

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ УСТАЛОСТНОЙ ДОЛГОВЕЧНОСТИ ПРИЗМАТИЧЕСКИХ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ СТЕРЖНЕЙ ПРИ АСИММЕТРИЧНОМ РАСТЯЖЕНИИ-СЖАТИИ МЕТОДОМ ЭКВИВАЛЕНТНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ

Розглядається задача розрахунку втомної довговічності призматичних стрижнів за умов спільної дії статичних та циклічних навантажень. Розв'язок будується з використанням методу еквівалентних напруг. У якості еквівалентного обрано втомне руйнування за умов симетричного циклу. Результати розрахунків апробовано експериментально на прикладі легированих сталей, жароміцних нікелевих сплавів, алюмінієвих та титанових сплавів.

The problem of fatigue lifetime calculation of prismatic rods under the combined action of static and cyclic loads is considered. The solution is based using the method of equivalent stresses. Fatigue fracture under the symmetrical cycle is chosen as equivalent one. The calculation results have approved experimentally by the example of alloyed steels, nickel based heat-resistant alloys, aluminium and titanium alloys.

Введение. Оценка усталостной долговечности материалов и элементов конструкций при асимметричном нагружении осуществляется по кривым усталости, устанавливающим зависимость числа циклов до разрушения от величины амплитуды цикла напряжений по параметру среднего напряжения.

Традиционно кривые усталости при асимметричном нагружении строятся по результатам трудоемких испытаний образцов материала на усталость для каждого фиксированного значения среднего напряжения [1, 2, 3]. В некоторых случаях задача решается за счет установления эмпирических зависимостей параметров кривой усталости от величины среднего напряжения [4, 5]. Это позволяет рассчитывать усталостную долговечность для промежуточных значений среднего напряжения и сократить объем испытаний.

Более перспективным для решения задач расчета усталостной долговечности при асимметричном нагружении представляется использование концепции эквивалентных напряжений [5, 6, 7]. Эквивалентные напряжения приводят асимметричный цикл к симметричному и позволяют рассчитывать усталостную долговечность, используя усталостные характеристики симметричного цикла. В работе [6] задача расчета усталостной долговечности при асимметричном нагружении решалась с помощью эквивалентных напряжений, полученных исходя из линейной зависимости между предельными напряжениями цикла.

В настоящей работе решение задачи расчета усталостной долговечности методом эквивалентных напряжений строится исходя из нелинейной зависимости между предельными напряжениями.

1. Постановка задачи. Исходные соотношения. Рассматривается усталостное разрушение упругих призматических стержней, находящихся под действием одноосной асимметричной циклической нагрузки. Условие нагружения задается соотношением

$$\tilde{\sigma} = \sigma_m + \sigma_a g(t), \quad (1.1)$$

где σ_m – статическая компонента цикла напряжений; σ_a – амплитуда циклической компоненты; $g(t)$ – некоторая периодическая функция, задающая закон изменения напряжения $\tilde{\sigma}$ во времени; $n = ft$ – число циклов изменения напряжения $\tilde{\sigma}$.

Считается, что экстремальные напряжения $\sigma_{\max} = \sigma_m + \sigma_a$ и $\sigma_{\min} = \sigma_m - \sigma_a$ в (1.1) не зависят от времени (стационарный режим) и достаточно быстро (частота $f = n/t > 10$ Гц) изменяются от цикла к циклу, а величина $\sigma_{\max}$ не превышает предела текучести материала σ_y . В этом случае усталостное разрушение стержня реализуется в многоциклового области, где число циклов до разрушения $n_R \geq 10^5$.

