2 Окрихчення матеріалу конструктивними концентраторами напружень*

Конструктивні концентратори різного типу майже завжди наявні у матеріалі, тому визначення рівня в'язкості, необхідного для безпечної роботи того чи іншого виробу, є вкрай важливим. Розв'язання цієї задачі можливе в результаті визначення $E_m$ за умови $\sigma_N = \sigma_T$ ($\sigma_N$ – номінальне напруження, що діє в мінімальному перерізі).

Окрихчувальна дія конструктивного концентратора пов'язана з *Нейберівським коефіцієнтом концентрації напружень* виразом

$$E_m = \frac{Q}{K_{ss}}\left[K_t^2\left(\frac{\sigma_N}{\sigma_T}\right)^2\right]^{\frac{n}{n+1}}. \qquad (8.13)$$

Для більшості конструктивних концентраторів $K_t < 3$, $Q \le 1{,}15$, $K_{ss} \approx 1$, тому окрихчення зразка конструктивним концентратором на межі плинності можна розрахувати за формулою

$$E_m = 1{,}15K_t^{\frac{2n}{n+1}}. \qquad (8.14)$$

Експериментальні дослідження багатьох металевих матеріалів виявили, що конструктивний концентратор не спричиняє крихкого руйнування зразка, якщо значення $K_B$ матеріалу буде більшим за 1,4.

### *8.6.3 Окрихчення матеріалу макротріщинами*

Загальний матеріалознавчий підхід дозволяє за формулою (8.14) прогнозувати окрихчувальну дію конструктивного концентратора будь-якого типу. Втім, окрихчувальна дія *тріщини* (мікроструктурного концентратора) залежить від низки додаткових параметрів, тому її визначають таким чином:

$$E_m = \sigma_i(\theta, n)\frac{Q}{K_{ss}}\left[\frac{1-\mu^2}{I(n)}\right]^{\frac{n}{n+1}}\left[Y\pi\left(\frac{\sigma_N}{\sigma_T}\right)^2\right]^{\frac{n}{n+1}}\left(\frac{l}{X_c}\right)^{\frac{n}{n+1}}, \qquad (8.15)$$

де $\sigma_i(\theta, n)$ – функція інтенсивності напружень, що залежить від кута розкриття тріщини та схильності до деформаційного зміцнення;

$I(n)$ – функція деформаційного зміцнення; $\mu$ – коефіцієнт Пуассона;

$Y$ – коефіцієнт тарування, який враховує розміри зразка та геометрію тріщини;

$l$ – довжина тріщини;

$X_c$ – характеристична відстань від вершини тріщини до місця зародження зародкової тріщини.

Аналізуючи вираз (8.15) можна дійти висновку, що *окрихчення* тріщиною, так само, як і конструктивним концентратором, залежить від виду напруженого стану ($Q$), ступеня розвитку локальної плинності $\left(\frac{\sigma_N}{\sigma_T}\right)^2$, схильності до деформаційного зміцнення ($n$), відносної довжини тріщини $\left(\frac{l}{X_c}\right)$, що є аналогом Нейберівського коефіцієнта концентрації напружень.

Для більшості металевих матеріалів можна вважати складові формули (8.15) рівними: $\sigma_i\left(\theta = 0, n\right) = 0{,}74$; $\sigma_i\left(\theta = 0, n\right) = 0{,}74$; $I\left(n\right) = 4{,}71$; $Q = 3$; $K_{ss} = 1{,}7$; $0{,}05 < n < 0{,}15$.

Як і для конструктивного концентратора, окрихчувальна дія однієї й тієї самої тріщини збільшується з ростом схильності до деформаційного зміцнення (рис. 8.11).

За значень $\frac{l}{X_c} \leq (200 - 400)$ спостерігається інтенсивний ріст $E_m$. Зі зменшенням $n$ перехід до пологої ділянки залежності $E_m = f\left(\frac{l}{X_c}\right)$ починається за меншої довжини тріщини. За умови, що $\frac{l}{X_c} \geq (200 - 400)$, величину $E_m$ можна вважати постійною.

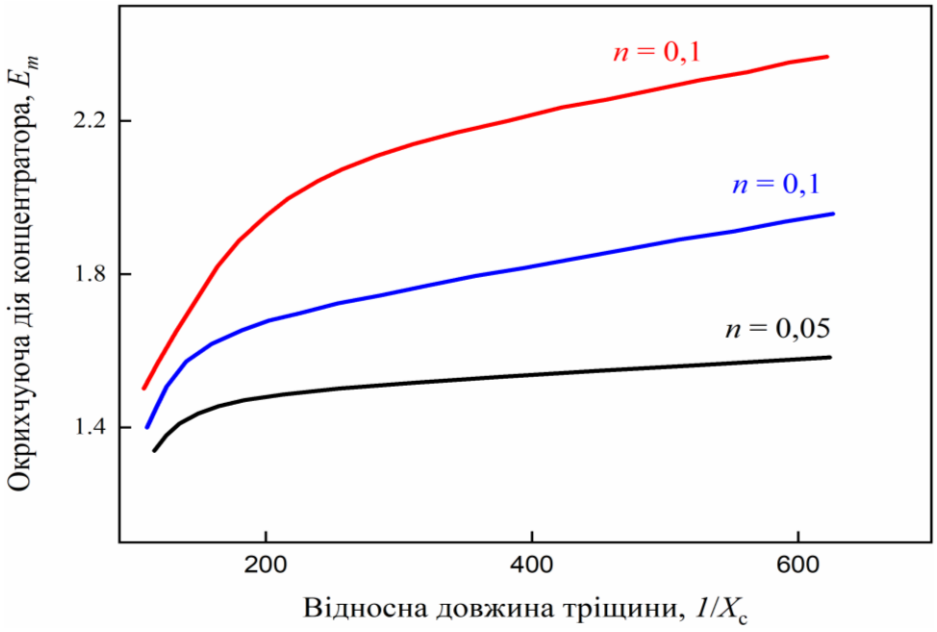



*Рис. 8.11.* Залежність окрихчуваної дії концентратора напружень від відносної довжини тріщини

## Контрольні запитання та задачі до теми 8

***Перелік теоретичних запитань***

1. Концентратори напружень якого типу характерні для різних конструкцій?
2. Навести приклад концентраторів кожного типу (бажано не лише ті, які наводилися в тексті).
3. Чому максимум напружень для зразка з концентратором напружень спостерігається не на поверхні?
4. Для випробувань на тріщиностійкість підготували зразки однакового розміру з *V*-концентратором (Менаже), *U*-концентратором (Шарпі) та *T*-концентратором (із тріщиною). Чи будуть різнитися напруження на вістрі концентраторів за умов однакового зовнішнього навантаження?
5. Більше перенапруження виникне за умов плоского напруженого чи плоского деформованого стану матеріалу? Чому?
6. У тонкій та товстій стінах з’явилося по зовнішній мікротріщині однакового розміру. Яку стіну вони більш імовірно зруйнують?
7. Дві однакові деталі виготовлено з одного матеріалу, але з різним розміром зерна. Термін експлуатації якої деталі буде більшим? Чому?

8. Яку інформацію щодо матеріалу та зразка із нього треба мати для визначення величини Нейберівського коефіцієнта концентрації напружень?

9. Який концентратор напружень вважають ефективним? Чому?

10. Матеріали з яким типом кристалічної ґратки легше піддаються крихкому руйнуванню в результаті зниження температури експлуатації? Чому?

11. Чи сприяє окрихченню матеріалу концентраторами напружень збільшення коефіцієнта в'язкості матеріалу? Чому?

12. Яким чином з ростом залежності $K_{\text{В}}$ від температури змінюється ширина температурного інтервалу, в якому дія $E_m$ може спричинити руйнування зразка?

13. Чи змінюється $E_m$ для конструктивного концентратора? А для тріщини? Чому?

***Перелік задач для самостійного опрацювання***

1. Розрахувати максимальне напруження, що виникає на вершині концентратора у сталі 65, якщо кут розкриття тріщини дорівнює 70°, а межа плинності – 846 МПа.

2. Визначити розмір зерна сталі 65 з попередньої задачі, якщо заданий концентратор вважати ефективним.

3. Оцінити ефективність концентратора у сталі 50 з діаметром зерна 150 мкм, якщо максимальне напруження на його вістрі становить 1400 МПа.

4. Розрахувати розмір зони пластичної деформації біля вістря ефективного концентратора в матеріалі з тріщиностійкістю $50\ \text{МПа} \cdot \text{м}^{1/2}$, якщо його межа плинності становить 600 МПа.

5. Розрахувати Нейберівський коефіцієнт концентрації напружень, що виникає в латуні ЛАЖ 60-1-1 за наявності концентратора завглибшки 2,2 мкм та з радіусом при вершині 0,3 мм. Визначити мінімальний діаметр циліндричного зразка, за якого розмір цього концернтратора можна вважати малим.

6. Порівняти ступінь небезпеки конструктивних концентраторів напружень у латуні різних марок, якщо задано такі параметри: глибина надрізу $t$, радіус вершини ρ, коефіцієнт в'язкості $K_{\text{В}}$.

| Матеріал | ЛС59-1 | ЛАЖ60-1-1 |
|---|---|---|
| $t$, мм | 2,5 | 2,2 |
| ρ, мм | 0,45 | 0,3 |
| $K_{\text{В}}$ | 3,03 | 2,85 |

7. Розрахувати окрихчувальну дію концентратора напружень для матеріалів з попередньої задачі, якщо показник деформаційного зміцнення для ЛАЖ60-1-1 становить 0,2, а для ЛС59-1 – 0,19. Який концентратор є більш небезпечним?

8. Чи призведе концентратор з попередньої задачі до руйнування латуні ЛАЖ60-1-1, якщо її коефіцієнт в'язкості $K_{\text{В}} = 2{,}85$?

## Перелік використаної та рекомендованої літератури

### *Використана література*


8.1. 22 possible causes of weld metal porosity [Electron resource]. – Access link : https://www.thefabricator.com/thefabricator/article/arcwelding/ 22 possible causes of weld metal porosity (thefabricator.com). – Назва з екрана.

8.2. Improving Work Conditions and Preventing Penetration, Gas Defects [Electron resource]. – Jan. 1. – 2019 / FOUNDRY: Management & Technology. – Access link : Improving Work Conditions and Preventing Penetration, Gas Defects | Foundry Management & Technology (foundrymag.com). – Назва з екрана.

8.3. Soleimani H. Tribological aspects of wheel–rail contact: a review of wear mechanisms and effective factors on rolling contact fatigue / H. Soleimani, M. Moavenian // Urban Rail Transit. – 2017. – Vol. 3. – P. 227–237.

8.4. Welding Imperfections according to BS EN ISO 6520-1 [Electron resource]. – Access link: https://learnweldinginspector.blogspot.com/2016/06/welding-imperfections-according-to-bs.html. – Назва з екрана.

8.5. Thermal Mechanical Technical Background [Electron resource]. – Access link: https://www.efatigue.com/hightemp/background/tmf.html. – Назва з екрана.

8.6. Timelli G. Influence of process parameters and Sr addition on the microstructure and casting defects of LPDC A356 alloy for engine blocks / G. Timelli, D. Caliari, J. Rakhmonov // Journal of Materials Science & Technology. – 2016. – Vol. 32. – Iss. 6. – P. 515–523.

***Рекомендована література***

8.7. Shigley J. E. Mechanical Engineering Design / J. E. Shigley, Ch. R. Mischke, R. Gordon Budynas. – McGraw Hill Professional, 2003. – 1030 p.

8.8. Дяченко С. С. Фізичні основи міцності та пластичності металів : навч. посіб. / С. С. Дяченко. – Харків : Вид-во ХНАДУ, 2003. – 226 с.

8.9. Механика и физика квазихрупкого разрушения поликристаллических металлов в условиях концентрации напряжений. Сообщение 3. Вязкость металлов и сплавов / С. А. Котречко, Ю. Я. Мешков, Г. С. Меттус, Д. И. Никоненко // Проблемы прочности. – 2000. – № 1. – С. 72–92.

8.10. Murakami Yu. Theory of elasticity and stress concentration / Yu. Murakami. – John Wiley & Sons, 2016. – 472 p.

# Тема 9 МЕТОДИ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ СИЛОВОЇ НАДІЙНОСТІ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ

Є два основні шляхи забезпечення надійності силових елементів конструкцій:

– оптимізація умов експлуатації виробу;

– оптимізація механічних властивостей матеріалу.

Ці аспекти взаємопов'язані, а оскільки для розрахунків граничних навантажень треба знати рівень механічних характеристик матеріалу, то проблеми забезпечення надійності роботи конструкцій вимагають комплексного розв'язання (рис. 9.1). З точки зору матеріаломнавства завдання полягає у створенні матеріалів із наперед заданим комплексом експлуатаційних властивостей.

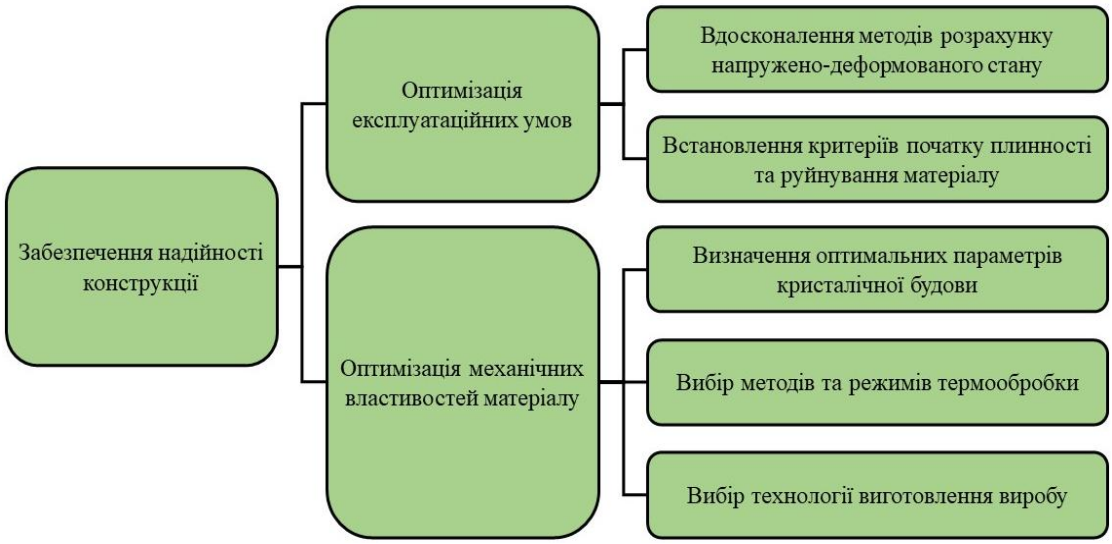



*Рис. 9.1.* Схема забезпечення надійності експлуатації конструкції

## 9.1 Коефіцієнт запасу міцності

Скорочення запланованого терміну експлуатації конструкції зазвичай обумовлено двома основними факторами:

– пластичною деформацією деталей (рис. 9.2, а);

– крихким руйнуванням елементів конструкції (рис. 9.2, б).