Задача заключается в определении числа циклов до разрушения n_R стержней в функции амплитуды циклических напряжений σ_a по параметру среднего напряжения σ_m , задаваемых согласно (1.1). Решение строится на основе концепции эквивалентных напряжений

$$\tilde{\sigma}_{eqv}|_{n_R=n_{Rj}} = f(\sigma_{mj}, \sigma_{aj}, n_{Rj}, c_i) = \sigma_n|_{n_R=n_{Rj}} \quad (i = \overline{1, k}), \quad (j = \overline{1, \ell}), \quad (1.2)$$

которые задают комбинации среднего напряжения σ_{mj} и амплитуды циклического напряжения σ_{aj} для одного и того же числа циклов до разрушения n_{Rj} и соответствуют ограниченному пределу усталости σ_{nj} при симметричном цикле. Здесь c_i – экспериментально определяемые коэффициенты.

В этом случае число циклов до разрушения $\tilde{n}_R$ при асимметричном нагружении (1.1) определяется по уравнению

$$n_{RA} = \frac{1}{(1+q)D(\tilde{\sigma}_{eqv})^q}, \quad (1.3)$$

которое получено из уравнения кривой усталости при симметричном цикле заменой величины σ_n на $\tilde{\sigma}_{eqv}$. Здесь q и D – параметры кривой усталости при симметричном цикле нагружения.

Функция $f(\cdot)$ в (1.2) идентифицируется исходя из аналитического выражения, задающего диаграмму предельных напряжений в форме зависимости между напряжениями асимметричного цикла σ_m и σ_a для фиксированного числа циклов до разрушения n_R . Вид аналитического выражения зависит от степени пластичности материала.

Для пластичных материалов диаграмма предельных напряжений задается соотношением [8]

$$\left(\frac{\sigma_a}{\sigma_n}\right)^{\frac{1}{\lambda}} + \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\sigma_m}{\sigma_B}\right)^2 = 1, \quad (1.4)$$

а для хрупких материалов – соотношением [8]

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_n} + \frac{2}{\pi} \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_B}\right)^{\xi} = 1, \quad (1.5)$$

где σ_B – предел кратковременной прочности материала, а λ и ξ – коэффициенты чувствительности материала к степени асимметрии цикла напряжений.

2. Прогнозирование усталостной долговечности. Решение задачи расчета усталостной долговечности при асимметричном нагружении рассматривается на примере расчета числа циклов до разрушения стержней из легированных сталей, жаропрочных никелевых сплавов, алюминиевых и титановых сплавов.

2.1. Эквивалентные напряжения. Методика определения материальных констант. Эквивалентные напряжения $\tilde{\sigma}_{eqv}$, используемые в уравнении (1.3) для расчета усталостной долговечности, формулируются исходя из уравнений предельного состояния (1.4) и (1.5).

Эквивалентные напряжения $\tilde{\sigma}_{eqv}$ для пластичных материалов, исходя из (1.4) с учетом (1.2), записываются в виде

$$\tilde{\sigma}_{eqv} = \left\{ 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\sigma_m}{\sigma_a} \right)^2 \right\}^{-\lambda} \sigma_a, \quad (2.1)$$

а для хрупких материалов, исходя из (1.5) с учетом (1.2), – в виде

$$\tilde{\sigma}_{eqv} = \left\{ 1 - \frac{2}{\pi} \left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\sigma_m}{\sigma_B} \right)^\xi \right\}^{-1} \sigma_a. \quad (2.2)$$

Для расчета усталостной долговечности в рамках уравнения (1.3) с учетом (2.1) и (2.2) необходимо располагать значениями материальных констант q , D , λ и ξ . Эти константы определяются по результатам испытаний образцов материала на усталость.

Коэффициенты q и D определяются по результатам аппроксимации уравнением (1.3) экспериментальных данных на усталость при симметричном ($\sigma_m = 0$) цикле. Задача сводится к минимизации функционала

$$\Phi(q, D) = \sum_{j=1}^s \left\{ n_{nj} (\sigma_{nj}) - \left[(1+q) D (\sigma_n)^q \right]^1 \right\}^2 \Rightarrow 0, \quad (2.3)$$

где σ_{nj} и n_{nj} – набор дискретных значений ограниченных пределов усталости и соответствующих им чисел циклов до разрушения.