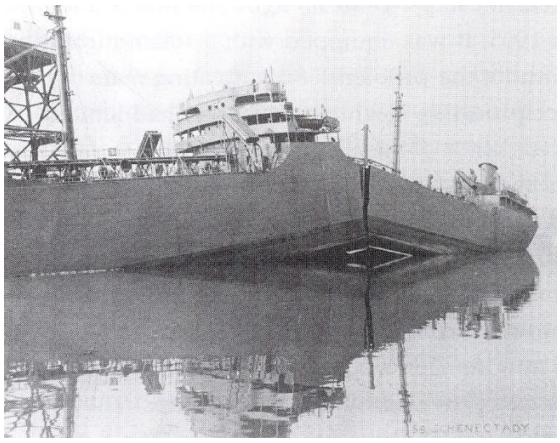
Перша проблема вирішується призначенням дійсного *коефіцієнта запасу міцності*:

$$K_{\text{зм}} = \frac{\sigma_{\text{гр}}}{\sigma_0}, \tag{9.1}$$

де $\sigma_{\text{гр}}$ – граничні (небезпечні) напруження;

$\sigma_0$ – реально діючі напруження.

а



б

*Рис. 9.2.* Деталі, що вийшли з ладу внаслідок:
а – пластичної деформації [9.1]; б – крихкого руйнування [9.2]

Для пластичних матеріалів *граничним напруженням* є межа плинності, для крихких – межа пропорційності, у деяких випадках можна використовувати також і межу довготривалої міцності. Зазвичай коефіцієнт запасу міцності становить від 1,25 до 4. Для виробів, що працюють за особливо небезпечних умов експлуатації, це значення може бути більшим. Деякі правила вибору величини коефіцієнта запасу міцності залежно від особливостей матеріалів та умов експлуатації наведено у табл. 9.1.

У табл. 9.2 наведено приклади рекомендованих значень коефіцієнта запасу міцності матеріалів, що їх використовують для виготовлення низки деталей та виробів.

*Таблиця 9.1*. **Рекомендації щодо вибору величини коефіцієнта запасу міцності (по відношенню до межі плинності) [9.3]**

| **Коефіцієнт запасу міцності** | **Особливості матеріалів, що використовуються для створення виробів та умов їх експлуатації** |
|---|---|
| 1,25 – 1,5 | – механічні властивості матеріалу добре відомі;<br>– експлуатаційні вимоги повністю визначені;<br>– навантаження, напруження та деформації, що виникають у процесі експлуатації, відомі з високим рівнем достовірності;<br>– конструкції не є важкими |
| 2 – 3 | – матеріали є менш дослідженими;<br>– матеріали є крихкими і працюють за середньоважких умов експлуатації |
| 3 – 4 | – матеріали є недослідженими і працюють за середньоважких умов експлуатації;<br>– матеріали є дослідженими, але працюють за невизначених умов експлуатації |

*Таблиця 9.2.* **Величина коефіцієнта запасу міцності матеріалів, що використовуються для виготовлення різноманітних деталей [9.1]**

| Деталь | Коефіцієнт запасу міцності |
|---|---|
| Компоненти літаків | 1,5 – 2 |
| Болти | 8,5 |
| Чавунні колеса | 20 |
| Компоненти двигунів | 6 – 8 |
| Важкі вали | 10 – 12 |
| Обладнання для ліфтів | 8 – 9 |
| Обладнання, що працює під тиском | 3,5 – 6 |
| Статичні компоненти турбін | 6 – 8 |
| Динамічні компоненти турбін | 2 – 3 |
| Металоконструкції будівель | 4 – 6 |
| Металоконструкції мостів | 5 – 7 |
| Канати | 8 – 9 |

Необхідний рівень коефіцієнта запасу міцності можна визначити і розрахунковим методом. У процесі проведення розрахунків як коефіцієнт запасу міцності використовують певну адитивну величину:

$$K_{\text{зм}} = K_1 \text{ x } K_2 \text{ x } \ldots \text{ x } K_n, \qquad (9.2)$$

де $K_1$ = 1,1 – похибка визначення властивостей;

$K_2$ = 1,3 – фактор випадкових навантажень;

$K_3$, ..., $K_n$ – наявність та дія дефектів.

## 9.2 Коефіцієнт запасу в’язкості

Надійність матеріалу по відношенню до крихкого руйнування характеризується *коефіцієнтом запасу в’язкості*:

$$K_{\text{зв}} = \frac{K_{\text{В}}}{E_m}. \qquad (9.3)$$

У співвідношенні (9.3) $K_{\text{В}}$ характеризує рівень в’язкості металу з урахуванням температури та швидкості навантаження, а $E_m$ – характеристика окрихчуваної дії концентратора напружень в силовому елементі конструкції. Зазвичай величина коефіцієнта запасу в’язкості встановлюється від 1,02 до 3, враховуючи рівень механічних властивостей матеріалу, параметри напружено-деформованого стану та величину критичного напруження руйнування. Основні передумови визначення необхідної величини $K_{\text{зв}}$ показано на рис. 9.2.

Коефіцієнт запасу в’язкості може бути розрахований щодо різних ситуацій: руйнування за температури холодноламкості (втрата тримкості) або за температури нульової пластичності (втрата пластичності).

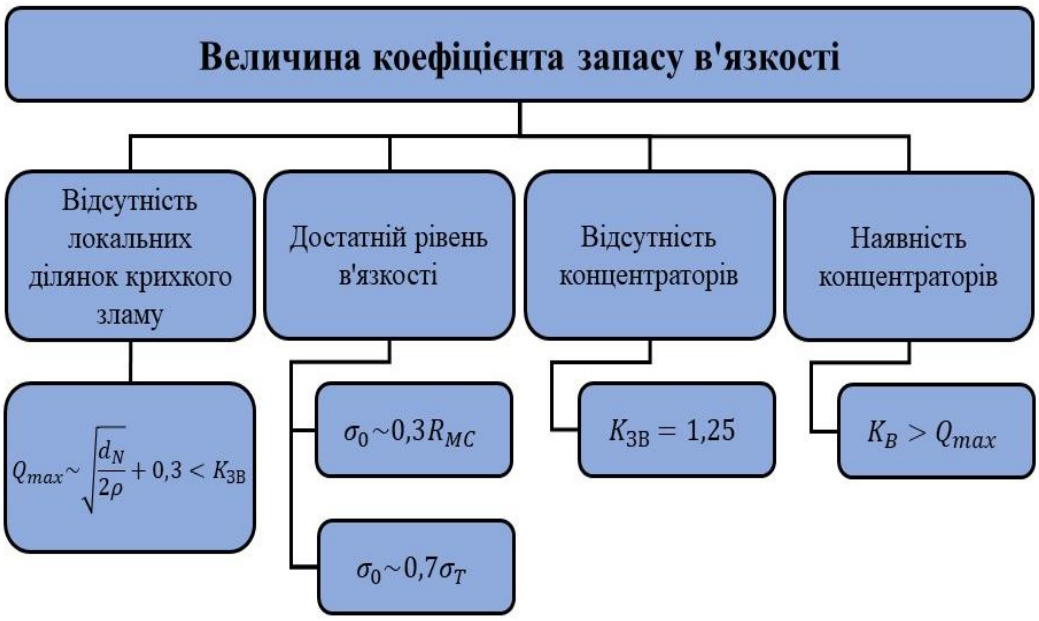



*Рис. 9.2.* Правила визначення рівня коефіцієнта запасу в’язкості

Спрощено коефіцієнт запасу в’язкості можна розрахувати за формулою, аналогічною до коефіцієнта запасу міцності:

$$K_{зв} = \frac{\sigma_{кр}}{\sigma_т}. \tag{9.4}$$

Існує два фізично різні ступеня окрихчувальної дії концентратора:

– початкове окрихчення (перші ознаки кристалічності у зламі, зменшення тривкості матеріалу нижче $\sigma_{кр}$). Стан виникає за умови

$$\frac{\sigma_{кр}}{\sigma_т} \leq K_t, \tag{9.5}$$

– розвинуте окрихчення (тримкість зразка з надрізом нижче $\sigma_т$), тоді

$$\frac{\sigma_{кр}}{\sigma_т} \leq \sqrt{K_t}. \tag{9.6}$$

Таким чином, рівень небезпеки для конструкції внаслідок окрихчуваної дії концентратора може бути визначений досить точно.