Константы λ и ξ определяются с использованием характеристик кривой усталости при симметричном цикле и данных испытаний образцов на усталость при отнулевом ($\sigma_m = \sigma_a$) цикле [8]. В этом случае коэффициент λ определяется из соотношения

$$\lambda = \frac{\lg \sigma_a^0 - \lg \sigma_n^0}{\lg \left\{ 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2} \frac{\sigma_m^0}{\sigma_B} \right)^2 \right\}}, \quad (2.4)$$

а коэффициент ξ – из соотношения

$$\xi = \frac{\lg \left(1 - \frac{\sigma_a^0}{\sigma_n^0} \right)}{\lg \left(\frac{2}{\pi} \right) + \lg \left(\frac{\sigma_m^0}{\sigma_B} \right)}. \quad (2.5)$$

Здесь σ_m^0 и σ_a^0 – статическая и циклическая компоненты отнулевого цикла; σ_n^0 – ограниченный предел усталости симметричного цикла, соответствующий долговечности при напряжениях σ_m^0 и σ_a^0 .

2.2. Усталостная долговечность стержней из пластичных материалов. Для расчета числа циклов до разрушения n_{RA} при асимметричном нагружении (1.1) из (1.3) с учетом (2.1) получаем уравнение

$$n_{RA} = \frac{1}{(1+q) D \left\{ 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2} \frac{\sigma_m}{\sigma_B} \right)^2 \right\}^{-\lambda q}} \cdot (\sigma_a)^q, \quad (2.6)$$

где коэффициенты q , D , λ определяются согласно (2.3) и (2.4), а предел кратковременной прочности σ_B – по диаграмме растяжения.

Результаты расчетов, выполненные по уравнению (2.6), сопоставлены на рис. 1. с экспериментальными данными для сталей Э10, 1Х2М и SAE4130. Результаты расчетов нанесены штриховыми линиями, а экспериментальные данные – точками. Тонкими сплошными линиями показаны кривые усталости при симметричном цикле. Экспериментальные данные заимствованы из [9, 10, 11].

Значения использованных в расчетах материальных констант q , D , λ , найденных по изложенной в разделе 2.1 методике, а также значения предела текучести σ_Y , предела прочности σ_B и относительного удлинения при разрыве δ для использованных материалов приведены в табл. 1.

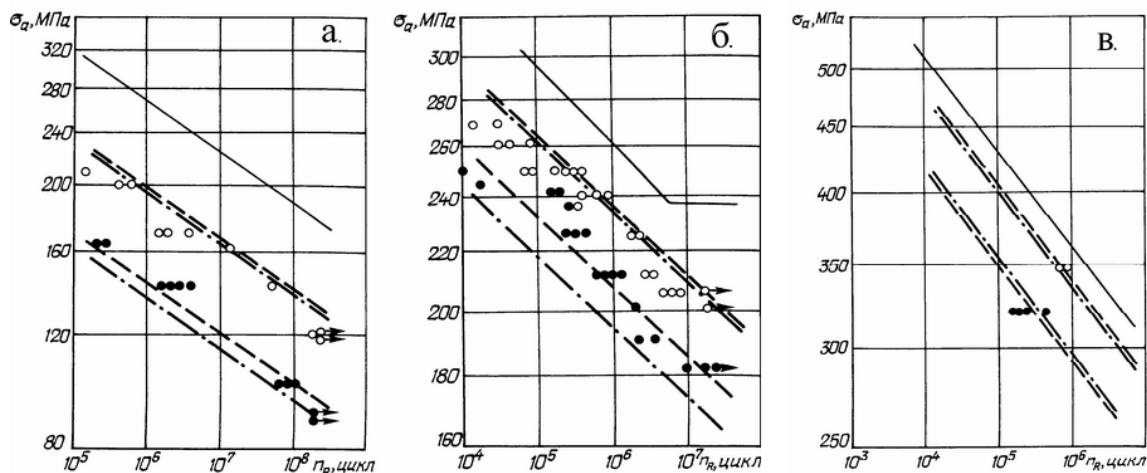


Рис.1. Расчетные (штриховые и штрихпунктирные линии) и экспериментальные (точки) значения усталостной долговечности сталей Э10 (а) при $\theta = 20^\circ\text{C}$ и $\sigma_m = 142$ (○) и 196 (●) МПа, 1Х2М (б) при $\theta = 20^\circ\text{C}$ и $\sigma_m = 147$ (○) и 245 (●) МПа, SAE4130 (в) при $\theta = 20^\circ\text{C}$ и $\sigma_m = 85$ (○) и 335 (●) МПа