Наявність *концентраторів напружень* вимагає досягнення підвищених значень коефіцієнта в’язкості, оскільки до характерних експлуатаційних напружень додаються перенапруження та Нейберівський

коефіцієнт концентрації напруження. Тоді необхідний рівень $K_{зв}$ буде виконуватися за умови $K_В > Q_{max}$. До таких концентраторів належать:

– короткі тріщини для типових конструкційних сталей міцністю 700 МПа – 900 МПа і вище;

– дрібні поверхневі дефекти для виробів з високоміцних сталей, зовнішніх поверхонь балок, що згинаються;

– зварні шви (оскільки шви є концентраторами напружень, в них більша концентрація дефектів, в'язкість матеріалу шва та металу в зоні термічного впливу є нижчою, ніж у матеріалу в цілому, наявні залишкові напруження).

## 9.3 Тримкість і зв'язок між коефіцієнтами запасу в'язкості та міцності матеріалу конструкції

Надійна робота конструкції може бути забезпечена за рахунок дотримання умов її тримкості.

*Тримкість* – здатність елемента конструкції без втрат працездатності витримувати постійне чи тимчасове навантаження, зокрема й навантаження від інших частин конструкції. Тримкість надрізаного зразка ($\sigma_в^н$) – це здатність витримувати концентрацію напружень за умови *об'ємного складного напруженого стану*.

Тримкість залежить від низки чинників, які визначаються як властивостями матеріалу, так і дією факторів конструкції. Значну роль у забезпеченні надійності роботи конструкції також відіграють кількість дефектів кристалічної будови матеріалу та рівень їх опору навантаженню.

Для надійного визначення тримкості конструкції слід провести комплекс заходів, вплив яких на результат показано на рис. 9.3.

Тримкість конструкції можна розрахувати за формулою

$$\sigma_в^н = \sigma_{кр}\frac{K_В}{K_t} = \sigma_Т\frac{K_{зв}^2}{K_t}. \qquad (9.7)$$

Кожна складова може змінюватися незалежно одна від одної, що викликає зміни тримкості в широких межах.

Так, тримкість у результаті збільшення коефіцієнта запасу в'язкості спочатку зростає, а потім, досягнувши максимуму, починає зменшуватися унаслідок переходу до повністю в'язкого руйнування. Максимум спостерігається за умови $K_t \approx K_В$. Отже, руйнування буде

в’язким, якщо $K_t < K_{\text{В}}$, та крихким, якщо $K_t > K_{\text{В}}$. Графічно це можна зобразити так, як показано на рис. 9.4. У будь-якому разі за умови $K_{\text{В}} > 1{,}4$ жодний конструктивний концентратор не може спричинити руйнування виробу.

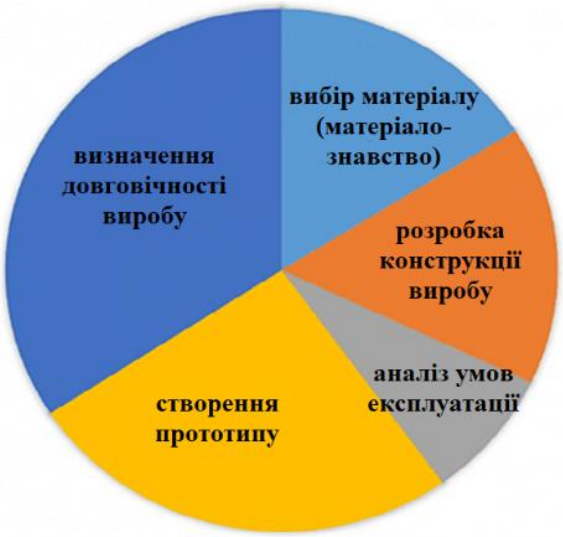



*Рис. 9.3.* Фактори, що забезпечують надійне визначення тримкості конструкції

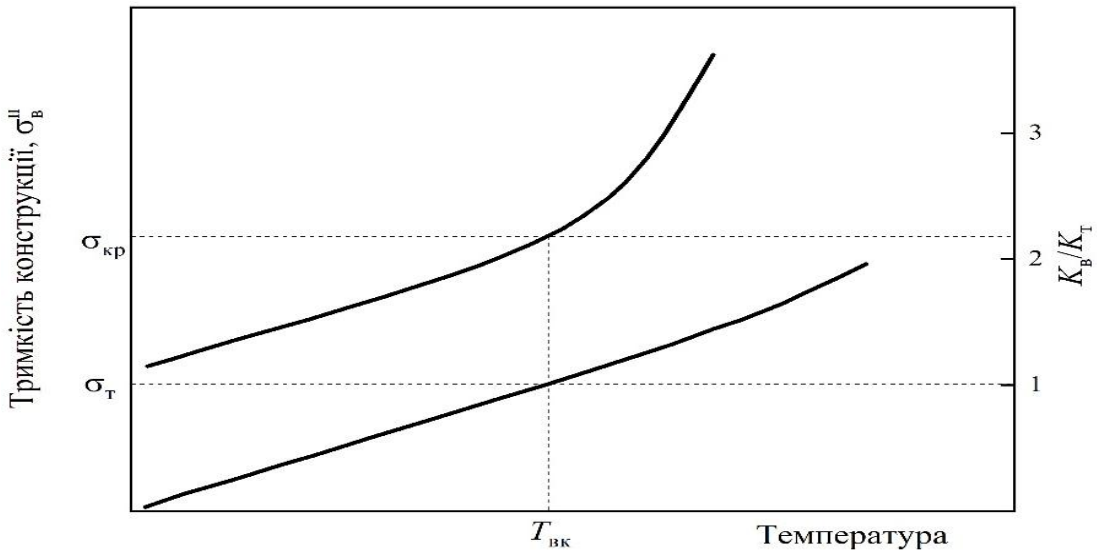



*Рис. 9.4*. Вплив температури на тримкість конструкції

Для конструкційних концентраторів коефіцієнти запасу в’язкості та міцності пов’язані між собою:

$$K_{\text{ЗВ}} = \frac{K_{\text{В}}}{1{,}15}\left(\frac{K_{\text{ЗМ}}}{K_t}\right)^{\frac{2n}{n+1}}. \qquad (9.8)$$

За необхідним рівнем коефіцієнтів запасу в’язкості та міцності усі сталі можна поділити на 3 класи міцності (рис. 9.5).

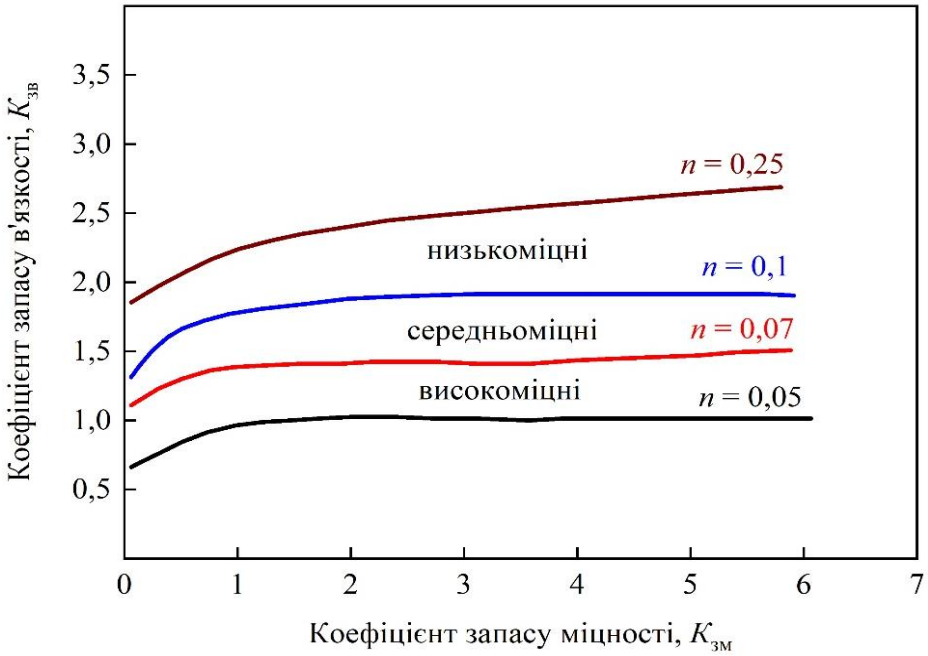



*Рис. 9.5*. Залежність між коефіцієнтами запасу міцності та в’язкості для сталей різних класів

Для деталей, що працюють за умов невисоких навантажень та незначних змін їхніх режимів, достатньо досягти $K_{\text{ЗМ}} = 1{,}3$. Для дефектостійких сталей $K_{\text{ЗМ}} = 1{,}5 - 1{,}7$, для більшості інших випадків $K_{\text{ЗМ}} = 2$.

## 9.4 Фізичні передумови вибору матеріалів для складнонапружених елементів конструкцій

Для умов складного напруженого стану та наявності концентраторів напружень, які завжди є в будь-яких конструкціях, розроблено низку рекомендацій щодо розрахунку максимально допустимих безпечних напружень $[\sigma_0]$, за яких унеможливлюється раптове руйнування. Величину такого напруження обирають залежно від величини межі плинності матеріалу $\sigma_{\text{Т}}$ та критичного напруження крихкого руйнування $\sigma_{\text{кр}}$ із врахуванням того, що має виконуватися співвідношення

$$\sigma_{\text{кр}} \geq 180 \frac{\sigma_{\text{і}}}{\sigma_1} d^{-1/2}, \qquad (9.9)$$

де $\sigma_{\text{і}}$ – інтенсивність напружень;

$\sigma_1$ – максимальне головне нормальне напруження;

$d$ – діаметр зерна.

При цьому $\sigma_{\text{Т}}$ перераховують на $\sigma_{\text{Т}}^{\text{снс}}$ за формулою $\sigma_{\text{Т}}^{\text{снс}} = \frac{\sigma_1}{\sigma_{\text{і}}}\sigma_{\text{Т}}$.

Якщо з'ясується, що $\sigma_{\text{Т}}^{\text{снс}} < \sigma_{\text{кр}}$, то допустиме напруження обирають з умови $[\sigma_0] < \sigma_{\text{Т}}^{\text{снс}}$, якщо $\sigma_{\text{Т}}^{\text{снс}} > \sigma_{\text{кр}}$, то допустиме напруження обирають меншим за $\sigma_{\text{кр}}$, причому тим меншим, чим більший розмір зерна матеріалу. Безпечний розмір зерна можна розрахувати за формулою

$$d < \left(\frac{180\sigma_{\text{і}}}{\sigma_1\sigma_{\text{Т}}}\right)^2. \tag{9.10}$$

Таким чином, ніяка, навіть локальна, плинність, що супроводжується виникненням мікротріщин, не може викликати руйнування.

Виконання наведених вище вимог дозволяє переконатися в надійності роботи виробу навіть за умови наявності мікротріщин.

Існують методики визначення безпечного розміру тріщини за певних умов конкретного напруженого стану. Тріщина вважається безпечною, якщо вона за діючих навантажень не може перейти у стадію зростання та наступного руйнування конструкції. Руйнування від тріщини розміром $c^*$ в матеріалі з розміром зерна $d$ не відбудеться, якщо

$$\frac{K_{IC}}{K_{\text{Р}}} \geq \sqrt{\pi}\sqrt{\frac{c^*}{d}}, \tag{9.11}$$

де $K_{\text{Р}}$ – константа руйнування.

Отже, умовою безпечності тріщини є $\frac{c^*}{d} \leq 10^{-3}K_{IC}^2$. Наприклад, для вуглецевої сталі з типовим розміром зерна 0,1 мм безпечний розмір тріщини становить $c^* \sim 1$ мм. Для більш дрібнозернистих сталей розмір безпечної тріщини буде меншим.

Оцінити безпечний рівень концентрації напружень для виробів змінного діаметра та іншими концентраторами можна, користуючись критерієм

$$K_t \leq K_{\text{В}}. \tag{9.12}$$

При цьому, наприклад, безпечний радіус заокруглення концентратора на циліндричному стрижні можна визначити з умов

$$\rho \geq \frac{a}{(1{,}5\text{К}_{\text{В}}^2 - 0{,}3)^2} \tag{9.13}$$

(за $\frac{D}{a} = 3\text{–}10$; $\frac{a}{\rho} = 1\text{–}16$, де $D$ та $2a$ – більший та менший діаметри стрижня відповідно).

## 9.5. Методи зменшення концентрації напружень від конструктивних концентраторів

Забезпечити необхідну тримкість виробу можна не лише застосуванням коефіцієнтів запасу в'язкості та міцності чи визначенням й дотриманням допустимих безпечних навантажень, а й доцільною зміною конструкції деталей з метою зменшення концентрації напружень в окремих частинах (рис. 9.6).