Из данных табл. 1 видно, что минимальное относительное удлинение δ для исследованных материалов составляет 14,3% и эти материалы могут рассматриваться как пластичные.

Таблица 1.

Характеристики кратковременной прочности и материальные константы пластичных материалов

Материал	θ , °C	σ_Y , МПа	σ_B , МПа	δ , %	q	D , МПа $^{-q}$ ·цикл $^{-1}$	λ	ξ
Сталь Э10	20	240	338	36,7	12,66	$3,93 \cdot 10^{-46}$	1,27	-
Сталь 1Х2М	20	358	532	22,9	21,09	$3,36 \cdot 10^{-59}$	0,95	-
Сталь SAE4130	20	679	808	14,3	13,37	$4,68 \cdot 10^{-42}$	0,87	-

2.3. Усталостная долговечность стержней из хрупких материалов. Для расчета числа циклов до разрушения $\tilde{n}_R$ стержней из хрупких материалов при асимметричном нагружении (1.1) из (1.3) с учетом (2.2) получаем уравнение

$$n_{RA} = \frac{1}{(1+q)D \left\{ 1 - \frac{2}{\pi} \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_B} \right)^\xi \right\}^{-q} \cdot (\sigma_a)^q}, \quad (2.7)$$

где коэффициенты q , D , λ определяются согласно (2.3) и (2.5).

Результаты расчетов, выполненные по уравнению (2.7), сопоставлены на рис. 2. с экспериментальными данными для стали ЭИ961, жаропрочного сплава ЭИ867 и алюминиевого сплава BS1476HE20WP. Результаты расчетов нанесены штриховыми линиями, а экспериментальные данные – точками. Тонкими сплошными линиями показаны кривые усталости при симметричном цикле. Экспериментальные данные заимствованы из [3, 11, 12].

Значения использованных в расчетах материальных констант q , D и ξ , найденных по изложенной в разделе 2.1 методике, а также значения предела текучести σ_Y , предела прочности σ_B и относительного удлинения при разрыве δ для использованных материалов приведены в табл. 2.

Из данных табл. 2. видно, что максимальное относительное удлинение δ для исследованных материалов не превышает 14% и эти материалы могут рассматриваться как хрупкие.