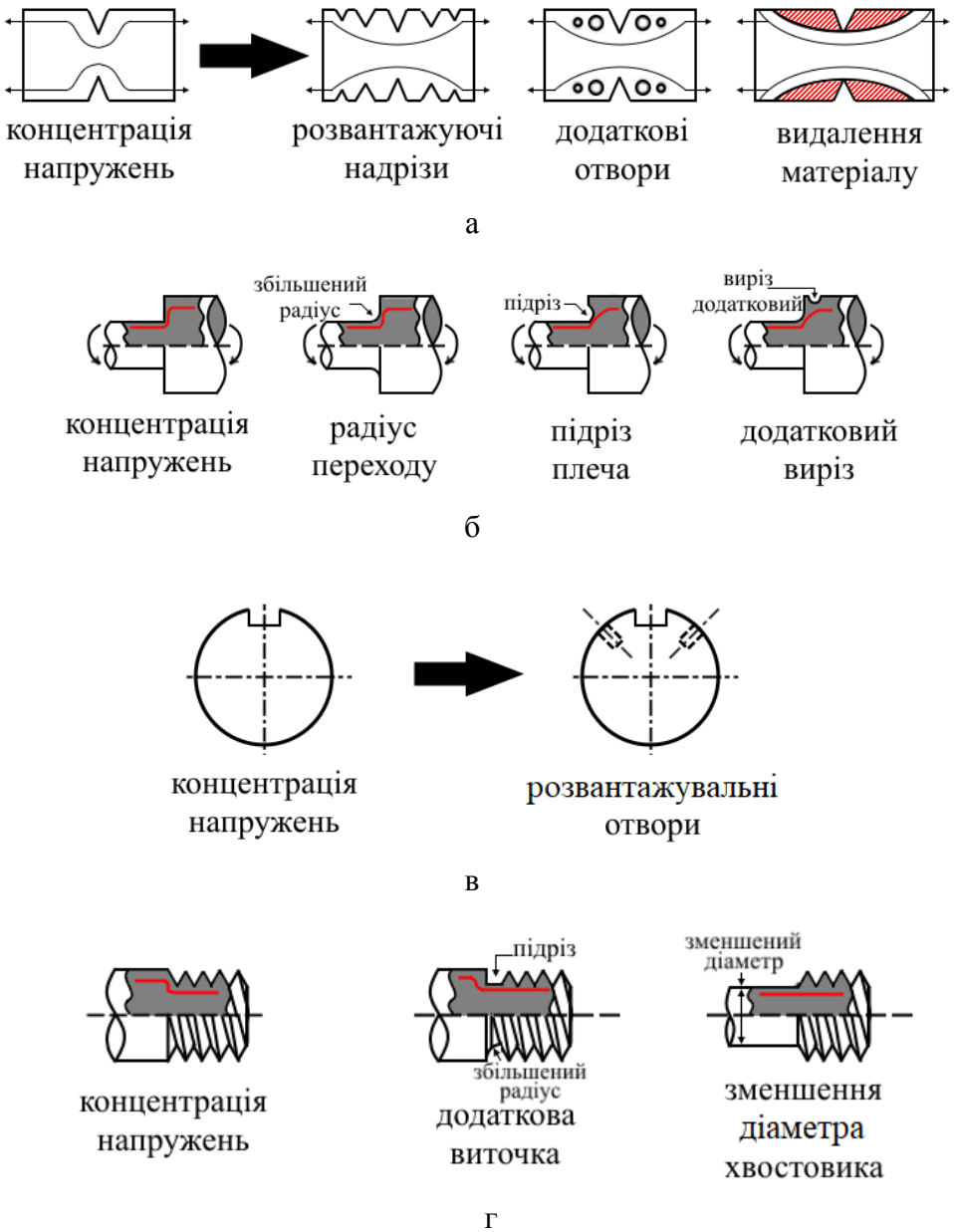



*Рис. 9.6.* Конструктивні методи зменшення концентрації напружень (червоною лінією зображено рівень діючих напружень)

Знешкодити негативну дію конструктивних концентраторів напружень можна декількома методами, зокрема:

– створенням додаткових надрізів / отворів (рис. 9.6, а);
– зміною геометрії переходів діаметрів (рис. 9.6, б);
– створенням додаткових розвантажувальних отворів (рис. 9.6, в);
– зміною геометрії переходів у різьбових з'єднаннях (рис. 9.6, г);
– іншими конструктивними рішеннями.

Застосування подібних конструктивних вдосконалень дозволяє збільшити довговічність експлуатації виробів.

## Контрольні запитання та задачі до теми 9

### *Перелік теоретичних запитань*

1. Які заходи треба здійснити для забезпечення надійної роботи конструкції?
2. Назвати основні причини виходу конструкцій з ладу.
3. Що таке коефіцієнт запасу міцності? Як його визначити?
4. Що таке коефіцієнт запасу в'язкості? Як його визначити?
5. Чи може бути коефіцієнт запасу міцності меншим за одиницю? А коефіцієнт запасу в'язкості? Чому?
6. Чим визначається величина коефіцієнтів запасу міцності та в'язкості?
7. Щоб забезпечити надійну роботу конструкції за більш жорсткого напруженого стану доцільно зменшити чи збільшити розмір зерна матеріалу? Чому?
8. Якщо конструкція не має конструктивних концентраторів напружень, але працює в агресивному середовищі, то чи доцільн збільшувати коефіцієнт запасу міцності?
9. Із ростом жорсткості навантаження допустимий безпечний розмір тріщини зменшуватиметься чи зростатиме?
10. Навіщо у процесі розробки моделі виробу створювати додаткові отвори та великі радіуси заокруглень?

### *Перелік задач для самостійного опрацювання*

1. Розрахувати тримкість деталі зі сталі 5ХВ2СФ, якщо її межа плинності становить 1500 МПа, коефіцієнт в'язкості 1,26, показник деформаційного зміцнення $n = 0{,}08$, а параметри концентратора наведено в таблиці:

| | |
|---|---|
| $t$, мм | 2,6 |
| ρ, мм | 0,37 |

2. Визначити розмір зерна матеріалу з попередньої задачі (у мм), який забезпечить надійну роботу конструкції за заданого напруженого стану:

$$\begin{bmatrix} 12 & 0 & 0 \\ 0 & -7 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}.$$

3. Встановити безпечний розмір тріщини, що може виникнути в досліджуваному матеріалі із попередньої задачі, якщо тріщиностійкість становить 410 МПа $м^{1/2}$.

## Перелік використано та рекомендованої літератури

***Використана література***

9.1. Teh L. H. Block shear capacity of bolted connections in cold-reduced steel sheets / Lip H. Teh, Drew D. A. Clements // Journal of Structural Engineering. – 2012. – Vol. 138. – Is. 4.

9.2. Engineering Disasters: SS Schenectady, a Lesson in Brittle Fracture. Foto: Schenectady after breaking in two [Electron resource]. – Access link : https://en.wikipedia.org/wiki/SS_Schenectady. – Назва з екрана.

9.3. Rutheravan M. Summary of safety criteria in design / M. Rutheravan // Technical Report. – May, 2016.

***Рекомендована література:***

9.4. Elishakoff I. Safety factors and reliability: friends or foes? / I. Elishakoff. Springer. – 2004. – 295 p.

# ТЕРМІНОЛОГІЧНИЙ ПОКАЖЧИК


Активаційний термофлуктуаційний механізм зародження тріщини..... 141
Аналітичний критерій мікросколу……..... 189
Анігіляційна модель Фудзіта…….. 145
Анігіляція…….. 106
Анізотропний (ізотропний) матеріал……. 32
Безактиваційний атермічний механізм зародження тріщини……. 142
В’язке руйнування……... 133
В’язко-крихкий перехід……... 164
Вектор Бюргерса…….. 53
Верхня (нижня) межа плинності……..... 78
Вершина тріщини…… 128
Вершинна дислокація Ломер – Коттрелла…… 145
Високотемпературна повзучість…… 112
Від’ємна (додатна) дислокація……... 47
Відносне видовження…….. 20
Відносне звуження…….. 21
Відрив…… 130
Відпал…… 106
Відпочинок……... 105
Відпуск…….. 106
Вільно (сприятливо) орієнтований монокристал…….. 72
Вісь крайової дислокації……. 47
Волокнистий злам……..... 153
Всебічний стиск (розтяг)……. 36
Вторинна рекристалізація……... 107
Гвинтова дислокація…… 49
Гетерогенна структура…… 189
Гетерогенний мікроскол…….. 189
Глобульний механізм руйнування…….. 193
Головні видовження……. 24
Головні дотичні (нормальні) напруження……. 17
Гомогенна структура……... 189
Граничні криві плинності та руйнування…….. 220
Двійникування…….. 60
Девіатор деформації……..... 26
Девіатор напружень……. 18
Декогезійний тип руйнування……..... 197
Деформаційне зміцнення……..... 82
Деформація……... 20

Деформація зсуву……. 22
«Дзеркало» зламу……. 139
Динамічна рекристалізація…….. 119
Динамічне повернення……..... 85
Дислокаційна петля……. 51
Дислокаційно-зеренний механізм мікросколу……. 189
Дислокація…… 46
Дифузійна повзучість…….. 115
Дотичне напруження …….. 14
Екстраплощина……..... 47
Екструзія……... 148
Елементарний закон Гука…… 31
Енергетичний критерій руйнування……... 178
Естафетний механізм поширення пластичної деформації……... 76
Ефективний концентратор напружень……... 238
Жароміцність…… 107
Жорсткість напруженого стану…….. 27, 218
Закон парності дотичних напружень……. 16
Закон Шміда – Боаса…… 70
Залишкова деформація…… 20
Зародкова тріщина……... 131
Збиральна рекристалізація…….. 107
Змішана дислокація……. 51
Змішане руйнування…… 162
Зовнішня зона зламу…… 139
Зріз…… 130
«Зуб» плинності……... 81
Інтенсивність напружень……..... 189
Інтрузія…….. 148
Істинна деформація…….. 21
Істинне звуження…… 21
Істинне напруження……. 14
Істинне напруження руйнування…… 99
Карта механізмів деформації (карта Ешбі)…… 119
Квазікрихке руйнування…….. 143
Коалесцентний механізм руйнування……... 198
Ковзання дислокацій…… 47, 50, 52
Коефіцієнт анізотропії…… 38
Коефіцієнт в’язкості……... 196
Коефіцієнт запасу в’язкості…….. 252
Коефіцієнт запасу міцності……. 250

Коефіцієнт інтенсивності напружень……. 183
Коефіцієнт «м'якості»……. 27
Коефіцієнт «тривісності»…… 28
Коефіцієнт Пуассона…… 36
Конструктивний концентратор напружень……... 233
Конструкційна міцність……... 209
Контур Бюргерса…….. 53
Концентратор напружень…… 233
Крайова дислокація…… 47
Критерій крихкості матеріалу в конструкції……. 219
Критерій Панасюка – Уельса…….. 219
Критичне напруження зсуву……... 73
Критичне напруження крихкого руйнування
за умов складного напруженого стану…….. 223
Критичне розкриття тріщини…….. 185
Критичний кут відхилення міжзеренної тріщини…… 161
Критичний розмір зони пластичної деформації…… 239
Крихке руйнування…….. 133
Кульовий тензор деформації……... 25
Кульовий тензор напружень……... 18
Лінія ковзання…….. 55
Ліс дислокацій…….. 68
Логарифмічна повзучість…… 110
Магістральна тріщина……. 152
Макротріщина……. 130
Максимальна умовна деформація……. 99
Матриця модулів пружності……... 33
Межа міцності…….. 97
Межа плинності…… 97
Межа повзучості…….. 123
Межа пружності……... 96
Механіка руйнування…….. 174
Міжкристалітне руйнування……... 156
Мікроскол……. 188
Мікроструктурний концентратор напружень…….. 233
Мікротріщина…….. 130
Мода коефіцієнта інтенсивності напружень……. 183
Модель «виснаження» дислокацій Мотта – Набарро…….. 112
Модель Дагдейла……. 180
Модель де Броека……. 149
Модель Екоборі – Серована…… 149

Модель Зінера – Стро…….. 143
Модель Коттрелла…… 145
Модель Орована……..…… 146
Модель розгалуження тріщини…….. 151
Модуль дотичної пружності……... 36
Модуль зсуву……..……. 36
Модуль нормальної пружності…….. 36
Модуль об’ємної пружності……..…… 36
Модуль Юнга…… 36
Напруження…….. 13
Напруження розтягу (стиску)……. 14
Нейберівський коефіцієнт концентрації напружень…….. 239
Неповне руйнування……..……. 128
Непружна оборотна повзучість…….. 108
Нормальне напруження……... 14
Об’ємний деформований стан…… 216
Об’ємний напружений стан…… 213
Окрихчення…….. 242
Окрихчувальна дія концентратора напружень……. 243
Опір мікросколу……... 188
Орієнтаційний фактор……. 71
Первинна рекристалізація…….. 107
Перенапруження пружне……..…… 218
Переповзання крайових дислокацій…….……..…… 47
Пластична деформація……..…….. 20
Пластична деформація двійникуванням…… 60
Пластичність…….. 46
Плоский деформований стан…….. 216
Плоский напружений стан……...……... 214
Площина двійникування…….…….. 61
Площина ковзання……... 55
Площина спайності……..……... 129
Повернення…….. 105
Повзучість…… 107
Повзучість за моделлю Андраде……..……. 112
Повзучість за моделлю Кобла……..……. 117
Повзучість за моделлю Набарро – Херрінга……. 115
Повне руйнування……..…….. 128
«Поличка» плинності…….…….. 78
Полігонізація……..…….. 106
Полікристал…….. 75

Поперечне ковзання гвинтових дислокацій…….. 50
Поріг дислокації……..……. 48
Потужність дислокації……..……... 53
Правило Мізеса……..…….. 76
Правило Фойгта……..…… 34
Принцип Наймана…… 16
Простий напружений стан……..……. 212
Пружна деформація……..……... 20
Рівномірна пластична деформація……..……... 98
Рівняння Гріффітса…….. 178
Руйнування……... 128
Силовий критерій руйнування…..…….. 182
Система ковзання…….…….. 57
Складний напружений стан…….... 212
Смуга ковзання…… 55
Стадії пластичної деформації…..……. 66
Стадія інтенсивно розвинутого поперечного ковзання…… 68
Стадія легкого ковзання…….. 66
Стадія лінійного зміцнення……. 84
Стадія множного ковзання…….……. 67
Стадія слабкого зміцнення…….……. 84
Структурний критерій крихкого руйнування
за умов складного напруженого стану……... 223
«Струмковий візерунок»……..……... 139
Субмікротріщина……. 130
Сходинка ковзання…….…….. 55
Температура в’язко-крихкого переходу……. 166
Температура холодноламкості……..…….. 165
Тензор деформації……..…….. 23
Тензор напруження…….…… 15
Теорія Гріффітса……..……. 177
Теорія Ірвіна – Орована……..……. 186
Технологічний концентратор напружень……..…… 233
Транскристалітне руйнування……..……... 136
Тримкість……... 254
Тріщина……. 128
Тріщиностійкість…….. 185
Узагальнений закон Гука для анізотропного тіла…….…… 33
Узагальнений закон Гука для ізотропного тіла……. 42
Умова Губера – Мізеса……..……. 222
Умовна (відносна) деформація……..……. 20

Умовне напруження……..…….. 14
Умовне напруження руйнування……..…….. 98
Усереднений орієнтаційний фактор……... 77
Фактор Шміда……...…… 70
Фасетка сколу……..…. 138
Фізика руйнування……...…… 174
Фокус зламу……...……... 140
Фрагментація смуг ковзання……...…… 69
Фрактографічна поверхня……... 136
Фронт тріщини……. 128
Характеристична відстань до місця утворення
зародкової тріщини…….. 198
Шийка……..…….. 152
Щільність дислокацій……...……... 54
Ядро дислокації……..…….. 47
Ямка……... 152