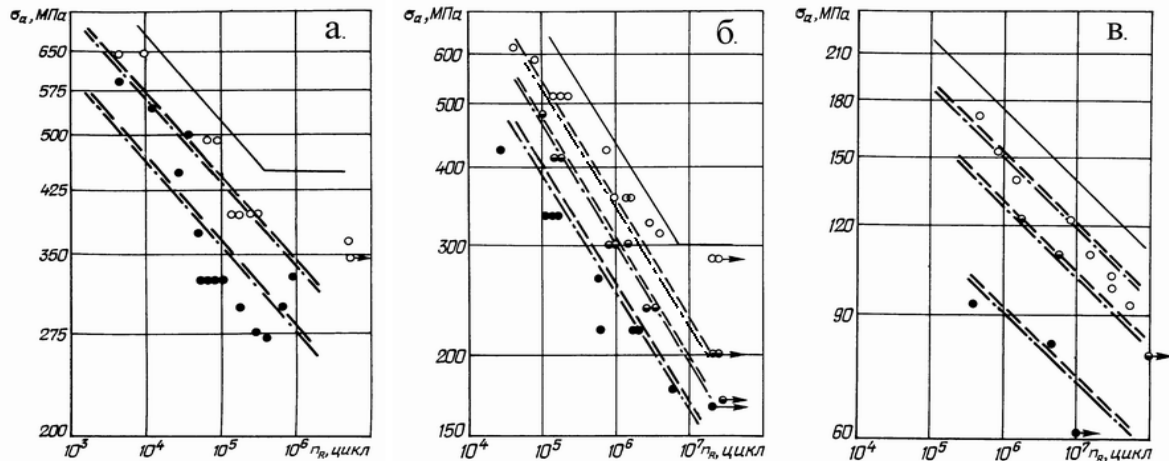


Рис.2. Расчетные (штриховые и штрихпунктирные линии) и экспериментальные (точки) значения усталостной долговечности стали ЭИ961 (а) при $\theta = 20^\circ\text{C}$ и $\sigma_m = 200$ (○) и 500 (●) МПа, сплава ЭИ867 (б) при $\theta = 20^\circ\text{C}$ и $\sigma_m = 196$ (○), 392 (◐) и 589 (●) МПа, сплава BS1476NE20WP (в) при $\theta = 20^\circ\text{C}$ и $\sigma_m = 89$ (○), 170 (◐) и 270 (●) МПа

Таблица 2.

Характеристики кратковременной прочности и материальные константы хрупких материалов

Материал	$\theta, ^\circ\text{C}$	$\sigma_Y, \text{МПа}$	$\sigma_B, \text{МПа}$	$\delta, \%$	q	$D, \text{МПа} \cdot \text{цикл}^{-1}$	λ	ξ
Сталь ЭИ961	20	880	1180	12,0	8,84	$9,79 \cdot 10^{-31}$	-	0,91
Сплав ЭИ867	20	850	1257	6,0	5,41	$8,38 \cdot 10^{-22}$	-	0,64
Сплав BS1476	20	266	309	14,0	10,13	$1,91 \cdot 10^{-30}$	-	1,18

3. Обсуждение результатов. Задача расчета усталостной долговечности при асимметричном нагружении решается в работе на основе концепции эквивалентных напряжений, позволяющей в расчетах использовать характеристики усталости материала при симметричном цикле. На точность расчетов могут оказывать влияние различные факторы. Наиболее существенное влияние оказывает структура модели предельного состояния, которая позволяет сформулировать структуру эквивалентных напряжений.

В целом, как видно из сопоставления результатов расчета (штриховые линии) с экспериментальными данными (точки) на рис. 1 и 2, получено вполне удовлетворительное согласование расчета с экспериментом. Максимальная погрешность по долговечности n_R получена для легированной стали 1Х2М (см. рис. 1, а) при $\sigma_m = 245$ МПа, $\sigma_a = 240$ МПа и составила 90 %. Для других материалов и уровней среднего напряжения σ_m погрешность по долговечности колеблется в пределах от 10 до 30 %.

Расхождение между результатами расчетов и экспериментальными данными может быть объяснено тем обстоятельством, что модели предельного состояния (1.4) и (1.5), использованные при формулировке эквивалентных напряжений, являются приближенными. Эквивалентные напряжения, построенные на основе точных моделей предельного состояния [8], в случае пластичных материалов задаются соотношением

$$\tilde{\sigma}_{eqv} = \left\{ \cos \left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\sigma_m}{\sigma_a} \right) \right\}^{-\lambda} \sigma_a, \quad (3.1)$$

а в случае хрупких материалов – соотношением

$$\tilde{\sigma}_{eqv} = \left\{ \frac{2}{\pi} \left[\arccos \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_B} \right) \right]^\xi \right\}^{-1} \sigma_a, \quad (3.2)$$

где все обозначения совпадают с принятыми в (2.1) и (2.2).