# ІМЕННИЙ ПОКАЖЧИК

| Прізвище та ім’я, роки життя | Посилання |
|---|---|
| **Андраде Едвард**<br>*Edward Neville da Costa Andrade*<br>(27.12.1887 – 06.06.1971) | http://surl.li/driet |
| **Бельтрамі Еуженіо**<br>*Eugenio Beltrami*<br>(16.11.1835 – 18.02.1900) | http://surl.li/drjwh |
| **Боас Вальтер**<br>*Walter Moritz Boas*<br>(10.02.1904 – 12.05.1982) | http://surl.li/drhzh |
| **Бюргерс Йоганнес**<br>*Johannes Martinus Burgers*<br>(13.01.1895 – 07.06.1981) | http://surl.li/drhyg |
| **Галілéй Галілéо ді Вінчéнцо Бонаю́ті**<br>*Galileo di Vincenzo Bonaiuti de' Galilei*<br>(15.02.1564 – 08.01.1642) | http://surl.li/hpdu |
| **Гріффітс Алан**<br>*Alan Arnold Griffith*<br>(13.06.1893 – 13.10.1963) | http://surl.li/driil |
| **Губер Максиміліан**<br>*Maksymilian Tytus Huber*<br>(04.01.1872 – 09.01.1950) | http://surl.li/drjwq |
| **Гук Роберт**<br>*Robert Hooke*<br>(18.07.1635 – 03.03.1703) | http://surl.li/drhww |
| **Давиденков Микола**<br>*Николай Николаевич Давиденков*<br>(14(26).03.1879 – 29.09.1962) | http://surl.li/drjss |
| **Ешбі Майкл**<br>*Michael Farries Ashby*<br>(р. н. 20.11.1935) | http://surl.li/drifr |
| **Інгліс Чарльз**<br>Sir *Charles Edward Inglis*<br>(31.07.1875 – 19.04.1952) | http://surl.li/drjtm |
| **Ірвін Джордж**<br>*George Rankin Irwin*<br>(26.02.1907 – 09.10.1998) | http://surl.li/driif |
| **Йоффе Абрам**<br>*Абрам Федорович Йоффе*<br>(17(29).10.1880 – 14.10.1960) | http://surl.li/drjsi |
| **Кобл Роберт**<br>*Robert Louis Coble*<br>(22.01.1928 – 27.08.1992) | http://surl.li/drifc |

| | |
|---|---|
| **Котречко Сергій Олексійович**<br>(р. н. 05.11.1959) | http://surl.li/dwpna |
| **Коттрелл Алан**<br>Sir *Alan Howard Cottrell*<br>(17.07.1919 – 15.02.2012) | http://surl.li/drioe |
| **Лейбніц Готфрід Вільгельм**<br>*Gottfried Wilhelm Leibniz*<br>(01.07.1646 – 14.10.1716) | http://surl.li/evpez |
| **Ломер Вільям**<br>*William Michael Lomer*<br>(02.05.1926 – 19.10.2013) | http://surl.li/dwpnd |
| **Мешков Юрій Якович**<br>(р. н. 03.05.1932) | http://surl.li/drjus |
| **Мізес Ріхард**<br>*Richard Edler von Mises*<br>(19.04.1883 – 14.07.1953) | http://surl.li/dribn |
| **Мотт Невіл**<br>Sir *Nevill Francis Mott*<br>(30.09.1905 – 08.08.1996) | http://surl.li/dridx |
| **Набарро Франк**<br>*Frank Reginald Nunes Nabarro*<br>(07.03.1916 – 20.07.2006) | http://surl.li/drido |
| **Найман Джон**<br>*John von Neumann*<br>(28.12.1903 – 08.02.1957) | http://surl.li/ewlye |
| **Нотт Джон**<br>*John Frederick Knott*<br>(09.12.1938 – 05.10.2017) | http://surl.li/drjvj |
| **Орован Егон**<br>*Egon Orowan*<br>(02.08.1902 – 03.08.1989) | http://surl.li/drirx |
| **Панасюк Володимир Васильович**<br>(27.02.1926 – 17.07.2023) | http://surl.li/drjum |
| **Петч Норман**<br>*Norman James Petch*<br>(13.02.1917 – 09.12.1992) | http://surl.li/dwpni |
| **Портвен Альберт**<br>*Albert Marcel Germain René Portevin*<br>(01.11.1880 – 12.04.1962) | http://surl.li/drhxx |
| **Пуассон Сімеон-Дені**<br>*Siméon-Denis Poisson*<br>(21.06.1781 – 25.04.1840) | http://surl.li/drhxf |
| **Ребіндер Петро**<br>*Пётр Александрович Ребиндер*<br>(03.10.1898 – 12.07.1972) | http://surl.li/drimf |

| | |
|---|---|
| **Ренкін Уільям**<br>*William John Macquorn Rankine*<br>(05.07.1820 – 24.12.1872) | http://surl.li/evpfv |
| **Річардс Лоренцо**<br>*Lorenzo Adolph Richards*<br>(24.04.1904 – 12.03.1993) | http://surl.li/dwpnl |
| **Тейлор Джеффрі**<br>Sir *Taylor Geoffrey Ingram*<br>*(0*7.03.1886 – 27.06.1975) | http://surl.li/dribz |
| **Трефілов Віктор Іванович**<br>(06.08.1930 – 14.04.2001) | http://surl.li/drjrd |
| **Уельс Алан**<br>*Alan Arthur Wells*<br>(01.05.1924 – 28.11.2005) | http://surl.li/dwpns |
| **Ужик Георгій**<br>*Георгий Викторович Ужик*<br>(15.07.1908 – 16.07.1964) | http://surl.li/drjuy |
| **Фінкель Віктор**<br>*Виктор Моисеевич* ***Финкель***<br>(р. н. 1930) | http://surl.li/dwpnt |
| **Фойгт Вольдемар**<br>*Woldemar Voigt*<br>(02.09.1850 – 13.12.1919) | http://surl.li/dwpnv |
| **Франк Фредерік**<br>Sir *Frederick Charles Frank*<br>(06.03.1911 – 05.04.1998) | http://surl.li/dricu |
| **Фрост Гарольд**<br>*Harold J. Frost*<br>(р. н. 07.10.1954) | http://surl.li/dwpny |
| **Хейг Бернард**<br>*Bernard Parker Haigh*<br>(08.07.1884 – 18.01.1941) | http://surl.li/ewlyr |
| **Херрінг Вільям**<br>*William Conyers Herring*<br>(15.11.1914 – 23.07.2009) | http://surl.li/drifi |
| **Шмід Еріх**<br>*Erich Schmid*<br>(04.05.1896 – 2.10.1983) | http://surl.li/drhzb |
| **Юнг Томас**<br>*Thomas Young*<br>(13.06.1773 – 10.05.1829) | http://surl.li/dwpoc |

Н а в ч а л ь н е  в и д а н н я

**Холявко** Валерія Вікторівна

**Владимирський** Ігор Анатолійович

# МЕХАНІЧНІ ВЛАСТИВОСТІ ТА КОНСТРУКЦІЙНА МІЦНІСТЬ МАТЕРІАЛІВ

**Підручник**

Коректура *Н. В. Мурашової*
Комп'ютерне верстання *А. А. Мушницького*

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
Свідоцтво про державну реєстрацію: серія ДК № 5354 від 25.05.2017 р.
просп. Берестейський, 37, м. Київ, 03056

Підп. до друку 07.11.2023. Формат 60×84$^{1}/_{16}$. Папір офс. Гарнітура Times.
Спосіб друку – електрографічний. Ум. друк. арк. 15,86. Обл.-вид. арк. 14,7.
Поз. 23-1-1-003. Зам. № 23-082.

Видавництво «Політехніка» КПІ ім. Ігоря Сікорського
вул. Політехнічна, 14, корп. 15
03056, м. Київ
тел. (044) 204-81-78