Для определения коэффициента λ , по аналогии с (2.4), получим

$$\lambda = \frac{\lg \sigma_a^0 - \lg \sigma_n^0}{\lg \left\{ \cos \left(\frac{\pi}{2} \frac{\sigma_m^0}{\sigma_B} \right) \right\}}, \quad (3.3)$$

а для определения коэффициента ξ , по аналогии с (2.5) –

$$\xi = \frac{\lg \frac{\sigma_a^0}{\sigma_n^0} - \lg \frac{2}{\pi}}{\lg \left\{ \arccos \left(\frac{\sigma_m^0}{\sigma_B} \right) \right\}}. \quad (3.4)$$

Результаты расчетов усталостной долговечности по уравнению (1.3) с использованием эквивалентных напряжений (3.1), (3.2) и значений параметров λ и ξ , найденных согласно (3.3) и (3.4), показаны на рис. 1. и 2 штрихпунктирными линиями. Точность расчетов, как видно, несколько улучшилась.

Заключение. Метод эквивалентных напряжений является весьма эффективным инструментом, позволяющим решать задачу расчета усталостной долговечности материалов и элементов конструкций при асимметричном нагружении. Для реализации метода достаточным является проведение легко воспроизводимых базовых экспериментов, используемых при определении материальных констант. В качестве базовых экспериментов используются стандартные испытания на растяжение, испытания на усталость при симметричном цикле и единичный идентифицирующий эксперимент на усталость при отнулевом цикле. Результаты расчетов удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными для ряда металлических конструкционных материалов.

Список литературы

1. Форрест П. Усталость металлов // Пер. с англ. под ред. С.В.Серенсена.- М.: Машиностроение, 1968.- 352с.
2. Хейвуд Р.Б. Проектирование с учетом усталости / Пер. с англ. под ред. чл.-кор. АН СССР И.Ф.Образцова.- М.: Машиностроение, 1969.- 504 с.
3. Голуб В.П., Погребняк А.Д. Высокотемпературное разрушение материалов при циклическом нагружении.- Киев : Наук. думка, 1994.- 223 с.
4. Почтенный Е.К. Прогнозирование долговечности и диагностика усталости деталей машин.- Минск: Наука и техника, 1983.- 246 с.
5. Биргер И.А., Балашов Б.Ф., Дульнев Р.А. и др. Конструкционная прочность материалов и деталей газотурбинных двигателей.- М.: Машиностроение, 1981.- 222 с.
6. Голуб В.П., Пантелеев Е.А., Романов А.В. К расчету усталостной долговечности гладких и надрезанных стержней при осевом нагружении / В сб.: Надежность и прочность машиностроительных конструкций.- Куйбышев : Изд-во Авиационного института, 1988.- С. 4-12.
7. Лебедев А.А., Ковальчук Б.И., Уманский С.Э., Гигиняк Ф.Ф., Ломашевский В.П. Справочное пособие по расчету машиностроительных конструкций // Под общ. ред. акад. АН УССР А.А.Лебедева.- Киев : Техника, 1990.- 240 с.
8. Голуб В.П., Крижановский В.И., Погребняк А.Д., Кочеткова Е.С. Усталостная прочность металлических и композитных материалов при асимметричном растяжении-сжатии // Прикл. механика.- 2006.- Том 42.- №1.- С. 48-58.
9. Цимбалыстый Я. И. Исследование неупругости и усталости металлов при асимметричных циклах высокочастотного растяжения-сжатия // Автореферат канд. диссертации.- Киев, 1977.- 20 с.
10. Влияние частоты нагружения, температуры и асимметрии цикла на выносливость теплостойких сталей 1Х2М и Х18Н9. Сообщение 1 / Кузьменко В.А., Ищенко И.И., Троян И.А., Гришаков С.В. и др. // Пробл. прочности.- 1981.- №2.- С. 30-36.
11. Grover H.J., Bishop S.M., Jackson L.R. Axial load fatigue test of unnotched sheet specimens of 24S-T3 and 75S-T6 aluminium alloys and of SAE 4130 steel. // Nat. Adv. Co.- Aero. Tech. Note 2324.-1951.- 30 p.
12. Woodward A.R., Gunn K.W., Forrest G. The effect of mean stress on the fatigue of aluminum alloys. // Proc. of the International Conf. on Fatigue of Metals.- London, 1956.- Session 2, Paper 10.- P. 158-170.